



Universidad de Valladolid

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ENERGÉTICA Y FLUIDOMECÁNICA

TESIS DOCTORAL:

**CÁLCULO DE LA EMISIVIDAD EFECTIVA EN
CAVIDADES DE CUERPO NEGRO CILÍNDRICAS,
CÓNICAS Y CILINDRO-CÓNICAS.
MODELOS Y APLICACIONES A LA TERMOMETRÍA DE
RADIACIÓN**

Presentada por Javier de Lucas Veguillas para optar al
grado de Doctor por la Universidad de Valladolid

Dirigida por:
Dr. José Juan Segovia Puras
Dr. Robert Benyon Puig

A Carmen, Emma y Nicolás

Carta de Max Planck a Robert W. Wood

7 de Octubre de 1931

Mi estimado colega,

Recientemente expresaste el interés, luego de nuestra agradable cena en Trinity Hall, de que debería describir desde un punto de vista psicológico las consideraciones que me llevaron a proponer la hipótesis de los cuantos de energía. Procuraré atender por este medio tu interés.

En resumen, lo que hice puede describirse simplemente como un acto de desesperación. Por naturaleza soy pacífico y rechazo toda aventura dudosa. Pero por entonces había estado luchando sin éxito durante seis años (desde 1894) con el problema del equilibrio entre radiación y materia y sabía que este problema tenía una importancia fundamental para la física; también conocía la fórmula que expresa la distribución de la energía en el espectro continuo. Por consiguiente, había que hallar una interpretación teórica a cualquier precio, sin importar qué tan alto. Era claro para mí que la física clásica podía ofrecer ninguna solución a este problema y hubiera significado que toda la energía eventualmente se transfiriera de la materia a radiación. Para evitar esto, se requiere una nueva constante para asegurar que la energía no se desintegre. Esta estrategia se me tornó evidente al mantener las dos leyes de la termodinámica. Las dos leyes, me parece, deben mantenerse bajo toda circunstancia. Para el resto, estaba listo para sacrificar cada una de mis convicciones previas acerca de las leyes físicas. Boltzmann había explicado cómo se establece el equilibrio termodinámico mediante un equilibrio estadístico, y si se aplica semejante método al equilibrio entre materia y radiación, se encuentra que la continua transformación de energía en radiación se puede evitar asumiendo que la energía está obligada desde el principio a permanecer agrupada en ciertos cuantos. Esta fue una suposición meramente formal y en realidad no pensé mucho en ella con excepción de que sin importar el costo, debía proveer un resultado satisfactorio.

Espero que esta discusión sea una respuesta satisfactoria a tu consulta. Te envío además de forma impresa la versión en inglés de mi discurso Nobel sobre el mismo tema. Estimo los recuerdos de mi agradable estancia en Cambridge y la hermandad con nuestros colegas.

Muy cordialmente.

M. Planck.



AGRADECIMIENTOS

Especial agradecimiento a mi tutor y director principal, José Juan Segovia por su valiosa ayuda, consejos y gestiones para la elaboración de este trabajo. Agradecimiento que se extiende al departamento de Ingeniería Energética y Fluidomecánica de la Escuela de Ingenierías Industriales de la Universidad de Valladolid, en cuyo programa de doctorado fui aceptado en octubre de 2014.

Del mismo modo a mi codirector Robert Benyon, que como jefe del Laboratorio de Temperatura y Humedad además ha autorizado y facilitado la dedicación de un alto porcentaje de mi jornada laboral al trabajo en la tesis.

En este sentido también mi agradecimiento al INTA en general y en particular a la dirección del Centro de Metrología y Calibración durante estos años.

Finalmente a mis compañeros del Laboratorio por su apoyo y colaboración.

RESUMEN

La emisividad efectiva es la principal figura de mérito para la caracterización de las cavidades de cuerpo negro que constituyen las fuentes patrones de radiación en los campos de la radiometría y la termometría de radiación.

Su valor puede ser determinado de forma experimental por diversos procedimientos, pero estos tienen una aplicación limitada en cuanto a geometrías, rango espectral, temperatura, etc.

Para su cálculo, los métodos numéricos (computacionales) son hoy en día ampliamente utilizados para el diseño y caracterización de cuerpos negros y se considera que el método de Montecarlo es el más potente y flexible.

En este trabajo se desarrollan modelos geométricos para la descripción del proceso de reflexión de la radiación en el interior de cavidades de cuerpo negro de forma cilíndrica, cónica y cilindro-cónica. La emisividad efectiva de estas cavidades es calculada aplicando el método de Montecarlo y la técnica del trazado inverso de rayos, en base a dichos modelos geométricos.

Por hipótesis las cavidades analizadas son de superficie difusa y los gradientes de temperatura tienen simetría axial. Se considera que estas condiciones describen de forma satisfactoria los cuerpos negros que se utilizan generalmente para calibración de termómetros de radiación.

La estructura geométrica es suficientemente flexible como para permitir la generalización a reflexión especular-difusa, cavidades con otras geometrías (fundamentalmente doble cónica y cilindro-cónica interior) y gradientes con dependencia angular.

La validación se lleva a cabo comparando los resultados obtenidos con los de otros modelos tomados de la bibliografía y en algunos casos también mediante pruebas de consistencia interna. Especial atención se presta al cálculo de la emisividad efectiva integrada cuando en la cavidad existen zonas de penumbra (efecto de viñeteado) debido a la presencia de diafragmas. Igualmente es importante el cálculo de la incertidumbre de la emisividad efectiva por efecto de sus variables de influencia naturales: emisividad intrínseca, geometría y gradiente de temperatura. Esto se hace en el contexto del método de Montecarlo.

Como complemento al cálculo de la emisividad efectiva se describe un procedimiento experimental (basado en el método radiométrico) para la determinación del gradiente de temperatura en una cavidad no isoterma y se evalúa en un cuerpo negro comercial, que por su diseño permite la medida parcial del gradiente por el método termométrico.

Los modelos se aplican a cavidades existentes en el Laboratorio de Temperatura y Humedad del Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial, que constituyen las referencias para la calibración acreditada (por la Entidad Nacional de Acreditación) de termómetros de radiación, cuerpos negros y cámaras termográficas. Finalmente se proponen varias líneas de acción para la mejora de la capacidad de medida y calibración de este laboratorio en el campo de la termometría de radiación.

ÍNDICE

LISTA DE ABREVIATURAS UTILIZADAS EN EL TEXTO	1
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN GENERAL Y MOTIVACIÓN. OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DE LA TESIS	3
1.1 Introducción general.....	3
1.2 Motivación	5
1.2.1 El contexto del INTA	5
1.2.2 La Metrología y Calibración en el INTA	6
1.2.3 Termometría de radiación en el CMyc.....	7
1.3 Objetivos generales	12
1.4 Estructura de la tesis.....	16
CAPÍTULO 2. MAGNITUDES RADIOMÉTRICAS. RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO Y MODELOS DE REFLEXIÓN	17
2.1 Breve reseña histórica.....	17
2.2 Magnitudes radiométricas.....	18
2.2.1 Factores de forma	21
2.2.2 Absortancia y reflectancia.....	24
2.3 Radiación de cuerpo negro	28
2.3.1 Emisividad.....	30
2.3.2 Temperatura de radiación.....	31
2.4 Modelo especular-difuso	32
2.4.1 Introducción	32
2.4.2 Descripción del modelo.....	32
2.4.3 Ventajas y limitaciones del modelo difuso.....	33
CAPÍTULO 3. EL MÉTODO DE MONTECARLO. APLICACIÓN A PROBLEMAS DE RADIOMETRÍA	35
3.1 El método de Montecarlo.....	35
3.1.1 Introducción	35
3.1.2 Aplicación del método	35
3.1.3 Reducción de la varianza.....	38
3.1.4 Números aleatorios y generación de variables aleatorias.....	39
3.2 Aplicación a la radiometría	40
3.2.1 Modelo estadístico básico del proceso de reflexión.....	40
3.2.2 Método de Montecarlo aplicado al proceso de absorción y reflexión de la radiación.....	41
CAPÍTULO 4. EMISIVIDAD EFECTIVA.....	43
4.1 Introducción.....	43
4.2 Formalismo matemático	46

4.2.1 Integración sobre trayectorias	46
4.2.2 Emisividad efectiva en términos de absortancia	52
4.2.3 Cálculo de la emisividad efectiva por el método de Montecarlo	54
4.2.3.1 Procedimiento	54
4.2.3.2 Algoritmo.....	57
4.2.3.3 Incertidumbre.....	58
4.2.4 Otras técnicas para el cálculo de la emisividad efectiva	59
4.2.5 Emisividad efectiva integrada	60
4.3 Cavidades de cuerpo negro.....	62
4.3.1 Geometrías	62
4.3.2 Configuración de las cavidades analizadas, parámetros básicos y nomenclatura	64
CAPÍTULO 5. REVISIÓN DE MODELOS Y RESULTADOS PUBLICADOS DE EMISIVIDAD EFECTIVA	67
5.1 Introducción.....	67
5.2 Cavity cilíndrica	67
5.3 Cavity cónica	68
5.4 Cavity cilindro-cónica.....	70
CAPÍTULO 6. DESARROLLO Y APLICACIONES DE UN MODELO GEOMÉTRICO PARA EL CÁLCULO DE LA EMISIVIDAD EFECTIVA EN CAVIDADES DE CUERPO NEGRO CILÍNDRICAS	73
6.1 Cavity cilíndrica isoterma y no isoterma	73
6.1.1 Introducción y modelo geométrico.....	73
6.1.2 Programa general de cálculo	80
6.1.3 Resultados del modelo y comparación con valores publicados para cavity isoterma	84
6.1.4 Resultados para cavity cilíndrica no isoterma	86
6.1.4 Resultados de emisividad efectiva integrada normal en cavidades no isotermas.....	88
6.1.5 Resumen y conclusiones del modelo para cavity cilíndrica	91
6.2 Optimización numérica del perfil radial de emisividad efectiva en cavidades de cuerpo negro cilíndricas. Aplicación al cálculo de incertidumbres	92
6.2.1 Introducción	92
6.2.2 Distribución de impactos en la cavity.....	93
6.2.3 Uniformidad de $\epsilon_a(r)$ y criterios para la selección de gradientes de temperatura	99
6.2.4 Cálculo de la incertidumbre	104
6.2.5 Ecuaciones para la emisividad efectiva en la pared lateral de la cavity cilíndrica	109
6.2.6 Resumen y conclusiones sobre optimización numérica del perfil radial de emisividad efectiva	111
6.3 Análisis detallado de una cavity cilíndrica.....	113
6.3.1 Introducción	113

6.3.2 Cálculo y optimización del perfil $\epsilon_a(x)$	113
6.3.3 Influencia de la tapa en los valores de emisividad efectiva $\epsilon_a(x)$	120
6.3.4 Resumen y conclusiones del análisis detallado de una cavidad cilíndrica	127
CAPÍTULO 7. MODELO PARA EL CÁLCULO DE LA EMISIVIDAD EFECTIVA INTEGRADA EN CAVIDADES DE CUERPO NEGRO CÓNICAS PROVISTAS DE TAPA. DESARROLLO Y APLICACIONES	129
7.1 Desarrollo del modelo de cavidad cónica	129
7.1.1 Introducción	129
7.1.2 Modelo geométrico	131
7.1.3 Emisividad efectiva integrada	134
7.1.4 Incertidumbre	137
7.1.5 Validación del modelo	140
7.1.6 Resultados de emisividad efectiva local.....	143
7.1.7 Resultados de emisividad efectiva integrada.....	147
7.1.8 Resumen y conclusiones del modelo de cavidad cónica	150
7.2 Aplicaciones del modelo cónico	151
7.2.1 Comparación con resultados de cavidades no isotermas.....	151
7.2.2 Optimización de perfiles de emisividad efectiva en cavidad cónica	153
7.2.2.1 <i>Expresión aproximada para la emisividad efectiva no isoterma</i>	<i>154</i>
7.2.2.2 <i>Modelo para el cálculo del perfil de emisividad efectiva uniforme</i>	<i>157</i>
7.2.2.3 <i>Ampliación del modelo a cavidad con tapa y emisividad efectiva de banda espectral</i>	<i>162</i>
7.2.3 Sensibilidad al gradiente de temperatura y su contribución a la incertidumbre de la emisividad efectiva.....	166
7.2.3.1 <i>Ejemplo de aplicación con un termómetro de radiación</i>	<i>168</i>
7.2.4 Resumen y conclusiones sobre las aplicaciones del modelo cónico	172
CAPÍTULO 8. MODELO PARA EL CÁLCULO DE LA EMISIVIDAD EFECTIVA EN CAVIDADES DE CUERPO NEGRO CILINDRO-CÓNICAS. DESARROLLO, CÁLCULO DE INCERTIDUMBRES Y APLICACIONES.....	175
8.1 Modelo geométrico, validación y cálculo de incertidumbres en cavidad isoterma	175
8.1.1 Introducción	175
8.1.2 Modelo cilindro-cónico y geometría de la reflexiones en el interior de la cavidad .	177
8.1.3 Validación del modelo	181
8.1.4 Comparación con resultados publicados	189
8.1.5 Incertidumbre de la emisividad efectiva en cavidades cilindro-cónicas isotermas ..	191
8.1.6 Características de las cavidades analizadas.....	193
8.1.7 Resultados numéricos.....	196
8.1.8 Resumen y conclusiones sobre el modelo cilindro-cónico y cálculo de incertidumbres	203

8.2 Comparación con resultados publicados de cavidad no isoterma y emisividad efectiva integrada	204
8.2.1 Comparación con resultados de cavidad no isoterma.....	204
8.2.2 Comparación con resultados de emisividad efectiva integrada.....	206
8.3 Cálculo general de la emisividad efectiva integrada en la cavidad cilindro-cónica	207
8.3.1 Emisividad efectiva integrada en sistemas formadores de imágenes	208
8.3.2 resumen y conclusiones sobre el cálculo de la emisividad efectiva integrada en cavidad cilindro-cónica	212
8.4 Aplicaciones del modelo a la uniformización de perfiles de emisividad efectiva en cavidades cilindro-cónicas	213
8.4.1 Optimización de la geometría.....	213
8.4.2 Optimización térmica	215
8.4.3 Resumen y conclusiones sobre la uniformización en la cavidad cilindro-cónica	220
CAPÍTULO 9. ESTUDIO DEL CUERPO NEGRO CNA, DEL LABORATORIO DE TEMPERATURA Y HUMEDAD DEL INTA	223
9.1 Introducción y descripción básica del cuerpo negro CNA	223
9.2 Cálculo de la emisividad efectiva isoterma y no isoterma en el CNA	224
9.2.1 Emisividad intrínseca del SiC	225
9.2.2 Resultados para cavidad isoterma	227
9.2.3 Emisividad efectiva integrada en el CNA	229
9.2.4 Resultados para cavidad no isoterma con gradientes medidos por el PTB	231
9.2.5 Correcciones a la temperatura del fondo de la cavidad por fugas de calor	233
9.2.6 Medida de la temperatura en el CNA.....	234
9.2.7 Resumen y conclusiones sobre la medida de emisividad efectiva del CNA	235
9.3 Determinación experimental del gradiente de temperatura del CNA entre 400 °C y 1000 °C, mediante un procedimiento radiométrico.....	236
9.3.2 El gradiente de temperatura en una cavidad de cuerpo negro y su medida.....	236
9.3.3 Descripción del procedimiento experimental.....	240
9.3.4 Resultados	243
9.3.4.1 Incertidumbres del gradiente del CNA.....	248
9.3.4.2 Emisividad efectiva integrada en el CNA.....	249
9.3.4.3 Efecto de las variaciones de temperatura sobre la emisividad efectiva del CNA	251
9.3.5 Resumen y conclusiones sobre la medida del gradiente en el CNA	253
CAPÍTULO 10. APROXIMACIÓN A LA CALIBRACIÓN DE TERMÓMETROS DE RADIACIÓN CON LOS CUERPOS NEGROS CNA, CSHPBB Y NAHPBB DEL LABTH	255
10.1 CsHPBB y NaHPBB.....	255
10.1.1 CsHPBB	256
10.1.2 NaHPBB.....	258
10.2 CNA	260

10.3 Resumen y conclusiones	264
CAPÍTULO 11. CONCLUSIONES GENERALES DE LA TESIS	267
ANEXO 1	271
De Lucas J (2015) A Simple Geometrical Model for Calculation of the Effective Emissivity in Blackbody Cylindrical Cavities, Int. J. Thermophys. 36, pp. 267-282....	271
ANEXO 2	266
De Lucas J (2014) Numerical optimization of the radial dependence of effective emissivity in blackbody cylindrical cavities, Metrologia 51, pp. 402-409.....	266
ANEXO 3	268
De Lucas J (2015) Validation of a geometrical model for the calculation of the integrated effective emissivity of conical cavities with a lid, Metrologia 52, pp. 600-612	268
ANEXO 4	270
De Lucas J and Segovia J J (2016) Uncertainty calculation of the effective emissivity of blackbody cylinder-conical cavities, Metrologia 53, pp. 61-75.....	270
REFERENCIAS	272

LISTA DE ABREVIATURAS UTILIZADAS EN EL TEXTO

Al ₂ O ₃	Alumina (óxido de aluminio)
BCS	<i>British Calibration Service</i>
BIPM	<i>Bureau International des Poids et Mesures</i>
BRDF	<i>Spectral-Bidirectional Reflectance Distribution Function</i>
BRT	<i>Backward Ray Tracing</i>
CCT-WG5	<i>Consultative Committee for Thermometry-Working Group 5, Radiation Thermometry (BIPM)</i>
CEM	Centro Español de Metrología
CMC	Capacidades de Medida y Calibración
CMyC	Centro de Metrología y Calibración del INTA
CNA	Cuerpo Negro de Alta temperatura (150 °C a 1100 °C) del LabTH
CNB	Cuerpo Negro de Baja temperatura (30 °C a 180 °C) del LabTH
CNC	Cuerpo Negro de muy baja temperatura (–60 °C a 50 °C) del LabTH
CODATA	<i>Committee on Data for Science and Technology</i>
CsHPBB	Cuerpo negro de tubo de calor de cesio (300 °C a 650 °C) del LabTH
DIAS	Distribución de Impactos de Absorción Secundaria
DTE	Desviación Típica Experimental
EIPT-68	Escala Internacional Práctica de Temperatura de 1968
EIT-90	Escala Internacional de Temperatura de 1990
ENAC	Entidad Nacional de Acreditación
ETF	Efecto del Tamaño de la Fuente
EURAMET	<i>European Association of National Metrology Institutes</i>
FDP	Función Densidad de Probabilidad
fem	fuerza electromotriz
FOV	<i>Field Of View</i>
FPBB	<i>Fixed Point Black Body</i>
FRT	<i>Forward Ray Tracing</i>
FWHM	<i>Full Width at Half Maximum</i>
GUM	<i>Guide to the expression of Uncertainty in Measurement</i>
InGaAs	Arseniuro de Indio y Galio
INRiM	<i>Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica</i>
INTA	Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial

LabTH	Laboratorio de Temperatura y Humedad del CMyc
NaHPBB	Cuerpo negro de tubo de calor de sodio (550 °C a 962 °C) del LabTH
NAMAS	<i>National Measurement Accreditation Service</i>
NETD	<i>Noise Equivalent Temperature Difference</i>
NIST	<i>National Institute of Standards and Technology</i>
NPL	<i>National Physical Laboratory</i>
OPI	Organismo Público de Investigación
PF	Punto Fijo (por lo general de la EIT-90)
PSAg	Punto de Solidificación de la Plata
PSAl	Punto de Solidificación del Aluminio
PSAu	Punto de Solidificación del Oro
PSCu	Punto de Solidificación del Cobre
PSSn	Punto de Solidificación del Estaño
PSZn	Punto de Solidificación del Zinc
Pt100	TRP de 100 Ω a 0 °C
Pt25	TRP de 25 Ω a 0 °C
PTA	Punto Triple del Agua
PTB	<i>Physikalisch-Technische Bundesanstalt</i>
RELE	Red de Laboratorios de España
SCI	Sistema de Calibración Industrial
SiC	Carburo de Silicio
TP	TermoPar
TPP	TermoPar patrón Principal del CNA
TPS	TermoPar patrón Secundario del CNA
TRIRAT	<i>TRaceability in Infrared RAdiation Thermometry</i>
TRP	Termómetro de Resistencia de Platino
TRPP	Termómetro de Resistencia de Platino Patrón
TZF	<i>Three Zone Furnace</i>
UKAS	<i>United Kingdom Accreditation Service</i>
VBA	<i>Visual Basic for Applications</i>
VTBB	<i>Variable Temperature Black Body</i>
WH	Método Wichmann-Hill mejorado para generación de números aleatorios

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN GENERAL Y MOTIVACIÓN. OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DE LA TESIS

1.1 Introducción general

La radiación electromagnética tiene su origen en el movimiento de las cargas eléctricas que conforman la materia. Se considera que la radiación emitida es de origen térmico cuando está asociada a los mismos modos de vibración o grados de libertad que definen el contenido térmico de un sistema y por tanto asociada a su temperatura. Existen otros muchos procesos de emisión de radiación (luminiscencia) tales como: quimioluminiscencia, fotoluminiscencia, electroluminiscencia, etc., pero no están relacionados con el contenido energético en forma de energía térmica. La radiación con origen y efectos térmicos está comprendida entre $0.1 \mu\text{m}$ y $10^3 \mu\text{m}$, es decir, parte del ultravioleta y todo el visible y el infrarrojo.

En general, para medios opacos o con una alta capacidad de absorción (como son la mayoría de los metales, por ejemplo) los procesos de emisión y absorción de radiación térmica se producen en la superficie y serán por tanto dependientes de la temperatura superficial. Para el desarrollo teórico en este campo, es habitual tratar sólo de las situaciones en las se cumple esta hipótesis.

La medida de esta temperatura es de suma importancia en numerosos procesos industriales (como por ejemplo la industria del acero, aluminio, vidrio, plásticos, etc.) así como en aplicaciones de naturaleza científica. El uso de métodos radiométricos o sin contacto térmico, es fundamental en aplicaciones donde este no es recomendable o posible, por ejemplo: blanco en movimiento, lejano o inaccesible, una temperatura tan elevada que produciría degradación o destrucción del termómetro de contacto, perturbación de la temperatura del objeto por efecto del contacto con la sonda, etc.

De la medida de esta temperatura superficial (incluyendo desarrollo teórico, procedimientos, instrumentación, calibración, etc.) por métodos radiométricos, se ocupa la termometría de radiación. Los elementos básicos que intervienen en la medida en su conjunto son: la fuente de radiación, el medio de propagación de la radiación (causante de una posible absorción), el entorno que puede ser origen de radiación reflejada en la fuente y el termómetro que mide la temperatura. A este último se le denomina como es lógico, termómetro de radiación. Estrictamente hablando se define como un radiómetro (instrumento que mide la energía radiante emitida por un objeto) calibrado para dar la temperatura de dicho objeto. La calibración como suele ser habitual, se realiza midiendo la energía radiante proveniente de fuentes con temperaturas conocidas y estableciendo la relación entre la señal de salida del detector del radiómetro y dichas temperaturas.

Las fuentes de referencia para calibración de termómetros de radiación deben venir caracterizadas por una temperatura conocida (a veces denominada temperatura de contacto) y por una distribución de energía radiante en función de la longitud de onda bien definida.

Para una temperatura (de contacto) dada, la emisividad es el parámetro básico que relaciona la distribución de energía radiante de una superficie arbitraria con la distribución de *radiación de cuerpo negro* (radiación de equilibrio en una cavidad isoterma o de un cuerpo negro perfecto o ideal, apartado 2.3), que constituye una ley física universal. Esto último es importante en termometría de radiación, ya que como técnica de medida de temperatura considera la propia superficie radiante como sensor. Por analogía con lo que ocurre en termometría de resistencia, la radiancia de la radiación emitida por la superficie equivaldría a la resistencia eléctrica, el medio de propagación (aire) al cable y el puente de relación de resistencias (o el indicador en un termómetro de lectura directa) al radiómetro (óptica incluyendo filtros, detector y electrónica). Por ello estos termómetros se calibran en términos de temperatura de radiación que como definiremos en detalle en 2.3, es la de un cuerpo negro perfecto que emite la misma radiación que la superficie.

Como fuentes de radiación de referencia para la calibración de termómetros de radiación se utilizan generalmente cavidades de geometrías diversas o fuentes con superficie plana para aplicaciones más industriales. Mientras que una superficie vendrá caracterizada radiativamente (en el sentido que nos interesa) por su emisividad (a veces también llamada emisividad intrínseca) las cavidades lo harán por la emisividad efectiva o aparente. En cualquier caso tanto una como otra deben ser conocidas con precisión, ya sea para la calibración del termómetro de radiación o para el uso de este en la medida de la temperatura de la superficie.

Aparte de la emisividad intrínseca de la superficie y la geometría, una de las variables que más influyen en la emisividad efectiva de un cuerpo negro de tipo cavidad es el gradiente de temperatura (por lo general longitudinal). Su existencia tiene como consecuencia, como veremos en el apartado 4.2, que la emisividad efectiva depende de la longitud de onda. Por tanto, para una completa caracterización de un cuerpo negro de este tipo, es necesario contar con técnicas (experimentales y de análisis) para la medida de la distribución de temperatura.

El término emisividad efectiva puede ser aplicado también a una fuente plana si consideramos la influencia y contribución de la radiación reflejada en ella y que se origina en el entorno. Esta consideración es importante en aplicaciones de termometría de radiación (sobre todo en calibración) a temperaturas por debajo de unos 200 °C y constituye un factor de corrección e incertidumbre importante en la calibración y uso de termómetros del tipo denominado de lectura directa y que son utilizados en multitud de aplicaciones industriales.

La termometría de radiación juega un papel esencial en la definición de temperatura T_{90} que hace la EIT-90, debido a la relativamente simple dependencia de la radiancia con la temperatura en un cuerpo negro [1]. Por encima del punto de PSAg (1234.93 K o 961.78 °C), se define $T_{90}(X)$ de un cuerpo negro en términos de una relación entre radiancias medida por un termómetro de radiación. Este puede actuar como un comparador (solo se ve afectado por la linealidad) entre dos cuerpos negros, uno de los cuales tiene una temperatura bien definida $T_{90}(PF)$ en un punto fijo (dado por la EIT-90) y el otro es aquel sobre el que se quiere definir $T_{90}(X)$. Si el termómetro de radiación es suficientemente estable puede utilizarse para transferir la escala a otros cuerpos negros o a lámparas de alta estabilidad. En este caso actuaría como termómetro de transferencia [2]. Se verá de forma algo más detallada en el apartado 4.1.

1.2 Motivación

El Laboratorio de Temperatura y Humedad (LabTH) del INTA, dispone de una instalación para la calibración de termómetros de radiación, cuerpos negros en general (cavidades o fuentes planas) y cámaras termográficas, en el margen de temperatura entre -50 °C y 1100 °C y en bandas en torno a $0.96\text{ }\mu\text{m}$, $1.6\text{ }\mu\text{m}$ y de $8\text{ }\mu\text{m}$ a $14\text{ }\mu\text{m}$. Las actividades de calibración del LabTH en este campo están acreditadas por ENAC (Acreditación nº 16/LC10.007, Anexo Técnico Rev. Ed. 6, Fecha 20/05/2016, [<https://www.enac.es/>])

1.2.1 El contexto del INTA

El LabTH pertenece al Centro de Metrología y Calibración (CMyC), encuadrado en la actualidad en la Subdirección General de Coordinación y Planes del INTA. Fundado en 1942, el INTA es el OPI especializado en la investigación y desarrollo tecnológico aeroespacial en España. Entre sus principales funciones cabe destacar:

- La adquisición, mantenimiento y mejora continuada de todas aquellas tecnologías de aplicación en el ámbito aeroespacial.
- La realización de todo tipo de ensayos para comprobar y certificar materiales, componentes, equipos, subsistemas y sistemas de aplicación en el campo aeroespacial.
- El asesoramiento técnico y la prestación de servicios (también de metrología y calibración) a entidades y organismos oficiales, así como a empresas industriales o tecnológicas.
- La actuación como centro tecnológico del Ministerio de Defensa.

El INTA está adscrito al Ministerio de Defensa a través de la Secretaría de Estado de Defensa. Dotado de una gran infraestructura de instalaciones y laboratorios de investigación, desarrollo, medida y ensayo, algunos de los cuales son únicos en Europa, el INTA contribuye de forma

relevante al avance de numerosos programas aeroespaciales y muy especialmente a la potenciación del I+D+i en España.

El INTA abandera proyectos de alta tecnología, como los pequeños satélites Minisat, Nanosat y Microsat, y el desarrollo de programas aeronáuticos como Milano, Diana y Siva, participando también en programas como el avión europeo de combate EF2000 Eurofighter, el motor europeo EJ200 y el avión militar europeo de transporte A400M. Desde sus diversas estaciones espaciales de seguimiento, el INTA participa en proyectos de observación de la Tierra, seguimiento y control de vehículos espaciales, sistemas de alerta y salvamento, observación y estudio del Sistema Solar y espacio profundo, etc. Para más detalles ver [<http://www.inta.es/>]

1.2.2 La Metrología y Calibración en el INTA

Las actividades de metrología y calibración en el INTA nacen en 1942, año de fundación del Instituto, dentro de la Sección de Instrumentación de a Bordo y Armamento. Actualmente el CMyc dispone de un edificio de más de 4500 m² de planta, construido expresamente para minimizar vibraciones y otras perturbaciones radioeléctricas, que está dotado de un avanzado sistema de climatización que permite conseguir un riguroso control de temperatura y humedad (24 horas al día, 365 días al año).

Dentro del marco institucional español, el CMyc mantiene por designación la Referencia Nacional de Humedad y de Potencia, Atenuación y Ruido de Radiofrecuencia, como laboratorios asociados al CEM por Real Decreto 346/2001 y Real Decreto 250/2004.

Todo ello ha permitido que en la actualidad, las certificaciones metrológicas realizadas en el Centro tengan reconocimiento legal en la UE y gocen de general aceptación en el mundo industrializado, lo que está suponiendo una demanda creciente de empresas para certificar sus patrones de referencia y sus equipos de medida de precisión.

El CMyc obtuvo su primera acreditación por el BCS en abril de 1972 en el área de Electricidad CC-Baja Frecuencia (Cal. Nº 58). Desde entonces ha estado siempre acreditado por diferentes organismos de reconocido prestigio nacional e internacional. Fue cofundador y laboratorio de referencia del SCI en 1981, habiendo estado acreditado por RELE, hasta su extinción en 1995 y por NAMAS y posteriormente UKAS hasta la petición de baja voluntaria de su acreditación en septiembre de 2001. Desde 1998 ha estado también acreditado por ENAC y actualmente tiene acreditación ISO/IEC 17025 para realizar calibraciones en las áreas de: Temperatura y Humedad, Presión y Vacío, Masa, Tiempo y Frecuencia, Electricidad CC y Baja Frecuencia, Electricidad Alta Frecuencia, Caudal y Densidad y Viscosidad (ver anexo técnico 16/LC10.007)

Los equipos de medida y calibración más avanzados, procesos de trabajo y tecnologías aplicadas en su estado del arte, junto a un personal especializado, hacen que el INTA pueda ofrecer y proporcionar uno de los servicios de calibración, asesoramiento técnico y formación más avanzados y completos del mundo, en materia de metrología. El CMyC da trazabilidad en las diversas magnitudes a la mayoría de los ensayos realizados en el INTA y es el laboratorio de referencia del Ministerio de Defensa.

En lo referente a la magnitud de temperatura caben destacar las actividades de metrología y calibración (incluyendo el asesoramiento) para departamentos dedicados al ensayo de células solares de aplicación espacial (SPASOLAB), ensayos aerodinámicos, ensayos sobre materiales estructurales, turborreactores y últimamente también para las actividades de investigación en astrobiología del CAB (Centro de Astrobiología INTA/CSIC).

En el LabTH se han diseñado procedimientos y se ha puesto en marcha una instalación para la calibración entre -150 °C y 50 °C , de las sondas que actualmente miden la temperatura de la superficie y la atmósfera de Marte. Estos sensores van instaladas en la estación meteorológica REMS del Curiosity (misión MSL de la NASA) [<http://cab.inta-csic.es/remes/es/ciencia-de-rems/>]. En la actualidad se colabora en la caracterización y calibración de las sondas de temperatura de la atmósfera, suelo (termopilas) y otras que irán instaladas en los sensores de velocidad de viento, de la nueva estación MEDA el CAB para la misión MARS2020 [<http://www.cab.inta.es/es/noticias/169/meda-seleccionado-para-mars202031-07-2014>].

En termometría de radiación, el LabTH da trazabilidad a las medidas de esta magnitud necesarias para los ensayos de células solares y de energías renovables, ensayos de compatibilidad electromagnética, ensayos de vehículos, teledetección aeroportada, ensayos de turborreactores, guiado de misiles, optrónica, etc.

1.2.3 Termometría de radiación en el CMyC

Para las actividades de termometría de radiación dentro de la antigua Sección de Metrología y Calibración del INTA, se contaba con un pirómetro óptico ($0.66\text{ }\mu\text{m}$) modelo 8642 de L&N y un cuerpo negro del PSCu en un horno modelo CTF 1200 de CARBOLITE. Con ellos se realizaba de la EIPT-68 (hasta la EIT-90) y se mantenía mediante la transferencia a lámparas de alta estabilidad de tungsteno (tanto de vacío como de gas), entre 800 °C y 2300 °C .

A partir de 1990 con la puesta en marcha oficial del CEM, la competencia en cuanto a custodia, conservación y diseminación de los patrones nacionales de las unidades de medida pasa a ser responsabilidad de este organismo. Paralelamente las actividades de termometría de radiación primaria del INTA se van abandonando, fundamentalmente debido al traslado del personal clave del Instituto, especialista en este campo, a los laboratorios primarios del CEM.

Durante los siguientes años se detectó una demanda e interés creciente para la calibración con trazabilidad, de termómetros de radiación y cuerpos negros en bandas del infrarrojo y más bajas temperaturas. Especialmente interesante era la banda de 8 μm a 14 μm para margen entre $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ y 0.9 μm para temperaturas entre $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Esta nueva demanda se situaba especialmente en el ámbito industrial, aunque de forma progresiva nuevos ensayos y medidas llevados a cabo en el INTA (teledetección aeroportada y guiado, por ejemplo) requerían dar trazabilidad en esta magnitud.

En esos momentos, el recientemente creado LabTH del Área de Metrología y Calibración del INTA (hoy CMyC), como responsable del servicio de calibración del Instituto, procedió a la adquisición y puesta en marcha de equipos para la calibración de termómetros de radiación y cuerpos negros entre $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Los primeros pasos se dieron en el año 1993 con la formación de personal técnico del laboratorio en el NPL del Reino Unido en termometría de radiación. Posteriormente, bajo el asesoramiento y en colaboración con este organismo, se propuso una instalación compuesta por dos cuerpos negros de temperatura variable y dos termómetros de radiación. Un cuerpo negro de baja temperatura (CNB), cubría el margen entre $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ y consistiría en una cavidad cilíndrica de diámetro 77 mm, longitud 374 mm y emisividad efectiva mínima de 0.999, situada en un baño (adaptado para su uso con una cavidad) de aceite de silicona, para el mantenimiento de la temperatura. Un cuerpo negro de alta temperatura (CNA) (ver detalles en los capítulos 9 y 10), con emisividad efectiva no menor de 0.998, cubriría el margen entre $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Para calibración de cuerpos negros, se propuso además un termómetro de radiación (modelo C300 de MINOLTA/LAND) en la banda 8 μm a 13 μm para el margen de $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ y otro en la banda 0.8 μm a 1.1 μm para temperaturas entre $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ (modelo C52 del mismo fabricante).

El sistema formado por los cuatro equipos más dos TRP de tipo Pt100 del CNB y dos termopares (TP) tipo R del CNA fueron calibrados por el NPL e instalados en el LabTH de forma provisional durante el primer trimestre de 1994. EL LabTH propuso un sistema para el posicionamiento de los equipos, compuesto por dos mesas ópticas, monturas de precisión para desplazamiento vertical y horizontal en 3 ejes, sistemas para alineamiento, etc. Todo ello fue adquirido y montado a lo largo de 1994 y 1995. Para la acreditación de la actividad de calibración de termómetros de radiación y cuerpos negros, se realizaron los correspondientes procedimientos de medida en los que se incluía la trazabilidad al NPL de las fuentes de radiación de referencia, mientras que la calibración de los termómetros de contacto se llevaría a cabo internamente en el LabTH en base a la acreditación UKAS vigente en aquel momento.

A partir de 1998 los procedimientos se adaptaron para obtener la acreditación ENAC. Se contemplaba la calibración periódica de los dos termómetros de radiación en el CEM, tanto para la caracterización del ETF, como para la realización de comparaciones bilaterales entre el INTA y este organismo. Desde 2010 el LabTH cuenta con procedimientos y medios materiales propios para la medida del ETF y las calibraciones bianuales en el CEM se utilizan únicamente como ejercicios de aseguramiento de la calidad (UNE-EN ISO/IEC 17025:2005) dentro de la programación del plan de calibración del LabTH.

El interés en el INTA e industria para calibración de termómetros de radiación a temperaturas por debajo de la ambiente, motivó la adquisición de un cuerpo negro de excepcionales especificaciones y muy baja temperatura, fabricado por la empresa alemana KE-GmbH para el margen entre -60 °C y 50 °C (CNC). El CNC está basado en un “heat pipe” de amoníaco, tiene una emisividad efectiva entre 0.999 54 y 0.999 99 en función de la apertura (diámetro máximo de 75 mm y mínimo de 10 mm) y una longitud de 300 mm. El cuerpo negro fue calibrado por el PTB a finales de 2000 y la puesta en marcha del sistema (junto con los procedimientos) fue llevada a cabo a lo largo de 2001. Con este cuerpo negro se adquirió también un segundo termómetro C300 calibrado por el PTB en el mismo margen, que fue utilizado para justificar y validar la ampliación del alcance de acreditación ENAC, el cual finalmente entró en vigor en 2001.

Debido a la necesidad de calibración periódica de los patrones de referencia, es decir de los cuerpos negros, exigida para el mantenimiento de la acreditación ENAC, el LabTH contactó con el CEM para que este llevara a cabo la caracterización de los cuerpos negros CNA y CNB. La calibración fue realizada a finales de 2001. Según lo esperado para este tipo de equipos, los resultados del CNB fueron compatibles con los obtenidos por el NPL, 8 años antes. Los resultados del CNA, al ser un sistema de tres zonas (TZF) y alta temperatura, dependen mucho del gradiente y por tanto de los puntos de consigna de los controladores laterales. Los resultados del CEM mostraron grandes diferencias respecto a las medidas del NPL por lo que muy probablemente la configuración térmica no fue la misma en ambos casos. Además, en ninguna de las dos calibraciones se midió el gradiente de temperatura, la emisividad efectiva o la uniformidad horizontal y vertical en la apertura.

A mediados de 2003 el PTB llevó a cabo una caracterización muy completa del CNA. Se incluía la calibración en las dos bandas de interés y la medida de los parámetros anteriores, después de la optimización del gradiente de temperatura (ver capítulo 9).

Solamente la calibración en el PTB del CNA y de los dos “heat-pipe” CsHPBB y NaHPBB (descritos en los capítulos 8 y 10), tuvo un coste cercano a los 50000 € entre los años 2003 y 2005.

A eso hay que añadir que el transporte de equipos tan complejos, voluminosos y frágiles entraña problemas y riesgos adicionales. Es necesario desmontar completamente la cavidad y los patrones de temperatura de contacto (dos TRPP tipo Pt25, dos TP tipo R y dos TP de Au/Pt). Estos termómetros son muy frágiles y sensibles al transporte y requieren ser calibrados antes y después del envío para detectar una posible deriva. Lo ideal en este caso es su calibración en el mismo laboratorio donde se calibran los cuerpos negros, con lo cual el coste total se incrementa considerablemente. El precio actualizado (junio 2016) de una caracterización completa de estos tres cuerpos negros en el PTB, excluyendo la calibración de los 6 termómetros de contacto, es de 44500 €, a lo que habría que sumar el coste del envío [*Monte C y Gutschwager B (PTB, Alemania) (junio 2016), comunicación privada*]

A finales de 2004 el LabTH adquirió un termómetro de radiación lineal de máximas prestaciones, modelo LP3 (ver apartado 9.3 para detalles) fabricado por KE-GmbH y calibrado por el PTB. Este equipo tiene un detector de InGaAs y mide en el margen entre 230 °C y 1500 °C en tres posibles bandas entre 1.1 μm y 1.6 μm . Con él ha sido posible por ejemplo, medir con mucha precisión el gradiente de temperatura en el CNA (apartado 9.3) y permitirá en el futuro hacer lo mismo en los “heat-pipe” y en otros posibles cuerpos negros del laboratorio o de clientes externos. Es además un patrón de transferencia ideal para la calibración de cuerpos negros y para la medida de emisividad y temperatura superficial, para lo cual el equipo precisa ser calibrado con una frecuencia no mayor de 1 año. La caracterización completa de los cuerpos negros CsHPBB y NaHPBB (incluyendo cálculo de la emisividad efectiva, medida de gradientes, calibración de termómetros patrones de contacto, etc.) permitirá que el LP3 pueda ser calibrado próximamente en el LabTH. La medida de su linealidad, transmitancia espectral de los filtros y responsividad espectral del detector (para su uso como radiómetro), podrá ser realizada en colaboración con el CEM y/o con otros departamentos del INTA con suficiente experiencia.

Como parte del mantenimiento de la acreditación ENAC en termometría de radiación, el LabTH ha participado en diversos ejercicios de intercomparación a lo largo de los últimos años.

EAL Interlaboratory comparison TH-9: Radiation Thermometry

Realizada entre mayo de 1998 y febrero de 2000, participaron 21 laboratorios de 12 países, incluyendo Sudáfrica, Brasil y 10 más europeos. Consistió en la calibración de un termómetro de radiación modelo Land System 3 GP113 de LAND con respuesta espectral en la banda de 0.7 μm a 1.1 μm , para medidas entre 600 °C y 1300 °C. El LabTH participó midiendo el margen entre 600 °C y 1100 °C con el CNA en abril de 1999. Los resultados fueron satisfactorios, obteniendo errores normalizados (índice de compatibilidad) entre 0.07 y 0.33.

Comparación nacional de termómetros de radiación de infrarrojo de 50 °C a 900 °C: SCTC11-2007-1

Actuando el CEM como laboratorio de referencia y coordinador y organizada por iniciativa de ENAC, se llevó a cabo entre junio de 2007 y septiembre de 2008. Participaron 8 laboratorios españoles acreditados o en vías de acreditación por ENAC y se calibraron dos termómetros de radiación, uno en la banda de 8 μm a 14 μm en el rango de 50 °C a 900 °C y otro de 0.6 μm a 1.1 μm entre 600 °C y 900 °C. Los resultados del LabTH fueron satisfactorios con índices de compatibilidad menores que 1 en todos los casos. El análisis detallado de esta intercomparación en lo que al LabTH se refiere, puso de manifiesto la necesidad de poner en marcha un procedimiento interno para la evaluación del ETF. Esta acción fue llevada a cabo poco tiempo después.

Comparación nacional de termómetros de radiación de infrarrojo de -30 °C a 900 °C: SCTC11-2013-1

Con la misma mecánica que la anterior, se desarrolló a lo largo de 2013 participando 12 laboratorios españoles acreditados o en vías de acreditación por ENAC. Se calibraron dos termómetros de radiación, uno en la banda de 8 μm a 13 μm en el rango de -30 °C a 900 °C y otro en la banda de 1 μm a 1.6 μm entre 300 °C y 900 °C. Los resultados del LabTH dieron índices de compatibilidad menores que 1. Los resultados de esta intercomparación pusieron de manifiesto a nuestro entender, ciertos problemas y limitaciones del modelo C300 utilizado en la primera banda. El ETF de este termómetro es muy elevado, tiene una baja resolución y es muy sensible al enfoque del blanco. Como acción se decidió que los C300 utilizados en el LabTH para calibración de cuerpos negros, deberían ser reemplazados a corto plazo por un modelo con mejores especificaciones en la banda de 8 μm a 14 μm (ver capítulo 10).

Está previsto realizar un nuevo ejercicio de intercomparación de similares características a lo largo de 2017/2018.

Comparaciones bilaterales con el CEM

Desde el año 2000 y con periodicidad bianual, se llevan al CEM los termómetros del LabTH modelos C52 y C300, dentro de las acciones para el aseguramiento de la calidad del plan de calibración para el mantenimiento de la acreditación ENAC. Estos son posteriormente calibrados en el laboratorio en el margen entre -60 °C y 1100 °C utilizando los 5 cuerpos negros: CNC, CNB, CNA, CsHPBB y NaHPBB. La compatibilidad entre los resultados ha sido siempre satisfactoria. En ambos termómetros, las medidas de ETF realizadas por el CEM son comparadas con las obtenidas utilizando procedimientos propios, que incluyen además el cálculo de radios efectivos y la medida con aperturas refrigeradas.

1.3 Objetivos generales

Consideramos motivado por tanto, el desarrollo de un conjunto de herramientas de cálculo para la determinación de la emisividad efectiva en cavidades con diversa geometría para utilizarlas específicamente sobre los cuerpos negros del LabTH.

Así mismo es necesario disponer de métodos experimentales y de análisis para la medida del gradiente de temperatura en el interior de las cavidades.

Se requiere además una alta flexibilidad, dotando a los modelos de funcionalidades extra como es el cálculo de la incertidumbre por efecto de las variables de influencia fundamentales: emisividad intrínseca, parámetros geométricos y gradiente de temperatura y en el caso de emisividad integrada, del tamaño del detector y de su distancia a la cavidad. La inclusión de herramientas añadidas que facilitarán el estudio de cavidades no isotermas, la incorporación del cálculo de incertidumbre y la ventaja que tiene el control total sobre el código necesario para implementar los modelos numéricos, exige de un desarrollo propio.

El tipo de resultados que se obtengan debe cubrir al menos los mismos aspectos que se especificaron en las caracterizaciones de los cuerpos negros llevadas a cabo por el PTB en el pasado. En todo caso los resultados deberán ampliarse como mínimo al cálculo de la incertidumbre. Con ello será posible evitar que en el futuro los cuerpos negros del LabTH tengan que ser calibrados en laboratorios externos, (con la consiguiente reducción de gastos) y además poner a disposición de clientes externos la caracterización de sus fuentes de referencia como parte de un servicio de calibración acreditado que se sumaría al ya existente.

La caracterización de los cuerpos negros utilizando estas técnicas debe poner posibilitar la identificación de los factores de influencia que permitan reducir la incertidumbre (CMC) en vigor de ENAC. Estos factores, como se verá en el capítulo 10, serán fundamentalmente una mejor especificación de la emisividad intrínseca en algunos casos, la mejora del contacto térmico entre termómetro de referencia (de contacto) y cavidad, la sustitución de alguno de estos termómetros (o instrumentación de medida) por otros con menor incertidumbre, etc.

Para la mejora de las CMC actualmente acreditadas por ENAC, se considerará la adaptación (mediante un procedimiento interno) de la guía del CCT-WG5 del BIPM para medidas por debajo de 962 °C. Se implantarán sistemáticas para la consideración del efecto de la temperatura ambiente (influencia de la reflexiones y emisividad efectiva aplicada a fuentes planas) y de la temperatura interna de detector. En este último caso para calibración de termómetros de radiación por debajo de 200 °C (especialmente de tipo industrial) donde este efecto tiene mayor importancia.

El cálculo de la incertidumbre de calibración no es objetivo de la tesis, ya que está más enfocado como parte de un procedimiento (una revisión del que se utiliza actualmente) que contemple como referencia los resultados de esta tesis. Sin embargo identificaremos algunos factores influencia (y fuentes de error) y realizaremos cálculos parciales que serán posteriormente puestos en común con otros en la revisión del procedimiento.

Como parte de estos objetivos consideramos la selección de las especificaciones de un termómetro de radiación en la banda de 8 μm a 14 μm que mejore las del modelo C300 actualmente en uso en el LabTH. Este termómetro, debido a su enorme ETF, baja resolución, sensibilidad al enfoque, etc. limita mucho la calibración de cuerpos negros y no permite la mejora de las CMC. Esta son en la actualidad bastante altas (entre 2 $^{\circ}\text{C}$ y 3 $^{\circ}\text{C}$) y no satisface del todo las demandas y necesidades existentes en el campo industrial y científico, especialmente en el INTA.

La caracterización completa de un cuerpo negro exige disponer de métodos para la determinación de su emisividad efectiva. Cuando se trata de una superficie plana, la emisividad efectiva se define de forma similar, asumiendo que las paredes exteriores y la propia superficie, conforman una cavidad. El valor de esta, como el de cualquier magnitud física, solo tiene sentido si va acompañado de su incertidumbre.

Por lo general se recurre a métodos de cálculo para su determinación, pudiendo ser estos analíticos o numéricos, dependiendo de la dificultad del problema. En este último caso, los métodos de simulación estadística como el de Montecarlo, se utilizan de forma muy generalizada para la resolución de problemas de interacción radiación-materia. Son de planteamiento relativamente sencillo (la dificultad, si existe, es disponer de ordenadores suficientemente rápidos) e intuitivo y se aplican fundamentalmente en ciencias físicas, pero también en biología, economía, sociología, logística, etc. Así mismo el método de Montecarlo es utilizado de forma cada vez más frecuente para el cálculo de la incertidumbre en medida. Consideramos pues justificado el desarrollo de modelos geométricos para la obtención de la emisividad efectiva por Montecarlo.

Para ello, como objetivo secundario se propone la revisión de la teoría que sustenta este método de cálculo, presentando de la forma más clara y didáctica posible nuestra interpretación del formalismo matemático. Otro objetivo de tipo secundario es la revisión lo más exhaustiva posible de la bibliología existente sobre métodos y resultados de emisividad efectiva. Las conclusiones serán importantes, ya que para la validación de los modelos propuestos nos basamos fundamentalmente en la comparación con resultados publicados.

Las geometrías de cavidad más habituales son: cilíndrica, cónica y sobre todo cilindro-cónica. Los modelos que hemos desarrollado incluyen estas tres y son suficientemente flexibles para su generalización a cavidades con forma diferente, que aunque poco frecuentes, pueden darse en algunas aplicaciones. Por otra parte, los modelos geométricos básicos deben permitir su generalización para incluir diversos tipos de reflexión, fundamentalmente especular-difusa y gradientes de temperatura más generales.

Desarrollaremos y validaremos un modelo geométrico para el cálculo de la emisividad efectiva local en cavidades cilíndricas, en general no isotermas.

Demostraremos el potencial del modelo cuando se aplica a la resolución de problemas tales como la optimización (uniformización) del perfil radial de emisividad efectiva en una cavidad cilíndrica. La optimización puede tener aplicación en el diseño de fuentes (o en su configuración) para la medida del ETF, mejora en la calibración de termómetros de radiación de FOV extenso y calibración de cámaras termográficas.

Para ello será útil la introducción de una nueva función que caracteriza el proceso de absorción de radiación en la cavidad. Esta función adquiere un sentido físico claro cuando se analiza el problema en la forma discreta propia del método de Montecarlo. En general esta función pondrá la emisividad efectiva no isoterma en función de la isoterma a través de una ecuación integral.

La validación de este modelo se hará por comparación con resultados publicados en la bibliografía especializada, obtenidos mediante modelos y/o técnicas diferentes.

Se generalizará el modelo cilíndrico para su aplicación a cavidades cónicas y se incluirá el cálculo de emisividad efectiva integrada. Esta magnitud contempla la presencia de un detector (en particular un termómetro de radiación) a cierta distancia de la apertura, de forma que la radiación que le llega proviene de una superficie definida de la cavidad, función de la distancia, configuración óptica del termómetro y tamaño del detector (diafragma de campo fundamentalmente). En el modelo se incluirá el efecto que produce la presencia de una tapa en la cavidad, que limita la extensión del haz de rayos que llegan al detector (efecto de viñeteado).

Se aplicará a configuración no isoterma y se implementarán también en esta geometría las técnicas numéricas de optimización del perfil radial de emisividad efectiva por variación del gradiente. Como en el caso anterior, la validación (incluyendo la optimización) se realizará por comparación con resultados publicados.

Se ampliará el cálculo de la emisividad efectiva a la geometría cilindro-cónica. Para su validación se utilizarán fundamentalmente análisis de consistencia, independientes de la comparación con otros resultados publicados. Se incluirá así mismo el cálculo de la incertidumbre por efecto de las variables de influencia geométricas y de la emisividad intrínseca. Este modelo se aplicará a las

cavidades CsHPBB y CsHPBB del LabTH supuestas isotermas y se compararán los resultados con la caracterización realizada por el PTB. El modelo se generalizará para contemplar configuración no isoterma y se validará. El modelo cilindro-cónico se aplicará al cálculo de la emisividad efectiva integrada suponiendo la presencia de un termómetro de radiación con FOV extenso y se analizará la geometría necesaria si el sistema es formador de imágenes. Así mismo se utilizará en la optimización de parámetros geométricos y configuración térmica para la obtención de un perfil uniforme.

Se aplicará al CNA del LabTH, que al estar instalado en un horno de tres zonas (TZF) permite la variación del gradiente y además fue caracterizado en el PTB en el pasado. Para ello se analizará el efecto de la emisividad intrínseca del SiC en función de la longitud de onda

Se desarrollará un procedimiento teórico/experimental, basado en el método radiométrico, para la determinación del gradiente de temperatura en un cuerpo negro. Se aplicará al CNA en función de distintas configuraciones de los controles laterales del horno y los resultados se pondrán en relación con los obtenidos aplicando parcialmente el método termométrico con uno de los TP de referencia del cuerpo negro. Para la ejecución del procedimiento experimental se utilizará el termómetro lineal LP3 del LabTH. Se propondrá un método teórico para el cálculo de la incertidumbre de la emisividad efectiva (local e integrada) por indeterminación del gradiente.

Se aplicarán los modelos anteriores a los cuerpos negros CNA, CsHPBB y NaHPBB, en el contexto de su uso para calibración de termómetros de radiación. Para ello determinaremos la temperatura de radiación en función de la temperatura de contacto. Teniendo en cuenta las características de los patrones de referencia instalados en cada uno de ellos, obtendremos una estimación de la incertidumbre. Se analizarán diversos casos y se pondrán de manifiesto posibles limitaciones y mejoras de cara a incorporar los resultados de este trabajo a una revisión general del procedimiento de calibración en termometría de radiación del LabTH. En especial se hará hincapié en el termómetro de radiación de transferencia utilizado en calibración de cuerpos negros en la banda de 8 μm a 14 μm .

1.4 Estructura de la tesis

La tesis se estructura en 11 capítulos, estando el núcleo principal del trabajo constituido por los capítulos 6, 7, 8 y 9.

A continuación del índice se enumeran, por orden alfabético, las abreviaturas utilizadas en el texto. El capítulo 1 sirve a modo de introducción, motivación y objetivos generales de la tesis.

En el capítulo 2 se describe la teoría básica que está detrás de la termometría de radiación con la introducción de las magnitudes radiométricas básicas y en especial las relacionadas con la teoría del cuerpo negro y los modelos de reflexión.

El capítulo 3 trata brevemente del método de Montecarlo en general y para la resolución de problemas de radiometría en particular.

El capítulo 4 describe de forma detallada el formalismo matemático de la emisividad efectiva con un tratamiento lo más didáctico posible. En el punto 4.3 se describen las geometrías y la terminología y nomenclatura básica utilizada en el trabajo.

En el capítulo 5 se hace un resumen de los principales resultados publicados, con los cuales se compararán en parte los obtenidos con los modelos desarrollados.

Los capítulos 6, 7 y 8 contienen básicamente cuatro artículos que han sido publicados por el autor, en revistas reconocidas con impacto, como **International Journal of Thermophysics** y **Metrologia**, entre los años 2014 y 2016. El contenido de estos artículos ha sido ampliado para cubrir en su totalidad los objetivos de la tesis.

En el capítulo 9 se aplican los modelos desarrollados anteriormente, se analiza en detalle el cuerpo negro CNA del LabTH y se describe un procedimiento para la medida del gradiente de temperatura con el termómetro lineal LP3.

El capítulo 10 sirve de introducción para el uso de los resultados anteriores en la revisión del procedimiento de calibración de termómetros de radiación y cuerpos negros del LabTH.

En el capítulo 11 se describen las conclusiones generales. A continuación se incluyen en cuatro anexos, los artículos publicados (solo la primera página) a los que hacemos referencia en los capítulos 6, 7 y 8.

Finalmente se enumeran las referencias y bibliografía utilizada.

CAPÍTULO 2. MAGNITUDES RADIOMÉTRICAS. RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO Y MODELOS DE REFLEXIÓN

2.1 Breve reseña histórica

La termometría de radiación se practica desde que el hombre aprendió a trabajar con hornos de alfarería, forjar metales, hacer objetos de vidrio, etc. El termómetro de radiación original fue el ojo humano: los primeros alfareros, herreros o sopladores de vidrio obtenían de su experiencia una estimación de la temperatura viendo el color de los objetos o de los hornos que se utilizaban. El primer intento moderno de usar la termometría de radiación data de 1828 cuando M'Sweeny focalizó la radiación de un cuerpo caliente en el bulbo de un termómetro de mercurio utilizando un espejo cóncavo. Sin embargo, la base científica de la relación entre materia y radiación fue estudiada por primera vez por Kirchhoff, que enunció en 1859 la ley que lleva su nombre y que describe la relación entre la absorción y la emisión del flujo radiante de la superficie de un material. Al año siguiente estableció el concepto de cuerpo negro (cuerpo que absorbe toda la radiación que le llega y nada se refleja o se transmite) fundamental en el desarrollo de la termometría de radiación. Sin embargo, la relación teórica entre la radiancia espectral de un cuerpo negro y su temperatura termodinámica no se establecería hasta finales del siglo XIX por Wien (1894-1896) y sobre todo Planck (1900).

El uso del brillo rojizo de una superficie caliente para medir su temperatura fue sugerido por Becquerel en 1836 pero no fue hasta 1892, cuando el industrial francés Le Chatelier introdujo el primer termómetro de radiación. Este instrumento utilizaba una lámpara de aceite de llama como fuente de comparación de brillo, un visor de telescopio con un filtro rojo y un iris para ajustar el brillo y conseguir el ajuste fotométrico. Las primeras medidas de temperatura por encima del margen de uso de termopares se hicieron con este instrumento. Este fue el origen del pirómetro de desaparición de filamento, desarrollado posteriormente y de manera independiente por Morse (1899) y por Holborn y Kurlbaum (1901). Este primer termómetro de radiación se calibraba con un cuerpo negro de oro. Posteriormente se desarrollaron otros tipos de instrumentos basados en la ley de Stephan-Boltzmann (1879) que relaciona la radiación de un cuerpo negro con la cuarta potencia de la temperatura: los termómetros de radiación total. La primera patente de un termómetro de radiación total fue la de Ferry en 1901. Este instrumento usaba un detector termoeléctrico, por lo que generaba una señal eléctrica que podía ser controlada y/o registrada, superando por ello a los de filamento. El primer termómetro de radiación total comercial, lo fabricó la compañía Leeds and Northrup en 1931.

Los termómetros de radiación de banda estrecha utilizan como detectores, semiconductores que generan una fotocorriente por excitación de los electrones de la banda de valencia a la de conducción, al absorberse radiación electromagnética de una determinada longitud de onda. No se desarrollaron hasta después de la 2ª Guerra Mundial y lo fueron inicialmente para aplicaciones militares. Son los más precisos y los actuales patrones de medida de temperatura de radiación.

2.2 Magnitudes radiométricas

Pasamos ahora a definir algunas de las magnitudes más relevantes para la termometría de radiación. La radiación emitida (incluyendo también la reflejada) tiene características espectrales y direccionales. Consideremos la emisión (flujo radiante emitido Φ_{em}) de radiación desde un elemento de área dA , tal y como se muestra en la figura 2.1, en una determinada dirección $\vec{\omega}'$ definida por las coordenadas esféricas (θ', ϕ') (como notación suelen utilizarse primas para direcciones de radiación emitida por la superficie y sin primas para identificar la dirección si la radiación es incidente).

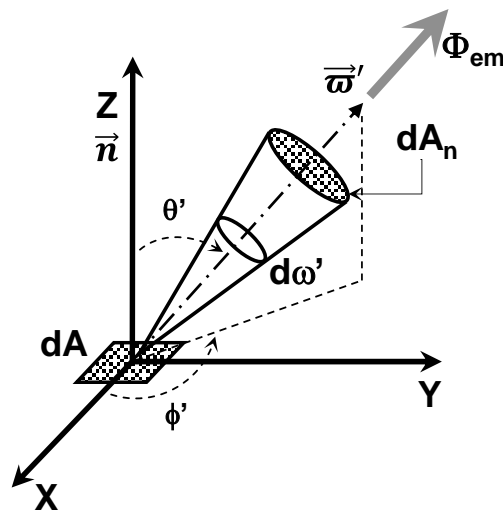


Figura 2.1. Sistema de referencia para la descripción de la emisión de radiación desde un elemento de área dA (normal a \vec{n}), en un ángulo sólido $d\omega'$ y en dirección $\vec{\omega}'$

Para fuentes extensas se utiliza el concepto de **radiancia espectral** $L_{\lambda,em}$ de la radiación emitida [3]. Dado del elemento dA , esta se define como la energía radiante δE emitida a una longitud de onda entre λ y $\lambda+\delta\lambda$ en dicha dirección y en un ángulo sólido $d\omega'$, por unidad de área (dA_n) perpendicular a $\vec{\omega}'$, por unidad de ángulo sólido ($d\omega'=\text{sen}\theta'd\theta'd\phi'$), por unidad de longitud de onda y por unidad de tiempo. En términos de potencia radiante emitida $\delta\Phi_{em}$, según la figura 2.1, sería:

$$L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') = \frac{d^3\Phi_{em}}{dA \cos\theta' d\omega' d\lambda} \quad (2.1)$$

La radiancia se expresa en unidades de [$\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\mu\text{m}^{-1}$]

Para fuentes puntuales o (δA) mucho más pequeñas que la distancia al punto de medida, es común utilizar la **intensidad radiante** $I_{\lambda,em}$, definida como flujo radiante por unidad de ángulo sólido. Formalmente se expresa por:

$$I_{\lambda,em} = \frac{d^2\Phi_{em}}{d\omega' d\lambda} = \int_{\delta A} L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') \cos\theta' dA \cong L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') \cos\theta' \delta A \quad (2.2)$$

Para un emisor isotrópicamente difuso (lambertiano) la radiancia, por definición, no depende de la dirección (θ', ϕ'), por lo que se cumple la ley de coseno o ley de Lambert:

$$I_{\lambda,em}(\theta') = I_{\lambda,em}(0) \cos\theta' \quad (2.3)$$

La **exitancia espectral** $M_{\lambda,em}$ se define integrando la radiancia, sobre todas las direcciones en el espacio semiesférico sobre el elemento dA . Se expresa en unidades de [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$] y se define matemáticamente por:

$$M_{\lambda,em}(\lambda) = \frac{d\Phi_{em}}{dAd\lambda} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') \cos\theta' \sin\theta' d\theta' d\phi' \quad (2.4)$$

Por lo general las magnitudes con subíndice “em” se utilizan para radiación emitida por la superficie, con “r” para radiación reflejada y sin subíndice para radiación tanto emitida como reflejada. La exitancia total se define integrando sobre todas las longitudes de onda y viene dada en [Wm^{-2}]:

$$M_{em} = \int_0^{\infty} M_{\lambda,em}(\lambda) d\lambda \quad (2.5)$$

Si la superficie es isotrópicamente difusa, resolviendo (2.4) se tiene:

$$M_{\lambda,em}(\lambda) = \pi L_{\lambda,em} \quad (2.6)$$

Para radiación incidente sobre la superficie se definen magnitudes equivalentes a las anteriores. Considerando ahora las direcciones sin primas en la figura 2.1, la energía radiante incidiría sobre dA en la dirección $\vec{\omega} = -\vec{\omega}'$). Las magnitudes relevantes son:

- Flujo o potencia incidente: Φ_{in}
- Radiancia espectral incidente $L_{\lambda,in}$ equivalente a radiancia espectral
- Irradiancia espectral $E_{\lambda,in}$ equivalente a irradiancia espectral
- Irradiancia total E_{in} equivalente a irradiancia total

Si la superficie es isotrópicamente irradiada, $L_{\lambda,in}$ será independiente de la dirección y al igual que en el caso anterior:

$$E_{\lambda,in}(\lambda) = \pi L_{\lambda,in} \quad (2.7)$$

Las magnitudes definidas anteriormente se refieren a radiación incidente y emitida (y/o reflejada) sobre y por una superficie. En general se puede definir [4] el **campo de radiación**, a partir del flujo de radiación $\delta\Phi$ que atraviesa en dirección $\vec{\omega}$ un elemento de área dA y orientación \vec{n} , situado en el espacio en el punto \vec{r} tal y como se describe esquemáticamente en la figura 2.2.

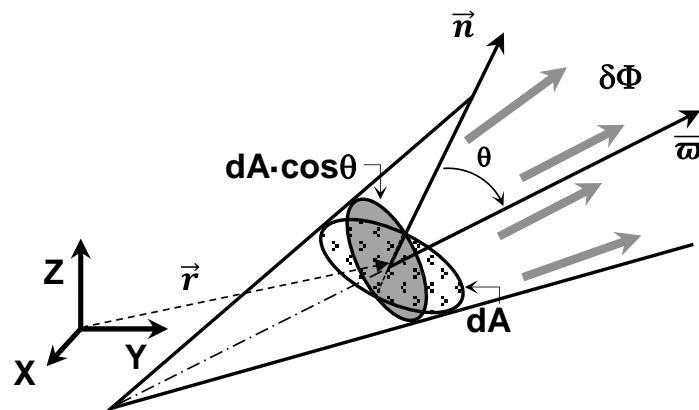


Figura 2.2. Definición de campo de radiación en el espacio

La **radiancia espectral** L_{λ} definida en este caso para un campo de radiación general, es el flujo de energía radiante que atraviesa la unidad de superficie perpendicular a $\vec{\omega}$ por unidad de ángulo sólido y unidad de longitud de onda. Analíticamente se escribe de forma similar a (2.1), sin el subíndice “em” y en este caso con una dependencia explícita del punto \vec{r} por tratarse de un campo escalar.

2.2.1 Factores de forma

En el estudio teórico del intercambio de energía radiante entre distintas superficies, fundamental en la definición de la emisividad efectiva, se utiliza como herramienta el factor de forma [5] (otras denominaciones que se pueden encontrar en la literatura son factor geométrico, de visión y de configuración). Considerados por lo general solo para superficies difusas, el factor de forma entre las superficies A y la B se define como la fracción de energía que llega a B, del total difusamente radiado desde A.

Adoptando la notación de la referencia anterior, el factor de forma (en este caso diferencial) entre un elemento de área dA_1 (o $d1$) y un segundo elemento dA_2 (o $d2$), denotado por dF , se define a partir de la figura 2.3 como:

$$dF_{d1 \rightarrow d2} = \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi S_{1 \rightarrow 2}^2} dA_2 \tag{2.8}$$

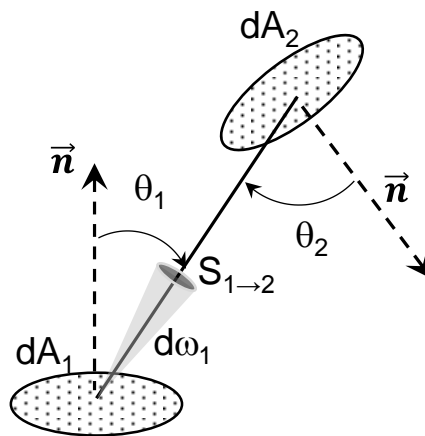


Figura 2.3. Geometría para la definición del factor de forma entre superficies diferenciales

Teniendo en cuenta la definición y la figura anterior, el factor de forma se puede escribir como:

$$dF_{d1 \rightarrow d2} = \frac{1}{\pi} \cos \theta_1 d\omega_1 \tag{2.9}$$

El ángulo sólido diferencial $d\omega_1$ que subtende la proyección del elemento dA_2 sobre dA_1 es:

$$d\omega_1 = \frac{\cos \theta_2}{S_{1 \rightarrow 2}^2} dA_2 \tag{2.10}$$

Según hemos visto, para una superficie difusa (considerando en general radiación emitida y reflejada), la fracción de flujo radiante ($d\Phi_{d1 \rightarrow d2}$) que desde dA_1 llega a dA_2 , del total ($d\Phi_{d1 \rightarrow}$) que sale de dA_1 hacia todo el hemisferio es:

$$\frac{d\Phi_{d1 \rightarrow d2}}{d\Phi_{d1 \rightarrow}} = \frac{L_\lambda \cos \theta_1 d\omega_1 dA_1}{M_\lambda dA_1} = \frac{L_\lambda \cos \theta_1 d\omega_1}{\pi L_\lambda} = \frac{\cos \theta_1 d\omega_1}{\pi} \quad (2.11)$$

es decir, el factor de forma. Una propiedad importante que se deduce inmediatamente de la definición, es la llamada relación de reciprocidad:

$$dA_1 dF_{d1 \rightarrow d2} = dA_2 dF_{d2 \rightarrow d1} \quad (2.12)$$

Para superficies finitas se tiene por otra parte:

$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} F_{d1 \rightarrow 2} dA_1 \quad (2.13)$$

y la ley de reciprocidad se expresa como:

$$A_1 F_{1 \rightarrow 2} = A_2 F_{2 \rightarrow 1} \quad (2.14)$$

Una última propiedad algebraica será necesaria para las aplicaciones. Si una superficie B se puede representar como unión de N superficies (S_1, S_2, \dots) que no se solapan, entonces:

$$F_{A \rightarrow \cup S_k} = \sum_{k=1}^N F_{A \rightarrow S_k} \quad (2.15)$$

Como ejemplo se describen ahora algunos de los factores de forma que serán necesarios más adelante, teniendo en cuenta la geometría de las cavidades de cuerpo negro que nos interesan.

