Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Grado en Económicas

De Gustibus Est Disputandum: Un paseo por las ideas de utilidad y demanda

Presentado por:

Daniel Cabeza Hermógenes

Tutelado por:

Carlos Pérez Domínguez

Valladolid, 31 de marzo de 2016

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La Economía es un mundo paradójico, no es una ciencia cierta y lo que teóricamente es, puede que en la praxis no lo sea.

La teoría económica que conocemos hoy día tiene pilares que se remontan a las corrientes filosóficas del siglo XVIII tales como el utilitarismo. Esta doctrina intentaba conocer qué es lo que mueve al individuo a hacer unas acciones u otras, concluyendo en que los estímulos que mueven al ser humano son el placer y el dolor, tratando de maximizar el placer y minimizar el dolor.

Este planteamiento sirvió de apoyo para que surgiese la idea de utilidad económica. Esta idea trata de recoger las preferencias de los individuos y, por tanto, las pautas de comportamiento de los mismos en las conocidas funciones de utilidad.

De estas funciones, que nos dan información indispensable del agente económico, se derivan las funciones de demanda, las cuales reflejan el comportamiento del individuo sobre la adquisición de mercancías ante variaciones de precios y otros elementos como la renta, etc.

Se puede apreciar que la teoría de la utilidad económica es el pilar fundamental de todo lo que es, hoy, la teoría económica y no es de extrañar, pues el motor de la economía son los individuos con sus decisiones de consumo, de ahorro, de inversión, etc. determinadas por unas preferencias individuales, que recogen tanto gustos como necesidades, las cuales son el detonante de que la Economía se ponga en marcha.

Hoy día, la mayoría de funciones de utilidad que se usan son teóricas, aportando datos mínimos, y a raíz de ellas se obtienen sistemas de demandas mediante estimaciones econométricas. No obstante, el teorema de *integrabilidad* de las preferencias dice que bajo ciertas condiciones, es posible hallar, partiendo de dicho sistema, la función de utilidad directa que ha generado dichas demandas. Es decir, las auténticas preferencias del individuo, aportando, así, minuciosos detalles de su comportamiento. Por consiguiente, el economista podrá saber más y aportar mayor precisión a sus estudios obteniendo este resultado.

Este trabajo tratará de explicar el inicio de la idea de la utilidad en el apartado *1.(Los Cimientos de la Utilidad),* la evolución de dicha teoría y de la función de utilidad en el apartado *2.(Evolución de la Teoría de la Utilidad)*, cómo surge la teoría de la demanda a raíz de la teoría de la utilidad y cómo evoluciona en el apartado *3.(Emersión de la Teoría de la Demanda).* El apartado *4.(Desarrollo Actual)* se centra en la teoría de la demanda actual y veremos un método para llegar hasta la función de utilidad "generadora" de la demanda, terminando con las conclusiones de este trabajo en el apartado *5.(Conclusiones).*

1. LOS CIMIENTOS DE LA UTILIDAD

Desde los albores de la historia, los seres humanos han intentado encontrar o conseguir, de una forma u otra, el mayor nivel de felicidad posible acorde con sus circunstancias. Ha sido dicha búsqueda la que, a su vez, ha constituido las bases legislativas, políticas, morales y económicas de nuestro tiempo.

Para emprender dicha búsqueda, el primer paso que tuvieron que dar fue preguntarse "*¿Qué es la felicidad?"*. Esa pregunta fue la precursora de lo que se conoce como "*Utilitarismo*". El Utilitarismo es un movimiento filosófico procedente de la antigua Grecia con autores como Epicuro y su "*hedonismo reflexivo*", pasando hasta por el mismo Adam Smith, el cual defendía que la felicidad se basa en la simpatía, entendiendo esta como juzgarse a sí mismo y a los demás desde un punto de vista imparcial para entender a todo ser humano y poder recibir felicidad de la felicidad de otros[1]. Esto es aceptado por la mayoría de utilitaristas.

Jeremy Bentham, el cual estaba a la cabeza de la escuela utilitarista, veía el utilitarismo, además, como una teoría psicológica, pues para Bentham, el placer y el dolor, que son los factores que proporcionan y niegan la felicidad respectivamente, son también los móviles de todas las acciones humanas. Como es obvio, el ser humano buscará la maximización de la felicidad y la minimización del dolor. Para Bentham, que cada individuo busque la felicidad por separado no era deseable, pues podría quererla a toda costa pudiendo llegar a molestar a otro ser humano. Por ello, era necesario crear un sistema de sanciones sobre las ofensas con las que un ser humano pudiese dañar a otro[2]. Esta obra de Bentham constituye el pilar básico del código penal. Otros autores como James Mill y John Stuart Mill (1861) comparten los puntos de vista de Bentham, pero Stuart Mill propone la idea de que no todos los placeres son iguales y por tanto, unos son más valorados que otros y la pregunta "*¿Qué criterio se ha de usar para establecer una jerarquía de preferencias?"* surgió súbitamente.

Esta última implicación fue la razón por la que la teoría de la utilidad tuvo tanto éxito en el ámbito económico. El utilitarismo ha proporcionado un método de expresión, un modo de entender y estudiar mejor las decisiones individuales, lo cual es fundamental en nuestra disciplina ya que la economía moderna se ha basado en la perspectiva del individualismo metodológico.

---

1. Valcarce (2010)
2. Bentham (1789)

2. EVOLUCIÓN DE LA TEORÍA DE LA UTILIDAD

A lo largo del tiempo se han desarrollado diversos puntos de vista sobre dicha teoría procedentes de distintas escuelas de pensamiento económico. Se va a proceder a recorrer dichos puntos de vista por bloques de ideas (con incertidumbre y sin incertidumbre) y, a su vez, de forma cronológica.

Los clásicos tenían la utilidad por una característica objetiva de las cosas. Por el contrario, la escuela neoclásica tenía por objetivo principal establecer una teoría del "valor" (precio) que se fundamente en las funciones de utilidad de los individuos, por tanto es un enfoque subjetivo.

Ambas escuelas antes mencionadas trabajan con una teoría de la utilidad que no contempla la incertidumbre. Es curioso que la teoría de la utilidad que primero surgió sea la de Daniel Bernoulli, el cual incluía en sus estudios la incertidumbre y cómo afecta la misma a las decisiones individuales, y las teorías posteriores hayan dejado en el tintero un aspecto tan importante.

2.1 TEORÍA DE LA UTILIDAD CON INCERTIDUMBRE

La primera etapa del desarrollo de la teoría de la utilidad en contexto de incertidumbre es la que sigue. Todo empezó con la aceptación de la teoría de la probabilidad. Anteriormente, dicha teoría tenía una barrera moral, pues que las cosas sucediesen por azar no estaba bien visto en una sociedad profundamente religiosa que defendía que las cosas suceden por designios divinos. Durante el desarrollo de esta teoría, matemáticos como Blaise Pascal o Pierre de Fermat vieron que un juego de azar era más o menos atractivo en función del valor esperado del mismo. Apoyándose en la teoría del valor esperado, se acuña un criterio de valoración de los juegos. Este criterio es el de *precio justo*. Se dice que un juego es de precio justo cuando lo que se paga por jugar es lo mismo que se espera obtener (valor esperado del juego). Si el precio del juego fuese mayor que el esperado, el juego sería desfavorable y viceversa[3]. Se basan en que el individuo tratará de maximizar el valor esperado de los distintos escenarios posibles y elegirá el escenario que haga máximo dicho valor. Con valor esperado nos referimos al valor resultante de sumar los distintos resultados posibles multiplicados por la probabilidad de obtenerlos, cumpliéndose que la suma de las probabilidades sea igual a la unidad. Pronto se mostró la insuficiencia de esta afirmación. Históricamente, el ejemplo más famoso que pone de manifiesto dicha deficiencia es la *"paradoja de San Petersburgo"*. Nicholas Bernoulli mantiene correspondencia con Pierre de Montmort, Gabriel Cramer y su primo Daniel Bernoulli acerca de este y otros juegos matemáticos[4].

---

3. Pérez Dominguéz (2015)
4. Bernoulli et al (1713)

Una versión simplificada[5] de la paradoja es la siguiente: El jugador lanza una moneda al aire. En orden de que el resultado obtenido sea cara, el jugador seguirá tirando y cuando salga cruz cesarán los lanzamientos. El premio consiste en dos unidades monetarias si la cruz sale en la primera tirada, cuatro si sale en la segunda, ocho si sale en la tercera y así sucesivamente. El juego concluye con la pregunta *"¿Cuánto está dispuesto a pagar el jugador para participar?"*. Se calcula el valor esperado del juego:

$$\bar{x} \equiv E(\tilde{y}) = \frac{1}{2}2 + \frac{1}{2^2}2^2 + \frac{1}{2^3}2^3 + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$$

Donde $\bar{x}$ es el valor esperado del juego e $\tilde{y}$ es el juego en sí, la probabilidad de que salga cruz en la primera tirada es de $\frac{1}{2}$ y esa probabilidad se multiplica por el resultado que acompaña a ese escenario. Se continúa sumando al resultado anterior la probabilidad de que salga cara en la segunda tirada $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^2}\right]$ multiplicado con el resultado pertinente $[2^2]$ y así sucesivamente. Obteniendo que el valor esperado del juego es *infinito.*

Entonces, siguiendo el razonamiento inicial, el jugador debería estar dispuesto a pagar una cantidad infinita para jugar a este juego. El resultado les pareció irracional y afirmaban que ningún individuo aceptaría estas condiciones en su sano juicio. Por tanto, las discusiones que mantuvieron se centran en hallar una solución válida.

Nicolás Bernoulli consultó a su primo Daniel Bernoulli. Aquí surge la segunda etapa del desarrollo de la teoría de utilidad en contexto de incertidumbre. Daniel Bernoulli junto a Gabriel Cramer proponen un nuevo criterio para ordenar los escenarios. Daniel Bernoulli propone que la valoración del juego debe basarse en la utilidad que cada uno de los escenarios proporciona al jugador ciñéndose a las circunstancias del individuo[6]. Con lo que indica utilizar el *"valor esperado de la utilidad"* o *"utilidad esperada"* (la suma de las distintas probabilidades de que acontezca un escenario multiplicadas por la utilidad que aporta el resultado que acompaña a cada situación al individuo).

Daniel Bernoulli (1954), critica en *"Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis",* publicado en 1738 en San Petersburgo, la teoría del valor esperado y expone qué fallaba a la hora de plasmar el impacto de la incertidumbre vinculado a las decisiones de los individuos, dicho de otra forma, la percepción subjetiva del sujeto a tales posibilidades considerando como criterio de valoración subjetiva la situación financiera de cada individuo y su percepción del riesgo. Daniel Bernoulli lo plasma con el siguiente ejemplo: Supongamos que hay un mendigo que se encuentra con un billete de lotería y el premio es de diez mil ducados. ¿Éste hombre lo venderá por nueve mil ducados? Es fácil afirmar que a este sujeto le atraerá más ganar con certeza nueve mil ducados

5. Pérez Domínguez (2015)
6. Sanchez Molinero (1984)

que afrontar el riesgo que supone jugar a la lotería. Por el contrario, si fuese un hombre rico, seguramente prefiriese quedárselo y optar a diez mil ducados. Con este ejemplo plasma tanto la valoración subjetiva desde un punto de vista financiero como desde un punto de vista del riesgo. Para formalizar dichas preferencias individuales propuso lo que hoy conocemos como función de utilidad.

La función de utilidad surgió por primera vez de la mano de Daniel Bernoulli y Gabriel Cramer, ambos percibieron que la función de utilidad, en determinadas condiciones, podía tener un valor perfectamente finito dando un resultado valido a la paradoja antes expuesta. Ambos coincidieron en que la función debía estar superiormente acotada (condición suficiente pero no necesaria) y que la utilidad marginal fuese decreciente. Por eso, Bernoulli, D. adoptó la función $u(x) = \ln(x)$ (7) y Cramer la función $u(x) = \sqrt{x}$. Ambas funciones están acotadas superiormente y su segunda derivada es negativa, con lo que la utilidad marginal es decreciente.

Así, el problema se resolvería como se muestra a continuación.

$$\bar{u} = E\big(u(\tilde{y})\big) = \frac{1}{2}u(2) + \frac{1}{2^2}u(2^2) + \cdots = Valor\ finito$$

Donde $\bar{u}$ es la utilidad esperada y $u(\cdot)$ es la función de utilidad que en función del resultado correspondiente del escenario nos dará un valor u otro.

Daniel Bernoulli y Cramer dieron una solución a la paradoja de San Petersburgo. 200 años después, VonNeumann y Morgenstern (1947) rescatan estas ideas y derivan la validez de la teoría de la utilidad esperada en función de unos axiomas de comportamiento racional. Un resumen de dichos axiomas es:

- Pre-orden completo: preferencias completas, reflexivas y transitivas. *(Modelización de las preferencias de los agentes económicos).*

- Continuidad: Junto a completitud, está orientada a garantizar la continuidad de la función de utilidad.

