

# Entrelazamiento

**Fernando Martínez García**

Graduado en Física por la UVa

Estudiante del Máster de Física Teórica en la Universidad Complutense de Madrid

El entrelazamiento es un fenómeno físico que consiste en la existencia de correlaciones en las medidas de determinados sistemas cuánticos. El mecanismo por el cual se producen estas correlaciones fue objeto de debate desde que en 1935 Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen publicaron un artículo en el cual se utilizaba un sistema “entrelazado” para intentar demostrar que la mecánica cuántica es una teoría incompleta. En dicho artículo se utilizó la suposición de que el mecanismo era distinto al propuesto por la mecánica cuántica. Sin embargo se puede demostrar experimentalmente que el mecanismo correcto por el cual se producen las correlaciones entre las medidas es el propuesto por la mecánica cuántica. Parte del presente artículo se centra en explicar la problemática que aparece debido a dichas correlaciones y a presentar el mecanismo correcto por el cual se asegura su existencia.

---

## Introducción

El mecanismo por el cual se producen las correlaciones es un proceso que debido a su naturaleza parece dejar abierta la posibilidad de realizar comunicaciones a velocidades superiores a la de la luz. A pesar de que al realizar un análisis un poco más profundo del entrelazamiento se llega a la conclusión de que este fenómeno no se puede utilizar para realizar comunicación superlumínica, se ha producido una mitificación que relaciona “entrelazamiento” con “comunicación instantánea”. Acabar con este mito y demostrar los errores en su argumentación es otro de los objetivos de este artículo.

Para realizar un desarrollo de la problemática del entrelazamiento y de la interpretación correcta de este fenómeno es necesario introducir una serie de conceptos físicos y matemáticos básicos. Lo haremos en el siguiente apartado. Los lectores que tengan conocimientos sobre mecánica cuántica pueden eludir su lectura.

## Conceptos básicos

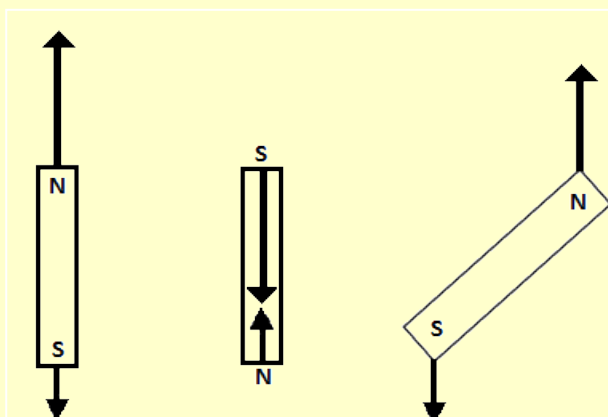
Es necesario introducir el concepto de “spin” de una partícula ya que todos los ejemplos que se van a

mostrar en este artículo están contruidos alrededor de esta idea. Con este fin se presenta el experimento de Stern y Gerlach.

Se tiene un aparato capaz de generar un campo magnético que, por elección, se hace que esté orientado en el sentido creciente del eje  $z$  y de forma que el campo magnético generado crezca en intensidad a medida que nos desplazamos en la dirección creciente de  $z$ . A este aparato le llamaremos “Stern-Gerlach”. Es conocido en física clásica que si se hace atravesar un cuerpo con un momento magnético (un imán) a través de este campo magnético se produce un continuo de desviaciones posibles del imán. En el caso de que el momento magnético esté orientado en el sentido del campo producido por el Stern-Gerlach, el imán será desviado en el sentido del campo magnético. Cuando el momento magnético esté orientado en sentido contrario, el imán será desviado en el sentido contrario al del campo magnético, y en caso de que el momento magnético no esté orientado en el mismo eje que el campo magnético, se obtendrá una desviación situada entre los dos casos anteriores.

Sin embargo cuando se realiza el experimento con partículas como electrones no se observa un continuo de desviaciones, sino que sólo se observan dos posibles resultados: una desviación en el sentido del campo magnético y otra en sentido opuesto.