FF1. Factor de forma entre un anillo diferencial dA_1 en el interior de un cono y un disco coaxial A_2 (figura 2.4)

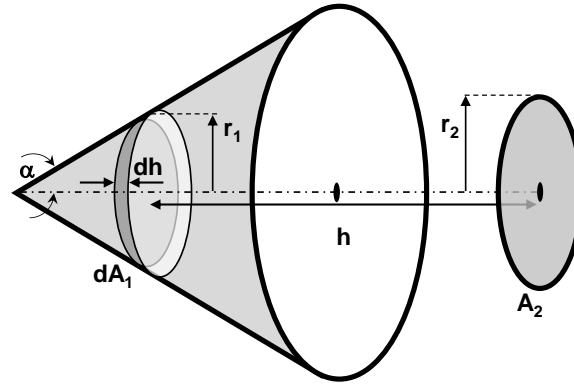


Figura 2.4. Geometría para la definición del factor de forma FF1

Se definen las variables: $R_{1,2}=r_{1,2}/h$, $Y=1+R_1^2+R_2^2$ y $Z=(\cos(\alpha)-R_1\sin(\alpha))$ y el factor de forma es:

$$dF_{d1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2R_1} \left(\frac{YZ + 2R_2^2 R_1 \sin \alpha}{\sqrt{Y^2 - 4R_1^2 R_2^2}} - Z \right) \quad (2.16)$$

FF2. Factor de forma entre un elemento dA_1 situado sobre un anillo diferencial y un disco paralelo coaxial A_2 (figura 2.5)

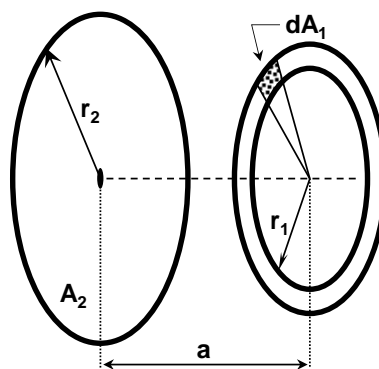


Figura 2.5. Geometría para la definición del factor de forma FF2

Definiendo: $R_1=r_1/a$ y $R_2=r_2/a$, el factor de forma se escribe como:

$$dF_{d_1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R_1^2 - R_2^2 + 1}{\sqrt{((R_1^2 + R_2^2 + 1)^2 - 4R_1^2 R_2^2)}} \right) \quad (2.17)$$

Aplicando las propiedades algebraicas vistas anteriormente, es fácil darse cuenta que (2.17) es también el factor de forma entre el anillo diferencial del que dA_1 forma parte y el disco A_2 .

2.2.2 Absortancia y reflectancia

Las propiedades de absorción de una superficie son parametrizadas por la **absortancia espectral direccional** $\alpha(\lambda, \theta, \phi)$, definida como la fracción de potencia radiante que es absorbido por la superficie, del total que incide sobre ella desde una dirección (θ, ϕ) y para una longitud de onda λ . En general dependerá de la temperatura (aunque a veces no se escribe explícitamente) y expresa como:

$$\alpha(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{\delta\Phi_a(T)}{\delta\Phi_{in}} \quad (2.18)$$

Si $\delta\Phi_a$ es el flujo de energía radiante que absorbe la superficie dA (figura 2.1), del total que incide en la dirección $\vec{\omega}(\theta, \phi)$, es posible definir una radiancia absorbida $L_{\lambda,a}$ como flujo de energía radiante absorbido por la superficie, por unidad de longitud de onda, área de la superficie perpendicular a dA y ángulo sólido en la dirección de incidencia. Formalmente sería:

$$L_{\lambda,a}(\lambda, \theta, \phi, T) = \alpha(\lambda, \theta, \phi, T)L_{\lambda,in}(\lambda, \theta, \phi) \quad (2.19)$$

La **reflectancia** se define de forma cualitativa como la fracción de flujo de energía incidente que es reflejado por la superficie. La magnitud que se utiliza para caracterizar el proceso de reflexión es (en su denominación en inglés) la “spectral-bidirectional reflectance distribution function” o **BRDF** [3, 6]. Utilizamos ahora para la dirección de reflexión el subíndice (r) y mantenemos (i) para la incidencia. Si sobre un elemento de área dA (ver figura 2.6) incide en la dirección $\vec{\omega}_i$, un flujo de energía por unidad de área (irradiancia incidente) δE_{in} , parte de esta energía será reflejada en la dirección $\vec{\omega}_r$. Dicha energía vendrá caracterizada por el elemento de radiancia reflejada δL_r .

La BRDF denotada por f_r , toma la forma:

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{\delta L_r(\theta_r, \phi_r)}{\delta E_{in}(\theta_i, \phi_i)} = \frac{\delta L_r(\theta_r, \phi_r)}{L_{in}(\theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (2.20)$$

En la definición anterior, el elemento de radiancia reflejada δL_r se origina exclusivamente por la radiación incidente δE_{in} . Otras formas de radiancia (emitida y/o reflejada) pueden estar presentes en dA , pero no son de interés para f_r .

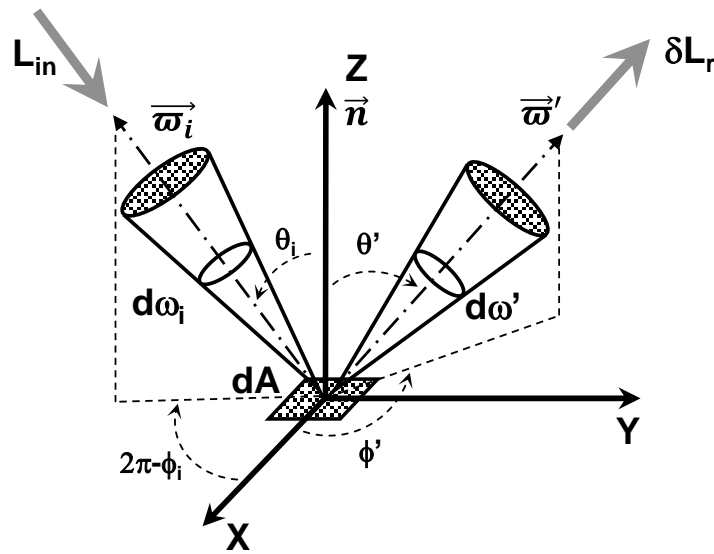


Figura 2.6. Geometría para la definición de la función BRDF

La función anterior proporciona toda la información acerca de las características de reflexión de la superficie pero es muy compleja de utilizar por su dependencia bidireccional por lo que en la práctica es frecuente particularizarla para superficies isotrópicamente difusas. Por otro lado es interesante considerar el flujo de energía incidente integrado en un determinado ángulo sólido Ω_i así como el flujo reflejado en el ángulo sólido Ω_r . Según la ecuación (2.20) la radiancia de la radiación reflejada se calculará integrando sobre todo el ángulo sólido sobre el que incide la radiación Ω_i , es decir:

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = \int_{\Omega_i} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) L_{in}(\theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (2.21)$$

Se define entonces la **reflectancia** $\rho(\Omega_i, \Omega_r)$ como el cociente entre el flujo reflejado y el flujo incidente en los ángulos sólidos respectivos, es decir: $\delta\Phi_r/\delta\Phi_i$ y formalmente [6]:

$$\rho(\Omega_i, \Omega_r) = \frac{\delta\Phi_r}{\delta\Phi_i} = \frac{\int_{\Omega_i} \int_{\Omega_r} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) L_{in}(\theta_i, \phi_i) \cos\theta_i \cos\theta_r d\omega_i d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_{in}(\theta_i, \phi_i) \cos\theta_i d\omega_i} \quad (2.22)$$

La reflectancia direccional-cónica [6] se obtiene tomando $\Omega_r \rightarrow 0$, es decir:

$$\rho(\theta_i, \phi_i, \Omega_r) = \int_{\Omega_r} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \cos\theta_r d\omega_r \quad (2.23)$$

La reflectancia direccional-semiesférica se calcula considerando el flujo radiante reflejado en todas direcciones sobre la superficie, es decir $\rho(\theta_i, \phi_i, \Omega_r=2\pi)$.

Si la superficie es isotrópicamente difusa para la reflexión (reflector lambertiano) el flujo reflejado es uniforme en todas las direcciones, independientemente de la dirección de incidencia y $f_i = f_{r,d}$ no depende de (θ_i, ϕ_i) . La reflectancia direccional-semiesférica (ρ_d , difusa) es ahora:

$$\rho_d(\theta_i, \phi_i, 2\pi) = \pi f_{r,d} \quad (2.24)$$

Una superficie puede tener también características perfectamente especulares. En este caso la radiación reflejada satisface las leyes de la reflexión, que se enuncian [7]:

- 1ª Ley de la reflexión. El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal, se encuentran en un mismo plano, estando los rayos en lados opuestos de la normal.
- 2ª Ley de la reflexión. El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

Ambo tipos de reflexión se ilustran esquemáticamente en la figura 2.7. En el caso perfectamente especular, la función BRDF se calcula [6, 8] teniendo en cuenta que cada elemento (rayo) de flujo incidente produce un solo rayo de flujo reflejado y además en la dirección especular: $\theta_r = \theta_i$, $\phi_r = \phi_i \pm \pi$ (+ para $0 \leq \phi_i < \pi$ y - para $\pi \leq \phi_i < 2\pi$) La radiancia incidente y reflejada están relacionadas por:

$$L_{r,esp}(\theta_r, \phi_r) = \rho_e L_{in}(\theta_r, \phi_r \pm \pi) \quad (2.25)$$

Aquí ρ_e es la reflectancia especular (semiesférica) y la BRDF se describe en términos de dos funciones deltas de Dirac, de la forma:

$$f_{esp}(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{\rho_e \delta(\theta_r - \theta_i) \delta(\phi_r - (\phi_i \pm \pi))}{\cos \theta_r \sin \theta_r} \quad (2.26)$$

Sustituyendo la expresión anterior en (2.21) para la radiancia reflejada, se llega a (2.25)

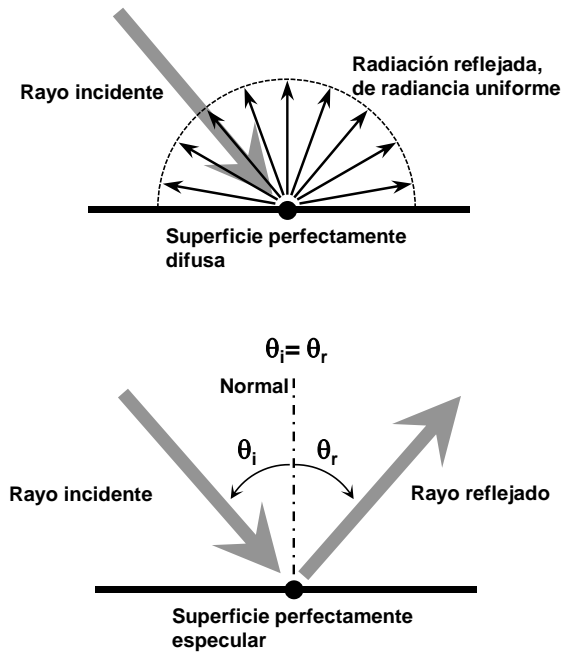


Figura 2.7. Reflexión isotrópicamente difusa o lambertiana, frente a reflexión perfectamente especular que obedece las leyes de la reflexión

El balance energético (conservación de la energía) en un medio opaco, donde la radiación incidente es absorbida o reflejada (y no transmitida), [3] significa:

$$\rho(\theta_i, \phi_i, 2\pi) + \alpha(\theta_i, \phi_i) = 1 \quad (2.27)$$

2.3 Radiación de cuerpo negro

La idea de cuerpo negro se debe históricamente a Issac Newton aunque fue Kirchhoff [9] el primero que formuló este concepto en un sentido técnico preciso. Lo define como un cuerpo ideal que absorbe toda la radiación que recibe, independientemente de la dirección y longitud de onda. Kirchhoff considera una cavidad cerrada de paredes adiabáticas y absortancia α , en equilibrio a una temperatura T . Al cabo del tiempo la radiación se encontrará en equilibrio tanto en el interior de la cavidad como con las paredes. Estudiando experimentalmente la radiación para diferentes materiales, temperaturas y longitudes de onda, llegó a la conocida relación (ley de radiación de Kirchhoff) por la cual, con la notación introducida anteriormente, la condición de equilibrio exige que:

$$\frac{M_{\lambda,em}}{\alpha(\lambda)} = E_{\lambda}(\lambda, T) \quad (2.28)$$

$E_{\lambda}(\lambda, T)$ es una función universal solo dependiente de la longitud de onda y la temperatura, pero no de la forma, tamaño y material de la cavidad. Para una cavidad con paredes negras ($\alpha=1$) se tiene $M_{\lambda,em}(\lambda)_{black} = E_{\lambda}(\lambda, T)$ por lo que la radiación emitida por un cuerpo negro a temperatura T , es idéntica en su distribución a la radiación de equilibrio en una cavidad cerrada e isoterma a esa temperatura y además ninguna otra superficie emite más radiación.

Históricamente, el objetivo a partir de este momento fue obtener la función $E_{\lambda}(\lambda, T)$, lo cual llevó como es bien sabido al surgimiento de la primera discontinuidad cuántica gracias a los trabajos de Max Planck [10] (véase su famosa carta a Robert W. Wood reproducida al principio de este trabajo, en la que Planck describe su renuncia a los principios de la física clásica para resolver su mayor “obsesión”, “...entender el espectro del cuerpo negro como sea...”)

Partiendo de la relación deducida por Boltzmann [11, 12] de la densidad de energía electromagnética en una cavidad en equilibrio, con la radiancia, dada por $u=4\pi L/c$, (c la velocidad de la luz en el vacío) y la fórmula obtenida por Planck [10] para la densidad de energía por unidad de volumen y frecuencia $u(\nu, T)$, es decir:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2.29)$$

o por unidad de longitud de onda:

$$u(\lambda, T) = \frac{4\pi}{c} \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (2.30)$$

se obtiene la radiancia espectral de un cuerpo negro. Expresada en su forma más conocida y útil para las aplicaciones de termometría de radiación [3], toma la forma:

$$L_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{c_{1L}}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad (2.31)$$

El valor de las constantes (2010 CODATA) [13] es:

- $c_{1L}=2hc^2=1,191\ 042\ 869(53)\cdot 10^{-16}\ \text{Wm}^2\text{sr}^{-1}$, primera constante de radiación en la forma de radiancia.
- $c_2=hc/k=1.438\ 7770(13)\cdot 10^{-2}\ \text{mK}$, segunda constante de radiación.
- $k=1.380\ 6488(13)\cdot 10^{-23}\ \text{JK}^{-1}$, constante de Boltzmann.
- $c=299\ 792\ 458\ \text{ms}^{-1}$, velocidad de la luz en el vacío.
- $h=6.626\ 069\ 57(29)\cdot 10^{-34}\ \text{Js}$, constante de Planck.

Los valores entre paréntesis indican la incertidumbre en el valor de los dos últimos dígitos significativos en términos de una desviación típica. La velocidad de la luz se considera valor exacto, a partir de la definición del metro por referencia a esta constante universal.

Muchas veces es útil trabajar con aproximaciones a la radiancia de Planck. La Ley de desplazamiento de Wien [14] nos da una relación entre el máximo de la función $L_{\lambda,b}(\lambda, T)$ (tomando T como parámetro y λ como variable independiente) y la temperatura. Es fácil demostrarla derivando (2.31) respecto a λ e igualando a cero y queda como:

$$\lambda_{max}T = c_3 \quad (2.32)$$

donde c_3 es la tercera constante de la radiación y su valor [13] es $2.897\ 7721(26)\cdot 10^{-3}\ \text{mK}$. Para valores $\lambda T \ll c_2$, la radiancia de Planck se puede aproximar muy bien por la radiancia de Wien (ley de Wien), que viene dada por:

$$L_{\lambda,b}(\lambda, T)_{Wien} = \frac{c_{1L}}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \quad (2.33)$$

Otra expresión que además tiene importancia histórica [15], es la ley de Stefan-Boltzmann, que se obtiene calculando la exitancia total (ecuación (2.5)) correspondiente a un cuerpo negro:

$$M_b = \sigma T^4 \quad (2.34)$$

donde σ la constante de Stefan-Boltzmann, cuyo valor [13] es de $5.670\,373(21) \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$. Una demostración rigurosa de (2.34) a partir de la ley de Planck puede encontrarse en [16].

2.3.1 Emisividad

Con la expresión correcta para la radiancia del cuerpo negro es posible definir ahora la **emisividad espectral direccional** $\varepsilon(\lambda, \theta', \phi', T)$ de una superficie, como la relación entre la radiancia espectral de la radiación emitida por la superficie a temperatura T y la correspondiente a la de un cuerpo negro a esa misma temperatura, es decir:

$$\varepsilon(\lambda, \theta', \phi', T) = \frac{L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi', T)}{L_{\lambda,b}(\lambda, T)} \quad (2.35)$$

Es útil trabajar con la **emisividad espectral semiesférica** $\varepsilon(\lambda, 2\pi)$ (asumimos normalmente dependencia implícita con la temperatura), que en términos de la exitancia emitida se define por:

$$\varepsilon(\lambda, 2\pi) = \frac{M_{\lambda,em}(\lambda, T)}{M_{\lambda,b}(\lambda, T)} \quad (2.36)$$

Con la emisividad y absorptancia así definidas, La ley de Kirchhoff (2.28) se puede expresar de una forma muy general como:

$$\varepsilon(\lambda, \theta', \phi') = \alpha(\lambda, \theta, \phi) \quad (2.37)$$

Aunque para su demostración se asumen condiciones de equilibrio térmico en una cavidad, la igualdad se refiere a propiedades intrínsecas de la superficie y es considerada válida sin restricción y siendo la única condición que las direcciones sean opuestas [3].

El balance energético (2.27) para medios opacos, junto con ley de Kirchoff, queda ahora como:

$$\rho(\theta', \phi', 2\pi) = 1 - \varepsilon(\theta', \phi') \quad (2.38)$$

2.3.2 Temperatura de radiación

Para medir la temperatura a través de la radiación térmica es esencial introducir el concepto de **temperatura de radiancia (o de radiación) espectral T_λ** (en general también direccional) de una superficie. Esta es la de un cuerpo negro con la misma radiancia para una longitud de onda y dirección determinada y por definición se cumple que $T_\lambda < T$. Según lo dicho tendremos:

$$L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi', T) = L_{\lambda,b}(\lambda, T_\lambda) = \frac{c_{1L}}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T_\lambda}} - 1} \quad (2.39)$$

En el campo de validez de la ley de Wien (2.33), la relación entre temperatura de superficie T y temperatura de radiación T_λ es muy sencilla. Considerando la definición de emisividad (2.35), viene dada por:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_\lambda} + \frac{\lambda}{c_2} \log(\varepsilon(\lambda, \theta', \phi')) \quad (2.40)$$

En general, para la radiancia de Planck tendremos:

$$T = \frac{c_2/\lambda}{\log\left((e^{c_2/\lambda T_\lambda} - 1)\varepsilon(\lambda, \theta', \phi') + 1\right)} \quad (2.41)$$

Estas expresiones son fundamentales para la termometría de radiación. Un termómetro (idealmente espectral o de banda muy estrecha) calibrado con referencia a un cuerpo negro, nos dará valores T_λ cuando mida la temperatura de una superficie cualquiera. Conociendo el valor de emisividad de dicha superficie se podrá inferir la temperatura T mediante (2.40) o (2.41)

2.4 Modelo especular-difuso

2.4.1 Introducción

Ninguna superficie real es perfectamente difusa o especular aunque en muchas ocasiones es correcto asumir un comportamiento aproximadamente difuso, simplificando mucho la descripción matemática. Las superficies pueden ser tratadas mecánicamente o químicamente (a veces simplemente mediante la aplicación de una pintura adecuada) y terminadas con un acabado rugoso y por lo tanto más difuso para la reflexión. Un comportamiento puramente especular puede ser alcanzado mediante pulido.

Las características de una superficie en cuanto a reflexión son descritas mediante la función BRDF, en general dependientes de la temperatura, longitud de onda, etc. Sin embargo esta función es muy compleja y no se conoce con exactitud en la mayoría de las ocasiones. Para la caracterización de la emisividad efectiva de cavidades de cuerpo negro en termometría de radiación es habitual, bien suponer un comportamiento perfectamente difuso (que es lo más común) o utilizar como mucho el modelo especular-difuso. A este suele recurrirse cuando se conoce la existencia una componente especular no despreciable, aunque a veces esta contribución se considera como parte de la incertidumbre de la emisividad intrínseca [17]. Aunque no se conozca con exactitud la contribución especular frente a la reflectancia total, puede ser interesante incorporarla al modelo de cálculo para estudiar de forma teórica su efecto sobre la emisividad efectiva.

2.4.2 Descripción del modelo

En este caso la reflectancia se escribe como suma de dos componentes, una puramente difusa y otra puramente especular. El modelo especular-difuso isótropo o uniforme (independencia de la dirección de incidencia) [8, 17-21] constituye la primera generalización natural del modelo puramente difuso. Formalmente suele enunciarse [21] en base a las siguientes hipótesis:

- La emisión de radiación es difusa (emisor difuso o lambertiano) y la emisividad es independiente del ángulo e igual a la semiesférica $\varepsilon(\lambda)$.
- La reflectancia espectral direccional-semiesférica $\rho(\lambda)=1-\varepsilon(\lambda)$ es independiente de la dirección de incidencia.
- La reflectancia es suma de dos términos, uno especular y otro difuso:

$$\rho = \rho_d + \rho_e \quad (2.42)$$

- La relación entre las componentes especular y difusa viene caracterizada por el cociente ρ_e/ρ , que en general es uniforme para algún intervalo de longitud de onda [19, 21]

2.4.3 Ventajas y limitaciones del modelo difuso

Frecuentemente los materiales utilizados para la construcción de las cavidades de cuerpo negro se comportan muy aproximadamente como reflectores lambertianos [17] y en otras ocasiones los materiales son tratados de forma que adquieran esta propiedad. Para valores altos de emisividad intrínseca, necesaria para obtener emisividad efectiva muy próxima a 1, esta es poco sensible a las características especulares [18], siempre que se eviten superficies perpendiculares al eje que reflejan directamente sobre el termómetro de radiación. Esto último se cumple con la geometría cilindro-cónica que es la más utilizada.

Una superficie rugosa es más difusa sin embargo, independientemente de la rugosidad se hace más especular a mayor longitud de onda [8]. Por otra parte los modelos para el cálculo de la emisividad efectiva en cavidades con una contribución especular son mucho más complejos y es sin embargo donde el método de Montecarlo adquiere su mayor potencial. En todo caso la hipótesis de reflexión difusa puede asumirse en muchos casos, a costa de una mayor incertidumbre para la emisividad intrínseca, como se ha comentado en la introducción 2.4.1.

Otros modelos para la descripción de estas características ópticas son:

- Modelo anisótropo de tres componentes [19], más general y potente que los anteriores y en el que se considera una tercera contribución ρ_r , a la reflexión en sentido opuesto a la dirección de incidencia.
- Especular-difuso en el que la contribución especular obedece las leyes de reflexión de Fresnel. Este modelo es utilizado por Ballico [22] en una cavidad cilíndrica de grafito en la que el autor detecta mayor reflexión para rayos en dirección casi tangencial a la superficie.
- Modelos definidos por funciones BRDF más complejas, que describen características dependientes del ángulo de incidencia. Estos se resumen en [23]

En este trabajo adoptamos en general el modelo de reflexión difusa que es el más extendido para las aplicaciones de termometría de radiación en las que estamos interesados [17]. Los modelos geométricos específicos, que hemos desarrollado para describir el proceso de reflexión interna en las cavidades, junto con el método de Montecarlo, conforman en su conjunto un marco teórico perfectamente generalizable que puede incluir contribuciones de tipo especular en la reflexión.

Como se ha descrito en el capítulo 1, la aplicación de este esquema teórico básico a geometrías de cavidad de uso común, constituye el objetivo fundamental de la tesis.

CAPÍTULO 3. EL MÉTODO DE MONTECARLO. APLICACIÓN A PROBLEMAS DE RADIOMETRÍA

3.1 El método de Montecarlo

3.1.1 Introducción

El método de Montecarlo es, en general, un método numérico que permite resolver problemas matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias. Tiene su origen en los trabajos de los matemáticos norteamericanos J. von Neumann y S. Ulam sobre difusión de neutrones, llevados a cabo entre 1946 y 194 y relacionados básicamente con el desarrollo de dispositivos termonucleares y de fisión nuclear en el Laboratorio Nacional de Los Álamos (Nuevo México). El desarrollo del método coincidió con el que paralelamente se produjo en el campo de las computadoras electrónicas, donde cabe mencionar la ENIAC de la Universidad de Pensilvania en Filadelfia [24-26]

El método de Montecarlo permite simular cualquier proceso cuyo desarrollo dependa de factores aleatorios y por otro lado es posible su aplicación en la resolución de problemas físicos que a priori no tienen relación con variables aleatorias, pero sobre los que se pueden crear artificialmente modelos probabilísticos que los describan. El ejemplo clásico más simple es el cálculo del área de una superficie plana inscrita en un cuadrado o en general el cálculo de una integral definida, que por otra parte constituye una de las aplicaciones más importantes [27]. Otros ejemplos son: resolución de integrales multidimensionales con fronteras muy complejas, simulación de procesos nucleares y de física de partículas, problemas de muchos cuerpos, predicción meteorológica y del clima, simulación de procesos complejos en ingeniería, problemas de economía, evaluación de riesgos en proyectos, propagación de distribuciones en cálculo de incertidumbres, y un largo etcétera.

3.1.2 Aplicación del método

La base de los métodos de Montecarlo (por lo general se considera que la resolución de los problemas entre los que se encuentran los anteriores, se lleva a cabo mediante variantes de la idea general del método) es la simulación de variables aleatorias en un dominio de valores determinado, pudiendo estar estas tanto correlacionadas como no. Son las características propias del problema a resolver y del modelo probabilístico que lo implementa, las que determinan el tratamiento de los valores simulados.

Como ejemplo práctico del funcionamiento de Montecarlo en la resolución de un problema que a priori no tiene características probabilísticas, vamos a ver brevemente cómo se resuelve una integral sencilla [27]. Si queremos generar valores (x) de una variable aleatoria unidimensional ξ , con distribución de probabilidad caracterizada por la densidad $f_{\xi}(x)$ en \mathbf{R} , a partir de valores

generados de una variable aleatoria con distribución uniforme (u) entre 0 y 1 [27, 28], es necesario resolver la ecuación para x :

$$u = F(x) = \int_{-\infty}^x f_{\xi}(t) dt \quad (3.1)$$

es decir:

$$x = F^{-1}(u) \quad (3.2)$$

La resolución de esta ecuación constituye el método de la transformada inversa [29] y es solo aplicable si la función de distribución $F(x)$ es conocida e invertible. Por lo general solo la función densidad f_{ξ} es conocida, por lo que es frecuente recurrir a otros métodos como veremos más adelante. Siguiendo con nuestro ejemplo, deseamos calcular la integral:

$$I = \int_a^b g(x) dx \quad (3.3)$$

Es suficiente definir una función densidad de probabilidad (en un principio arbitraria) $p_{\xi}(x)$ en el intervalo (a, b) , asociada formalmente a la variable aleatoria ξ y definir además la variable aleatoria η :

$$\eta = \frac{g(\xi)}{p_{\xi}(\xi)} \quad (3.4)$$

La integral I de la ecuación (3.3) se puede expresar de la forma:

$$I = \int_a^b \frac{g(x)}{p_{\xi}(x)} p_{\xi}(x) dx \quad (3.5)$$

Esta expresión no es otra cosa que el valor medio de la función $g(x)/p_{\xi}(x)$, es decir de η . Tomando un conjunto de variables aleatorias independientes e igualmente distribuidas $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N\}$ y aplicando el teorema del límite central [28], la suma de estas variables se aproxima a la distribución normal cuando $N \rightarrow \infty$, cumpliéndose como es bien conocido la condición para la probabilidad [27]:

$$P \left\{ \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \eta_j - I \right| < k_p \sqrt{\frac{\text{var}(\eta)}{N}} \right\} \approx p \quad (3.6)$$

Aquí k_p es el factor de cobertura para la probabilidad de cobertura p , y en el caso normal $k_p=1$ para $p=68.27\%$, $k_p=2$ para $p=95.45\%$ y $k_p=3$ para $p=99.73\%$. Así pues, tomando (“sorteando”) un conjunto de valores aleatorios $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$ distribuidos según p_ξ (aquí es donde aplica realmente el método de Montecarlo), se tiene un valor aproximado para la integral:

$$I \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{g(\xi_j)}{p_\xi(\xi_j)} \quad (3.7)$$

Además (3.6) nos da una estimación de la incertidumbre en función del tamaño de la muestra N . En principio el método es válido para cualquier variable aleatoria ξ seleccionada, sin embargo de ella dependerá el valor de la varianza $\text{var}(\eta)$ y por tanto del error cometido en la estimación de la integral. Basado en el método general de Montecarlo existe otro procedimiento para evaluar la integral anterior denominado de aceptación-rechazo (o de éxito-fracaso en algunos textos) [28]. El primero se denomina comúnmente método de la media muestral. El método de aceptación-rechazo (o de Neumann) para el cálculo de la integral se basa en el del mismo nombre para la simulación de variables aleatorias arbitrarias que veremos más adelante. Se fundamenta en la interpretación de la integral como un área y es el clásico que ilustra el cálculo de π mediante el “lanzamiento” de puntos aleatorios en un cuadrado de dimensiones 1×1 [28, 29]. Generar pares de variables aleatorias independientes es inmediato a partir de lo explicado anteriormente. Sea (ξ, η) una variable aleatoria bidimensional con distribución $f_{\xi,\eta}(x,y)=g(x)h(y)$. Para la variable ξ definida por la distribución marginal:

$$g_\xi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi,\eta}(x,y) dy \quad (3.8)$$

pueden generarse valores aleatorios a partir de la variable uniforme u_1 , con lo cual:

$$u_1 = \int_{-\infty}^x dx \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi,\eta}(x,y) dy = \int_{-\infty}^x g(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} h(y) dy = \int_{-\infty}^x g(x) dx \quad (3.9)$$

Análogamente para η :

$$u_2 = \int_{-\infty}^x dy \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi,\eta}(x,y) dx = \int_{-\infty}^x h(y) dy \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx = \int_{-\infty}^x h(y) dy \quad (3.10)$$

Se entiende que las variables uniformes u_1 y u_2 deben ser independientes.

Entre otros, el método de aceptación-rechazo o método de Neumann para la simulación de variables aleatorias se utiliza cuando la función de distribución $F(x)$ no se puede invertir fácilmente como en la ecuación (3.2). El procedimiento básico para la ejecución del método (ver en detalle la demostración en [27]) consiste en:

1. Suponemos una variable aleatoria ξ definida en un intervalo finito (a, b) y acotada su función densidad de probabilidad, es decir $f_{\xi}(x) \leq M$ para algún número real M , en dicho intervalo.
2. Se toman dos números aleatorios independientes u_1 y u_2 uniformes entre 0 y 1.
3. Se considera el punto aleatorio (v_1, v_2) definido en el plano, tal que $v_1 = a + u_1(b-a)$ y $v_2 = u_2 M$
4. Si el punto está por debajo de la función $f_{\xi}(x)$, seleccionamos el valor v_1 para ξ .
5. En caso contrario se rechaza el par (u_1, u_2) y se elige uno nuevo hasta que la condición 4 se cumpla.

Para aumentar la fiabilidad (definida como la probabilidad de aceptación de un punto aleatorio) el método se generaliza seleccionando una variable aleatoria η en el intervalo (a, b) cuya distribución G pueda invertirse y por lo tanto se pueda aplicar (3.2) para generarla, tal que $f_{\xi}(x) \leq c g_{\eta}(x)$ en el intervalo considerado. En estas circunstancias se demuestra [28], que la fiabilidad es $1/c$ y por tanto siempre es mejor buscar una variable aleatoria lo más parecida posible a la que se pretende simular y que cumpla las condiciones anteriores.

3.1.3 Reducción de la varianza

Dentro del método de Montecarlo general existen varias alternativas para su implementación, que tienen por objeto incrementar su eficacia y fiabilidad, por ejemplo reduciendo la varianza asociada al valor estimado, ya sea en una simulación de un proceso físico en el que se calcula cierta magnitud (como la emisividad efectiva en nuestro caso), en el cálculo de una integral, etc. En general, si el modelo probabilístico que se construye para simular un proceso físico tiene por objeto el cálculo del valor medio de cierta distribución de probabilidad, existen muy diversas técnicas de reducción de la varianza, por ejemplo y sin entrar en detalles: el uso de variables antitéticas y variables de control, muestreo estratificado, muestreo por importancia, etc. [30]

Se puede demostrar por ejemplo [27], que en la evaluación de una integral la varianza es mínima si la función densidad de probabilidad elegida $p_{\xi}(x)$ es proporcional a $|g(x)|$.

Existe un ejemplo que puede tener aplicación en el cálculo de la emisividad efectiva y otras magnitudes radiométricas. Hay problemas en los que la simulación tiene por objeto calcular una magnitud física que se puede aproximar por la fracción de sucesos “positivos” N^+ del total de simulaciones (pruebas de Montecarlo) N es decir N^+/N . Estos son sucesos que con cierta probabilidad, cumplen una condición determinada al final de cada simulación, definida en función de la magnitud. Cuando el valor que interesa calcular es muy pequeño y por tanto son pocos los sucesos positivos N^+ , aumenta la dispersión. La varianza se puede minimizar, bien aumentando el número de pruebas N (incrementando por tanto el tiempo de computación) o recurriendo a la técnica de los pesos estadísticos [27]

Mediante esta técnica, en vez de contar sucesos N^+ se sustituye este número por una suma $\sum_i^N \omega_i$, donde los pesos ω_i tienen inicialmente un valor 1 para cada una de las N pruebas.

En el primer caso, al darse un suceso + (con la probabilidad correspondiente), se incrementaba en uno el valor de N^+ y se realizaba otra prueba hasta llegar a N . Con el método de los pesos se reduce el peso inicial ω proporcionalmente a la probabilidad de ocurrencia del suceso positivo. Definiendo las variables aleatorias ν y ν' con $\nu=\{0,1\}$ (1 si el suceso es + y 0 si no lo es) y siendo ν' el peso al final de una prueba, se demuestra que los valores medios $M(\nu)$ y $M(\nu')$ son iguales, coinciden con el valor de la magnitud buscada y las varianzas cumplen: $var(\nu) \leq var(\nu')$

En este trabajo utilizamos el primer método. Los valores de emisividad efectiva son en general muy próximos a 1, el método es más simple de programar y facilita el cálculo y la interpretación intuitiva de otras magnitudes, como veremos en el apartado 6.2. Gracias a la potencia de las herramientas de cálculo (“*software*” y “*hardware*”), lenguajes de programación para el código, computadores, etc. podemos disminuir la dispersión aumentando el número de pruebas. En cualquier caso la incertidumbre total se calcula teniendo en cuenta también esta contribución.

3.1.4 Números aleatorios y generación de variables aleatorias

Puesto que los métodos de Montecarlo requieren el uso de computadores y estos son estrictamente hablando sistemas deterministas, existen varios procedimientos para la generación de números aleatorios uniformemente distribuidos (en este caso hablamos de números pseudoaleatorios) [28]. El generador que utilizaremos en este trabajo (salvo excepciones hechas con objeto de comparar con otros generadores que encontramos incluidos en lenguajes de programación estándar) es el Wichmann-Hill mejorado [31] (en lo que sigue designado simplemente por WH) que con una periodicidad de 2^{121} es aceptable para casi cualquier aplicación y además es el recomendado en el ámbito de la expresión de la incertidumbre en medida [32]

Existen otros procedimientos además de la transformada inversa (3.2), para generar números aleatorios que siguen distribuciones diferentes a la uniforme y que son de enorme interés en el cálculo de incertidumbres, como se describe en detalle en la referencia anterior. Unos de los ejemplos más conocidos es la generación de variables que siguen una distribución normal $N(0,1)$ de media 0 y varianza 1, mediante el método de Box-Muller. Dadas u_1 y u_2 variables uniformes e independientes, se generan dos variables normales independientes z_1 y z_2 mediante:

$$\begin{aligned} z_1 &= \sqrt{-2\log(u_1)} \cos(2\pi u_2) \\ z_2 &= \sqrt{-2\log(u_1)} \sen(2\pi u_2) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Para generar $N(\mu, \sigma^2)$ simplemente definimos la variable $\mu + \sigma z$, siendo z cualquiera de las (3.11). Otras distribuciones de interés para la aplicación del método de Montecarlo en el cálculo de incertidumbres (propagación de distribuciones) son: triangular, trapezoidal, t de Student, en forma de U, etc. En [32] encontramos una descripción muy detallada, así como un buen número de referencias.

3.2 Aplicación a la radiometría

3.2.1 Modelo estadístico básico del proceso de reflexión

La naturaleza corpuscular de la radiación electromagnética, permite enfocar el problema de la reflexión por una superficie, desde un punto de vista puramente estadístico. Recordemos de la definición (2.20), que la BRDF es una función de distribución que caracteriza la fracción de radiación reflejada en una determinada dirección, del total que incide sobre la superficie desde otra dirección diferente. De la ecuación (2.23) se deduce que la reflectancia direccional-semiesférica $\rho(\theta, \phi, 2\pi)$, es la fracción de radiación reflejada en todas direcciones de la semiesfera sobre el punto de impacto, del total que incide desde la dirección (θ, ϕ) .

Por analogía con el cálculo de probabilidades, suponiendo que la radiación está compuesta por elementos individuales (fotones), podemos identificar la reflectancia direccional-semiesférica con la probabilidad de que un fotón incidente en la dirección (θ, ϕ) sea reflejado por la superficie.

La densidad de probabilidad de que un fotón incidente en la dirección (θ, ϕ) y que se ha reflejado, lo haga en el ángulo sólido diferencial $d\omega_r$ en dirección (θ_r, ϕ_r) , se puede escribir entonces como una probabilidad condicional $P(B/A)=P(A \cap B)/P(A)$:

$$dP = \frac{f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \cos\theta_r d\omega_r}{\rho(\theta_i, \phi_i, 2\pi)} \quad (3.12)$$

Para reflexión difusa (2.24), tendremos:

$$d\mathcal{P} = \frac{1}{\pi} \cos\theta_r d\omega_r \quad (3.13)$$

En el modelo especular-difuso uniforme, existe independencia sobre la dirección de incidencia (apartado 2.4.2) y se cumple la ecuación de balance energético:

$$\rho_d + \rho_e + \alpha = 1 \quad (3.14)$$

Podemos interpretar esta relación, considerando en conjunto los mecanismos de absorción, reflexión difusa y reflexión especular, como sucesos independientes que pueden ocurrir a partir del impacto de un fotón en la superficie. Los términos de la ecuación anterior constituirían por tanto la probabilidad asociada a cada uno de tales sucesos. Una vez creado el modelo probabilístico que da cuenta del proceso físico básico de absorción y reflexión se puede aplicar el método de Montecarlo para la resolución numérica de distintos problemas de radiometría en los que interviene la interacción de la radiación con una superficie.

3.2.2 Método de Montecarlo aplicado al proceso de absorción y reflexión de la radiación

La transferencia radiativa es el fenómeno físico de intercambio de energía entre radiación y materia, incluyendo procesos de emisión, absorción, reflexión y esparcimiento (“scattering”). El método de Montecarlo se aplica a problemas de transferencia radiativa, cuando las ecuaciones que intervienen en el proceso son muy complejas para su resolución por métodos convencionales. [19, 23]. Como es habitual, el método se aplica mediante la construcción de un modelo probabilístico del sistema y el cálculo de los parámetros de interés se efectúa a partir de la realización de un gran número de experimentos aleatorios (simulaciones). En el campo de la radiometría las aplicaciones incluyen el diseño de detectores, cavidades de cuerpo negro, esferas integradoras, etc.

En el contexto del método de Montecarlo, la simulación de direcciones aleatorias para fotones reflejados de forma difusa se obtiene en general aplicando (3.1) a la distribución (3.13). Teniendo en cuenta las ecuaciones (3.8), (3.9) y (3.10), la dirección de reflexión difusa (θ , ϕ) podrá entonces ser simulada con dos números aleatorios (u_1 y u_2), generados a partir de sendas variables uniformes e independientes definidas entre 0 y 1, mediante:

$$u_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_r} \int_0^{2\pi} \cos\theta_r \sin\theta_r d\phi_r d\theta_r$$

$$u_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\phi_r} \cos\theta_r \sin\theta_r d\phi_r d\theta_r$$
(3.15)

De las expresiones anteriores se deduce inmediatamente la dirección aleatoria en una reflexión difusa:

$$\theta_r = \sin^{-1} \sqrt{u_1}$$

$$\phi_r = 2\pi u_2$$
(3.16)

La aplicación básica del método de Montecarlo al modelo de reflexión especular-difuso uniforme [8, 23] comienza con la elección de un número aleatorio u_a . El fotón que impacta se absorbe si $u_a < \alpha$. Se genera entonces un nuevo número u_0 que determina el tipo de reflexión. Será especular si $u_0 > D$ (con $D = \rho_d / \rho$) y difusa si $u_0 < D$. El número u_a también puede ser aprovechado para determinar el tipo de reflexión, que será especular si $\alpha < u_a < (\alpha + \rho_e)$.

En el primer caso la dirección vendrá determinada por las leyes de la reflexión, es decir $\theta_r = \theta$, $\phi_r = \phi \pm \pi$ (+ para $0 \leq \phi < \pi$ y - para $\pi \leq \phi < 2\pi$), mientras que en el segundo serán necesarios los números aleatorios u_1 y u_2 de (3.16) para obtenerla.

CAPÍTULO 4. EMISIVIDAD EFECTIVA

4.1 Introducción

Una fuente cuya radiación térmica pueda ser calculada y caracterizada en base a leyes fundamentales de la física, puede utilizarse para la calibración de termómetros de radiación en temperatura absoluta. En este sentido un cuerpo negro es el más adecuado para este propósito a partir de la distribución de Planck de la radiación en una cavidad en equilibrio (2.31).

Por otra parte, un cuerpo negro es una idealización teórica que estrictamente no existe en la naturaleza y la distribución de Planck solo se produce dentro de una cavidad cerrada e isoterma. La forma de acceder a ella es a través de una pequeña abertura en la cavidad, de forma que la radiación que sale tendrá unas características próximas a las de un cuerpo negro perfecto.

Las fuentes (o radiadores) utilizadas generalmente en las aplicaciones de termometría de radiación, son cavidades abiertas que se aproximan a un cuerpo negro ideal en base a las siguientes tres características básicas:

- Tipo de superficie (material, rugosidad, etc.) o recubrimiento.
- Geometría (forma) de la cavidad.
- Distribución de temperatura en la cavidad (gradiente).

La característica que diferencia un cuerpo negro y cualquier otra fuente de radiación térmica, es la emisividad. Para una cavidad es la emisividad efectiva ε_a o aparente. La radiación térmica que emite una fuente formando una cavidad con una abertura, contiene básicamente contribuciones de tres tipos. Una principal debida a emisión directa desde la superficie vista por el detector, función de la temperatura local. Otra por radiación emitida desde el resto de la cavidad y reflejada en la superficie de observación, función del gradiente de temperatura interno. Finalmente una contribución que puede ser importante para fuentes por debajo de la temperatura ambiente (menor de 200 °C), debida a la reflexión de radiación emitida por superficies externas a la cavidad. Esta contribución depende también de la emisividad efectiva y es importante en fuentes planas.

La comparación de la radiación que proviene de un punto de la fuente (incluyendo todas estas contribuciones) con la de un cuerpo negro a través de (2.35) lleva directamente al concepto de emisividad efectiva.

En campos de la ciencia y la tecnología, como la radiometría, termometría de radiación, sondeo remoto óptico, etc. es preciso calcular la emisividad efectiva de las fuentes de calibración con incertidumbres del 0.01% o menores, es decir del orden de 0.0001 en un valor nominal de 1 [23]

Las técnicas experimentales para medir esta magnitud con la precisión requerida son complejas y es más frecuente recurrir a métodos numéricos y computacionales para su cálculo. Respecto a las primeras, se basan principalmente en tres métodos [18]:

- Métodos radiométricos. Se mide la temperatura de la cavidad con un termómetro de contacto y por otro lado la radiancia. Utilizando la definición (2.35) se determina la emisividad de la cavidad.
- Métodos pirométricos. La temperatura de la cavidad es medida con un termómetro de contacto y con uno de radiación. En este caso se utiliza la ecuación (2.40) o (2.41)
- Métodos reflectométricos. Se irradia la cavidad con una radiación conocida y se mide la reflejada. Con el valor de la reflectancia así obtenido, se aplica la ley de Kirchhoff generalizada para cavidad isoterma y se calcula la emisividad efectiva con (4.20) [33]. De los tres este es el método con menor incertidumbre [17]

Como se dijo en la introducción 1.1, por encima del punto de solidificación de la plata (PSAg), se define T_{90} de un cuerpo negro en términos de la relación entre radiancias: $r(T_{90}, T_{90}(X)) = L_{\lambda,b}(\lambda, T_{90}) / L_{\lambda,b}(\lambda, T_{90}(X))$. La EIT-90 [1] especifica que para $T_{90}(X)$ puede escogerse la temperatura asignada (por la escala) a cualquiera de los estados X: PSAg (1234.93 K), PSAu (1337.33 K) o PSCu (1357.77 K). Por lo tanto T_{90} es tal que:

$$r(T_{90}, T_{90}(X)) = \frac{e^{c_2/\lambda T_{90}(X)} - 1}{e^{c_2/\lambda T_{90}} - 1} \quad (4.1)$$

Puesto que un cuerpo negro es un sistema físico ideal, en la realización práctica de la EIT-90 en este margen se utilizan cavidades a temperaturas $T_{90}(X)$ con una alta emisividad efectiva, por lo que la radiancia espectral de referencia sería: $L_{\lambda} = \varepsilon_a L_{\lambda,b}$. Según esto, la ecuación (4.1) queda:

$$r = \frac{e^{c_2/\lambda T_{90}(X)} - 1}{\varepsilon_a(X) \left(e^{c_2/\lambda T_{90}} - 1 \right)} \quad (4.2)$$

Suponiendo que la relación de radiancias es medida por un radiómetro ideal (monocromático, lineal, etc.), las contribuciones a la incertidumbre típica $u(T_{90})$ por efecto de $T_{90}(X)$, r y ε_a se pueden calcular fácilmente si utilizamos la aproximación de Wien a la ley de Planck (2.33). Vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
u(T_{90})_X &= \left(\frac{T_{90}}{T_{90}(X)} \right)^2 u(T_{90}(X)) \\
u(T_{90})_r &= \frac{\lambda(T_{90})^2 u(r)}{c_2 r} \\
u(T_{90})_{\varepsilon_a} &= \frac{\lambda(T_{90})^2 u(\varepsilon_a)}{c_2 \varepsilon_a}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

De la última expresión se deduce que el efecto de emisividad efectiva se minimiza aproximando ε_a a 1 y reduciendo su incertidumbre. Como veremos en 4.2.3, independientemente de factores de influencia de naturaleza física, el método de Montecarlo (para un número de pruebas N dado) estipula que la dispersión de los valores obtenidos disminuye cuando $\varepsilon_a \rightarrow 1$.

Por lo tanto, en termometría de radiación deben crearse las condiciones para que las fuentes de radiación de referencia posean una emisividad efectiva muy próxima a 1 y además es preciso medirla o calcularla con muy baja incertidumbre. Según lo anterior, con $\varepsilon_a \approx 1$ y $\lambda = 1 \mu\text{m}$ debe conocerse con una incertidumbre típica de 0.000 1 si queremos un valor de $u(T_{90})_{\varepsilon_a} \approx 10 \text{ mK}$ en el PSAg. Como veremos en el apartado 8.1.7, para las cavidades del LabTH obtenemos resultados de hasta 0.999 96 con incertidumbre típica de 0.000 01.

También para la aproximación de la EIT-90 por debajo de la temperatura del PSAg, la emisividad efectiva de los cuerpos negros de referencia es una de las contribuciones que más influencia tienen sobre la incertidumbre en calibración de termómetros de radiación. En [17] se describe con gran detalle este y otros factores relevantes.

En dicho margen de temperatura, la medida de la relación (r) entre las radiancias es problemática a longitudes de onda largas y la EIT-90 se aproxima mejor mediante el método de ajuste con múltiples cuerpos negros de punto fijo, propuesto por Sakuma y Hattori [34]. Los cuerpos negros de temperatura variable (VTBB) del tipo “heat pipe” (amoníaco, agua, cesio y sodio) con una relación L/D grande (>9), son a su vez una muy buena alternativa a los de punto fijo (FPBB), como veremos en los capítulos 8 y 10.

Gracias a los puntos fijos de mezclas eutécticas metal-carbono y carburo (de metal)-carbono que cubren un margen aproximado entre 1400 K y 3500 K [35], el método se aplica hoy en día también para la realización primaria de la EIT-90 ($T_{90} > 1234.93 \text{ K}$) [36]

Otra importante aplicación en la que entra en juego una cavidad de cuerpo negro, es la medida de la emisividad espectral direccional de una superficie en función de la temperatura. La radiancia de la radiación emitida por la muestra es medida por un espectrómetro y comparada con la de una cavidad con emisividad efectiva caracterizada y muy próxima a 1 [37, 38]

El desconocimiento de la emisividad ε es el punto débil de la termometría de radiación. Sin embargo, de ser posible practicar una cavidad (un pequeño taladro por ejemplo) en la superficie, la emisividad efectiva resultante es mayor que ε y menos sensible a su indeterminación. Aproximadamente se cumple: $u(\varepsilon_a) \cong [(1-\varepsilon_a)/(1-\varepsilon)]u(\varepsilon)$, [17].

En el campo de la producción solar termoeléctrica, pueden utilizarse receptores en forma de cavidad situados en el foco de un concentrador parabólico [39]. Para estos sistemas será necesario diseñar y caracterizar la cavidad en base a los requerimientos propios de la aplicación.

En todos estos casos, la emisividad efectiva de las cavidades debe ser especificada con la menor incertidumbre posible. En el siguiente apartado analizamos el formalismo matemático, que fundamenta su cálculo por métodos numéricos aplicando Montecarlo.

4.2 Formalismo matemático

4.2.1 Integración sobre trayectorias

La radiancia de la radiación que desde un elemento dA de la superficie interior de una cavidad llega al detector (observador), es en general suma de una parte emitida y otra reflejada (figura 4.1). Por tanto la radiancia espectral es:

$$L_{obs} = L_{\lambda}(\lambda, \theta', \phi') = L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') + L_{\lambda,r}(\lambda, \theta', \phi') \quad (4.4)$$

Por (2.21) y (2.35) la anterior se puede escribir de la forma:

$$L_{\lambda}(\lambda, \theta', \phi') = \varepsilon(\lambda, \theta', \phi')L_{\lambda,b}(\lambda, T) + \int_{\Omega} f_r(\theta, \phi, \theta', \phi')L_{in}(\theta, \phi)\cos\theta d\varpi \quad (4.5)$$

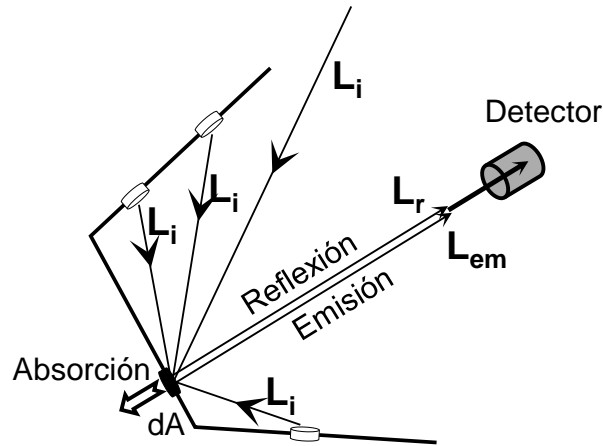


Figura 4.1. Esquema del proceso de irradiación (L_{in}), absorción, emisión (L_{em}) y reflexión (L_r), que tiene lugar en una superficie, tal y como llega al detector

Como se muestra en la figura, 4.2. En (4.5) Ω es el ángulo sólido desde el que se irradia sobre la superficie.

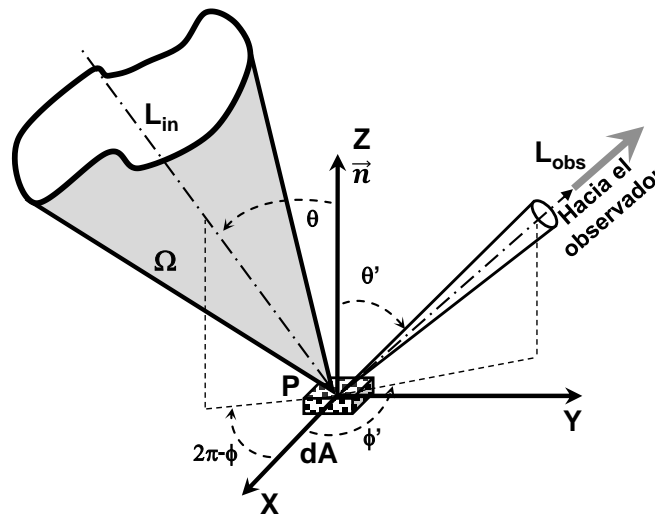


Figura 4.2. Geometría para definición de la radiancia observada, según la ecuación (4.5)

Asumiendo que la energía radiante llegada al elemento dA proviene únicamente del resto de la cavidad, se define la **emisividad efectiva espectral, local y direccional** ϵ_a en el punto P y en la dirección de observación $P \rightarrow Obs$ (θ', ϕ'):

$$L_\lambda(\lambda, P \rightarrow Obs) = \epsilon_a(\lambda, P \rightarrow Obs) L_{\lambda,b}(\lambda, T) \tag{4.6}$$

Puesto que la radiación que llega al detector (termómetro de radiación) viene caracterizada por esta radiancia, la medida de temperatura en la superficie por esta técnica exige el conocimiento de su emisividad efectiva. La relación entre T y la temperatura de radiación T_λ en la ecuación (2.41) es ahora función de ε_a .

Para el cálculo de la emisividad efectiva desarrollamos el argumento y utilizamos la misma terminología que Ono en [8]. Consideremos inicialmente dos elementos de área solamente: dA_1 y dA_2 . Por la ecuación (4.5) y la figura 4.3, la radiancia de la radiación que llega al detector desde dA_1 , se escribe (con dependencia en λ implícita):

$$L_\lambda(\theta'_{10}, \phi'_{10}) = \varepsilon(\theta'_{10}, \phi'_{10})L_{\lambda,b}(T) + f_r(\theta_{12}, \phi_{12}, \theta'_{10}, \phi'_{10})L_{\lambda,in}(\theta_{12}, \phi_{12})\cos\theta_{12}d\varpi_{12} \quad (4.7)$$

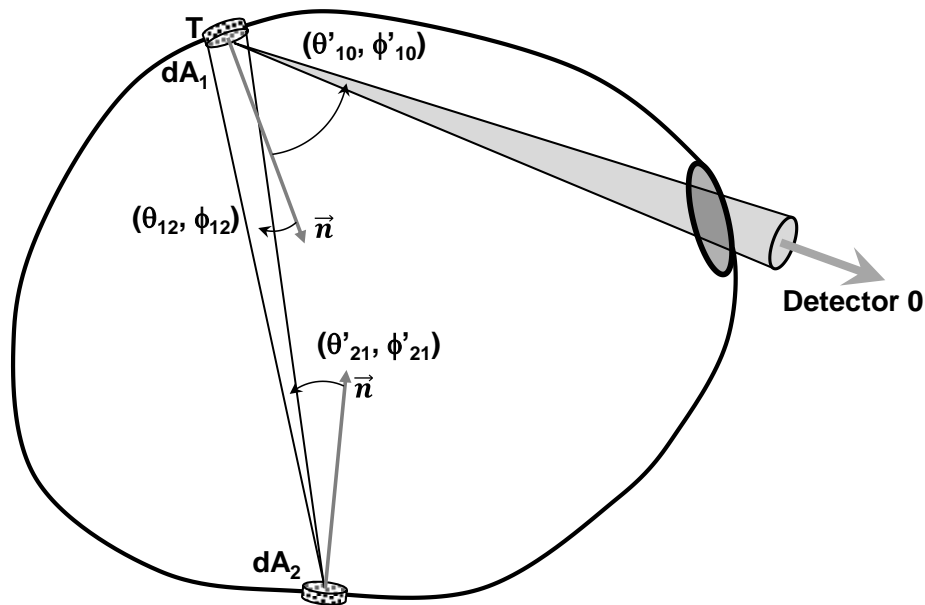


Figura 4.3. Superficies que se radian mutuamente dentro de la cavidad, utilizadas para el cálculo de la emisividad efectiva local y direccional

La radiancia de la radiación que llega a dA_1 desde dA_2 es:

$$L_{\lambda,in}(\lambda, \theta_{12}, \phi_{12}) = L_\lambda(\lambda, \theta'_{21}, \phi'_{21}) \quad (4.8)$$

La ecuación (4.7) se aplica a la radiación que sale del elemento dA_1 en dirección al detector solamente por efecto de los elementos dA_1 y dA_2 . Para radiación de toda la cavidad y teniendo en cuenta (4.8), la radiancia se escribe integrando sobre todas las direcciones del tipo $d\omega_{12}$ del hemisferio 2π sobre dA_1 . El índice 2 no identifica un elemento de área particular, sino trayectorias directas entre puntos de la cavidad y dA_1 , es decir trayectorias directas que unen dos puntos. Los elementos de área de la clase dA_2 representan aquellos que pueden unirse directamente con dA_1 , los de la clase dA_3 son los que pueden unirse con dA_1 pasando por puntos de la clase dA_2 , etc. Incluyendo en general direcciones que provienen del exterior de la cavidad, aunque finalmente puedan ser consideradas despreciables, se tiene:

$$\begin{aligned} L_\lambda(\lambda, \theta'_{10}, \phi'_{10}) &= \varepsilon(\lambda, \theta'_{10}, \phi'_{10})L_{\lambda,b}(\lambda, T_1) \\ &+ \int_{2\pi} f_r(\theta_{12}, \phi_{12}, \theta'_{10}, \phi'_{10})L_\lambda(\lambda, \theta'_{21}, \phi'_{21})\cos\theta_{12}d\varpi_{12} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Utilizamos ahora una notación más compacta. La dirección $(\theta'_{10}, \phi'_{10})$ se denota por $(1,0)$ y la dirección doble $(\theta_{12}, \phi_{12}, \theta'_{10}, \phi'_{10})$ por $(2,1,0)$. La ecuación anterior queda ahora:

$$L_\lambda(1,0) = \varepsilon(1,0)L_{\lambda,b}(T_1) + \int_{2\pi} f_r(2,1,0)L_\lambda(2,1)\cos\theta_{1,2}d\varpi_{1,2} \quad (4.10)$$

La dependencia en longitud de onda es implícita y se indica explícitamente la temperatura T_1 del punto dA_1 donde se mide la emisividad efectiva. Dado un elemento cualquiera de la clase dA_2 (que radia directamente sobre dA_1) se puede aplicar la ecuación anterior y tendremos:

$$L_\lambda(2,1) = \varepsilon(2,1)L_{\lambda,b}(T_2) + \int_{2\pi} f_r(3,2,1)L_\lambda(3,2)\cos\theta_{2,3}d\varpi_{2,3} \quad (4.11)$$

Aquí T_2 se utiliza para representar temperaturas de puntos de la clase dA_2 y se integra sobre direcciones del tipo $d\omega_{23}$ en el hemisferio 2π sobre cada uno de ellos. Estos puntos reciben radiación de puntos de la clase dA_3 definidos como aquellos que a su vez se unen con dA_1 mediante trayectorias formadas por 3 puntos de la cavidad. Por otro lado, $f_r(3,2,1)$ es la BRDF para trayectorias entre un punto del tipo dA_3 hacia uno de tipo dA_2 y finalmente hacia dA_1 .

Por tanto tendremos:

$$\begin{aligned}
 L_{\lambda}(1,0) = & \varepsilon(1,0)L_{\lambda,b}(T_1) + \int_{2\pi} f_r(2,1,0)\varepsilon(2,1)L_{\lambda,b}(T_2)\cos\theta_{1,2}d\varpi_{1,2} \\
 & + \int_{2\pi} \int_{2\pi} f_r(2,1,0)f_r(3,2,1)L_{\lambda}(3,2)\cos\theta_{1,2}\cos\theta_{2,3}d\varpi_{1,2}d\varpi_{2,3}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

El primer término representa el proceso de emisión desde dA_1 hacia el detector. El segundo la integración sobre procesos elementales que se producen en el curso de una emisión en puntos de la clase dA_2 y una reflexión en dA_1 . El tercero contiene procesos elementales para los cuales la radiación proviene (emitida y reflejada) de elementos de la clase dA_3 y llega al detector en el curso de dos reflexiones, una sobre elementos tipo dA_2 y finalmente otra sobre dA_1 . En general la radiancia observada que llega al detector $L_{\lambda}(1,0)$ se escribirá como suma de infinitos términos. El de orden k será la integral sobre trayectorias elementales, que se generan en el curso de una emisión y k reflexiones antes de llegar al detector y tiene la forma:

$$\begin{aligned}
 \int_{2\pi} \dots k \text{ veces} \dots \int_{2\pi} f_r(k+1, k, k-1) \cdot \dots \cdot f_r(2,1,0)\varepsilon(k+1, k)L_{\lambda,b}(T_{k+1})\cos\theta_{1,2} \\
 \cdot \dots \cdot \cos\theta_{k,k+1}d\varpi_{1,2} \cdot \dots \cdot d\varpi_{k,k+1}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

La figura 4.4 muestra distintas configuraciones de trayectorias de orden 1, 2 y 3, suponiendo tres elementos de área y el punto de cálculo de la emisividad efectiva dA_1 .

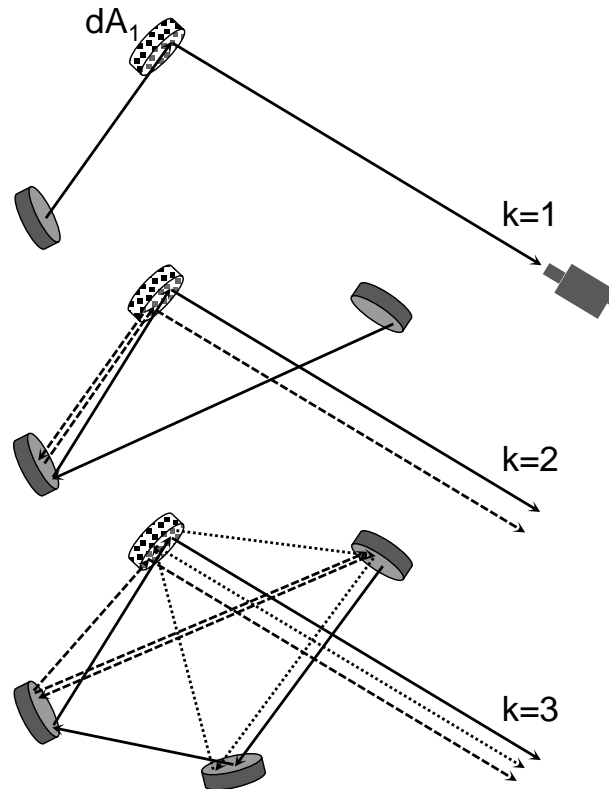


Figura 4.4. Distintos tipos de trayectorias correspondientes a procesos elementales de emisión y reflexión de orden $k=1$, $k=2$ y $k=3$, para el cálculo de la radiancia en la ecuación (4.12)

Por (4.6), la emisividad efectiva es:

$$\varepsilon_a(\lambda; 1,0) = \frac{L_\lambda(1,0)}{L_{\lambda,b}(T_r)} \quad (4.14)$$

Esta definición depende explícitamente de una temperatura de referencia T_r asociada a la radiancia espectral de cuerpo negro. Su elección es importante para el cálculo de la temperatura de la superficie con un termómetro de radiación. Si sustituimos ε por la emisividad efectiva ε_a de (4.14) y aplicamos (2.40) o (2.41) a la lectura de un termómetro enfocado sobre el punto dA_1 y calibrado en términos de temperatura de radiación, la temperatura obtenida será T_r .

En las aplicaciones de termometría de radiación suele elegirse como temperatura de referencia la del fondo de la cavidad, ya que es ahí donde generalmente se sitúan los termómetros que miden la temperatura de contacto, como veremos en los capítulos 8, 9 y 10. Por otro lado, los termómetros de radiación la reciben de zonas extensas de la cavidad, por lo cual es preciso trabajar con una emisividad efectiva integrada. Esta depende de los valores locales de emisividad efectiva en la región de integración y se hace necesario referir los valores en (4.14) a un T_r único.

Más adelante estudiaremos el efecto sobre ε_a del gradiente de temperatura existente en el cuerpo negro. Lo haremos para optimizar el perfil de emisividad efectiva en el fondo y paredes laterales de las cavidades, para el cálculo de su incertidumbre por la contribución del gradiente y para la medida de este con un termómetro de radiación. En todos estos casos será natural considerar T_r definida en fondo.

4.2.2 Emisividad efectiva en términos de absorptancia

El teorema de reciprocidad de la BRDF [8, 20, 40] establece que esta función es simétrica respecto al intercambio de las direcciones, es decir:

$$f_r(\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2) = f_r(\vec{\omega}_2, \vec{\omega}_1) \quad (4.15)$$

Este teorema junto con la ley de Kirchhoff (2.37), permiten calcular la emisividad efectiva mediante un formalismo basado en la absorptancia de la superficie a diferencia del anterior basado en la emisividad intrínseca. Este método calcula ε_a de forma equivalente a (4.12) pero integrando sobre trayectorias (rayos) que van desde el detector al punto de medida en la dirección de observación y que se extienden (o se extinguen) por el interior de la cavidad a partir de reflexiones (o absorción). Este enfoque constituye la base para el cálculo de la emisividad efectiva por el método de Montecarlo.

A partir del término general (4.13) y asumiendo $T_r=T_1$, se definen ahora los diferenciales $d^k \varepsilon_a(1,0)$. Con esta notación la expresión para la emisividad efectiva (4.14) toma la forma:

$$\varepsilon_a(\lambda; 1,0) = \varepsilon(1,0) + \int_{2\pi} d^1 \varepsilon_a(1,0) + \int_{2\pi} \int_{2\pi} d^2 \varepsilon_a(1,0) + \dots \quad (4.16)$$

Calculamos ahora la absorptancia efectiva α_a del punto dA_1 en la dirección de observación desde el detector, es decir $0 \rightarrow 1$ (escrito como $(0,1)$). Se define y calcula mediante un razonamiento similar al utilizado para ε_a , salvo que en este caso se considera energía radiante que llega al punto de medida y que parcialmente (por la absorptancia local) puede ser absorbida a lo largo de un proceso múltiple de reflexiones en la cavidad. Teniendo en cuenta lo anterior, se llega a la expresión para la absorptancia efectiva [8]:

$$\alpha_a(\lambda; 0,1) = \alpha(0,1) + \int_{2\pi} d^1 \alpha_a(0,1) + \int_{2\pi} \int_{2\pi} d^2 \alpha_a(0,1) + \dots \quad (4.17)$$

La ecuación (4.16) contiene términos del tipo $f_r(k+1, k, k-1)$ y la (4.17) términos del tipo $f_i(k-1, k, k+1)$. Haciendo uso del teorema de reciprocidad (4.15) y la ley de Kirchhoff (2.37), es inmediato deducir la relación entre las diferenciales de orden k de la emisividad efectiva y de la absorptancia efectiva:

$$d^k \varepsilon_a(1,0) = \left(\frac{L_{\lambda,b}(T_{k+1})}{L_{\lambda,b}(T_1)} \right) d^k \alpha_a(0,1) \quad (4.18)$$

Aquí se considera explícitamente una temperatura de referencia $T_r=T_1$ y T_{k+1} representa la temperatura de un punto de la cavidad al que la radiación ha llegado después de k reflexiones. Denotando el término entre paréntesis como $R_{\lambda,b}(T_{k+1}, T_1)$ se llega finalmente a la expresión para la emisividad efectiva local direccional en términos de absorptancia efectiva:

$$\varepsilon_a(\lambda; 1,0) = \alpha_a(0,1) + \sum_{k=1,2,\dots} \int_{2\pi} \dots k \text{ veces} \dots \int_{2\pi} R_{\lambda,b}(T_{k+1}, T_1) d^k \alpha_a(0,1) \quad (4.19)$$

Si la cavidad es isoterma, es decir $T_{k+1}=T_1, \forall k$ (de momento suponemos que no hay radiación del exterior), entonces $R_{\lambda,b}(T_{k+1}, T_1)=1$ y por tanto la emisividad efectiva es igual a la absorptancia efectiva:

$$\varepsilon_a(\lambda; 1,0) = \alpha_a(\lambda; 0,1) \quad (4.20)$$

Esta expresión se denomina ley de Kirchhoff generalizada (o extendida) para cavidades isotermas [41, 42]

4.2.3 Cálculo de la emisividad efectiva por el método de Montecarlo

4.2.3.1 Procedimiento

Los procesos de absorción y reflexión de radiación por una superficie, que llevan a la definición de la emisividad efectiva, pueden ser analizados en términos probabilísticos. Los diferenciales de (4.17) se expresan en términos de la BRDF y toman la forma:

$$d^k \alpha_a(0,1) = \alpha(k, k+1) f_r(0,1,2) \cdot \dots \cdot f_r(k-1, k, k+1) \cos \theta_{1,2} \cdot \dots \cdot \cos \theta_{k,k+1} d\varpi_{1,2} \cdot \dots \cdot d\varpi_{k,k+1} \quad (4.21)$$

El término de orden $k=1$ $d^1 \alpha_a(0,1)$ es la fracción de energía radiante (del total que llega desde el detector) reflejada en dA_1 en la dirección $1 \rightarrow 2$, que es posteriormente absorbida (figura 4.3) en un elemento de la clase dA_2 . Si consideramos la radiación compuesta por fotones individuales este término puede ser interpretado como la probabilidad de que un fotón que llega a dA_1 desde la dirección $0 \rightarrow 1$, se refleje en la dirección $1 \rightarrow 2$ y se absorba en dA_2 . El término de orden $k=2$ $d^2 \alpha_a(0,1)$ representaría la probabilidad de que un fotón se refleje en la dirección $1 \rightarrow 2$ y posteriormente en la dirección $2 \rightarrow 3$, absorbiéndose en un punto de la clase dA_3 . En la figura 4.5 se muestra un esquema de este proceso.