- Reducción: Al agente sólo le interesa la magnitud y las probabilidades de los resultados, no el mecanismo aleatorio que los genera.

- Independencia: Si una alternativa irrelevante aparece en el juego, dicha alternativa no debería influir en el orden de preferencias previo.

La aportación de VonNeumann y Morgenstern fue demostrar que si el sujeto se comporta según los axiomas mencionados, existe una función de utilidad de

7. La función tomada por Bernoulli verdaderamente es: $u(x) = b \cdot \log\left[(\alpha + x)/\alpha\right]$

variable real (que llamaremos función de Bernoulli) tal que el individuo elegirá los escenarios como si maximizara el valor esperado de esa función de utilidad.

Más adelante, Maurice Allais en 1953 sugiere la conocida *"paradoja de Allais",* en la cual se aprecia que es posible que se viole el axioma de independencia[8] dejando abierta, de nuevo, la cuestión que la teoría de la utilidad esperada había cerrado. Junto a la aportación de Allais se demuestra que los axiomas de transitividad y de reducción también pueden verse vulnerados y que un mismo agente puede manifestar a la vez el comportamiento de un amante del riesgo y de un averso al riesgo. Esto genera la necesidad de desarrollar una nueva teoría alternativa a la utilidad esperada. Esta teoría fue desarrollada por Kahneman y Tversky[9] en 1979 y 1992 y la llamaron "*prospect theory*". A diferencia de la teoría anterior, la *prospect theory* considera que la aversión o el amor al riesgo están relacionados con las pérdidas o ganancias esperadas y, además, contempla que nuestra conducta también depende de cómo percibamos la situación o el juego en cuestión.

2.2 TEORÍA DE LA UTILIDAD SIN INCERTIDUMBRE

2.2.1 Escuela clásica

Como se señalaba anteriormente, para la escuela clásica, la utilidad era una característica objetiva de las cosas y siguiendo esta máxima, se distinguió entre dos conceptos que llegarían a ser comunes en la escuela clásica. Los conceptos son el "valor de uso" y el "valor de cambio".

El valor de uso se identificó con la capacidad de dicho bien para satisfacer necesidades humanas. Por su parte, el valor de cambio se relacionaba con los costes de producción dándose que, cuanto mayor fuesen los costes de producción, mayor sería el valor de cambio. No obstante, debería darse que para que existiese un valor de cambio de un bien, dicho bien necesariamente debería tener valor de uso, pues nadie pagaría una cantidad positiva de unidades monetarias si el bien careciese de "utilidad".

Con esta definición de los anteriores conceptos surgieron paradojas como la del agua y los diamantes, la cual fue planteada por Adam Smith[10]. Decía que cómo puede ser que un bien tan "útil" como es el agua que nos da la vida cueste tan poco y el diamante, que es inservible para satisfacer necesidades vitales, sea tan caro. Este tipo de paradojas no fueron resueltas hasta que se enfocó el tema de la utilidad desde distintos ángulos. Se procede a tratar los enfoques más relevantes de la época, que fueron los de Jules Dupuit y Hermann Heinrich Gossen.

---

8. Andreoni, J. y Sprenger (2010)
9. Fennema, H. y Wakker (1997)
10. Smith (1776)

Jules Dupuit era ingeniero y su contacto con la economía fue suscitado por su interés en encontrar criterios para orientar las decisiones de las instituciones públicas encargadas de suministrar ciertos servicios, como puede ser el suministro de agua. Para Dupuit, la cuestión a tratar era sencilla, bastaría con elegir la cantidad del bien o del servicio que maximizase la diferencia entre los beneficios obtenidos y los costes[11].

El problema que sobrevino a continuación fue determinar los beneficios. Dupuit midió los beneficios a través de una curva decreciente, que no era otra cosa que la función de utilidad marginal del susodicho bien o servicio. Que a su vez, era la función de demanda. Dupuit mide la utilidad en unidades monetarias, ocurriendo que cada unidad monetaria representará siempre la misma utilidad con independencia de la cantidad de dinero que posea el sujeto[12] (lo contrario de lo que ocurría en el contexto con incertidumbre).

Bajo estos supuestos, se puede concluir en que el beneficio total de un individuo al consumir dicho bien vendrá dado por el área situada bajo la función de demanda. A ese beneficio Dupuit lo llamaba utilidad absoluta, para diferenciarlo de la utilidad relativa, que era la diferencia entre lo que el individuo está dispuesto a pagar y lo que realmente paga por el bien. Esto es lo que hoy día conocemos como excedente del consumidor. Dupuit se limitó a agregar horizontalmente las funciones de utilidad marginal de los individuos para poder utilizar la utilidad relativa en un sentido agregado, como se representa en la figura 2.1, ya que considera que esa diferencia entre lo que pagan y lo que están dispuestos a pagar es el beneficio obtenido por el individuo. Por tanto, Dupuit propondrá sistemas de fijación de precios que tengan por objetivo la maximización de la utilidad relativa (o excedente del consumidor). En la figura 2.1 se observa que a cada precio p le corresponde una cantidad r. Según los supuestos de Dupuit, cada precio representa, también, la utilidad marginal social, por tanto, la utilidad absoluta de la comunidad para un precio p será el área $OPnr$ y la utilidad relativa el área pPn.

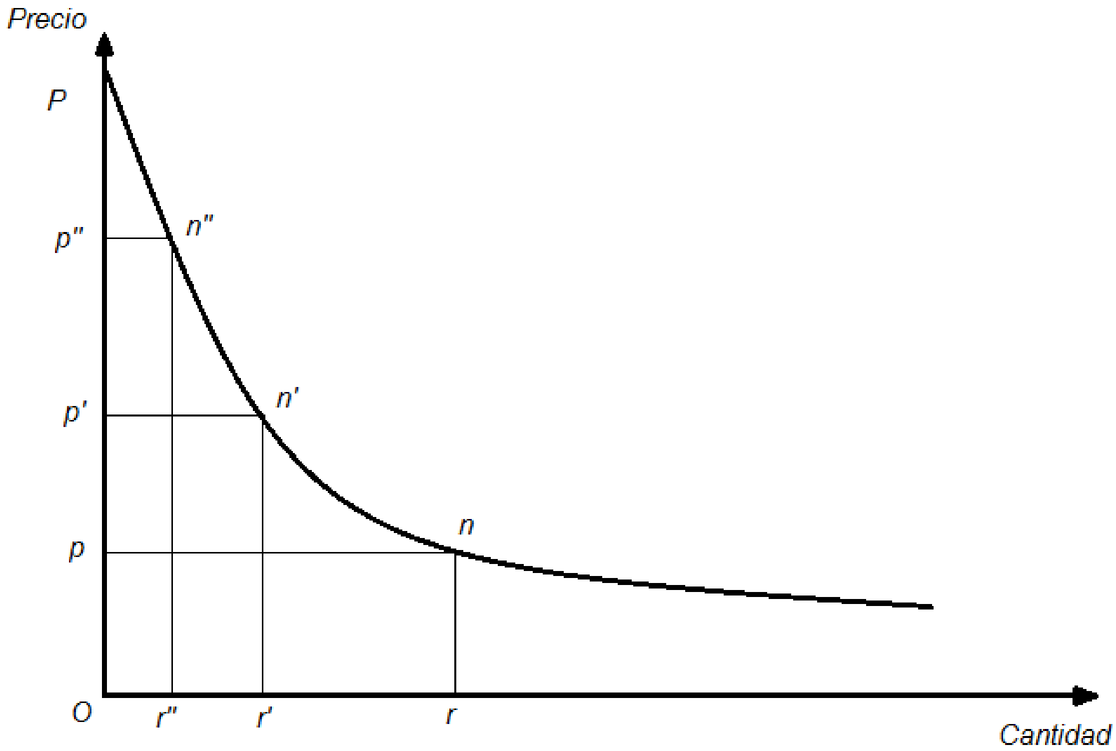
Alfred Marshall encontró varias dificultades a las ideas de Dupuit, entre las que destacan la utilidad marginal constante del dinero y la comparación de la utilidad interpersonal, ya que Dupuit supone que la utilidad social es igual a la suma de las utilidades individuales y, por tanto, iguales para todo agente. A pesar de hallar dichas dificultades, Marshall no llegó a dar respuestas convincentes a tales contratiempos.

Gossen, por su parte, en su libro *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs* publicado en 1854, centra su trabajo en plantear el funcionamiento de la Economía a partir de las decisiones optimizadoras de los individuos. Su estudio comienza con un sujeto económico que dispone de un bien y es susceptible de ser utilizado en diversos menesteres.

---

11. Sanchez Molinero y Santiago Hernando (1998)
12. Dupuit (1844, 1853)
13. Eckelund y Hebert (2005)

Figura 2.1. Función de demanda de Dupuit



Fuente: Elaboración propia

Gossen pretende hallar un criterio para que el individuo asigne dicho recurso a los posibles usos. Para resolver dicho problema, postuló lo que hoy se conocen como leyes de Gossen[13], las cuales se enuncian a continuación.

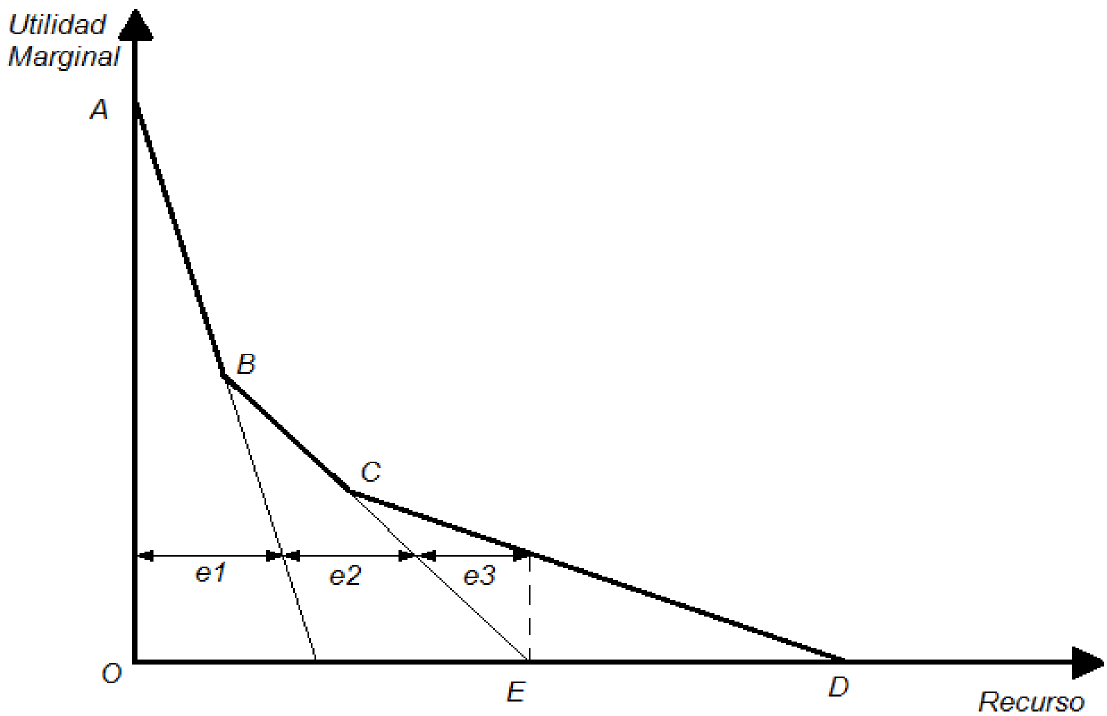
- Primera Ley de Gossen: Formula el principio de la utilidad marginal decreciente y le da expresión gráfica. Postula que la utilidad marginal (la variación de la utilidad total ante una variación de la cantidad consumida) disminuye a medida que aumenta la cantidad consumida. Por ejemplo, los primeros tragos de agua otorgan al sujeto una gran utilidad, a medida que va tomando tragos adicionales (manteniendo todo lo demás constante), la utilidad va disminuyendo.

- Segunda Ley de Gossen: Establece una condición para la maximización de la utilidad. Esta contempla que, ya que el individuo desea satisfacer muchas necesidades diferentes con una cantidad fija de recursos y, por tanto, no pueden satisfacerse las necesidades hasta la saciedad, la satisfacción máxima se obtiene cuando las utilidades marginales obtenidas por cada uno de los usos se igualan. Esto es, que la última unidad de recurso que se asigne, sin importar el uso al que se destine, proporcionará la misma utilidad marginal. Esta ley es conocida también como la *"ley de equimarginalidad".*

- Tercera Ley de Gossen: La escasez es una condición previa para el valor económico. Cuanto más escaso es un bien más se valorará una unidad de dicho bien. Dicho de otro modo, la utilidad marginal del bien es mayor cuanto más difícil de conseguir sea dicho bien.