No vamos a comentar en profundidad los detalles teóricos de este extraño resultado experimental. Simplemente nos conformaremos con decir que este fenómeno se explica mediante la introducción del concepto de "spin", que es una propiedad intrínseca de las partículas elementales (como el electrón). Otras partículas más complejas, como núcleos atómicos, también tienen spin como resultado de estar formado por partículas elementales. El electrón tiene un spin de 1/2 por lo que el resultado de medir su proyección sobre un eje sólo puede tomar 2 valores: positivo (es decir, se desvía hacia arriba en el experimento anterior) o negativo (se desvía hacia abajo). De forma general una partícula con spin N tiene  $2N + 1$  posibles resultados a la hora de medir su proyección.



**Fig. 1.** Fuerzas experimentadas por los imanes en un campo magnético no uniforme de- pendiente de su orientación. El campo magnético del Stern-Gerlach apunta hacia arriba en este caso.

Una vez explicado el concepto de spin hay que introducir las características básicas de la llamada "notación de Dirac", necesaria para escribir los desarrollos de este artículo.

En mecánica cuántica uno de los conceptos fundamentales es el concepto de "estado". Si tratamos el caso concreto del spin de un electrón, se puede tener, por ejemplo, que el estado de spin de este electrón (que denotaremos con  $|\Psi\rangle$ ) es:

$$|\Psi\rangle = |+\rangle_z$$

lo cual representa que el electrón se encuentra en el estado "arriba" (valor positivo en el eje z, lo que denotamos con el "+" y el subíndice "z"). En este caso, el electrón será desviado hacia arriba si es que el Stern-Gerlach está orientado en el sentido positivo del eje z. Evidentemente el estado también podría ser:

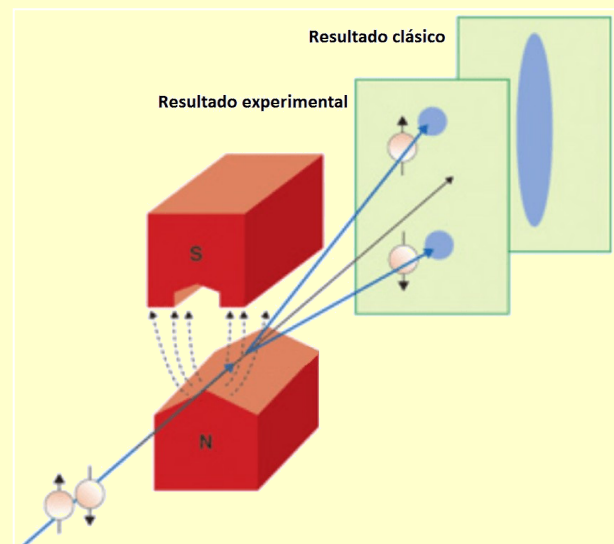
$$|\Psi\rangle = |-\rangle_z$$

en cuyo caso el electrón estará en el estado "abajo" (valor negativo, "-", en el eje z) y el electrón será desviado hacia abajo al atravesar el Stern-Gerlach del caso anterior. Sin embargo, una de las características más impactantes de la mecánica cuántica es que el electrón no tiene por qué estar o en el estado "arriba" o en el "abajo" exactamente. Puede estar en una llamada "superposición" dada de forma general por:

$$|\Psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son números complejos que cumplen que la suma de sus módulos al cuadrado es 1; esto es:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$



**Fig. 2.** Comparación entre los resultados experimentales y los resultados predichos por la física clásica para el experimento de Stern y Gerlach.

Estos estados de "superposición", no sólo en el caso del spin sino en cualquier otra propiedad de un sistema cuántico, dan lugar a gran número de fenómenos muy interesantes. Pero para la comprensión de este artículo basta con decir que estos estados de superposición, en el caso concreto del spin, significan que no se puede estar seguro sobre cuál va a ser el resultado de la proyección del spin sobre un eje (en nuestro caso, el z). Cuando se realice una medida de la proyección del spin sobre el eje z haciendo que el electrón atraviese el Stern-Gerlach, el electrón pasará de estar en esta superposición a estar en el estado "arriba" o "abajo" según cuál sea el resultado. La posibilidad de obtener cada resultado está relacionada con los

coeficientes que aparecen en la superposición. Habrá una probabilidad de  $|\alpha|^2$  de medir el estado “arriba” y una probabilidad  $|\beta|^2$  de medir el estado “abajo”. Por tanto el proceso de medida en el caso de medir una desviación del electrón hacia abajo daría lugar a la siguiente transformación del estado superposición:

$$|\Psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z \rightarrow |\Psi'\rangle = |-\rangle_z$$