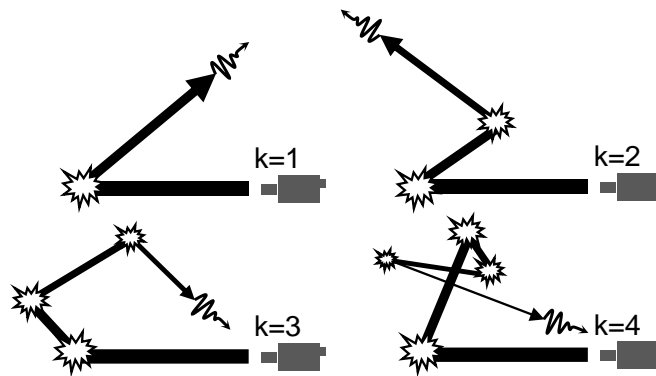


Figura 4.5. Trayectorias de diferentes órdenes entre el detector y puntos de la cavidad. En el primer punto es donde se mide la emisividad efectiva

En general, la integral múltiple del término k en (4.17) sería la probabilidad de que un fotón lanzado desde el detector hacia dA_1 , se absorba en algún lugar (en el curso del impacto $k+1$) después de k reflexiones en el interior de la cavidad. La absorción efectiva se puede identificar por tanto, como la probabilidad de que un fotón lanzado en la dirección $0 \rightarrow 1$ sea absorbido en algún lugar de la cavidad.

El método de Montecarlo entra en juego ante la posibilidad de simular un proceso por el cual N fotones son lanzados hacia el punto dA_1 desde el detector. Mediante el cálculo de direcciones aleatorias a partir de los puntos de reflexión (apartado 3.2.2), ya sea esta de tipo difuso, especular-difuso, etc. será posible determinar las coordenadas de los puntos de impacto sucesivos. A partir de la definición frecuentista de probabilidad, la absorción efectiva puede ser calculada mediante la expresión:

$$\alpha_a(0,1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_a}{N} \quad (4.22)$$

N_a es el número de fotones que son absorbidos en algún punto de la cavidad después de un número indeterminado de reflexiones de los N lanzados desde el detector.

Esta técnica suele denominarse trazado de rayos hacia atrás, es decir desde el detector hacia la fuente (“backward ray tracing” BRT) y resulta más eficiente que el trazado de rayos hacia delante (“forward ray tracing” FRT) [23, 43, 44]. En este caso, muchos de los rayos (y por tanto de la energía) emitidos por la fuente se pierden y no llegan al detector, que recibe solamente una pequeña cantidad de ellos [22]

Para cavidades isotermas, la ley de Kirchhoff generalizada (4.20) permite calcular inmediatamente la emisividad efectiva. En el caso general no isotermo, a partir de la interpretación probabilística de los diferenciales de orden k de la absorción, la expresión (4.19) se puede entender como el valor medio de $R_{\lambda,b}(T_{k+1}, T_1)$. Para ver esto es necesario imaginar que la apertura actúa como una superficie que absorbe toda la radiación que le llega desde el interior. El sistema formado por la cavidad más la apertura, tendrá una absorción efectiva $\alpha_a(\text{cav}+\text{ap})=1$ pues toda la radiación que incide sobre dA_1 se absorbe en algún momento.

Los diferenciales de orden k junto con $\alpha(0,1)$, se pueden asociar a sucesos que forman un conjunto completo y (4.19) no es otra cosa que el valor medio de $R_{\lambda,b}$ tomado sobre todos los posibles sucesos (trayectorias que terminan en absorción) que pueden ocurrirle a un fotón. De forma semejante a (4.22), la emisividad efectiva puede escribirse [8]:

$$\varepsilon_a(\lambda; 1,0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N R_{\lambda,b}(T_{i(n)}, T_1) \quad (4.23)$$

En esta expresión, $T_{i(n)}$ es la temperatura del punto donde se produce la absorción (en el curso de su impacto $i(n)$) del n -ésimo fotón lanzado. Por definición $R_{\lambda,b}=0$ para la radiación que incide sobre la apertura desde el interior, es decir que sale de la cavidad. Esto equivale a considerar que ninguna radiación que provenga del exterior llega al detector después de reflexiones internas. No

obstante, en algunos casos se hace necesario aplicar algún tipo de contribución a la incertidumbre de la emisividad efectiva, por efecto de este tipo de reflexiones externas no deseadas [17].

A modo de resumen:

- N es el número de fotones lanzados hacia el punto de medida dA_1 en la dirección $0 \rightarrow 1$
- N_a es el número de fotones que se absorben en la cavidad después de múltiples reflexiones
- T_1 es la temperatura del punto de medida o la de referencia si así se ha definido
- $T_{i(n)}$ es la temperatura del punto $\vec{r}_{i(n)}$ de la cavidad, donde el fotón n -ésimo lanzado es absorbido después de un número de impactos $i(n)$
- El índice i puede tomar cualquier valor entero
- $R_{\lambda,b}=0$ para los fotones que salen de la cavidad

La formulación del cálculo de la emisividad efectiva espectral y direccional en cavidades no isotermas en términos probabilísticos, permite su resolución por el método de Montecarlo mediante simulación numérica. El problema global se estructura y delimita teniendo en cuenta una serie de factores o aspectos básicos como son:

- Caracterización geométrica de la cavidad. Puede ser cilíndrica, cónica, cilindro-cónica, con o sin tapa, etc.
- Tipo de reflexión. Solo se resuelve explícitamente el modelo de reflexión difusa.
- Gradiente de temperatura. En general solo con dependencia axial en las cavidades de cuerpo negro de interés para nuestras aplicaciones.
- Emisividad intrínseca de la superficie ε . Puede no ser uniforme en la totalidad de la cavidad (especialmente podría variar en la tapa) y depender además de la temperatura y longitud de onda. Por lo general en la bibliografía solo se dispone de datos sobre emisividad semiesférica y no es frecuente encontrar valores precisos (para los materiales de interés), en función de λ y T . Por eso ε constituye uno de los factores de influencia dominantes en la incertidumbre final de ε_a , tal y como veremos con mayor detalle en el apartado 8.1.
- Reflectancia intrínseca de la superficie ρ . Iguales consideraciones que la emisividad ε en el caso especular o especular-difuso.
- Configuración del termómetro de radiación respecto a la cavidad. Para el cálculo de la emisividad efectiva integrada será necesario especificar la distancia al cuerpo negro, tamaño del detector, posibles efectos de viñeteado por aperturas o diafragmas, etc.

4.2.3.2 Algoritmo

El proceso de simulación de Montecarlo que da lugar a la obtención de la emisividad efectiva con (4.23), es materializado por un algoritmo. Siendo este un conjunto de reglas o instrucciones bien definidas, ordenadas y finitas que permiten realizar un cálculo o actividad mediante pasos sucesivos, bien a mano o mediante una máquina [45], consta en este caso de las siguientes fases:

1. Lanzamiento de un fotón ($n=1$) desde el termómetro de radiación hacia el punto de la cavidad donde vamos a calcular ε_a , con temperatura en ese punto T_1 (impacto $i=1$). Si el modelo es especular o especular-difuso sería necesario establecer la dirección inicial, mientras que en el caso difuso no existe dependencia con la dirección. En función de la geometría utilizaremos un sistema de coordenadas adecuado para facilitar la descripción del punto de impacto y la dirección de reflexión.
2. El proceso de absorción/reflexión del fotón en la cavidad viene determinado por un primer número aleatorio u_a uniforme (0,1). Si $u_a > \varepsilon$ el fotón es reflejado y en caso contrario se absorbe.
3. Si es así definimos la temperatura $T_{1(1)}=T_1$ y calculamos $R_{\lambda,b}=L_{\lambda,b}(T_{1(1)})/L_{\lambda,b}(T_1)$. Se vuelve al primer punto del ciclo y se lanza otro fotón ($n=2$).
4. Si en el punto 2 el fotón es reflejado, un número aleatorio u_0 independiente del anterior servirá para determinar el tipo de reflexión (modelo general especular-difuso) (ver apartado 3.2.2). Si es difusa, la dirección de reflexión se determinará con dos nuevos números aleatorios uniformes (u_1, u_2) independientes de los anteriores. Si es especular se aplicarán las leyes de la reflexión de la óptica geométrica.
5. Se calculará la trayectoria del fotón y el nuevo punto de impacto $\vec{r}_{2(1)}$ (impacto $i=2$ para el fotón $n=1$, es decir 2(1) en nuestra nomenclatura), a partir de la dirección de reflexión y de la geometría y se volverá al punto 2 del ciclo. Si se absorbe determinaremos $T_{2(1)}$ a partir del gradiente existente en la cavidad en el punto de impacto 2 y con ello $R_{\lambda,b}(T_{2(1)}, T_1)$.
6. Si la trayectoria sale de la cavidad volvemos a iniciar el ciclo definiendo $R_{\lambda,b}=0$ para ese fotón.
7. El ciclo se repite para N fotones que pueden ser finalmente absorbidos en algún punto o salir de la cavidad.
8. Función del número de fotones o ensayos de Montecarlo N , se obtiene una estimación de la emisividad efectiva con (4.22) o (4.23)

La figura 4.6 muestra el diagrama de flujo para el proceso cuyas fases han sido descritas anteriormente.

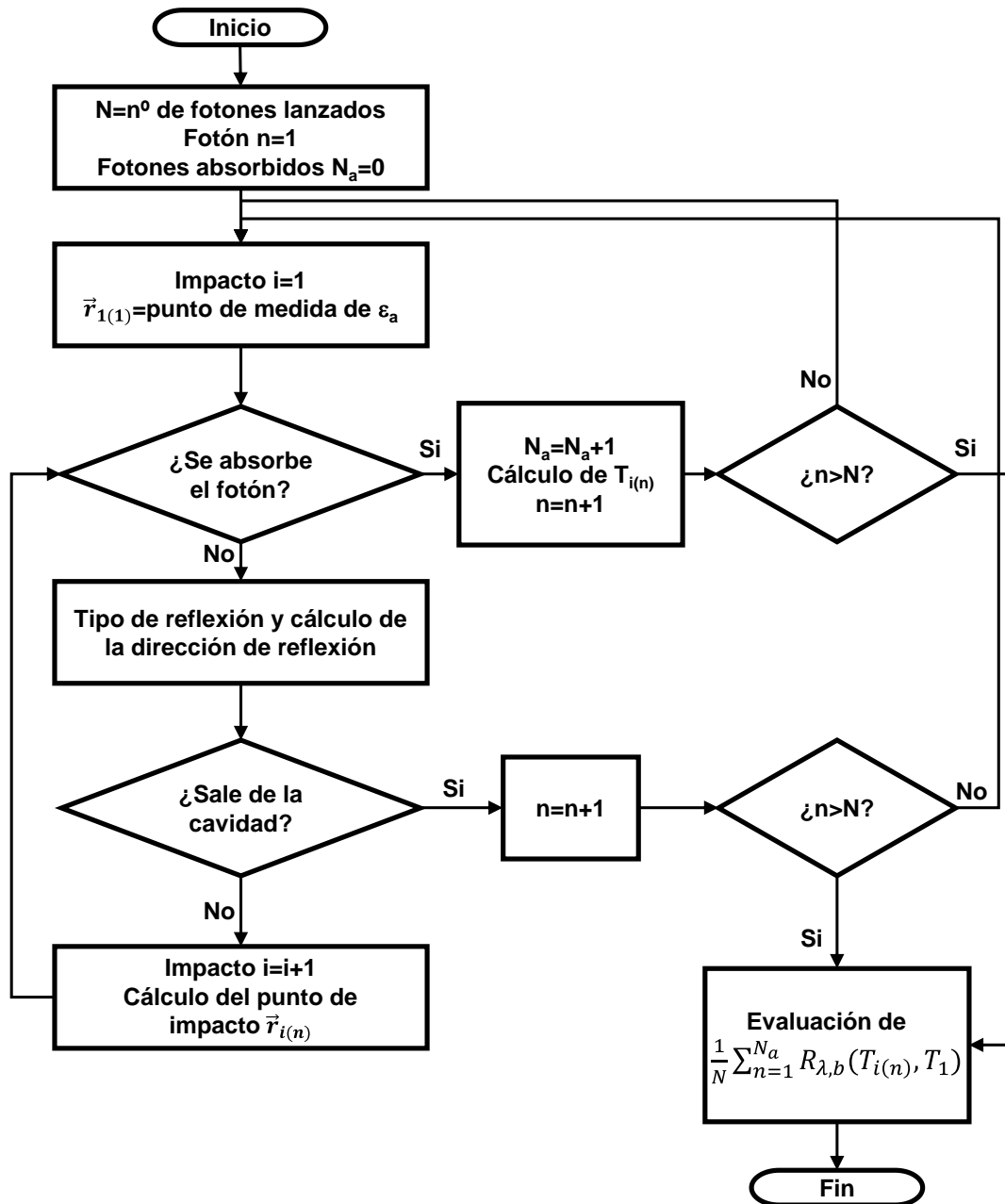


Figura 4.6. Diagrama de flujo del algoritmo básico para el cálculo de la emisividad efectiva local y direccional por el método de Montecarlo

4.2.3.3 Incertidumbre

Como sabemos, con la aplicación del método de Montecarlo se trata de construir un modelo probabilístico para un proceso o sistema determinista. En el caso isoterma, la emisividad efectiva se ha obtenido como la probabilidad (p) de absorción (en algún punto) de un fotón lanzado sobre la cavidad. En el apartado 7.1.4 se mostrará con más detalle que el número de fotones que se absorben del total lanzado N , sigue la distribución binomial y por tanto la desviación típica es:

$$\sigma(\varepsilon_a) \cong \sqrt{\frac{\varepsilon_a(1 - \varepsilon_a)}{N}} \quad (4.24)$$

Veremos más adelante que la calidad del ajuste de los resultados a esta distribución dependerá de la elección del generador de números aleatorios utilizado y demostraremos que el WH es satisfactorio en este sentido. Para la incertidumbre de ε_a en el caso no isoterma recurriremos a la repetición del algoritmo de simulación de Montecarlo (con N fijo) un número determinado de veces y calcularemos la desviación típica experimental. Existen aproximaciones que ponen la emisividad efectiva no isoterma en función de la isoterma $\varepsilon_a^{\text{iso}}$ (ver apartado 7.2.2.1). Utilizando estas expresiones se podría estimar también la desviación típica $\sigma(\varepsilon_a)$.

4.2.4 Otras técnicas para el cálculo de la emisividad efectiva

Para cavidad difusa existen formulaciones alternativas a la ecuación general (4.19), por ejemplo la que expresa la emisividad efectiva local semiesférica como una ecuación integral [18]. En el caso isoterma, para un punto P_0 perteneciente a la superficie S de la cavidad, la emisividad efectiva se expresa como:

$$\varepsilon_a(\lambda; P_0 \rightarrow 2\pi) = \varepsilon + (1 - \varepsilon) \int_S \varepsilon_a(\lambda; P \rightarrow 2\pi) dF_{dP_0 \rightarrow dP} \quad (4.25)$$

La integral se extiende sobre los puntos P de la cavidad y el factor de forma dF se define entre un elemento diferencial de área en P_0 y un elemento diferencial en P . Esta es una ecuación integral de Fredholm de segunda especie [46] que tiene por núcleo el factor de forma y cuya función incógnita es $f(x,y) = \varepsilon_a(\lambda; P(x,y) \rightarrow 2\pi)$.

En [18] se indican algunos métodos para resolver (4.25) y su equivalente en la cavidad no isoterma. La solución se puede obtener analíticamente en casos simples como la cavidad esférica, sin embargo para la mayoría de las aplicaciones es necesario el uso de técnicas de aproximación. De especial importancia es el método de las sumas en el que la integral se sustituye por una suma de integrales sobre superficies $\{S_i\}$ en las que la emisividad puede considerarse uniforme. Este método es iterativo y parte de una estimación inicial para la emisividad efectiva en los puntos de la cavidad. La convergencia del método, como es habitual, depende del valor de la semilla, del número de elementos de la partición de S , etc.

Otro método que también encontramos descrito en la literatura es el de las series (ver de nuevo [18] para más detalles). En este caso se procede a sustituir sucesivamente el valor de emisividad efectiva en la integral por el mismo valor calculado según dicha ecuación (las coordenadas de P_0

son ahora variables) obteniendo así un desarrollo en serie de ε_a en potencias de $(1-\varepsilon)$ (técnica de las series de Neumann para la resolución de ecuaciones integrales de Fredholm de 2ª especie [47]) En el pasado y para cavidades difusas, las técnicas descritas se aplicaron más que el método de Montecarlo debido fundamentalmente a limitaciones en la potencia de cálculo de las máquinas existentes. Esto no es necesariamente un problema hoy, ya que las herramientas de computación permiten fácilmente trabajar con simulaciones de $>10^{10}$ pruebas, con tiempos de ejecución admisibles incluso para ordenadores (asequibles) domésticos. El método es mucho más intuitivo y permite la definición inmediata de ciertas funciones que facilitan mucho el trabajo con cavidades no isotermas, como veremos a partir del punto 6.2. Finalmente, es en el caso especular-difuso donde Montecarlo ofrece su máximo potencial y es mucho más eficaz para tratar la reflexión definida por una función BRDF general. El cálculo de factores de forma entre superficies con reflexión especular-difusa suele ser muy complejo, siendo esta otra de las razones para la preferencia de este método para dichos casos [23].

4.2.5 Emisividad efectiva integrada

En las aplicaciones prácticas de termometría de radiación, esta llega a un detector de tamaño finito y proviene de una zona extensa de la cavidad. Para superficies difusas es habitual trabajar con la emisividad efectiva integrada ε . Es función de la configuración del sistema cavidad+detector y dependiente de parámetros tales como la distancia entre ambos, tamaño del detector y zona de la cavidad visible total o parcialmente por este, debido al efecto de diafragmas intermedios (efecto de viñeteado).

En la figura 4.7 se muestra el efecto del diafragma que delimita la apertura (tapa), interceptando la radiación que proviene de algunas zonas en una cavidad cilindro-cónica. Se observa la zona de penumbra desde la que llega parte de la radiación (efecto de viñeteado [7]), la zona totalmente visible por el detector y la zona oscura desde la que no llega ninguna radiación. En la sección 7.1.3 se tratará con mayor detalle el efecto de viñeteado en las cavidades con tapa, para el cálculo de la emisividad efectiva integrada.

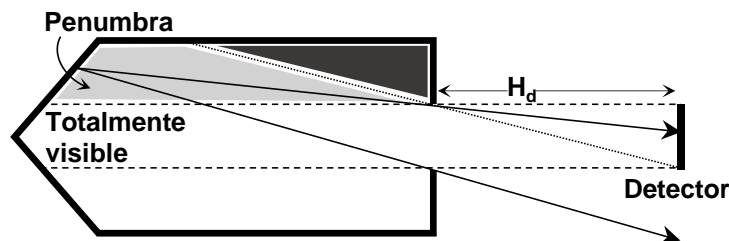


Figura 4.7. Efecto de la tapa que delimita la apertura de una cavidad cilindro-cónica, sobre la energía radiante que llega a un detector de sección circular situado a distancia H_d

Para la definición de emisividad efectiva integrada consideramos una cavidad de paredes difusas, con emisividad efectiva local semiesférica $\varepsilon_a(x, y)$ en cada punto de la superficie y un detector D a distancia H_d de la apertura.

La radiación que de forma difusa llega al detector desde un elemento $dA(x, y)$ de la superficie, viene caracterizada por el factor de forma $dF_{dA(x,y) \rightarrow D}$. La emisividad efectiva en una cavidad difusa puede escribirse como relación entre exitancias M_λ/M_b . Puesto que la exitancia M es energía radiante por unidad de área, la emisividad efectiva integrada espectral entre una superficie $S' \subset S$ de la cavidad y el detector (o en general una superficie D) [18] se escribe como:

$$\varepsilon^c = \frac{\iint_{S'} \varepsilon_a(x, y) dF_{dA(x,y) \rightarrow D} dA(x, y)}{\iint_{S'} dF_{dA(x,y) \rightarrow D} dA(x, y)} \quad (4.26)$$

En general, los termómetros utilizados en termometría de radiación son formadores de imágenes [48, 49]. Definen un blanco virtual cuya posición y tamaño es función de la distancia de enfoque. Este blanco no es otra cosa que la imagen del detector (o apertura que define el blanco o diafragma de campo) por el sistema óptico. En la figura 4.8 se muestra el esquema simplificado del sistema configurado para la medida con un cuerpo negro.

El termómetro de radiación suele enfocarse sobre el plano de la apertura, definiendo un blanco de radio r_b . La radiación en este caso proviene del fondo de la cavidad donde el campo de visión angular (FOV) delimita una superficie (blanco real) formada según se ve en la figura, por dos zonas de penumbra y una totalmente visible.

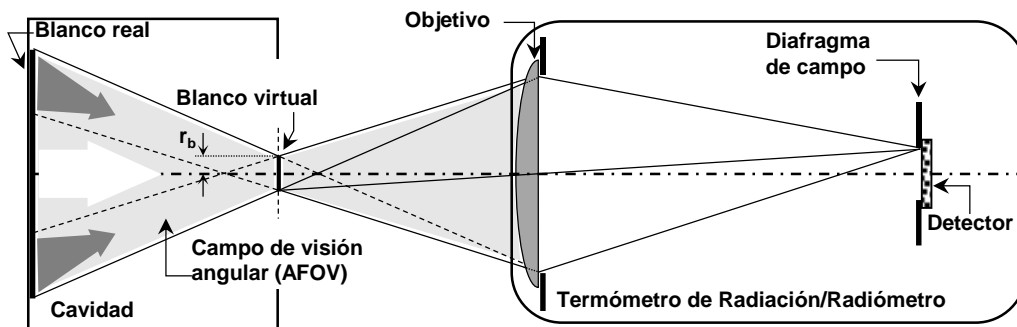


Figura 4.8. Esquema simplificado de la configuración en la cual un termómetro formador de imágenes mide la temperatura de una cavidad de cuerpo negro, en una aplicación típica de termometría de radiación

Para un caso como el de la figura 4.8 sería necesario calcular los factores de forma correspondientes a las zonas de penumbra en la cavidad, cuyo tamaño y posición depende de las especificaciones ópticas del sistema y de la distancia.

Según se observa en la figura, a efectos de emisividad efectiva integrada el sistema puede considerarse equivalente a una cavidad con apertura virtual de radio r_b . Esta equivalencia solo es estricta si el termómetro no se ve afectado de forma apreciable por ETF [50, 51]). Debido a imperfecciones en el sistema óptico, reflexiones internas, “scattering”, difracción en los bordes de los diafragmas internos, etc. radiación que proviene de zonas exteriores al blanco puede llegar al detector. El ETF se cuantifica a partir de medidas con fuentes de diferente tamaño y depende de la temperatura y de la longitud de onda, constituyendo una fuente de incertidumbre considerable en ciertos modelos de termómetros de radiación comerciales y/o industriales [52]. La emisividad efectiva integrada se denomina normal si el detector se encuentra tan alejado del cuerpo negro que los rayos pueden considerarse paralelos y semiesférica si está situado en la misma apertura. Si el detector se encuentra en el infinito, los factores de forma en (4.26) son independientes del punto (x, y) de la cavidad y se cumple:

$$\varepsilon_{normal}^c = \frac{\iint_{S'} \varepsilon_a(x, y) dA(x, y)}{S'} \quad (4.27)$$

En cavidades con simetría axial: cilíndrica, cónica, cilindro-cónica, etc. la emisividad efectiva solo depende de la distancia a lo largo del eje y las expresiones anteriores se simplifican notablemente. En 7.1.3 recurriremos a un procedimiento numérico para su obtención en el caso cónico.

4.3 Cavidades de cuerpo negro

4.3.1 Geometrías

Se pueden encontrar múltiples diseños geométricos para aplicaciones de termometría de radiación y en principio no hay ninguna restricción en cuanto a forma y/o tamaño. En general, la emisividad efectiva es inversamente proporcional a la relación entre el área de la apertura y el área de la superficie interna, por lo que en cavidades con simetría cilíndrica se busca una relación entre diámetro de apertura y longitud (L/D) lo más grande posible. Las cavidades que mejor aproximan la radiación de un cuerpo negro pueden llegar a ser muy irregulares, careciendo incluso de simetría en la posición de la apertura en relación al resto de la cavidad. No son fáciles de fabricar y el cálculo de su emisividad efectiva es complejo [18]

Las cavidades con simetría cilíndrica facilitan su instalación en sistemas de mantenimiento de temperatura horizontales, tales como tubos de calor (“*heat pipe*”) [47], hornos tubulares eléctricos de varias zonas, baños de recirculación de líquido, etc. En [44] se ofrece una muestra detallada de los sistemas más comunes utilizados en termometría de radiación a todos los niveles. La configuración horizontal permite medir con los equipos posicionados frente a la apertura con sus ejes coincidentes (óptico en el termómetro de radiación y de simetría en la cavidad) y haciendo uso además de mesas y monturas ópticas de diverso tipo. Estas instalaciones facilitan el enfoque, alineamiento y finalmente la medida de la radiación de forma estable y reproducible, esencial para las actividades de calibración de termómetros de radiación, cámaras de imagen térmica y fuentes de cuerpo negro.

En [18] se detallan algunos diseños geométricos incluyendo los más comunes: cilíndrico, cilindro-cónico, cónico, cónico doble y cilindro-cónico interno, todas con o sin tapa. Por lo general sus diseños son simples. Esto facilita por una parte la fabricación con materiales muy diversos: SiC (carburo de silicio), acero inoxidable (normalmente con recubrimiento de alta emisividad), inconel, grafito, alúmina [54], etc. y también simplifica el cálculo de la emisividad efectiva.

La geometría cilindro-cónica es la utilizada mayoritariamente en aplicaciones de termometría de radiación [55] aunque a veces también se recurre el modelo cilíndrico en el que, para aumentar la emisividad efectiva, se procede al estriado del fondo (tipo “*grooved*”). Para ello también se usa el modelo cilíndrico con fondo inclinado. Estas geometrías se dan con más frecuencia en cuerpos negros VTBB de tipo secundario y baja temperatura (típicamente entre temperatura ambiente y unos 200 °C) [43, 44, 56]. En la figura 4.9 se muestran los dos diseños mencionados anteriormente.

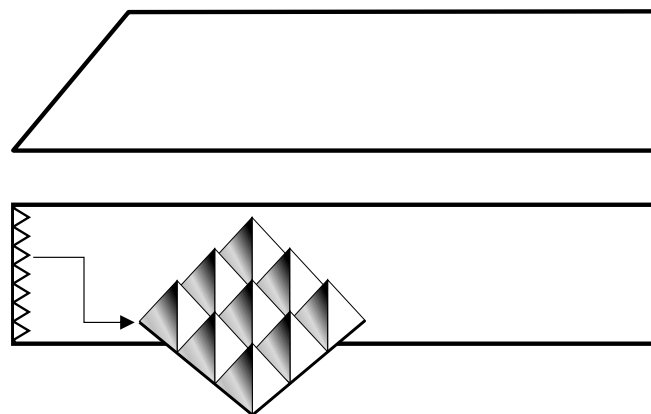


Figura 4.9. Modelos de cavidad cilíndrica en las que el fondo se ha modificado para aumentar la emisividad efectiva. En la cavidad superior el fondo está inclinado y en la inferior se mecaniza un patrón de estrías triangulares perpendiculares

Diseños cónicos y cilíndricos con fondo plano inclinado, son los que se utilizan normalmente en calibración de termómetros clínicos de oído, que miden la temperatura corporal [57, 58]

En este trabajo nos ocupamos de las cavidades cilíndricas, cónicas y cilindro-cónicas, todos ellos en general con tapa. Aunque la cavidad cilíndrica es una cilindro-cónica con vértice de ángulo $\Omega=180^\circ$, el modelo geométrico/numérico desarrollado para la cilíndrica no se puede considerar un caso particular del utilizado en la cilindro-cónica, por lo que disponemos de un método de validación añadido en términos de consistencia interna. Los resultados del modelo cilindro-cónico deben tender a los del cónico cuando $L \rightarrow 0$ y a los del cilíndrico cuando $\Omega \rightarrow 180^\circ$.

La cavidad cilíndrica ha sido muy estudiada en el pasado. Disponemos por tanto de un buen número de resultados publicados de emisividad efectiva con los que comparar. Esta forma de validación también es extensible a la cavidad cónica. Para esta se analiza en detalle el efecto de la tapa sobre ε así como el viñeteado.

4.3.2 Configuración de las cavidades analizadas, parámetros básicos y nomenclatura

En la figura 4.10 se muestra el esquema general de una cavidad de cuerpo negro cilindro-cónica con las variables y parámetros geométricos básicos que utilizamos para su caracterización. Se incluye también una configuración en la que hay un detector exterior (circular y coaxial al eje de la cavidad), necesario para el cálculo de la emisividad efectiva integrada.

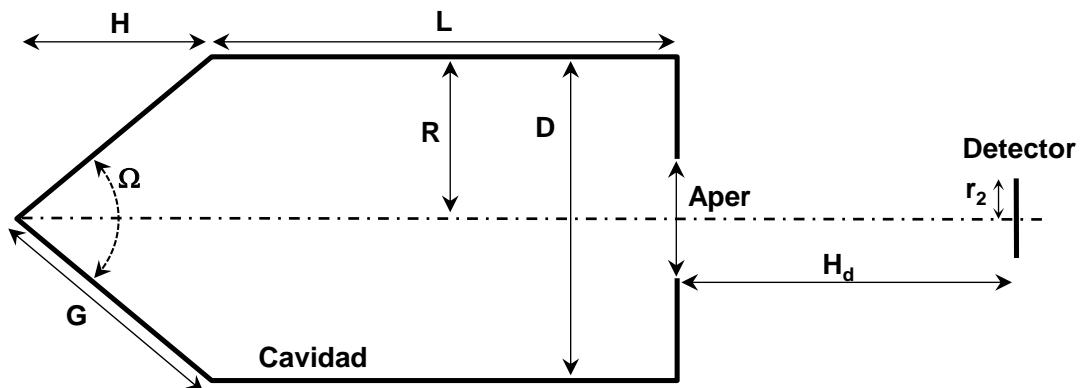


Figura 4.10. Esquema general de la cavidad cilindro-cónica junto con un detector

Los parámetros son:

- L , longitud del cilindro o de la sección cilíndrica en cavidad cilindro-cónica. Si $L=0$, la cavidad es cónica.
- D , diámetro de la cavidad.
- A_{per} , diámetro de la apertura de la cavidad o interior de la pieza que forma la tapa.
- Ω , ángulo del cono. Si $\Omega=180$, la cavidad es cilíndrica.
- r_2 , radio del detector.
- H_d , distancia entre apertura y detector. En ocasiones utilizaremos esta variable para la distancia entre la apertura y el blanco de un termómetro de radiación.
- R , radio de la cavidad, $R=D/2$.
- H , longitud (altura del cono) de la sección cónica. Para cavidad cilíndrica $H=0$.
- G , longitud de la generatriz del cono. Para cavidad cilíndrica $G=R$.

En la cavidad genérica de la figura 4.10, la emisividad efectiva local será calculada en puntos de la generatriz de la sección cónica (G) y a lo largo de la pared de la sección cilíndrica hasta su unión con la tapa (L).

En este trabajo vamos a utilizar diferentes variables para describir la localización de los puntos de la cavidad donde se calcula ε_a . Estas pueden ser:

- x , distancia medida desde el vértice del cono a lo largo de su generatriz. Para la cavidad cilindro-cónica general, la variable x solo se utiliza en la parte cónica con valores: $0 \leq x \leq G$. En el caso cilíndrico (por comodidad en el desarrollo del modelo geométrico de esta cavidad) utilizamos la variable xf medida desde el borde y hacia el centro, entre 0 y R . También se utiliza x en el cilindro, medida desde el centro del fondo hasta la apertura (de 0 a $L+R$).
- $xini$, distancia desde el vértice del cono a lo largo del eje de la cavidad con valores: $0 \leq xini \leq (L+H)$ y $xini = x \cos(\Omega/2)$ en el cono. Para la cavidad cilíndrica hemos definimos xi desde la base hasta la apertura. En representaciones gráficas y como variable de integración en la cavidad cónica y cilindro-cónica, a veces se trabaja con la variable ζ como la distancia a lo largo del eje desde el vértice.
- r es la variable radial medida desde el centro en el fondo de la cavidad cilíndrica $r=(R-xf)$. Para cavidad cónica y cilindro-cónica también es la distancia perpendicular desde el eje de la cavidad, con $0 \leq r \leq R$ y $r = x \sin(\Omega/2)$ en el cono.
- $0 \leq (x/G) \leq 1$, variable normalizada definida en el cono o sección cónica, que es utilizada en ocasiones para la comparación con resultados de otros modelos. En el fondo de la cilíndrica es $rn=(R-xf)/R=r/R$.

- $0 \leq (x_{ini} - H)/L \leq 1$, similar a la anterior para la sección cilíndrica de la cavidad cilindro-cónica. Para la cavidad cilíndrica es $x_n = x_i/L$ entre la base y la apertura.

Un buen número de variables son además utilizadas en los modelos geométricos y cálculos auxiliares y aparecerán a medida que el desarrollo lo requiera. Por limitaciones en la notación o de cara a mantener una nomenclatura estandarizada, pueden aparecer variables con el mismo nombre y distinto significado. Para evitar ambigüedades se irán definiendo en el texto o en las figuras. Por ejemplo, determinando x_f como hemos dicho, la posición del punto de cálculo de ε_a en la cavidad cilíndrica, también puede representar una variable auxiliar necesaria para describir la posición de los puntos de reflexión en el fondo plano. En este caso se mide en relación a líneas de referencia auxiliares tal y como se explica gráficamente en el apartado 6.1.1

Respecto a las unidades de temperatura recurrimos con más frecuencia K para incertidumbre, en las gráficas, en general para valores numéricos que provengan de los modelos y para la comparación con resultados publicados. En menor medida utilizamos °C, sobre todo en especificaciones de fabricantes, márgenes nominales, alcances de acreditación, etc. En todo caso ambas unidades pueden aparecer indistintamente.

Las variables geométricas de las cavidades analizadas tendrán unidades (generalmente mm) cuando se refieran a cuerpos negros existentes, tales como los del LabTH. Por otra parte será frecuente recurrir a valores sin dimensiones (L , D , R , etc.), cuando apliquemos los modelos a cavidades teóricas para las que solo sería preciso especificar la relación de aspecto. Por su naturaleza, la emisividad efectiva es solamente dependiente de esta relación. Además esto mismo se puede encontrar en la bibliografía utilizada para las validaciones.

CAPÍTULO 5. REVISIÓN DE MODELOS Y RESULTADOS PUBLICADOS DE EMISIVIDAD EFECTIVA

5.1 Introducción

Existen suficientes resultados publicados de emisividad efectiva local e integrada en varios modelos de cavidad, por lo general con simetría axial, diferentes configuraciones térmicas y modelos de reflexión. Para el análisis, comparación y en menor medida validación de los modelos desarrollados en este trabajo, utilizamos los resultados publicados en las referencias clásicas en este campo. Previo a entrar en detalle con los modelos y algoritmos para el cálculo de la emisividad efectiva, revisamos el grupo de referencias que utilizamos para cada cavidad, incluyendo una breve descripción de las técnicas y métodos utilizados por los distintos autores en su desarrollo.

En relación esto, en [23] encontramos una descripción exhaustiva del estado actual en lo que se refiere al cálculo de la emisividad efectiva, junto con algunos resultados de comparación entre modelos existentes. Se comentan los diferentes métodos deterministas (analíticos) utilizados en los inicios, así como los actuales (estocásticos) basados en el método de Montecarlo. En ambos casos la revisión bibliográfica es muy detallada. Finalmente el citado trabajo analiza una comparación entre varias técnicas computacionales [59] desarrolladas por los Laboratorios Nacionales del Reino Unido y Alemania: NPL y PTB. En este sentido se puede también consultar la referencia [60] que incluye entre otros, resultados comparativos de emisividad efectiva obtenidos con métodos propios de los Laboratorios Nacionales: CEM, INRiM (Italia), NPL y PTB, en el curso de la comparación EUROMET.T-S1.

En [23] los autores concluyen con la evidencia de que serán los resultados obtenidos con técnicas experimentales, todavía hoy no de la suficiente precisión (ver a este respecto [17] y una revisión muy completa de los métodos existentes, en [33]), los que deberán determinar en último término la preferencia de unos modelos respecto a otros.

5.2 Cavidad cilíndrica

Para cavidad cilíndrica con tapa, isoterma y reflexión difusa, utilizamos los valores de Ohwada [61]. Para el cálculo de ε_a en el fondo de la cavidad y a lo largo de la pared cilíndrica, este autor se vale de uno de los métodos que apuntamos en el 4.2.4 para la resolución de la ecuación (4.25), concretamente el de las series. Los resultados se dan en formato numérico (a veces las publicaciones solo proporcionan resultados gráficos, con lo que la comparación debe hacerse de forma cualitativa) junto con una estimación de la incertidumbre que discutiremos en su momento con más detalle.

En el trabajo de Bedford y Ma [62] se calcula la emisividad efectiva local en puntos del fondo y de la pared del cilindro (cavidad difusa isoterma y no isoterma) por el método de las sumas (o del sumatorio) (ver 4.2.4). En este caso los autores proporcionan los resultados únicamente en formato gráfico. Esa referencia también se utiliza para la comparación de valores (en formato numérico) de emisividad efectiva integrada normal no isoterma, con varios perfiles de temperatura.

Finalmente, resultados para este tipo de emisividad efectiva en cavidad no isoterma son también comparados con los resultados de Sapritsky y Prokhorov [63], obtenidos con algoritmos numéricos basados en el método de Montecarlo. Los autores distinguen entre cavidad isoterma y no isoterma. Utilizan un algoritmo para el primer tipo de cavidad y otro diferente para el cálculo de un término de corrección que es sumado al anterior en el caso no isoterma. El objetivo es minimizar la desviación típica de la variable aleatoria que representa la emisividad efectiva y el tiempo de proceso en la ejecución del programa que implementa el modelo.

Nuestros modelos geométricos y algoritmos que los implementan utilizan un número elevado de fotones que son lanzados sobre la cavidad, estando N entre 10^6 y 10^8 . Trabajamos en base a una idea geométrica única que aplicamos e implementamos sobre diferentes cavidades, tanto en el caso isoterma como en el no isoterma y aunque solo tratamos reflexión difusa, el modelo básico permite su generalización a especular-difusa.

Como objetivo de la tesis se encontraba que los modelos geométrico-numéricos fueran sencillos y simples en la medida de lo posible, sin perder por eso su eficacia dentro de las necesidades y recursos del laboratorio. La desviación típica, cuyo cálculo detallaremos más adelante, disminuye con el número de fotones N y es dependiente además del generador de números aleatorios utilizado. La incertidumbre de la emisividad efectiva (local e integrada) en las cavidades de cuerpo negro de interés para nuestras aplicaciones, junto con los resultados de validación y comparación de los modelos, serán los que determinen en última instancia la validez (y los límites) de nuestra propuesta.

5.3 Cavidad cónica

El modelo construido para cavidad cónica calcula tanto emisividad efectiva local como integrada. En este caso se tiene en cuenta el efecto de viñeteado producido por la tapa y en general se presta especial atención al cálculo de la incertidumbre.

Para la comparación de los resultados con valores publicados utilizamos en primer lugar la referencia [64] En este artículo el autor utiliza un desarrollo en serie para resolver la emisividad efectiva de una cavidad cónica isoterma con y sin tapa. Obtiene una estimación de la incertidumbre a partir de un análisis de la convergencia de los resultados variando el número de términos del desarrollo.

Para los ángulos Ω con valores 7.5° , 15° , 30° , 60° y 120° , radio unidad y emisividad intrínseca 0.5 y 0.75, el autor calcula ε_a en varios puntos a lo largo de la generatriz del cono. Los valores se obtienen para cavidad sin tapa y con tapa de apertura $A_{per}=D/2$ y la incertidumbre se expresa en términos de la variación (\pm) en el último dígito significativo.

En la comparación con los resultados de nuestro modelo este valor será considerado como los límites de una distribución rectangular. El autor valida sus resultados comparándolos con la expresión analítica de la emisividad efectiva en el vértice de una cavidad cónica sin tapa dado por [65], calculando el límite cuando el punto sobre la generatriz se aproxima al vértice.

Bedford y Ma [62] y Bedford [18] calculan la emisividad efectiva local en la cavidad cónica en función de la distancia al vértice a lo largo del eje. Utilizan diferentes valores de la relación A_{per}/D , concretamente: 1, $37/50$, $1/2$ y $12/50$, emisividad intrínseca 0.7 (tanto en el cono como en la tapa) y ángulo $\Omega=30^\circ$. En este caso los autores solamente aportan resultados gráficos y la comparación se hace de forma cualitativa. En dichos trabajos se utiliza el método del sumatorio, en el cual se sustituyen las ecuaciones integrales que definen la emisividad efectiva, por sumas.

Respecto a emisividad efectiva integrada, en [62] los autores la calculan en el caso cónico para cavidad isoterma y no isoterma con seis diferentes gradientes de temperatura y $\lambda=0.65 \mu\text{m}$. Consideran una cavidad con $\Omega=30^\circ$, $A_{per}/D=1/2$, $\varepsilon=0.7$, profundidad $H=1$ y un detector circular con diámetro igual a la apertura, a distancias $H_d=\{0, D/2, 5D/2, 500D/2\}$. Se utiliza $H_d=0$ para el cálculo de la emisividad efectiva semiesférica, mientras que para $H_d=500D/2$ se puede suponer que ε^c es normal (aunque estrictamente esta se define para $H_d=\infty$). En dicho artículo el viñeteado solo se utiliza para delimitar la región de penumbra, sin considerar su efecto de forma completa, es decir interviene únicamente para calcular los límites de integración.

Por ello la comparación solamente es representativa en las configuraciones para las que el viñeteado no juega ningún papel, como es el caso normal y semiesférico. Para la comparación con los resultados de nuestro modelo cónico utilizamos el caso isoterma de [62].

Chandos y Chandos [66] calculan la emisividad efectiva integrada normal y semiesférica en cavidades cónicas sin tapa, en función del ángulo y de la emisividad intrínseca. Los autores parten de las expresiones para ε_a en forma de ecuaciones integrales y las resuelven por métodos numéricos. Para ε^c obtienen desarrollos en serie válidos para H_d grande y en el límite $H_d \rightarrow \infty$ obtienen fórmulas integrales sencillas. Estas dependen únicamente de la función ε_a en las paredes de la cavidad y de la longitud de la generatriz G . En este caso la comparación es limitada puesto que los autores no calculan la incertidumbre de sus resultados.

Ohwada [67] calcula la emisividad efectiva integrada en cavidades cónicas provistas de una tapa en función de la distancia al detector H_d . En este artículo se pone de manifiesto la diferencia existente entre sus resultados y los de [68] Parece que esto es debido a posibles errores en este último, en la determinación del efecto de la zona de penumbra para valores pequeños de la distancia entre detector y apertura. El cálculo se efectúa numéricamente aplicando el mismo método que en [64] y la incertidumbre se estima en términos de la semidiferencia $[\varepsilon_a(\max)-\varepsilon_a(\min)]/2$, entre dos valores extremos que obtiene el propio modelo. Para el cálculo de los factores de forma cuando el detector es parcialmente visible desde la cavidad, sugiere el uso de métodos numéricos.

En [68] los autores presentan un modelo para el cálculo de la emisividad efectiva integrada en cavidades cónicas y cilíndricas poniendo especial atención al efecto de viñeteado. Para ε_a en las paredes de la cavidad utilizan el método numérico de las sumas desarrollado por Bedford y Ma [62]. Como hemos comentado antes, las diferencias encontradas en el cálculo de ε respecto a estos autores son debidas a que no tienen en cuenta el efecto de la zona de penumbra. Sin embargo a la vista de la comparación realizada por Ohwada [67], parece que el análisis del viñeteado realizado en [68] (en este caso se calcula analíticamente) no es del todo correcto.

Prokhorov y Hanssen [43] comparan su algoritmo numérico basado en el método de Montecarlo con resultados de cavidad cilíndrica obtenidos por otros autores. El modelo que desarrollan en este artículo es aplicado a cavidades de geometría cilíndrica con fondo inclinado. Para emisividad efectiva integrada enumeran una serie de trabajos, como por ejemplo [66] y [67], con los que existe un buen acuerdo.

En [43] se pone de manifiesto que hay discrepancias considerables cuando se comparan los resultados de Chu et al. [69] (en este caso de ε para distancias $H_d < 5R$) con los de su propio modelo y con los obtenidos por otros autores. Según Prokhorov y Hanssen esto se debe a un cálculo erróneo del efecto de la penumbra en el modelo de [69], que por otra parte es el mismo modelo que se utiliza en [68], lo que viene a confirmar la conclusión de Ohwada en [67].

Respecto a cavidades no isothermas, en [62] se dan valores de emisividad efectiva integrada espectral y total para gradientes lineales crecientes y decrecientes.

5.4 Cavidad cilindro-cónica

Para la geometría cilindro-cónica el modelo propuesto calcula la emisividad efectiva local en una cavidad general con tapa, tanto en puntos de la sección cónica como de la pared lateral cilíndrica. Junto con alguna comparación con resultados publicados, la validación se realiza fundamentalmente mediante de un estudio de consistencia interna.

Dependiente del modelo geométrico, se calculan los factores de forma a partir de la propagación de los fotones en el interior de la cavidad. Estos resultados experimentales se comparan con los obtenidos a partir de expresiones teóricas tomadas de la bibliografía.

Ohwada [70] calcula la emisividad efectiva en geometría cilindro-cónica y doble-cónica con y sin tapa, mediante aproximación zonal y técnica de aproximación en series de potencias [18, 62, 71, 72]. Nuestro modelo es comparado con el del autor en puntos de la sección cónica situados a varias distancias respecto al fondo y diversas configuraciones geométricas. En algunos casos el autor proporciona valores de incertidumbre (aunque no se indica el procedimiento de cálculo) expresada como la variación máxima en el último dígito significativo. Para la comparación las tomamos como límites de una distribución rectangular.

Bedford y Ma [72] calculan la emisividad efectiva local e integrada en cavidades cilindro-cónicas provistas de tapa, isotermas y no isotermas. En este caso los autores aportan sus resultados solo en formato gráfico, por lo que la comparación se realiza de forma cualitativa.

Estos mismos autores en [71] la calculan para cavidad doble-cónica y en este caso sí indican resultados numéricos en algunos ejemplos de cilindro-cónica (considerada aquí como geometría límite). Concretamente comparamos la emisividad integrada normal para detector del mismo tamaño que la apertura y en el infinito.

CAPÍTULO 6. DESARROLLO Y APLICACIONES DE UN MODELO GEOMÉTRICO PARA EL CÁLCULO DE LA EMISIVIDAD EFECTIVA EN CAVIDADES DE CUERPO NEGRO CILÍNDRICAS

6.1 Cavidad cilíndrica isoterma y no isoterma

El contenido de este apartado 6.1 incluye en su mayor parte el artículo de la referencia [73], publicado en marzo de 2015 en la revista *International Journal of Thermophysics*. El anexo 1 reproduce la primera página del artículo.

6.1.1 Introducción y modelo geométrico

En este trabajo se introduce por primera vez la esencia del procedimiento geométrico, uso de sistemas de referencia, coordenadas, etc. que será posteriormente generalizado para incluir cavidades cónicas y cilindro-cónicas.

La cavidad de cuerpo negro con geometría cilíndrica no es muy utilizada hoy día en aplicaciones de termometría de radiación. Ha sido no obstante muy estudiada en el pasado como modelo para la puesta en práctica y comparación de distintas técnicas de cálculo de la emisividad efectiva, ya que tiene tratamiento matemático más sencillo. Como muestra se pueden destacar los primeros trabajos, como por ejemplo: De Vos [74] en 1954, Sparrow, Albers y Eckert [75] en 1962, Peavy [65] en 1966, Quinn [76] en 1967, etc.

Estamos en este apartado interesados en el estudio de la cavidad cilíndrica, en general no-isoterma y con reflexión difusa. En ella calcularemos la emisividad efectiva local e integrada normal. Para el seguimiento de las trayectorias estocásticas de los fotones en el interior de la cavidad cuando son lanzados desde la posición que ocupa el detector hacia el punto de medida, es necesario partir de un modelo geométrico. Este se basa en una elección particular de planos y sistemas de referencia particulares que facilitan la descripción de las trayectorias de los fotones entre reflexiones sucesivas en las paredes de la cavidad. Para ello la hemos dividido en tres secciones bien diferenciadas: fondo plano, pared cilíndrica y tapa, de forma que en el caso general las trayectorias de los fotones se clasifican en tres grupos:

1. Trayectorias de fotones reflejados en el fondo plano y que van a la sección cilíndrica, tapa o exterior.
2. Trayectorias de fotones reflejados en la tapa hacia el fondo o la pared cilíndrica.
3. Trayectorias desde la superficie cilíndrica hacia el fondo, tapa, la misma superficie cilíndrica o el exterior.

Para reflexión desde puntos situados en superficies con curvatura (no planas) como es el caso de la sección cilíndrica (y cónica en su caso), el sistema de referencia y coordenadas que consideramos más adecuado es el que se muestra en la figura 6.1, donde se describe una parte de la sección cilíndrica. Para el fondo de la cavidad en este modelo (y para la tapa en todos los casos) las coordenadas son esféricas. El plano Π se define de tal forma que la trayectoria del fotón reflejado \vec{r} (en coordenadas esféricas: θ_r , ϕ_r), queda completamente caracterizada por los ángulos a_p y a_r que fijan la posición de Π respecto al plano \mathbf{XY} y por el ángulo que forma el vector \vec{r} con la proyección \vec{e} del eje \mathbf{Y} sobre el plano Π , tal y como se observa en la figura 6.1.

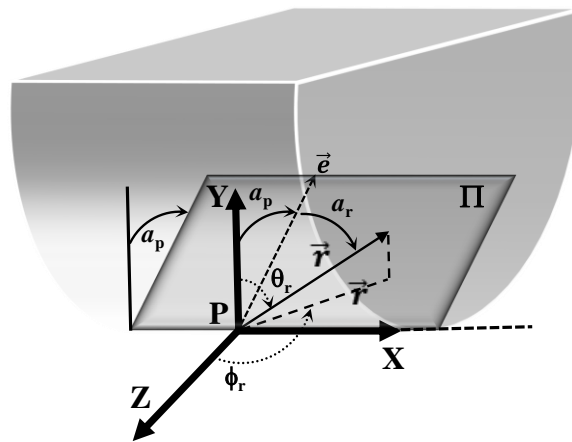


Figura 6.1. Coordenadas para la representación de las trayectorias de fotones reflejados desde puntos situados en una sección de superficie curvada de la cavidad

Las coordenadas que describen la trayectoria de los fotones en el sistema de referencia definido en el plano Π , están relacionadas con las coordenadas esféricas, por:

$$a_p = \tan^{-1}(-\cos \phi_r \tan \theta_r) \quad (6.1)$$

$$a_r = \sin^{-1}(\sin \theta_r \sin \phi_r) \quad (6.2)$$

donde $-\pi/2 \leq \{a_p, a_r\} \leq +\pi/2$. El uso de estas variables facilitaría la descripción de las trayectorias de fotones en caso de reflexión especular en un modelo especular-difuso de cavidad.

Para demostrar las relaciones (6.1) y (6.2) expresamos el vector \vec{e} de la figura 6.1 respecto a los vectores unitarios de los ejes: $\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$ mediante:

$$\vec{e} = 0\vec{x} + \cos a_p \vec{y} - \sin a_p \vec{z} \quad (6.3)$$

El vector que define el rayo \vec{r} se expresa respecto al par de vectores ortogonales unitarios $\{\vec{e}, \vec{x}\}$, según la figura 6.1, como:

$$\vec{r} = \cos a_r \vec{e} + \sin a_r \vec{x} \quad (6.4)$$

Por lo tanto:

$$\vec{r} = \cos a_r \cos a_p \vec{y} - \cos a_r \sin a_p \vec{z} + \sin a_r \vec{x} \quad (6.5)$$

Con lo cual, a partir de la expresión de este vector con respecto a las coordenadas esféricas $\{\theta_r, \phi_r\}$, se deducen las relaciones:

$$\cos a_r \cos a_p = \cos \theta_r \quad (6.6)$$

$$\sin a_r = \sin \theta_r \sin \phi_r \quad (6.7)$$

$$-\text{sen } a_p \cos a_r = \text{sen } \theta_r \cos \phi_r \tag{6.8}$$

La ecuación (6.7) no es otra que (6.2), mientras que (6.1) se deduce directamente sin más que dividir (6.8) entre (6.6). Si la reflexión es difusa, las coordenadas esféricas en (6.1) y (6.2) del fotón que se refleja vienen dadas, según se dijo en el apartado 3.2.2, por las ecuaciones (3.16)

Para la cavidad cilíndrica el plano de referencia y las coordenadas anteriores tienen su representación en la figura 6.2. Las variables $\{xi, xf\}$ se toman respecto al origen O , siendo xi el punto de reflexión del fotón en este sistema (ver 4.3.2). Las trayectorias de los rayos desde el punto dA_i pueden ser hacia el exterior o tapa (Ra_1), pared cilíndrica (Ra_2 y Ra_3) o fondo (Ra_4). En este caso, xf es la distancia entre el punto de impacto de Ra_4 con el fondo y el punto O , según la figura 6.2. Cuando el fotón se dirige hacia la propia pared cilíndrica se genera un nuevo valor xi' (en dA_i'), un nuevo plano de referencia Π' (aleatorio) y un nuevo origen O' . Debido a la geometría del problema y al hecho de que estamos interesados solamente en reflexión difusa, es suficiente especificar el valor xi para la posición del punto dA_i . Aún en el caso difuso, una posible generalización en la que se incluyeran gradientes de temperatura o incluso emisividad intrínseca con dependencia angular, exigiría el uso de una segunda variable para la posición del punto de impacto.

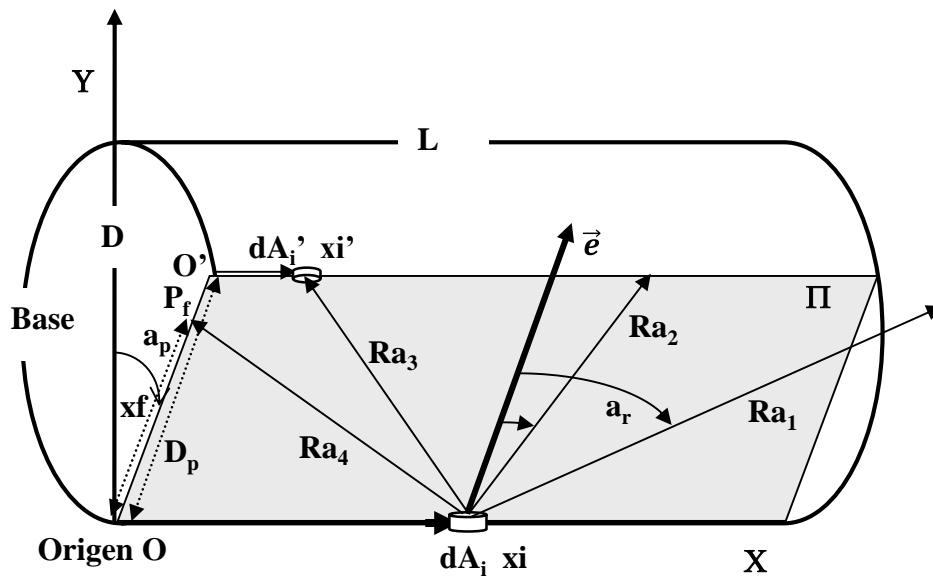


Figura 6.2. Geometría básica para la descripción del proceso de reflexión difusa en una cavidad cilíndrica desde puntos situados en la pared

Un fotón reflejado hacia el fondo (Ra_4) impacta en un punto P_f a distancia xf del origen, medida sobre el segmento D_p . El plano aleatorio (Π') que se genera en el proceso de reflexión difusa viene dado por un ángulo β ($0 \leq \beta \leq \pi$) definido respecto a un diámetro de referencia arbitrario. Este

nuevo plano intersecta la base del cilindro definiendo un segmento \mathbf{D}_f (equivalente a \mathbf{D}_p) y un nuevo origen \mathbf{O}' . La dirección aleatoria de reflexión del fotón viene dada ahora por el ángulo β y por un nuevo a_r . En la figura 6.3 a la izquierda se muestra la base del cilindro con la definición del segmento \mathbf{D}_f (de longitud D_f) la distancia xf y la distancia xxf , necesaria para definir el nuevo ángulo a_r según la figura de la derecha. En esta se observa que ahora la trayectoria se sitúa completamente sobre el plano Π' . Desde la base, según sea el ángulo a_r los fotones pueden ir de nuevo a la pared lateral (impactando en un nuevo xi como indica la figura), la tapa o salir de la cavidad. Para estos fotones, los ángulos aleatorios que determinan la dirección de reflexión son:

$$a_r = \text{sgn}(-2u_3 + 1) \sin^{-1} \sqrt{u_1} \tag{6.9}$$

$$\beta = \pi u_2 \tag{6.10}$$

En estas ecuaciones, u_1 , u_2 y u_3 son variables aleatorias independientes y uniformes entre 0 y 1 y las variables angulares $\{\beta, a_r\}$ son esféricas y definen en conjunto, la misma distribución de direcciones aleatorias desde el punto \mathbf{P}_f , que $\{\theta, \phi\}$ de (3.16). El ángulo β de la figura 6.3 define un nuevo ángulo a_p que caracteriza la orientación de \mathbf{D}_f dentro del cilindro, necesaria para determinar el nuevo destino del fotón: pared, tapa o exterior.

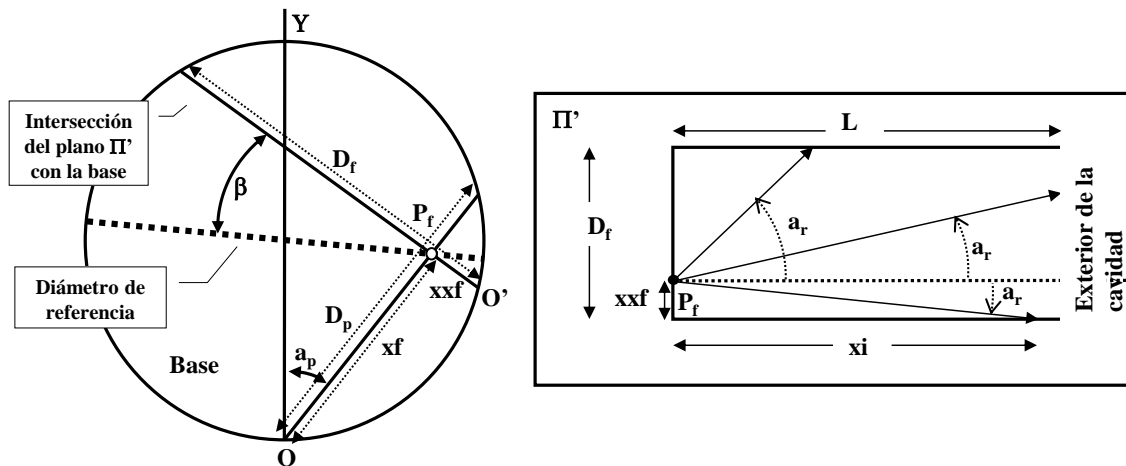


Figura 6.3. Izquierda: geometría para la reflexión en la base del cilindro, de fotones que provienen del lateral de la cavidad, el exterior o la tapa. Derecha: intersección del plano Π' con la pared del cilindro, definiendo la superficie sobre la se propagan los fotones reflejados

Para cavidades con tapa, la geometría necesaria para describir trayectorias de fotones que impactan esta superficie, es más compleja. El punto de impacto \mathbf{P}_a de la figura 6.4 está fuera del segmento de longitud A_2-A_1 . Esta longitud depende del ángulo a_p (figura de la izquierda) cuando el fotón proviene de la pared lateral y de β de la figura 6.3 cuando proviene del fondo (a través de un nuevo a_p como se explicó antes). En la figura 6.4 derecha se muestra este último caso para un fotón que sale del fondo en \mathbf{P}_f . Se indican los ángulos límite a_{r1} y a_{r2} y el efecto del plano Π' sobre A_1 y A_2 . Como se ve en la figura izquierda, definimos de nuevo un diámetro de referencia arbitrario y a partir de ahí el ángulo β y el segmento \mathbf{D}_a . Este se forma por la intersección de un nuevo plano de referencia con el plano definido por la tapa, de forma que los fotones reflejados siguen ahora trayectorias en dicho plano. El par de coordenadas $\{xa, xxa\}$ en la tapa, juega el mismo papel que $\{xf, xxf\}$ en el fondo.

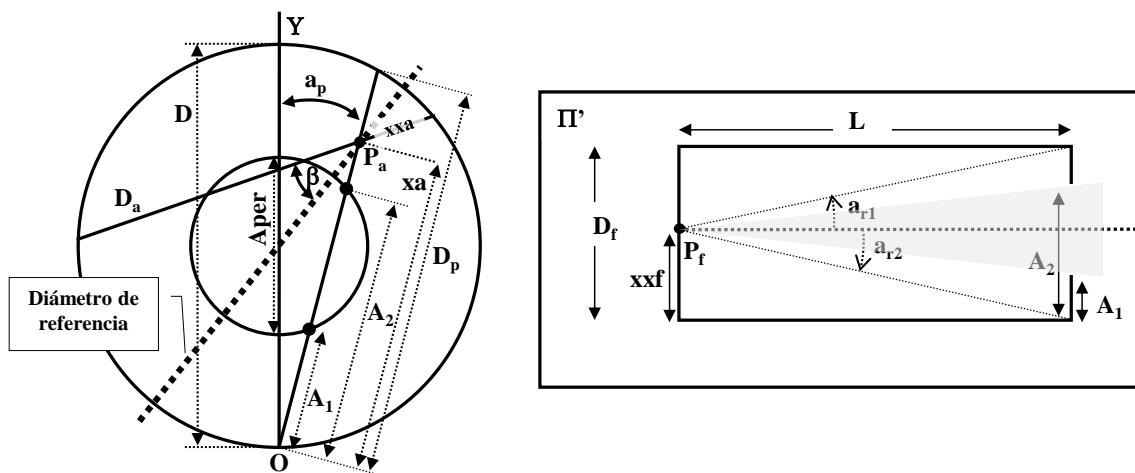


Figura 6.4. Izquierda: geometría para la reflexión en la tapa de la cavidad cilíndrica y fotones que provienen del lateral o del fondo. Derecha: plano de propagación Π' (ver figura 6.3) para fotones que llegan a la tapa desde el fondo

Los fotones reflejados que viajan a partir del punto de impacto \mathbf{P}_a , sobre el plano que define el segmento \mathbf{D}_a en su intersección con la tapa, pueden llegar al fondo o pared lateral, siguiendo trayectorias que se describen de forma semejante a las de la figura 6.3 derecha, pero en sentido contrario.

Junto con la función $T(x)$ ($T(x=0)$ sería la temperatura en fondo y $T(x=L)$ en la tapa) que define el gradiente de temperatura longitudinal en una cavidad no isoterma, el programa para el cálculo de ε_a hace de esta magnitud una función del conjunto de variables: $\{L, D=2R, Aper, \varepsilon, \varepsilon', xf_{inicial}, xi_{inicial}, T_{ref}\}$. Se ha considerado en general que la emisividad intrínseca de la tapa ε' , puede ser diferente a la del resto de la cavidad. Esto se da por ejemplo con el uso de piezas intercambiables (o diafragmas) utilizadas para variar el tamaño de la apertura en algunos cuerpos negros.

Para el cálculo de ε_a en puntos de la base, los valores iniciales son $xi_{inicial}=0$ y $xf_{inicial}$ se define respecto al borde como en la figura 6.3, pero con $a_p=0$, es decir con valores entre 0 y $D/2$. Si ε_a se calcula en puntos de la pared, los valores iniciales son $xf_{inicial}=0$ y $xi_{inicial}$ se mide respecto a la base. El programa determina el destino del fotón difusamente reflejado: base, pared lateral, tapa y eventualmente el exterior, y en cada uno de los casos las variables que determinan su posición final: pared (xi), fondo (a_p, xf) y tapa (a_p, xa)

El cálculo de las longitudes de los segmentos auxiliares: D_p (tapa y fondo), $D_f, xxf, A_1, A_2, D_a, xxa$, etc. se realiza a partir de su definición en las figuras 6.3 y 6.4.

6.1.2 Programa general de cálculo

El programa para el cálculo de la emisividad efectiva se ha escrito en lenguaje VBA [77]. Como se comentó anteriormente, se trata de seguir la trayectoria de N fotones lanzados hacia el punto de medida desde la posición del detector. Puesto que la reflexión es en principio difusa, la dirección de impacto no afecta al proceso y el programa entra en un bucle donde se calcula el siguiente punto de reflexión hasta que el fotón sale de la cavidad. Trabajamos con tres subprogramas básicos, llamados: “*dondevadesdepared*”, “*dondevadesdefondo*” y “*dondevadesdetapa*”. Sin entrar en el detallado del código, estudiamos la estructura básica del proceso con un diagrama de flujo.

Se trata entonces del cálculo de ε_a local, en un punto situado en el fondo ($x_{i_inicial}=0$) o en la pared lateral ($x_{i_inicial}\neq 0$) de una cavidad no isoterma. La figura 6.5 muestra la estructura del programa principal. Para una determinada configuración de cavidad y un número de fotones (pruebas de Montecarlo) N , la variable *abs* calcula el numerador de la expresión (4.23) para ε_a .

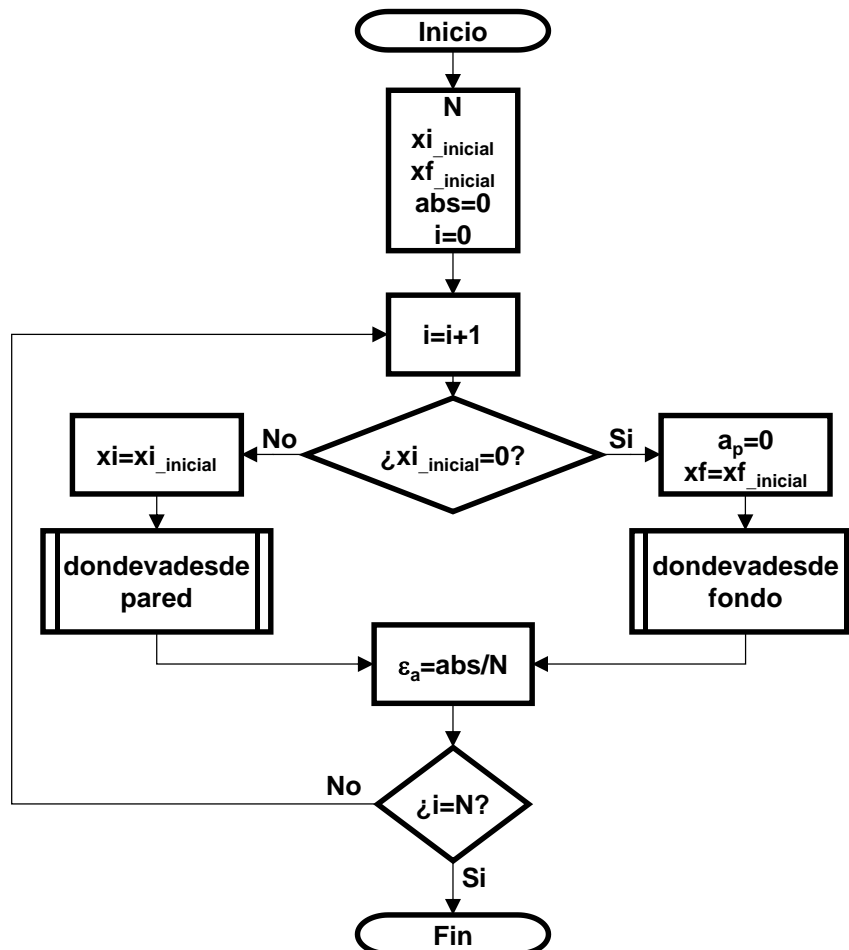


Figura 6.5. Diagrama de flujo del programa principal para el cálculo de ε_a local en una cavidad cilíndrica difusa, con tapa y no isoterma

Según se muestra en la figura anterior, el programa principal llama a los subprogramas que determinan el destino de los fotones, desde cada una de las tres zonas en que se divide la cavidad, en función del punto de impacto inicial. Según las figuras 6.6, 6.7 y 6.8, los subprogramas mantienen el fotón reflejándose sucesivamente en puntos pertenecientes a las tres superficies, hasta que es absorbido o sale de la cavidad. En ambos casos, el proceso comienza de nuevo con la emisión un nuevo fotón desde el detector hasta completar N .