La primera y segunda ley se ilustran en la figura 2.2. Se supone un recurso representado en el eje de abscisas y la utilidad marginal representada en el eje de ordenadas. Se supone también tres usos para este recurso. Se agregan horizontalmente las curvas de utilidad marginal de los distintos usos y según la cantidad de recurso que tengamos, la distribución óptima variará. Por ejemplo, si el individuo posee *OE* unidades de recurso y asigna *e1* al uso *1, e2* al uso *2 y e3* al uso *3,* la utilidad marginal en los tres usos será la misma. El trazo *ABCD* se corresponde con la curva de utilidad marginal del recurso supuesto. Gossen generalizó el esquema anterior aplicándolo a decisiones de producción cambiando “recurso” por “esfuerzo productivo”, “usos” por “productos” y “utilidad marginal” por “productividad marginal”. El resultado de esta nueva interpretación es análogo al anterior y se resume en que si el productor desea maximizar el valor de la producción total, el valor de la productividad marginal del esfuerzo productivo ha de ser el mismo en todas las líneas de producción.

Figura 2.2. Ley de equimarginalidad y Ley utilidad marginal decreciente de Gossen.



Fuente: Elaboración propia.

Pero, además, si el esfuerzo productivo supone algún coste y este es creciente, para maximizar el beneficio se ha de cumplir lo anterior y que, además, tiene que ser igual al coste marginal del esfuerzo productivo.

2.2.2 Escuela neoclásica

Para la escuela neoclásica, la principal motivación era la de construir una teoría del valor (refiriéndose a los precios) que se fundamentase en las funciones de utilidad de los individuos. Los pensadores más destacados de esta escuela, en este aspecto, fueron William Stanley Jevons, Francis Edgeworth y Carl Menger.

Como contempla Escartín (2004a), Jevons abandonó las teorías objetivas de los precios, que se basaban en los costes de producción, y tomó un enfoque totalmente subjetivo, pues, para él "*el valor depende enteramente de la utilidad".* Por tanto, no consideró especificar en sus estudios ni funciones de demanda ni de oferta. Jevons postuló la siguiente situación[14].

Existen dos grupos de individuos (A y B), cada grupo posee en abundancia una mercancía diferente, A poseen pescado y B poseen cereales. Sin embargo, ambos grupos derivan utilidad de ambas mercancías, por lo que se espera que surja un intercambio. El problema reside en saber cuál va a ser "el precio del intercambio", es decir, cuánto pescado se cambiará por cuánto cereal.

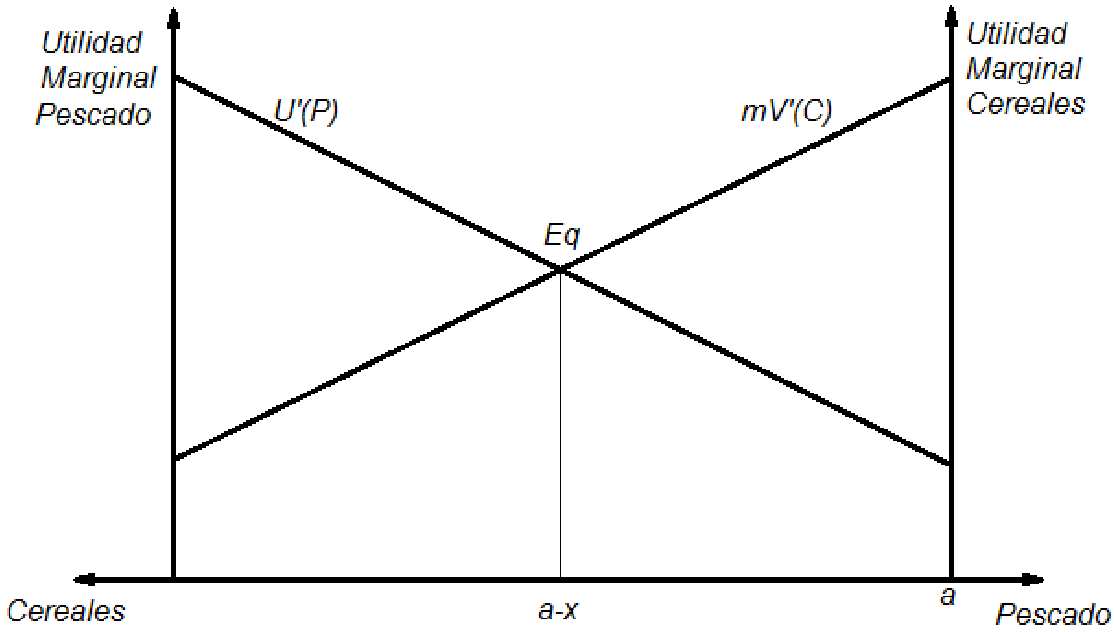
Jevons, a pesar de determinar A y B como grupos de personas, los trató como si fuesen individuos. En este sentido supone que cada individuo posee su función de utilidad particular (separable, aditiva y cardinal) y que existen utilidades marginales decrecientes (como las de Gossen).

Jevons considera que habrá intercambios entre ambos sujetos hasta que la utilidad marginal de lo que se cede (utilidad marginal "perdida") se iguale a la utilidad marginal de lo que se recibe (utilidad marginal "ganada"). En la figura 2.3 se representa esta situación.

Donde $U'(P)$ y $V'(C)$ son las funciones de utilidad marginal del pescado y de los cereales respectivamente; m es la cantidad de cereales que se intercambian por una unidad de pescado, con lo que, por cada unidad de pescado cedida se gana una utilidad de $m \cdot V'(C)$. a representa la cantidad total de pescado que tiene A y x representa la cantidad de pescado que ha dado a B. De tal forma que A tendrá $(a - x)$ unidades de pescado e y unidades de cereales y B tendrá, por ende, $(b - y)$ unidades de cereales y x unidades de pescado. Tras el intercambio, A deberá situarse donde las utilidades marginales se igualan *Eq*, pues se iguala la utilidad marginal que ha "ganado" al recibir cereales con la que ha "perdido" por ceder pescado haciendo máximo el excedente de utilidad (diferencia entre la utilidad total de lo adquirido y de lo que se cede).

14. Jevons (1871)

Figura 2.3. Equilibrio del intercambio anterior para A.



Fuente: Elaboración propia.

En ese caso, se cumple $U'(a-x) = m \cdot V'(y)$, pudiendo reescribirlo como $\frac{U'(a-x)}{V'(y)} = m$, como m es lo que se ha dado de un bien a cambio del otro se puede sustituir por $\frac{y}{x}$ y la función anterior se puede reescribir como $\frac{U'(a-x)}{V'(y)} = \frac{y}{x}$. De forma análoga, para el individuo B se obtiene $\frac{U'(x)}{V'(b-y)} = \frac{y}{x}$. Concluyendo en

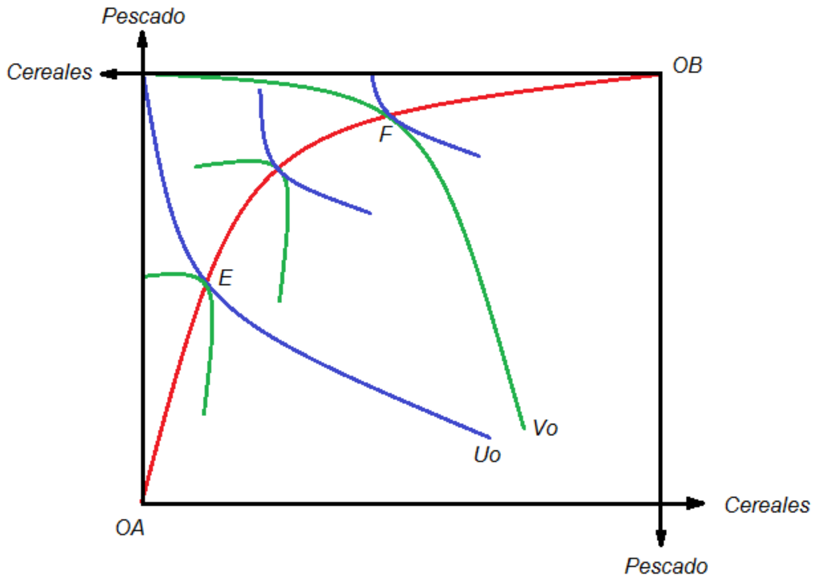
$$\frac{U'(a-x)}{V'(y)} = \frac{U'(x)}{V'(b-y)} = \frac{y}{x}$$

Un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que representan la cantidad de los bienes intercambiados, surgiendo así las bases de lo que hoy conocemos como *"Relación Marginal de Sustitución"* y la premisa de que las relaciones marginales de sustitución de los bienes han de ser iguales para todos los agentes (en este caso A y B) que participen en el intercambio. Edgeworth, al estar en desacuerdo con que m fuese constante y pensando que esta, según avanzase la negociación pudiese cambiar, no aceptaba que la solución estuviese definida por un punto.

Arthur Lyon Bowley fue el primero en construir lo que hoy conocemos como *"caja de Edgeworth"* pero fue Edgeworth quien la postuló y quien dibujó por primera vez curvas de indiferencia en ella. En esta caja de Edgeworth se concluye que la solución no es un punto específico, sino una función compuesta por todos los puntos donde las curvas de indiferencia de A y B se igualan[15], cumpliendo así la premisa de que la relación marginal de sustitución sea igual para A y para B.

15. Edgeworth (1891)

Figura 2.4. Caja de Edgeworth para el caso supuesto entre A y B.



Fuente: Elaboración propia.

Dicha función que recoge todas las soluciones posibles se denomina *"Curva de contrato"*. En la figura 2.4 se observa este resultado.

Uo y Vo son las curvas de indiferencia que representan la utilidad de A y B respectivamente en la situación inicial. Se supone que no habrá intercambio a menos que los dos mejoren su nivel de satisfacción, con lo que los posibles resultados de esta situación se recogen en la curva roja entre los puntos E y F que, a su vez, recoge los puntos donde las relaciones marginales de sustitución son iguales haciendo así, máximo el excedente de utilidad.

Hasta ahora, la utilidad había sido vista desde un punto de vista cardinal (mensurable), pero Menger (1871) expone que un bien económico puede satisfacer una pluralidad de necesidades y cada individuo puede ordenar esas necesidades en una escala de importancia decreciente. Menger se acercó mucho a la idea de utilidad ordinal y fraguó un nuevo punto de vista donde la utilidad es ordenable pero no mensurable.

Menger estableció un patrón de comportamiento base, pues si un individuo dispone de cierta cantidad de un bien y desea asignarlo de forma óptima, comenzará por asignar el bien al uso más importante para él, una vez satisfecho, el resto del bien será destinado a satisfacer la segunda necesidad más importante, y así sucesivamente hasta que se agote el bien.

Menger determina que el valor es la significación que ciertos bienes adquieren para el individuo cuando es consciente de que depende de ellos para la satisfacción de sus necesidades, por lo que el valor de los bienes es enteramente subjetivo.

Además, expone que según se satisface una necesidad, esta va perdiendo importancia para el individuo, llegando hasta un punto en que una cantidad más del bien no aporta satisfacción alguna, con lo que también recoge la idea de utilidad marginal decreciente (primera ley de Gossen).

Finaliza explicando que el individuo deberá distribuir el bien de tal forma que la última cantidad del bien asignado a cualquier uso, satisfaga una necesidad del mismo nivel de importancia. Esto es equivalente al principio de equimarginalidad (segunda ley de Gossen).

Escartín (2004b) reconstruye la tabla de Menger con la que ilustra su estudio, la cual se representa en la figura 2.5. En dicha tabla, los números romanos representan las distintas necesidades que se pueden satisfacer con un bien en concreto ordenadas según su importancia para el sujeto. Los números ordenados por columnas se refieren a la satisfacción hipotética producida por una unidad adicional del bien destinada a esa necesidad. Suponiendo que el individuo maximizará esa satisfacción, si este tuviese una unidad del bien, la usaría para satisfacer la necesidad I, si tuviese otra, le daría igual destinarla de nuevo a la necesidad I o a la II, de forma análoga, si tuviese tres, destinaría dos unidades a la necesidad I y la tercera a la II y así sucesivamente.

Figura 2.5. Tabla de Menger.