Estos ejemplos mostrados son para el caso de tener un solo electrón, pero se podrían tener dos electrones sobre los que se quisieran realizar medidas. El estado más general del spin de este sistema de dos electrones viene dado por:

$$|\Psi\rangle = \alpha|+1, +2\rangle_z + \beta|-1, +2\rangle_z + \gamma|+1, -2\rangle_z + \delta|-1, -2\rangle_z$$

Donde se han añadido los subíndices “1” y “2” que especifican a cuál de los dos electrones nos referimos. El resto de la notación es la misma que en los casos anteriores.

## El artículo EPR

En 1935, Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen (EPR) plantearon un experimento mental para intentar demostrar que la mecánica cuántica era una teoría incompleta. Según EPR, para que una teoría sea completa cada elemento de realidad física debe tener una contrapartida en la teoría. Esta es la llamada “condición de completitud”. Por ejemplo: un objeto tiene una posición (elemento de realidad física) la cual se representa en una teoría física mediante unas coordenadas (contrapartida en la teoría). Para introducir de una forma más concreta los elementos de realidad física establecieron el siguiente criterio: Si, sin perturbar el sistema en modo alguno, se puede predecir con certeza (es decir, con probabilidad igual a la unidad) el valor de una magnitud física, entonces existe un elemento de realidad física correspondiente a dicha magnitud física.

Por otro lado, es conocido en mecánica cuántica que si los observables asociados a magnitudes físicas no conmutan, el conocimiento preciso de una de las magnitudes impide el conocimiento de la otra. Para los lectores que no sepan lo que son “observables que no conmutan” solo deben tener en cuenta que significa que están relacionados con magnitudes que no se pueden medir con exactitud simultánea, ya que cuanto mayor precisión se exija en la medida de una de esas magnitudes, menor precisión se va tener en la medida de la otra. Uno de los ejemplos más conocidos es la imposibilidad de medir la posición y el momento con total precisión en ambas. De la

misma forma, según la mecánica cuántica, es imposible conocer con precisión el valor de la proyección del spin sobre dos ejes diferentes (el eje x y el z por ejemplo).

Con estos conceptos se llega a que existen sólo dos posibilidades (este párrafo es un ejercicio de lógica y puede ser necesario leerlo más de una vez para entenderlo. Además se recomienda tener cuidado ya que aparecen dobles negaciones): o bien (1) la descripción mecano-cuántica de la realidad no es completa; o bien, (2) cuando los operadores correspondientes a dos magnitudes físicas no conmutan, las dos magnitudes no pueden tener realidad simultánea. Pues si ambas magnitudes tuvieran realidad simultánea, estos valores entrarían en la descripción completa según la condición de completitud. En otras palabras: la negación de (2) implica la afirmación de (1). Por otro lado, si el estado proporciona una descripción completa de la realidad, y teniendo en cuenta que se ha establecido que en mecánica cuántica es imposible el conocimiento preciso de dos magnitudes físicas que no conmutan, se llega a que dichas magnitudes no tienen realidad simultánea. Por tanto, la negación de (1) implica la afirmación de (2).

A continuación vamos a suponer la negación de (1) (es decir, consideraremos que la mecánica cuántica es una teoría completa). Llegaremos a la conclusión de que esta hipótesis, junto al criterio de realidad, lleva a una contradicción.