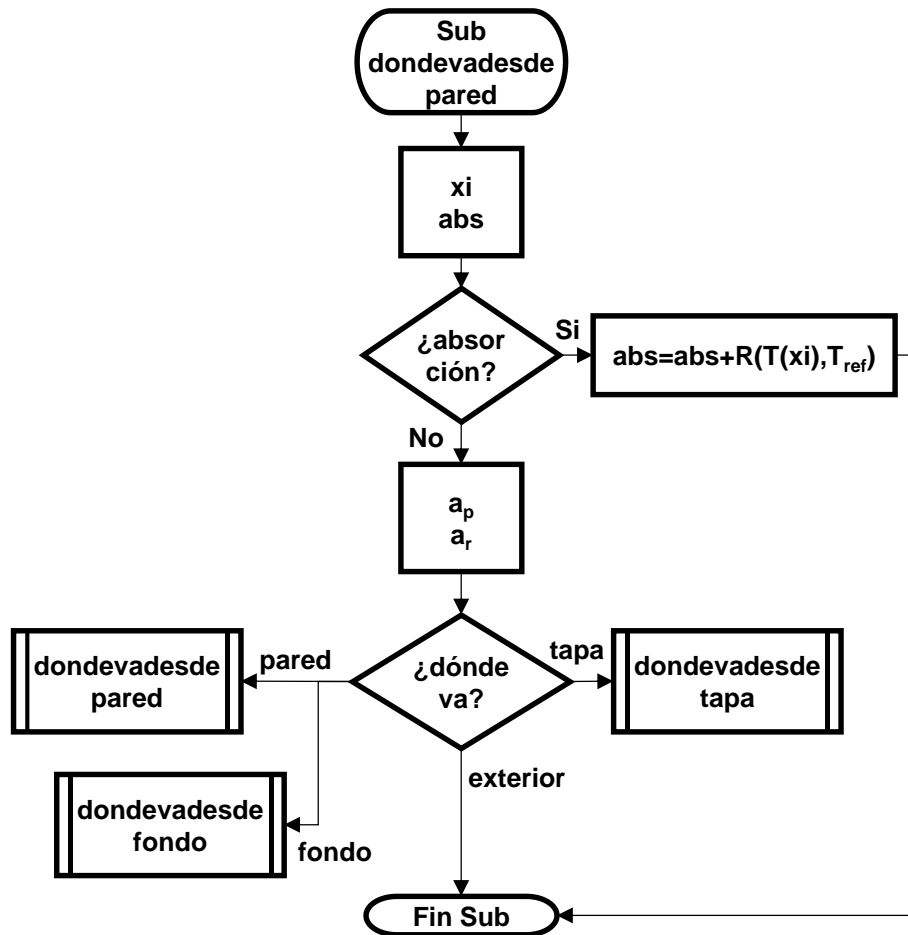


Figura 6.6. Diagrama de flujo del subprograma que determina el destino del fotón desde la pared lateral del cilindro

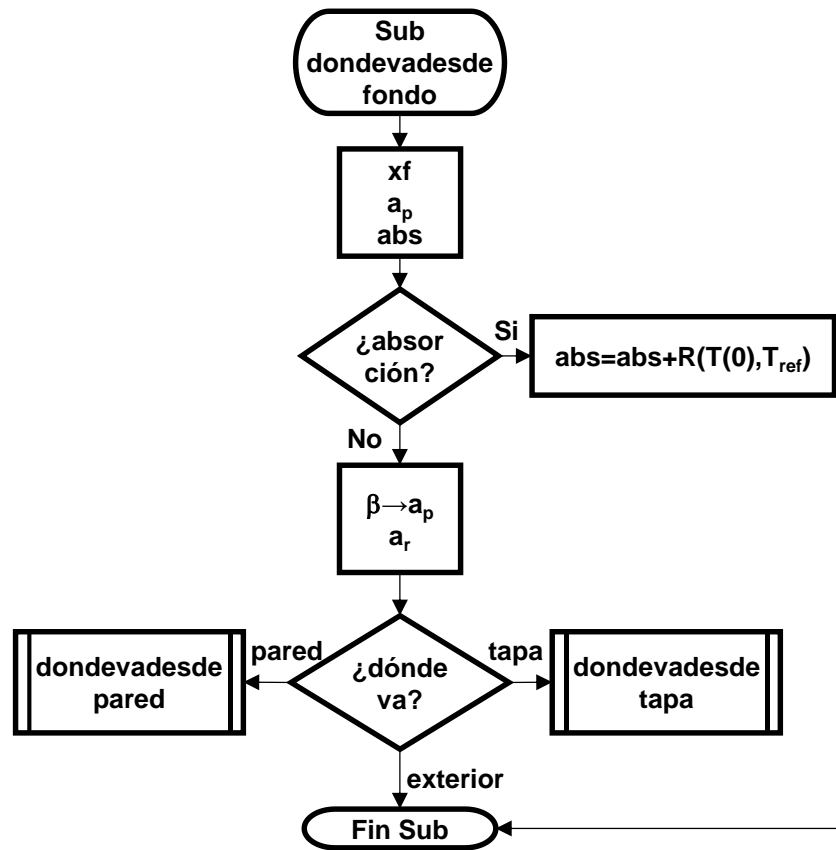


Figura 6.7. Diagrama de flujo del subprograma que determina el destino del fotón desde el fondo del cilindro

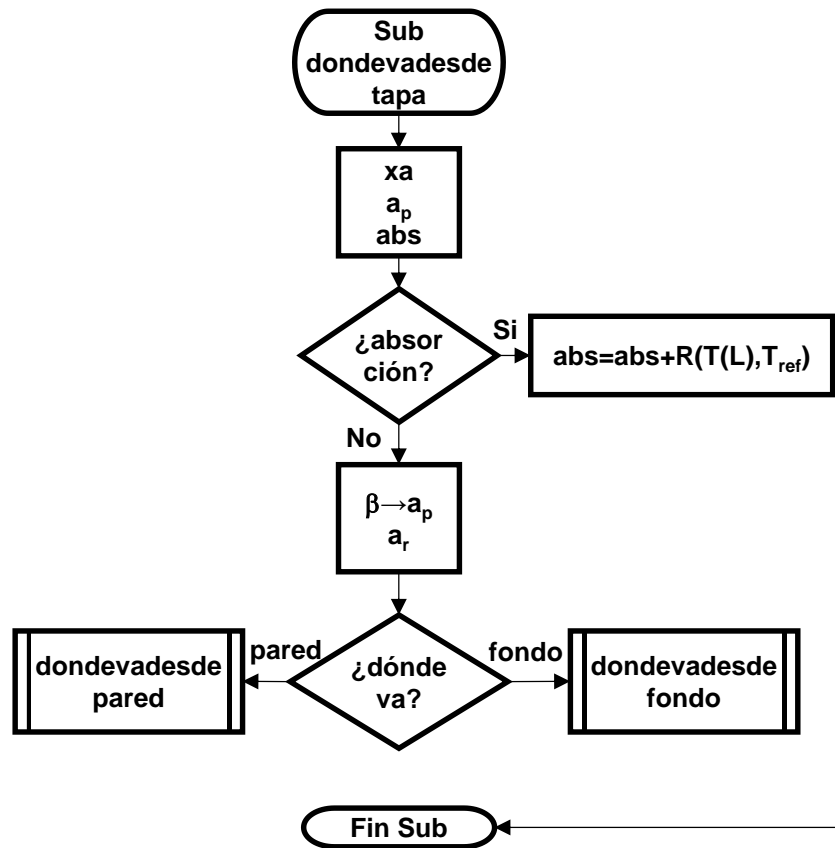


Figura 6.8. Diagrama de flujo del subprograma que determina el destino del fotón desde la tapa del cilindro

Aunque no se ha descrito explícitamente, las llamadas al generador de números aleatorios para determinar si el fotón se absorbe, o en caso contrario en qué dirección se refleja, se produce para todos los casos en los dos niveles de la figura 6.9.

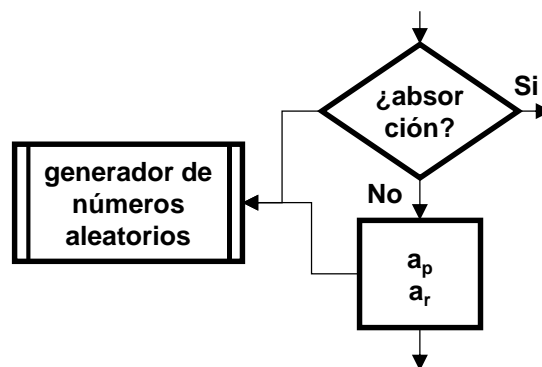


Figura 6.9. Llamada al generados de números aleatorios dentro de los tres subprogramas

6.1.3 Resultados del modelo y comparación con valores publicados para cavidad isoterma

Como se dijo en el apartado 5.2, se han tomado las referencias [61-63] para comparar con nuestros resultados. Utilizamos los valores de Ohwada [61], para valores ε_a en el centro del fondo de una cavidad cilíndrica sin tapa, para los que este autor aporta una estimación de incertidumbre. Con $N=10^6$ y cavidades con longitudes L entre 0.5 y 20, emisividad intrínseca ε de 0.25, 0.5 y 0.75 y diámetro $D=2$, la comparación se ha realizado en términos de la diferencia $\Delta\varepsilon_a = \varepsilon_a(\text{ohwada}) - \varepsilon_a(\text{modelo})$

Tal y como se comentó en 4.3.2, no son necesarias las unidades en las dimensiones, ya que las cavidades únicamente vienen determinadas por la relación de aspecto.

Para la estimación de la incertidumbre de nuestros valores hemos repetido el cálculo de ε_a diez veces en cada configuración y se ha tomado como incertidumbre típica asociada al método de Montecarlo $u_{\text{mod}}(\varepsilon_a)$, la desviación típica experimental de la muestra dada por s . Teóricamente la dispersión de los valores sigue una distribución binomial y en cavidad isoterma viene dado por (4.24)

Por su parte el autor proporciona el valor δ tal que sus valores están dentro del intervalo $\varepsilon_a \pm \delta$. Para el cálculo de la incertidumbre de la diferencia $u(\Delta\varepsilon_a)$ vamos a tratar δ como los límites de una distribución rectangular, es decir: $u_{\text{ohw}}(\varepsilon_a) = \delta/\sqrt{3}$. La incertidumbre expandida $U_{k=2}(\Delta\varepsilon_a)$ para un factor de cobertura $k=2$ (probabilidad de cobertura del 95% aproximadamente, [78]), se calcula entonces como:

$$U_{k=2}(\Delta\varepsilon_a) = 2 \sqrt{(s)^2 + \left(\frac{\delta}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (6.11)$$

En las figura 6.10 se muestran los resultados para la diferencia $\Delta\varepsilon_a$, junto con la incertidumbre calculada mediante (6.11), en función de ε_a . Los resultados están en general de acuerdo dentro de la incertidumbre y son salvo alguna excepción, menores de 10^{-4} para $0.5 \leq L \leq 8$ y menores de $5 \cdot 10^{-5}$ para $12 \leq L \leq 20$ ($< 10^{-5}$ en valores $\varepsilon_a > 0.998$).

Tal y como se menciona en [43], se consideran muy aceptables diferencias del orden de 10^{-4} o $2 \cdot 10^{-4}$ entre valores calculados por diferentes modelos, para emisividad efectiva entre 0.99 y 0.999 en una cavidad cilíndrica (en ese caso con fondo inclinado). Por otro lado, en [23] se dan como razonables diferencias del orden de 10^{-5} , en este caso referidas a valores ε_a muy elevados, concretamente entre 0.99996 y 0.99999.

En [61] también se calcula ε_a en una cavidad con tapa de apertura $A_{per}=0.4$ y $L=20$, sin embargo no se aporta un valor de incertidumbre. Hemos calculado la diferencia entre nuestros valores y los de dicha referencia para la cavidad dada. En este caso también se obtienen resultados muy parecidos:

- $\varepsilon=0.25$, $\Delta\varepsilon_a=4.2\cdot 10^{-6}$, con $u_{mod}(\varepsilon_a)=2.3\cdot 10^{-6}$
- $\varepsilon=0.50$, $\Delta\varepsilon_a=-4.1\cdot 10^{-6}$, con $u_{mod}(\varepsilon_a)=1.6\cdot 10^{-6}$
- $\varepsilon=0.75$, $\Delta\varepsilon_a=4.0\cdot 10^{-7}$, con $u_{mod}(\varepsilon_a)=6.7\cdot 10^{-7}$

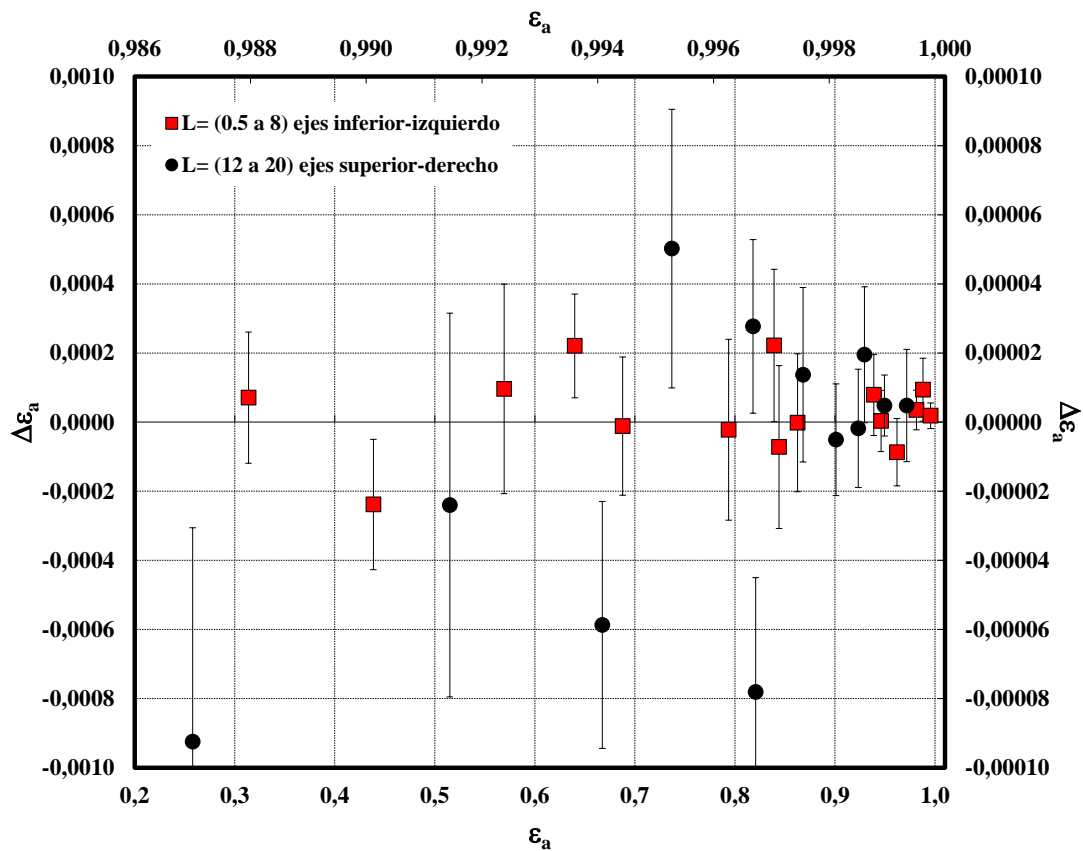


Figura 6.10. Diferencia entre nuestros resultados y los de la referencia [48], en función de ε_a , para distintos valores de la longitud (L) de una cavidad cilíndrica isoterma y difusa sin tapa

No consideramos que la comparación con resultados publicados sea determinante y/o definitiva para la validación de los procedimientos y métodos descritos en este trabajo. Entre otras cosas debido a que entre aquellos también existen discrepancias, como se comentó anteriormente y veremos explícitamente más adelante. Optamos por un criterio según el cual se comparan distintos tipos de resultados de ε_a (local e integrada en cavidad isoterma y no isoterma), con un buen número de referencias bibliográficas. La validación global de los modelos propuestos se

complementa con los resultados de consistencia interna que iremos viendo en los siguientes capítulos.

El estudio de la cavidad cilíndrica se amplía analizando los valores de ε_a local en el fondo y a lo largo de la pared. Como Bedford y Ma en [62] definimos dos variables normalizadas entre 0 y 1, $rn=(R-xf)/R$ y $xn=xi/L$ (4.3.2), la primera para la base, entre el centro y el borde y la segunda entre base y apertura. Las cavidades vienen dadas por valores: $L/D=0.5, 1, 2$ y 4 , $Aper/D=1, 0.8, 0.5$ y 0.2 , con $\varepsilon=0.5$ y 0.7 . Para $N=10^6$, los resultados en función de las variables normalizadas se muestran en la figura 6.11. A la izquierda se describe el comportamiento para distintos valores de la apertura $Aper/D$, fijando $L/D=2$ y $\varepsilon=0.5$ y a la derecha en función de la longitud de la cavidad, es decir para L/D variable, con $Aper/D=0.5$ y $\varepsilon=0.7$.

Aunque la comparación solo puede hacerse de forma cualitativa, (los autores no proporcionan valores numéricos en este caso), el comportamiento de ε_a en puntos de la base y la pared del cilindro es completamente similar al calculado por los autores en [62], dentro de la resolución gráfica.

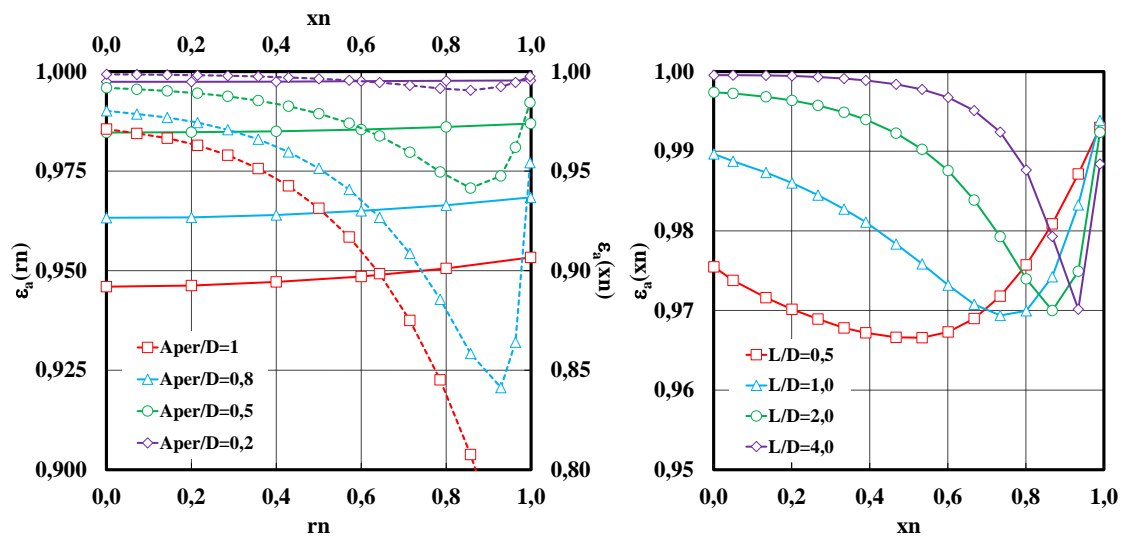


Figura 6.11. Resultados obtenidos con nuestro modelo para la comparación gráfica con la referencia [62]. Izquierda: en puntos del fondo (línea continua) y pared lateral (línea discontinua), para valores de la apertura $Aper/D$ con D fijo y $\varepsilon=0.5$. Derecha: valores de ε_a a lo largo de la pared para longitudes de cavidad L/D con D fijo y $Aper/D=0.5$ y $\varepsilon=0.7$

6.1.4 Resultados para cavidad cilíndrica no isoterma

Aplicando la expresión general (4.23) hemos calculado ε_a en presencia de un gradiente de temperatura $T(x)$. Aquí x representa la distancia radial en el fondo de la cavidad ($x=r$ para $x < R$) y la distancia a lo largo del lateral ($x=xi+R$, para $R \leq x \leq L+R$)

Hemos distinguido tres secciones:

- Valor uniforme T_1 en la base y a lo largo de una longitud L_1 desde el fondo
- Función lineal $T(x)$ creciente o decreciente con incremento ΔT , entre L_1 y L_2
- Valor uniforme T_2 entre L_2 y la apertura y también en esta

En la figura 6.12, se muestra un ejemplo de gradiente del tipo definido anteriormente para una cavidad de longitud $L=300$ (unidades de longitud arbitrarias), temperatura 1300 K hasta una longitud 50, decrecimiento lineal del 1% hasta la longitud 250 y a partir de ahí uniforme. El modelo genérico propuesto puede ser utilizado para el estudio de la influencia del gradiente de temperatura sobre ε_a (por ejemplo en el estudio de su efecto sobre el perfil en el fondo $\varepsilon_a(r)$, como veremos en el capítulo siguiente) sin más que variar adecuadamente los 4 parámetros que lo determinan: $\{T_1, \Delta T, L_1 \text{ y } L_2\}$

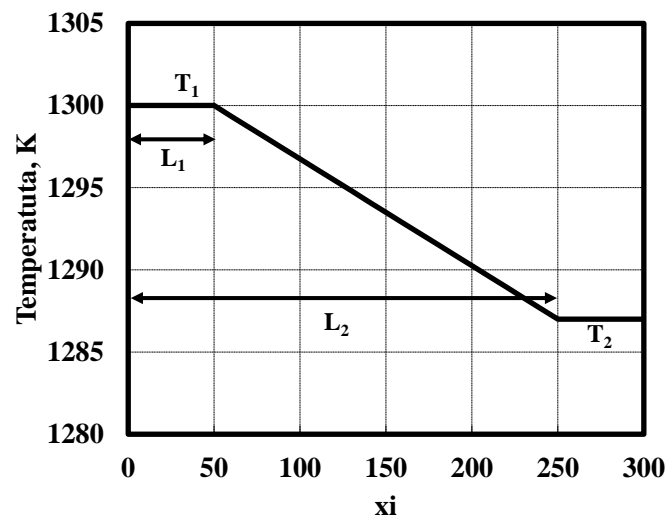


Figura 6.12. Ejemplo de gradiente de temperatura lineal en una cavidad cilíndrica

El modelo se ha aplicado a una cavidad con $L/D=2$, $\varepsilon=0.7$, $\lambda=0.65 \mu\text{m}$, $N=10^6$ y dos diferentes aperturas, $A_{per}=D$ y $A_{per}=D/2$, para la comparación con los resultados de [62] en cavidades no isotermas. Con temperatura en el fondo (y de referencia T_{ref}) de 1330 K, se definen dos gradientes: G1 decreciente y G2 creciente, ambos del 1%. Los resultados para las dos cavidades y los dos gradientes se muestran en la figura 6.13 en función de la distancia normalizada xn .

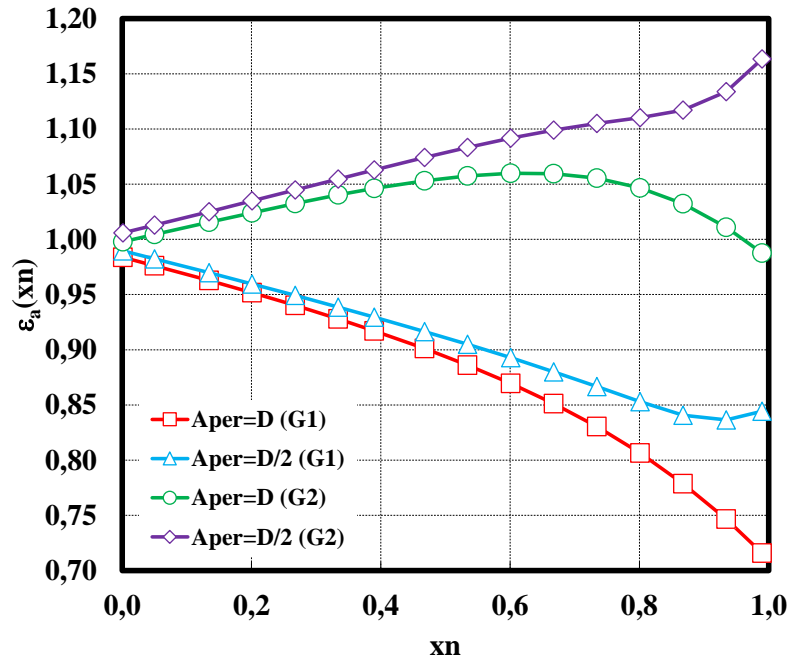


Figura 6.13. Emisividad efectiva a lo largo de la pared cilíndrica en dos cavidades ($A_{per}=D$ y $A_{per}=D/2$) y gradientes lineales G1 (decreciente) y G2 (creciente) definidos en el texto, con $L/D=2$, $\varepsilon=0.7$ y $\lambda=0.65 \mu m$

De nuevo los resultados son similares a los que se presentan en la referencia, dentro de las limitaciones de la comparación gráfica.

6.1.4 Resultados de emisividad efectiva integrada normal en cavidades no isotermas

De la definición general de emisividad efectiva integrada ε^c (apartado 4.2.5), se deduce fácilmente que para una cavidad cilíndrica en el caso normal, esta se expresa como:

$$\varepsilon_{normal}^c = \frac{\iint_{S'} \varepsilon_a(x, y) dA(x, y)}{S'} = \frac{2\pi}{\pi\left(\frac{A_{per}}{2}\right)^2} \int_0^{A_{per}/2} \varepsilon_a(r) r dr \quad (6.12)$$

En la ecuación anterior se ha supuesto implícitamente que la emisividad efectiva local en el fondo solo depende de la variable radial r y que la temperatura de referencia T_{ref} es la de ese punto. Un detector situado en el infinito solo recoge radiación que pasa a través de la apertura en dirección paralela al eje de la cavidad y por tanto el valor en (6.12) no depende del tamaño del detector.

Se ha calculado $\varepsilon_a(r)$ en el fondo de la cavidad, con $L/D=2$, $\varepsilon=0.7$, $\lambda=0.65 \mu m$, $A_{per}=D/2$ y cinco gradientes de temperatura:

- G1: 1300 K en el fondo y decrecimiento lineal del 1% hasta la apertura
- G2: 1300 K en el fondo y crecimiento lineal del 1% hasta la apertura
- G3: 1300 K uniforme hasta $L_1=L/2$ y decrecimiento lineal del 1% hasta la apertura
- G4: 1300 K uniforme en toda la cavidad y 1170 K en la tapa
- G5: similar a G4 con 1 K en la tapa (no emite radiación, solo limita la que llega al detector)

Para minimizar en lo posible la incertidumbre de ε^c en la integral se ha escogido $N=10^7$. Los valores $\varepsilon_a(r)$ se han calculado en un conjunto discreto $\{r_i\}$, se ha realizado un ajuste a funciones polinómicas y la integral de (6.12) ha sido evaluada analíticamente. Los resultados obtenidos con el modelo y los de la referencia [62] se resumen en la tabla 6.1, apreciándose un buen acuerdo entre ellos.

Gradiente	Referencia [62]	Modelo
G1	0.978 4	0.978 39
G2	1.010 4	1.010 39
G3	0.988 6	0.988 60
G4	0.983 4	0.983 34
G5	0.981 5	0.981 49

Tabla 6.1. Valores de ε_{normal} calculados en una cavidad cilíndrica no isoterma con $\lambda = 0.65 \mu\text{m}$, $L/D = 2$, $\varepsilon = 0.7$, $A_{per}=D/2$ y cinco gradientes de temperatura (G1,...), junto con los resultados de la referencia [62]

Para finalizar el apartado dedicado a la cavidad cilíndrica lo aplicamos al cálculo de ε_{normal} no isoterma en función de la longitud de onda. La cavidad viene ahora definida por: $D=2$, $L=10$, $A_{per}=1$ y $\varepsilon=0.8$. Los gradientes de temperatura seleccionados son cuatro. En el fondo $T_{ref}=T_1=2800$ K y a lo largo de la cavidad la variación es lineal, con temperaturas en la apertura (T_{ap}) de 2786 K, 2772 K, 2744 K y 2688 K. La longitud de onda varía en el margen entre $0.3 \mu\text{m}$ y $10 \mu\text{m}$, seleccionando los puntos de cálculo: $\{0.3, 0.75, 1.25, 1.75, 2.5, 3.25, 4, 5.5, 7 \text{ y } 10\} \mu\text{m}$. Los resultados se han comparado con los obtenidos por Sapritsky and Prokhorov y publicados en [63] Los valores numéricos se resumen en la tabla 6.2 y en la figura 6.14 se muestran gráficamente. Como en casos anteriores la comparación debe hacerse en términos cualitativos ya que los autores solo aportan resultados gráficos. Aún con esta limitación se observa que nuestros resultados se ajustan muy bien con los de la referencia.

$\lambda, \mu\text{m}$									
0.3	0.75	1.25	1.75	2.50	3.25	4	5.5	7	10
$T_{ap}=2688 \text{ K}$									
0,98135	0,99176	0,99468	0,99591	0,99673	0,99716	0,99741	0,99768	0,99781	0,99799
$T_{ap}=2744 \text{ K}$									
0,98999	0,99556	0,99705	0,99768	0,99808	0,99831	0,99843	0,99858	0,99863	0,99873
$T_{ap}=2772 \text{ K}$									
0,99462	0,99748	0,99826	0,99857	0,99877	0,99889	0,99895	0,99901	0,99905	0,99910
$T_{ap}=2786 \text{ K}$									
0,99700	0,99846	0,99887	0,99900	0,99912	0,99917	0,99921	0,99923	0,99926	0,99928

Tabla 6.2. Resultados numéricos del modelo para ϵ^c_{normal} en función de la longitud de onda y varias temperaturas en la apertura. La configuración de cavidad y gradientes vienen definidos en el texto

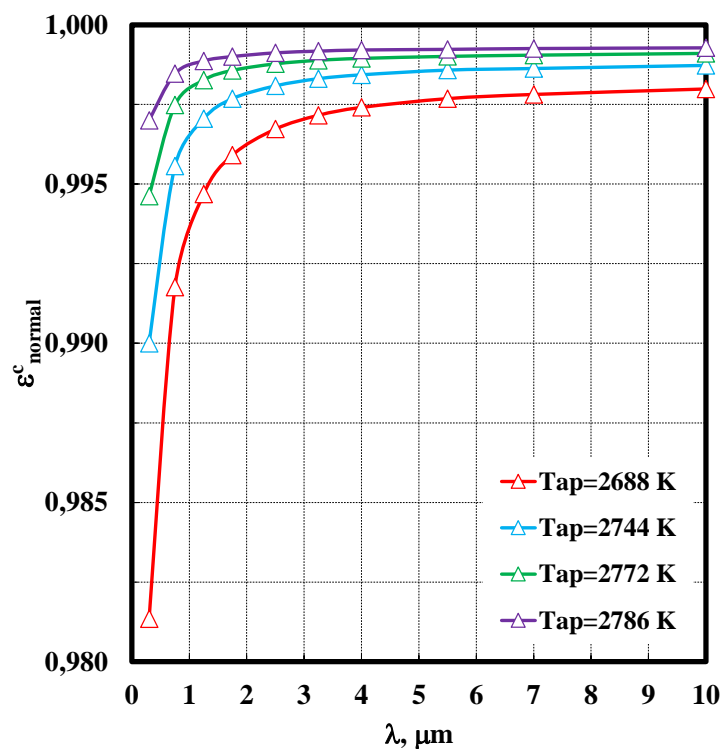


Figura 6.14. Representación gráfica de los resultados de la tabla 6.2 para su comparación cualitativa con los de la referencia [63]

6.1.5 Resumen y conclusiones del modelo para cavidad cilíndrica

El modelo propuesto permite un cálculo preciso de la emisividad efectiva local e integrada normal en cavidades cilíndricas en el caso general no isotermo y reflexión difusa. Los algoritmos desarrollados permiten su generalización para incluir geometrías más complejas, como la cilindro-cónica, así como modelos de reflexión más realistas que el difuso, tal como el especular-difuso. Hemos recurrido a la comparación con un conjunto de resultados clásicos (tomados de la bibliografía) con distintas configuraciones de cavidad, como una forma de validación. Este criterio se irá reforzando con métodos de consistencia cuando los modelos se generalicen a otras geometrías.

El método de Montecarlo no es la única vía para el cálculo de la emisividad efectiva en cavidades difusas en las que se calcula la emisividad local semiesférica, sin embargo es considerado como la única alternativa razonable en cuanto existe una contribución de reflexión especular en la cavidad.

El modelo (y su resolución por Montecarlo) ofrece resultados con baja incertidumbre cuando el número de fotones lanzados es del orden de 10^6 o 10^7 , manteniendo los tiempos de cálculo dentro de límites razonables, aun cuando se calcula la emisividad efectiva integrada no isoterma en un margen de longitudes de onda.

Dentro del proceso general de cálculo y gracias al esquema geométrico y al método de Montecarlo utilizado, el programa calcula los puntos de la cavidad donde se absorben los fotones lanzados. Esta información puede ser almacenada para calcular la función de distribución espacial de puntos de la cavidad donde tiene lugar la absorción. Tal distribución dependerá lógicamente, del punto sobre el que inicialmente se lanzan los fotones (punto de impacto inicial), es decir del punto de cálculo de la emisividad efectiva.

Conociendo la distribución podremos evaluar el efecto relativo (sobre la emisividad efectiva de unas zonas respecto de otras) que tiene un gradiente de temperatura e identificar las zonas de la cavidad más críticas para su conocimiento y control. Eso será muy útil por ejemplo, para uniformizar el perfil de emisividad efectiva local en el fondo y en la pared lateral, así como para el estudio general del efecto del gradiente y para el cálculo de la incertidumbre por este factor de influencia. El siguiente apartado, todavía dentro del capítulo dedicado a la geometría cilíndrica, va a estar dedicado al desarrollo del marco teórico necesario para resolver este problema.

6.2 Optimización numérica del perfil radial de emisividad efectiva en cavidades de cuerpo negro cilíndricas. Aplicación al cálculo de incertidumbres

El contenido de este apartado se corresponde en su mayor parte con artículo de referencia [79] publicado a finales de junio de 2014 en la revista *Metrologia*. El anexo 2 reproduce la primera página del artículo.

6.2.1 Introducción

Como ya se apuntó al final del punto 6.1, como parte del algoritmo de cálculo de ε_a local, construimos un conjunto de funciones denominadas aquí como distribuciones de impactos de absorción secundaria (DIAS). Las utilizaremos como herramienta teórica para el estudio del efecto de los gradientes de temperatura sobre los perfiles de emisividad efectiva. En un cuerpo negro cilíndrico isoterma y con paredes difusas, los modelos de cálculo predicen que la función $\varepsilon_a(r)$ crece desde el centro de la base del cilindro hacia la pared lateral (ver por ejemplo la figura 6.11). La magnitud de tal variación depende fundamentalmente de dos factores, la emisividad intrínseca ε y el factor geométrico L/D .

Un uso óptimo de cavidades de cuerpo negro de gran apertura, por ejemplo para calibraciones de alta temperatura de cámaras termográficas [80, 81] o para la evaluación del ETF en termómetros de radiación [50-52], podría requerir un control preciso del gradiente para conseguir fuentes de radiación uniforme sobre la totalidad de la apertura. En este apartado se desarrolla un modelo teórico que permite la optimización del perfil $\varepsilon_a(r)$ en el fondo de la cavidad a partir de simulaciones de Montecarlo de la distribución longitudinal de temperatura en el cuerpo negro. Se definen los criterios para la selección de gradientes experimentalmente realizables y se incluye el análisis de la incertidumbre.

Como ya se indicó anteriormente, la cavidad que más se utiliza es la cilindro-cónica, sin embargo los principios generales del método son independientes de la geometría y han sido aplicados inicialmente al cilindro sin perder generalidad. En 7.2 se extiende a cavidad cónica y en 8.4 a cilindro-cónica. Por otro lado, las funciones DIAS son utilizadas de forma extensa en este trabajo, para el análisis general de la influencia del gradiente de temperatura sobre la emisividad efectiva.

La consideración del gradiente de temperatura en relación a la uniformidad del perfil de emisividad efectiva en una cavidad de cuerpo negro ha sido tratado por Ma y Bedford [82]. En este trabajo los autores desarrollan un modelo teórico para cavidad cónica y reflexión difusa, con el que demuestran que dada una temperatura T_b y una emisividad intrínseca ε , existe un único gradiente tal que ε_a es uniforme en toda la cavidad. De esta forma la cavidad es equivalente a un cuerpo negro ideal a temperatura T_b (temperatura de radiación). Según el trabajo de estos autores,

dado un valor aproximado de emisividad intrínseca ε (supuesta independiente de la temperatura y longitud de onda) el modelo calcula un conjunto de distribuciones de temperatura en torno a tal valor nominal. Los gradientes son reproducidos experimentalmente hasta que la radiancia medida es uniforme. El método, al menos en teoría, permitiría asignar un valor corregido de emisividad, tal que la distribución de temperatura que hace la radiancia uniforme coincidiera con la existente realmente en el sistema. Los autores expresan no obstante, que la aplicación del método no es trivial, ya que depende de la facilidad para la generación y control experimental del gradiente de temperatura en un sistema de este tipo.

Nuestro enfoque del problema es diferente. En primer lugar no estamos limitados a reflexión difusa y la teoría podría aplicarse al modelo especular-difuso. Por otra parte la cavidad es cilíndrica y además nos interesan en principio perfiles $\varepsilon_a(r)$ uniformes solo en el fondo de la cavidad, aunque posteriormente se generalizará a toda ella.

Finalmente, la resolución del problema de optimización se realizará numéricamente aplicando Montecarlo. Para generar gradientes que puedan razonablemente ser reproducidos experimentalmente, las restricciones impuestas a estos son básicamente de dos tipos. Una limita la variación máxima respecto a la temperatura del fondo y otra pone cota a la pendiente (dT/dx) a lo largo de la cavidad. Hoy existen hornos tubulares de múltiples zonas que permiten generar y controlar de forma precisa el gradiente térmico. Por poner un ejemplo, para aplicaciones tales como el estudio de homogeneidad de los hilos de termopares, se precisa someter estos a gradientes controlados. Para ello se han llegado a desarrollar hornos de hasta 10 zonas de control independiente [64].

6.2.2 Distribución de impactos en la cavidad

Dada una cavidad cilíndrica isoterma de emisividad intrínseca ε y paredes difusas, si aplicamos el modelo numérico descrito en el apartado 6.1, siendo N el número de fotones lanzados desde el detector hacia un punto en el fondo de la cavidad a distancia r del centro de la base, resulta:

$$N = N_p + N_s + N_x \quad (6.13)$$

donde:

- N_p es el número de fotones absorbidos en el primer impacto en este punto (absorciones primarias)
- N_s es el número de fotones absorbidos en posteriores impactos en las paredes de la cavidad, de existir reflexión en el impacto inicial (absorciones secundarias)

- N_X el número de fotones que salen de la cavidad después de haberse reflejado un número indeterminado de veces (fotones no absorbidos)

Para $N \rightarrow \infty$ la emisividad efectiva se calcula mediante:

$$\varepsilon_a = 1 - \frac{N_X}{N} = \frac{N_P}{N} + \frac{N_S}{N} \tag{6.14}$$

En el límite, el término (N_P/N) es precisamente la emisividad ε (uniforme en la cavidad) en el punto de impacto inicial, por lo que la ecuación (6.14) se expresa en función de r como:

$$\varepsilon_a(r) = \varepsilon + \frac{N_S(r)}{N} \tag{6.15}$$

En una cavidad cilíndrica isoterma y difusa, $\varepsilon_a(r)$ es una función creciente con r y la magnitud de su variación depende de ε y de la relación L/D . En la figura 6.15 se muestra un ejemplo para cavidad $L/D=2$ y $\varepsilon=0.85$, en función de la variable normalizada r/R . Se representa la variación en % respecto al valor en el centro de la cavidad.

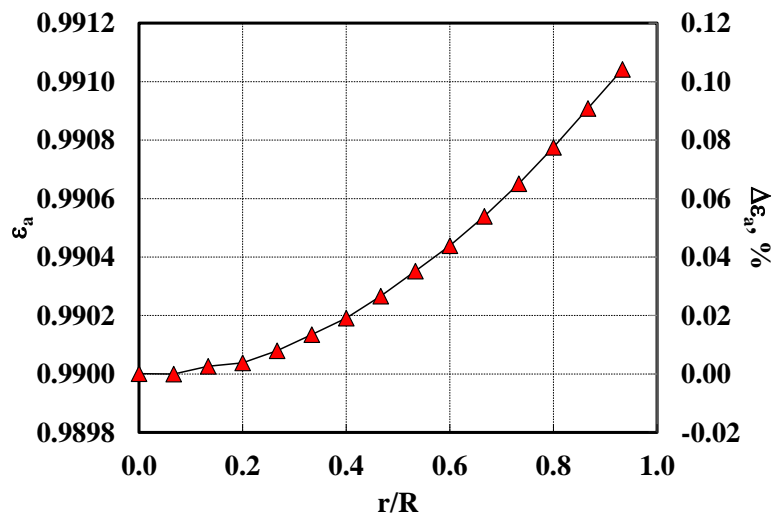


Figura 6.15 Variación de ε_a en función del radio, en el fondo de una cavidad cilíndrica sin tapa con $L/D=2$ y $\varepsilon=0.85$

Un análisis sistemático del efecto del gradiente longitudinal de temperatura sobre el perfil radial de emisividad efectiva $\varepsilon_a(r)$ exige en primer lugar el cálculo de las funciones DIAS en la cavidad, para los N_S fotones que se absorben a partir del segundo impacto. Para ello hemos dividido la

cavidad en p sectores de longitud Δx , a lo largo del radio en el fondo y del lateral del cilindro, tal y como se muestra en la figura 6.16.

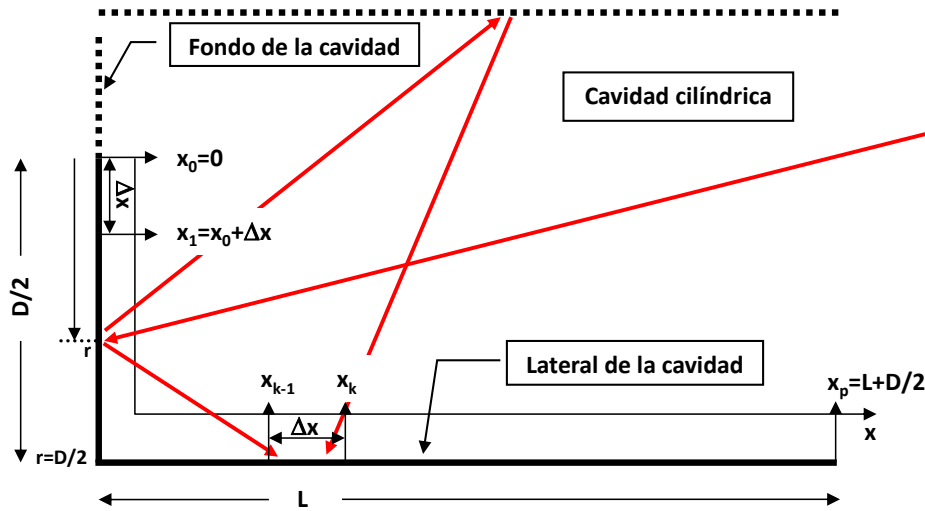


Figura 6.16. Vista esquemática de la cavidad, para la definición de las funciones DIAS de fotones que impactan inicialmente en un punto del fondo a distancia r del centro

Si $\{x_k\}$, son las coordenadas de los puntos de la cavidad, tales que $x_0 = 0$ y $x_p = L+D/2$ como se ve en la figura 6.16, definimos la distribución $n(x_k, r)$ como el número de impactos que producen absorción secundaria entre x_{k-1} y x_k ($k=1, 2, \dots, p$), cuando se lanzan N fotones sobre un punto en el fondo a distancia r del centro. Esta magnitud depende exclusivamente de la geometría de la cavidad y de ε . La expresión general para la emisividad efectiva local en cavidad no isoterma (4.23), puede ponerse en función de N_p y N_s quedando (para $N \rightarrow \infty$) de la forma:

$$\varepsilon_a(r) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_p} \frac{L_{\lambda,b}(T(x=r))}{L_{\lambda,b}(T_{ref})} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_s} \frac{L_{\lambda,b}(T(x(j)))}{L_{\lambda,b}(T_{ref})} \quad (6.16)$$

En la ecuación (6.16) $x(j)$ identifica el punto de la cavidad (según la definición de la coordenada x en la figura 6.16) donde se produce absorción del fotón j , del total N_s . Por hipótesis, la temperatura del fondo $T(x=r)$ se supone uniforme y se define además como la de referencia T_{ref} , por lo que el gradiente de temperatura es tal que $T(x \leq D/2) = T(x=x_0=0) = T_{ref}$.

Si Δx es suficientemente pequeño o si la temperatura $T(x_k)$ en cada intervalo (x_{k-1}, x_k) es aproximadamente uniforme, podemos sustituir el segundo sumatorio de la ecuación (6.16) por una suma sobre $k=1, \dots, p$ introduciendo la distribución $n(x_k, r)$, con lo cual queda como:

$$\varepsilon_a(r) = \frac{N_p}{N} + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p n(x_k, r) \frac{L_{\lambda,b}(T(x_k))}{L_{\lambda,b}(T(x_0))} \quad (6.17)$$

De la ecuación anterior se deduce que la emisividad efectiva isoterma $\varepsilon_a^{iso}(r)$ es:

$$\varepsilon_a^{iso}(r) = \varepsilon + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p n(x_k, r) \quad (6.18)$$

por lo que:

$$\frac{1}{N} = \frac{(\varepsilon_a^{iso}(r) - \varepsilon)}{\sum_{k=1}^p n(x_k, r)} \quad (6.19)$$

En el límite $N \rightarrow \infty$, la ecuación (6.17) se expresa (dejando implícita la dependencia en λ) como una ecuación integral:

$$\varepsilon_a(r)[T(x)] = \varepsilon + (\varepsilon_a^{iso}(r) - \varepsilon) \int_0^{L+D/2} f(x, r) h[T(x)] dx \quad (6.20)$$

donde:

- $\varepsilon_a^{iso}(r)$ es la emisividad efectiva en función de r calculada para la cavidad en condiciones isotermas.
- $f(x, r)$ se comporta como una función densidad de probabilidad. De hecho el producto $f(x, r) dx$ es la probabilidad de que un fotón inicialmente reflejado en el punto r en el fondo, sea finalmente absorbido en el punto x , después de un número indeterminado de reflexiones. Se define como:

$$f(x, r) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{n(x, r)}{\sum_{k=1}^p n(x_k, r) \Delta x} \quad (6.21)$$

y satisface la condición de normalización:

$$1 = \int_0^{L+D/2} f(x, r) dx \quad (6.22)$$

- $h[T(x)]=L_{\lambda,b}(T(x))/L_{\lambda,b}(T(x=0))$ es un funcional bien definido dependiente del gradiente $T(x)$ y con λ como parámetro implícito

La ecuación integral (6.20) se puede reescribir de la forma:

$$\frac{\varepsilon_a(r) - \varepsilon}{\varepsilon_a^{iso}(r) - \varepsilon} = y(r) = \int_0^{L+D/2} K(x, r)g(x)dx \quad (6.23)$$

Es una ecuación integral de Fredholm de 1ª especie [47] con núcleo $K=f$, que tiene como incógnita la función $g(x)=h[T(x)]$ siempre que consideremos a priori un perfil dado para la emisividad efectiva $\varepsilon_a(r)$. Así pues, a partir de la función $\varepsilon_a^{iso}(r)$ calculada en la cavidad isoterma, el problema se reduce al estudio matemático de las soluciones de (6.23) (supuesta su existencia y unicidad, lo cual muchas veces no está garantizado) para funciones $\varepsilon_a(r)$ dadas a priori.

En este trabajo optamos sin embargo por un enfoque numérico buscando familias de gradientes $T(x)$ de acuerdo a criterios específicos (aunque no únicos), que sean generadores de perfiles $\varepsilon_a(r)$ caracterizados por una uniformidad radial definida previamente.

Para una cavidad prueba de geometría: $L=300$ y $D=150$ ($L/D=2$) sin tapa, hemos calculado las funciones $n(x,r)$ en puntos del fondo a distancias del centro $r=\{0, 45, 55$ y $65\}$ y dos valores de emisividad intrínseca $\varepsilon=0.85$ y $\varepsilon=0.50$, con $N=10^7$ fotones. Para una distancia total $L+D/2=375$, se ha dividido la cavidad en 375 intervalos de longitud $\Delta x=1$ desde el centro del fondo hasta la apertura. En la figura 6.17 se muestran las DIAS normalizadas calculadas $n(x,r)/\sum(n\Delta x)$, (aproximación a $f(x,r)$ definida en (6.21)), para $\varepsilon=0.85$ y en la figura 6.18 se representan para $\varepsilon=0.50$

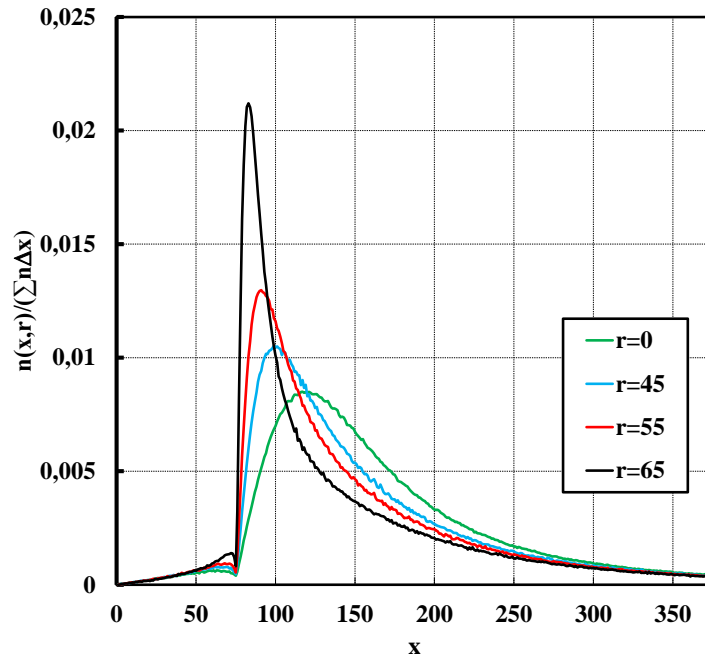


Figura 6.17. Funciones DIAS normalizadas para la cavidad de prueba: $L=300$, $D=150$ y $\varepsilon=0.85$, calculadas en puntos de impacto inicial a distancia del centro $r=\{0, 45, 55$ y $65\}$

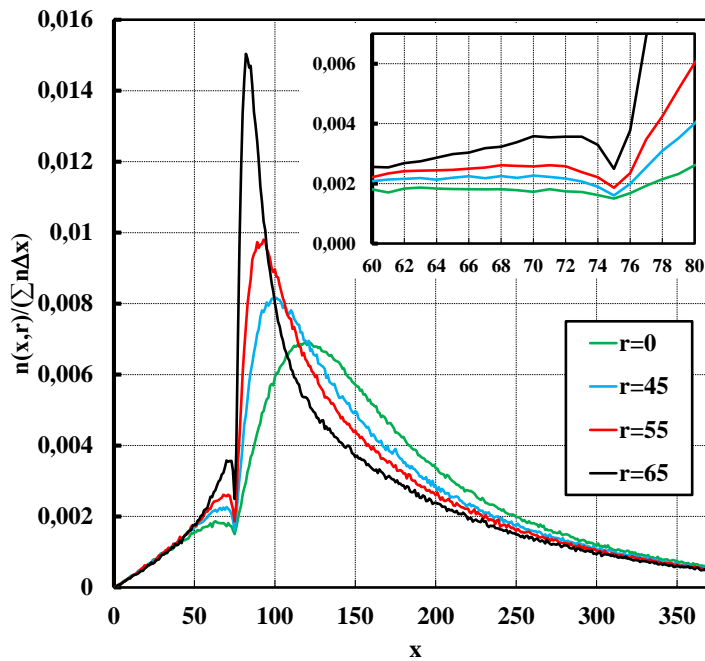
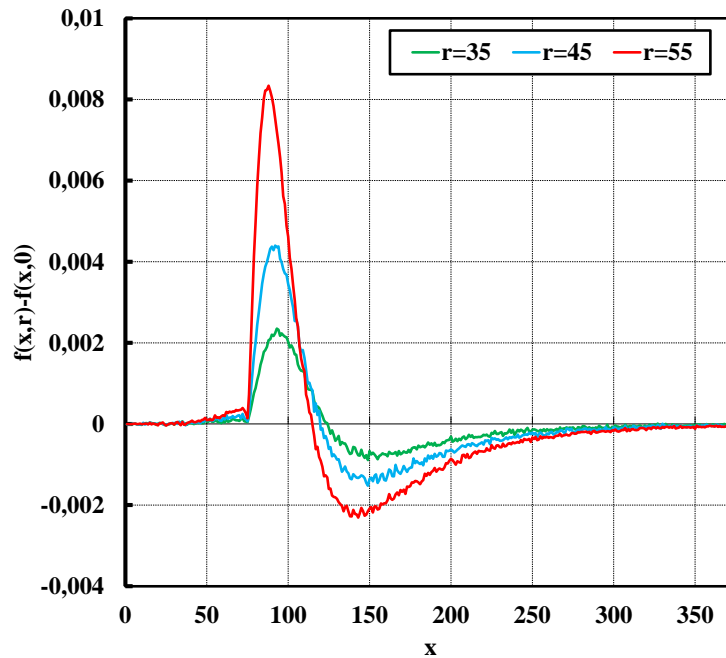


Figura 6.18. Funciones DIAS normalizadas para la cavidad de prueba: $L=300$, $D=150$ y $\varepsilon=0.50$, calculadas en puntos de impacto inicial a distancia del centro $r=\{0, 45, 55$ y $65\}$ Se muestran en detalle las funciones en el entorno del límite entre la base y el borde del cilindro

En las figuras anteriores se observa claramente, que al aumentar r las regiones donde proporcionalmente se absorben más fotones están cada vez más próximas al fondo. Esto significa que para compensar la tendencia creciente de $\epsilon_a^{\text{iso}}(r)$ (figura 6.15) es necesario que el gradiente $T(x)$ sea creciente en esa zona.

Calculamos la diferencia $f(x,r)-f(x,0)$ y representamos su aproximación numérica en la figura 6.19 para $r=35$, $r=45$ y $r=55$. La región de la cavidad donde el número de absorciones secundarias, para fotones impactando inicialmente en el centro, es notablemente mayor que para fotones impactando en r , se sitúa aproximadamente entre 50 y 200 tomados desde la base del cilindro. Con objeto de aproximar $\epsilon_a(r)$ a $\epsilon_a(r=0)$ en esos tres puntos será necesario un gradiente de temperatura creciente en dicha región.



*Figura 6.19. Aproximación numérica de la diferencia $f(x,r)-f(x,0)$ en los casos $r=35$, $r=45$ y $r=55$ para la cavidad prueba $\epsilon=0.85$.
Corresponden a las DIAS de la figura 6.17*

6.2.3 Uniformidad de $\epsilon_a(r)$ y criterios para la selección de gradientes de temperatura

Para número de puntos m en el fondo de la cavidad $\{r_i\}_{i=1,\dots,m}$ podemos elegir varios parámetros que caractericen de alguna forma la uniformidad radial de $\epsilon_a(r)$. Uno de ellos podría ser por ejemplo la diferencia máxima respecto a su valor en el centro. Se define como:

$$\Lambda_\epsilon \equiv \max\{|\epsilon_a(r_i) - \epsilon_a(0)|\}_{i=1,\dots,m} \tag{6.24}$$

Otra opción sería la suma de diferencias cuadráticas:

$$\Omega_{\varepsilon} \equiv \sum_{i=1}^m (\varepsilon_a(r_i) - \varepsilon_a(0))^2 \quad (6.25)$$

Con este enfoque, el problema matemático es de optimización y se resuelve formalmente mediante la teoría del cálculo de variaciones (ver por ejemplo [84]), buscando la función $T(x)$ que minimiza el funcional $J[T(x)]$, donde J representa: Λ_{ε} , Ω_{ε} o cualquier otro convenientemente definido.

Como hemos dicho antes, nos interesa resolver el problema de optimización mediante cálculo numérico. Simularemos gradientes $T(x)$ cumpliendo ciertas restricciones a priori y seleccionando aquellos generadores de perfiles de emisividad efectiva suficientemente uniformes para nuestros objetivos. La justificación en la elección de un parámetro concreto de uniformidad para $\varepsilon_a(r)$, así como las restricciones impuestas a los gradientes admisibles, vendrá dada en función de los resultados finales obtenidos. El procedimiento debe generar como resultado final un conjunto de gradientes $\{T(x)\}$ y uno de perfiles $\{\varepsilon_a(r)\}$ físicamente (y experimentalmente) admisibles. Si no fuera así habría que considerar las condiciones impuestas sobre las funciones $T(x)$ o la modificación del parámetro de uniformidad.

En términos de temperatura de radiación, el perfil de emisividad efectiva depende de la temperatura de referencia $T_{ref}=T(x=0)$ y de la longitud de onda λ . En el fondo de la cavidad la diferencia ΔT_{λ} (si es pequeña) entre un punto a distancia r del centro y la del centro mismo se puede expresar con ayuda de la ley de Planck (2.31) como:

$$\Delta T_{\lambda}(r) = \frac{\lambda T_{ref}^2}{c_2} \left[1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T_{ref}}} \right] \frac{\Delta \varepsilon_a(r)}{\varepsilon_a(0)} \quad (6.26)$$

Según la ecuación (6.17), $\Delta \varepsilon_a$ se escribe como:

$$\Delta \varepsilon_a(r) = \frac{\Delta N_P(r) + \sum_{k=1}^p [n(x_k, r) - n(x_k, 0)] h[T(x_k)]}{N} \quad (6.27)$$

Puesto que la emisividad intrínseca es uniforme en la cavidad, se tiene que $\Delta N_P(r) \rightarrow 0$ cuando $N \rightarrow \infty$. Esta es la diferencia en el número de absorciones primarias en los puntos del fondo o lo que es lo mismo la diferencia en la absortancia. En términos de uniformidad de la temperatura de radiación del fondo, (que es lo realmente interesante para las aplicaciones), elegimos como

parámetro que la caracteriza la máxima diferencia de temperatura. En función de la magnitud $\Delta T_\lambda(r)$ de (6.26) se expresa como:

$$\Lambda_T = \max\{\Delta T_\lambda(r_i)\}_{i=1,\dots,m} - \min\{\Delta T_\lambda(r_i)\}_{i=1,\dots,m} \quad (6.28)$$

El método de Montecarlo aplicado a este problema se desarrolla en las siguientes etapas básicas:

- Generación de gradientes $T(x)$ aleatorios, sujetos a ciertas restricciones
- Cálculo de los perfiles correspondientes $\varepsilon_a(r)$
- Evaluación de Λ_T con la ecuación (6.28), para un valor definido T_{ref} y λ
- Selección de los gradientes que satisfagan: $\Lambda_T \leq \Lambda_T^{\text{max}}$ previamente establecido
- Redefinición de las restricciones impuestas a los gradientes generados o al criterio de uniformidad de la temperatura, si el algoritmo numérico aplicado no es capaz de generar funciones $T(x)$ “razonablemente admisibles”

La propuesta para la selección de gradientes aleatorios $T(x)$, se ajusta al siguiente esquema:

- (i) Se fija el valor Λ_T^{max} .
- (ii) Se define la temperatura de referencia uniforme en el fondo de la cavidad $T_{\text{ref}}=T(x_0)=\dots=T(x_q)$, donde q es el índice tal que $x_q=D/2$ limita la base del cilindro.
- (iii) Elección de un ángulo aleatorio ζ (pendiente $dT/dx=\tan(\zeta)$ en el punto x_q) entre $-\pi/4 < \zeta < \pi/4$, definido en función de una variable aleatoria uniforme u (entre 0 y 1) por: $\zeta=(2\pi/4)u-(\pi/4)$.
- (iv) La pendiente dT/dx no varía de forma independiente en cada punto. Por el contrario, el ángulo ζ_k en x_k es definido en función del valor ζ_{k-1} en x_{k-1} . El criterio elegido es: $\zeta_k=\zeta_{k-1}+(\pi/50)t$, donde t es una variable aleatoria con distribución triangular entre -1 y +1. Esta es una condición que limita fuertemente la pendiente y exige que $T(x)$ sea una función suave, ya que da un mayor peso a la condición por la cual el ángulo no varía o varía poco. Hemos comprobado (mediante ensayo y error) que el factor multiplicativo de la variable aleatoria triangular viene determinado de alguna manera por el número de secciones en las que se divide la cavidad. Para la cavidad de prueba, el valor elegido ($\pi/50$) genera gradientes aceptables.
- (v) El valor absoluto del ángulo que determina la pendiente no debe ser mayor de $\pi/4$.
- (vi) La temperatura $T(x)$ debe estar en torno a T_{ref} dentro del $\pm 5\%$.

Los límites impuestos a la pendiente de $T(x)$ (iii, iv y v) tienen por objeto generar gradientes aleatorios suaves y sin variaciones extremas. Junto con la condición (vi) generan gradientes que pueden ser experimentalmente realizables. La condición de uniformidad de la temperatura en el fondo (ii), puede no ser del todo razonable para cavidades con una relación L/D pequeña. En estos casos el sistema de mantenimiento de la temperatura (horno, baño, etc.) quizás no pueda compensar adecuadamente la pérdida de calor en el centro respecto a la que se produce en zonas cerca del borde, donde en comparación es menor.

Para simplificar el modelo, y sin pérdida de generalidad, se ha impuesto por hipótesis la condición de uniformidad. No obstante, para casos en los que se pueda sospechar una variación de T con r , el modelo se puede adaptar sin más que incluir un término multiplicativo extra en la ecuación (6.17). Este es $L_{\lambda,b}(T(r))/L_{\lambda,b}(T_{ref})$ multiplicando a N_P/N . Si $T(r)$ no se conoce con precisión, sería posible entonces simular diversos gradientes en el fondo y con ello estimar una contribución a la incertidumbre. Como ya hemos comentado anteriormente, las restricciones sobre la suavidad de la función $T(x)$, los límites en la temperatura o incluso la elección del parámetro de uniformidad (6.28), deben ser revisados si los gradientes producidos no son aceptables o realizables desde un punto de vista técnico. El modelo se ha probado y validado para la cavidad anterior ($L/D=2$, sin tapa), con $\varepsilon=0.85$, $T_{ref}=1273.15$ K en el fondo y $\lambda=11$ μm . Hemos definido un valor máximo $\Delta T^{\max}=0.05$ K y límites para $T(x)$ entre 1209 K y 1337 K. En el tiempo de ejecución el algoritmo ha sido capaz de generar no menos de doscientos gradientes que cumplen con las condiciones establecidas. De todos ellos se han representado diez en la figura 6.20.

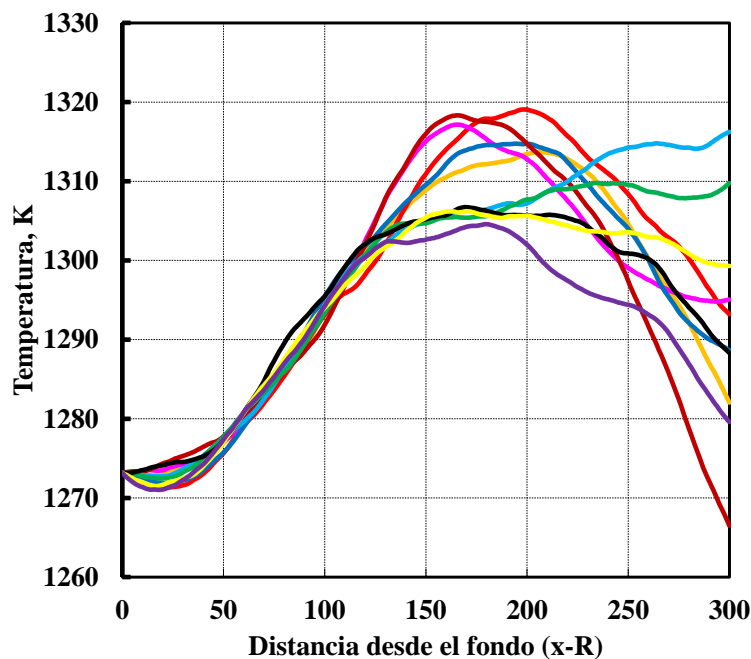


Figura 6.20. Selección de diez gradientes de temperatura que uniformizan la temperatura de radiación en el fondo de la cavidad prueba definida en el texto

El análisis de los doscientos gradientes generados nos indica que la temperatura máxima del conjunto es de 1320 K (menor que el máximo admitido), su valor en la apertura varía entre 1260 K y 1320 K aproximadamente y su máximo se sitúa en la cavidad aproximadamente entre 150 y 250 del fondo. En todos los casos, la temperatura es ligeramente uniforme hasta $(x-R)\approx 50$ y creciente (con la misma pendiente en todos los gradientes) hasta $(x-R)\approx 130$. A partir de ahí las funciones $T(x)$ siguen siendo crecientes hasta puntos entre 200 y 250 pero de forma muy desigual. Esto viene a confirmar lo esperado de acuerdo a las conclusiones del apartado 6.2.2.

El modelo de cálculo del apartado 6.1 se puede ejecutar ahora para cada uno de estos gradientes. Para ello hemos seleccionado solamente cinco de la figura 6.20. En la figura 6.21 se muestra $\varepsilon_a(r)$ en 15 puntos del fondo entre el centro y una distancia de 70, junto con la solución isoterma de la figura 6.15.

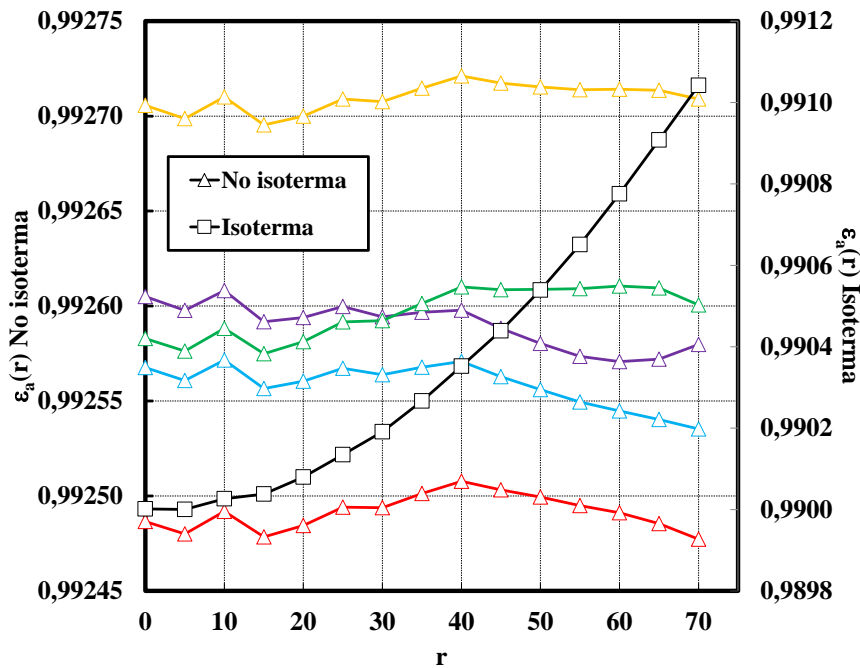


Figura 6.21. Emisividad efectiva en el fondo de la cavidad no isoterma para cinco de los gradientes de la figura 6.20, junto con los resultados (eje derecho) de la cavidad isoterma

La figura 6.22 muestra los mismos resultados en términos del incremento de temperatura $\Delta T_\lambda(r)$ definido en la ecuación (6.26), para $T=1273$ K en el fondo y $\lambda=11$ μm . La condición de uniformidad $\Delta T \leq 0.05$ K se cumple en todos los casos.

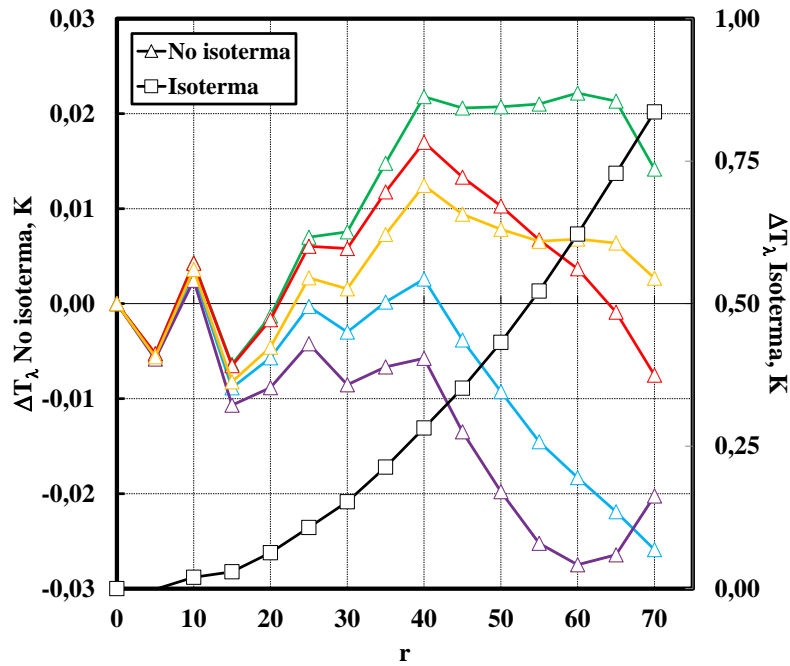


Figura 6.22. Uniformidad en el fondo de la cavidad en términos de la variación de temperatura $\Delta T_{\lambda}(r)$ ($T_{ref}=1273$ K, $\lambda=11$ μm), junto con los resultados de la cavidad isoterma

6.2.4 Cálculo de la incertidumbre

Es muy importante analizar el efecto que tiene sobre la emisividad efectiva, la incertidumbre del gradiente de temperatura en una cavidad de cuerpo negro no isoterma. Esta contribución, junto a la incertidumbre de los factores geométricos: L , D , A_{per} , Ω (en cónicas y cilindro cónicas) y de la emisividad intrínseca ε , determinan la incertidumbre final $u(\varepsilon_a)$ [17]. Un cálculo riguroso de la incertidumbre en términos de estos factores se hará el capítulo 8. En líneas generales la incertidumbre es analizada y expresada de acuerdo a las consideraciones y recomendaciones del documento [78]

La ecuación (6.27) expresa la variación radial de ε_a en el fondo de la cavidad en función del gradiente $T(x)$ y la (6.26) la correspondiente variación radial de la temperatura de radiación en función de $\Delta\varepsilon_a(r)$. Un análisis simplificado de la incertidumbre trataría la temperatura en los puntos de la cavidad como variables aleatorias independientes. Hemos utilizado un valor elevado $N=10^7$ y podemos en principio despreciar la incertidumbre intrínseca al método de Montecarlo (ver 4.2.3.3) frente a la contribución de la temperatura. Por tanto a partir de la ecuación (6.27), la incertidumbre típica $u(\Delta\varepsilon_a(r))$ se escribirá como:

$$u(\Delta\varepsilon_a(r)) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^p [n(x_k, r) - n(x_k, 0)]^2 \left[\frac{\partial h}{\partial T} \right]_{x_k}^2 u^2(T(x_k))} \quad (6.29)$$

Sin embargo es razonable suponer que existirá algún grado de correlación entre valores de temperatura en puntos próximos y que tal correlación será incluso dependiente de la distancia entre los puntos y por tanto de la partición (p secciones) que se haga de la cavidad. Si la cavidad se divide en pocas secciones podemos asumir que la temperatura media pueda variar de forma independiente en cada sección, manteniendo una distribución razonablemente realista de la temperatura. Si p es grande, la hipótesis de independencia puede llevar a considerar gradientes sin ningún sentido físico.