BIEN **Satisfacción proporcionada por:**	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**	**VII**	**VIII**	**IX**	**X**
la 1ª unidad	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
la 2ª unidad	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
la 3ª unidad	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
la 4ª unidad	7	6	5	4	3	2	1	0		
la 5ª unidad	6	5	4	3	2	1	0			
la 6ª unidad	5	4	3	2	1	0				
la 7ª unidad	4	3	2	1	0					
la 8ª unidad	3	2	1	0						
la 9ª unidad	2	1	0							
la 10ª unidad	1	0								
la 11ª unidad	0									

Fuente: Escartín González, E. (2004b).

De ese modo maximizaría su utilidad y, si distribuye el bien según los criterios anteriores, se cumple que las relaciones marginales de sustitución de cada par de necesidades serán igual para cada individuo participante.

Así pues, Menger construyó una teoría subjetiva del valor basada en una utilidad no mensurable y ordenable dando un nuevo enfoque a la utilidad económica.

3. EMERSIÓN DE LA TEORÍA DE LA DEMANDA

En base a todos los hallazgos y estudios sobre la teoría de la utilidad que los autores anteriormente mencionados proveyeron, muchos otros, como Alfred Marshall y Léon Walras, retomaron dichos estudios y empezaron a desarrollar lo que hoy supone, sin lugar a dudas, el pilar maestro de la teoría de la utilidad moderna así como de la economía en general: "*La teoría de la demanda*".

Se procede a continuación a estudiar las aportaciones de Alfred Marshall y de Léon Walras, seguido de la evolución de la teoría de la demanda hasta nuestros días.

3.1 LA DEMANDA DE MARSHALL

La teoría que Alfred Marshall desarrolla, se asienta en cierta forma en la de Jules Dupuit[16] pues, como ya se señaló en el apartado anterior, Marshall encontró dificultades o fisuras a la teoría de Dupuit. Al contrario que este, Marshall hizo supuestos explícitos en sus teorías y era perfectamente consciente de los problemas que acarreaba la simplicidad de la misma. A pesar de sus esfuerzos, Marshall intentó dar solución a dichos problemas sin éxito.

La teoría que Marshall construye se basa en dos supuestos perfectamente especificados.

- El sujeto económico asigna una función de utilidad separada para cada mercancía que consume. Además, dichas funciones de utilidad han de tener una primera derivada positiva y una segunda negativa (utilidad marginal decreciente)

- El dinero genera una utilidad positiva. Sin embargo, tiene una utilidad marginal constante.

Bajo estos supuestos, es sencillo llegar a determinar lo siguiente: cuando un sujeto adquiere un bien, recibe cierta cantidad de utilidad (la utilidad marginal del bien en cuestión). No obstante, para adquirir ese bien el sujeto ha tenido que pagar un precio cierto, lo que supone una pérdida de utilidad. Suponiendo que la utilidad del bien viene representada por $u(x)$ y la utilidad asignada a cada unidad de dinero es una constante v, la pérdida de utilidad al adquirir una unidad del bien x será pv (cantidad de unidades monetarias por la utilidad de cada una). Basándose en los postulados de Jevons citados en el apartado anterior, el sujeto no estará satisfecho hasta que la utilidad ganada no se iguale

16. Marshall (1980)

a la utilidad perdida. Por tanto, el consumo óptimo del sujeto se alcanza cuando $u'(x) = pv$.

Sin más preámbulos, esta igualdad ya proporciona la función de demanda de x, pudiendo ser expresada en forma inversa como el precio en función de la cantidad $p = \frac{u'(x)}{v}$ o en forma directa como la cantidad en función del precio $x = d(p)$. Se observa que la función de demanda de Marshall depende únicamente del precio. No se contempla la influencia de la renta o de los precios de otros bienes. No obstante, las implicaciones de la renta vienen implícitas de forma similar a las que enunciaba Daniel Bernoulli en el apartado anterior, pues están recogidas en el parámetro v y sus variaciones.

Cuanto más rico sea el individuo, menos utilidad le aportarán las unidades adicionales de dinero (como el hombre rico que prefería jugar a la lotería que ganar nueve mil ducados) con lo que se espera que el valor v sea menor y viceversa.

Por otra parte, las implicaciones de los precios vienen recogidas en la función de utilidad marginal del bien x. Si el precio de un bien alternativo varía, su demanda varía también y este hecho puede tener repercusión en la utilidad asignada a x, con lo que es posible que varíe su demanda.

Hay que aclarar que, en contraste con la teoría económica moderna, las funciones de utilidad de Marshall sólo se refieren a una cantidad cierta de un bien bajo ciertos parámetros dados, con lo que cada vez que varía alguno de los parámetros antes mencionados, las funciones de utilidad han de ser reajustadas.

Este tipo de implicaciones dificultan el análisis de las funciones de demanda, pero Marshall sostenía que las modificaciones en v o en $u'(x)$ no son lo bastante importantes como para alterar la relación inmediata entre precio y cantidad.

Para que esto último sea factible, el sujeto debería comprar una cantidad ínfima del bien en cuestión gastando, así, una cantidad insignificante del total de su renta, de tal forma que pase lo que pase con la renta o con los precios de otros bienes, v y $u'(x)$ permanecerán constantes[17]. Teniendo en cuenta esto, la teoría de la demanda de Marshall solamente estaría enfocada a cantidades insignificantes del bien adquirido, lo que es un resultado para nada interesante.

A pesar de todas las objeciones que surgen de su teoría, la interpretación más acertada de la demanda marshalliana es la que se explica a continuación[18].

Se supone que al mismo tiempo que varía el precio del bien en cuestión, a su vez lo están haciendo los precios de los otros bienes y la renta del individuo.

---

17. Marshall (1980)
18. Sanchez Molinero y Santiago Hernando (1998)

Sin embargo, esos cambios son recogidos por v y $u'(x)$ como dijimos anteriormente. Los cambios en la renta se recogen en las variaciones que experimenta el parámetro v. Debido a esto, se elimina el efecto renta de la curva de demanda, no existe tal efecto. Por otra parte, seguiría habiendo efecto sustitución y el cambio de los precios de los otros bienes podría afectar a la utilidad del bien en cuestión. No obstante, en la teoría de Marshall, los cambios en los precios y demandas de los otros bienes, así como su consiguiente variación de su propia utilidad, no afectan a la utilidad marginal del bien adquirido debido a que la función de utilidad considerada es aditiva y cardinal: $U = u(x_1) + \cdots + u(x_n)$

De esa forma, al ser dicha función de utilidad suma de funciones las cuales dependen únicamente de un bien, la utilidad marginal de un bien distinto al que ha experimentado un cambio no se verá alterada. En otras palabras, los bienes son independientes entre sí.

Así pues, en sus curvas de demanda no existe el efecto renta y propiamente no hay efecto sustitución en el sentido actual. Es por eso, que la mejor forma de interpretar sus curvas de demandas es como *funciones de demanda compensadas*.

Marshall también desarrolló el término *excedente del consumidor* de forma análoga a Dupuit, pero a diferencia de este, Marshall era consciente de que esta premisa no tendría sentido si la utilidad del dinero no fuese constante. A pesar de las dificultades de dicho concepto, Marshall lo trató como sumamente significativo y postuló que podía usarse de forma agregada, de tal modo que se podía hablar del *excedente de los consumidores*, que sería la suma de todos los excedentes del consumidor por separado y podría contemplarse como una medida de utilidad social. Aunque acontece el problema de una comparación interpersonal de la utilidad dentro de los individuos contemplados en el excedente de los consumidores.

3.2 OBTENCIÓN DE LA DEMANDA A PARTIR DE LA UTILIDAD: WALRAS

Desde el enfoque de Léon Walras, el desarrollo de la función de demanda proviene de la maximización de la función de utilidad bajo una restricción presupuestaria[19]. Walras fue el primero en plantear dicho proceso. Obviamente, el proceso de Marshall también se basaba en esta conducta, pero Walras fue el primero en determinarla explícitamente como un problema de maximización condicionada.

Según Walras, cada sujeto tiene una función de utilidad aditiva del tipo:

$$U = u_1(x_1) + \cdots + u_n(x_n) + v_1(z_1) + \cdots + v_m(z_m)$$

19. Walras (1874)

Donde $u_i(x_i)$ representan las utilidades asignadas a los distintos bienes que el individuo puede adquirir y $v_i(z_i)$ representa la utilidad consecuencia del consumo directo de los factores de producción poseídos por el sujeto. Con esta última premisa, Walras se refiere a que el individuo posee ciertas cantidades fijas de factores de producción y que estos factores pueden consumirse o destinarse a la venta en el mercado. Así, si el individuo posee k_j unidades del factor j y consume del mismo una cantidad z_j, la cantidad destinada a la venta en el mercado será $f_j = k_j - z_j$.

El problema que el individuo debe resolver es la maximización de una función de utilidad de la clase antes mencionada sujeta a una restricción como la que sigue.

$$x_1 p_1 + \cdots + x_n p_n = f_1 q_1 + \cdots + f_m q_m$$

Donde x_i representan los posibles bienes, p_i el precio correspondiente a cada bien, f_j a la cantidad del factor de producción destinado a la venta y q_j al precio de mercado de dicho factor.

Se observa que dicha restricción implica que lo que gastamos en consumir es igual a la renta que obtenemos de vender nuestros factores de producción en el mercado.

Walras dedujo que podía derivar de ese problema una serie de funciones de demanda para cada bien y una serie de funciones de oferta para cada factor despejando x_i o f_j.

Una vez obtenidas todas las demandas y ofertas individuales, procede a la agregación de las mismas para construir las funciones de demanda y oferta del mercado.

El procedimiento de Walras es casi igual al enfoque actual de la teoría de la demanda. La diferencia fundamental entre el enfoque actual y el de Walras es que las funciones de utilidad de Walras siguen siendo aditivas y cardinales, es decir, que sigue siendo susceptible de medición numérica y que se pueden sumar las distintas utilidades.

A continuación se procede a estudiar el siguiente paso en la teoría de la demanda en el cual se abandona el concepto de utilidad cardinal para centrarse en la una interpretación ordinal de la misma.

3.3 LA INTERPRETACIÓN ORDINAL DE LA UTILIDAD

Hasta este punto se había considerado la utilidad como una función cardinal y aditiva, de tal forma que fuese mensurable. Hay que decir que, en la época en que comenzó a plantearse la idea de utilidad mensurable, empezaba a desarrollarse la psicología experimental y que en este ambiente intelectual se pensaba que aunque en ese momento no pudiesen medirse los gustos, nadie aseguraba que no se pudiera en el día de mañana. Entonces, se adoptó un enfoque cardinal. Desde un sentido cardinal estamos atribuyendo significado a la diferencia entre los valores numéricos que adopta la utilidad. Estaríamos ante la posibilidad de asegurar que tal bien gusta justo el doble que este otro, por ejemplo si el primer bien otorga una utilidad al sujeto de cuatro utiles y el otro le otorga una utilidad de dos utiles. No obstante, según ha sido estudiada y según ha ido evolucionando la idea de utilidad, se razonó que el enfoque cardinal no era factible. Por tanto, se empezó a considerar la utilidad desde un enfoque general y ordinal. Con este nuevo enfoque sólo atendemos al signo de la diferencia y no a la magnitud de la misma, consiguiendo únicamente poder asegurar que un bien es preferido a otro o, en su caso, indiferente[20].

Como se mencionó en el apartado anterior, aunque las funciones de utilidad de Edgeworth eran aún estrictamente cardinales, este autor fue el primero en dibujar curvas de indiferencia (curvas cuyos puntos pertenecen a cestas con un mismo índice de utilidad). Ese fue el primer paso que abrió el camino a un nuevo estudio encauzado hacia la teoría que conocemos hoy día con utilidades ordinales.

Edgeworth introdujo el concepto de curva de indiferencia con su clásico ejemplo de Robinson Crusoe y Viernes[21] en el que el primero posee “dinero” y el segundo posee “trabajo”. Ambos obtienen utilidad de consumir ambas mercancías, entonces, con la *caja de Edgeworth* halla una curva de contrato que recoge todas las posibilidades de intercambio. Sin embargo, Edgeworth era consciente de que si existiese un gran número de gente como Robinson y como Viernes, es de esperar que surgiese un mercado competitivo y la duda de si surgiría una situación de equilibrio. Edgeworth sostenía que el equilibrio surgiría de un número infinito de intercambios entre todos los individuos. Décadas más tarde se demostró que, bajo ciertas condiciones, ese tipo de negociaciones generan precios competitivos, esto es que el precio que surge al igualar la oferta y la demanda puede entenderse como el resultado de un número infinito de intercambios.

Gracias a este trabajo de Edgeworth, las curvas de indiferencia (generalizadas) se popularizaron, e Irving Fisher y Vilfredo Pareto continuaron sus pasos usando este tipo de funciones[22]. Además, estos últimos añaden a estas funciones la ordinalidad. Se abandona la idea de la utilidad como algo mensurable, ahora sólo se contempla la posibilidad de establecer una jerarquía de preferencias.