Aunque en el artículo EPR se presentaba una demostración general, en este artículo se va a estudiar un caso concreto de la paradoja EPR introducido por Bohm, llamado por ello EPRB, y que consiste en el caso de un par de partículas sobre las que se realizan medidas de una magnitud con sólo dos posibles valores. Este puede ser el caso de una pareja de electrones (en este artículo se habla de electrones, pero este es sólo un caso concreto) cuyo estado viene dado por:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+1, -2\rangle_z - |-1, +2\rangle_z) \quad (1)$$

De esta forma si se realiza una medida de la proyección del spin sobre el eje z del electrón I y se obtiene “arriba” se tendrá que el estado cambia de la siguiente forma:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+1, -2\rangle_z - |-1, +2\rangle_z) \rightarrow |\Psi'\rangle = |+1, -2\rangle_z$$

Por tanto se sabrá, sin necesidad de realizar una medida sobre el electrón II, que éste estará en el estado “abajo”. Como existe una correlación entre los resultados de las medidas, se dice que estos electrones están “entrelazados”.

Con el estado dado por (1) se va a desarrollar el proceso descrito por EPR. Se toman los dos electrones que se encuentran en dicho estado y se envían a sitios diferentes de forma que los electrones estén muy separados. A continuación se puede elegir medir la proyección del spin sobre el eje z del electrón I. Si el resultado del experimento es, por ejemplo, que la proyección tiene un valor negativo, es decir, el electrón I se encuentra en el estado  $| -1 \rangle_z$ , entonces se medirá que el electrón II se encuentra en el estado  $| +2 \rangle_z$ . De esta forma, EPR argumentaron (erróneamente) que como sólo se ha actuado sobre el electrón I, ningún cambio ha podido tener lugar en el electrón II, que se encuentra a una distancia arbitrariamente grande, ya que según EPR el efecto de una medida en el sistema I sobre el sistema II debería desplazarse a una velocidad menor o igual a la luz. De forma que el electrón II se encontraba en el estado  $| +2 \rangle_z$  tanto antes como después de la medida en I.

Sin embargo se podría haber escogido medir la proyección de los spines sobre el eje x. Se puede demostrar que el estado anterior expresado en el caso de medir el spin en el eje x viene dado por:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+1, -2\rangle_x - |-1, +2\rangle_x)$$

Donde cada componente tiene el mismo significado que en el caso anterior, sólo que en este caso es sobre el eje x. Si ahora se realiza la medida sobre el eje x y se obtiene, por ejemplo, un valor negativo para la proyección del spin del electrón I, es decir el electrón I se encuentra en el estado  $| -1 \rangle_x$ , entonces se medirá que el electrón II se encuentra en el estado  $| +2 \rangle_x$ . De forma similar al caso anterior, se puede argumentar que el electrón II se encontraba en el estado  $| +2 \rangle_x$  tanto antes como después de la medida.

De esta forma se llega a que eligiendo si medir la proyección del spin sobre el eje x o el z del electrón I se puede saber con certeza y sin perturbar el electrón II el valor de la proyección de su spin sobre el eje x o el z respectivamente. Por tanto, según la condición de completitud, ambas proyecciones son elementos de realidad simultánea a pesar de que son observables que no conmutan. Se llega entonces a la conclusión de que la negación de (1), que es la hipótesis de partida, implica la negación de (2) que es la única alternativa. De esta forma se deduce que la única posibilidad es la afirmación de (1); es decir, con este razonamiento se llega a que la mecánica cuántica es una teoría incompleta.

## Crítica al artículo EPR

La crítica fundamental hacia el razonamiento seguido por EPR fue dirigida hacia la hipótesis de que la medida en el electrón I no podía tener un efecto de forma instantánea sobre el electrón II. Para EPR (especialmente para Einstein), el hecho de que la medida en el electrón I no pudiera afectar al electrón II de forma instantánea era algo que había que asumir y no se plantearon ninguna alternativa. Sin embargo los defensores de la mecánica cuántica admitían la existencia de este proceso instantáneo, y fue lo que Einstein denominó "fantasmagórica acción a distancia".

Es de gran importancia no caer en el error de creer que la problemática contenida en el fenómeno del entrelazamiento cuántico tiene su origen en la aparición de correlaciones entre los resultados de las medidas. Dicha correlación no tiene mayor profundidad que el fenómeno macroscópico de escoger de entre una pelota roja y una azul (sólo una de las dos) y enviarla lejos a otra persona. A dicha persona le llegará una pelota (por ejemplo, la azul) y esto, junto al conocimiento de que al principio había una pelota azul y otra roja, le servirá para saber que quien le ha enviado la pelota, tiene una de color rojo. Esta experiencia no presenta ningún tipo de dificultad para ser comprendida, y pensar que es la parte problemática del entrelazamiento cuántico lleva a confusiones sobre su planteamiento.