Para evaluar de forma rigurosa la incertidumbre de $\varepsilon_a(r)$, $\Delta\varepsilon_a(r)$ o $\Delta T_\lambda(r)$ por efecto del gradiente, será necesario aplicar un modelo mucho más complejo de propagación de incertidumbres, incluyendo contribuciones de correlación de la temperatura entre puntos de la cavidad. Si c_k son los coeficientes de sensibilidad:

$$c_k = \frac{1}{N} [n(x_k, r) - n(x_k, 0)] \left[\frac{\partial h}{\partial T} \right]_{x_k} \quad (6.30)$$

la ecuación (6.29) queda como:

$$u^2(\Delta\varepsilon_a(r)) = \sum_{k=1}^p c_k^2 u^2(T(x_k)) \quad (6.31)$$

Sin embargo la presencia de correlaciones en el modelo de medida implica que esta última ecuación se debe escribir como:

$$u^2(\Delta\varepsilon_a(r)) = \sum_{k=1}^p c_k^2 u^2(T(x_k)) + 2 \sum_{k=1}^{p-1} \sum_{m=k+1}^p c_k c_m u(T_k) u(T_m) r(T_k, T_m) \quad (6.32)$$

donde $T_{k,m}=T(x_{k,m})$ y $r(T_k, T_m)$ es el coeficiente de correlación entre la temperatura en x_k y la temperatura en x_m . Es de esperar que la correlación r será próxima a 1 para puntos próximos y tenderá a 0 cuando se alejen.

Aunque un análisis global riguroso de la influencia del gradiente de temperatura sobre ε_a , requiere la consideración de correlaciones (sobre todo para una partición densa de la cavidad), podemos sacar alguna conclusión interesante de la expresión simplificada (6.29). Nos interesa solamente la incertidumbre de la emisividad efectiva en un punto del fondo de la cavidad, por ejemplo en el centro. Suponiendo uniformidad de la temperatura $T(x)$ en el fondo, $h(T(x_{k \leq q}))=1$, la ecuación equivalente a (6.29) para la incertidumbre típica es:

$$u(\varepsilon_a(0)) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=q+1}^p [n(x_k, 0)]^2 \left[\frac{\partial h}{\partial T} \right]_{x_k}^2 u^2(T(x_k))} \quad (6.33)$$

y los coeficientes de sensibilidad, dependientes básicamente de las funciones DIAS, son:

$$c_k = \frac{1}{N} n(x_k, r) \left[\frac{\partial h}{\partial T} \right]_{x_k} \quad (6.34)$$

El término $[\partial h/\partial T]$ se escribe como:

$$\frac{\partial h}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{L_{\lambda,b}(T(x))}{L_{\lambda,b}(T_{ref})} \right] = \left(\frac{c_2}{\lambda T^2} \right) \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda T(x)}} (e^{\frac{c_2}{\lambda T_{ref}}} - 1)}{(e^{\frac{c_2}{\lambda T(x)}} - 1)^2} \quad (6.35)$$

Supongamos una partición de la cavidad con p pequeño, de tal forma que la temperatura en los intervalos Δ' resultantes, pueda considerarse aproximadamente uniforme. No es de extrañar que el gradiente de temperatura en un cuerpo negro tenga más incertidumbre en zonas próximas a la apertura que en el fondo. En el capítulo 9, dedicado a su medida en la cavidad del CNA, se verá esto con más detalle. Supuesto bien definido el gradiente entre el fondo y un punto x_s , el sumatorio de (6.33) se limita a unos pocos términos entre este punto y la apertura: $k=s+1, \dots, p$

Aplicamos ahora estos principios a nuestra cavidad de prueba con $\varepsilon=0.85$, $\lambda=11 \mu\text{m}$ y $T_{ref}=1273.15 \text{ K}$. Consideramos un gradiente bien definido hasta $x_i=150$ (medida desde el fondo) y variable desde este punto hasta la apertura ($x_i=300$). Dividimos esta región únicamente en 5 intervalos Δ' de longitud 30 en los que la temperatura, si bien tiene incertidumbre, se puede considerar uniforme. La incertidumbre en el centro del fondo de la cavidad según (6.33) se simplifica y se expresa como:

$$u(\varepsilon_a) = \sqrt{c(1)^2 u^2(1) + c(2)^2 u^2(2) + c(3)^2 u^2(3) + c(4)^2 u^2(4) + c(5)^2 u^2(5)} \quad (6.36)$$

En esta ecuación, $u(s)=u(T(s))$ y $T(s)$ es la temperatura media en el intervalo (s) , con $s=1, 2, 3, 4$ y 5 y $c(s)$ el coeficiente de sensibilidad en el intervalo (s) . Estos se obtienen a partir de la ecuación (6.34), pero teniendo en cuenta que las funciones DIAS deben ahora calcularse en la nueva partición de la cavidad. Para el intervalo Δ' se determinan en función de las anteriores (funciones n definidas en intervalos Δ), a partir de la expresión: $\sum_{x \in \Delta'} n(x, r)$

Tomando uno de los gradientes de la figura 6.20 hemos calculado los coeficiente de sensibilidad en los puntos {165, 195, 225, 255, 285} a partir de la DIAS original para $r=0$ de la figura 6.17. En la figura 6.23 a la izquierda se muestra la función $T(x)$ y los valores medios calculados en cada intervalo Δ' . En la parte derecha de la figura se ha representado la DIAS calculada en los intervalos junto con el peso relativo de cada uno de los coeficientes de sensibilidad al cuadrado es decir: $c(s)^2 / \sum_{s=1}^5 c(s)^2$, expresado en %.

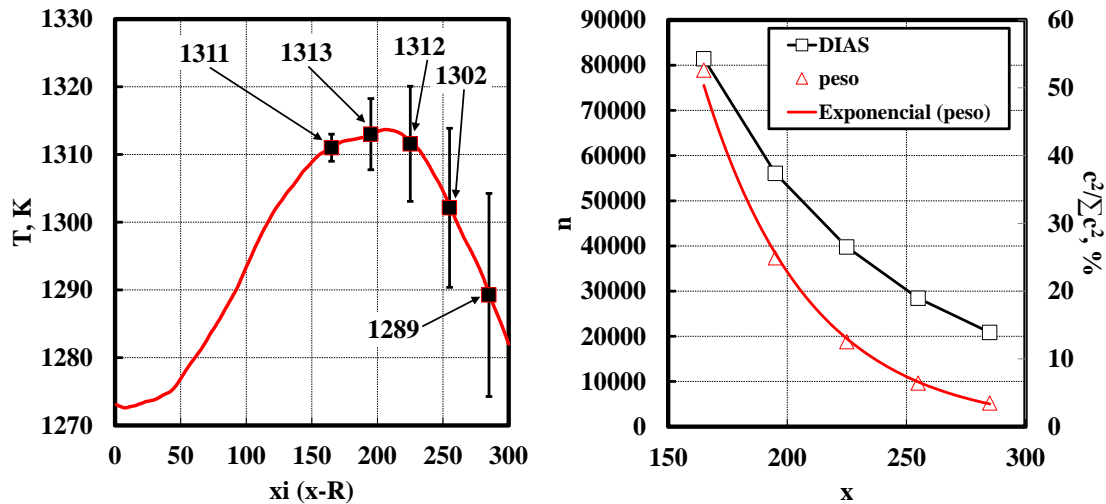


Figura 6.23. Izquierda: gradiente seleccionado para cálculo de incertidumbre con división de la cavidad, entre 150 y 300, en cinco intervalos. Las barras de error representan la incertidumbre típica $u(T)$ asignada en el ejemplo. Derecha: DIAS en los cinco intervalos y coeficientes de sensibilidad dados como función peso para su uso en la ecuación (6.36)

En este ejemplo, como queda de manifiesto en la figura 6.23 derecha, la influencia (peso) de la incertidumbre $u(T)$ decrece exponencialmente a partir del punto medio de la cavidad. Podemos especular además sobre la incertidumbre de la temperatura en los cinco puntos considerados, asumiendo una variación (por ejemplo lineal) entre los extremos. Para ilustrarlo hemos supuesto valores u entre 2 K y 15 K (figura 6.23 izquierda). La ecuación (6.36) nos da un valor para la incertidumbre expandida ($k=2$) $U_{k=2}(\varepsilon_a)=0.00016$ con $\varepsilon_a=0.99257$ (ver figura 6.21)

Este argumento, aun siendo particular para una configuración de cavidad y gradiente determinados, pone de manifiesto claramente la importancia relativa de la distribución de temperatura en la cavidad. Los métodos y herramientas desarrollados, en especial las funciones DIAS, son útiles para visualizar esto y pueden ayudar en la planificación del estudio de gradientes en los cuerpos negros. Para ello será esencial escoger una partición de la cavidad en intervalos que representen de forma realista la distribución de temperatura. Como regla general, será conveniente elegir el menor número de ellos tal que la temperatura pueda considerarse uniforme en el interior de cada intervalo. Esto dependerá en general de aspectos tales como la temperatura

nominal, geometría de la cavidad, configuración del medio de mantenimiento (horno, baño, heat-pipe), etc.

De forma alternativa podemos considerar el problema de la incertidumbre por efecto de la temperatura desde el punto de vista del método de Montecarlo. Este enfoque es el que se utiliza en el capítulo 8 para tratar las contribuciones debidas a factores geométricos y a la emisividad intrínseca y está inspirado en las recomendaciones del documento [32].

El procedimiento propuesto sería similar al que se ha seguido en el apartado 6.2.3 para generar gradientes admisibles que uniformizan la emisividad efectiva en el fondo de la cavidad. En este caso se parte de un gradiente en la cavidad, medido bien de forma directa con termómetros de contacto (si el diseño del sistema lo permite) o indirectamente a través de T_λ longitudinal medida con un termómetro de radiación.

El procedimiento para la medida del gradiente se explica en detalle en el capítulo 9 y se aplica al CNA del LabTH. Con el gradiente nominal definido, la incertidumbre se calcula en base fundamentalmente a criterios de estabilidad a corto y largo plazo. Para ello será esencial disponer de algún tipo de medida de temperatura de control en el cuerpo negro, que pueda relacionarse con el gradiente actual. El cuerpo negro CNC dispone de dos TP tipo R, uno midiendo el fondo de la cavidad (cilindro-cónica en este caso) y otro situado en el exterior (aunque en contacto con la cavidad) a unos 150 mm del fondo, siendo la longitud $L=300$ mm. El gradiente medido de forma indirecta con un termómetro de radiación de alta resolución y muy pequeño tamaño de blanco se relaciona con el medido con este segundo TP en el 50% de la cavidad en su exterior. Durante el uso del CNA en calibración, la relación obtenida nos permite estimar la incertidumbre del gradiente a partir de medidas con el TP externo.

En el contexto del cálculo de incertidumbres con Montecarlo [32] se trataría de simular gradientes aleatorios alrededor del nominal, aplicando quizás restricciones equivalentes a las descritas en el apartado 6.2.3. Si consideramos el centro de la cavidad cilíndrica de prueba, podemos calcular la variación de emisividad cuando el gradiente varía dentro de los límites de la muestra formada por los 200 gradientes generados (apartado 6.2.3 y figura 6.20) Las restricciones o limitaciones impuestas para la obtención de estas funciones $T(x)$ no tienen por qué coincidir con las que aplicarían en el cálculo de la incertidumbre. Por ejemplo es de esperar que la familia de gradientes admisibles para incertidumbre no manifieste tanta dispersión como los de la figura 6.20 en el 50% de la cavidad próximo a la apertura.

Si calculamos la distribución (histograma) de valores de emisividad efectiva en el fondo de la cavidad para los 200 gradientes en los puntos $r=0, 30, 50$ y 70 , obtenemos los resultados de la figura 6.24. Para su obtención se ha definido una partición dividiendo el intervalo $\varepsilon_a(\max)-\varepsilon_a(\min)$ en 12 sub-intervalos y se ha calculado la frecuencia de valores de emisividad efectiva en cada uno de ellos, así como la media $\bar{\varepsilon}_a$ y la desviación típica $s_{200}(\varepsilon_a)$

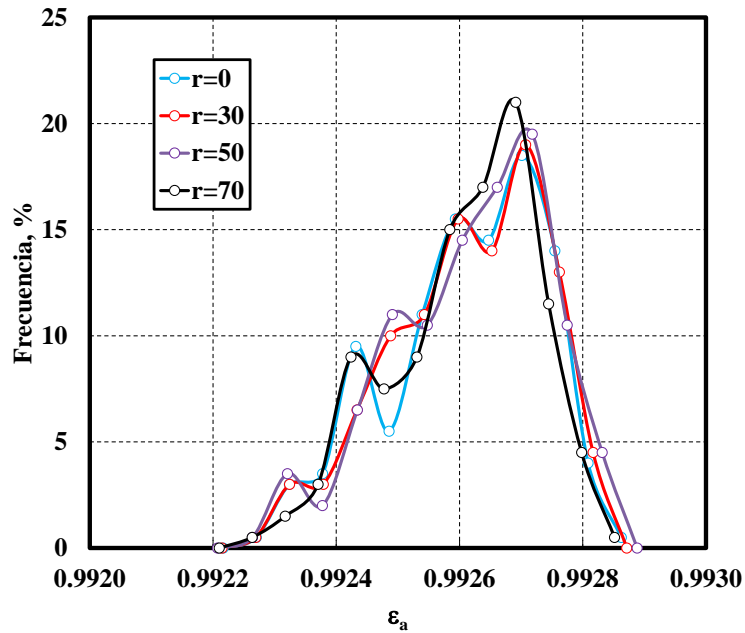


Figura 6.24. Distribución en términos de frecuencia, de los valores de emisividad efectiva en el fondo de la cavidad cilíndrica a distancias del centro $r=0$, 30, 50 y 70, para la distribución de 200 gradientes de temperatura simulados en las condiciones descritas en el texto

El valor medio en los cuatro casos analizados es de $\bar{\varepsilon}_a=0.99258$ y la incertidumbre $U_{95\%}=1.8s_{200}(\varepsilon_a)=0.00022$. El factor de cobertura $k=1.8$ se ha calculado para un intervalo de cobertura alrededor del valor medio, que contiene el 95 % de la distribución (básicamente igual en todos los casos). El resultado es muy similar al obtenido aplicando la ecuación (6.36). El procedimiento será extendido a cavidades cilindro-cónicas en el apartado 9.3

6.2.5 Ecuaciones para la emisividad efectiva en la pared lateral de la cavidad cilíndrica

El modelo puede generalizarse para incluir la emisividad efectiva en la pared lateral. En una ecuación equivalente a la (6.20), que expresa la emisividad efectiva $\varepsilon_a(x)$ en toda la cavidad en términos de las DIAS, aparece el término $h=L_{\lambda,b}[T(x)]/L_{\lambda,b}(T_{ref})$ también fuera de la integral. Considerada $h(x)$ como incógnita sería una ecuación integral de Fredholm de 2ª especie [47]) y se escribe:

$$\varepsilon_a(x) = \varepsilon h[T(x)] + (\varepsilon_a^{iso}(x) - \varepsilon) \int_0^{L+D/2} f(z, x) h[T(z)] dz \quad (6.37)$$

o su equivalente numérico:

$$\varepsilon_a(x) = \frac{1}{NL_{\lambda,b}(T_{ref})} \left(N_p L_{\lambda,b}(T(x)) + \sum_{k=1}^p n(x_k, x) L_{\lambda,b}(T(x_k)) \right) \quad (6.38)$$

En esta ecuación, x es función del punto de impacto inicial y puede ser expresada también en función del par $\{x_f, x_i\}$ (ver 4.3.2) como: $x=(D/2-x_f+x_i)$ Al igual que la variable auxiliar z en (6.37), recorre toda la cavidad desde el centro del fondo hasta la apertura (0 a $L+D/2$), por lo que $L_{\lambda,b}(T(x \leq D/2))=L_{\lambda,b}(T_{ref})$.

La cavidad es dividida en p intervalos donde $T(x)$ puede ser considerada uniforme. Según esto, (como en (6.36)) calculadas las funciones $n(x_k, x)$ en una determinada partición fina (p) de la cavidad, nos puede interesar estudiar gradientes $T(x)$ definidos por conveniencia en menos intervalos (q) $\{\Delta_s=1, \dots, q\}$ tomando la media en cada uno como valor representativo $T(\Delta_s)$ Entonces la expresión matricial para la emisividad efectiva en puntos x_j discretos de la cavidad, quedaría como:

$$\varepsilon_a(x_j) = a_j + \mathbb{N}_{j,s} b_s \quad (6.39)$$

donde:

$$a_j = \left(\frac{N_p}{N} \right) \left(\frac{L_{\lambda,b}(T(x_j))}{L_{\lambda,b}(T_{ref})} \right) \quad (6.40)$$

$$b_{s=1, \dots, q < p} = \frac{L_{\lambda,b}(T(\Delta_s))}{L_{\lambda,b}(T_{ref})} \quad (6.41)$$

y finalmente la matriz:

$$\mathbb{N}_{j,s} = \frac{1}{N} \sum_{x \in \Delta_s} n(x, x_j) \quad (6.42)$$

Calculando la matriz anterior, el conjunto de ecuaciones algebraicas (6.39) puede entonces resolverse fácilmente en función solo de los gradientes de temperatura discretos, tanto si estos se han obtenido experimentalmente o son gradientes de prueba para el estudio de su influencia sobre la emisividad efectiva en una determinada cavidad.

Hemos generado algoritmos numéricos y establecido criterios que han demostrado ser útiles para generar gradientes de temperatura que producen perfiles $\varepsilon_a(r)$ uniformes en el fondo de la cavidad cilíndrica. Uniformizar el perfil en toda la cavidad se complica al ser necesario añadir un término extra $T(x)$ (como en (6.37)). Además contamos con una discontinuidad intrínseca en $\varepsilon_a(x)$ entre fondo y pared (lo veremos en detalle en el siguiente apartado para un caso particular). Por otro lado hay mayores variaciones en $\varepsilon_a(x)$ en cavidad isoterma, especialmente cerca de la apertura. En primer lugar deben calcularse las funciones DIAS en puntos de la pared lateral, generalizando el modelo descrito en 6.2.2 a partir del programa de cálculo de la emisividad efectiva del apartado 6.1. En todo caso el cálculo de estas funciones será necesario para la aplicación de (6.38) o (6.39) al análisis de la cavidad con gradientes de temperatura definidos.

La existencia de soluciones $T(x)$ adecuadas (tanto si se buscan de forma analítica como numérica) va a depender como en el caso anterior, de factores tales como: límite impuesto a la variación máxima de la temperatura de radiación, división en intervalos de la cavidad, márgenes máximos de temperatura alrededor de T_{ref} , pendientes dT/dx admitidas, número de puntos o extensión de la zona a uniformizar, temperatura de referencia, longitud de onda, etc.

6.2.6 Resumen y conclusiones sobre optimización numérica del perfil radial de emisividad efectiva

El modelo de cálculo de la emisividad efectiva en cavidades cilíndricas no isotermas y con superficie difusa, nos ha permitido llegar a una formulación teórica que creemos novedosa del efecto de los gradientes de temperatura en la cavidad.

Con este esquema teórico, ε_a no isoterma se expresa explícitamente en función del gradiente $T(x)$ y de la emisividad efectiva isoterma. Para ello se ha introducido un conjunto de funciones (independientes de $T(x)$) llamadas aquí DIAS, que describen la distribución de impactos de fotones que se absorben en la cavidad después del impacto inicial. Todo ello en el contexto de la técnica del BRT que lleva a (4.23)

Las expresiones analíticas y sus aproximaciones numéricas son interpretadas en este trabajo de dos formas. La primera en la que $\varepsilon_a(x)$ se calcula en función de un gradiente dado, permitiendo analizar rápidamente su variación con distintas distribuciones $T(x)$ (ya sean estimadas o medidas) y calcular por ejemplo la incertidumbre por este factor. Si los gradientes son aproximadamente uniformes y quedan definidos por su valor en un número pequeño de regiones de la cavidad las expresiones algebraicas obtenidas se simplifican considerablemente.

Otra interpretación de las expresiones ha sido considerarlas como ecuaciones integrales (de Fredholm de 1ª y 2ª especie) con las cuales, dado un perfil de emisividad efectiva se podría calcular (al menos en teoría) el gradiente de temperatura correspondiente.

Hemos utilizado este segundo enfoque para tratar de encontrar funciones $T(x)$ que generen perfiles uniformes de emisividad efectiva en el fondo. Para resolverlo hemos optado por un método numérico de simulación por Montecarlo, generando de forma aleatoria gradientes $T(x)$ limitados por un conjunto de restricciones con objeto de hacerlos experimentalmente admisibles.

La uniformización del perfil radial de emisividad efectiva en el fondo, se ha aplicado sobre una cavidad sin tapa. Partiendo de la configuración isoterma con una variación máxima de la temperatura de radiación en el fondo ΔT_λ de unos 0.8 K, hemos podido generar un conjunto de 200 gradientes reduciéndola a un máximo de 0.05 K.

El modelo nos ha permitido analizar en una primera aproximación el efecto de la incertidumbre del gradiente sobre la incertidumbre de la emisividad efectiva $u(\varepsilon_a)$.

La resolución numérica del problema depende de forma significativa de aspectos tales como la configuración de la cavidad (geometría, emisividad intrínseca, etc.), extensión de la zona que se pretende uniformizar, temperatura de referencia, longitud de onda, etc. Al mismo tiempo se ha visto que la eficacia de los algoritmos de simulación es sensible a la variación máxima admitida ΔT_λ , partición de la cavidad en intervalos, valores límites de la temperatura alrededor de la de referencia, límites impuestos a la pendiente dT/dx , etc.

Pese a estas limitaciones y posibles dificultades para implementar técnicamente los gradientes simulados (salvo en sistemas de tipo horno multo-zona [64]) el modelo es una herramienta útil para el estudio de las cavidades no isotermas, una vez calculadas las funciones DIAS en la configuración isoterma. Concretamente serán utilizadas para la uniformización de perfiles de emisividad efectiva en cavidades con diferente geometría (apartados 7.2.2 y 8.4.2) y dentro del procedimiento para la determinación del gradiente (apartado 9.3)

Se han obtenido expresiones sencillas en forma matricial que permiten estudiar el efecto del gradiente en cavidades donde se pueda considerar la función $T(x)$ definido en un número pequeño de intervalos (en los que sea aproximadamente uniforme), siendo especialmente útil para el cálculo de la incertidumbre.

Hemos utilizado el método de Montecarlo en tres aspectos diferentes: simulación de trayectorias de fotones para el cálculo de la emisividad efectiva, simulación de gradientes de temperatura para la optimización del perfil $\varepsilon_a(x)$ y propagación de incertidumbres. El incremento en el conocimiento y uso de técnicas numéricas de este tipo, por su eficacia y potencia de cálculo en termometría de radiación (nuestro campo de interés fundamental), forma parte también de los objetivos explícitos de este trabajo.

6.3 Análisis detallado de una cavidad cilíndrica

6.3.1 Introducción

En este apartado tenemos por objetivo aplicar las ideas desarrolladas en los dos anteriores 6.1 y 6.2, tanto para la determinación de la emisividad efectiva en puntos del fondo y pared lateral de una cavidad cilíndrica, como para cálculo de las funciones DIAS y su uso para optimizar el perfil $\varepsilon_a(x)$. Analizaremos en detalle una cavidad de prueba cilíndrica y difusa con las siguientes características: $L=300$, $D=60$, $A_{per}=60$ y $\varepsilon=0.85$ y para el caso no isotermos vamos a suponer una temperatura de referencia (en el fondo) $T_{ref}=773.15$ K y $\lambda=11$ μm . Tanto la geometría (suponiendo unidades en mm) como la temperatura y longitud de onda pueden corresponder perfectamente a una aplicación típica en un laboratorio de calibración.

Estudiaremos la posibilidad de uniformizar la emisividad efectiva en puntos de la pared lateral intentando incluir parte del fondo. Veremos también el efecto que tiene sobre la emisividad efectiva la presencia de una tapa en la cavidad, en contraste con la reducción del diámetro del cilindro y lo ilustraremos con un caso típico en el que se utiliza un termómetro de radiación con un FOV extenso.

6.3.2 Cálculo y optimización del perfil $\varepsilon_a(x)$

En primer lugar calculamos $\varepsilon_a(r)$ en el fondo ($r=D/2-x_f$) y $\varepsilon_a(x_i)$ en el lateral hasta una distancia 180 para cavidad isoterma, aplicando Montecarlo con $N=10^7$. Los puntos del fondo son: $r=\{0, 15 \text{ y } 29\}$ y los del lateral: $x_i=\{1, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160 \text{ y } 180\}$. Los resultados para estas dos funciones, así como la diferencia ΔT_λ (ecuación (6.26)) respecto al centro del fondo con $T_{ref}=773.15$ K en ese punto y $\lambda=11$ μm , se muestran en las figuras 6.25 y 6.26 respectivamente. Las barras de error en ε_a (y las correspondientes en temperatura) representan la desviación típica (ver apartado 6.1.3), de una muestra de 10 valores obtenidos a partir de la ejecución repetida del algoritmo de cálculo.

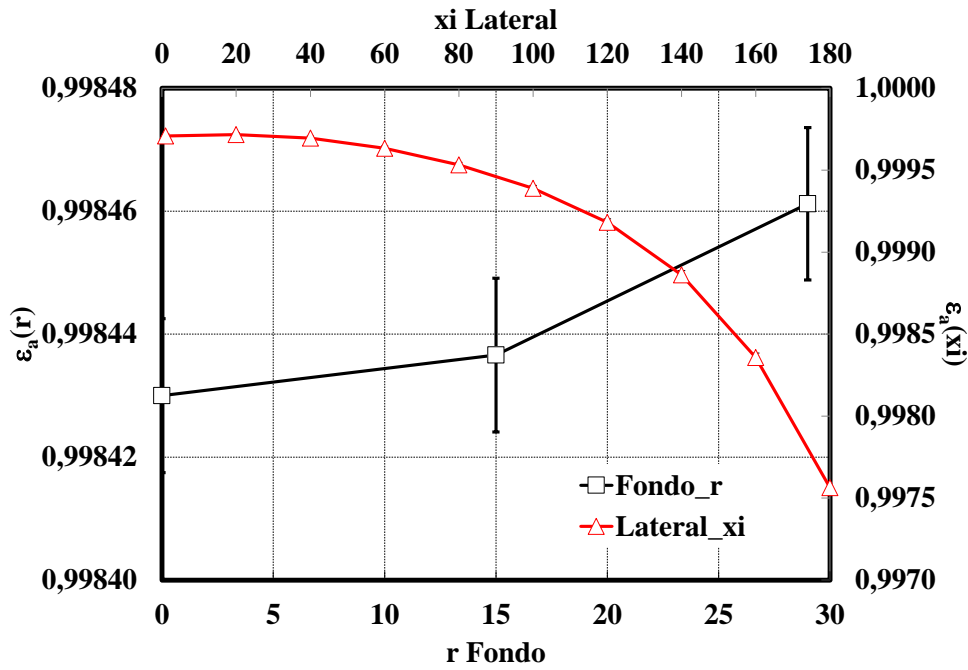


Figura 6.25. Emisividad efectiva en el fondo y pared lateral de la cavidad cilíndrica isoterma sin tapa ($D=60, L=300, \epsilon=0.85$)

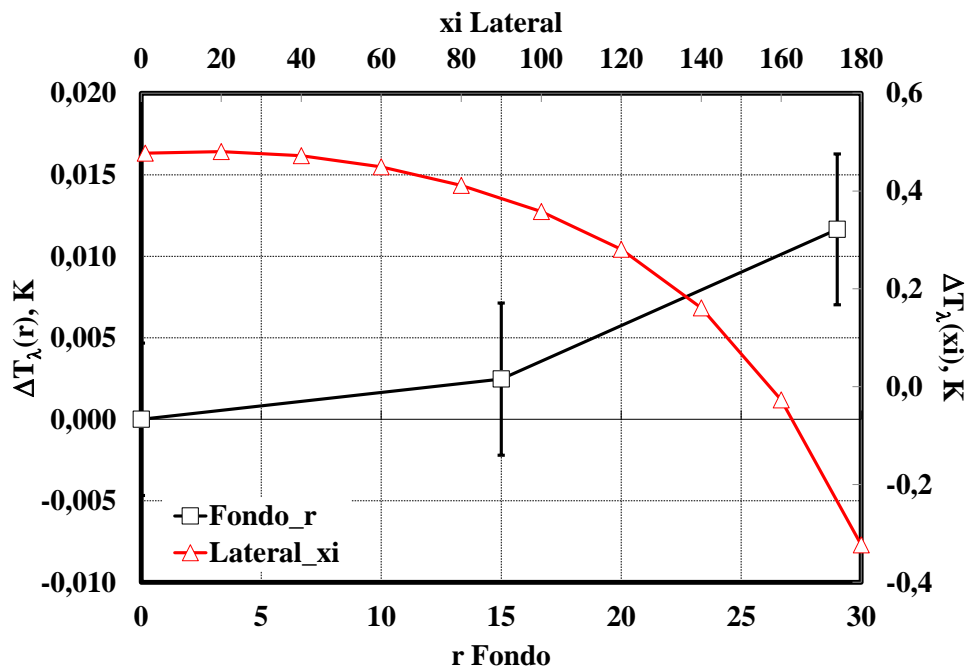


Figura 6.26. Para la cavidad de prueba, variación de la temperatura de radiación respecto al centro del fondo, con $T_{ref}=773.15\text{ K}$ y $\lambda=11\ \mu\text{m}$

Definimos ahora una partición en la cavidad formada por 330 intervalos de longitud $\Delta z=1$ y calculamos las funciones DIAS normalizadas $n(z,x)/(\sum n\Delta z)$. En la figura 6.27 se han representado hasta $xi=140$ y en el gráfico interior se han suprimido las funciones para $r=29$ y $xi=1$ y se presentan

con mayor detalle las restantes. Se observa perfectamente la diferencia entre las distribuciones correspondientes a puntos de la base ($r=0$ y $r=15$, líneas negra y roja) y las del resto. Para puntos de la pared lateral, la mayor parte de los fotones se absorben (si lo hacen en impactos secundarios) en la zona alrededor del punto x donde se calcula ε_a . Esto significa que en una cavidad no isoterma de este tipo el valor de emisividad efectiva $\varepsilon_a(x)$ viene determinado en gran medida por la temperatura en torno a x . Hay que tener en cuenta además el primer término de la expresión general (6.37) o (6.38)

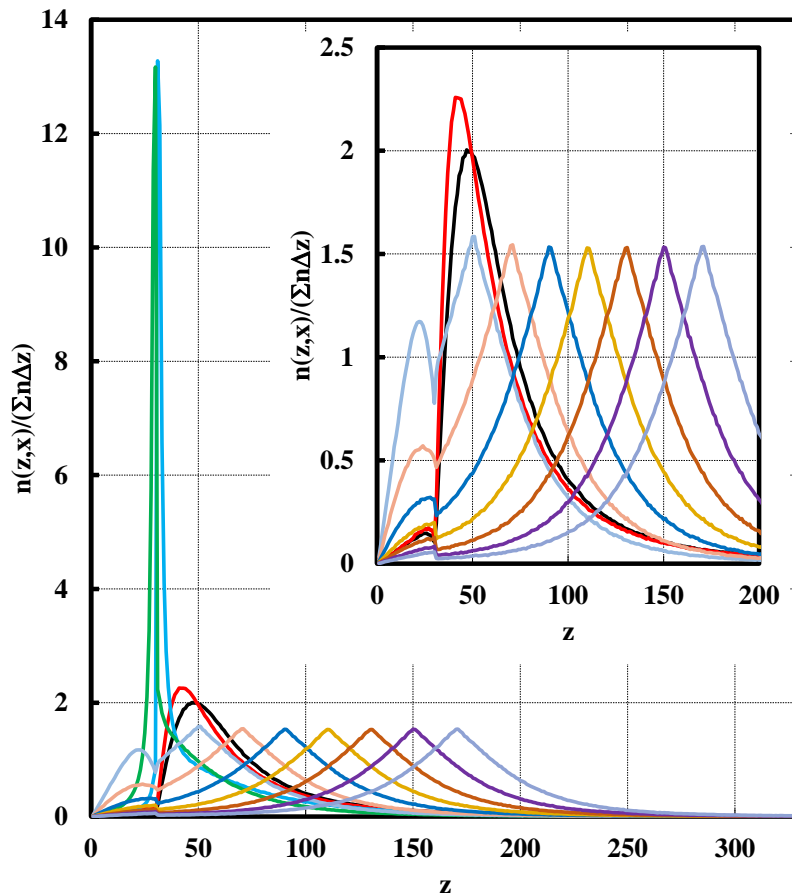


Figura 6.27. Funciones DIAS normalizadas para cavidad cilíndrica sin tapa $L=300$, $D=60$ y $\varepsilon=0.85$, para puntos de impacto inicial en el fondo: $r=\{0, 15$ y $29\}$ y en el lateral: $x_i=\{1, 20, 40, 60, 80, 100, 120$ y $140\}$

Es característica propia de este tipo de cavidades (como también se pone de manifiesto en la figura 6.11) la discontinuidad de la función $\varepsilon_a(x)$ entre el fondo y la pared adyacente. Es un efecto debido simplemente a la diferente orientación de la superficie reflectora (y a la ley del coseno). Para reflexiones desde el fondo, la probabilidad de que los fotones salgan de la cavidad es mayor que la correspondiente en caso de reflexiones desde el lateral. Esto significa que en este último caso hay alguna reflexión más y un mayor número de fotones se absorben en el interior. En ausencia

de tapa, a medida que nos acercamos a la apertura más fotones pueden salir de la cavidad y ε_a disminuye. Si la cavidad tiene tapa la discontinuidad se hace menos pronunciada y aparece generalmente un mínimo en la función $\varepsilon_a(x)$ en algún punto del lateral cerca de la apertura.

Tal y como se observa en la figura 6.27, para uniformizar el perfil de emisividad efectiva incluyendo fondo y pared, la temperatura cerca de la base del cilindro tendría que ser creciente. Las DIAS para puntos del fondo muestran (figura interior) una mayor probabilidad de absorción en la zona entre la base y una distancia z en torno a 100 desde el centro. Un incremento de la temperatura en esa región produciría en principio un aumento de ε_a también en puntos de la pared próximos al fondo, con lo cual la discontinuidad no sería evitable modificando solamente el gradiente.

Aplicamos el método del apartado 6.2 primero a una zona extensa de la cavidad entre el fondo y la distancia $xi=180$ (figuras 6.25 y 6.26). Se ha elegido un valor para A_T^{\max} de 0.15 K (la variación en cavidad isoterma en esta región es de 0.8 K) y hemos aplicado un procedimiento ligeramente diferente al anterior. Inicialmente se han generado 5 gradientes con el mismo mecanismo que el utilizado en el apartado 6.2.3. Concretamente un ángulo aleatorio inicial $\zeta=(2\pi/50)u-(\pi/50)$, los siguientes definidos según la ecuación $\zeta_k=\zeta_{k-1}+(\pi/500)t$ y la pendiente $dT/dx<\tan(\pi/50)$. Con $\lambda=11$ μm , $T_{\text{ref}}=773.15$ K en el fondo, $T_{\text{max}}=783$ K, $T_{\text{min}}=763$ K y la región de la cavidad donde uniformizar ε_a definida por los puntos: $xi=\{1, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160$ y $180\}$, las funciones $T(xi)$ generadas se muestran en la figura 6.28 (izquierda)

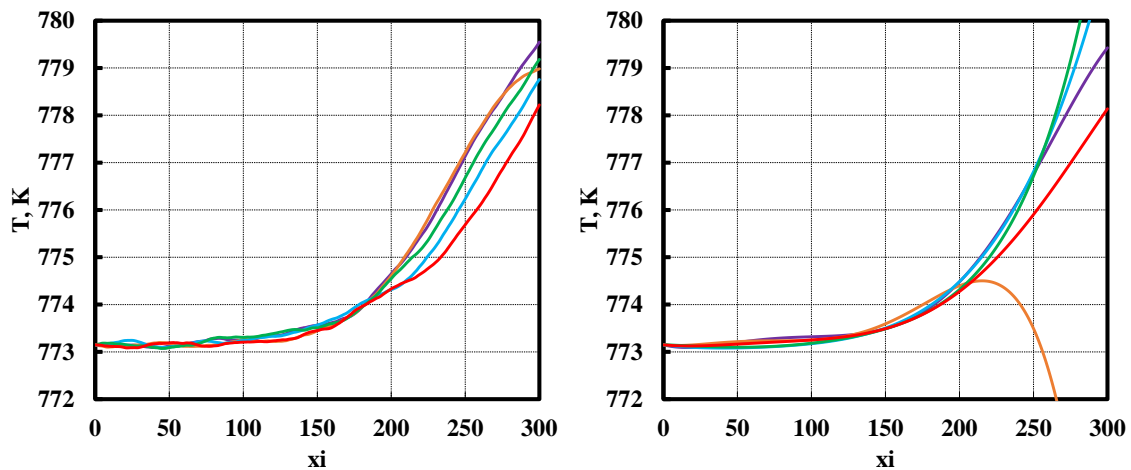


Figura 6.28. Gradientes $T(xi)$ que uniformizan la emisividad efectiva entre $xi=0$ y $xi=180$, generados mediante dos procedimientos de simulación

Observando que las funciones ajustan bien a polinomios de orden 5, se ha considerado un procedimiento alternativo. Hemos generado un algoritmo numérico de simulación que limita las funciones $T(x>R)$ a polinomios $T(x)=T_0+T_1x+T_2x^2+T_3x^3+T_4x^4+T_5x^5$ y selecciona coeficientes aleatorios: $T_1=10^{-2}(2u-1)$, $T_2=10^{-3}(2u-1)$, $T_3=10^{-5}(2u-1)$, $T_4=10^{-7}(2u-1)$, $T_5=10^{-10}(2u-1)$, siendo u variable aleatoria uniforme entre 0 y 1. Con estos criterios se han generado los 5 gradientes de la figura 6.28 derecha. Con estos resultados y teniendo en cuenta lo dicho respecto a la figura 6.27, parece que solamente la forma de las funciones $T(x>R)$ hasta el límite en torno al punto $xi\approx 200$ ($x=R+200$), es determinante para fijar el perfil $\varepsilon_a(x>R)$.

Junto con los resultados para cavidad isoterma, en la figura 6.29 se muestran estos perfiles en función de la variable x medida desde el centro del fondo.

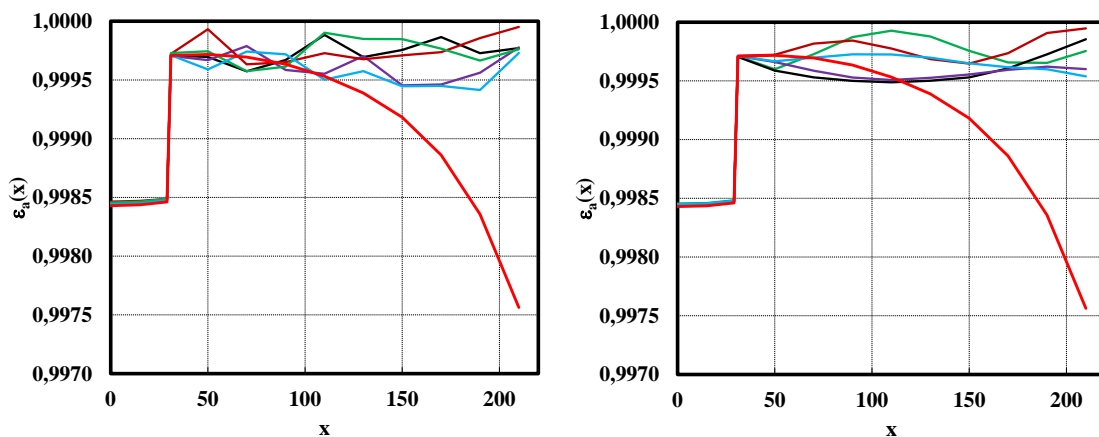


Figura 6.29. Perfiles $\varepsilon_a(x)$ correspondientes a los gradientes $T(xi)$ de la figura 6.28, junto con el de la cavidad isoterma (figura 6.25) en rojo

Como una forma de evaluar la dependencia del perfil $\varepsilon_a(x)$ con el gradiente $T(x)$, hemos calculado el gradiente promedio entre los representados en la figura 6.28 izquierda y se ha ejecutado el cálculo de $\varepsilon_a(x)$ en cavidad no isoterma para dicha temperatura y $\lambda=11\ \mu\text{m}$ en puntos desde $x=0$ hasta $x=300$ en incrementos Δx de 5 en la base y de 10 en la pared (puntos diferentes a los utilizados para calcular las DIAS). Los resultados mostrados en la figura 6.30 no difieren significativamente de los de la figura 6.29 e indican claramente, como ya dedujimos, la relativa independencia de la emisividad efectiva (de la zona estudiada) con la función temperatura a partir del punto $xi\approx 200$.

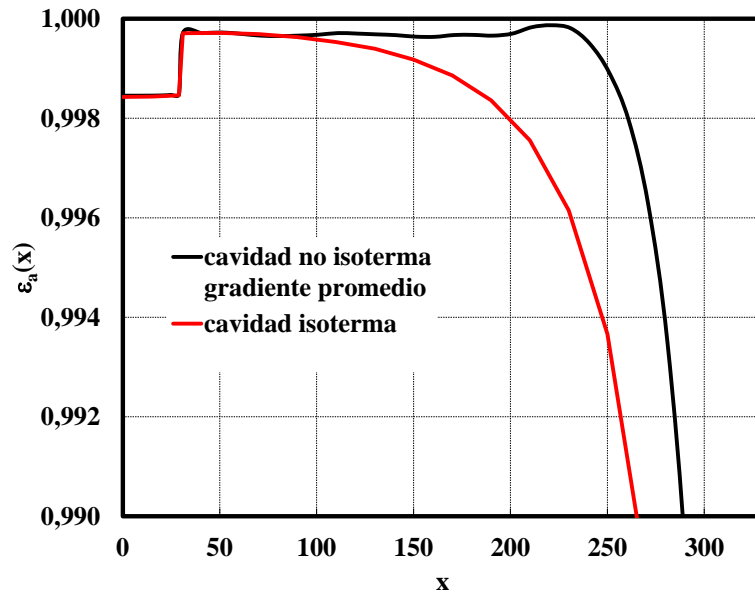


Figura 6.30. Comparación de la emisividad efectiva entre la cavidad isoterma y la configuración no isoterma, con un gradiente de temperatura definido por el promedio de los que se muestran en la figura 6.28 izquierda

Finalizamos este apartado presentando resultados de la aplicación del modelo de optimización al fondo y parte de la pared lateral de la cavidad anterior. La discontinuidad de $\varepsilon_a(x)$ no es evitable con un gradiente y como mucho se uniformizará el perfil de emisividad efectiva en el fondo y en una región próxima, pero sin llegar a él. Como antes, el problema se estructura de la siguiente forma:

- Definición de 18 puntos de la cavidad: $r=\{0, 15, 29\}$ en el fondo y $x_i=\{1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots, 90, 95, 100\}$ en el lateral
- Cálculo de las DIAS en esos puntos.
- Selección de 14 puntos $r=\{0, 15\}$, $x_i=\{15, 20, 25, 30, \dots, 90, 95, 100\}$, evitando el límite entre fondo y pared.
- Selección de límites para el gradiente: $dT/dx < \tan(\pi/50)$, que corresponde a una pendiente máxima de unos ± 0.6 K por intervalo de longitud 10 y $\zeta_k = \zeta_{k-1} + (\pi/500)t$, como anteriormente.
 $\lambda = 11 \mu\text{m}$, $T_{\text{ref}} = 773.15$ K en el fondo, $T_{\text{max}} = 793$ K y $T_{\text{min}} = 753$ K
- $A_T^{\text{max}} = 0.2$ K

Con este procedimiento se han obtenido los 16 gradientes de la figura 6.31 (izquierda). A continuación se han generado otros 14 gradientes mediante el procedimiento polinómico.

En base a la forma que toman utilizando el criterio original, los polinómicos se simulan utilizando los coeficientes aleatorios: $T_1=10^{-1}(2u-1)$, $T_2=10^{-3}(2u-1)$, $T_3=10^{-5}(2u-1)$, $T_4=10^{-7}(2u-1)$, $T_5=10^{-9}(2u-1)$. El resultado se muestra en la figura 6.31 (derecha)

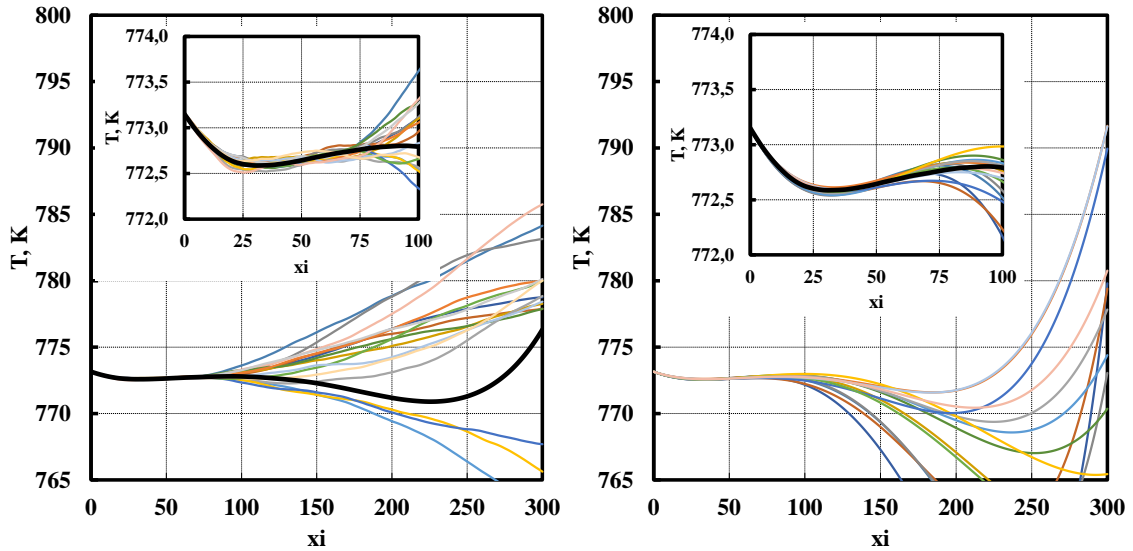


Figura 6.31. Gradientes de temperatura generados en el proceso de uniformización del perfil $\varepsilon_a(x)$ en el fondo y zona próxima del lateral, en la cavidad cilíndrica de prueba

En ambos casos, observado en detalle la región de la pared hasta $xi=100$ (figuras interiores), queda claro que el gradiente óptimo viene determinado por una función $T(x)$ bien definida solamente en la zona entre el fondo y una distancia $xi \approx 75$, con un mínimo de entre 0.5 K y 0.7 K (respecto a T_{ref}) situado entre $xi=25$ y $xi=30$. Se resuelve ahora la cavidad no isoterma (ε_a sobre puntos diferentes a los utilizados en el cálculo de las DIAS) para el gradiente definido por el promedio de los 30 generados (línea negra gruesa en la figura 6.31) y se compara con la configuración isoterma. En este caso lo hacemos para $\lambda=(8, 11 \text{ y } 14) \mu\text{m}$. El resultado se muestra en la figura 6.32 (izquierda) en términos de emisividad efectiva y 6.32 (derecha) en términos de la diferencia de temperatura de radiación respecto al centro del fondo para cada longitud de onda.

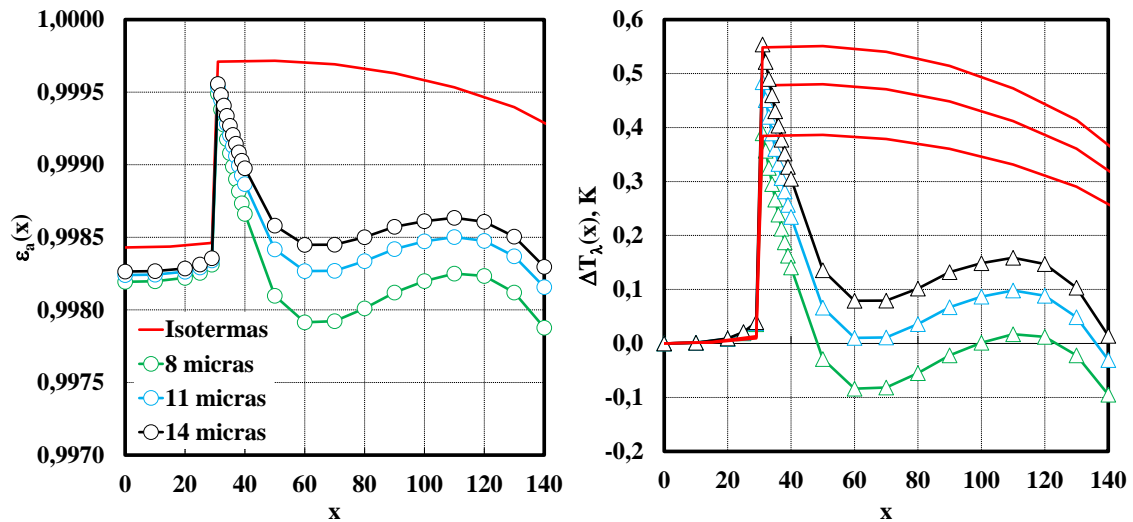


Figura 6.32. Resultados de $\varepsilon_a(x)$ para la cavidad de prueba isoterma y no isoterma con el gradiente promedio de la figura 6.31 y tres longitudes de onda $\lambda=(8, 11 \text{ y } 14) \mu\text{m}$. A la derecha se representa la diferencia $\Delta T_\lambda(x)$ respecto al centro del fondo de la cavidad

Como ya dijimos, en esta configuración de cavidad no es posible eliminar la discontinuidad en ε_a y solamente podemos “igualar” (criterio $A_T^{\max}=0.2 \text{ K}$) los valores del fondo con los de la pared, entre $x_i=15$ y $x_i=120$. En el siguiente apartado aplicaremos el método a una cavidad con diámetro $D=40$.

6.3.3 Influencia de la tapa en los valores de emisividad efectiva $\varepsilon_a(x)$

En aplicaciones de termometría de radiación se recomienda que el FOV del termómetro (cámara termográfica o radiómetro en general) recoja radiación solamente del fondo [18] evitando en especial la zona cercana a la apertura. Es mejor poner una tapa para aumentar el número de reflexiones internas que disminuir el diámetro D o aumentar la longitud L (aumentar el valor de la relación L/D).

Para la cavidad de prueba calculamos el efecto que produce una tapa de emisividad intrínseca $\varepsilon'=\varepsilon$ y comparamos los resultados con cavidades de la misma longitud y diámetro menor. Se demostrará que en general la emisividad efectiva en el fondo no varía significativamente entre una configuración con tapa y la cavidad con diámetro reducido. Sin embargo, si el FOV de un termómetro cubre todo o gran parte del fondo de una cavidad, la disminución del diámetro hace que el campo intercepte la pared lateral.

En cavidades no isotermas (aún con pequeños gradientes) esto daría lugar a errores considerables (salvo que el gradiente se pueda controlar de acuerdo a los criterios del apartado anterior) debido a la fuerte dependencia de ε_a con la temperatura en los puntos de la pared, como ya se vio anteriormente.

En la figura 6.33 hemos representado los resultados de ε_a para la cavidad isoterma en función de x (distancia desde el centro del fondo hasta la apertura). Los valores se han calculado para configuración $D=60$ ($Aper=60$) y tapa con aperturas: $Aper=\{50, 40, 30 \text{ y } 20\}$ y también para configuración con diferentes diámetros: $D=\{50, 40, 30 \text{ y } 20\}$ en este caso sin tapa.

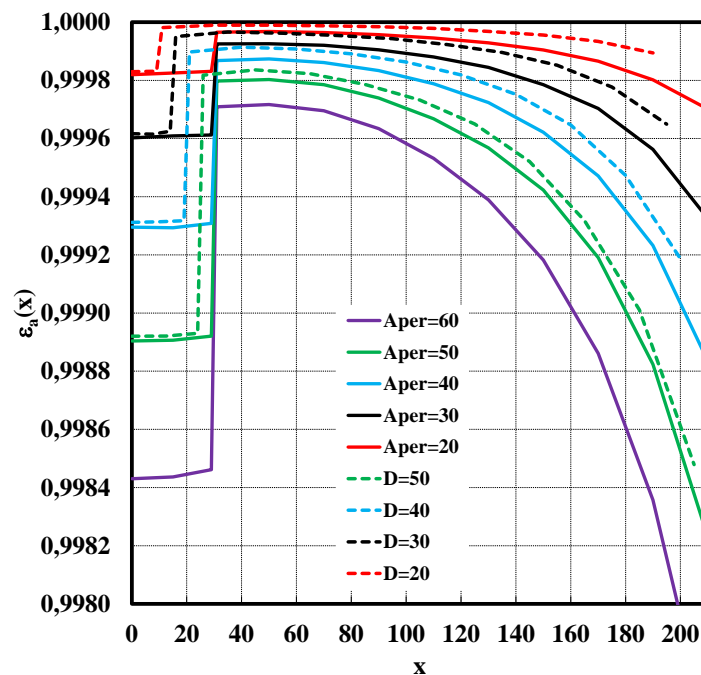


Figura 6.33. Emisividad efectiva en el fondo y pared lateral en una cavidad isoterma $L=300$, $D=60$ y $\varepsilon=0.85$ en configuración con tapa para diversas aperturas ($Aper$) y sin tapa para distintos diámetros D manteniendo la longitud fija

La emisividad efectiva es muy uniforme en el fondo para todas las configuraciones analizadas. La discontinuidad disminuye a medida que se reduce $Aper$ o D y por otra parte no hay una diferencia significativa en los resultados, cuando se compara una cavidad con tapa y otra sin tapa con diámetro igual a la anterior (manteniendo L fijo).

Suponemos ahora dos gradientes lineales (5 K entre fondo y apertura), uno decreciente (G1) y otro crecientes (G2) desde $T_{\text{ref}}=773.15$ K. La cavidad tiene $D=40$ y consideramos la situación en la que un termómetro de radiación ($11 \mu\text{m}$) enfocado sobre la apertura, recibe radiación desde una superficie de diámetro 50 en el fondo (figura 6.34)

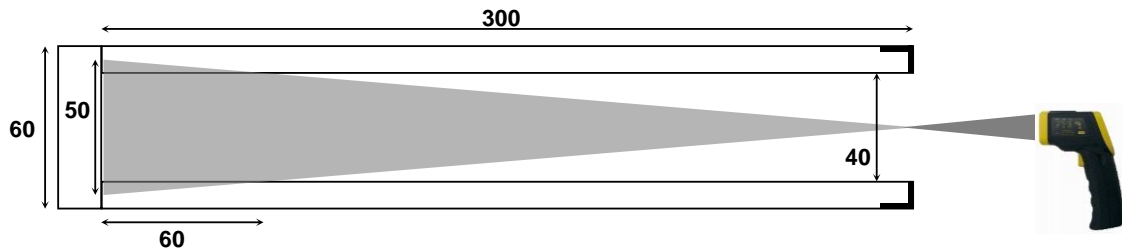


Figura 6.34. Termómetro de radiación con FOV interceptando la pared lateral de una cavidad cilíndrica (sin tapa) con $D=40$ y recibiendo solamente radiación del fondo en una cavidad con $D=60$ y tapa con apertura $A_{\text{per}}=40$

Si la cavidad tuviese diámetro $D=40$, el FOV interceptaría la pared en un punto a una distancia 60 respecto al fondo (80 respecto al centro en esa cavidad). En la figura 6.35 se muestran en mayor detalle los mismos resultados que en la figura 6.33, junto con los obtenidos para los gradientes G1 y G2.

En la configuración no isoterma podemos calcular la diferencia de temperatura de radiación ($T_{\text{ref}}=773.15$ K y $\lambda=11 \mu\text{m}$) entre este punto y el centro del fondo. Los valores son bastante elevados, concretamente -0.71 K para el gradiente decreciente y 1.15 K para el creciente. Esto confirma lo dicho anteriormente en cuanto a la conveniencia de utilizar una tapa para un diámetro interno lo mayor posible. De esta forma se aumenta la emisividad efectiva y se disminuye la discontinuidad entre fondo y pared.

El cuerpo negro puede ser utilizado correctamente (no tenemos en cuenta la posible influencia del ETF) con termómetros de radiación enfocados sobre la apertura (con tamaño de blanco menor que A_{per}), que tengan FOV extenso.

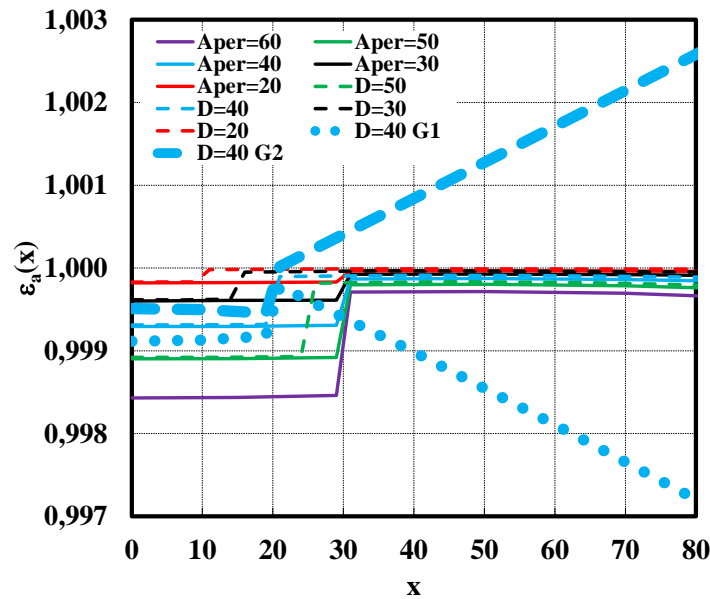


Figura 6.35. Emisividad efectiva (en detalle) de la figura 6.33 junto con los correspondientes a un gradiente decreciente (G1) y uno creciente (G2) en la cavidad ($D=40$). Ambos gradientes tienen una variación lineal de 5 K entre el fondo (a 773.15 K) y la apertura

Siendo en general conveniente que la radiación provenga solamente del fondo de la cavidad (independientemente de la geometría), hemos visto que la presencia de un gradiente (cosa que siempre ocurre) por pequeño que sea, hace de esta una condición indispensable. Excepcionalmente se puede evitar disponiendo de medios para controlar de forma precisa la temperatura en zonas determinadas de la cavidad tal y como veremos a continuación con un ejemplo.

La cavidad con diámetro $D=40$ es analizada (como en 6.3.2) para dos temperaturas T_{ref} (773.15 K y 1273,15 K) y $\lambda=11 \mu\text{m}$. Se trata como en el caso anterior, de buscar gradientes que generen perfiles uniformes de emisividad efectiva en una superficie que contenga el fondo y una zona del lateral lo más cercana posible a este. Con esta geometría de cavidad y un control del gradiente, podría ser posible su uso con termómetros de radiación de FOV extenso que cubran parte de la pared, como en la figura 6.34.

Se calculan las DIAS en puntos del fondo y pared, desde $x=0$ a $x=200$ y para cada caso se elige un conjunto de puntos $\{x\}$ en los que se busca uniformizar el perfil de emisividad efectiva. Como ya se ha visto varias veces, el procedimiento exige probar diversas alternativas en cuanto a puntos $\{x\}$, márgenes de temperatura, variación máxima de temperatura de radiación admitida, etc.

Los resultados se resumen en la tabla 6.3, siendo el significado de las columnas:

1. la temperatura de referencia en el fondo
2. longitud de onda
3. puntos $\{x\}$ de la cavidad seleccionados para uniformizar ε_a “grad(x)”
4. variación máxima de temperatura de radiación admitida en los puntos anteriores
5. variación máxima en T_λ calculada para cavidad isoterma
6. variación media en los puntos de la 3ª columna
7. lo mismo pero para los puntos fuera de la zona uniformizada (cerca del fondo) “grad(✳)”
8. temperaturas máxima y mínima tomando el conjunto de todos los gradientes generados en cada caso (a lo largo de toda la cavidad)

Los resultados, incluyendo el total de gradientes en cada configuración, el gradiente promedio (línea negra gruesa) y el valor de $\Delta T_\lambda(x)$ para la comparación con la cavidad isoterma, se muestran en la figura 6.36. Estos últimos se han representado junto con su incertidumbre (2 veces la desviación típica de la emisividad efectiva, expresada en términos de temperatura de radiación).

T_{ref} [K]	λ [μm]	Puntos $\{x\}$	A_1^{max} [K]	$\Delta T_\lambda^{max}_{iso}$ [K]	$\Delta T_\lambda^{med}_{grad\{x\}}$ [K]	$\Delta T_\lambda^{med}_{grad\{\ast\}}$ [K]	T_{max}, T_{min} [K]
773.15	11	0, 10, 30, 35,	0.1	0.22	0.02	0.16	790.0
		40, 45,...,110					753.8
1273.15	11	0, 10, 40, 45,	0.15	0.48	0.04	0.38	1282.6
		50, 55,...,190					1264.5

Tabla 6.3. Parámetros para la optimización de $\varepsilon_a(x)$ en la cavidad de prueba con $D=40$, considerando temperaturas T_{ref} (773.15 K y 1273,15 K) y $\lambda=11 \mu\text{m}$

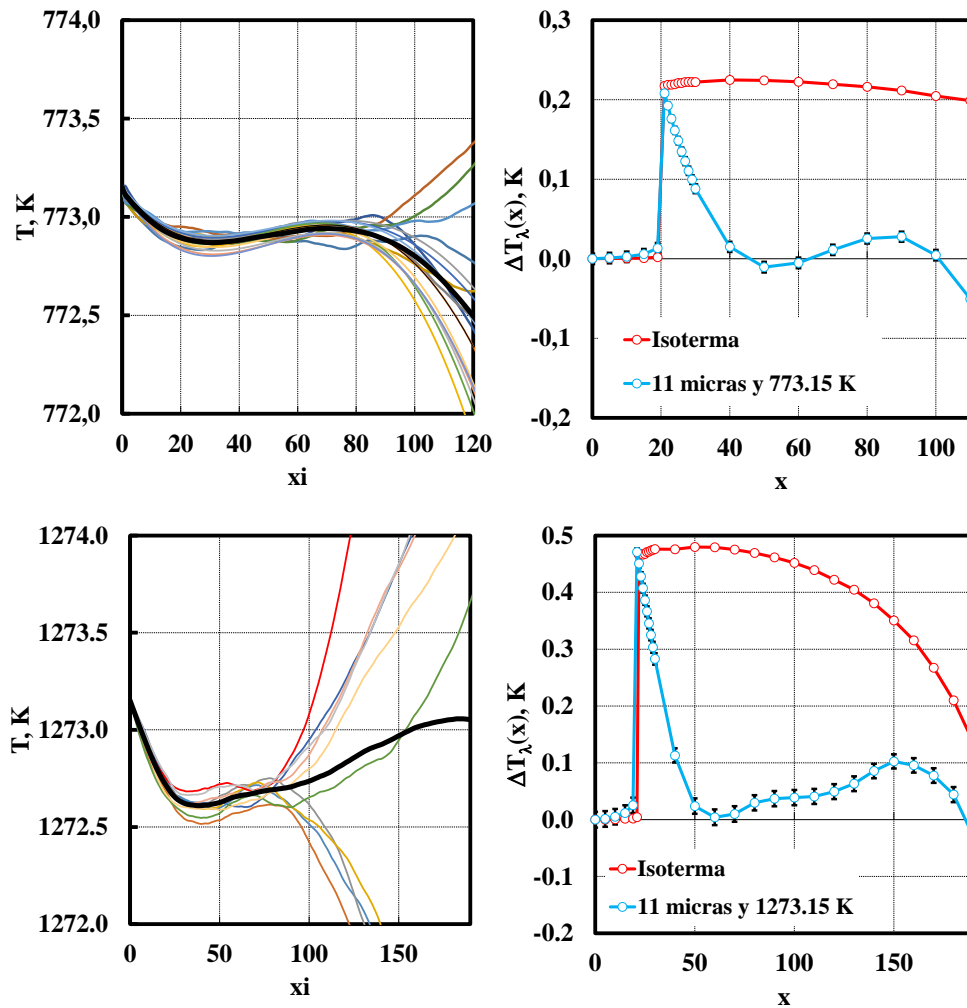


Figura 6.36. Gráficas de la izquierda, gradientes (el promedio es la línea negra gruesa) para la uniformización de $\varepsilon_a(x)$ en la cavidad de prueba ($D=40$) Gráficas de la derecha, diferencia $\Delta T_\lambda(x)$ respecto al centro del fondo de la cavidad en configuración isoterma y no isoterma optimizada

En los próximos capítulos se va a calcular la emisividad efectiva integrada ε^c para geometrías cónicas y cilindro-cónicas en zonas extensas de la cavidad. Por lo general el FOV del termómetro de radiación (especialmente de tipo industrial) puede interceptar una zona finita de emisividad efectiva no uniforme. Pueden darse situaciones en las que sea necesario calcular ε^c en cavidades con y sin perfil $\varepsilon_a(x)$ optimizado.

Para la calibración de cámaras termográficas es conveniente el uso de cuerpos negros de área extensa, aunque esto no suele ser posible especialmente a temperaturas elevadas. Uno de los métodos para su caracterización, requiere que la cámara se desplace horizontal y verticalmente respecto al eje de la cavidad para cubrir la mayor parte posible de su FOV (método del FOV parcial [85,86]) Este procedimiento tiene como desventaja que en posiciones en las que la cámara está muy desplazada respecto al eje de la cavidad (para cubrir todo el FOV) puede recibir

exclusivamente radiación de zonas pertenecientes a la pared lateral. Con un control preciso del gradiente de temperatura, diseñado para generar perfiles uniformes de emisividad efectiva, sería posible evitar este inconveniente, aumentando además el tamaño del campo parcial de la cámara que es cubierto en cada posición.

Para la caracterización completa de una cavidad de cuerpo negro (en cuanto a emisividad efectiva se refiere) debe analizarse el efecto de la emisividad intrínseca de la tapa ε' . Como ejemplo se aplica a la cavidad $D=60$, $A_{per}=20$, $L=300$, $\varepsilon=0.85$. Se estudia en el centro del fondo ($r=0$) en configuración isoterma y no isoterma con gradientes G1 y G2 desde $T_{ref}=773.15$ K, longitudes de onda entre $8 \mu\text{m}$ y $14 \mu\text{m}$ y valores ε' entre 0.4 y 0.9. Es de esperar que ε_a no sea muy dependiente de ε' . Si esta es elevada los fotones que impactan en ella son mayoritariamente absorbidos y si es baja se reflejarán de nuevo hacia el interior donde es probable que tenga lugar entonces la absorción. Los resultados han demostrado que no hay diferencia apreciable dentro de la desviación típica $\sigma(\varepsilon_a)$.

Sabemos que en presencia de un gradiente de temperatura, ε_a es función de la longitud de onda. Esta relación es imprescindible para el cálculo de la emisividad efectiva de banda (ecuación (7.28)) utilizada en termómetros de radiación de banda ancha, como por ejemplo los de (8 a 14) μm y para su determinación es necesario conocer con algún detalle la función gradiente $T(x)$.