---

20. Zapatero (1987)
21. Edgeworth (1891)
22. Fisher (1892) y Pareto (1896)

4. DESARROLLO ACTUAL

Al igual que Marshall y Walras hicieron anteriormente, el siguiente paso es derivar la función de demanda a través de las funciones de utilidad. Evgeny Slutsky consiguió dar ese paso construyendo funciones de utilidad suficientemente restringidas como para obtener un máximo bajo cualquier restricción presupuestaria[23].

Este apartado se va a centrar en un punto de vista más actual. Por tanto, la utilidad se entenderá como ordinal. Así pues, se va a proceder a estudiar los fundamentos de una función de utilidad con dicho enfoque. Posteriormente, se estudiará la obtención de la función de demanda a raíz de la función de utilidad ordinal, continuando con el problema dual del consumidor y se concluirá con la cuestión de integrabilidad.

4.1 FUNDAMENTOS DE LA FUNCIÓN DE UTILIDAD ORDINAL

Para estudiar este menester, es preciso atender a lo conocido como *axiomática del consumo*, pero antes, hay que entender que todos los bienes que el agente puede adquirir, independientemente de su renta, se contemplan en un conjunto S, el cual es n-dimensional, no vacio, cerrado, su cota inferior es la cesta nula y es convexo, lo que implica la perfecta divisibilidad de las mercancías. La lógica de las relaciones se aplicó por primera vez a la teoría económica a manos de Arrow en *Social Choice and Individual Values*[24].

La axiomática del consumo está divida en dos grupos de axiomas, los de racionalidad y los de regularidad.

Axiomas de racionalidad

- Completitud: Dadas dos cestas cualesquiera del conjunto S, el sujeto siempre ha de ser capaz de compararlas, prefiriendo una de ellas o determinando que ambas son indiferentes.

- Reflexividad: Toda cesta es, al menos, tan preferida a sí misma.

- Transitividad: Si la cesta *A* es, al menos, tan preferida que *B* y *B* es, al menos, tan preferida que *C,* entonces, *A* es, al menos, tan preferida que *C.*

Estos tres axiomas son considerados de *pre-orden completo* y su cumplimiento implica poder efectuar una ordenación de las cestas de S de más a menos preferidas incluyendo la posibilidad de indiferencia entre cestas. En otras palabras, con el cumplimiento de estos axiomas, el agente es capaz de ordenar sus preferencias.

---

23. Slutsky (1915)

24. Arrow (1963)

Axiomas de regularidad

- Continuidad: El sujeto ha de ser capaz de encontrar una compensación exacta en términos de otros bienes ante un cambio en la cesta, el cual afecta a su satisfacción.

- Deseabilidad: Siempre es posible encontrar otra cesta de bienes alternativa que proporcione al sujeto un mayor nivel de utilidad.

- Convexidad: Los agentes aprecian más las cestas promediadas de bienes que las cestas que se basan en una mayor cantidad de un mismo bien.

Atendiendo al teorema de Debreu[25], que dice que si el orden de preferencias es completo, transitivo y continuo, existe una función de utilidad ordinal y continua que representa ese orden de preferencias, es posible deducir y demostrar que, con el cumplimiento de los axiomas anteriores, se puede encontrar una función de utilidad continua que preserve el orden de preferencias.

El siguiente paso es obtener la función de demanda a raíz de la función de utilidad.

4.2 OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE DEMANDA

La obtención de la función de demanda se basa en un problema de maximización de la utilidad del sujeto condicionada o sujeta a un conjunto presupuestario determinado por una restricción presupuestaria, el cual determinará la cantidad de bienes que puede adquirir en función de la renta y los precios establecidos.

$$CP(P,m): \quad \begin{cases} m \geq \sum_i x_i p_i = P \cdot X \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Donde m es la renta, x_i los distintos bienes y p_i el precio correspondiente a cada bien.

Una vez establecido el conjunto presupuestario y la restricción presupuestaria, se considera el siguiente problema del consumidor:

$$\begin{cases} max \quad u(X) \\ s.a\colon \; X \in CP(P,m) \end{cases} \rightarrow \quad Esto\ es: \quad \rightarrow \quad \begin{cases} max \quad u(X) \\ s.a\colon \quad X \geq 0 \\ \qquad\quad m \geq P \cdot X \end{cases}$$

25. Debreu (1959)

Donde X es el vector que recoge todos los bienes, $u(X)$ es la función de utilidad del sujeto, $CP(P, m)$ es el conjunto presupuestario, m es la renta del individuo y P es el vector que recoge todos los precios de todos los bienes correspondientes al vector X.

Para resolver este problema de optimización, se replantearía como un problema de maximización tipo Lagrange con una restricción de no negatividad, donde se maximiza la función auxiliar lagrangiana $\mathcal{L}(X, \lambda)$ donde λ es el multiplicador de Lagrange, cuyas condiciones necesarias serían las de Kuhn-Tucker.

$$\begin{cases} max\ \mathcal{L}(X, \lambda) = u(X) + \lambda(m - P \cdot X) \\ \qquad s.a: \qquad X \geq 0 \end{cases}$$

Resolviendo este problema se llega a un sistema completo de ecuaciones de demanda ordinarias, no compensadas o marshallianas.

$$\begin{pmatrix} x_1^* \\ \vdots \\ x_n^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(p_1, p_2, \cdots, p_n, m) \\ \vdots \\ x_n(p_1, p_2, \cdots, p_n, m) \end{pmatrix}$$

Donde x_i^* es la cantidad óptima del bien en cuestión y $x_i(\cdot)$ es la función de demanda correspondiente a cada bien.

Este tipo de demandas son continuas en (P, m) por el Teorema del Máximo. Además, también son homogéneas de grado cero en (P, m) y se cumple la ley de Walras que dice que, en el óptimo, la restricción presupuestaria siempre se cumple con igualdad estricta.

4.3 PROBLEMA DUAL DEL CONSUMIDOR

Ya se ha resuelto el problema del consumidor y se ha obtenido un sistema completo de demandas ordinarias. Ahora se va a considerar el mismo problema pero desde un punto de vista alternativo. Vamos a "darle la vuelta" al problema, y en lugar de maximizar la utilidad sujeta a un gasto determinado, vamos a minimizar el gasto necesario para llegar a un nivel de utilidad deseado. En otras palabras, vamos a considerar el problema dual del consumidor y así obtener la cesta de bienes que nos permite minimizar el gasto asociado a alcanzar un nivel de utilidad prefijado. Hay que citar que, obviamente, en este problema la renta no tiene cabida.

La formulación de este problema es:

$$\begin{cases} \qquad min\ P \cdot X \\ s.a \quad u(X) \geq u^0 \\ \qquad X \geq 0 \end{cases}$$

Donde $P \cdot X$ es el gasto que realiza el sujeto y u^0 es el nivel de utilidad que se quiere alcanzar.

Antes, la restricción era que la renta del individuo tenía que ser igual al gasto $P \cdot X$. Ahora, se trata de minimizar ese gasto restringido a obtener una utilidad concreta.

Gráficamente se pueden apreciar las diferencias y las resoluciones de los problemas del consumidor y su dual en la figura 4.1.

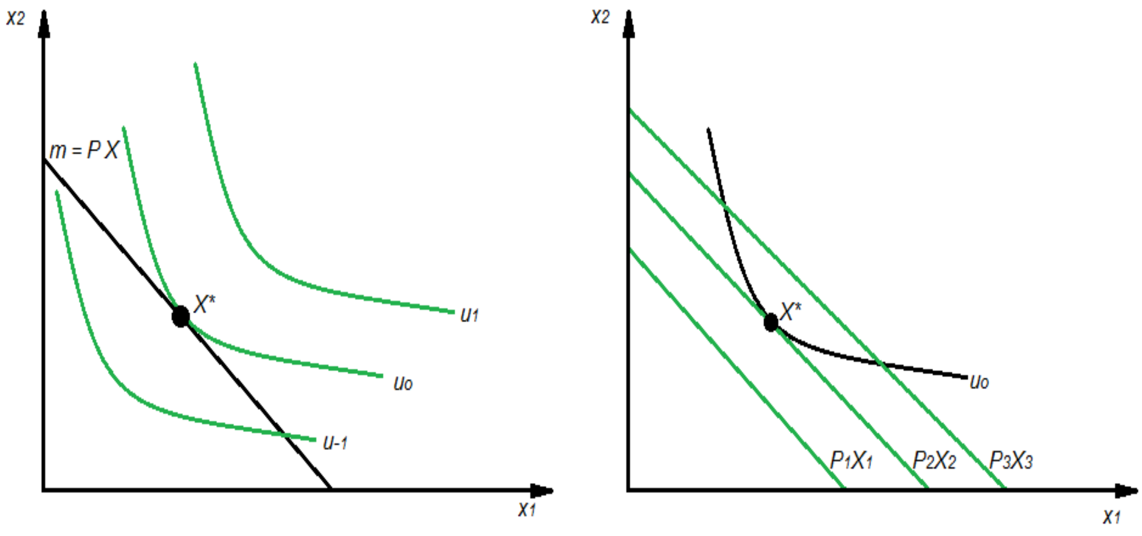
En dicha figura, a la izquierda se muestra el problema del consumidor, donde, dada una restricción presupuestaria $m = P \cdot X$, se maximiza el nivel de utilidad u_i obteniendo una cesta óptima X^*. Por el contrario, a la derecha se representa el problema dual, en el que, teniendo fijado un nivel de utilidad u_0 que se desea alcanzar, se minimiza el gasto representado por las isogasto $P_i X_i$, de tal forma que se obtiene una cesta óptima X^* con el menor gasto posible alcanzando el nivel de utilidad deseado u_0.

Analíticamente se procede de la misma manera que el problema del consumidor. Se replantea el problema como un problema de minimización tipo Lagrange, donde se minimiza la función auxiliar lagrangiana $\mathcal{L}(X, \mu)$ donde μ es el multiplicador de Lagrange cuyas condiciones necesarias son las de Kuhn-Tucker.

$$\begin{cases} min\ \mathcal{L}(X, \mu) = u(X) + \ \mu(m - P \cdot X) \\ \qquad s.a: \qquad X \ \geq \ 0 \end{cases}$$

Resolviendo este problema dual, se obtiene un sistema completo de ecuaciones de demandas hicksianas o compensadas.

Figura 4.1. Problema del consumidor y problema dual



Fuente: Elaboración propia

$$X^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ \vdots \\ x_n^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1(p_1, p_2, \cdots, p_n, u^0) \\ \vdots \\ h_n(p_1, p_2, \cdots, p_n, u^0) \end{pmatrix}$$

Donde x_i^* es la cantidad óptima del bien en cuestión y $h_i(\cdot)$ es la función de demanda correspondiente a cada bien.

Asociada a dicho sistema de ecuaciones, existe la llamada *función de gasto*, la cual es la función de valor mínimo que se obtiene sustituyendo la solución del problema dual (el vector de demandas compensadas) en la función objetivo del mismo.

$$\begin{cases} \quad min\, P \cdot X \\ s.a \quad u(X) \geq u^0 \\ \quad X \geq 0 \end{cases} \rightarrow \; e^* = P \cdot X^* \equiv e(P, u^0)$$

Donde e^* es la función de gasto asociada al sistema de ecuaciones, que depende de P y u^0, y X^* es el vector de demandas compensadas.

La función de gasto es continua en (P, u^0) como estipula el teorema del máximo. También es homogénea de grado uno en P. Es estrictamente creciente en u^0 y cóncava en P. Además, el *lema de Shephard* permite obtener las demandas hicksianas a partir de la función de gasto, esto es: la derivada parcial de la función de gasto con respecto al precio de un bien es igual a la demanda hicksiana de ese bien.

Estas funciones hicksianas son continuas en (P, u^0) como estipula el teorema del máximo. También son homogéneas de grado cero en P y la matriz de Slutsky asociada es semidefinida negativa y simétrica.

$$S \equiv \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix} \; donde: \begin{cases} h_{kl} = \dfrac{\partial h_k(P, u^0)}{\partial p_l} \equiv \dfrac{\partial^2 e(P, u^0)}{\partial p_k \partial p_l} \\ \qquad \forall k, l = 1,2, \dots, n \end{cases}$$

Dado que se trata de la matriz Hessiana de la función de gasto y ésta es cóncava en P, una implicación es que los elementos de la diagonal principal son negativos o nulos. Esto es lo mismo que decir que su efecto sustitución es no positivo, con lo que la demanda hicksiana nunca podrá ser creciente.

$$h_{kk} = \frac{\partial h_k(P, u^0)}{\partial p_k} \leq 0$$

Además, al ser simétrica, los efectos cruzados también lo son, es decir, el desplazamiento de la demanda hicksiana del bien k al variar el precio del bien l es idéntico al que experimenta la demanda hicksiana del bien l al variar el precio del bien k.

$$h_{kl} \equiv \frac{\partial h_k(P,u^0)}{\partial p_l} = \frac{\partial^2 e(P,u^0)}{\partial p_k \partial p_l} = \frac{\partial^2 e(P,u^0)}{\partial p_l \partial p_k} \equiv h_{lk}$$

$$k \neq l$$

Con la función de gasto se obtiene información sobre el mínimo gasto necesario a realizar por el individuo para conseguir, al menos, el nivel de utilidad deseado dados unos precios P.