La verdadera problemática a la hora de tratar esta paradoja es el hecho de que, en mecánica cuántica, para conocer el estado de, por ejemplo, una partícula, se ha de realizar una medida sobre ésta y el resultado de dicha medida se basará en la probabilidad. Es como si en el ejemplo anterior se negara la realidad de haber enviado una pelota de un color concreto, de forma que hubiera que esperar a que el observador lejano recoja la pelota para que se establezca si la pelota enviada es azul o roja, y, una vez observado el color, se fijara que la otra es de un color diferente. De esta forma surge la problemática de la paradoja:

¿Cómo escoge la pelota que se queda en tierra su color de forma que no sea el mismo que la enviada?  
 ¿Cómo sabe esta pelota lo que le ha ocurrido a la otra? Es en este contexto en el que surge la problemática.

Para EPR, la solución pasa por atribuir al sistema propiedades reales anteriores a la observación, las cuales se encontrarían correlacionadas, pero que no son conocidas. Es decir, mientras que según la mecánica cuántica los dos electrones no tienen definido si su spin es "arriba" o "abajo" hasta el momento de la medida, para EPR el spin de cada electrón estaría definido desde el principio (lo cual

evita el problema de una “acción fantasmagórica”) aunque las variables de las que depende el valor del spin no son conocidas. El hecho de desconocer estas variables del sistema implicaría que sólo se pueden obtener predicciones estadísticas y estos serían los resultados obtenidos por la mecánica cuántica.

Se podría decir que los defensores de cada uno de estos dos puntos de vista se pueden ver reflejados en dos frases. Según las ideas de EPR, los resultados de cada medida estarían determinados, pero el desconocimiento de ciertas variables impide conocer el resultado con seguridad y por tanto:

*“Dios no juega a los dados”*

-A. Einstein

O la mecánica cuántica es la teoría correcta. De esta forma el azar es parte del funcionamiento de la naturaleza y, por tanto:

*“Einstein, deje de decirle a Dios lo que hacer”*

-N. Bohr

En 1964 John S. Bell desarrolló el llamado “Teorema de Bell” que predice diferentes resultados de medidas experimentales de ser cierta la mecánica cuántica o la alternativa preferida por EPR. No vamos a profundizar más en este tema. Basta con decir que esos experimentos se han realizado y se ha comprobado en el laboratorio que la teoría alternativa es incorrecta, mientras que la mecánica cuántica se ajusta a los resultados empíricos, por lo que la “acción fantasmagórica” es una realidad. Sin embargo la aparente problemática que surge de esta acción instantánea desaparece al poderse demostrar que no se puede utilizar para transmitir información a velocidades mayores que la de la luz.

## ¿Comunicación superlumínica?

Supongamos que se tiene a dos personas en diferentes lugares: Alice en la Tierra y Bob en Marte. Cada uno tiene un electrón que está “entrelazado” con el otro (se usará el índice 1 para referirse al electrón de Alice y el 2 para el de Bob). Si Alice mide el spin de su electrón en el eje z y lo encuentra con orientación positiva esto no significa que el electrón estuviera en el estado  $|+1\rangle_z$ . Es el proceso de medida el que convirtió el estado inicial dado por:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+1, -2\rangle_z - |-1, +2\rangle_z)$$

en el estado:

$$|\Psi'\rangle = |+1, -2\rangle_z$$

Como se puede ver, el proceso de medida realizado por Alice cambia el estado del electrón de Bob. Si Bob es capaz de distinguir si Alice ha medido o no, entonces puede relacionar el valor “0” de un bit con el hecho de que Alice no realice una medida y el valor “1” con que Alice haya medido. De esta forma podría ser que hubiera un intercambio de información instantáneo sobre el cambio que ocurre en la Tierra y que cambia la situación en Marte. Pero esta conclusión es errónea: no se transmite ningún tipo de información de forma instantánea. Esto se debe a que los cambios discutidos son de carácter estadístico y esto impide a Bob distinguir si Alice ha medido o no.