Para finalizar el estudio de la cavidad cilíndrica, hemos aplicado el modelo al cálculo de $\varepsilon_a(\lambda)$. Los resultados para la cavidad de prueba con $D=60$ sin tapa, en el punto $r=0$ y las dos configuraciones no isotermas definidas por G1 y G2, se muestran en la figura 6.37. Las barras de error representan la desviación típica obtenida ejecutando 10 veces el algoritmo de Montecarlo ($N=10^7$). Estas funciones intervendrán en la integral de (7.28)

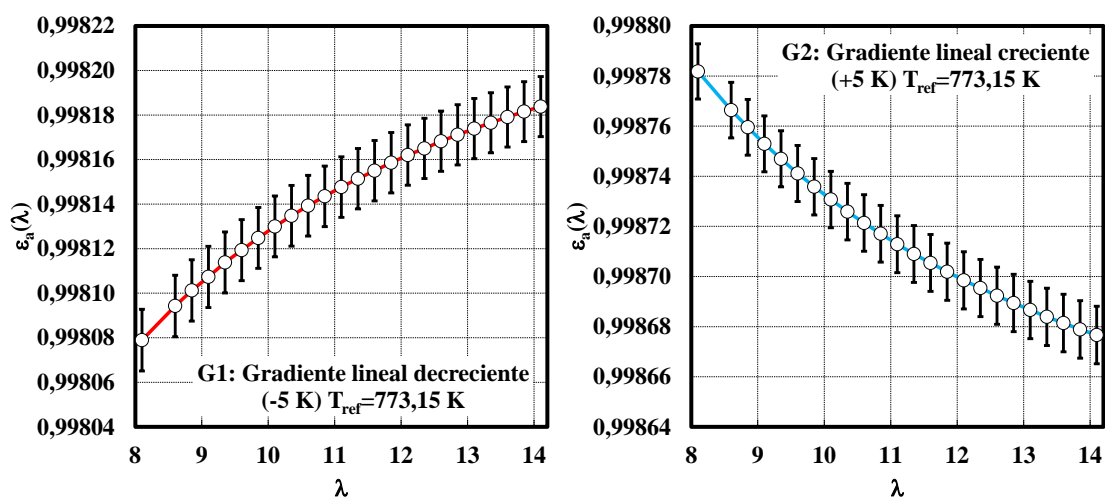


Figura 6.37. Función $\varepsilon_a(\lambda)$ calculada en la cavidad de prueba: $L=300$, $D=60$, $A_{per}=0$, $\varepsilon=0.85$, $T_{ref}=773.15$ K, en el punto del fondo $r=0$ y para los gradientes lineales G1 y G2

6.3.4 Resumen y conclusiones del análisis detallado de una cavidad cilíndrica

Hemos demostrado que tanto el modelo de cálculo de la emisividad efectiva en cavidades cilíndricas, como el procedimiento de uniformización del perfil de esta magnitud en el fondo y pared de la cavidad, son aplicables a un cuerpo negro con dimensiones más próximas a lo que podemos encontrar en las aplicaciones. El procedimiento de uniformización se ha desarrollado y ampliado respecto al original publicado [79], incluyendo un algoritmo alternativo de generación de gradientes y demostrando que los resultados con ambos son coherentes.

Hemos analizado la influencia que tiene sobre $\varepsilon_a(x)$ la presencia de una tapa en la cavidad y lo hemos comparado con el efecto de la reducción del diámetro (o de forma equivalente, el aumento de la longitud) interno. El efecto de la emisividad intrínseca ε' de la tapa se ha estudiado en esta cavidad para valores entre 0.4 y 0.9, concluyéndose que no tiene una influencia significativa.

Como se ha demostrado (y es apuntado por diversos autores) en aplicaciones de termometría de radiación en las que el FOV puede cubrir zonas extensas del fondo de la cavidad, salvo que se pueda efectuar un control preciso del gradiente de temperatura (caso ideal) es preferible trabajar con un diámetro grande y cavidad con tapa.

Si el control del gradiente es posible puede utilizarse también la radiación generada en puntos de la pared lateral del cuerpo negro, permitiendo así la medida con termómetros de FOV más extenso o la mejora en la caracterización de cámaras termográficas. Si no se tiene información (o es solo aproximada o limitada) del gradiente de temperatura, la utilización de radiación de zonas externas al fondo puede dar lugar a errores muy significativos aún en presencia de pequeños gradientes.

La discontinuidad de ε_a entre fondo y lateral de la cavidad cilíndrica no es evitable mediante modificación del gradiente. A medida que disminuye el diámetro interno D , la discontinuidad se hace cada vez más pequeña y el control del gradiente puede producir zonas extensas de emisividad efectiva uniforme que incluyan lateral y fondo, salvo alguna pequeña región muy cerca a este.

Los procedimientos utilizados exigen la investigación de diferentes restricciones que se aplican sobre la selección del conjunto de puntos en los que se uniformiza la emisividad efectiva, margen de temperatura permitida alrededor de T_{ref} , variación máxima de temperatura de radiación admitida, parámetros para la selección de gradientes aleatorios admisibles, etc. Todos ellos determinan el éxito del proceso y/o el tiempo de cálculo necesario para generar un número representativo de gradientes de temperatura.

Los cálculos de ε^c para los que se necesita conocer la función $\varepsilon_a(x)$ en los puntos de intersección del FOV con las paredes de la cavidad (especialmente en zonas no uniformes) serán realizados una vez desarrollemos el modelo en los capítulos 7 y 8 para cavidades cónicas y cilindro-cónicas. Se han presentado resultados para diferentes configuraciones (temperatura y longitud de onda), que pueden darse en las aplicaciones y se ha obtenido la función $\varepsilon_a(\lambda)$ necesaria para calcular la emisividad efectiva de banda.

CAPÍTULO 7. MODELO PARA EL CÁLCULO DE LA EMISIVIDAD EFECTIVA INTEGRADA EN CAVIDADES DE CUERPO NEGRO CÓNICAS PROVISTAS DE TAPA. DESARROLLO Y APLICACIONES

7.1 Desarrollo del modelo de cavidad cónica

Este capítulo incluye básicamente el artículo de la referencia [87], publicado a primeros de agosto de 2015 en la revista *Metrologia*. El anexo 3 reproduce la primera página del citado artículo.

7.1.1 Introducción

En el citado artículo se describe un modelo geométrico para el cálculo numérico por el método de Montecarlo y la técnica del BRT de la emisividad efectiva integrada de cavidades de cuerpo negro cónicas isoterma, provistas de una tapa y con superficie difusa y distancias arbitrarias entre la cavidad y el detector.

En primer lugar se describe la geometría del problema y se calculan los perfiles de emisividad efectiva local semiesférica a lo largo de la generatriz del cono en diversas configuraciones. A continuación se procede a la validación del modelo a partir del estudio de la distribución de fotones reflejados dentro de la cavidad, (tal y como la proporciona el algoritmo de cálculo), comparándola con los valores teóricos calculados con los factores de forma en configuraciones propias de esta geometría. Posteriormente se comparan los valores calculados de emisividad efectiva local e integrada, con los publicados por diversos autores, poniendo de manifiesto las diferencias encontradas y demostrando la consistencia interna del modelo.

Se presta especial atención al cálculo de los factores de forma en cavidades de geometría cónica, para configuraciones en las que existe efecto de viñeteado sobre el detector, debido fundamentalmente a la obstrucción que produce la tapa de la cavidad. Los factores de forma de las zonas de penumbra se obtienen numéricamente mediante el método Montecarlo y los valores de emisividad efectiva integrada son calculados incluyendo un análisis de la incertidumbre.

El conocimiento preciso de la emisividad efectiva integrada ε^e (ecuación (4.26)) en las cavidades de cuerpo negro, es esencial en aplicaciones de termometría de radiación. En general ε^e depende de la emisividad efectiva local ε_a en las paredes de la cavidad y de la configuración (geométrica) del detector de radiación respecto al cuerpo negro [18]

Un detector posicionado delante de la apertura del cuerpo negro recibe radiación de una zona definida del interior de la cavidad, función de la distancia entre uno y otro, tamaño del detector y geometría de la cavidad. Se asume por lo general que el detector es circular y perpendicular al eje de la cavidad sin elementos ópticos intermedios [43,68,69].

La emisividad integrada se define *normal* si el detector se encuentra a distancia infinita o suficientemente lejos del cuerpo negro como para considerar que los rayos son paralelos al eje de la cavidad y *semiesférica* si se encuentra en el plano de la apertura. La situación más frecuente en las aplicaciones, es aquella en la que el detector se encuentra a una distancia intermedia. Esta configuración puede presentar dificultades añadidas para su resolución matemática, debido a posibles efectos de viñeteado [7] sobre la radiación que llega al detector, causados por diafragmas intermedios, tapa de la cavidad, etc. En estos casos es necesario un estudio detallado del efecto de la región de penumbra.

Son varios los trabajos en los que calculan los valores de emisividad efectiva local e integrada en cavidades cónicas [64,71]. Sin embargo, especialmente en el caso de emisividad integrada, la mayoría no indican la incertidumbre de los resultados y cuando lo hacen no dan información sobre el procedimiento seguido para su cálculo. Por otro lado existen discrepancias en los valores de ε^c cuando se comparan los resultados obtenidos por diferentes autores. Unas veces debido a que el efecto de viñeteado no se tiene en cuenta y se trata la zona de penumbra igual que el resto de la cavidad [62] y otras, como es puesto de manifiesto en [43], porque los factores de forma entre cavidad y detector (en presencia de diafragmas) no se calculan correctamente.

Definimos como antes un sistema particular de coordenadas y un conjunto de planos auxiliares para seguir la trayectoria de los fotones a través de las múltiples reflexiones que tienen lugar en el interior de la cavidad. En la geometría cónica, la determinación de los planos y su intersección con las paredes de la cavidad es más compleja.

Para validar el modelo se calculan trayectorias de fotones emitidos de forma difusa desde elementos de superficie de la tapa y dirigidos hacia secciones del cono y desde puntos de este hacia el detector.

Aplicando el método de Montecarlo calculamos experimentalmente los factores de forma entre pares de superficies del cono y detector y los comparamos con las expresiones analíticas tomadas de la bibliografía. Aplicamos el modelo a diversas configuraciones de cavidad y comparamos los resultados con los obtenidos y publicados por diversos autores.

El modelo de cavidad cónica no es muy utilizado en la práctica, sin embargo nos sirve como una primera generalización del modelo cilíndrico del capítulo anterior disponiendo además de un gran número de resultados publicados tanto de emisividad efectiva local como integrada con los que comparar.

Uno de los objetivos de este capítulo es el tratamiento riguroso del efecto que tiene el viñeteado sobre la emisividad efectiva integrada. Veremos que la presencia de una tapa, cuando el detector se encuentra a distancia finita de la cavidad, exige el cálculo de los factores de forma entre secciones del cono y la parte visible del detector (desde la cavidad) que no es obstaculizada por la tapa. Esta superficie no es de geometría sencilla por lo que recurrimos en este caso al cálculo numérico de los factores de forma aplicando el método de Montecarlo.

Como en el caso cilíndrico, el modelo supone reflexión difusa y en particular los resultados obtenidos para cavidad cónica se limitan a la configuración isoterma. La presencia o no de un gradiente de temperatura no afecta al desarrollo del modelo geométrico que es el principal objetivo de este apartado.

Será en el 7.2 donde se tratarán varias aplicaciones del modelo cónico. Concretamente se aplicará a cavidad no isoterma, se utilizará para la uniformización del perfil de emisividad efectiva y se hará una primera incursión en el cálculo de incertidumbre por el factor gradiente de temperatura, que posteriormente se generaliza en el capítulo 9.

7.1.2 Modelo geométrico

Como en el caso cilíndrico, para la determinación de las trayectorias de los fotones reflejados utilizamos la intersección de planos auxiliares con las paredes de la cavidad. En este caso las secciones resultantes no son rectangulares sino que tienen forma triangular y pueden ser incluso algo más complejas, con fronteras de forma hiperbólica, como veremos más adelante.

En general una cavidad cónica provista de tapa viene determinada por tres parámetros: el ángulo del cono Ω , la longitud de la generatriz G (o la profundidad del cono H) y la apertura $Aper$. Si la cavidad no tiene tapa solo es necesario especificar Ω . Siguiendo el proceso habitual, la geometría de los rayos (trayectorias de fotones) que se reflejan desde un punto sobre la generatriz del cono, a distancia x del vértice, se describe en detalle en la figura 7.1.

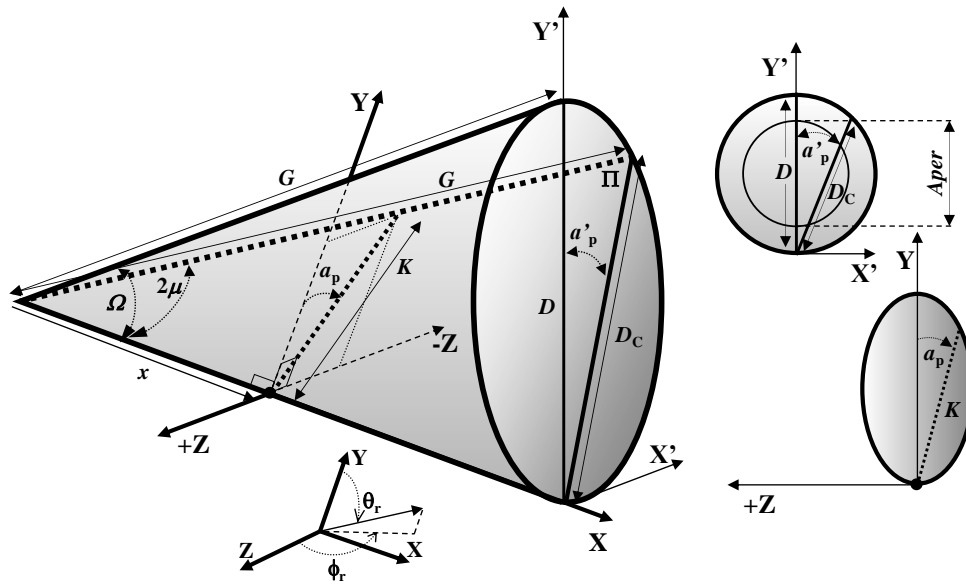


Figura 7.1. Esquema detallado de la geometría planos y sistemas de coordenadas, que utilizamos en el modelo cónico para el cálculo de las trayectorias de los fotones reflejados

Come se ve en la figura, el plano Π se genera a partir del ángulo aleatorio a_p (entre $-\pi/2$ y $+\pi/2$) respecto al eje Y del sistema de coordenadas XYZ , coincidiendo el eje X con la generatriz G y siendo Y perpendicular a esta. Aplicando relaciones trigonométricas, se llega a la determinación de la intersección de ese plano con el cono, formando un triángulo con dos lados de longitud igual a G y el otro de longitud D_c en la base, con ángulo 2μ en el vértice.

En la parte superior derecha de la figura se observa la tapa de la cavidad y el segmento D_c , intersección del plano Π con la tapa, formando un ángulo a_p' (función de a_p) con el eje Y' . En la parte inferior derecha se muestra la intersección del plano YZ con el cono, formando una sección elíptica en el caso $\Omega < \pi/2$, hiperbólica para $\Omega > \pi/2$ y parabólica para $\Omega = \pi/2$ [88]

En cualquiera de los tres casos, utilizando las ecuaciones que describen cada una de estas secciones, calculamos la longitud del segmento K de la figura y a partir de esta, el ángulo $\mu = (1/2)\arctan(K/x)$ y el lado $D_c = 2G\text{sen}(\mu)$, y queda definido completamente el triángulo de la figura 7.2 por donde el fotón va a desplazarse después de su reflexión en x .

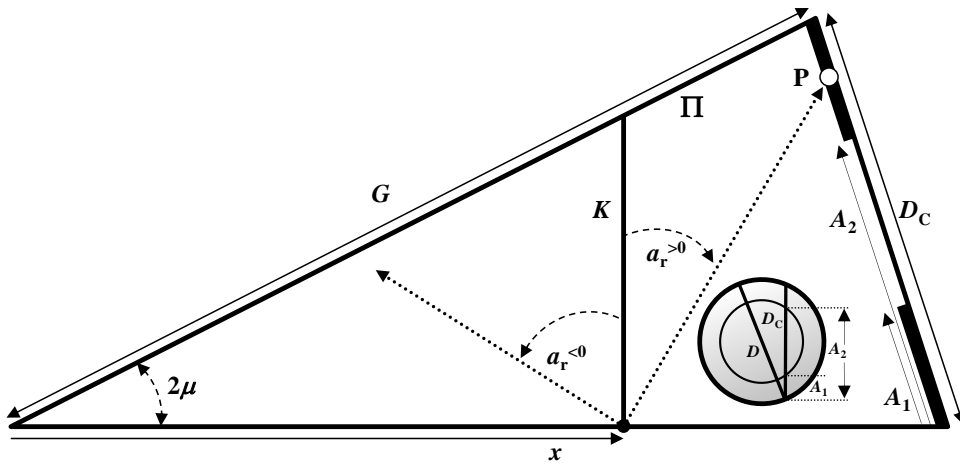


Figura 7.2. Plano Π por el que se propagan los fotones reflejados desde x , hacia otros puntos del cono, tapa o exterior de la cavidad

El segundo ángulo aleatorio a_r (entre $-\pi/2$ y $+\pi/2$) determina la dirección respecto al eje de referencia definido por el segmento **K**. Tanto este ángulo como el anterior a_p están relacionados con los ángulos en coordenadas polares, según las ecuaciones (6.1) y (6.2) y estos a su vez (para definir la dirección de reflexión difusa) se expresan en función de las variables aleatorias uniformes como hemos visto en el apartado 6.1.1.

En las figuras 7.1 y 7.2 podemos ver que la intersección del plano Π con la apertura, determina dos puntos a distancias A_1 y A_2 (como en la figura 6.4) desde el borde inferior del cono. Estos puntos delimitan la región (en el sistema de referencia $X'Y'$) por la que el fotón puede salir de la cavidad o por el contrario golpear la tapa.

Con ayuda de la figura 7.2 establecemos las relaciones trigonométricas que satisfacen las trayectorias aleatorias de los fotones dentro del plano de referencia. Si el fotón impacta en la zona fuera del segmento de longitud A_2-A_1 se absorberá o reflejara en el plano de la apertura, volviendo al interior del cono. En este caso, la geometría que utilizamos para la determinación del plano de referencia aleatorio por el cual viajará el fotón reflejado, es similar a la utilizada en la figura 6.4 para la cavidad cilíndrica. Sin embargo, en este caso el plano intersecciona la cavidad cónica formando una figura más compleja que la rectangular. Desde la apertura del cono, el plano aleatorio de referencia que delimita la trayectoria del fotón reflejado es perpendicular a la base, por lo que su intersección con el cono define una superficie de contorno hiperbólico. En la figura 7.3 derecha puede observarse la sección así definida y las posibles trayectorias del fotón reflejado desde el punto **P** en la apertura, mientras que a la izquierda la figura representa el plano de la tapa.

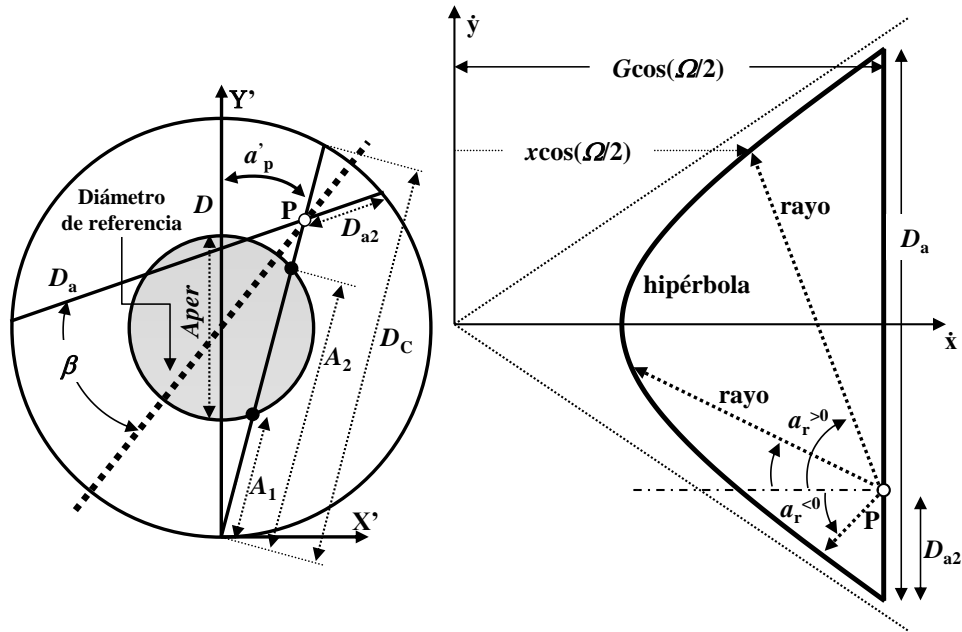


Figura 7.3. Geometría para el establecimiento de las trayectorias de fotones reflejados desde la tapa, hacia el interior del cono

La dirección aleatoria que define la trayectoria de los fotones desde la tapa viene dada en este caso por el par de ángulos $\{\beta, a_r\}$ y por las ecuaciones (6.9) y (6.10)

A partir de la posición del punto **P** en la apertura y del ángulo aleatorio β respecto al diámetro de referencia arbitrario, queda definido el segmento de longitud D_a y con él la ecuación de la hipérbola. Según la figura anterior, una fotón reflejado en la tapa puede intersectar la hipérbola en un punto situado a distancia $x \cos(\Omega/2)$. En este caso x es la distancia desde el vértice del cono a lo largo de la generatriz y la intersección es calculada a partir de las ecuaciones de la recta que define el rayo y de la ecuación de la hipérbola, ambos en el sistema de coordenadas $\hat{x}\hat{y}$ de la figura. Con el nuevo punto de impacto x , el proceso de reflexión puede continuar hasta que el fotón es absorbido o sale de la cavidad por la apertura.

7.1.3 Emisividad efectiva integrada

La emisividad efectiva integrada (ver apartado 4.2.5) ε^c depende de la emisividad efectiva local ε_a en las paredes de la cavidad, del radio del detector r_2 y de la distancia de este a la cavidad H_d (ver nomenclatura en el apartado 4.3.2) Para una cavidad difusa y detector de radiación **D**, vimos en 4.2.5 que se expresa por:

$$\varepsilon^c = \frac{\iint_{S'} \varepsilon_a(\vec{r}) F_{dA(\vec{r}) \rightarrow D} dA(\vec{r})}{\iint_{S'} F_{dA(\vec{r}) \rightarrow D} dA(\vec{r})} \quad (7.1)$$

La integral se extiende sobre la parte de la cavidad (superficie S') cuya radiación alcanza el detector sin ser interceptada por obstáculo alguno. El elemento dA es el área diferencial en la superficie de la cavidad en el punto \vec{r} y F el factor de forma entre dicho elemento de área y el detector D . En este caso, al tratarse de una cavidad cónica y por tanto con un eje de simetría, teniendo en cuenta además la configuración geométrica entre cono y detector, la emisividad efectiva local es función solo de la distancia x desde el vértice a lo largo de la generatriz de longitud G , demostrándose fácilmente que:

$$\varepsilon^c = \frac{\int_0^{x_{lim_2}} x \varepsilon_a(x) F_{dSC \rightarrow D} dx}{\int_0^{x_{lim_2}} x F_{dSC \rightarrow D} dx} \quad (7.2)$$

donde $F_{dSC \rightarrow D}$ función de x , es el factor de forma entre una sección coaxial diferencial del cono dSC de radio r_1 y el detector D de radio r_2 situado a distancia H_d de la apertura. En la figura 7.4 se muestra en detalle la geometría y las variables utilizadas en el cálculo.

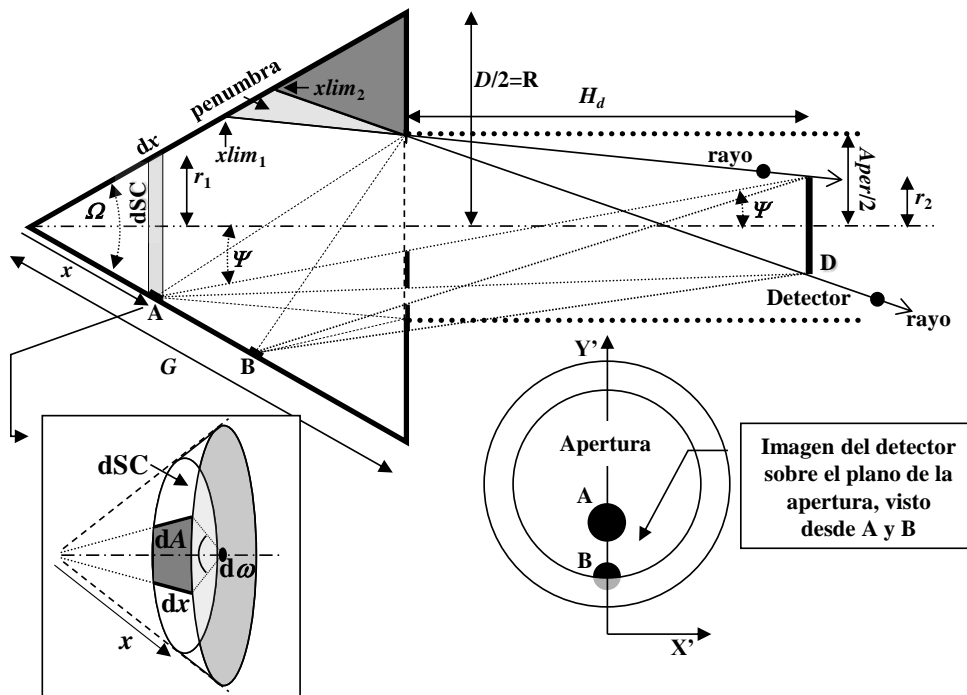


Figura 7.4. Esquema del sistema cavidad-detector, para análisis del efecto de viñeteado producido por la tapa de la cavidad en el cálculo de ε . Se muestra la región de penumbra (zona parcialmente visible por la totalidad detector) sobre la generatriz del cono

Como se ve en la figura, el límite superior $xlim_2$ delimita la zona de penumbra a partir de la cual no llega radiación al detector. El intervalo $(xlim_1, xlim_2)$ depende del radio del detector, su distancia a la cavidad y la localización y tamaño de los diafragmas (en nuestro caso la tapa de la cavidad) que limitan la extensión de los haces de rayos que alcanzan el detector. En la parte inferior derecha de la figura se muestra la imagen del detector sobre el plano de la apertura tal y como es visto desde los puntos A y B. Desde A la totalidad del disco **D** es visible, mientras que desde B (perteneciente a la zona de penumbra) solamente lo es aproximadamente la mitad. En casos como este recurriremos al método de Montecarlo para el cálculo numérico de los factores de forma correspondientes.

Si el detector se encuentra a distancia infinita de la cavidad o lo suficientemente alejado como para considerar que los rayos son paralelos al eje, (emisividad efectiva integrada normal ε_n^c), se deduce inmediatamente de (7.2), la expresión:

$$\varepsilon_n^c = \frac{2 \int_0^{xlim_1} x \varepsilon_a(x) dx}{xlim_1^2} \quad (7.3)$$

En este caso $xlim_1=xlim_2$ y como se deduce de la figura 7.4, es la longitud de la proyección del radio de la apertura sobre la generatriz del cono en dirección del eje de la cavidad.

Para puntos $x < xlim_1$, el factor de forma entre el elemento de superficie interior al cono dSC y un disco **D**, estando ambos a distancia perpendicular h , viene dado por la expresión [5]:

$$F_{dSC \rightarrow D} = \frac{1}{2R_1} \left(\frac{YZ + 2R_2^2 R_1 \sin(\Omega/2)}{\sqrt{(Y^2 - 4R_1^2 R_2^2)}} - Z \right) \quad (7.4)$$

donde $R_1=r_1/h$, $R_2=r_2/h$, $Y=1+R_1^2+R_2^2$, $Z=(\cos(\Omega/2)-R_1 \sin(\Omega/2))$, r_1 es el radio de la sección del cono, r_2 es el radio del disco (detector en este caso) y h es la distancia perpendicular entre dSC y **D**, es decir $H_d+[(G-x)\cos(\Omega/2)]$.

En el caso de secciones del cono dentro de la zona de penumbra, respecto de las cuales parte del detector se encuentra oculto, no se han encontrado expresiones analíticas para los factores de forma y recurrimos a una estimación numérica de su valor.

Para calcularlos se emiten fotones de forma difusa desde cada elemento de superficie dA (que en total $\sum dA$, forman la sección coaxial dSC como se ve en la figura 7.4 inferior izquierda) aplicando para el cálculo de sus trayectorias el modelo geométrico de apartado 7.1.2. Los fotones que alcanzan el detector **D** serán aquellos que pasen por su proyección en el plano de la apertura. Esta proyección se define en la dirección entre **D** y el punto de emisión (A o B en la figura) y en el ángulo sólido subtendido por **D** desde este punto. Para una configuración de cavidad determinada

(en función del punto x donde se sitúe dA), la posición y área de la proyección del detector sobre la apertura se calcula por métodos trigonométricos a partir de la figura 7.4. Una vez calculado el número los fotones que llegan a \mathbf{D} desde dA ($N_{dA \rightarrow D}$), del total emitido ($N_{dA \rightarrow}$), el factor de forma que buscamos es simplemente:

$$F_{dSC \rightarrow D} = \frac{\sum_{dA} N_{dA \rightarrow D}}{\sum_{dA} N_{dA \rightarrow}} \quad (7.5)$$

Las sumas se extienden sobre todos los puntos que forman la sección del cono. Como veremos más adelante, para validar el procedimiento de cálculo de los factores de forma se demostrará que los calculados con (7.5) coinciden con los de (7.4) para puntos fuera de la zona de penumbra, $x < x_{lim1}$.

Para la determinación de la emisividad efectiva integrada con (7.2), una vez calculado el perfil de emisividad efectiva local en los puntos de la generatriz del cono entre el vértice $x=0$ y la base $x=G$, así como los factores de forma en puntos de la zona de penumbra, se procede a su ajuste por mínimos cuadrados mediante funciones polinómicas de grado 6. Tanto para $\varepsilon_a(x)$ como para $F(x)$ dividimos su dominio respectivo en dos regiones, seleccionadas por el algoritmo de cálculo para minimizar el residuo máximo que se obtiene a partir de los ajustes polinómicos realizados. Las dos regiones de ajuste son diferentes para cada conjuración de cavidad y detector y quedan definidas por:

$$\varepsilon_a(x) = \begin{cases} p_6^1(x) \rightarrow 0 \leq x \leq x_\varepsilon \\ p_6^2(x) \rightarrow x_\varepsilon < x \leq x_{lim2} \end{cases} \quad (7.6)$$

$$F(x) = \begin{cases} q_6^1(x) \rightarrow x_{lim1} \leq x \leq x_F \\ q_6^2(x) \rightarrow x_F < x \leq x_{lim2} \end{cases} \quad (7.7)$$

siendo x_ε y x_F los límites calculados para las regiones de ajuste óptimo de la emisividad efectiva local y factor de forma respectivamente y $p_6^{1,2}(x)$ y $q_6^{1,2}(x)$ los polinomios.

7.1.4 Incertidumbre

No es habitual encontrar resultados de incertidumbre de la emisividad efectiva local o integrada en los trabajos publicados y cuando los hay no suele indicarse el método utilizado para su obtención. Por otro lado, la validación y comparación del modelo con la teoría o con resultados de otros autores solo es significativa si los resultados obtenidos vienen acompañados de su

incertidumbre. Para ellos seguimos en líneas generales las recomendaciones de la GUM [78] para su cálculo y expresión.

Los valores obtenidos en la estimación de Montecarlo de la emisividad efectiva local en un punto, calculada como fracción de fotones que abandonan la cavidad, del total que son lanzados hacia dicho punto en una dirección determinada, siguen una distribución binomial [20,22,28]. En una cavidad isoterma, siendo p la probabilidad de que un fotón lanzado hacia la cavidad sea absorbido en algún punto interior después de un número indeterminado de reflexiones, se cumple:

$$\varepsilon_a \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{\rightarrow}}{N} = p \quad (7.8)$$

En la ecuación anterior, N_{\rightarrow} es el número de fotones absorbidos por la cavidad y N el número de fotones lanzados. De acuerdo con la distribución binomial, la desviación estándar de la variable aleatoria N_{\rightarrow} es: $\sigma(N_{\rightarrow}) = \sqrt{Np(1-p)}$ y su valor medio: $\langle N_{\rightarrow} \rangle = Np$ por lo tanto el modelo estadístico que calcula ε_a por el método de Montecarlo (ver 3.1.2) es: $\varepsilon_a = \langle \frac{N_{\rightarrow}}{N} \rangle$

Entonces la incertidumbre asociada al método es: $\sigma(\frac{N_{\rightarrow}}{N}) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$ y para N grande podemos sustituir p por ε_a según (7.8), por lo que finalmente se tiene:

$$\sigma(\varepsilon_a) \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_a(1-\varepsilon_a)}{N}} \quad (7.9)$$

Para calcular la incertidumbre de la emisividad efectiva integrada ε^c utilizamos diferentes combinaciones de funciones obtenidas por ajuste de la emisividad efectiva local y los factores de forma. Estos se consideran sin incertidumbre cuando se utilizan las expresiones analíticas en los puntos fuera de la zona de penumbra, como en el caso normal y semiesférico. Para las dos magnitudes calculamos 10 ajustes polinómicos dobles (ver apartado 7.1.3) a partir de los puntos $\{\varepsilon_a(x_k)\}$ y $\{F(x_j)\}$, con $k=1, \dots, 30$ puntos a lo largo de la generatriz del cono y $j=1, \dots, 20$ puntos en la zona de penumbra. Se calcula entonces la emisividad efectiva integrada para cada una de las combinaciones, obteniendo así 100 valores con los cuales estimar en una primera aproximación la distribución de la magnitud ε^c , su valor medio y su desviación típica. Como factor de influencia consideramos únicamente el efecto de la dispersión de Montecarlo que afecta tanto a $\varepsilon_a(x)$ como a $F(x)$ cuando estos factores se calculan numéricamente.

Evaluamos a continuación dos generadores de números pseudoaleatorios para comprobar su idoneidad en base a la ecuación (7.9). Aunque el algoritmo numérico que implementa el modelo

geométrico se ha programado en lenguaje VBA [77], hemos comparado el generador estándar de este lenguaje dado por la función RND, con el generador mejorado de Wichmann-Hill (WH) (programado en VBA) que es el recomendado en [32]. Para compararlos se ha calculado con cada uno de ellos una muestra de 10 valores de emisividad efectiva local en el punto medio de la generatriz, en dos cavidades cónicas con tapa de diferente geometría y emisividad intrínseca. Los resultados se muestran en la figura 7.5 para ambas configuraciones. Se representa la desviación típica experimental calculada con cada generador, la obtenida aplicando la ecuación (7.9) (MC) y la diferencia (WH-RND) de los valores medios de ε_a (en el eje de ordenadas a la derecha), todo en función del número de pruebas N y en escala logarítmica.

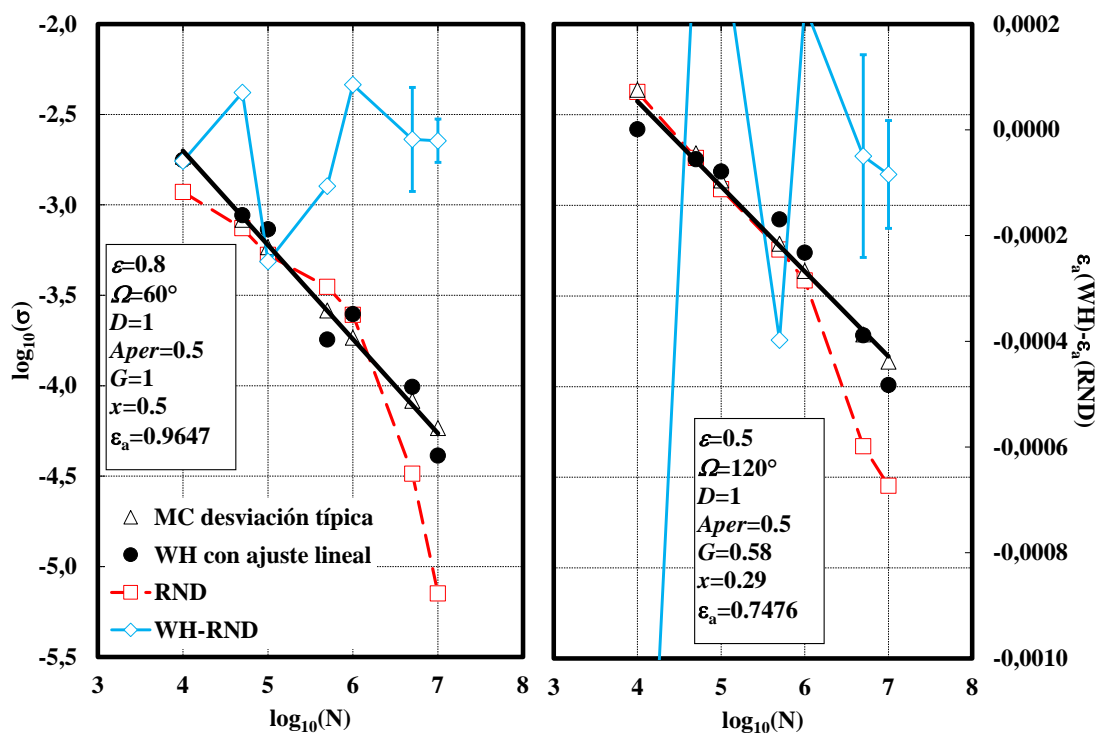


Figura 7.5. Desviación típica proporcionada por el modelo (calculada con 10 valores), utilizando los generadores de números pseudoaleatorios RND y WH, comparados con el comportamiento esperado según el método de Montecarlo (MC), en dos configuraciones de cavidad cónica

Se observa claramente que a partir de un número de pruebas N en torno a 10^6 , la desviación típica para RND se separa claramente del valor esperado MC, mientras que los valores obtenidos con el generador WH predicen correctamente el valor teórico. Por otra parte, los valores medios calculados con ambos generadores, como se observa en el gráfico para $N=5 \cdot 10^6$ y $N=10^7$, son compatibles dentro de la desviación típica de los valores WH (representada por las barras de error), aunque no lo serían en general si se utiliza la desviación típica RND, que es más pequeña. Consideramos por tanto el generador WH como el más adecuado y lo hemos utilizado en general

para todas las geometrías en el cálculo de la emisividad efectiva y para la propagación de distribuciones en el cálculo de la incertidumbre cuando aplicamos Montecarlo [32].

7.1.5 Validación del modelo

La validación del modelo geométrico y algoritmo de cálculo se ha llevado a cabo evitando en lo posible la comparación directa con resultados de otros autores, especialmente para emisividad efectiva integrada donde no siempre hay acuerdo entre los resultados publicados, como veremos más adelante. El método seguido consiste en calcular experimentalmente los factores de forma entre superficies del cono, tapa y detector, a partir de las ecuaciones que describen las trayectorias utilizando el modelo geométrico del apartado 7.1.2. Los factores de forma experimentales son entonces comparados con las expresiones teóricas tomadas de la bibliografía [5]. Una vez validado el modelo por este método, procedemos a su comparación con resultados publicados poniendo de manifiesto las diferencias encontradas y sus posibles causas.

Para la validación del cálculo de las trayectorias entre puntos del cono y tapa, se recurre a la determinación de los puntos del cono a los que pueden llegar los fotones cuando son reflejados desde la tapa. Para ello definimos un anillo **dring** de espesor diferencial, situado en la tapa entre el borde de la apertura y el borde de la base del cono, desde el que pueden reflejarse fotones hacia el interior. Las trayectorias aleatorias de estos fotones se calculan a partir del modelo geométrico lo cual nos permite obtener la fracción de estos que van a una superficie determinada del cono, del total que sale de la superficie, es decir el factor de forma experimental.

Como superficie blanco se toma una sección coaxial del cono de espesor finito **SC** (similar a **dSC** de la figura 7.4 pero en este caso no diferencial) entre dos puntos a distancia a_1 y a_2 desde el vértice a lo largo del eje del cono. El factor de forma [5] entre un anillo diferencial en la tapa y esta sección de cono, se calcula a partir del factor de forma entre el anillo y un disco coaxial finito **Disc**, y viene dado por la expresión:

$$F_{dring \rightarrow Disc} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R^2 - R'^2 + 1}{\sqrt{(R^2 + R'^2 + 1)^2 - 4R^2R'^2}} \right) \quad (7.10)$$

donde $R=r/a$, $R'=r'/a$, r es la distancia perpendicular entre el anillo **dring** y el eje del cono (radio del anillo), r' el radio del disco y a la distancia perpendicular entre ambas superficies.

Haciendo uso de las propiedades algebraicas de los factores de forma, es fácil demostrar que el factor de forma entre el anillo diferencial **dring** y la sección del cono, se obtiene a partir de la expresión:

$$F_{dring \rightarrow SC} = F_{dring \rightarrow Disc2} - F_{dring \rightarrow Disc1} \quad (7.11)$$

siendo **Disc1** y **Disc2** discos situados en los puntos a_1 y a_2 respectivamente. El cálculo se ha realizado para un cono $D=1$ y $Aper=0.5$ y un conjunto de ángulos Ω entre 15° y 175° . Se han considerado secciones del cono definidas por el intervalo (a_1, a_2) situadas a lo largo del eje y anillos de radio r entre $Aper/2$ y $D/2$.

Los resultados se muestran en la figura 7.6. Se han estudiado las diferencias respecto a los factores de forma teóricos para las siguientes configuraciones:

- en función del ángulo del cono, manteniendo el anillo diferencial de la apertura a distancia $r=0.8R$ del centro y la sección finita entre $0.45H$ y $0.55H$
- en función de la posición de la sección finita a lo largo del eje dada por la posición del primer punto a_1 manteniendo fijo $(a_2-a_1)=0.1H$, $\Omega=60^\circ$ y $r=0.9R$
- en función de la distancia del anillo diferencial respecto al centro de la apertura del cono para $\Omega=60^\circ$ y situada la sección finita entre $0.5H$ y $0.6H$

Las barras de error representan la desviación típica calculada con la ecuación (7.9), sustituyendo ε_a por F , para $N=5 \cdot 10^7$ pruebas. Los resultados muestran diferencias muy pequeñas comparadas con la desviación típica, demostrando así que el modelo predice correctamente los factores de forma.

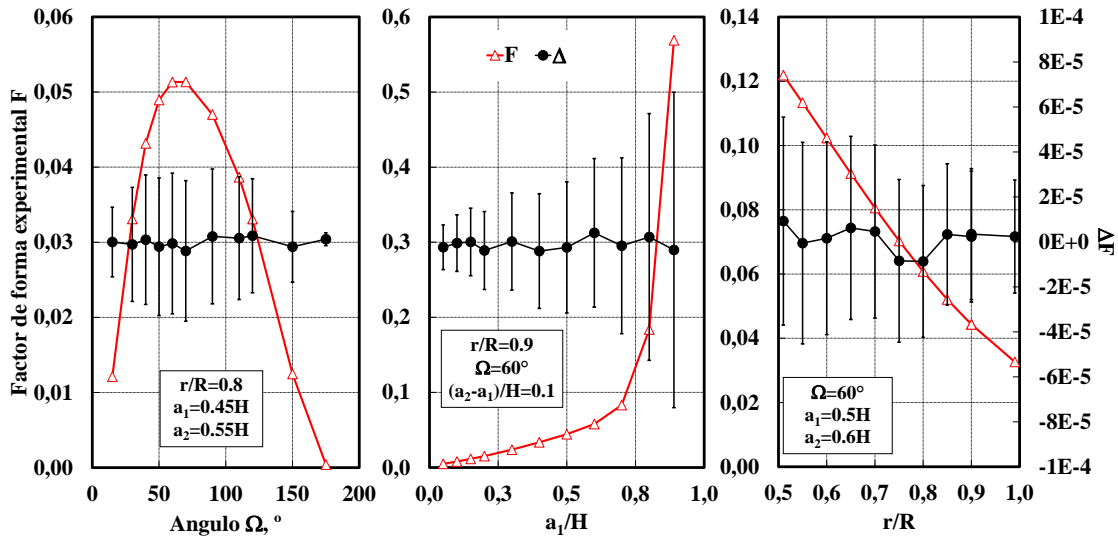


Figura 7.6. Valores experimentales de los factores de forma (F), entre un anillo diferencial a distancia radial r desde el centro de la apertura y un anillo coaxial finito en el cono, situado entre los puntos a_1 y a_2 respecto al vértice. Se representa como una función de Ω , a_1 y r junto con la diferencia ΔF respecto a los valores teóricos (el eje de ordenadas a la derecha es común a todos los gráficos). La cavidad cónica viene dada por $D=1$ y $Aper=0.5$ y H es la longitud del eje

La validación del modelo en la parte que determina la trayectoria de los fotones desde las paredes del cono hacia la tapa y el exterior, se realiza de forma muy general suponiendo la existencia de un detector circular coaxial a distancia H_d de la apertura, tal y como se precisa para la determinación de la emisividad efectiva integrada (figura 7.4). Para una cavidad con $\Omega=60^\circ$, $D=1$, $Aper=0.5$ y detector de radio $r_2=0.25$, situado a distancia $H_d=0.5$, se han calculado los factores de forma experimentales. En la Figura 7.7 izquierda se muestran los resultados, donde junto al valor numérico calculado se representa el teórico dado por la ecuación (7.4) y la diferencia entre ambos $\Delta F = F_{teórico} - F_{experimental}$. Las barras de error se calculan aplicando la ecuación (7.9) para factores de forma, con $N=5 \cdot 10^7$. El acuerdo es de nuevo excelente para puntos $0 \leq x \leq xlim_1$ donde no existe viñeteado a causa de la tapa. Entre $xlim_1$ y $xlim_2$ los factores de forma pueden seguir aumentando un poco si la densidad de fotones sobre la apertura es mayor en la zona del borde a medida que el punto x se acerca a ella. Sin embargo, al ir desapareciendo la imagen del detector tal como se ve desde x , el factor de forma termina decreciendo rápidamente hasta hacerse cero a partir de $xlim_2$. En la figura 7.7 derecha se representa sobre los ejes X' e Y' (figura 7.1) la distribución (generada por el modelo) de 7000 fotones lanzados sobre la apertura desde un punto de emisión situado a distancia $x=0.7$ del vértice para la cavidad definida anteriormente con $G=1$ y zona de penumbra $(xlim_1, xlim_2)=(0.5, 0.817)$

Se observa claramente que en la parte inferior de la apertura la densidad de impactos es mayor que en la parte superior. Solo se ha representado la mitad de la apertura ya que la distribución es simétrica respecto al eje vertical.

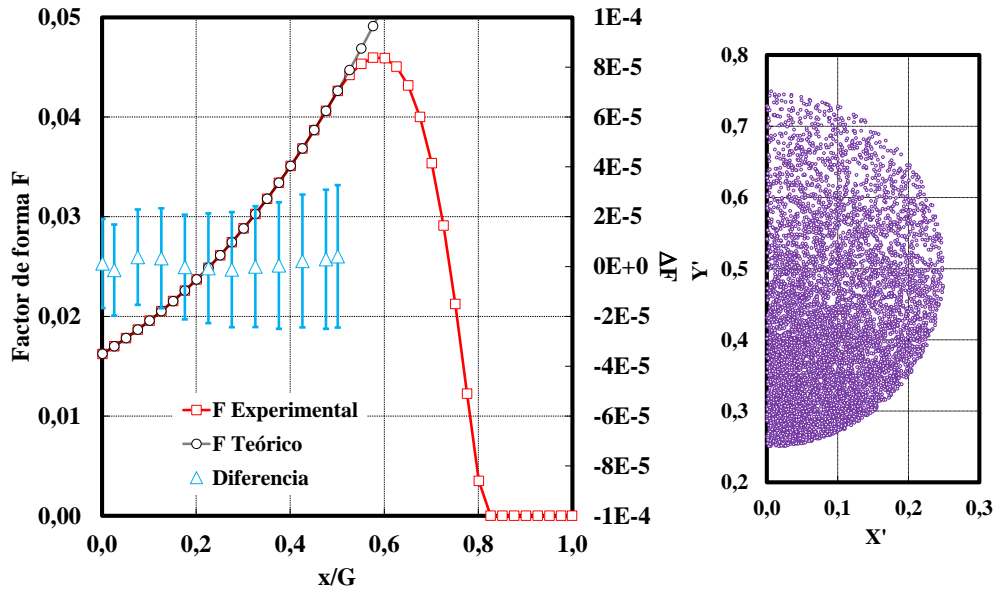


Figura 7.7. Izquierda, factores de forma entre una sección coaxial diferencial del cono y el detector (F Experimental), comparados con los valores teóricos fuera de la zona de penumbra (F Teórico). Derecha, distribución de fotones sobre la apertura, emitidos desde un punto determinado del interior de la cavidad para la configuración definida en el texto

7.1.6 Resultados de emisividad efectiva local

En este apartado se utiliza el modelo para calcular la emisividad efectiva local y se comparan los resultados obtenidos con los de varias referencias. En el apartado 5.3 se da una descripción de los trabajos publicados utilizados. Para la comparación de los resultados de $\varepsilon_a(x)$ en puntos de la generatriz del cono hemos utilizado el trabajo de Ohwada [64]

Los parámetros que definen la cavidad en este caso son: $\varepsilon=0.50$ y 0.75 , diámetro $D=2$, tapa con apertura $A_{per}=1$ y el conjunto de ángulos $\Omega \{120^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 7.5^\circ\}$. Se calcula la emisividad efectiva en puntos situados a distancia del vértice x , tal que x/G toma los valores $0.10, 0.25$ y 0.50 . En la figura 7.8 se representa la diferencia entre los resultados de nuestro modelo y los de la referencia en función de tres variables: la emisividad efectiva calculada, la emisividad intrínseca y la posición del punto en el cono.

En la figura se representa la incertidumbre expandida ($k=2$) de la diferencia, que se calcula mediante:

$$U(\Delta\varepsilon_a)_{k=2} = 2 \sqrt{s^2 + \left(\frac{\sigma_{oh}}{\sqrt{3}}\right)^2} \tag{7.12}$$

En esta expresión se utiliza para s la desviación típica experimental calculada a partir de valores independientes obtenidos ejecutando el algoritmo de cálculo 10 veces en cada configuración de cavidad (y comprobando que se cumple la ecuación (7.9)) y σ_{oh} es la incertidumbre en el último dígito significativo tal y como se indica en los resultados de la referencia, considerando en este caso una contribución con distribución rectangular. Los resultados son en general muy compatibles dentro de la incertidumbre expandida.

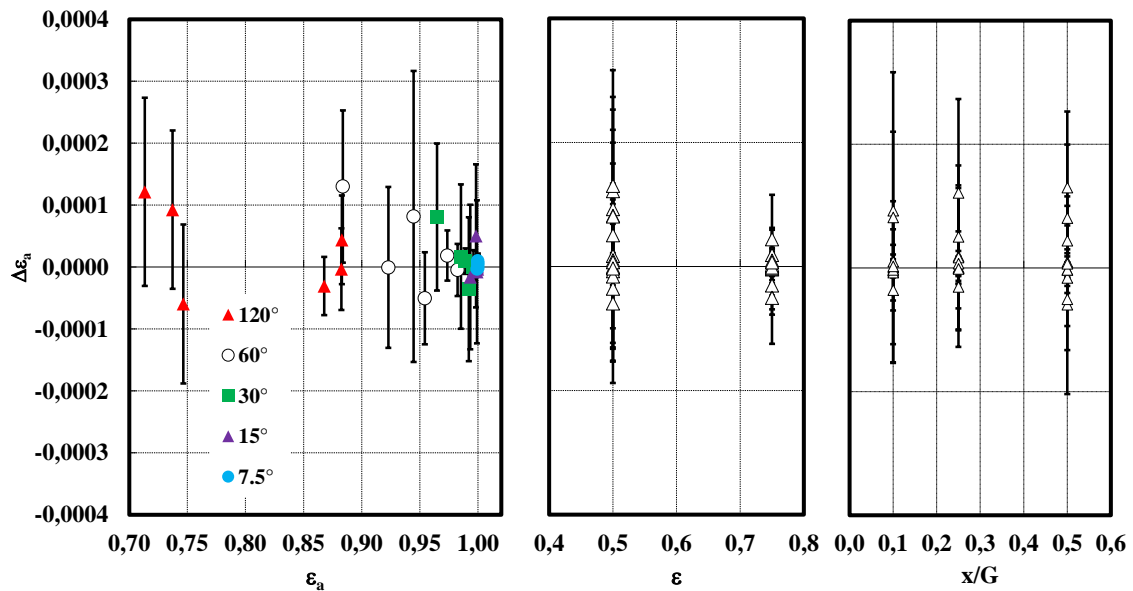


Figura 7.8. Diferencia $\Delta\varepsilon_a$ entre los resultados del modelo y los de Ohwada [64], para diferentes ángulos de cavidad, en función de: emisividad intrínseca, emisividad efectiva y distancia al vértice

Suponiendo distribución normal para la variable ε_a en nuestro modelo y rectangular en el caso de los valores dados por Ohwada, hemos recurrido además al método de Montecarlo para la propagación de distribuciones (según las recomendaciones de [32]) y hemos obtenido la distribución de la magnitud $\Delta\varepsilon_a = \varepsilon_a(\text{Ohwada}) - \varepsilon_a(\text{modelo})$. Para los valores ε_a (calculados con el modelo) del conjunto $\{0,73731, 0,94462, 0,99214, 0,99911\}$ y asumiendo una probabilidad de cobertura del 95%, se han calculado intervalos de cobertura simétricos alrededor del valor medio. Los resultados muestran que la aproximación (7.12) es razonable, proporcionando en todo caso

incertidumbres ligeramente mayores que las calculados con el método de Montecarlo. En la figura 7.9 se muestran como ejemplo, las distribuciones (FDP) de $\Delta\varepsilon_a$ correspondientes a los valores $\varepsilon_a=0.73731$ ($s=0,00003$) y $\varepsilon_a=0.99214$ ($s=0,00001$) siendo $\sigma_{oh}=0.0001$, generadas a partir de 10^6 valores simulados.

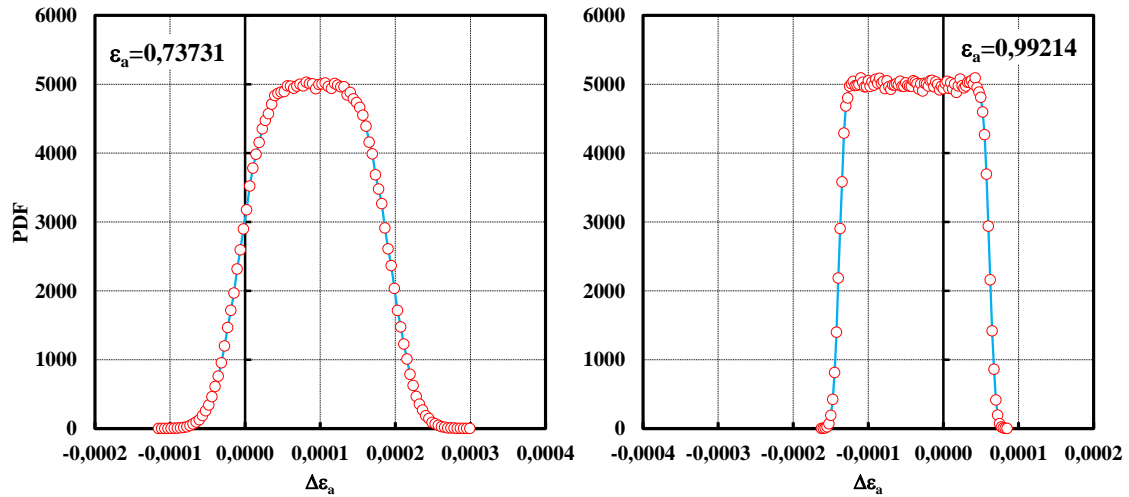


Figura 7.9. Ejemplos de FDP de la variable $\Delta\varepsilon_a$, calculadas aplicando el método de Montecarlo para propagación de distribuciones

Para finalizar la comparación con los resultados de Ohwada verificamos, como hace este autor, la ecuación de Kelly [89], que calcula de forma analítica la emisividad efectiva en el vértice de una cavidad cónica difusa y sin tapa en función de ε y Ω :

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon}{\left(\varepsilon + (1 - \varepsilon) \text{sen}^3 \left(\frac{\Omega}{2} \right) \right)} \tag{7.13}$$

Para ello, al igual que Ohwada tomamos $\varepsilon=0.5$ y $\Omega=30^\circ$ y calculamos $\varepsilon_a(x)$ en puntos muy próximos al vértice. En la figura 7.10 se demuestra que en el límite $x \rightarrow 0$ los valores del modelo se aproximan a los que predice la ecuación anterior dentro de la incertidumbre. Las barras de error representan la desviación típica calculada con la ecuación (7.9)

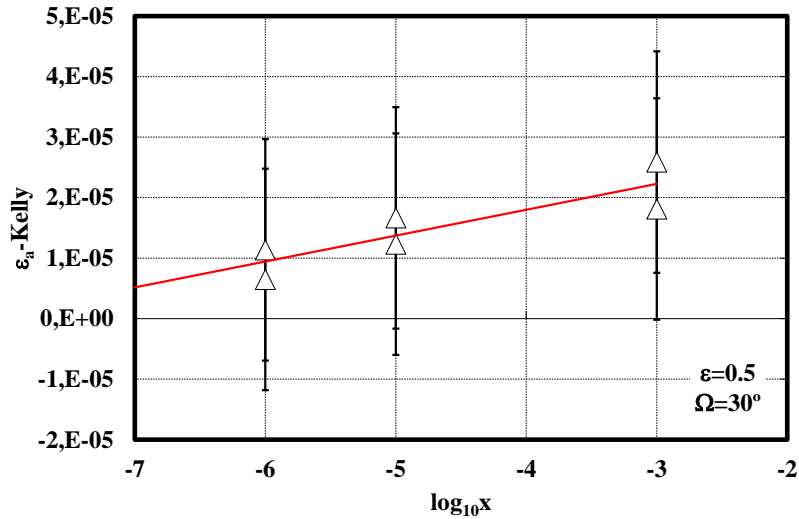


Figura 7.10. Comparación de los valores del modelo con la ecuación de Kelly, para la emisividad efectiva en el vértice de una cavidad cónica sin tapa

La comparación de nuestro modelo con los resultados de Bedford y Ma [18,62] (ver apartado 5.3 para detalles) se realiza de forma cualitativa, ya que los autores no aportan datos numéricos. En la figura 7.11 se muestran los resultados del modelo para $N=10^6$ en función de la distancia axial normalizada desde el vértice: $x\cos(\Omega/2)/H$. De la comparación gráfica se deduce que los resultados de ambos modelos son similares.

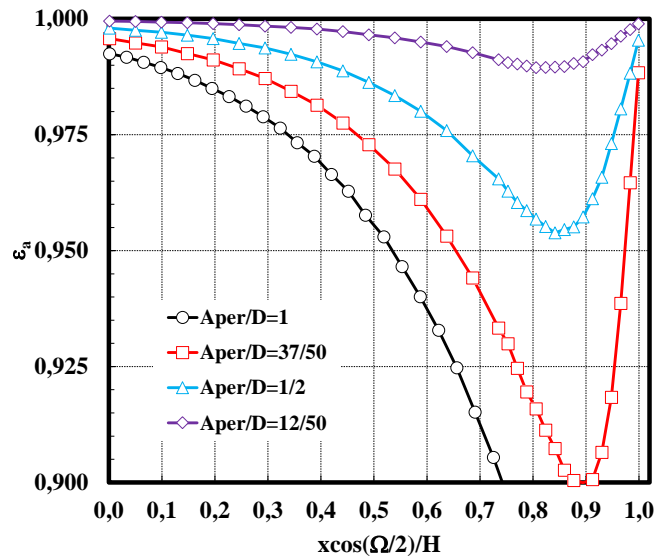


Figura 7.11. Emisividad efectiva local para una cavidad cónica con tapa $\varepsilon=0.7$ y $\Omega=30^\circ$, en función de la distancia axial al vértice y diferentes relaciones $Aper/D$

7.1.7 Resultados de emisividad efectiva integrada

En este caso se utiliza de nuevo el trabajo de Bedford y Ma [62]. Estos calculan la ε^c en una cavidad cónica isoterma con $\Omega=30^\circ$, $\varepsilon=0.7$, $A_{per}/D=1/2$, longitud del eje $H=1$ y un detector de radio $r_2=A_{per}/2$, situado a distancias H_d respecto a la apertura con valores: 0, R , $5R$ y $500R$.

Siendo $N=10^7$ el número de fotones lanzados, se obtienen 10 series de valores $\{\varepsilon_a(x_k)\}_{i=1\dots 10}$ con $k=1,\dots,30$ puntos a lo largo de la generatriz del cono, para el ajuste de la emisividad efectiva y el cálculo de su incertidumbre, tal como se describió en el apartado 7.1.3 y 7.1.4. Los resultados comparativos se resumen en la tabla 7.1.

Aper	H_d	ε^c [49]	ε^c Modelo	$U_{k=2}$	Diferencia
D/2	0 Semiesférica	0.9660	0.96588	0.00005	-0.00012
D/2	500R	0.9919	0.99193	0.00004	0.00003
D/2	R	0.9669	0.97153	0.00007	0.00463
D/2	5R	0.9833	0.98608	0.00006	0.00278

Tabla 7.1. Resultados de emisividad efectiva integrada, normal, semiesférica y para distancias intermedias: $H_d=R$ y $H_d=5R$, en una cavidad definida por: $\Omega=30^\circ$, $\varepsilon=0.7$, $A_{per}/D=1/2$, junto con los resultados de [62]

Solamente en los casos sin viñeteado, es decir emisividad normal y semiesférica, los resultados son compatibles. Dado que los de la referencia no vienen acompañados de incertidumbre, podemos suponer como en otros casos, un valor $\pm\Delta$, con $\Delta=0.0001$ (último dígito significativo). Chandos y Chandos [66] calculan la emisividad efectiva integrada normal y semiesférica en cavidades cónicas sin tapa en función del ángulo y de la emisividad intrínseca. Los resultados comparativos de ambos modelos para una cavidad con diámetro $D=1$, valores de emisividad intrínseca ε , 0.3, 0.7 y 0.9 y ángulos Ω , 14° , 45° , 90° y 120° , con $N=10^7$, se muestran en la figura 7.12. Se representa la diferencia entre ambos en función de la emisividad intrínseca. Hemos calculado la incertidumbre de ε^c para los valores de la configuración $(\Omega, \varepsilon)=(90^\circ, 0.3)$ normal y semiesférica. Los resultados junto con su incertidumbre expandida son: 0.37508 ± 0.00005 para semiesférica y 0.38110 ± 0.00004 para normal.

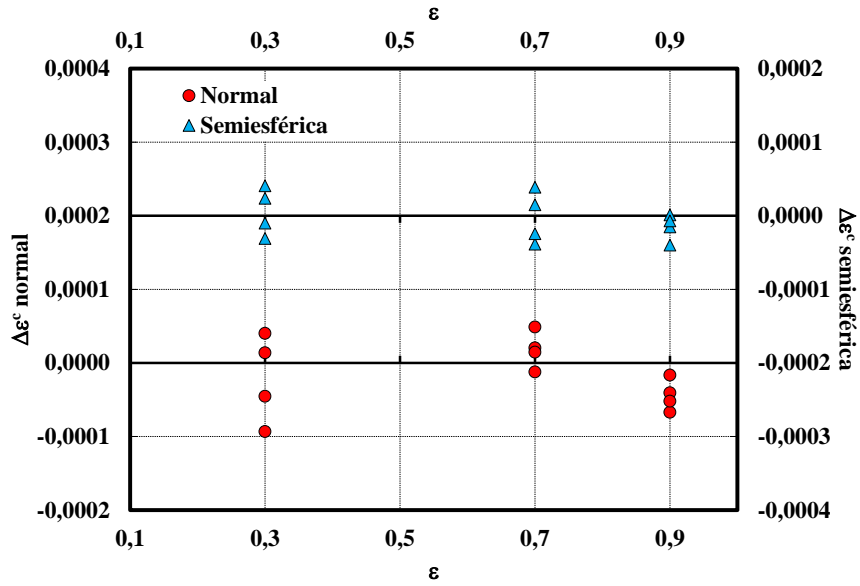


Figura 7.12. Diferencia $\Delta\varepsilon$ normal y semiesférica respecto a los resultados de [66], en cavidades sin tapa, definidas por $D=1$, valores ε : 0.3, 0.7 y 0.9 y Ω : 14° , 45° , 90° y 120° , en función de la emisividad intrínseca

Como en los casos anteriores, los autores no dan información sobre la incertidumbre. Puesto que sus valores vienen con cuatro cifras decimales, podemos hacer una estimación de la incertidumbre suponiendo $\Delta=0.0001$ y distribución rectangular. De esta manera los resultados son compatibles.

Ohwada [67] calcula la emisividad efectiva integrada de cavidades cónicas provistas de una tapa en función de la distancia al detector H_d . Como ya comentamos en el apartado 5.3, se pone de manifiesto la diferencia existente entre sus resultados y los de [68] debido al cálculo del efecto de la zona de penumbra para valores pequeños de H_d . La configuración de la cavidad estudiada es: $D=2$, $A_{per}=1$, $r_2=0.5$, $\Omega=30^\circ$ y $\varepsilon=0.7$. Los resultados se resumen en la tabla 7.2, donde se han indicado también los de la referencia [68] para la misma configuración de cavidad.

H_d	ε^c Ohwada [67]	$\pm\Delta$	ε^c [68]	ε^c Modelo	$U_{k=2}$	Diferencia Modelo-[67]
0	0.9662	0.0002	0.9659	0.96588	0.00005	-0.00032
2	0.9790	0.0004	0.9834	0.97835	0.00008	-0.00065
4	0.9851	0.0003	0.9876	0.98456	0.00006	-0.00054
8	0.9885	0.0002	0.9897	0.98826	0.00008	-0.00024
20	0.9907	0.0001	0.9909	0.99051	0.00006	-0.00019
80	0.9917	0.0001	0.9914	0.99156	0.00006	-0.00014
1000	0.9920	0.0001		0.99191	0.00004	-0.00009

Tabla 7.2. Emisividad efectiva integrada en función de H_d , para una cavidad definida por: $D=2$, $A_{per}=1$, $r_2=0.5$, $\Omega=30^\circ$ y $\varepsilon=0.7$, junto con los resultados equivalentes de [67] y [68]

El valor Δ es la incertidumbre de [67] tomada como los límites de una distribución rectangular alrededor del valor medio de la tabla. Aplicando el procedimiento de 7.1.4, en cada configuración de cavidad se determina la distribución de 100 valores ε^c , la FDP aproximada, su valor medio y desviación típica s . Para la incertidumbre expandida se toma un intervalo de cobertura simétrico alrededor del valor medio, con probabilidad de cobertura del 95%. En la figura 7.13 se muestran ejemplos de estas distribuciones (histogramas) para H_d 4 y 20, en términos de la frecuencia de aparición del suceso (valor de emisividad), considerando los 100 valores calculados.

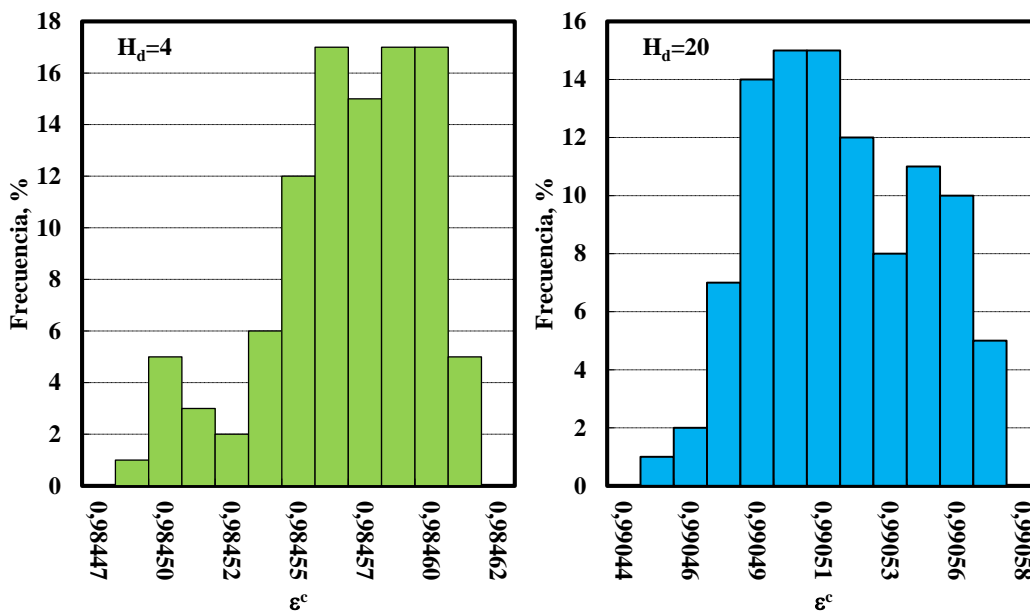


Figura 7.13. Histogramas correspondientes a las distribuciones de valores de ε^c calculados con el modelo, para distancias H_d (4 y 20) entre apertura y detector

Como se ve en la tabla 7.2, los resultados de nuestro modelo están en general mucho más próximos a los de [67] que a los de [68], salvo en el caso semiesférico, donde el acuerdo con esta última referencia es mejor, como lo es en comparación con [62] tal y como se ve en la tabla 7.1. Por último, un método complementario para la validación del modelo es analizar su consistencia, demostrando que en límite $H_d \rightarrow 0$, la función $\varepsilon^c(H_d)$ tiende al valor de ε^c semiesférica (obtenida con factores de forma calculados teóricamente con la ecuación (7.4)). Los resultados de este análisis, para la cavidad considerada anteriormente, se muestran en la figura 7.14.