4.4 EL PROBLEMA DEL CONSUMO DESDE UN PUNTO DE VISTA GRÁFICO

Muchos autores han explicado sus teorías, ideas, etc. desde un punto de vista meramente gráfico en numerosas ocasiones y han sido comprendidas perfectamente. Pero, ahora que ha sido explicado el problema del consumo desde un punto de vista matemático, será aún más sencillo entender el problema del consumo desde un punto de vista gráfico.

Como se vio anteriormente con Marshall, los efectos de los cambios de la renta o de los precios de otros bienes influyen activamente en la demanda del individuo del bien en cuestión. Marshall los expresaba de forma implícita en algunos de sus parámetros obteniendo demandas compensadas. No obstante, Slutsky consiguió descomponer tales efectos en lo que se conoce como *efecto sustitución y efecto renta.*

Estos efectos como tales empezaron con Slutsky y luego fueron refinados por John Hicks y William Allen.

Se recuerda que, cuando el precio de un bien alternativo varía, la repercusión relativa en la renta hace al individuo más o menos rico según el precio baje o suba. Por tanto, puede decirse que la renta real del sujeto cambia. Así pues, el efecto sustitución recoge el efecto del cambio de los precios de los otros bienes sobre la demanda del bien considerado y el efecto renta contempla el efecto del cambio de la renta real del individuo sobre la demanda del bien en cuestión.

Para poder aislar el efecto de las variaciones de los precios alternativos hay que mantener la renta real constante. Esto último, para Slutsky, significaba que, por ejemplo, cuando un precio sube, la renta debe subir (ficticiamente) lo justo para que el sujeto pueda seguir adquiriendo los mismos bienes que antes sin que le sobre renta. Lo cual se ilustra en la figura 4.2.

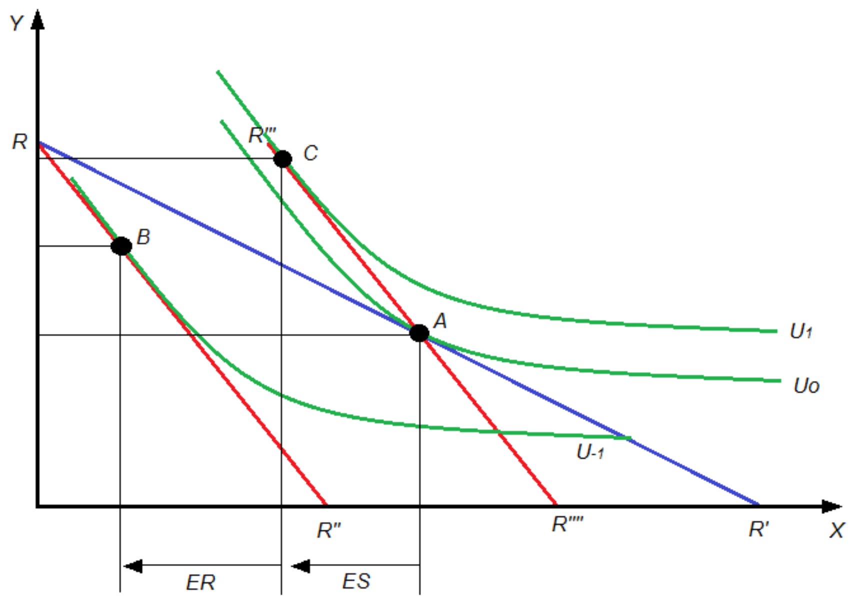
Se parte de una situación inicial donde se tiene la función de utilidad *Uo*, la restricción presupuestaria *RR'* y el punto *A* donde el individuo maximiza su utilidad con esa combinación de bienes *X* e *Y*. Se supone que el precio de *X* sube. Por tanto, la demanda del bien *X* disminuirá. Así que pasa a tener una nueva restricción presupuestaria *RR''*. Con esta nueva situación, al no poder optar a la cesta de bienes de la situación inicial por "*ser más pobre*" tendrá que buscar maximizar su función de utilidad más alejada posible del origen. Así, obtenemos el punto *B.* Ahora aumenta su renta de forma ficticia para que pueda obtener la misma cantidad de bienes a los que podía optar inicialmente, pasando a tener una restricción presupuestaria tal que pase por el punto *A* como es la recta *R'''R''''*. Con esta nueva renta, el sujeto podría adquirir la cesta del punto *A* pero en esta nueva situación, le reporta mayor utilidad un nueva combinación de bienes *C.*

Así pues, la distancia entre *A* y *B* es el efecto total del aumento del precio, el cual se puede desagregar en el efecto renta y el efecto sustitución. Para hallar el efecto sustitución se aísla el efecto renta. Para ello se dota ficticiamente al individuo de la renta necesaria para que obtenga la misma cesta inicial. Obtenido el efecto sustitución podemos obtener el efecto renta.

Posteriormente, Hicks y Allen introdujeron una noción más intuitiva y susceptible de manipulación teórica[26]. Básicamente, el planteamiento es similar al de Slutsky salvo porque al aumentar (o disminuir según el supuesto) la renta ficticiamente no buscan que adquiera la misma cesta de bienes que al principio, sino el mismo nivel de utilidad que tenía inicialmente.

En la figura 4.3 se representa la misma situación estudiada con Slutsky pero desde el enfoque de Hicks y Allen.

Figura 4.2. Efecto renta y efecto sustitución según Slutsky



Fuente: Elaboración propia

26. Pindyck y Rubinfeld (2009)

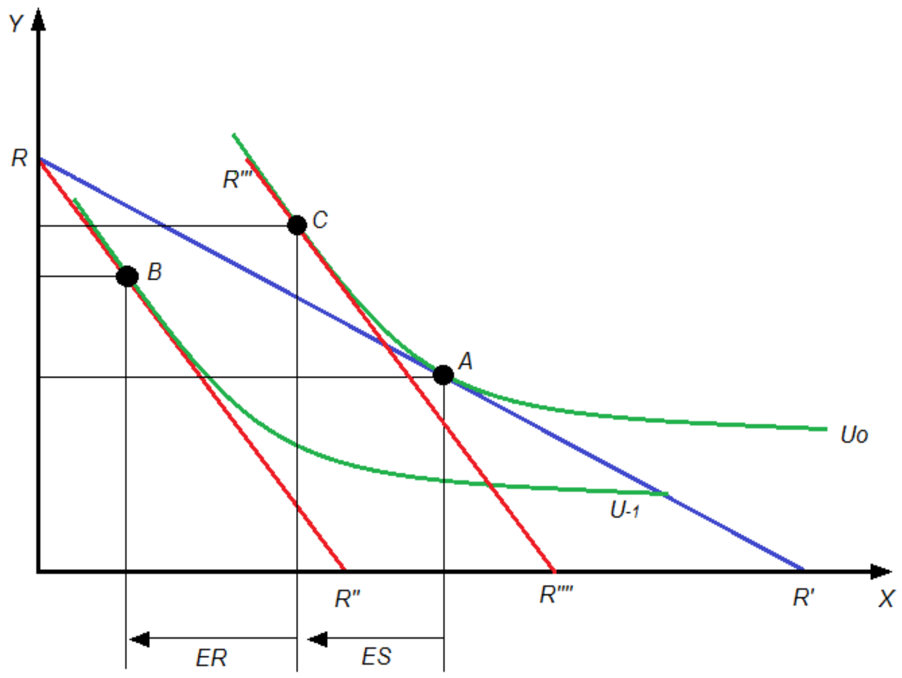
Habría que añadir que Hicks y Allen solamente describieron verbalmente el tipo de compensación para mantener la renta real constante que usan en su estudio. Fue Paul Samuelson el primero que identificó los efectos sustitución desde el punto de vista de Hicks y Allen con las derivadas de la función de demanda compensada (marshalliana) y el primero en derivarlas matemáticamente[27].

Es conocido que en la función de demanda convencional se recogen los efectos sustitución y los efectos renta. La demanda compensada de un bien x es aquella curva de demanda en la que se han eliminado dichos efectos. Gráficamente se obtendría de la siguiente manera.

Se supone una situación similar a la propuesta en la figura 4.3. Se va a tener en cuenta el bien x. En el gráfico 4.3 se aprecian los efectos renta y sustitución en la demanda del bien x ante un aumento de su precio.

Continuando desde ahí, para obtener la demanda compensada del bien x hay que representar la demanda ordinaria del bien x gracias a la información obtenida en el gráfico inicial (gráfico 4.3). Para estimar la demanda compensada de dicho bien se procede a relacionar el precio con la variación de la cantidad atribuible al efecto sustitución. Esta situación se representa en el gráfico 4.4.

Figura 4.3. Efecto renta y efecto sustitución según Hicks y Allen



Fuente: Elaboración propia

27. Samuelson (1948)

4.5 LA CUESTIÓN DE LA "INTEGRABILIDAD" DE LAS PREFERENCIAS

Ya se ha estudiado tanto el problema primal del consumidor como su problema dual. Ahora, si consideramos unas ciertas condiciones de equivalencia, se aprecia una correlación entre las soluciones de ambos problemas.

En concreto, si resolviendo el problema dual, determinamos que la utilidad a conseguir es la utilidad óptima, entonces, la demanda hicksiana asociada al problema dual es equivalente a la demanda marshalliana asociada al problema primal y la función de gasto asociada al sistema de demandas hicksianas es equivalente a la renta del individuo.

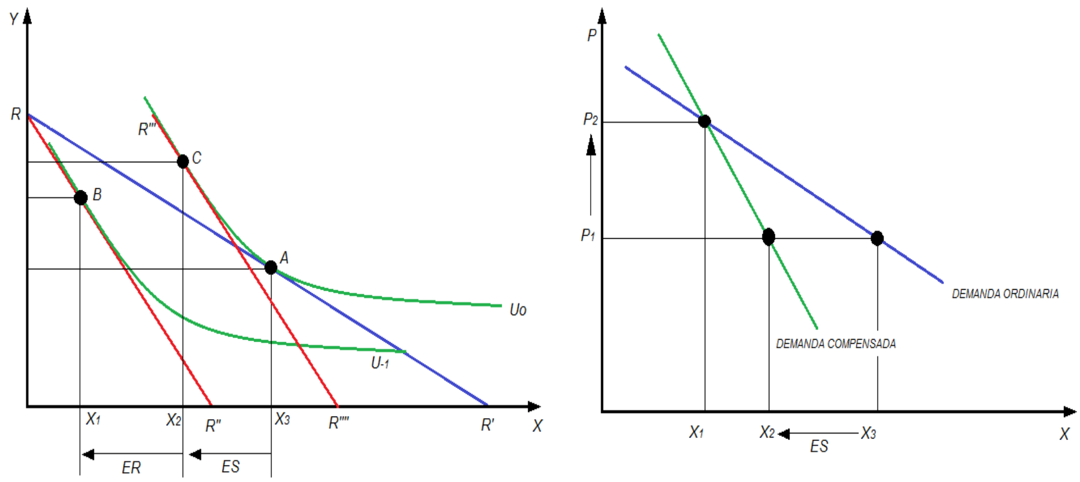
Si por el contrario se resuelve el problema primal y determinamos que la renta del individuo es igual a la función de gasto óptima, la demanda marshalliana será equivalente a la hicksiana y la utilidad óptima alcanzada será la fijada en el problema dual.

De acuerdo con esto, si se resuelve un determinado problema de consumo es posible obtener las funciones del problema primal a partir de los resultados del problema dual y viceversa según ciertas relaciones de equivalencia.

Teniendo esto en cuenta, se continúa recapitulando las propiedades de los sistemas completos de demanda tanto hicksianas como marshallianas.

Estos sistemas completos son homogéneos de grado cero. En el caso de un sistema completo de demandas marshallianas en (P, m) y en el caso de un sistema completo de demandas hicksianas en P.

Figura 4.4. Estimación de la demanda compensada del bien x.



Fuente: Elaboración propia

Según la Ley de Walras, en el óptimo primal, la restricción presupuestaria se satura y, unido a la equivalencia antes mencionada entre demandas marshallianas y hicksianas, la renta es igual al gasto.