Supongamos que alguien tiene una moneda normal y otra trucada de forma que tenga dos caras y nos dice que ha tirado una moneda y ha salido cara. No podríamos saber cuál de las dos monedas ha usado. El problema que tiene Bob, para saber si Alice ha medido o no, es el mismo. Al realizar Alice la medida, si se obtiene  $|+1\rangle_z$ , entonces Alice sabe que cuando Bob mida obtendrá  $|-2\rangle_z$ . Cuando mida, Bob puede considerar que se ha debido al 50% de probabilidad que tenía desde el principio, o puede pensar que se debe a que Alice ha medido y por tanto que era el único resultado posible. Pero Bob no obtiene ninguna información de si Alice ha medido o no.

Como los resultados de estas medidas son estadísticos por naturaleza, la única forma de asegurar que se está produciendo una comunicación superlumínica es observar una diferencia en las distribuciones estadísticas de Bob cuando Alice mide y cuando no lo hace. Para ver si hay una diferencia vamos a plantear dos experimentos.

En los dos experimentos se preparan conjuntos de pares de electrones entrelazados (en el estado (1), por ejemplo). De cada pareja se envía uno a Marte y la otro a la Tierra. En el primer experimento se mide el spin de los electrones de Marte sin haber actuado sobre los de la Tierra. Por tanto la distribución de resultados será 50:50. Para el segundo experimento, se mide primero el spin de los electrones en la Tierra. Como Alice no tiene forma de controlar el resultado del experimento que realiza obtendrá una distribución del 50:50 para sus medidas. Si la medida de Alice resulta “abajo” (lo cual se da el 50% de las veces) Bob medirá “arriba”, y, de forma similar, el otro 50% de las veces Alice medirá “arriba” y Bob medirá “abajo”, lo cual se traduce en una distribución de 50:50 cuando mida Bob.

Por tanto los resultados obtenidos por Bob son idénticos en los dos casos: las medidas en la Tierra no producen ningún cambio en los resultados colectivos en Marte. Se pueden desarrollar más procesos para intentar transmitir información a

velocidades mayores que la de la luz, pero todos terminan mostrando un error en su razonamiento como en los ejemplos anteriores. De esta forma se ve que aunque los dos electrones tengan un medio por el cual "coordinarse" instantáneamente de forma que sus resultados estén correlacionados, este medio no puede ser utilizado para transmitir información instantáneamente, por lo cual desaparece toda la problemática que pudiera crear el fenómeno del entrelazamiento.

## Conclusiones

Hemos visto que el mecanismo por el cual se aseguran las correlaciones entre las medidas de un sistema cuántico entrelazado es un proceso instantáneo, es decir, el electrón I puede "comunicarse" instantáneamente con el electrón II para que las medidas sean como han de ser.

Sin embargo el carácter probabilístico de la mecánica cuántica impide utilizar el entrelazamiento para transmitir información a velocidades superiores a la de la luz.

Es interesante observar que era este carácter probabilístico (que el electrón no estuviera exactamente en el estado "arriba" o "abajo") el que parecía permitir la comunicación superlumínica y a la vez es el carácter probabilístico el que, una vez se realiza un análisis más profundo, nos impide el uso del entrelazamiento para realizar comunicación superlumínica.

## Bibliografía

---

- Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Lalöe. "Quantum Mechanics".
- Moses Fayngold, Vadim Fayngold. "Quantum Mechanics and Quantum Information".
- J. S. Bell. "Speakable and Unspeakeable in Quantum Mechanics".
- Einstein, A.; Podolsky, B.; Rosen, N. (1935). "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be considered Complete?" *Physical Review* 47: 777-780.
- J. S. Bell. "On the Einstein Podolsky Rosen Paradox", *Physics*, 1 (1964), pp. 195-200.
- J. S. Bell. "Bertlmann's socks and the nature of reality" *Colloque C2, Tome 42* (1981).