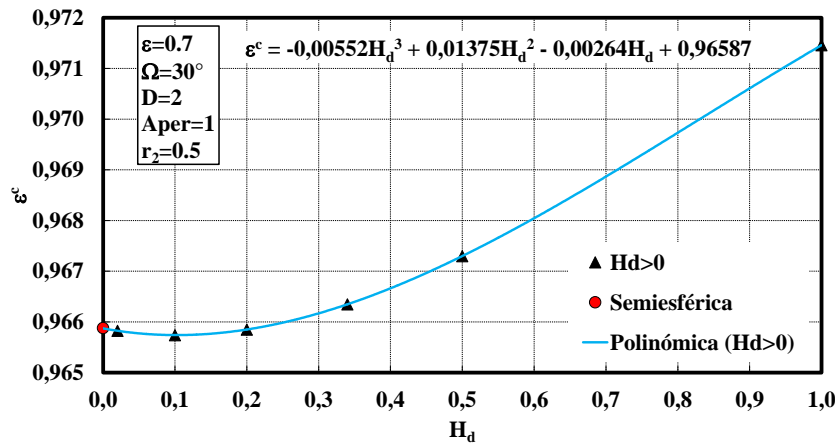


Figura 7.14. Convergencia al valor de ε^c semiesférica, de los resultados de la función $\varepsilon^c(H_d)$ para $H_d \rightarrow 0$, en la cavidad definida en la tabla 7.2

Estos resultados de convergencia vienen a demostrar junto con los anteriores, que el modelo propuesto es coherente y predice correctamente el valor de la emisividad efectiva integrada en cavidades cónicas provistas de tapa.

7.1.8 Resumen y conclusiones del modelo de cavidad cónica

El modelo para el cálculo de la emisividad efectiva local e integrada en cavidades cónicas con tapa ha quedado validado. Supone un paso intermedio entre las cavidades cilíndricas estudiadas en el capítulo 6 y las más habituales y generales cilindro-cónicas sobre las que trataremos en capítulos posteriores.

El modelo cónico ha servido como banco de pruebas para el estudio riguroso del efecto de viñeteado que produce la tapa (u otras aperturas presentes en el sistema), al generar zonas de penumbra. La validación se realiza de forma primaria demostrando que la geometría de las trayectorias calculadas es compatible con los factores de forma propios de esta geometría.

La comparación con resultados publicados se ha realizado en varios casos, donde por diversas razones existen discrepancias, fundamentalmente debidas a un erróneo tratamiento de las zonas de penumbra o al cálculo de los factores de forma. Se ha prestado especial atención al tratamiento

riguroso de la incertidumbre de la emisividad efectiva de origen intrínseco al método de Montecarlo. El efecto del resto de magnitudes de influencia: geométricas, emisividad intrínseca y temperatura, serán estudiadas en capítulos posteriores. Hemos utilizado los métodos clásicos de propagación de incertidumbres de la GUM [78] así como los más novedosos de propagación de distribuciones de probabilidad utilizando de nuevo el método de Montecarlo [32]

Las aplicaciones de la cavidad de cuerpo negro cónica serán tratadas en el siguiente apartado, prestando especial atención al caso no isoterma, al cálculo de las DIAS (apartado 6.2.2) y a la uniformización de perfiles $\varepsilon_a(x)$ mediante la búsqueda del gradiente óptimo por métodos numéricos. Se añadirá a todo lo anterior una introducción al cálculo de la incertidumbre de la emisividad efectiva por influencia de la temperatura (aplicando Montecarlo) a partir de distribuciones admisibles de gradientes.

7.2 Aplicaciones del modelo cónico

7.2.1 Comparación con resultados de cavidades no isotermas

El apartado anterior ha estado dedicado al desarrollo y validación del modelo de cavidad cónica con tapa para el cálculo de la emisividad efectiva local e integrada en cavidades cónicas isotermas y con reflexión difusa, contenido básico del artículo publicado [87]. En este apartado vamos a extender el cálculo a cavidades no isotermas comparando los resultados obtenidos con algunos publicados.

Para cavidad cónica con y sin tapa y gradiente de tipo lineal creciente y decreciente, comparamos el modelo con resultados de [62]. Se escoge para ello una cavidad con tapa ($A_{per}=D/2$) y sin tapa, $\varepsilon=0.7$ y geometría $\Omega=30^\circ$ y $H=1$. La longitud de onda es $\lambda=0.65 \mu\text{m}$ y se consideran los siguientes gradientes (en todos los casos $T_{ref}=1300 \text{ K}$ en el vértice):

- T1 decreciente el 1% entre fondo y la apertura
- T2 creciente el 1% entre fondo y la apertura
- T3 uniforme hasta $H/2$ y decreciente el 1% hasta la apertura

Ya sabemos que los valores de [62] no tienen en cuenta el efecto de viñeteado salvo para definir el límite de integración en la ecuación (7.3), por lo que la comparación se realiza solo en la cavidad sin tapa (ST) o con tapa (CT) para el caso semiesférico ($H_d=0$) y normal ($H_d=500R$).

En la tabla 7.3 se muestran los resultados. Para cada gradiente y configuración de cavidad/detector, el valor de la parte superior de cada celda corresponde a la referencia [62], mientras que los del modelo están en la parte inferior subrayados. Su incertidumbre (probabilidad de cobertura del 95%) se indica entre paréntesis para la última cifra significativa.

Con la única excepción de los valores $\varepsilon^c=1.1014$ y $\varepsilon^c=1.0004$, los resultados son similares dentro de la incertidumbre combinada, si tenemos en cuenta la que se puede asignar a [62] según lo dicho en relación a la tabla 7.1. En la figura 7.15 se muestra la comparación de forma gráfica. En este caso la incertidumbre ha sido calculada mediante la ecuación (7.12) asumiendo $\Delta=0.0001$ en los resultados de Bedford y Ma.

Gradiente	$H_d=0$		$H_d=R$		$H_d=500R$	
	ST	CT	ST	ST	ST	CT
T1	0.7534	0.8461	0.7575	0.7805	0.8087	0.9331
	<u>0.75331 (6)</u>	<u>0.84601 (7)</u>	<u>0.75749 (6)</u>	<u>0.78045 (6)</u>	<u>0.80868 (4)</u>	<u>0.93316 (1)</u>
T2	0.9898	1.1014	0.9913	1.0004	1.0102	1.0547
	<u>0.98980 (9)</u>	<u>1.10123 (10)</u>	<u>0.99127 (9)</u>	<u>1.00066 (7)</u>	<u>1.01024 (6)</u>	<u>1.05472 (2)</u>
T3	0.7779	0.8776	0.7831	0.8118	0.8459	0.9861
	<u>0.77788 (3)</u>	<u>0.87752 (3)</u>	<u>0.78308 (3)</u>	<u>0.81179 (5)</u>	<u>0.84596 (9)</u>	<u>0.98605 (2)</u>

Tabla 7.3. Emisividad efectiva integrada para cavidad cónica ($\Omega=30^\circ$, $H=1$) no isoterma, gradientes T1, T2 y T3 ($\lambda=0.65 \mu\text{m}$) y resultados de [62]. Se toman varias distancias H_d entre detector y apertura así como una configuración con tapa (CT) para $A_{\text{per}}=D/2$ y sin tapa (ST)

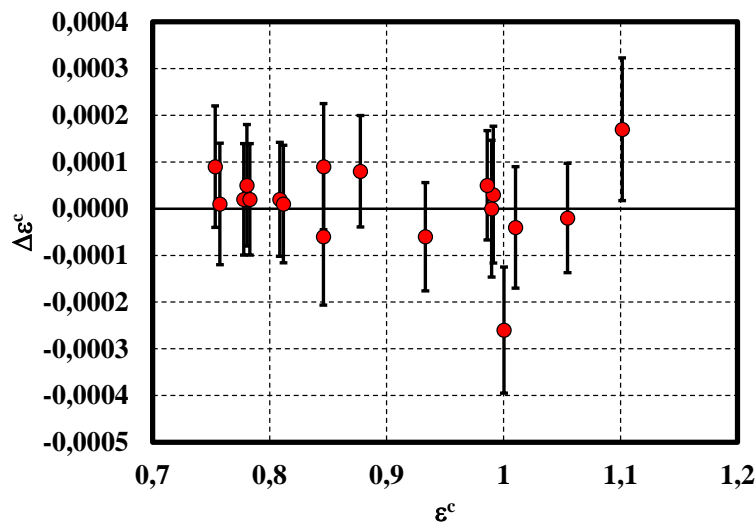


Figura 7.15. Diferencia $\Delta\varepsilon^c$ correspondiente a los datos de la tabla 7.3

Los valores de la tabla 7.3 se han obtenido con $N=10^7$ fotones, calculando $\varepsilon_i(x)$ en 30 puntos en la generatriz del cono para el ajuste polinómico (7.6) con mínimo residuo y la posterior resolución de la integral (7.2). Los factores de forma se toman de la expresión (7.4)

7.2.2 Optimización de perfiles de emisividad efectiva en cavidad cónica

Con la simulación de gradientes de temperatura apropiados, en el apartado 6.2 hemos construido un modelo que puede ser utilizado como herramienta para uniformizar la emisividad efectiva en el fondo de una cavidad cilíndrica y posteriormente en 6.3 hemos intentado su generalización incluyendo puntos de la pared lateral. Tratamos ahora de extender esta idea al modelo de cavidad cónica.

A diferencia de la geometría cilíndrica, en el caso cónico la función $\varepsilon_a(x)$ carece de puntos de discontinuidad lo cual nos va a permitir estudiar la cavidad en toda su extensión. Como ya se ha hecho varias veces anteriormente, en primer lugar resolvemos la cavidad isoterma y calculamos las DIAS. Para ello elegimos una cavidad de prueba sin tapa con dimensiones $H=300$ y $D=100$ y emisividad intrínseca $\varepsilon=0.85$, para la cual el ángulo resulta ser $\Omega=18.92^\circ$. El modelo es ejecutado en la cavidad isoterma lanzando $N=10^7$ fotones y calculando $\varepsilon_a(x)$ a lo largo de la generatriz del cono en 30 puntos, dando el ajuste polinómico doble un residuo máximo de 10^{-5} . En la figura 7.16 se representa tanto la emisividad efectiva local, como la correspondiente diferencia en temperatura de radiación con respecto a $T_{ref}=773.15$ K en el vértice y $\lambda=11$ μm .

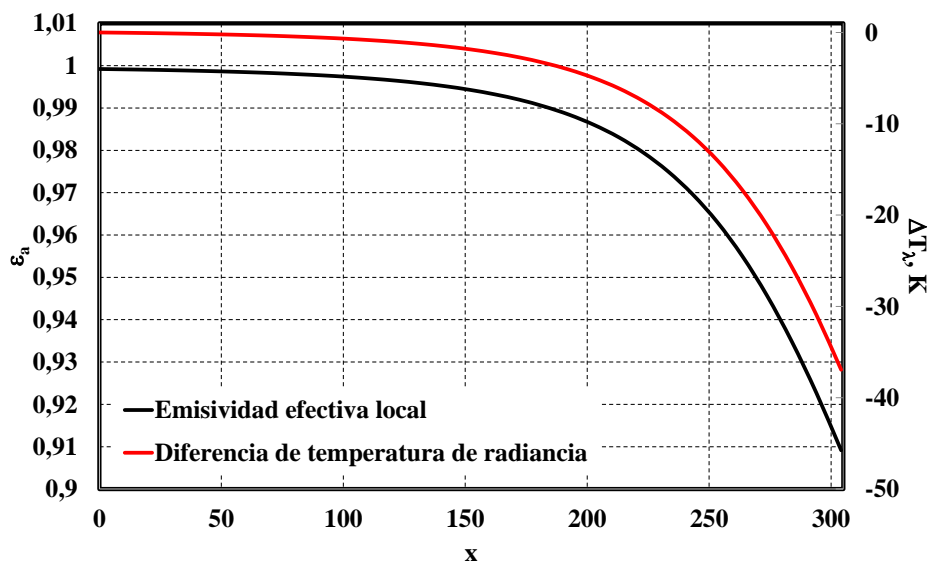


Figura 7.16. $\varepsilon_a(x)$ y $\Delta T_\lambda(x)$ (respecto a $T_{ref}=773.15$ K y $\lambda=11$ μm) para una cavidad cónica isoterma sin tapa, en función de la distancia desde el vértice a lo largo de la generatriz

Las funciones DIAS se calculan en los mismos puntos, dividiendo el eje de longitud H de la cavidad en 300 intervalos. En la figura 7.17 se muestran estas funciones, siendo ξ en este caso la variable de integración de la ecuación (6.37) y x el punto de impacto inicial del fotón (punto de cálculo de ε_a).

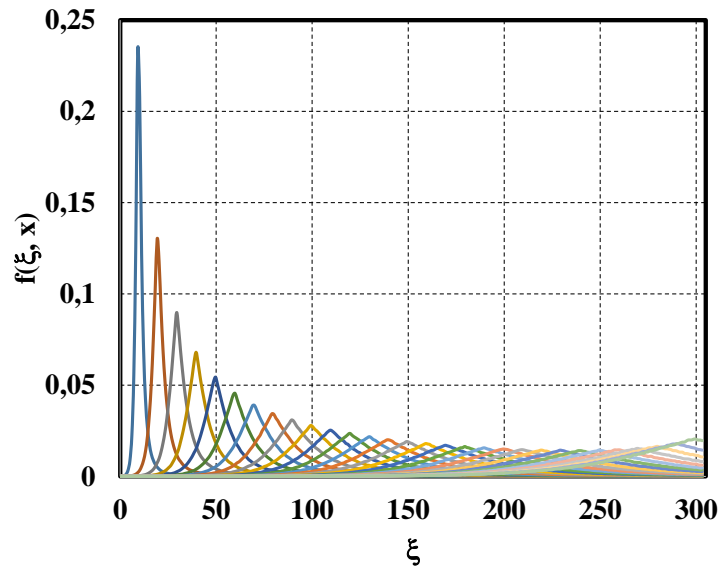


Figura 7.17. Funciones DIAS para la cavidad cónica sin tapa definida en el texto

7.2.2.1 Expresión aproximada para la emisividad efectiva no isoterma

Funciones muy similares a estas aparecen en el artículo de Shirley y Eberly [90], utilizadas por estos autores en un modelo de cavidad cónica isoterma y difusa, para la búsqueda de expresiones aproximadas de $\varepsilon_a(x)$, a partir de las ecuaciones integrales generales. Como puede deducirse fácilmente de la figura anterior y es apuntado por los autores en el artículo, para un Ω dado las funciones de distribución tienden a una delta de Dirac cuando $x \rightarrow 0$. Conviene recordar de nuevo la expresión general de la emisividad efectiva en cavidad no isoterma (6.37) en función de la emisividad efectiva isoterma y del gradiente de temperatura $T(x)$. La estructura particular de $f(\xi, x)$ es interesante pues permite deducir una expresión aproximada para la emisividad efectiva local. Siguiendo el mismo razonamiento que en [90], supondremos que la función $h(\xi) = L_{\lambda, b}(T(\xi)) / L_{\lambda, b}(T_{\text{ref}})$ varía de forma suave localmente a lo largo de la generatriz del cono, es decir en el intervalo de integración $(0, G)$. Por otra parte las funciones DIAS (sobre todo cerca del vértice) tienen un máximo en $\xi = x$ muy pronunciado y una anchura característica (por ejemplo a mitad del máximo o FWHM) $\Delta\xi(x)$. Es razonable entonces considerar que la integral de (6.37) para cada x , puede escribirse aproximadamente como:

$$\int_0^G f(\xi, x) h(\xi) d\xi \cong \int_{\Delta\xi(x)} f(\xi, x) (h(x) + C(\xi, x)) d\xi \quad (7.14)$$

Aquí, $C(\xi, x)$ sería una corrección en general pequeña.

Es posible obtener una expresión aproximada de $\varepsilon_a(x)$ no isoterma, dada por:

$$\varepsilon_a(x) \cong \varepsilon h(x) + (\varepsilon_a^{iso}(x) - \varepsilon) \left[h(x) + \int_{\Delta\xi(x)} f(\xi, x) C(\xi, x) d\xi \right] \quad (7.15)$$

El primer término (entre los corchetes) de la aproximación (7.15) da lugar a una fórmula muy útil y bien conocida de la emisividad efectiva no isoterma en función de la isoterma, que en general tiene aplicación también a geometrías más generales [18,72]. Esto último es bastante razonable, pues depende exclusivamente de la característica estructura de las funciones DIAS. La expresión aproximada es:

$$\varepsilon_a(x) \cong \varepsilon_a^{iso}(x) h(x) \equiv \varepsilon_a^A(x) = \varepsilon_a^{iso}(x) \left[\frac{e^{\frac{c_2}{\lambda T_{ref}}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T(x)}} - 1} \right] \quad (7.16)$$

Vamos a verificar para una serie de ejemplos de este tipo de cavidad, que el error cometido al utilizar (7.16) es menor del 1% en la mayor parte de los casos, como se demuestra en las referencias anteriores para varias configuraciones de cavidad cilindro-cónica.

Para ello hemos tomado una cavidad cónica de prueba con dimensiones $H=300$ y $D=100$ con tapa ($Aper=50$) y sin tapa y valores de emisividad $\varepsilon=0.50, 0.65$ y 0.80 . Se han seleccionado gradientes de temperatura lineales crecientes y decrecientes (con una variación del 1%) para temperaturas de referencia en el vértice y longitudes de onda en cinco configuraciones: 773.15 K (11 μm), 1273.15 K (1.6 μm , 3.9 μm y 11 μm) y 1373.15 K (0.9 μm). El modelo se ha ejecutado con $N=10^7$, calculando en el caso isoterma y no isoterma $\varepsilon_a(x)$ en cinco puntos igualmente espaciados a lo largo de la generatriz del cono: ($x/G \cong 0, x/G=0.25, x/G=0.5, x/G=0.75$ y $x/G \cong 1$) y se han obtenido las correcciones relativas: $[\varepsilon_a(x) - \varepsilon_a^A(x)] / \varepsilon_a(x)$

En la figura 7.18 se representan estos valores para $T_{ref}=1373.15$ K (gradiente creciente) y $\lambda=0.9$ μm , donde la diferencia anterior es mayor, en las dos configuraciones de cavidad (sin tapa ST y con tapa CT), en los cinco puntos de la cavidad y para los tres valores de emisividad intrínseca. Si representamos juntas las correcciones relativas encontradas en todas las configuraciones analizadas, se obtiene la distribución de valores que se muestra en el interior de la figura, en función de la emisividad efectiva no isoterma ε_a . La diferencia es básicamente menor del 0.5% e incluso menor del 0.1% para valores ε_a cercanos a 1. Como se indica en [18], la corrección relativa decrece cuando λ o ε crecen, por lo que puede ser una aproximación razonable en los márgenes de termometría de radiación infrarroja cercana, media y térmica.

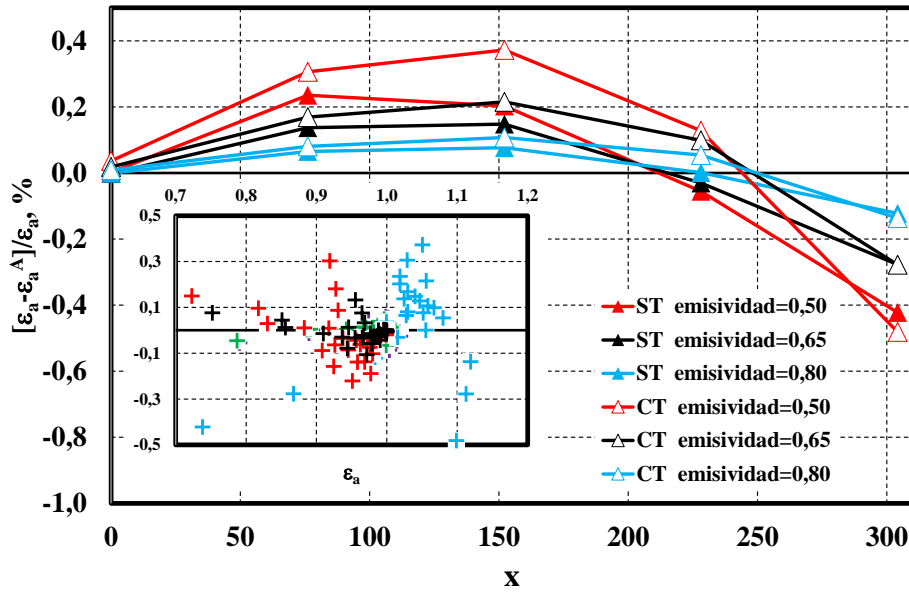


Figura 7.18. Corrección relativa (en % de $\epsilon_a(x)$), de la aproximación (7.16) para cavidad cónica con (CT) y sin (ST) tapa ($H=300, D=100, A_{per}=50$), gradiente lineal creciente del 1% desde $T_{ref}=1373.15\text{ K}$ y $\lambda=0.9\ \mu\text{m}$ en cinco puntos de la generatriz del cono. En el gráfico interior se representan los datos de todas las configuraciones el texto en función de ϵ_a

Es interesante estudiar la corrección (valor absoluto) en cada emisividad intrínseca y en función de $c_2/\lambda T_{ref}$ y en los diferentes puntos de la cavidad. Para el tipo ST, en la figura 7.19 se muestra este análisis en $x/G \cong 1$, es decir cerca de la apertura donde es mayor. Se da la incertidumbre expandida ($k=2$) calculada para esta magnitud y cuyo origen se encuentra en el método de Montecarlo.

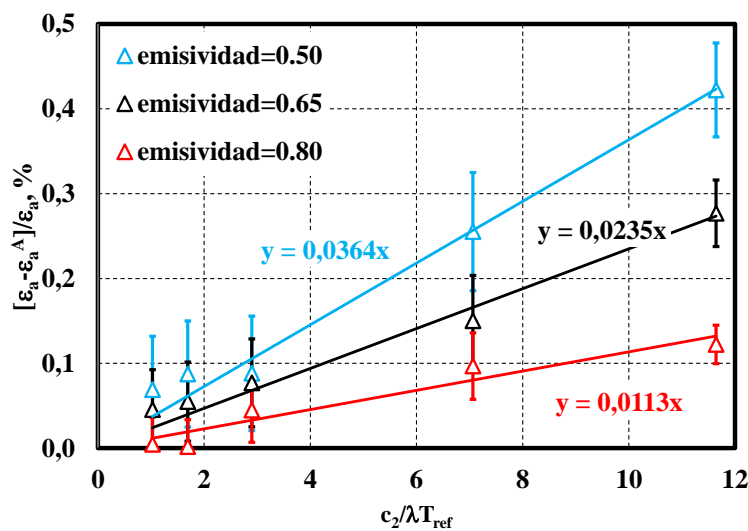


Figura 7.19. Correcciones relativas en función de $c_2/\lambda T$ (para las 5 configuraciones del texto), en la cavidad ST y ϵ (0.50, 0.65 y 0.80) en un punto cerca de la apertura

Para este tipo de cavidad (y para casos más generales, como se indica en [18]) la corrección disminuye al aumentar λT_{ref} y al aumentar ε , observándose por otra parte que la aproximación (7.16) es mejor para puntos próximos al vértice. Con estos resultados podríamos incluso formular como hipótesis, una nueva corrección mejorada de la anterior:

$$\varepsilon_a(x) \cong \varepsilon_a^A(x) \left[1 + \alpha \frac{c_2}{\lambda T_{ref}} \right] \quad (7.17)$$

En la cavidad estudiada se demuestra que el parámetro α depende de la distancia al vértice x/G y de forma lineal (para x/G fijo), también de la emisividad intrínseca ε . Una relación más general, incluyendo por ejemplo términos de orden superior o la determinación de la dependencia explícita de α con las variables anteriores, con la geometría de la cavidad y sus dimensiones, presencia de tapa, forma del gradiente, etc. exigiría un estudio más profundo y detallado que no entra dentro de los objetivos de este trabajo. Sí lo es dentro de este apartado, el estudio del perfil de emisividad efectiva local en función del gradiente de temperatura y su uniformización. Para ello vamos a interpretar la aproximación (7.16) de una forma diferente.

7.2.2.2 Modelo para el cálculo del perfil de emisividad efectiva uniforme

La ecuación que determina la emisividad efectiva local no isoterma en función de la isoterma, emisividad intrínseca, funciones DIAS y gradiente de temperatura (6.37) se puede escribir como una ecuación integral, considerando que el gradiente $T(x)$ (indirectamente a partir de $h(x)$) es la incógnita, de la forma:

$$h(x) = \frac{\varepsilon_a(x)}{\varepsilon} - \frac{(\varepsilon_a^{iso}(x) - \varepsilon)}{\varepsilon} \int_0^G f(\xi, x) h(\xi) d\xi \quad (7.18)$$

Como dijimos en 6.2.1, Ma y Bedford [82] desarrollan un modelo teórico equivalente según el cual, fijando un perfil uniforme de emisividad efectiva ε_a , existe una única pareja $\{T_{ref}, T(x)\}$ que la genera en toda la cavidad. En particular, ellos están interesados en el caso $\varepsilon_a=1$ de forma que la cavidad resultante equivale a un cuerpo negro perfecto a una temperatura T_{ref} previamente fijada.

Para acercarnos a la solución de la ecuación integral (7.18) optamos por un procedimiento iterativo de aproximaciones sucesivas partiendo de una función inicial $h_0(x)$. Utilizando (7.16), resolvemos la cavidad no isoterma para un gradiente de temperatura $T(x)$, tal que:

$$h_0(x) = h_0[T(x)] = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_a^{\text{iso}}(x)} \quad (7.19)$$

Si $T_{\text{ref}}=T(x=0)$, que es lo habitual, entonces $h_0(0)=h_0[T(0)]=1$ (condición de normalidad) y por lo tanto $\varepsilon_a=\varepsilon_a^{\text{iso}}(0)$. Si (7.16) fuese exacta, el gradiente (7.19) proporcionaría un perfil uniforme de emisividad efectiva local con valor $\varepsilon_a^{\text{iso}}(0)$. Para el cálculo de $h_0(x)$ realizamos un ajuste polinómico de grado 10 sobre los 30 puntos $\{\varepsilon_a^{\text{iso}}(x_i)\}$. Disponemos de la función de distribución $f(\xi, x)$, aproximada por $n(\xi_k, x_i)$ y calculada previamente en la cavidad isoterma (figura 7.17) Con la función inicial h_0 , se obtiene una primera aproximación (ver ecuación (6.38)):

$$\varepsilon_a^0(x_i) = \frac{1}{N} \left(N_p h_0(x_i) + \sum_{k=1}^p n(\xi_k, x_i) h_0(\xi_k) \right) \quad (7.20)$$

N_p es el número de impactos de absorción primaria en el punto x_i , y N los fotones lanzados, es decir $N_p/N \rightarrow \varepsilon$.

Debido a la forma particular que adoptan las funciones $f(\xi, x)$, cabe esperar por lo dicho anteriormente, que el valor de h en torno a x sea dominante en la integral de (7.18) Partiendo de una cavidad isoterma ($h(x)=1$, $T(x)=T_{\text{ref}}$) con emisividad $\varepsilon_a^{\text{iso}}(x)$, resulta que $h_0=\varepsilon_a/\varepsilon_a^{\text{iso}}$ actúa sobre $\varepsilon_a^{\text{iso}}(x)$ y genera una aproximación (en principio no uniforme todavía) $\varepsilon_{a,0}(x)$ al valor buscado ε_a . Podemos esperar (aunque en principio puede parecer que esta hipótesis no tiene justificación rigurosa) que para acercar $\varepsilon_{a,0}(x)$ a ε_a tendremos que variar la temperatura de los puntos de la cavidad en los que aún existe diferencia [$\varepsilon_{a,0}(x)-\varepsilon_a$], aplicando un mecanismo parecido al que previamente se utilizó para llevar $\varepsilon_a^{\text{iso}}$ a $\varepsilon_{a,0}$, desde una temperatura uniforme T_{ref} a la definida por h_0 . Por tanto, si calculamos un nuevo valor $h_1'=\varepsilon_a/\varepsilon_{a,0}$ (ahora $\varepsilon_{a,0}$ toma el papel de $\varepsilon_a^{\text{iso}}$), hacemos $(h_1'-1)$ (para mantener la condición de normalidad de los $h_{1,2,\dots}$) y consideramos que es un factor de corrección al anterior h_0 , es posible que el nuevo $h_1=h_0+(h_1'-1)$ (actuando como un operador sobre $\varepsilon_a^{\text{iso}}$) genere un valor $\varepsilon_{a,1}(x)$ mejorado.

El proceso puede repetirse con $h_2'=\varepsilon_a/\varepsilon_{a,1}$ y $h_2=h_0+(h_1'-1)+(h_2'-1)$, para obtener el correspondiente $\varepsilon_{a,2}(x)$, etc. El gradiente de temperatura que en función de T_{ref} y de λ , genera un perfil de emisividad efectiva uniforme en toda la cavidad con valor $\varepsilon_a=\varepsilon_a^{\text{iso}}(0)$, se genera por iteración. Una vez calculadas las distribuciones $n(\xi_k, x_i)$, características exclusivamente de la geometría de la cavidad y de ε , se obtiene de forma inmediata por la aplicación del proceso:

$$\varepsilon_a^{iso} \rightarrow h_0 \rightarrow \varepsilon_{a,0} \rightarrow h'_1 \Rightarrow h_1 \rightarrow \varepsilon_{a,1} \rightarrow h'_2 \Rightarrow h_2 \rightarrow \varepsilon_{a,2} \rightarrow \dots \quad (7.21)$$

La eficacia de este algoritmo será evaluada y demostrada en la práctica con su aplicación para generar perfiles uniformes de emisividad efectiva en distintas cavidades. Considerando un valor en el vértice $\varepsilon_a=0.99922$ (ecuación (7.13)) hemos aplicado el algoritmo a la cavidad de prueba, calculando en cada caso ajustes polinómicos de grado 10 a las funciones h_0, h_1', h_2', \dots

Partiendo de:

$$h_0 = 1 + \sum_{s=1}^{10} q_{0s} x^s \quad (7.22)$$

y

$$h'_{i=1,\dots} = 1 + \sum_{s=1}^{10} q'_{is} x^s \quad (7.23)$$

calculamos el término general de la iteración n :

$$h_n = 1 + \sum_{s=1}^{10} q_{0s} x^s + \sum_{s=1}^{10} q'_{1s} x^s + \dots = 1 + \sum_{s=1}^{10} x^s \left(q_{0s} + \sum_{i=1}^n q'_{is} \right) \quad (7.24)$$

Para cada función $h(x)$, el correspondiente gradiente de temperatura se calcula mediante la expresión, (dependiente de λ como parámetro):

$$T(x; \lambda) = \frac{c_2/\lambda}{\log \left(\frac{(e^{c_2/\lambda T_{ref}} - 1)}{h(x)} + 1 \right)} \quad (7.25)$$

En la figura 7.20 mostramos h_0, h_1', h_2' y h_3' a la izquierda y las funciones $\varepsilon_{ai}(x)$ hasta la iteración $n=3$, ($N=10^7$) a la derecha y en la 7.21 la diferencia de temperatura de radiación respecto al fondo ($T_{ref}=773.15$ K, $\lambda=11$ μ m) La incertidumbre expandida ($k=2$) viene dada por la desviación típica de ε_a (10 repeticiones). Esta se calcula sobre la ecuación (6.26) para ΔT_λ calculada respecto al valor de ε_a en el fondo sin incertidumbre. Se incluye un punto extra (círculo rojo) calculado con $N=10^8$, junto con su incertidumbre. El procedimiento genera un perfil de emisividad efectiva

uniforme en toda la cavidad (dentro de la incertidumbre) únicamente con tres iteraciones. En función de λ y manteniendo la temperatura de referencia en el fondo, los gradientes para los que $\varepsilon_a(x)$ es uniforme en el valor especificado (fijando $n=3$) se representan en la figura 7.22.

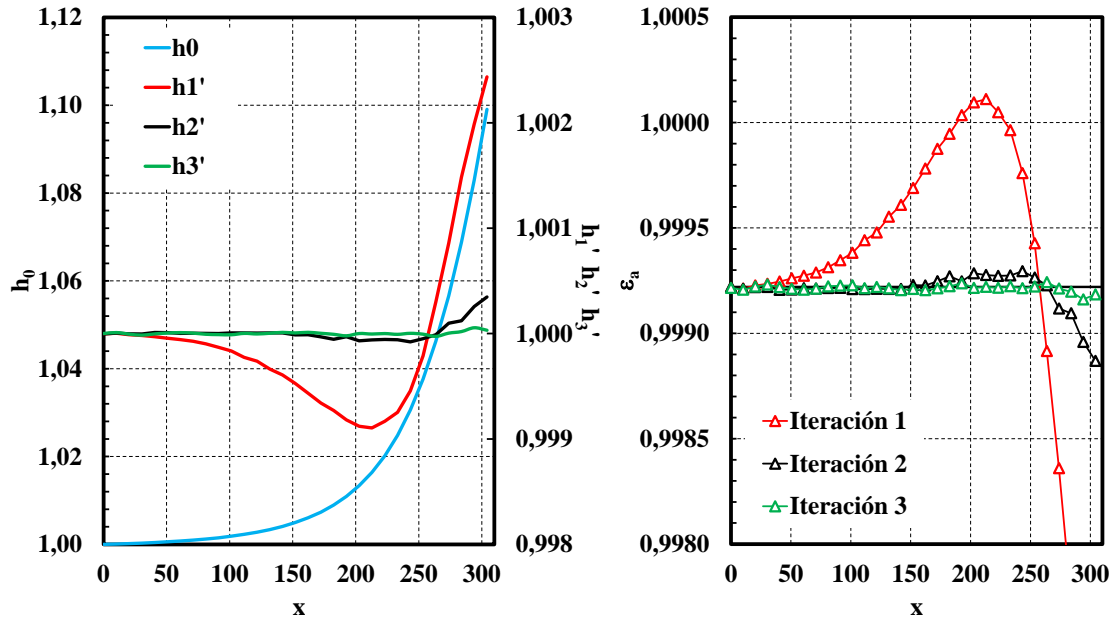


Figura 7.20. Izquierda, funciones h_0 , h_1' , h_2' y h_3' correspondientes a la función de emisividad efectiva isoterma y a cada una de las tres iteraciones. Derecha, emisividad efectiva después de cada iteración para $\varepsilon_a=0.99922$ uniforme

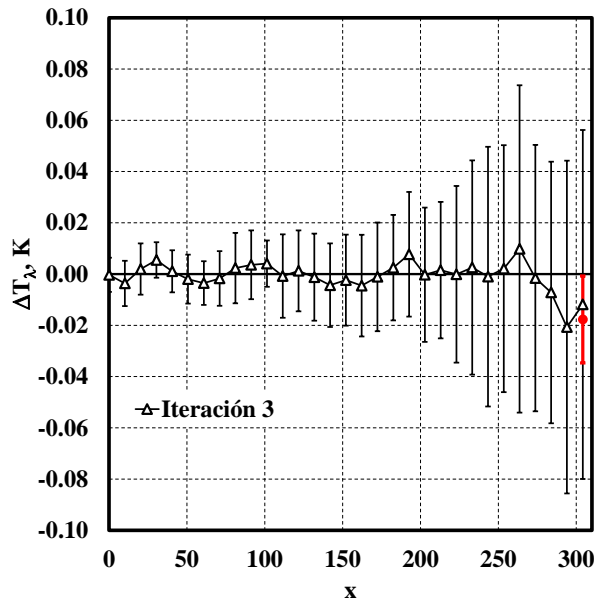


Figura 7.21. Variación de la temperatura de radiación correspondiente a la emisividad efectiva de la iteración 3 (figura 7.20). Se incluye un punto (rojo) calculado con $N=10^8$, mientras que los otros se han obtenido con $N=10^7$

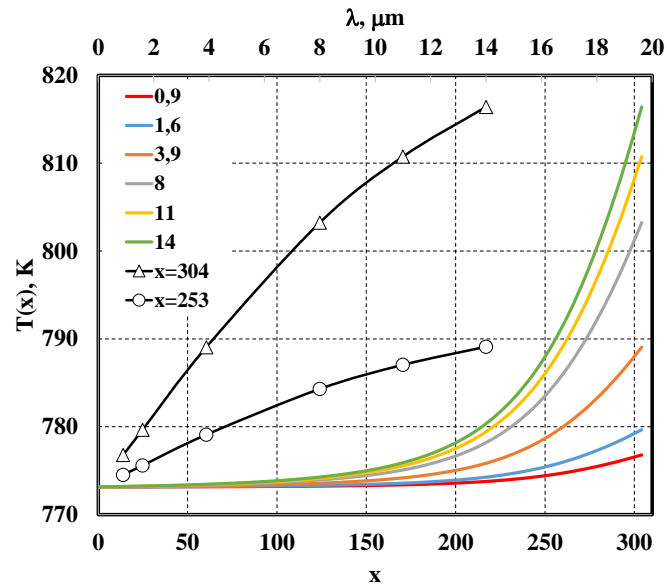


Figura 7.22. Gradientes $T(x)$ para longitudes de onda (0.9, 1.6, 3.9, 8, 11 y 14) μm , que generan perfiles uniformes de emisividad efectiva en la cavidad de prueba. Respecto a λ , en el eje horizontal superior, se representan los valores $T(x)$ en dos puntos

Aplicamos ahora el modelo a una configuración como la de Ma y Bedford en [82] Se trata de una cavidad sin tapa $\Omega=60^\circ$ y $H=300$, λ con valores (0.65, 1, 10 y 20) μm , $\varepsilon=0.7$ y $T_{\text{ref}}=1234.93$ K. Los resultados son los de la figura 7.23. Hay que tener en cuenta que los autores plantean el problema fijando la emisividad efectiva uniforme en 1 (cuerpo negro perfecto) y para cada valor ε en la cavidad, su modelo genera una solución única formada por el par $\{T_{\text{ref}}, T(x)\}$ y no necesariamente $T_{\text{ref}}=T(x=0)$

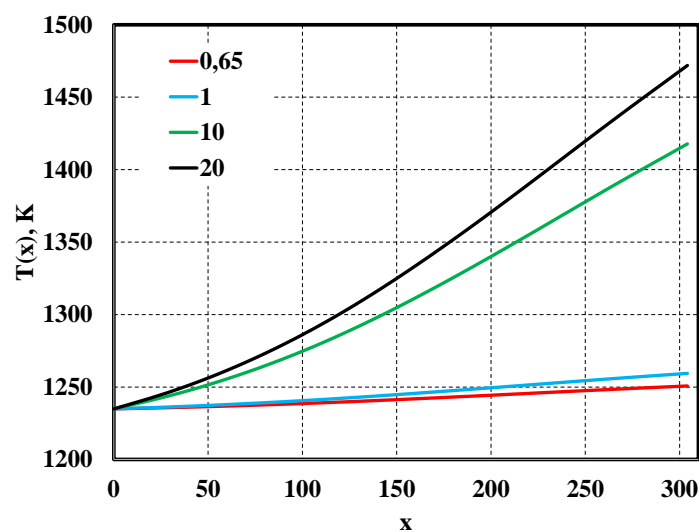


Figura 7.23. Gradientes que generan perfiles uniformes de emisividad efectiva, en las configuraciones de cavidad definidas en el texto, para comparación del modelo con [82]

En el artículo anterior se plantea como posible aplicación, la determinación de la emisividad intrínseca ε de la superficie del cono. Dado un valor nominal de esta, se calculan y generan en la cavidad gradientes $\{T(x; \varepsilon_k)\}_k$ para distintos valores ε_k alrededor de dicho nominal. Solamente uno de ellos generará un perfil de emisividad efectiva uniforme que se corresponderá con el experimental. La medida de la radiancia espectral emitida en cada punto de la superficie y para cada uno de los gradientes del conjunto, determinará el valor ε_{k0} que proporciona el perfil más uniforme y que será entonces una estimación mejorada de ε .

La viabilidad de este método depende, como reconocen los autores, de la facilidad técnica para generar, mantener y variar el gradiente de temperatura en la cavidad.

7.2.2.3 Ampliación del modelo a cavidad con tapa y emisividad efectiva de banda espectral

Para cavidad provista de tapa, la aproximación (7.16) es peor en general. Las funciones DIAS calculadas predicen que para puntos x cerca de la apertura, un buen número de fotones lanzados se absorben en la propia tapa. Suponer que en estos puntos las funciones $f(\xi, x)$ se aproximan a deltas de Dirac $\delta(\xi)$ puede no ser correcto, ya que no se tiene en cuenta (sobre todo con aperturas pequeñas) los fotones N_S^T que se absorben en la tapa.

Por otra parte la función h_0 no va a ser tan suave como lo es en la cavidad sin tapa. En estos casos sabemos (ver figura 7.11), que en una cavidad isoterma la emisividad efectiva suele tener un mínimo local. Para mejorar el ajuste y minimizar los residuos hemos lanzado un mayor número de fotones ($N=10^8$) y se ha utilizado un ajuste polinómico doble seleccionando un punto de la cavidad conveniente para minimizar el residuo máximo global.

Teniendo en cuenta que el número de fotones que impactan y se absorben en la tapa contribuye significativamente al valor de $\varepsilon_a(x)$, especialmente si x está cerca de la apertura, podemos expresar la ecuación (6.38) de forma aproximada por:

$$\varepsilon_a(x_i) \cong \frac{1}{N} \left(N_P h(x_i) + N_S^C h(x_i) + N_S^T h(tapa) \right) \quad (7.26)$$

Ahora N_S^T es el número de impactos con absorción de tipo secundario que se producen en la tapa, mientras que N_S^C se refiere al cono y $N_S^C + N_S^T = N_S$. Un valor uniforme ε_a de la emisividad efectiva en el cono lleva como antes, a una ecuación para h_0 inicial equivalente a (7.19):

$$h_0 = \frac{\varepsilon_a - \frac{N_S^T}{N} h_0(tapa)}{\varepsilon_a^{iso} - \frac{N_S^T}{N}} \quad (7.27)$$

Tomando inicialmente $h_0(\text{tapa})$ como el valor que se obtendría en este punto al aplicar (7.19), el proceso iterativo continúa de forma similar al descrito para cavidad sin tapa.

Resultados de emisividad efectiva uniforme para la cavidad de prueba con $A_{\text{per}}=75$ y 4 iteraciones, se muestran en la figura 7.24 (interior) y los gradientes (correspondientes a la iteración n° 4), se calculan para la misma temperatura de referencia y longitudes de onda que en la cavidad sin tapa.

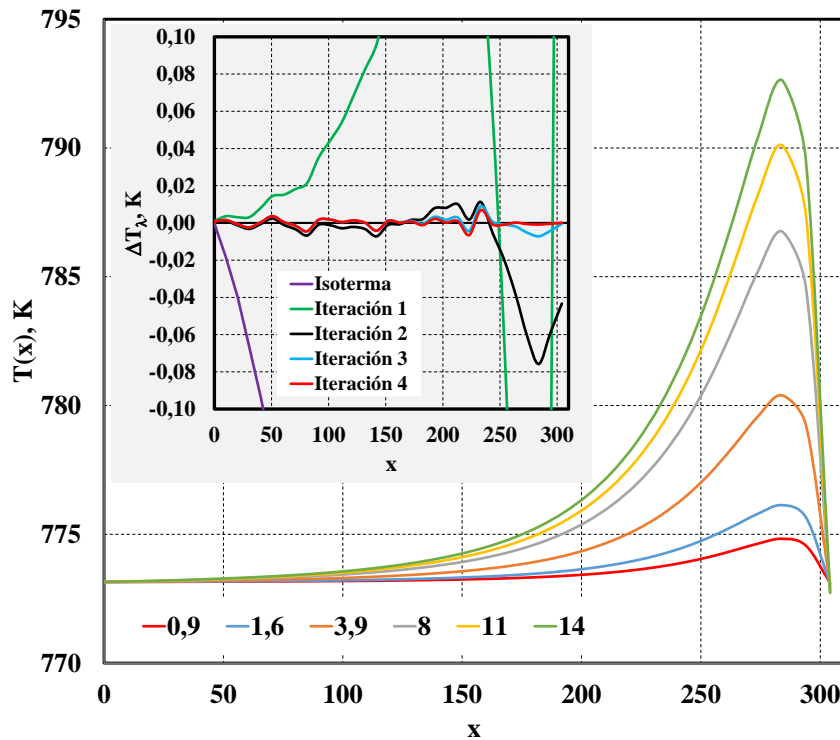


Figura 7.24. En la cavidad de prueba $A_{\text{per}}=75$, $T_{\text{ref}}=773.15$ K y $\lambda=11$ μm , cuatro iteraciones para la obtención de ε_a uniforme en términos de la variación de temperatura de radiación (gráfico interior). Gradientes $T(x)$ correspondientes a la cuarta iteración (gráfico exterior)

Los resultados de emisividad efectiva en la cavidad se resumen en la tabla 7.4. Estos valores son dependientes de las funciones $h(x)$ y corresponderán por tanto a un determinado gradiente $T(x)$ que será función a su vez de la longitud de onda, tal como se muestra en la figura 7.24 en la que el único parámetro fijo es T_{ref} (ver ecuación (7.25)) Se indica el valor máximo, mínimo y medio, junto con la desviación típica s y la variación máxima (vm) en % respecto a 0.99955, en la configuración isoterma y después de cada iteración.

ε_a	Isoterma	Iteración 1	Iteración 2	Iteración 3	Iteración 4
Máximo	0,99955	1,00180	0,99958	0,99958	0,99957
Mínimo	0,95799	0,99836	0,99935	0,99953	0,99953
Medio	0,99095	0,99969	0,99953	0,99955	0,99955
s	0,01234	0,00056	0,00006	0,00001	0,00001
$vm \%$	4,156	0,344	0,023	0,004	0,004

Tabla 7.4. Valores de emisividad efectiva correspondientes al procedimiento iterativo de uniformización en la cavidad de prueba con tapa ($A_{per}=75$)

Puede ser útil trabajar con la emisividad de banda espectral [91] en aplicaciones donde el intervalo $\Delta\lambda$ es significativo, siempre que además se pueda asumir que la función de respuesta espectral $R(\lambda)$ (del termómetro de radiación por ejemplo) es aproximadamente independiente de λ en la banda considerada. En términos de emisividad efectiva vendría dada por:

$$\varepsilon_a(\Delta\lambda) = \varepsilon_a(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_a(\lambda) L_{\lambda,b}(\lambda, T_{ref}) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L_{\lambda,b}(\lambda, T_{ref}) d\lambda} \quad (7.28)$$

Como en [82] pero utilizando el método descrito en el punto anterior, buscamos ahora el gradiente de temperatura capaz de generar un perfil uniforme de emisividad efectiva en banda espectral dada en (7.28). La ventaja de trabajar en términos de h , es que esta función (ver (7.18), donde se trata como incógnita de una ecuación integral en la que $\varepsilon_a(x)$ está dada a priori), no contiene explícitamente ninguna dependencia en temperatura y longitud de onda. Ejecutando el mismo procedimiento que antes, después de la última iteración será necesario resolver una ecuación para $T(x)$ equivalente a la (7.25):

$$h(x) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{(e^{c_2/\lambda T_{ref}} - 1)}{(e^{c_2/\lambda T(x)} - 1)} L_{\lambda,b}(\lambda, T_{ref}) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L_{\lambda,b}(\lambda, T_{ref}) d\lambda} \quad (7.29)$$

Por lo tanto $h(x)$ satisface la ecuación:

$$h(x) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-5} (e^{c_2/\lambda T_{ref}} - 1)^{-1} d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-5} (e^{c_2/\lambda T(x)} - 1)^{-1} d\lambda \quad (7.30)$$

Puesto que la solución para un $h(x)$ óptimo no depende de λ , el perfil uniforme generado $\varepsilon_a(x; \Delta\lambda)$ debe ser igual a $\varepsilon_a(x)$ y la única dependencia en longitud de onda estará en el gradiente calculado a partir de la función $h(x)$ mediante la ecuación (7.30)

Para finalizar esta sección aplicamos ahora el procedimiento suponiendo que el valor ε_a que deseamos mantener uniforme es diferente al del fondo en configuración isoterma. En este caso, como ya se comentó anteriormente en relación a [82], en general la temperatura de referencia no va a coincidir con $T(x=0)$.

Tomando otra vez $T_{ref}=773.15$ K y como ejemplo un valor uniforme $\varepsilon_a=0.95$, calculamos un gradiente óptimo que transforma la cavidad en una superficie equivalente con esa emisividad efectiva y a esa temperatura. Partimos inicialmente de un $h_0(x)=0.95/\varepsilon_a^{iso}(x)$, calculamos h_1' , h_2' ,... y sustituimos en las expresiones polinómicas el término independiente 1 por $h_0(0)$. Puesto que el valor final óptimo es $h(0) \neq 1$ (en el ejemplo analizado $h(0)=0.95/0.99922$), por la ecuación (7.25) es fácil ver que $T(0) < T_{ref}$ y además dependerá de λ . Para longitudes de onda 8 μm , 11 μm y 14 μm , los gradientes óptimos obtenidos en cuatro iteraciones son los de la figura 7.25, en contraste con los de la figura 7.22 para $\varepsilon_a=0.99922$. La emisividad efectiva varía entre 0.94999 y 0.95001.

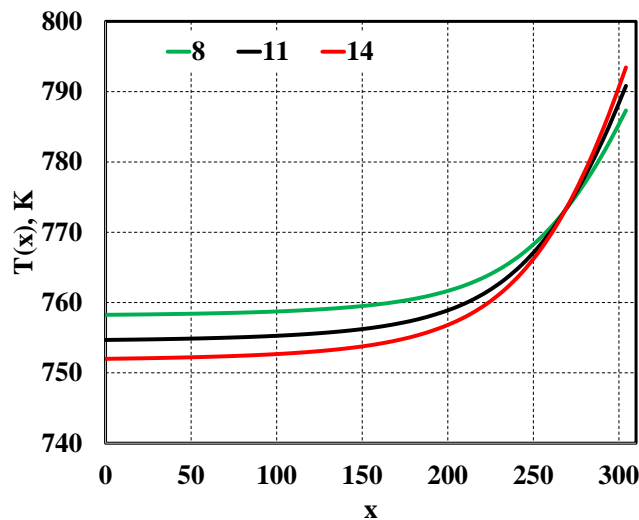


Figura 7.25. Gradientes óptimos diseñados para generar una emisividad efectiva uniforme $\varepsilon_a=0.95$ en la cavidad de prueba sin tapa, con $T_{ref}=773.15$ K y varias longitudes de onda

7.2.3 Sensibilidad al gradiente de temperatura y su contribución a la incertidumbre de la emisividad efectiva

Hemos demostrado que el modelo es capaz de generar perfiles uniformes de emisividad efectiva obteniendo de paso el gradiente de temperatura longitudinal en la cavidad. La hipotética aplicación práctica de esta técnica exige el análisis del efecto de las variaciones del gradiente sobre el perfil generado. Aunque trabajamos con una cavidad cónica veremos que los principios son generales y por tanto extrapolables a otras geometrías más comunes.

Ya se apuntó en el tema dedicado a la optimización de la cavidad cilíndrica, que la contribución del gradiente a la incertidumbre no puede tratarse de igual forma que otras magnitudes. No es posible considerar variaciones independientes de la temperatura en cada punto de la cavidad. Es de esperar por el contrario, que existan fuertes correlaciones entre las temperaturas de diferentes puntos y además seguramente serán función de la distancia entre ellos.

Consideramos más razonable asumir un conjunto (una muestra) de gradientes físicamente admisibles definidos en base a un criterio concreto. Esta idea será general y la aplicaremos al cálculo de incertidumbres en la cavidad cilindro-cónica en el apartado 9.3.

Dado un gradiente de temperatura, sabemos que la emisividad efectiva (local espectral, de banda, integrada, etc.), depende funcionalmente de $T(x)$ y de T_{ref} . La temperatura de referencia suele ser la del fondo de la cavidad (centro de la base en la cilíndrica) puesto que es ahí (o cerca) donde se sitúa por lo general la sonda de contacto (normalmente un TP o un TRP). Por otra parte el modelo de cálculo descrito en este trabajo asume normalmente gradientes representados por funciones polinómicas (a veces también se recurre a funciones lineales a trozos como en la figura 6.12). Podemos por tanto escribir $T(x)$ como:

$$T(x) = T_{ref} + T_1x + T_2x^2 + \dots \quad (7.31)$$

Para aplicar el método de Montecarlo en la evaluación de la incertidumbre de medida de la magnitud de salida (propagación de distribuciones de probabilidad) es necesario simular valores aleatorios de las magnitudes de influencia (variables de entrada) de acuerdo a la distribución de probabilidad que tengan asignada.

Para el gradiente de temperatura asumimos en primera aproximación variaciones independientes en $x=0$ y en $x=H$, dadas respectivamente por ΔT_0 y ΔT_H . Vamos a suponer que la variación $\Delta T(x)$ es lineal, es decir se escribe como $\delta_0 + x\delta_1$ y por lo tanto, $\delta_0 = \Delta T_0$ y $\delta_1 = (\Delta T_H - \Delta T_0)/H$. Respecto a la variación de la temperatura en el fondo y apertura consideramos distribuciones de probabilidad uniformes, entre $-\Delta T_0$ y $+\Delta T_0$ en un caso y entre $-\Delta T_H$ y $+\Delta T_H$ en el otro.

Así pues, si u_0 y u_H son dos variables aleatorias uniformes e independientes entre -1 y $+1$ ($u_{0,H}=2u-1$, donde u es la variable entre 0 y 1), se tiene:

$$\Delta T(x) = \Delta T_0 u_0 + x \frac{(\Delta T_H u_H - \Delta T_0 u_0)}{H} \quad (7.32)$$

Para una estimación $T_{\text{est}}(x)$, el procedimiento consiste en simular un gran número de gradientes del tipo $T(x)=T_{\text{est}}(x)+\Delta T(x)$ y evaluar la emisividad efectiva $\varepsilon_a(x; T(x); T_{\text{ref}}; \lambda)$, con $T_{\text{ref}}=T(0)$. Para ello es fundamental utilizar la expresión numérica (6.38), habiendo calculado previamente las distribuciones DIAS en la cavidad isoterma. El procedimiento puede ser utilizado tanto para obtener la distribución de valores de emisividad efectiva espectral como de emisividad efectiva en la banda $\Delta\lambda$ a través de (7.28)

En primer lugar será necesario asignar valores a las variaciones máximas ΔT_H y ΔT_0 en función de los factores de influencia que provocan la indeterminación del gradiente, tales como estabilidad a corto plazo, incertidumbre en su medida, etc. Dependiendo de la situación, podrá ser conveniente incluso asumir variaciones de orden superior que amplíen la distribución de funciones $T(x)$.

En el análisis llevado a cabo en [82] se asume una variación cero en $x=0$ y comportamiento lineal hasta la apertura. Nuestro modelo permite sin embargo la simulación de una distribución amplia de gradientes a partir de la variación aleatoria de todos los coeficientes del polinomio, aunque en primera aproximación utilizamos variación lineal (7.32)

Aplicamos ahora el modelo sobre la cavidad de prueba sin tapa, para variaciones de temperatura en los extremos de la cavidad, $\Delta T_0=\Delta T_H=0.1$ K y una distribución formada por 10^4 gradientes aleatorios alrededor del óptimo calculado $T(x; \lambda)$ con $\lambda=11$ μm . Para cada $T(x)$ de la distribución se calcula la emisividad efectiva espectral $\varepsilon_a(x; T(x); \lambda)$

Obtenemos distribuciones de valores en cada punto de la cavidad y en la tabla 7.5 se indican parámetros característicos, como el máximo, mínimo, media, desviación típica y factor de cobertura k para probabilidad de cobertura del 95%. Este se ha calculado considerando un intervalo de cobertura simétrico alrededor del valor medio.

Parámetro de ε_a	$\zeta=10$	$\zeta=150$	$\zeta=290$
Máximo	0.99922	0.99948	0.99973
Mínimo	0.99919	0.99895	0.99876
Medio	0.99921	0.99921	0.99924
s	0.00001	0.00011	0.00020
$k_{95\%}$	1.9	1.9	1.9

Tabla 7.5. Algunos parámetros estadísticos referidos a las tres distribuciones de valores ε_a , en tres puntos de la cavidad $\zeta=(10, 150$ y $290)$ tomados a lo largo del eje, con $\Delta T_0=\Delta T_H=0.1$ K

Si realizamos el mismo análisis que conduce a la tabla 7.5 pero con una distribución de gradientes en la que $\Delta T_0=\Delta T_H=0.2$ K, se mantienen básicamente los mismos valores medios, la desviación típica se dobla y el factor de cobertura sigue siendo 1.9.

En el apartado 9.3.4.3 volveremos a este tema en el contexto más general de cavidad cilindro-cónica.

7.2.3.1 Ejemplo de aplicación con un termómetro de radiación

La posibilidad (teórica al menos) de generar perfiles de emisividad efectiva uniformes en una cavidad cónica mediante la configuración de un gradiente de temperatura determinado, puede ser interesante, como ya se vio también en la cavidad cilíndrica, para su uso en la calibración de termómetros de radiación caracterizados por un FOV extenso.

Por lo general las fuentes disponibles para calibrar este tipo de equipos tienen poca uniformidad. A esta posible aplicación se añaden las ya comentadas en el apartado 6.2, es decir su uso con cámaras de imagen térmica y medidas del ETF. Para todas estas aplicaciones es preciso disponer de fuentes de área lo más extensa posible, manteniendo además una buena uniformidad en emisividad efectiva.

Centrándonos ahora en la aplicación con termómetros de radiación de FOV extenso, vamos a ilustrar el uso de las técnicas y herramientas desarrolladas con una situación que bien podría presentarse en las aplicaciones. El objetivo es calcular los valores de emisividad efectiva integrada (en configuración isoterma y con gradiente optimizado) en función de la distancia H_d , para una relación fija entre \underline{D} y \underline{S} (figura 7.29), lo cual es equivalente a desplazar horizontalmente el termómetro. Suponemos que el sistema es óptica y geoméricamente equivalente al mostrado en dicha figura. Consideramos un detector de radio r_2 situado a distancia H_d respecto a la apertura de la cavidad de prueba sin tapa ($H=300$, $D=100$, $\varepsilon=0.85$), de tal forma que el FOV intercepta la

pared de la cavidad a una distancia horizontal ζ respecto al vértice. Se supone además que no hay presencia de una zona de penumbra.

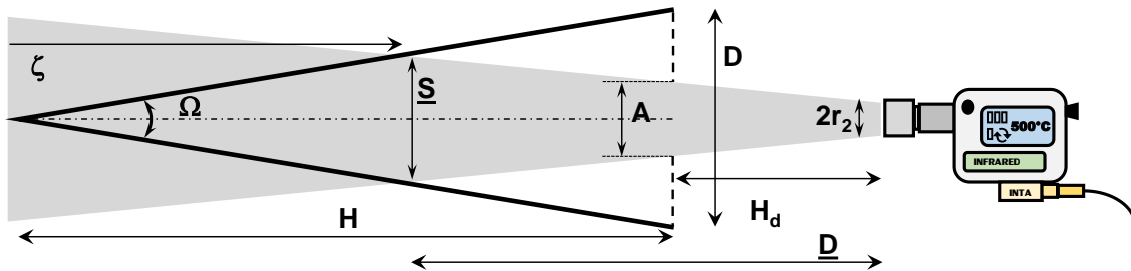


Figura 7.29. Esquema de la configuración de un termómetro de radiación midiendo en una cavidad cónica

La emisividad efectiva integrada se determina aplicando la ecuación (7.2), con límite de integración $x_{lim2} = \zeta / \cos(\Omega/2)$ y puesto que no hay viñeteado, todos los factores de forma se calculan con (7.4). Dada una relación $[D:S] = D/S$, obtenemos la distancia ζ en función de H_d a partir de la ecuación:

$$\zeta(H_d) = \frac{2r_2 H_{dmax} + (D - 2r_2)(H_d + H)}{2 \tan(\Omega/2) H_{dmax} + (D - 2r_2)} \quad (7.33)$$

siendo, $H_{dmax} = D \cdot [D:S]$

Es habitual en las aplicaciones, que una fuente de área extensa diseñada para su uso en calibración de termómetros de radiación como el de la figura, tenga una especificación de uniformidad en base a cómo termómetros de diferente tamaño de blanco miden la misma o diferente temperatura. Este tipo de especificación se indica por ejemplo en [92]. Lo anterior es equivalente a desplazar un termómetro con FOV fijo para cubrir diferentes blancos centrados en la fuente.

En la práctica habrá dos limitaciones. Una debido al ETF del termómetro para tamaños de blanco próximos (aunque menores) a D y otra por la especificación del fabricante en cuanto a temperatura de operación, que en muchos termómetros de radiación de tipo industrial no supera 50°C . Las referencias [93-98] recogen un buen número de modelos de este tipo. Esto evidentemente limita la distancia mínima en función de la temperatura de la fuente.

Como ejemplo realizamos los cálculos para relación $[D:S]=6$, considerando un valor fijo $r_2=5$ (debe compararse con las dimensiones de la cavidad $H=300$, $D=100$). En función de la relación anterior se determina la distancia máxima H_{dmax} y se calcula la emisividad integrada espectral para posiciones del termómetro de radiación entre esa distancia (600) y $H_d=0$.

Para obtener la distribución y la incertidumbre, se simulan 10^4 gradientes de temperatura alrededor del óptimo calculado para $\lambda=11 \mu\text{m}$, con $\Delta T_0=\Delta T_H=0.2 \text{ K}$, tal como se explicó en el apartado anterior. Finalmente se comparan estos resultados con los obtenidos suponiendo la cavidad isoterma. En la figura 7.30 se representa la diferencia de emisividad efectiva integrada respecto al valor en $H_d=0$, en términos de temperatura de radiación espectral para 773.15 K y $11 \mu\text{m}$. La incertidumbre en temperatura dada en la figura, es básicamente proporcional a la indeterminación del gradiente. En la tabla 7.6 se indican los parámetros del blanco y su posición en la cavidad en función de la distancia H_d y para el termómetro considerado. La incertidumbre se ha calculado para una probabilidad de cobertura del 95 % ($k=1.9$)

H_d	600	500	400	300	200	100	0
ζ	300,0	269,0	237,9	206,9	175,9	144,8	113,8
x_{lim_2}	304,1	272,7	241,2	209,8	178,3	146,8	115,4
$\underline{\zeta}$	100,0	89,7	79,3	69,0	58,6	48,3	37,9

Tabla 7.6. Parámetros que definen el blanco y su posición en la cavidad según la figura 7.29

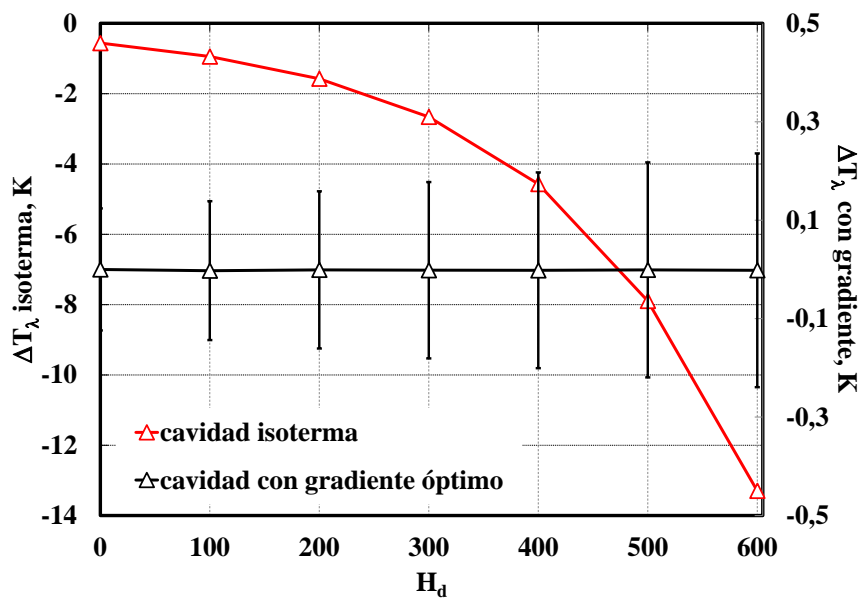


Figura 7.30. Diferencia en temperatura de radiación (773.15 K , $11 \mu\text{m}$) en función de la distancia H_d del termómetro a la apertura de la cavidad según la figura 7.29. Se representa la configuración isoterma y con gradiente optimizado a $11 \mu\text{m}$

La cavidad con gradiente optimizado produce un perfil de emisividad efectiva integrada, tal y como es detectado por un termómetro de radiación de FOV extenso, de considerable uniformidad asumiendo además una indeterminación (de orden cero y uno) de hasta ± 0.2 K en el gradiente. Las fuentes de área extensa (superficie plana) para la calibración de termómetros de radiación suelen tener especificaciones típicas en uniformidad (cuando es definida según el criterio anterior [92]) del orden de ± 1 K a 500 °C en superficies alrededor del centro de la fuente de radio entre 5 cm y 7 cm.

Una cavidad cónica con ángulo $\Omega=30^\circ$ y $H=100$, tiene por diámetro $D=160.8$. Esta geometría da como resultado una fuente de área más extensa. Hemos calculado el gradiente optimizado a $11 \mu\text{m}$ y lo hemos aplicado a la configuración del termómetro de radiación de la figura 7.29. Se ha resuelto la cavidad sin tapa (para la que $H_d \leq 960$) y también con $A_{\text{per}}=100$ (para la que $H_d \leq 600$). En la tabla 7.7 se da la estimación (valor medio de la distribución) y la incertidumbre expandida para una probabilidad de cobertura del 95% (k varía entre 1.8 y 1.9) En todos los casos se han supuesto variaciones lineales con $\Delta T_0 = \Delta T_H = 0.2$ K y para cavidad con tapa también se ha calculado con $\Delta T_0 = 0.2$ K y $\Delta T_H = 0.4$ K.

Configuración de la cavidad y gradiente óptimo	$\varepsilon^c(11 \mu\text{m})_{\text{medio}} (U(95\%))$			
	$H_d=900$	$H_d=600$	$H_d=300$	$H_d=0$
$\Omega=30^\circ, D=160.8$				
$\Delta T_0 = \Delta T_H = 0.2$ K	0.996 95 (56)	0.996 95 (43)	0.996 95 (31)	0.996 95 (17)
$T_{\text{max}} - T_{\text{min}} = 38$ K				
$\Omega=30^\circ, D=160.8, A_{\text{per}}=100$				
$\Delta T_0 = \Delta T_H = 0.2$ K		0.998 76 (44)	0.998 76 (31)	0.998 76 (17)
$T_{\text{max}} - T_{\text{min}} = 14$ K				
$\Omega=30^\circ, D=160.8, A_{\text{per}}=100$				
$\Delta T_0 = 0.2$ K, $\Delta T_H = 0.4$ K		0.998 77 (65)	0.998 77 (46)	0.998 77 (26)
$T_{\text{max}} - T_{\text{min}} = 14$ K				

Tabla 7.7. Emisividad efectiva integrada espectral para el gradiente de temperatura optimizado en una cavidad cónica ($\Omega=30^\circ, H=100, D=160.8$) con tapa ($A_{\text{per}}=100$) y sin tapa. La incertidumbre expandida entre paréntesis, se calcula para variaciones lineales del gradiente dadas por ΔT_0 y ΔT_H . El termómetro de radiación se sitúa a distancias H_d respecto de la apertura

En el tercer caso, donde el gradiente de temperatura en zonas próximas a la apertura puede variar hasta ± 0.4 K (el doble que en las otras configuraciones), la incertidumbre no se dobla y el incremento es del 68% respecto a la configuración anterior. En la cavidad con tapa ($A_{per}=100$) la variación máxima admisible del gradiente (0.2 K en un caso y 0.4 K en otro) comparada con el gradiente en sí mismo (dado por $T_{max}-T_{min}$) es mayor que para la cavidad sin tapa. En la cavidad sin tapa, un gradiente de 38 K será en general más difícil de mantener y por lo tanto la variación admisible más fácil de sobrepasar.

En una cavidad de área tan extensa puede no ser suficiente un control de la temperatura en la dirección axial. Ya sea para un cálculo de optimización con objeto de uniformizar la emisividad efectiva o simplemente para su determinación (junto con la incertidumbre) puede hacerse necesario generalizar el modelo para dar cuenta de la estructura completa del gradiente, que en este caso dependerá de dos variables, una lineal y otra angular $T(x, \omega)$. Esta generalización, aun siendo posible, excede sin embargo los objetivos principales de la tesis.

7.2.4 Resumen y conclusiones sobre las aplicaciones del modelo cónico

El modelo basado en el cálculo de las DIAS aplicado a la cavidad cónica no isoterma se ha demostrado eficaz para la determinación de gradientes de temperatura que producen perfiles uniformes de emisividad efectiva. La comparación con resultados publicados obtenidos con otros modelos ha sido satisfactoria y se ha extendido además el cálculo a cavidades provistas de tapa. La optimización del perfil de emisividad efectiva se ha realizado en base a un procedimiento iterativo de aproximaciones sucesivas, fácilmente programable una vez conocidas las funciones DIAS de la cavidad isoterma. Se ha demostrado su funcionamiento en varios ejemplos, calculando gradientes tanto de tipo espectral como de banda.

En un ejemplo de cavidad con tapa, hemos demostrado que es posible uniformizar la emisividad efectiva, pasando de una variación máxima del 4.2 % en la configuración isoterma, a una del 0.004 % con el gradiente de temperatura óptimo.

Al igual que concluyen los autores de [82], la aplicación de estos modelos (incluyendo la cavidad cónica y como veremos en su momento la cilindro-cónica) depende en gran medida de la facilidad técnica para establecer experimentalmente un gradiente de temperatura determinado en la cavidad, mantenerlo bajo control y variarlo. Esta posibilidad, de acuerdo con ellos, es indudablemente difícil pero no necesariamente imposible.

Hemos estudiado una configuración que teóricamente podría servir para su aplicación con termómetros de radiación con FOV extenso (típicamente industriales), considerando solamente el control del gradiente en la parte de la cavidad cubierta por el campo. Para ello se han calculado distribuciones de gradientes de temperatura que generan los perfiles uniformes de emisividad efectiva espectral local y a partir de ellos los valores de emisividad efectiva local e integrada en función del tamaño del detector y su distancia a la cavidad.

Una configuración de este tipo, de ser realizable experimentalmente, podría ser utilizada como fuente de área extensa de gran uniformidad.