Referente a la matriz de Slutsky, esta es simétrica y semidefinida negativa. Este último es un resultado inmediato, pues la matriz de Slutsky es la matriz Hessiana de la función de gasto, la cual es cóncava.

Hasta ahora, se ha visto cómo a partir de una función de utilidad bien comportada (continua, monótona estrictamente creciente y estrictamente cuasicóncava) es posible derivar un sistema completo de ecuaciones de demanda con determinadas propiedades (simetría, negatividad, cumplimiento de la Ley de Walras). Dependiendo de si resolvíamos el problema dual o el primal, obteníamos demandas hicksianas o marshallianas, pero en condiciones de equivalencia, ambas coincidían.

La cuestión que surge ahora es la denominada "*cuestión de la integrabilidad de las preferencias*":

Si disponemos de un sistema de demandas marshallianas (observable) ¿Bajo qué condiciones es posible integrar las preferencias de las que surgieron las demandas a través de un proceso de optimización?

El primero en abordar esta cuestión fue Giovanni Antonelli de la escuela de Lausanne[28].

La cuestión tiene importancia tanto en la teoría como en la práctica, pues en la praxis es importante saber cuándo un sistema de demandas estimado es tal que podría proceder de un problema de optimización racional.

El teorema de integrabilidad de las preferencias dice que si el sistema de ecuaciones de demanda marshallianas cumple la ley de Walras, así como las propiedades de simetría y de negatividad, entonces es posible recuperar a partir de dicho sistema una función de utilidad directa bien comportada que refleja las preferencias de las que podrían haberse obtenido dichas demandas a través de un proceso de optimización.

Para intentar abordar las condiciones bajo las que debe estar un sistema completo de ecuaciones para que sea susceptible del teorema de integrabilidad de las preferencias, se supone un sistema de ecuaciones obtenido mediante estimaciones econométricas.

$$\begin{cases} x_1^* = x_1(P,m) \\ \quad\vdots \\ x_n^* = x_n(P,m) \end{cases} \quad \leftrightarrow \quad X^* = X(P,m)$$

Lo primero que tiene que cumplir el sistema es agotar el total de la renta del sujeto, es decir, saturar la restricción presupuestaria, ya que nos situamos en el

28. Mas-Colell et al (1995)

óptimo (Ley de Walras). Además, con las condiciones de equivalencia, la renta m es igual al gasto e.

El siguiente paso es integrar la función de gasto, para ello se plantea el siguiente sistema de ecuaciones de demanda en derivadas parciales.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial e(P,u^0)}{\partial p_1} = x_1(P, e(P,u^0)) \\ \quad\vdots \\ \dfrac{\partial e(P,u^0)}{\partial p_n} = x_n(P, e(P,u^0)) \end{cases} \quad \leftrightarrow \quad \nabla_P\, e(P,u^0) = X(P, e(P,u^0))$$

En este sistema, la incógnita es la presunta función de gasto $e(P,u^0)$. Los términos de la derecha, es decir, las demandas marshallianas son conocidas. Con las condiciones de equivalencia, al ser el gasto el mismo que la renta, podemos transformas las demandas marshallianas en hicksianas, y como dice el Lema de Shephard, la derivada parcial de la función de gasto respecto al precio es la demanda hicksiana. Así, tenemos un sistema completo de demanda en derivadas parciales de donde podremos hallar la función de gasto. En la práctica, resolver este sistema suele ser complicado, pero el teorema de Frobenius ofrece una condición necesaria y suficiente para la existencia de solución en un sistema de estas características. Dicha condición exige que la matriz Jacobiana de las funciones $\nabla_P\ \frac{\partial e(P,u^0)}{\partial p_i}$, es decir, la matriz de segundas derivadas de la función $e(P,u^0)$ sea simétrica. El término general de esta matriz lo obtenemos derivando en ambas partes del anterior sistema de ecuaciones.

$$\frac{\partial^2 e(P,u^0)}{\partial p_k \partial p_l} = \frac{\partial x_k(P,m)}{\partial p_l} + x_l \cdot \frac{\partial x_k(P,m)}{\partial m}$$

La parte derecha de esta ecuación es el término general de la matriz de Slutsky. Luego, para que el sistema de ecuaciones de demanda en derivadas parciales tenga solución, independientemente de que se pueda calcular o no, debe cumplirse que la matriz de Slutsky sea simétrica, es decir, que se cumpla la propiedad simetría que se menciona anteriormente.

Ahora, si la matriz de Slutsky es simétrica (condición fundamental de integrabilidad) se sabe que es posible integrar la función $e(P,u^0)$ a partir del sistema de demandas marshallianas inicialmente estimado. Pero nada nos asegura que sea una auténtica función de gasto, pero lo será si cumple todas sus propiedades.

Precisamente, el teorema de Frobenius garantiza que si esa función de gasto existe es continua (en caso contrario no se habría podido derivar el sistema), homogénea de grado uno en el vector de precios, creciente en u^0 y no decreciente en precios. No obstante, no garantiza la concavidad en P, fundamental para ser una verdadera función de gasto. Esta exigencia de concavidad puede comprobarse, de nuevo, a través de la matriz de Slutsky, la cual hemos obtenido anteriormente. Si esta es semidefinida negativa, es decir, cumple la condición de negatividad, la función de gasto será cóncava.

Una vez se dispone de la auténtica función de gasto $e(P, u^0)$ puede obtenerse la función indirecta de utilidad mediante dualidad, determinando el nivel de utilidad deseado como el nivel de utilidad óptimo $u^0 = u^*$ e igualando el gasto y la renta.

Por último, para obtener la función directa de utilidad $u = u(x)$, minimizamos la función indirecta de utilidad $u^* = v(P, m)$ respecto a los precios y la renta.

$$\begin{cases} u(x) = \min v(P, m) \\ s.a : m \geq P \cdot X \end{cases}$$

Recapitulando, para que a partir de un sistema completo de ecuaciones de demanda marshallianas (conocido y obtenido a priori mediante un proceso de optimización o estimaciones econométricas) sea posible integrar la función de utilidad de la que, supuestamente, se derivó dicho sistema de ecuaciones de demanda debe cumplir la Ley de Walras, su matriz de Slutsky debe ser simétrica, semidefinida negativa y el sistema debe cumplir las condiciones de equivalencia. Cumpliéndose estas condiciones podemos recuperar la función de utilidad que refleja las preferencias reales de los individuos.

4.6 LA ESTIMACIÓN DE UN SISTEMA COMPLETO DE ECUACIONES DE DEMANDA EN LA PRÁCTICA

De forma empírica, para estimar un sistema completo de demandas se ha de elegir una función de utilidad de referencia apropiada. Esto es seleccionar una función de utilidad teórica en la que fundamentar las preferencias de la población que vamos a tratar en el estudio.

Este paso es muy importante, pues debe optarse por una adecuada combinación entre sencillez y rigidez de la función. Cuanto más sencillas de manejar, más rígidas, es decir, más condicionan los resultados.

Por ejemplo, las funciones Cobb-Douglas están totalmente contraindicadas para este menester. Son muy sencillas de manejar, pero su rigidez es tal que predetermina todas las elasticidades de las demandas.

$$\varepsilon_{kk} = -1 \qquad \varepsilon_{kl} = 0, \forall k \neq l \qquad \varepsilon_{km} = 1$$

Donde ε_{kk} representa las elasticidades precio propias, ε_{kl} las cruzadas y ε_{km} la elasticidad renta.

Otros tipos de función de utilidad más recomendados son el LES y el TRANSLOG.

El LES (Sistema Lineal de Gasto) es la forma log-lineal de funciones Stone-Geary.

$$u(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \ln(x_i - \gamma_i) \qquad con: \begin{cases} \alpha_i \\ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1 \\ (x_i - \gamma_i) > 0 \end{cases}$$

Su manejo es sencillo, tanto teórica como econométricamente y no predetermina drásticamente los resultados.

El tipo TRANSLOG o Familia Transcendental Logarítmica surge de un desarrollo de Taylor de segundo orden y posee una forma funcional más compleja y complicada en su manejo econométrico (genera sistemas no lineales), sin embargo, es muy flexible y apenas condiciona los resultados.

$$-\ln u(x) = \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} \ln x_i \ln x_j \qquad con:\ \alpha_0, \alpha_i, \beta_{ij}, \in \boldsymbol{\mathcal{R}}$$

Una variante de este tipo muy usada en estudios recientes es: *The Almost Ideal Demand System (AIDS)* que en su traducción viene a decir *El Sistema de Demanda Casi Ideal*. Precisamente, el escocés Angus Deaton ha obtenido el premio nobel en 2015 de economía por su trabajo en relación a este tema.

Una vez elegida la función de utilidad teórica para fundamentar las preferencias del individuo, se procede a elaborar un sistema completo de ecuaciones. Dado que la decisión de consumo de todos los bienes se adopta de forma simultánea, las demandas deberán ser estimadas simultáneamente también formando un sistema completo, es decir, que recoja todas las fuentes de gasto del consumidor.

El sistema podrá ser planteado en forma de cantidades:

$$\begin{cases} x_1^* = x_1\ (P, m) \\ \qquad \vdots \\ x_n^* = x_n\ (P, m) \end{cases}$$

O más frecuentemente, en forma de proporciones de gasto.

$$\begin{cases} S_1^* = S_1\ (P,m) \\ \qquad \vdots \\ S_n^* = S_n\ (P,m) \end{cases} \quad donde: \begin{cases} S_k^* \equiv \dfrac{p_k x_k^*}{m}, \forall k \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} S_i^* = 1 \end{cases}$$

Es muy importante elegir un correcto nivel de agregación de las partidas de bienes, pues cuantas más partidas tengamos en cuenta más precisión tendrán las interrelaciones en el consumo (pudiendo establecer sustituibilidad entre los bienes), aunque aumenta la dificultad computacional en la estimación.

Para llevar a cabo la estimación es preciso obtener una adecuada fuente de microdatos, es decir, individualizados, en la que se detallen los gastos realizados en todas las partidas de bienes que contemple el consumo, así como los ingresos individuales y los precios de los bienes adquiridos.

Habitualmente, se cuenta con un amplio corte transversal de individuos en un cierto momento del tiempo. Este estudio se repite a lo largo del tiempo para poder obtener un panel de datos, como son las encuestas continuas de presupuestos familiares, que posibilite la estimación más precisa posible, aunque, cuantos más individuos y más datos se tengan, la estimación será más compleja.

Una vez tenemos la función de utilidad, el sistema completo y la muestra de datos, el siguiente paso es la especificación econométrica.

La especificación econométrica de un sistema completo en proporción de gasto tendría la forma:

$$\begin{cases} S_{1j}^* = S_{1j}\left(P_j, m_j, \Phi_1\right) + v_{1j} \\ \qquad \vdots \\ S_{nj}^* = S_{nj}\left(P_j, m_j, \Phi_n\right) + v_{nj} \end{cases}$$

Donde el subíndice j hace referencia al consumidor $j - ésimo$ de nuestra muestra, los vectores Φ_k, $k = 1, \dots, n$, representan los parámetros propios de la especificación funcional que serán objeto de estimación y el término v_{kj} reflejan las perturbaciones aleatorias propias de las estimaciones econométricas.

Como este sistema está representado en forma de proporciones de gasto, para que sea completo, debe cumplirse que $\sum_{i=1}^{n} S_{ij}^* = 1$.

Ahora, el proceso práctico para obtener el sistema es el siguiente.

Una vez elegida la función de utilidad teórica se puede derivar mediante optimización la forma funcional exacta de cada proporción de gasto $S_{kj}\left(P_j, m_j, \Phi_k\right)$ y, por tanto, los parámetros Φ_k que se deben estimar.

A continuación, se toman datos muestrales para los precios P_j, la renta m_j y la proporción del gasto S^*_{kj}.

Para estimar el sistema suele ser adecuado usar el método S.U.R.E (Sistema de Ecuaciones Aparentemente Incorrelacionados). Este método es aplicable ya que:

- Todos los regresores de la estimación son variables predeterminadas, lo que permite que las perturbaciones aleatorias cumplan las hipótesis clásicas:
  $E(v_{kj}) = 0;\ E(v_{kj})^2 = \sigma^2_{kk}, \forall j;\quad E(v_{kj}v'_{kj}) = \sigma^2_{kk}I \rightarrow Homocedasticidad$

- Se admite correlación entre las perturbaciones aleatorias de cada par de ecuaciones de demanda de cada individuo de la muestra, pero las demandas concretas de los diferentes sujetos han de ser independientes.

Entre los posibles resultados de la estimación se pueden encontrar los siguientes: obtener los estimadores de los parámetros a estimar, comprobar las propiedades de las preferencias que no quedan garantizadas por la especificación teórica, tales como la integrabilidad. También se obtienen las elasticidades de las demandas y con ellas se pueden analizar las pautas de consumo, y también desarrollar herramientas útiles como escalas de equivalencia o lo conocido como el verdadero índice del coste de la vida (lo que verdaderamente han de variar los consumidores su gasto ante cambios de precios para mantener su nivel de satisfacción), etc...

5. CONCLUSIONES

A lo largo de este paseo por la idea de utilidad hemos tenido la oportunidad de reflexionar sobre sus orígenes enraizados con la idea filosófica del utilitarismo, su desarrollo formal tanto en el marco de la elección con incertidumbre como en un marco cierto y, centrándonos en este último, mediante el estudio de los pensamientos de la escuela clásica y neoclásica hasta llegar a su tratamiento actual.

Elementos tan comunes para los economistas como la demanda, el excedente del consumidor y los consumidores, etc. han sido desarrollados por gran variedad de pensadores, economistas y otros expertos en otras lides a raíz de las preferencias de los agentes modeladas mediante funciones de utilidad, y guiándose por la idea de cómo esas preferencias impulsan al individuo a comportarse de una manera u otra. Pues no olvidemos que las demandas no dejan de ser el reflejo de esas preferencias y el comportamiento de los sujetos que se ve recogido en las mismas.

Dichas preferencias y comportamientos se rigen por la búsqueda de la felicidad, es decir, una maximización del placer, tal y como propone el utilitarismo, concepto muy relacionado con las figuras de Jeremy Bentham, James Mill y John Stuart Mill. Esa correlación entre felicidad y decisión hizo que la teoría de la utilidad pasara a formar parte fundamental del cuerpo de la teoría económica, pues esta funciona, evoluciona y cambia a raíz de las decisiones que toman todos los agentes que la conforman en base a unas preferencias propias, en busca de esa felicidad.

Posiblemente, la primera plasmación formal de una función de utilidad se produjo de la mano de Daniel Bernoulli durante la primera mitad del siglo XVIII y asociada a la idea de elección en condiciones inciertas. Dicha aportación se produjo como parte de su respuesta a la que posteriormente pasaría a la historia como "*Paradoja de San Petersburgo",* intentando salvar la inconsistencia de que un *juego* por el que cualquier persona racional pagaría una cantidad ínfima de dinero presentara un valor esperado infinito. Daniel Bernoulli propuso que el juego debería valorarse dependiendo de la satisfacción que le reporte al agente participar en el mismo, dicho en otras palabras, en lugar de mediante su valor esperado habría que usar la utilidad esperada. Ese fue el origen histórico de la actualmente denominada *teoría de la utilidad esperada,* pieza fundamental para la valoración de las elecciones en condiciones de riesgo e incertidumbre. Debemos apuntar que, con el tiempo, esta teoría se ha ido depurando en alternativas más consistentes con las observaciones empíricas siendo una de las versiones más perfeccionadas la denominada *"Prospect theory".*

Curiosamente, la idea de incertidumbre se dejó de lado en la mayoría de las aportaciones de las escuelas clásica y neoclásica sobre el concepto de utilidad. En la escuela clásica se concebía la utilidad como una propiedad objetiva de las cosas, punto de vista que dio origen a famosas paradojas como la del agua y los diamantes planteada por Amad Smith. Estas paradojas solamente se abordaron de forma adecuada al plantearse el concepto de utilidad como una percepción subjetiva de las propias personas.

Uno de los primeros autores en adoptar este punto de vista fue el ingeniero civil francés Jules Dupuit. Este autor, a lo largo de varios trabajos que vieron la luz a mediados del siglo XIX, desarrolló novedosas ideas sobre la valoración de la utilidad y el (después llamado) excedente de los consumidores e incluso fue precursor en la elaboración de la curva de demanda.

Por la misma época, Hermann Heinrich Gossen (gran precursor de la escuela neoclásica) planteó el funcionamiento de la Economía a partir de las decisiones optimizadoras de los individuos y postuló lo que se conocen como Leyes de Gossen: utilidad marginal decreciente y *principio de equimarginalidad.*

La llegada de la escuela neoclásica de pensamiento económico incorporó a la teoría clásica de los precios el elemento subjetivo que supone el principio de maximización de la utilidad individual. Entre los primeros autores de esta época, William Stanley Jevons llegó incluso a prescindir de los costes de producción (único elemento considerado por los clásicos) como determinante de los precios. Las ideas de Jevons se sofisticaron en la versión del intercambio aportada por Francis Y. Edgeworth mediante la conocida herramienta de *la caja* que lleva su nombre y la idea de *curva de contrato*

Carl Menger propuso de forma expresa que el valor de los bienes es enteramente subjetivo y depende de la necesidad que tenga de obtener dichos bienes para una posterior satisfacción de diversas necesidades. Hasta entonces, la utilidad había sido tomada como una magnitud mensurable (cardinal), siendo Menger el primero en construir una teoría del valor basada en una utilidad no mensurable (ordinal) apuntando así un nuevo enfoque.

Todos los estudios hasta ahora referidos dieron pie a que economistas como Alfred Marshall o Léon Walras desarrollaran *la teoría de la demanda,* uno de los pilares maestros de la economía moderna. Desde el enfoque de Walras, la función de demanda provenía de un problema de maximización, donde la función objetivo es la utilidad del sujeto condicionada a una restricción presupuestaria. Aunque Marshall también se basase en un procedimiento similar, Walras fue el primero en determinar explícitamente este proceso como un problema de maximización. Aún así, la utilidad que utilizaba era cardinal, pero aunando la utilidad de Menger con el proceso de Walras, se dio el primer paso a la teoría de la demanda actual.

La teoría de la demanda estudiada en la actual teoría microeconómica se fundamenta en una interpretación ordinal y generalizada de las funciones de utilidad y su desarrollo se asocia a nombres tan importantes como los de Eugen Slutsky, John Hicks, Roy G. D. Allen o Paul Samuelson. Dicha teoría conforma un cuerpo sólido que permite derivar las funciones de demanda mediante un aparato matemático formalizado.

Un tema de gran interés (ya apuntado por el siglo XIX por el poco conocido economista italiano Giovanni Battista Antonelli) es la denominada *cuestión de integrabilidad de las preferencias.* Las funciones de demanda pueden ser estimadas por procedimientos econométricos pero ¿es posible recuperar (integrar) las preferencias que originaron esas demandas? La solución formal a esta pregunta no se obtuvo hasta principios de la década de los setenta del siglo pasado y con ella se pudo cerrar de forma compacta la moderna teoría de la utilidad y demanda.

A lo largo de las últimas décadas, la disponibilidad de abundantes fuentes de microdatos y de sistemas informáticos capaces de tratarlos ha permitido un importante desarrollo de las técnicas empíricas de estimación de los sistemas de ecuaciones de demanda. Dichas estimaciones han permitido conocer no solamente las pautas concretas de demanda de determinados colectivos sino incluso la elaboración de interesantes herramientas como son los Verdaderos Índices del Coste de la Vida o las Escalas de Equivalencia, todas ellas de inmediata aplicación para la Política Económica.

El tema continúa teniendo perfecta validez en la actualidad. Un claro ejemplo es el trabajo de Angus Deaton, último ganador del premio Nobel de Economía. Con Deaton, el análisis de los datos individuales de ingresos y consumo resulta “clave” para entender muchos de los fenómenos no solo micro sino, incluso, macroeconómicos: para poder comparar un país con otro, una familia con hijos con una sin ellos, encuadrar factores como la alimentación, responder por qué el tener acceso directo a crédito o no condiciona la forma de vivir y gastar y otros patrones de comportamiento humano.

Como dijo Platón *“en todas las cosas, naturales y humanas, el origen es lo más excelso”*, dicho de otra forma, este proceso para conocer las preferencias y gustos originales de los que se derivan las demandas nos permite ir más allá de la relación sencilla y habitual que es la relación entre el consumo de los hogares y su renta disponible, conocer mucho más del comportamiento y desarrollo de los individuos, de la economía y concluir diciendo *De Gustibus est disputandum,* sobre gustos hay algo escrito.

6. BIBLIOGRAFÍA

Andreoni, J. y Sprenger, C. (2010) *Certain and Uncertain Utility: The Allais Paradox and Five Decision Theory Phenomena, (Jan 2010).*

Arrow, K.J (1963) "Chapter II: The Nature of the Preference and Choice", *Social Choice and Individual Value,* 2ª edición.

Bentham, J. (1789) *Introduction to the principles of morals and legislation.* Batoche Books, Kitchener, 2000.

Bernoulli, D. (1954) "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk from Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis", *Econométrica Vol. 22, No. 1. (Jan., 1954), pp. 23-36.*

Bernoulli, N. et al (1713) *Correspondence of Nicolas Bernoulli Concerning the St. Petersburg Game*, Translated from Die Werke von Jakob Bernoulli Band 3, K9. January 1, 2013

Debreu, G (1950) *The Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium,* Cowles Foundation.

Dupuit (1844) "On the Measurement of the Utility of Public Works", I*nternational Economic Papers, n. 2*, MacMillan, London 1952. Publicado originalmente en *Annales des Pontes et Chausseés.*

Dupuit (1853) "De l'utilité et sa Mesure". *Journal des Economistas. 36: 1-27.*

Eckelund, R. y Hebert, R. (2005) *Historia de la Teoría Económica y de su Método*, 3ª edición. McGraw Hill, *pp. 338-339.*

Edgeworth, F. (1891) *Mathematical Psychics.* Kegan Paul, London.

Escartín Gonzalez, E. (2004a) "Jevons: el Marginalismo", *Apuntes Sobre Historia del Pensamiento Económico.* Edición digital @ tres, *pp. 346-352.*

Escartín Gonzalez, E. (2004b) "Menger y la Escuela Austriaca", *Apuntes Sobre Historia del Pensamiento Económico.*Edición digital @ tres, *pp. 371-374.*

Fennema, H. y Wakker, P. (1997) "Original and Cumulative Prospect Theory: A Discussion of Empirical Differences", *Journal of Behavioral Decision Making, Vol. 10, pp.53-64.*

Fisher, I (1892) *Mathematical Investigation in the Theory of Value and Prices.* Yale University Press, New Haven, Conn, 1925.

Jevons, W. S (1871) *The Theory of Political Economy,* Pelican Classics, London. Reeditado por Penguin Books, 1970.

Marshall, A (1890) *Principles of Economics (8th ed.)*

Mas-Colell, A. Whinston, M. y Green, J. (1995) "Chapter 3: Classical Demand Theory", *Microeconomic Theory,* Oxford University Press, New York.

Menger, K. (1871) "Capítulo III: La Teoría del Valor", *Principios de Economía Política*, *pp. 82-107.*

Pareto V. (1896) *Cours d'economie Politique*. Rouge, Lausanne, 1964.

Pérez Dominguéz, C. (2015) "La Teoría de la Utilidad Esperada". *Economía de la Incertidumbre*, *pp. 1-15.*

Pindyck, R. S. y Rubinfeld, D. L. (2009) *Microeconomía,* 7ª edición*,* Prentice Hall, Madrid, *pp. 112-117.*

Samuelson, P. (1948) "Consumption Theory in Terms of Revealed Preferences" *Economica, pp. 243-251.*

Sanchez Molinero, J. y Satiago Hernando, R. (1998) "Capítulo 2: La Idea de la Utilidad antes de 1870". *Utilidad y Bienestar: Una historia sobre la utilidad y el bienestar social.* Editorial Sintesis. Madrid (1998).

Sanchez Molinero, J.M (1984) La Contribución de Daniel Bernoulli y Gabriel Cramer a la Teoría de la Utilidad, *Cuadernos de Ciencias Económicas y Empresariales,* Abril.

Slutsky, E (1915) "Sulla Teoria del Billancio del Consumatore", *Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica.* Vol 51, *pp*. *1-26.*

Smith, A. (1776) "Libro 1: Capítulo 4: Del Origen y el Uso de la Moneda", *The Wealth of Nations, pp. 34-49.*

Stuart Mill, J. (1861) "Selección del Capítulo II", *El Utilitarismo*, Alianza Editorial, Madrid 1984.

Valcarce, A. (2010) "El Utilitarismo y la Teoría Moral de Adam Smith". *Revista Empresa y Humanismo*. 2010, vol. 13, n. 1, *pp. 269-296.*

VonNeumann, J. y Morgenstern, O. (1947) "Chapter 1: Formulation of the Economic Problems: The Notion of Utility", *Theory of Games and Economic Behaviour, pp. 15-29.*

Walras, L (1874) *Elements d'economie Politique Pure; ou Théorie de la Richese Sociale.* Gillomin Paris.

Zapatero, J.C (1987) *Lecciones de Microeconomía: Consumo, Producción y Costes,* Nerea, Madrid.