Se ha descrito un procedimiento basado en el método de Montecarlo para la evaluación de la incertidumbre de la emisividad efectiva local e integrada por efecto del gradiente de temperatura como factor de influencia. Esta contribución se añadirá a las que estudiaremos en el siguiente capítulo debidas a factores geométricos y de emisividad intrínseca.

Aunque se han supuesto solo variaciones de orden cero y uno en los gradientes simulados, el modelo permite su generalización para incluir órdenes superiores de variación, lo que permitirá una aproximación mayor al conjunto de distribuciones de temperatura que pueden darse de forma más realista en una cavidad de cuerpo negro. De nuevo, para su cálculo ha sido fundamental disponer de las expresiones numéricas de la emisividad efectiva basadas en las funciones de distribución DIAS.

La sencilla expresión (recogida en la bibliografía) que permite calcular de forma aproximada el perfil de emisividad efectiva en cavidad no isoterma, en función de la isoterma, ha sido también deducida en base a las expresiones teóricas escritas en función de las distribuciones. Estas funciones demuestran de nuevo ser una herramienta muy útil para el cálculo y análisis de las cavidades de cuerpo negro no isotermas.

CAPÍTULO 8. MODELO PARA EL CÁLCULO DE LA EMISIVIDAD EFECTIVA EN CAVIDADES DE CUERPO NEGRO CILINDRO-CÓNICAS. DESARROLLO, CÁLCULO DE INCERTIDUMBRES Y APLICACIONES

8.1 Modelo geométrico, validación y cálculo de incertidumbres en cavidad isoterma

Este apartado incluye el artículo de la referencia [99], publicado en febrero de 2016 en la revista *Metrologia*. El anexo 4 reproduce la primera página del citado artículo.

8.1.1 Introducción

Las cavidades de cuerpo negro con geometría cilindro-cónica son las habitualmente utilizadas para la calibración de la máxima precisión de termómetros de radiación, cámaras de imagen térmica y radiómetros en general, cubriendo un extenso margen de temperatura. Los cuerpos negros de temperatura variable VTBB con las mejores especificaciones metrológicas se utilizan en el margen entre -60 °C y 1000 °C aproximadamente [17,44]

Para un correcto uso de estos sistemas, es necesario calcular con precisión el valor de la emisividad efectiva local ε_a e integrada ε^c [8,18]. Los modelos matemáticos más comunes hoy en día para su cálculo, utilizan el método de Montecarlo y la técnica BRT [19,22], a partir de las características ópticas, geométricas y térmicas de la cavidad, especialmente en presencia de una componente especular en la reflexión de la radiación. Estas son básicamente: tipo de reflexión (difusa, especular-difusa, etc.), emisividad intrínseca, longitud y diámetro de la cavidad, ángulo del cono, diámetro de la tapa o apertura de la cavidad y gradiente de temperatura (por lo general variable solo a lo largo del eje de simetría). En este último caso, la emisividad efectiva dependerá además de la longitud de onda [63].

Por lo general los modelos se validan mediante la comparación de sus resultados con los de otros publicados o si es posible por comparación con valores experimentales [23,33] Existen no obstante diferencias apreciables entre valores de emisividad efectiva calculados por métodos numéricos. Como ya sabemos esto ocurre especialmente en cavidades con tapa, donde debe tenerse en cuenta el efecto de viñeteado [43], por lo que este tipo de validación no siempre es fiable.

En este apartado generalizamos el modelo geométrico, aplicado a cavidades cilíndricas y cónicas en capítulos anteriores, a la geometría cilindro-cónica. Como en el capítulo anterior, para su validación hemos optado por un método de análisis de consistencia y no por una comparación directa con resultados de otros autores. Posteriormente se aplica no obstante, sobre algunas cavidades descritas en la bibliografía.

En este primer apartado proponemos un modelo de cavidad cilindro-cónica isoterma, provista de tapa y superficie perfectamente difusa. La incertidumbre del valor de emisividad efectiva local en puntos definidos de la cavidad es calculada por el método de Montecarlo, a partir de distribuciones de probabilidad bien definidas, que describen la indeterminación de las variables de entrada. El método de evaluación se basa en las recomendaciones de [32] y considera inicialmente distribuciones de probabilidad para los parámetros: longitud, diámetro, apertura, ángulo y emisividad intrínseca.

En [17] se dan recomendaciones para el cálculo de la incertidumbre de ε_a en el contexto clásico de la GUM [78], mientras que nosotros trabajamos con el (más potente) método de Montecarlo. El cálculo de la incertidumbre por esta vía, exige disponer de los algoritmos numéricos necesarios que ponen el valor de ε_a en función de las variables anteriores y del número de pruebas de Montecarlo. Por otra parte debe permitir utilizar diferentes distribuciones de probabilidad para las magnitudes de entrada, elegidas en función de la información disponible en cada momento, de su naturaleza física, procedimiento de medida, etc.

Como veremos más adelante, en un principio y para simplificar se consideran rectangulares, aunque en casos es físicamente más realista una distribución triangular, trapezoidal o incluso normal [32]. El modelo es aplicado a dos cavidades de nuestro laboratorio que cubren en su conjunto el margen de temperatura entre 300 °C y 960 °C. Este sistema junto con otros cuerpos negros, forma la base de la acreditación ENAC del INTA en termometría de radiación entre -60 °C y 1100 °C. Cubre la calibración de termómetros de radiación, cámaras termográficas y cuerpos negros en diferentes márgenes de longitud de onda entre 0.9 μm y 14 μm [100].

Las cavidades estudiadas se mantienen en hornos “heat pipe”, uno de cesio (CsHPBB) y otro de sodio (NaHPBB) Este tipo de sistemas son hoy día considerados como el estado del arte en VTBB [44]. Inicialmente calibrados por el PTB podrán a partir de ahora (junto con el resto de cuerpos negros del laboratorio) ser caracterizados internamente mediante la aplicación de los modelo y técnicas desarrolladas en este y en anteriores capítulos.

8.1.2 Modelo cilindro-cónico y geometría de la reflexiones en el interior de la cavidad

En los capítulos anteriores se han desarrollado modelos geométricos basados en la elección de planos y sistemas de referencia particulares que facilitan la descripción de las trayectorias de los fotones entre reflexiones sucesivas dentro de la cavidad. En esta geometría hemos dividido la cavidad en tres secciones bien diferenciadas: fondo cónico, pared cilíndrica y tapa, de forma que las trayectorias de los fotones se agrupan (como en la sección 6.1.1) en:

1. Trayectorias de fotones reflejados en el fondo cónico y que van al mismo cono, sección cilíndrica, tapa o exterior.
2. Trayectorias de fotones reflejados en la tapa, hacia el fondo cónico o la pared cilíndrica.
3. Trayectorias desde la superficie cilíndrica, hacia el fondo, tapa, la misma superficie cilíndrica o el exterior.

Analizamos aquí con detalle solo la geometría de las trayectorias entre el cono y la sección cilíndrica y tapa, puesto que los demás casos están contemplados en los modelos geométricos de los capítulos anteriores. Consideremos una cavidad con longitud de la sección cilíndrica L , diámetro D , diámetro interior de la tapa o apertura de la cavidad A_{per} y ángulo del cono Ω . Los modelos que utilizamos para la descripción de las trayectorias de fotones reflejados en el interior de la cavidad se basan como ya sabemos, en una adecuada elección de planos y sistemas de referencia.

Haciendo referencia a la figura 6.1 como base para la definición del sistema de coordenadas, recordamos que estas facilitarán en su caso la representación geométrica de las trayectorias cuando exista una contribución de reflexión especular. El modelo más sencillo (especular-difuso) que describe razonablemente bien el comportamiento general de la cavidad en cuanto a reflexión y que incluye una componente difusa y otra especular [17-19,23,101], asume un valor para la reflectancia que viene dado por la suma:

$$\rho = \rho^d + \rho^s \quad (8.1)$$

Aquí ρ^d y ρ^s son respectivamente las componentes difusa y especular de la reflectancia. En este tipo de reflexión, el método de Montecarlo ofrece su mayor potencial. En la figura 8.1 mostramos una revisión de la figura 6.1 para un mejor seguimiento del siguiente desarrollo. Se ha venido diciendo a lo largo de este trabajo, que dentro de los objetivos no se encuentra el tratamiento de la reflexión especular-difusa. El siguiente análisis sirve no obstante como demostración de que la idea geométrica que seguimos es adecuada para una generalización posterior.

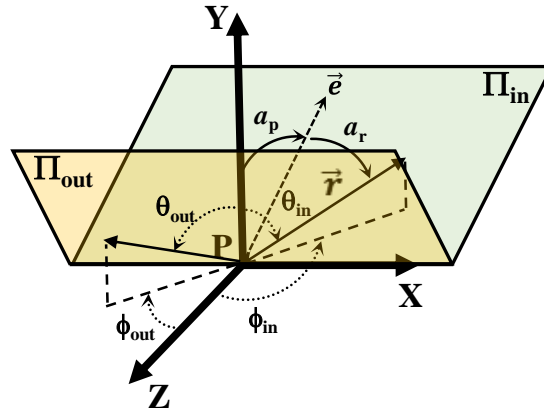


Figura 8.1. Esquema para la descripción de las trayectorias de fotones después de una reflexión en el punto P

La aplicación del método de Montecarlo a un modelo especular-difuso requiere el uso de un número aleatorio con distribución uniforme entre 0 y 1 (u_{sd}) para determinar qué tipo de reflexión tiene lugar. Si un fotón se refleja especularmente ($u_{sd} < \rho^s / \rho$) la dirección es determinada de acuerdo a las leyes de la óptica geométrica [7]. Un fotón que incide sobre la superficie en \mathbf{P} en la dirección $-\vec{r}$ de la figura anterior (plano Π_{in}) y es reflejado especularmente, sigue una trayectoria en el plano Π_{out} con una dirección definida por las coordenadas: $\{\theta_{out}, \phi_{out}\}$. Por las leyes de la reflexión, al ser el eje \mathbf{Y} coincidente con la normal a la superficie, verifican: $\theta_{out} = \theta_{in}$, $\phi_{out} = \pi + \phi_{in}$, con lo cual es fácil deducir que los ángulos de salida en el sistema de Π_{out} son: $a_{p(out)} = -a_{p(in)}$ y $a_{r(out)} = -a_{r(in)}$. En todo momento se considera por convenio que el ángulo a_r es positivo cuando el fotón se dirige hacia el exterior de la cavidad (a la derecha en la figura 8.1) y negativo en caso contrario. Respecto a a_p , este será positivo si se dirige hacia la derecha del eje \mathbf{Y} visto desde el eje \mathbf{X} .

Para propagación desde un punto de la sección cónica \mathbf{P} hacia puntos del mismo cono, sección cilíndrica, tapa o exterior, la geometría de las trayectorias se puede estudiar a partir de la sección plana definida por la intersección del plano de referencia Π , con la superficie cilindro-cónica de la cavidad, tal y como se muestra en la figura 8.2.

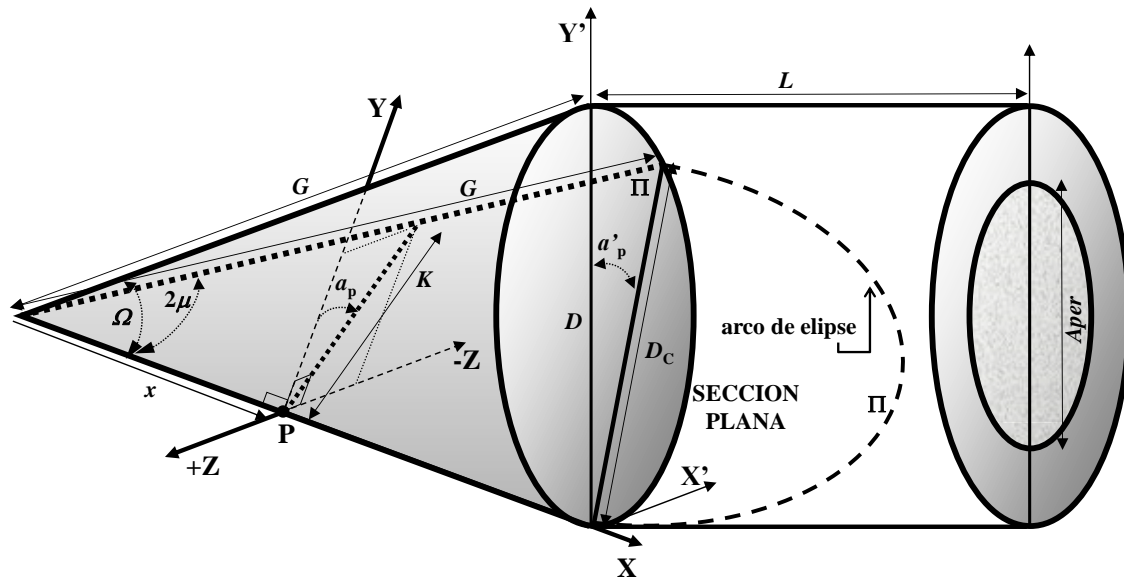


Figura 8.2. *Intersección del plano de referencia Π con la superficie cilindro-cónica de la cavidad. En la sección cilíndrica la intersección tiene frontera elíptica, mientras que en la sección cónica es un triángulo*

Como se ve en la figura, los ángulo μ y a_p y los segmentos de longitud K y D_c dependen del ángulo aleatorio a_p . G representa la longitud de la generatriz del cono, siendo $Y'X'$ un sistema de referencia definido en la base. El plano Π que se forma a partir del ángulo a_p crea una figura triangular en su intersección con el cono, de base D_c , lados de longitud G y ángulo en el vértice 2μ siendo a_p el ángulo que forma el plano Π con el eje Y' en la base del cono. Por otra parte, la intersección de este plano con la sección cilíndrica de la cavidad, crea una figura plana con frontera elíptica. Esta puede intersectar el plano de la apertura para determinado ángulo a_p y en función de la configuración de la cavidad: $\{L, D, A_{per}$ y $\Omega\}$

En la figura 8.3 se muestra otra vista de la sección elíptica formada por la intersección de Π con el cilindro, junto con los parámetros que determinan la ecuación de la elipse (parte inferior de la figura), respecto al sistema de coordenadas definido por $\{\tilde{x}, \tilde{y}\}$ En la parte superior derecha de la figura puede verse una sección de la cavidad con un corte del plano Π formando un ángulo ξ con respecto al eje de la cavidad.

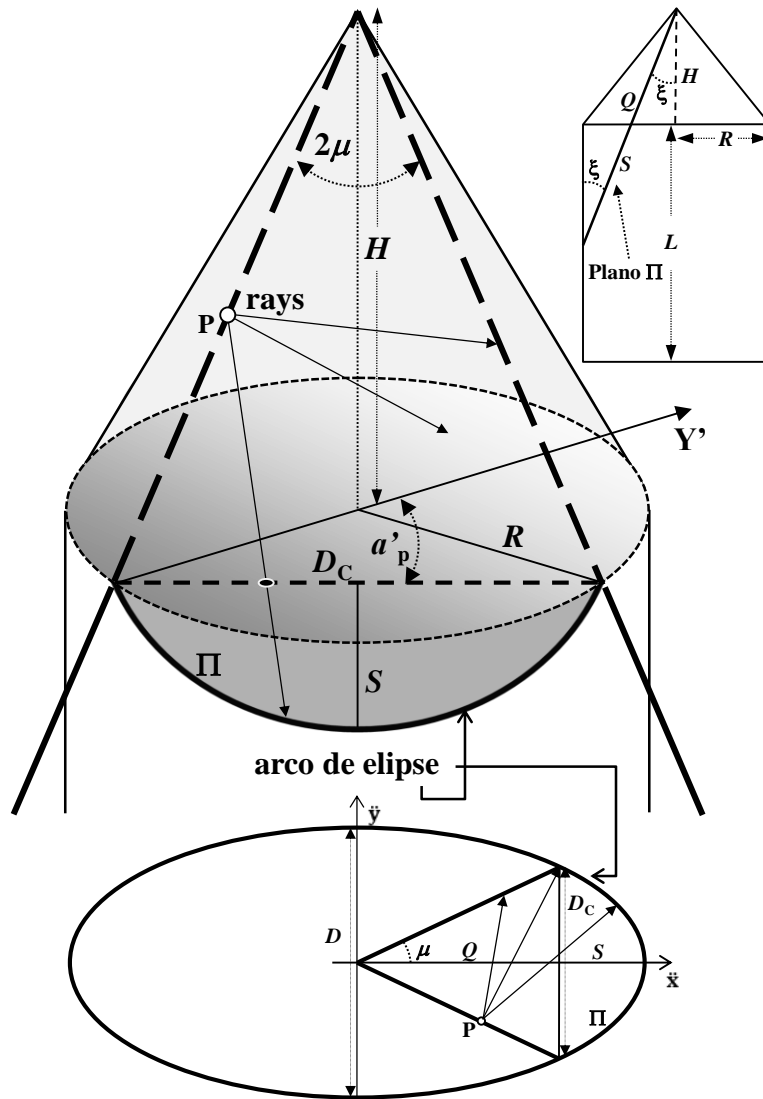


Figura 8.3. Definición de sistema de referencia y parámetros para la descripción de las trayectorias de los fotones en el plano Π , a partir del punto de reflexión P en la superficie interior del cono

Dada una configuración geométrica de la cavidad, en función del ángulo: ξ, ξ', \dots , de la figura 8.4, los planos de referencia correspondiente: Π, Π', \dots , pueden cortar al plano definido por la tapa, bien a nivel de la apertura o entre el borde del cilindro y esta, o incluso no llegar a ella como en la figura 8.3. En la figura 8.4, los segmentos de longitud l_1, l_2 y l_3 se definen a partir de la intersección del plano de la tapa con Π' y fijan los límites para establecer analíticamente si los fotones reflejados en P impactan la tapa o salen de la cavidad.

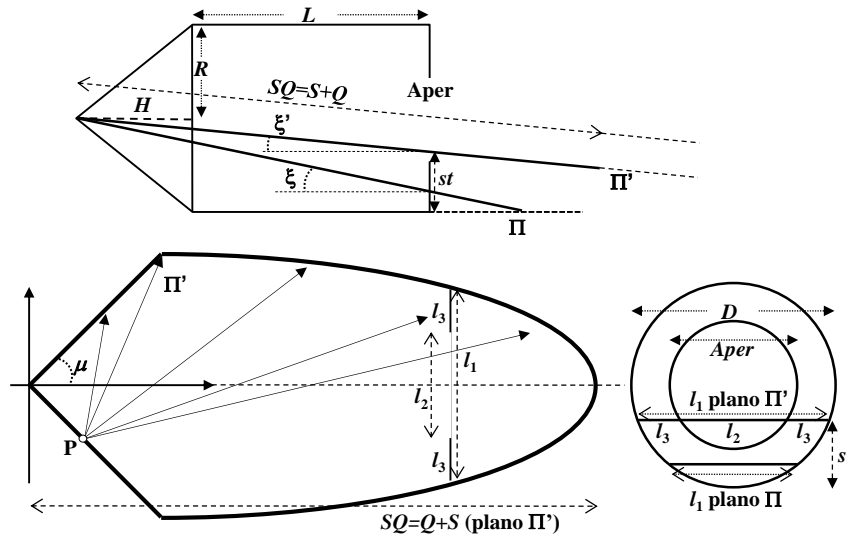


Figura 8.4. Detalle de los planos Π y Π' correspondientes a los ángulos ξ y ξ' para la determinación de punto de impacto del fotón en la tapa

Como se ha comentado anteriormente, la estructura de las reflexiones desde la sección cilíndrica y tapa, no es diferente de la que ya ha sido descrita en detalle en los modelos de capítulos anteriores. El algoritmo de cálculo (escrito en lenguaje VBA) consiste en un proceso iterativo en base a subprogramas que determinan el punto de impacto final cuando el fotón es reflejado de forma difusa desde el cono, desde el cilindro o desde la tapa. El proceso comienza con el lanzamiento de un fotón desde la posición del detector en el exterior, hacia el punto donde se desea calcular la emisividad efectiva. Para reflexión perfectamente difusa, la dirección de entrada no afecta al resultado. El proceso termina cuando el fotón es absorbido por la superficie o sale de la cavidad por la apertura y se repite para un número de fotones N previamente establecido. El diagrama de flujo básico ha sido descrito en el apartado 6.1.2 y no difiere de forma significativa entre un tipo de cavidad y otro.

8.1.3 Validación del modelo

Como se ha comentado en la introducción, la validación del modelo se realiza demostrando que las trayectorias calculadas predicen correctamente los factores de forma entre elementos de superficie (diferenciales y finitos) del interior de la cavidad, como ya se hizo en la cavidad cónica. Para un conjunto formado por pares de elementos de superficie $\{S_{fuente}, S_{blanco}\}_k$ se calcula la distribución de fotones que llegan a S_{blanco} del total N lanzado desde S_{fuente} . Las distribuciones experimentales obtenidas para cada par, se comparan con los factores de forma característicos de esta geometría tomados de la bibliografía [5]

El conjunto se define con trayectorias entre:

1. un anillo diferencial del cono y la apertura de la cavidad
2. un anillo diferencial del cono y una sección coaxial finita del cilindro
3. un anillo diferencial del cilindro y una sección coaxial finita del cono
4. un anillo diferencial del cono y una sección coaxial finita del cono
5. un anillo diferencial del cilindro y una sección coaxial finita del cilindro
6. un anillo diferencial del cilindro y la apertura de la cavidad
7. un anillo coaxial diferencial de la tapa y una sección coaxial finita del cilindro
8. un anillo coaxial diferencial de la tapa y una sección coaxial finita del cono

En la figura 8.5 se muestra un esquema de la cavidad con la posición de las secciones finitas y diferenciales. Para cada una de las tres zonas en las que dividimos la cavidad, estas son:

- Cono. Finita entre h_1 y h_2 y diferencial δh de radio r_h , a distancia h del vértice y distancia L_h desde el plano de la tapa.
- Cilindro. Finita entre a_1 y a_2 y diferencial δa a distancia a respecto a la base del cono.
- Tapa. Finita definida por la apertura $Aper$ y diferencial δr de radio r .

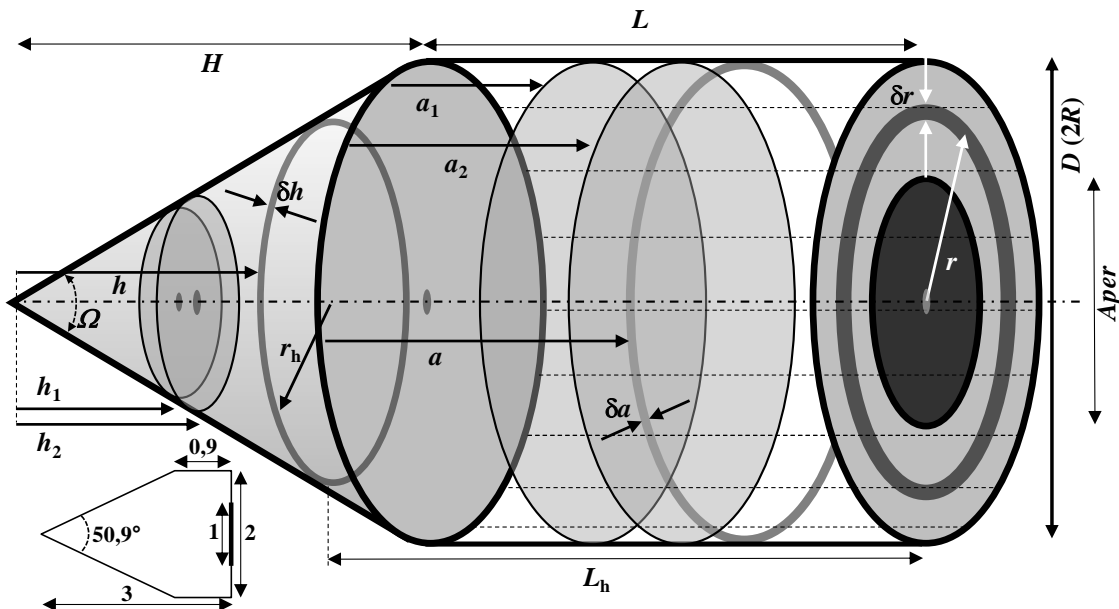


Figura 8.5. Esquema de la cavidad cilindro-cónica para el cálculo de los factores de forma experimentales y su comparación con los valores teóricos, junto con una imagen a escala (imagen inferior) de la cavidad utilizada en la validación del modelo

Mostramos a continuación los resultados obtenidos con $N=10^7$ fotones, en una cavidad definida geoméricamente por $(L, D, \Omega, Aper)=(0.9, 2, 50.9^\circ, 1)$, profundidad del cono $H=2.1$ y longitud total de la cavidad $(H+L)=3$, siendo $H/(L+H)=0.7$. En la parte inferior de la figura 8.5 se muestra la cavidad a escala.

(1) Anillo diferencial del cono y apertura

Se lanzan N fotones de forma difusa en direcciones aleatorias, desde puntos de la cavidad a distancia h del vértice del cono (ver figura anterior) y se calculan sus trayectorias aplicando el modelo geométrico. Se cuentan los fotones N' que salen por la apertura y a partir de ahí se calcula la distribución experimental $F_{exp}=N'/N$, para compararla con el factor de forma teórico $F=F_{d1 \rightarrow f2}$, entre un anillo diferencial del interior de un cono (**d1**) y un disco finito coaxial (**f2**). Este factor [5], viene dado por la expresión:

$$F_{d1 \rightarrow f2} = \frac{1}{2R_1} \left[\frac{YZ + 2R_2^2 R_1 \text{sen}(\Omega/2)}{\sqrt{Y^2 - 4R_1^2 R_2^2}} - Z \right] \tag{8.2}$$

donde: $R_1=r_h/L_h$, $R_2=(Aper/2)/L_h$, $Y=1+R_1^2+R_2^2$, $Z=\cos(\Omega/2)-R_1 \text{sen}(\Omega/2)$

Para valores h entre el vértice y la base del cono, la figura 8.6 muestra F_{exp} y la diferencia $F-F_{exp}$ junto con la desviación típica experimental, obtenida a partir de la ejecución repetida diez veces del algoritmo de Montecarlo.

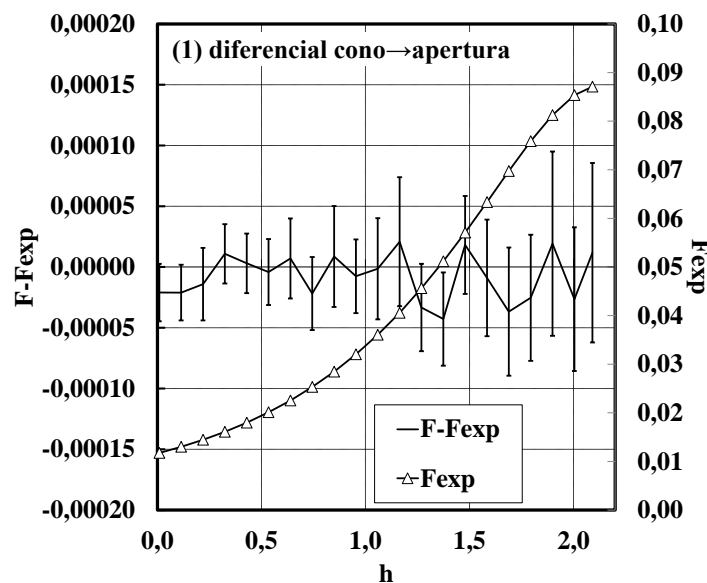


Figura 8.6. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (1) definida en el texto

(2) Anillo diferencial del cono y sección coaxial finita del cilindro

Aplicando el álgebra de los factores de forma [5], es inmediato demostrar que este factor puede construirse a partir de los correspondientes entre el anillo diferencial del cono y dos discos coaxiales del mismo diámetro que el cilindro y situados a distancia a_1 y a_2 de la base del cono. Se han calculado las distribuciones de fotones, que desde el anillo diferencial del cono atraviesan tres secciones cilíndricas, situadas entre los límites (a_1, a_2) con valores: (0.01, 0.1), (0.3, 0.6) y (0.8, 0.9). Como en (1), los fotones parten de anillos δh entre $h=0$ y $h=H=2.1$

Los factores de forma entre el anillo diferencial de un cono **d1** y una sección finita coaxial de un cilindro **f2** se calculan mediante la expresión: $F_{d1 \rightarrow f2} = F_{d1 \rightarrow f21} - F_{d1 \rightarrow f22}$, donde **f21** representa la superficie de un disco de radio $D/2$ a distancia $(H-h)+a_1$ del anillo diferencial y **f22** lo mismo para un disco a distancia $(H-h)+a_2$. Los resultados, para los tres casos analizados, se muestran en la figura 8.7.

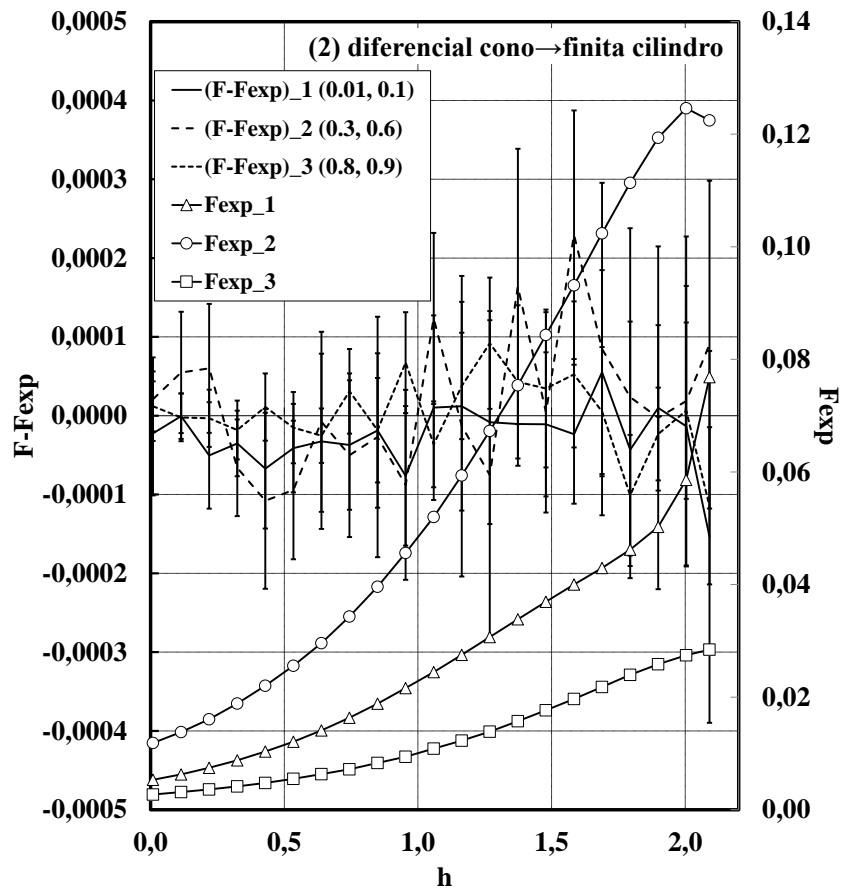


Figura 8.7. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (2)

(3) Anillo diferencial en el cilindro y sección finita coaxial en el cono

Este caso es analizado a partir del factor de forma entre un elemento diferencial sobre la superficie de un cilindro **d1** y un disco coaxial perpendicular **f2** [5] y viene dado por:

$$F_{d1 \rightarrow f2} = \frac{Z}{2} \left[\frac{X}{\sqrt{(X^2 - 4R'^2)}} - 1 \right] \tag{8.3}$$

donde (tomando de referencia la figura 8.5) se define: $Z=(H-h+a)/R$, $R'=r_h/R$, $X=1+Z^2+R'^2$

Como en el caso anterior, los factores de forma entre el anillo diferencial del cilindro y el finito del cono se obtienen a partir de la expresión: $F_{d1 \rightarrow f2} = F_{d1 \rightarrow f22} - F_{d1 \rightarrow f21}$, donde **f22** es un disco coaxial de radio r_{h2} a distancia $(H-h_2+a)$ de la sección diferencial cilíndrica y **f21** es un disco coaxial de radio r_{h1} a distancia $(H-h_1+a)$. Los resultados se muestran en la figura 8.8 para valores a entre 0 y $L=0.9$, con la sección del cono situada en el intervalo: $(h_1, h_2)=(0.5, 1)$

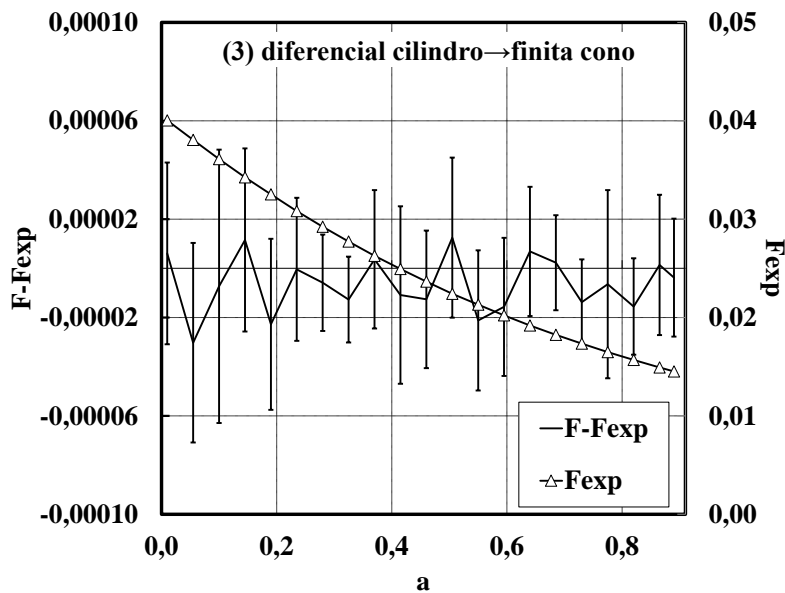


Figura 8.8. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (3)

(4) Anillo diferencial en el cono y sección finita coaxial en el cono

Se utilizan los factores de forma entre una sección diferencial del cono y un disco coaxial y se aplican las mismas propiedades algebraicas que en casos anteriores. Para secciones de cono situadas a distancia h del vértice, entre 0 y 0.5 y una sección finita definida por el intervalo: $(h_1, h_2)=(0.5, 1)$, los resultados se muestran en la figura 8.9.

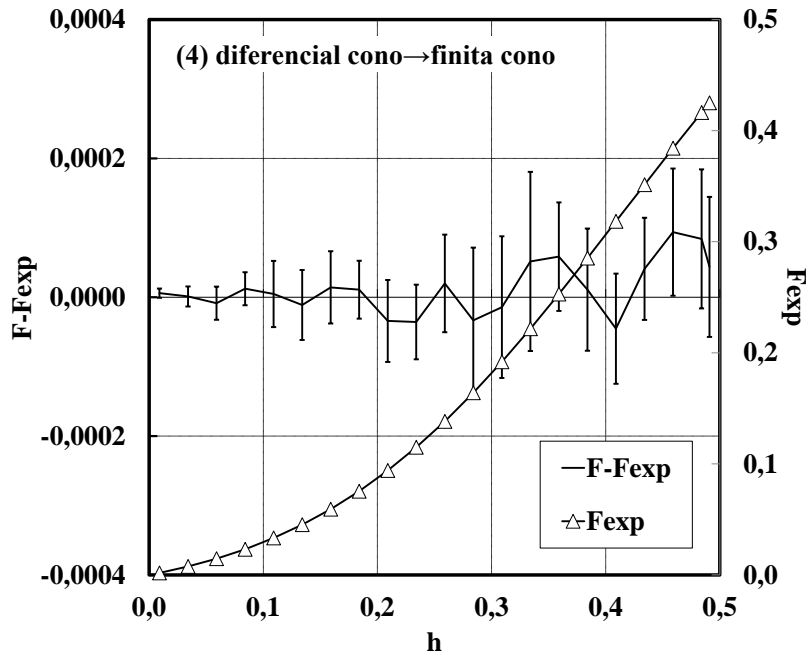


Figura 8.9. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (4)

(5) Anillo diferencial en el cilindro y sección coaxial finita en el cilindro

Los factores de forma que se utilizan son los mismos que en el punto (3). Para una sección finita del cilindro en el intervalo $(a_1, a_2)=(0.5, 0.7)$ y secciones diferenciales coaxiales entre 0 y 0.9, los resultados se muestran en la figura 8.10.

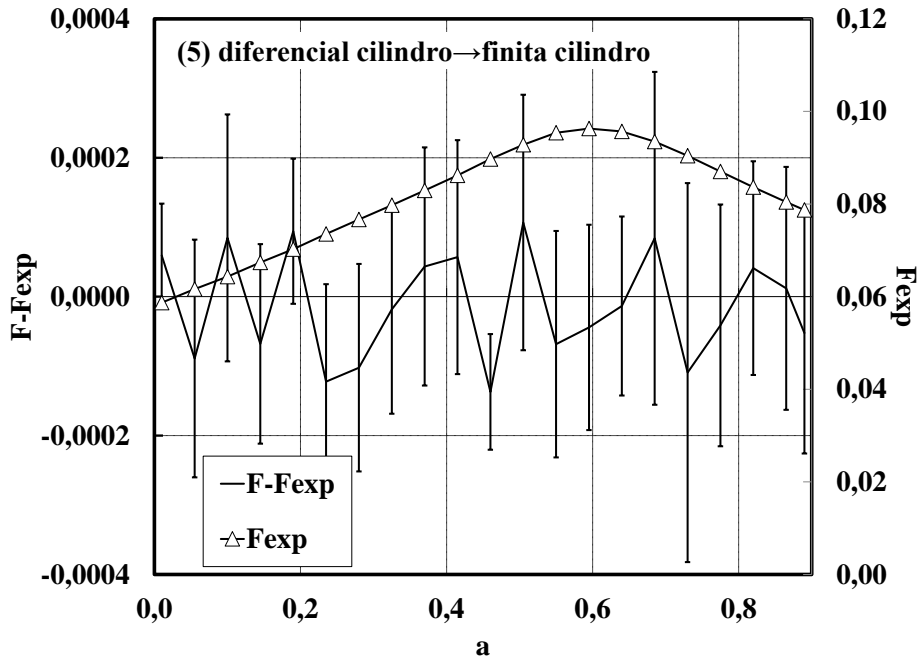


Figura 8.10. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (5)

(6) Anillo diferencial en el cilindro y apertura

Utilizamos factores de forma entre sección diferencial del cilindro y disco coaxial de diámetro A_{per} . Los resultados se muestran en la figura 8.11 para secciones del cilindro entre 0 y 0.9.

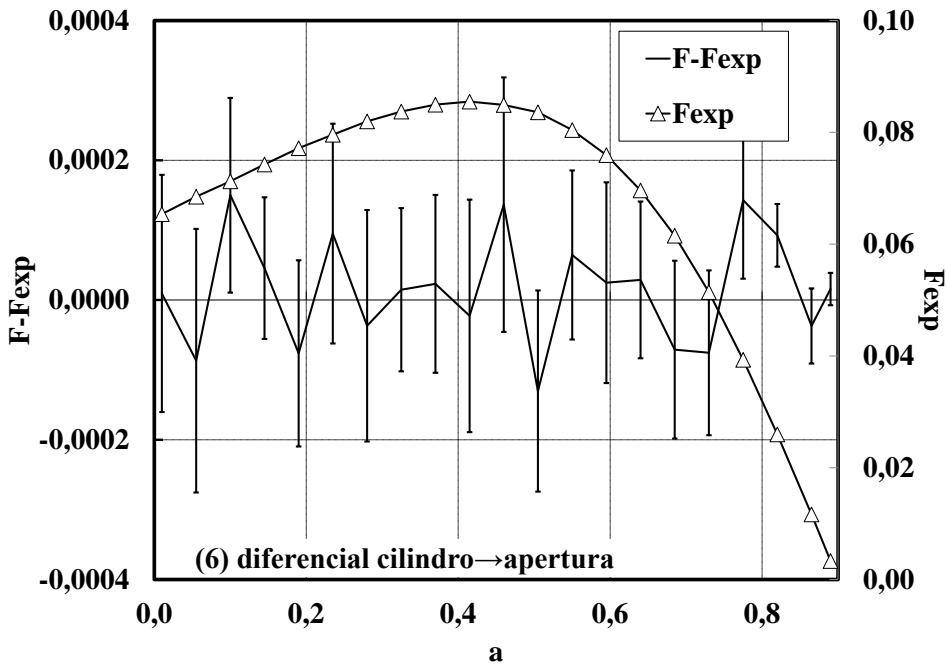


Figura 8.11. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (6)

(7) Anillo coaxial diferencial en la tapa y sección finita coaxial en el cilindro

Los factores de forma teóricos se calculan a partir de los correspondientes entre un anillo diferencial **d1** sobre un disco y un disco paralelo y coaxial **f2** paralelo al anillo [5]:

$$F_{d1 \rightarrow f2} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{R_1^2 - R_2^2 + 1}{\sqrt{((R_1^2 + R_2^2 + 1)^2 - 4R_1^2 R_2^2)}} \right] \quad (8.4)$$

donde $R_1=r/(L-a)$ y $R_2=R/(L-a)$. Como en anteriores ocasiones, los factores de forma (**f2** es ahora la sección finita cilíndrica) se calculan a partir de la expresión: $F_{d1 \rightarrow f2} = F_{d1 \rightarrow f22} - F_{d1 \rightarrow f21}$, donde **f22** es un disco coaxial de radio R a distancia $(L-a_2)$ de la tapa y **f21** un disco coaxial de radio R a distancia $(L-a_1)$ de la tapa ($a_1 < a_2$). En este caso, según la figura 8.5, se toman secciones diferenciales **d1** con r entre $A_{per}/2=0.5$ y $D/2=1$ en la tapa y una superficie finita coaxial del cilindro **f2** definida en el intervalo: $(a_1, a_2)=(0.4, 0.6)$. Los resultados se muestran en la figura 8.12.

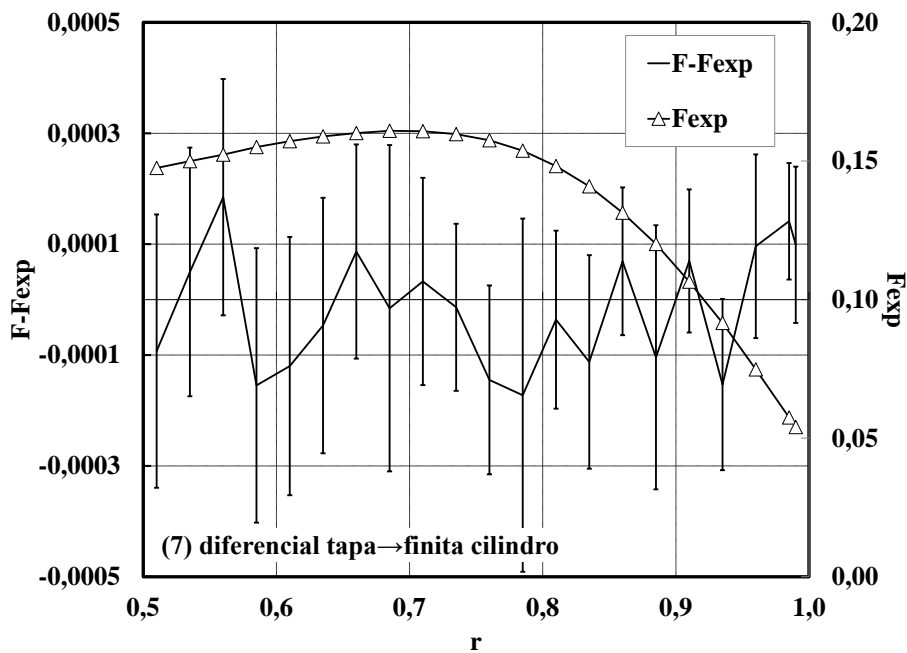


Figura 8.12. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (7)

(8) Anillo coaxial diferencial en la tapa y sección coaxial finita en el cono

Es similar a (7), estando la sección finita en el cono definida en el intervalo: $(h_1, h_2)=(1, 1.2)$. Los resultados se muestran en la figura 8.13 para las mismas secciones diferenciales de la tapa que en el punto anterior.

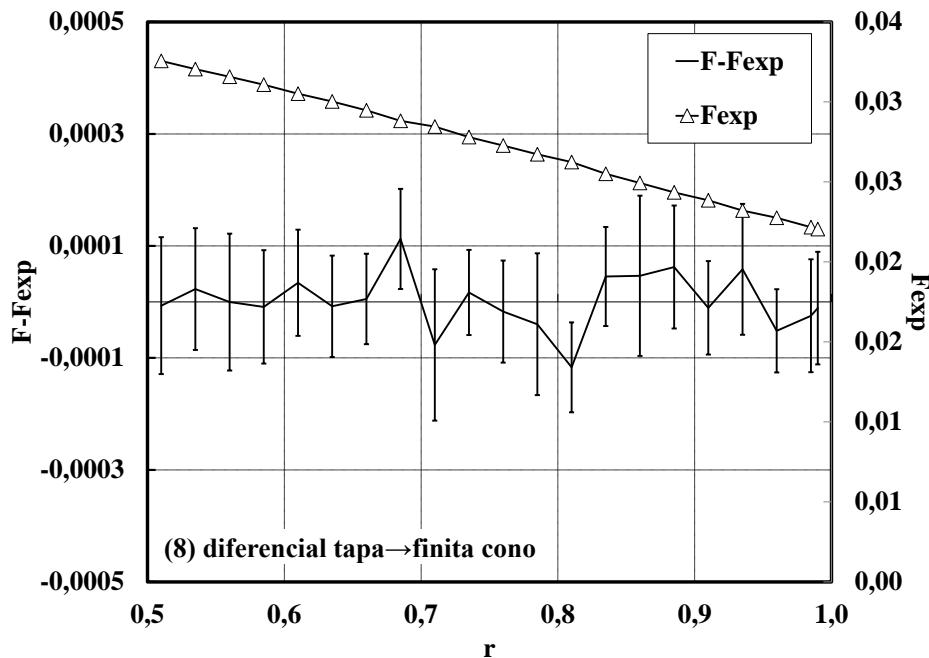


Figura 8.13. Comparación de los factores de forma experimentales F_{exp} con los valores teóricos F . Configuración (8)

En general el acuerdo entre valores teóricos y experimentales (numéricos) es satisfactorio dentro de la incertidumbre. El valor de esta como se demuestra en el apartado 7.1.4, es intrínseco al generador de números aleatorios utilizado y depende del número de pruebas N . Como ya se ha indicado anteriormente, en este trabajo hemos elegido el generador recomendado por la GUM, WH [31,32]

8.1.4 Comparación con resultados publicados

Comparamos ahora los resultados del modelo con los publicados por Ohwada [70], que utiliza para su cálculo el método de la aproximación zonal propuesto por Bedford y Ma [72] El autor considera un conjunto de cavidades de factor geométrico K (definido como $H/(L+H)$) con valores: $K=1$ (cavidad cónica), $K=0.7$ y $K=0.3$

Para $D=2$, $A_{per}=1$, y longitudes totales de cavidad $(L+H)$ iguales a 3, 5 y 8, las diferentes configuraciones de cavidad para ángulo Ω y longitud de la sección cilíndrica L analizadas en [70], se muestran en la tabla 8.1

(L+H)	3	5	8
K			
1	36.9° ← Ω 0.0 ← L		
0.7	50.9° 0.9	31.9° 1.5	20.2° 2.4
0.3	96.0° 2.1	67.4° 3.5	45.2° 5.6

Tabla 8.1. Valores de Ω y L para las diferentes configuraciones de cavidad (K y L+H) analizadas en la comparación con los resultados de [70]

Para emisividad intrínseca $\varepsilon=0.75$ and $\varepsilon=0.50$, el modelo se aplica con $N=10^7$ para calcular ε_a en puntos del fondo cónico a distancias perpendiculares al eje de 0.1 y 0.5. Los resultados para la diferencia $\Delta\varepsilon_a = \varepsilon_a(\text{modelo}) - \varepsilon_a(\text{Ohwada})$ en términos de ε_a se muestran en la figura 8.14, junto con la desviación típica experimental calculada con 10 repeticiones del algoritmo de Montecarlo. Los resultados de ambos modelos son compatibles.

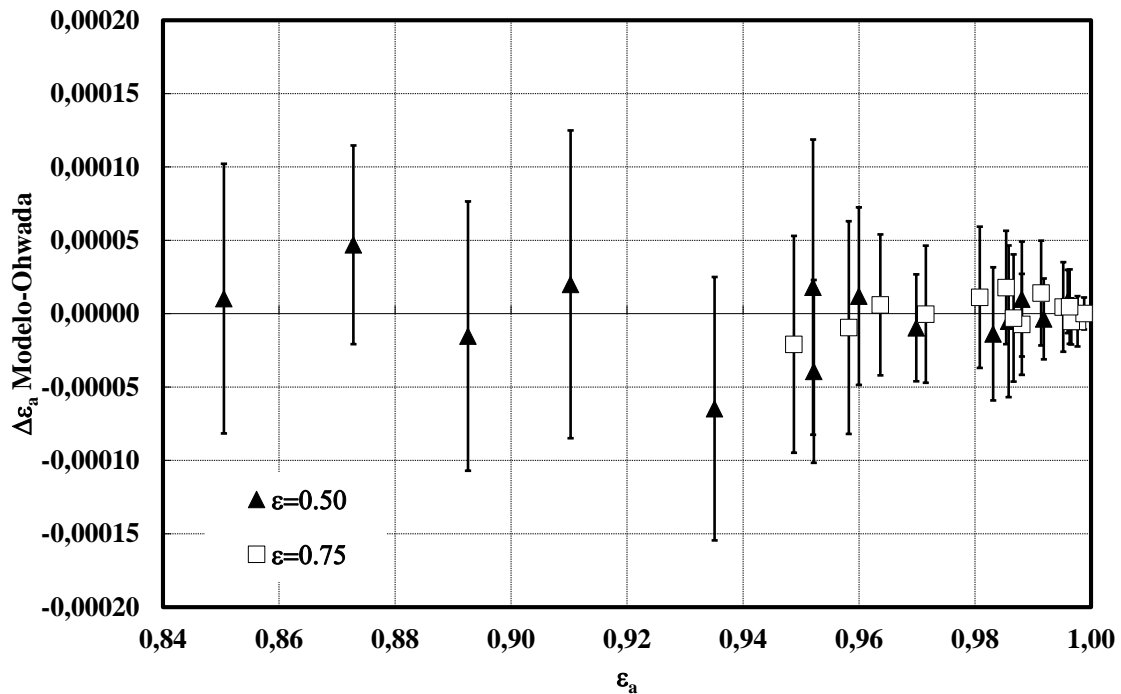


Figura 8.14. Diferencia entre los resultados de [70] y los del modelo, para las configuraciones de cavidad de la tabla 8.1

A los resultados anteriores se añade un análisis de convergencia de los valores de emisividad efectiva en una cavidad cilindro-cónica cuando se aproxima a cavidad cónica, habiendo resuelto esta con los cálculos del capítulo anterior. Consideramos una cavidad cilindro-cónica (CyCo) con tapa, $\varepsilon=0.5$ ($D=2$, $Aper=1$) y longitud de la parte cilíndrica entre $L>0$ y $L=0.21$, a lo que corresponden ángulos entre $\Omega>36.9^\circ$ y 39.4° . Los valores de ε_a se calculan en el fondo a una distancia perpendicular de 0.5 respecto al eje y en función del ángulo Ω y para la cavidad cónica (Co) se utiliza el modelo validado en el capítulo anterior. En la Figura 8.15 se representa este análisis incluyendo un ajuste polinómico de los valores CyCo.

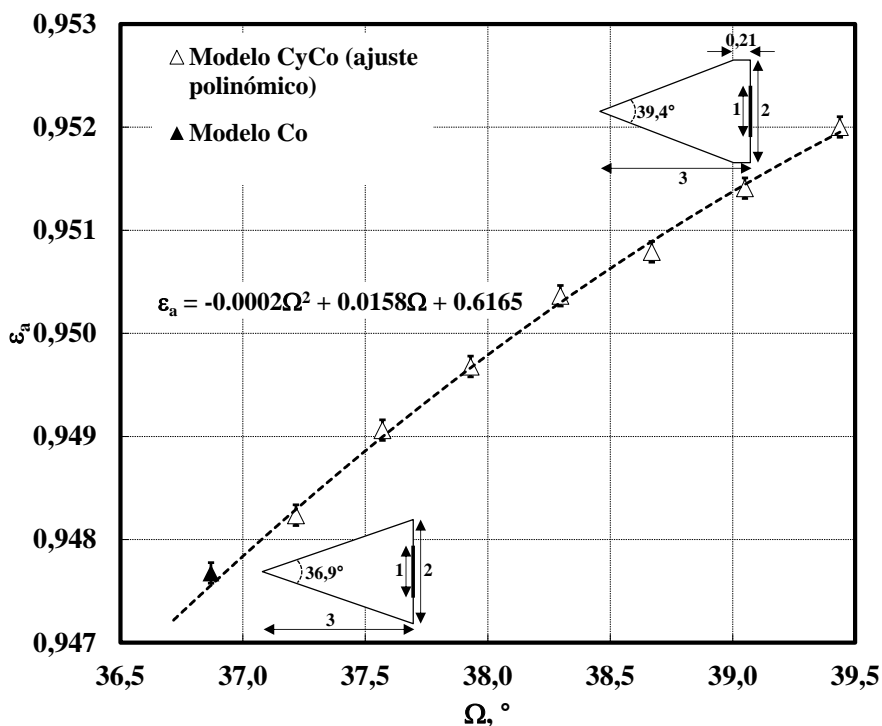


Figura 8.15. Análisis de convergencia para los resultados del modelo correspondientes a una cavidad cilindro-cónica (CyCo), cuando la geometría tiende a cónica (Co). La cavidad se define con $D=2$ y con tapa $Aper=1$. Las barras de error representan la desviación típica calculada con 10 valores

8.1.5 Incertidumbre de la emisividad efectiva en cavidades cilindro-cónicas isoterma

Una vez que el modelo ha sido validado, se aplica al cálculo de la incertidumbre de la emisividad efectiva en cavidades isoterma. Como factores de influencia consideramos la emisividad intrínseca ε y los parámetros geométricos: L , D , Ω y $Aper$ [17]

A partir del modelo numérico para el cálculo de ε_a (función de medida) la determinación de su incertidumbre [32] se lleva a cabo propagando las distribuciones de probabilidad de las variables de entrada. La aplicación del método de Montecarlo, siguiendo las recomendaciones de la

referencia anterior, nos lleva a la obtención de la distribución de probabilidad de la magnitud de salida y por lo tanto de su incertidumbre. La función o modelo de medida (numérico) $\varepsilon_a(N; L, D, \Omega, A_{per}, \varepsilon)$ incluye en general el número de pruebas de Montecarlo como parámetro. Posteriormente se verá que su influencia es mucho menor que la del resto de variables.

Por simplicidad, en principio se eligen distribuciones para las variables de entrada de tipo rectangular y no correlacionadas. En [17], donde se aplica el método clásico de propagación de incertidumbres [78], se eligen valores para la incertidumbre típica u de las variables de entrada, considerados normales en los cuerpos negros utilizados en termometría de radiación de alto nivel por debajo de 960 °C. Tales aplicaciones son típicas de (aunque no limitadas a) Laboratorios Nacionales.

Para ajustarnos a este criterio, en este trabajo supondremos que los valores de incertidumbre típica de [17], corresponden a los límites de nuestras distribuciones rectangulares. Por tanto se consideran estas caracterizadas por semianchuras: $\Delta L=1\%$ de L , $\Delta D=1\%$ de D , $\Delta A_{per}=1\%$ de A_{per} , $\Delta \Omega=2.5^\circ$ y $\Delta \varepsilon=0.05$

Por debajo de 962 °C (temperatura del PSAg) en [17] se sugieren valores para la incertidumbre típica entre el 0.5% (incertidumbre óptima) y el 1%. Puesto que nosotros trabajamos con distribuciones de probabilidad rectangulares, asumimos que los valores dados en la referencia: $u(L)$, $u(D)$, etc..., se relaciona con la semianchura ΔL , ΔD , etc..., por: $\Delta/\sqrt{3}=u$

Los valores Δ definidos están por tanto en torno al 0.6% en términos de incertidumbre típica u , lo cual es razonable teniendo en cuenta las especificaciones de los cuerpos negros del LabTH sobre los que aplicaremos el modelo más adelante. Siendo u_1 , u_2 , u_3 , u_4 y u_5 variables aleatorias uniformes independientes entre 0 y 1, las magnitudes de entrada se pueden expresar como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon(2u_1 - 1) \\ L = L_0 + \Delta L(2u_2 - 1) \\ D = D_0 + \Delta D(2u_3 - 1) \\ A_{per} = A_{per_0} + \Delta A_{per}(2u_4 - 1) \\ \Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega(2u_5 - 1) \end{array} \right. \quad (8.5)$$

Los valores L_0 , D_0 , Ω_0 , A_{per_0} y ε_0 son el centro de las distribuciones y dependen de cada cavidad particular. El cálculo de la incertidumbre de ε_a se realiza mediante la simulación de valores aleatorios de las magnitudes de entrada en base a las distribuciones (8.5), aplicando en este caso el generador de números aleatorios WH. Sobre la distribución de probabilidad de ε_a se obtiene finalmente el valor medio $\bar{\varepsilon}_a$ y la desviación típica experimental (DTE) s y a partir de estos valores

el intervalo de cobertura (simétrico) alrededor de la medida, que contiene el 95% de la distribución, es decir el factor de cobertura k para el intervalo: $(\bar{\varepsilon}_a - k \cdot s, \bar{\varepsilon}_a + k \cdot s)_{95\%}$, siendo la incertidumbre $U_{95\%} = k \cdot s$.

El número de pruebas de Montecarlo para el cálculo local de ε_a en puntos del fondo cónico y la pared cilíndrica ha sido $N=10^7$. Sin embargo para mantener el tiempo de computación en límites razonables hemos utilizado $N=10^6$ y un número de simulaciones $N'=10^4$ para generar las correspondientes distribuciones de probabilidad a partir de (8.5). La influencia de N será analizada más adelante. Como en los demás casos descritos en anteriores capítulos, los algoritmos de cálculo se programan en lenguaje VBA [77] y se ejecutan en un PC Intel(R) Core(TM) i5-4570 CPU @ 3.20GHz RAM 4.00GB.

Primero se calcula $\varepsilon_a(x)$ en la sección cónica a lo largo de la generatriz y en la sección cilíndrica hasta la apertura. En cada sección se definen 30 puntos equidistantes y en cada uno de ellos se obtienen 10 valores por repetición del algoritmo numérico. La incertidumbre intrínseca de Montecarlo se calcula a partir de la DTE s_{10} o con (7.9). Cuando se recurre a un ajuste de los valores $\{\varepsilon_a(x_{1,\dots,30})\}$ a funciones de referencia (generalmente polinómicas) por ejemplo en el cálculo de la emisividad efectiva integrada, consideramos una contribución extra a la incertidumbre. Se estima con distribución rectangular a partir del residuo máximo del ajuste. Si r es este residuo, la incertidumbre expandida para $k=2$ (asumiendo distribución normal), para un conjunto fijo de parámetros de la cavidad es:

$$U_{k=2} = 2 \sqrt{s_{10}^2 + \left(\frac{r}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (8.6)$$

La distribución de ε_a se calcula en un punto del fondo cónico a distancia horizontal $H/2$ respecto al vértice. Estrictamente, la posición de este punto respecto a un observador exterior se ve afectada por la variación de la geometría en el curso de las simulaciones de Montecarlo. Sin embargo tal variación es despreciable teniendo en cuenta el tamaño de blanco típico en un termómetro de radiación.

8.1.6 Características de las cavidades analizadas

Formando parte del equipamiento de termometría de radiación, el LabTH del INTA posee dos cuerpos negros de tipo cavidad cilindro-cónica, que operan en conjunto en el margen entre 300 °C y 962 °C. Se encuentran instaladas en sendos hornos “heat-pipe” de cesio y sodio refrigerados por agua, modelos CHT 110-600-1H. Ambos cuerpos negros constituyen un sistema de termometría de radiación del tipo VTBB [17] de alto nivel. Fueron fabricados por la empresa KE-Technologie GmbH de Alemania en el año 2006 y caracterizados por el PTB ese mismo año

[102,103]. Estos cuerpos negros son utilizados para la calibración de precisión de termómetros de radiación, cámaras termográficas y fuentes de cuerpo negro, dentro del alcance de acreditación ENAC del LabTH [100] Sus características principales se resumen en la tabla 8.2

Característica	CsHPBB	NaHPBB
Sistema de mantenimiento	“heat-pipe” de cesio	“heat-pipe” de sodio
Margen de temperatura	300 °C a 650 °C	550 °C a 962 °C
Material de la cavidad	Inconel 600 oxidado	
Longitud de la sección cilíndrica (L_0)	368 mm	
Diámetro (D_0)	40.8 mm	
Aperturas (A_{per_0})	(10, 20, 30, 40.8) mm	
Ángulo del cono (Ω_0)	120°	
Emisividad intrínseca (ϵ_0)	0.75	
Termómetros de contacto	2 TRPP Pt25	2 Termopares de Au/Pt

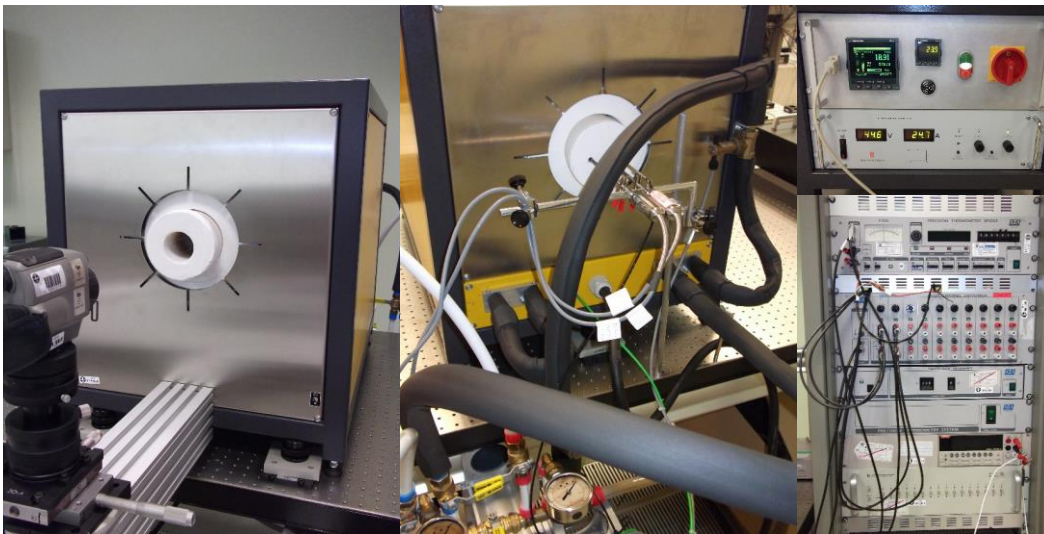
Tabla 8.2. Principales características de los cuerpos negros tipo “heat-pipe” del LabTH

Las diferentes aperturas se consiguen mediante piezas intercambiables del mismo material que la cavidad. El valor de emisividad intrínseca ϵ_0 se toma de las especificaciones del fabricante KE y en todo caso se ajusta correctamente a los resultados de emisividad de materiales y recubrimientos comunes usados en cavidades de cuerpo negro, tal y como ha sido investigado en el curso del proyecto TRIRAT [104,105] El valor considerado se ajusta bien a los resultados publicados recientemente en [106] y es el que utiliza el PTB para cuerpos negros de las mismas características.

En [17] se sugiere una incertidumbre típica $u(\epsilon)=0.025$, sin embargo hemos optado por asignar a esta magnitud un valor $\Delta\epsilon=0.05$, que corresponde a $u=0.03$. Este valor es algo más conservador y resulta en todo caso razonable teniendo en cuenta la dispersión en los valores de emisividad del Inconel 600 que se encuentran en la literatura. Así mismo puede dar cuenta de posibles contribuciones no consideradas, como una componente de reflexión especular, defectos de mecanizado, etc. que pueden estar presentes tal y como se indica en la referencia anterior.

En base a la experiencia obtenida en el curso el proyecto TRIRAT, fueron desarrollados cuerpos negros tipo “heat-pipe” del más alto nivel metrológico para temperaturas entre -60 °C y 962 °C [44,53,56,107] Este tipo de cavidades se caracteriza por una apertura mucho mayor que la de los cuerpos negros de puntos fijos FPBB [17], una relación longitud-diámetro mayor y alta emisividad intrínseca. Gracias a la excelente estabilidad y uniformidad en temperatura típica de los “heat-pipe”, son muy adecuados para la calibración de precisión de termómetros de radiación con tamaño de blanco relativamente extenso y de cámaras termográficas. En este último caso utilizando procedimientos adaptados [85,86]

La figura 8.16 muestra la instalación del CsHPBB en el LabTH del INTA.



**Figura 8.16. Detalle de los elementos de la instalación del CsHPBB del LabTH del INTA.
Frontal, parte posterior y sistema de medida de la temperatura de contacto**

A la derecha y en la parte superior puede observarse el módulo de potencia y control con la fuente de alimentación en DC y el controlador principal y de corte. A la izquierda se observa el frontal del cuerpo negro en su configuración para la calibración de termómetros de radiación con las monturas de precisión y el banco óptico. En el centro de la figura se muestra la parte posterior del cuerpo negro con los dos TRPP (modelos 162 CE de ROSEMOUNT [108]) que miden la temperatura de contacto en el fondo de la cavidad, así como el termómetro de control tipo Pt100 y la instalación para refrigeración por agua del sistema. Los TRPP son calibrados periódicamente en el LabTH (de 0.01 °C a 660 °C) en puntos fijos de la EIT-90 [1] entre el PTA y el PSAI, dentro del alcance ENAC [100]. En el caso del NaHPBB, los TP que miden la temperatura del fondo de la cavidad son de tipo oro/platino Au/Pt [109] y son calibrados periódicamente en el CEM en puntos fijos, entre el PSSn y el PSAg. Se utiliza el modelo 5629 de HART SCIENTIFIC y el modelo Pt/AuTC de ISOTECH [110]

En la parte derecha inferior se observan los equipos de medida: puente de relación de resistencias y escáner para los TRPP y voltímetro junto con su escáner para los TP del NaHPBB.

8.1.7 Resultados numéricos

Consideremos la cavidad isoterma cuyas características genéricas se muestran en la tabla 8.2, en la que se ha seleccionado el punto medio del cono, a una distancia perpendicular de 10.2 mm respecto al eje. En el curso de las 10^4 simulaciones de Montecarlo, la posición de este punto respecto al eje varía de tal forma que la desviación típica es de 0.07 mm. Este valor es a todos los efectos despreciable teniendo en cuenta que el blanco de los termómetros de radiación en las aplicaciones más habituales suele ser del orden de 2 mm de diámetro o mayor [17].

La figuras 8.17, 8.18, 8.19 y 8.20 muestran los resultados de $\epsilon_a(10^7; L_0, D_0, \Omega_0, A_{per0}, \epsilon_0)$ a lo largo del fondo cónico y pared lateral de la cavidad (variable ζ), para aperturas de 40.8 mm, 30 mm, 20 mm y 10 mm respectivamente.

Las barras de error indican la incertidumbre expandida calculada con (8.6), tal y como se utiliza para la determinación de la emisividad efectiva integrada, con la contribución por residuos del ajuste polinómico. La emisividad efectiva de la sección cónica (círculos) se representa sobre los ejes inferior/izquierdo y para la sección cilíndrica (triángulos) se utilizan los ejes superior/derecho.

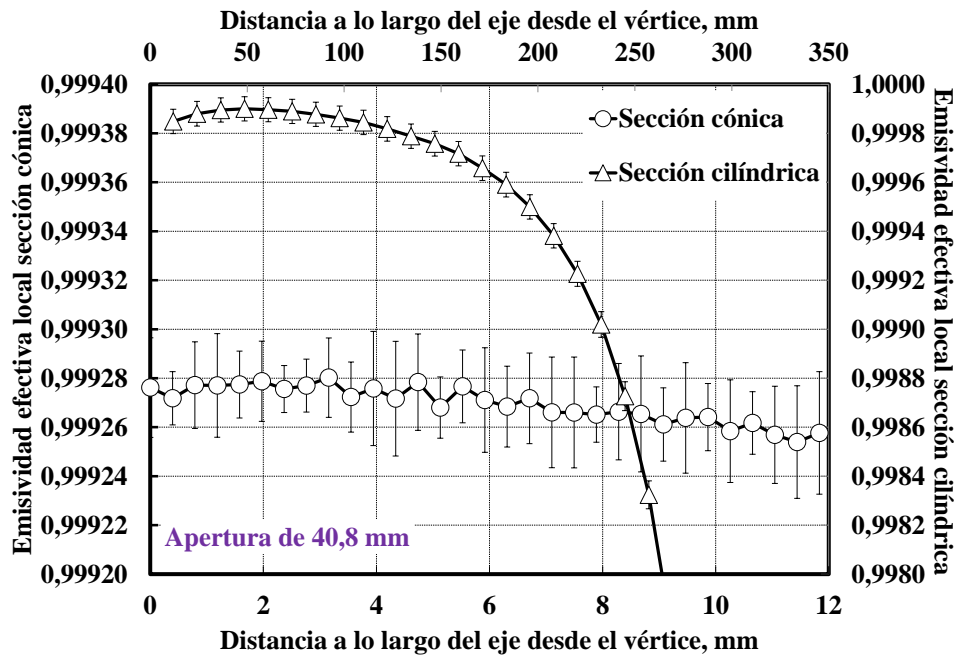


Figura 8.17. ϵ_a local en el fondo cónico y pared cilíndrica, función de la distancia desde el vértice a lo largo del eje, para las cavidades de la tabla 8.2.

Apertura de 40.8 mm

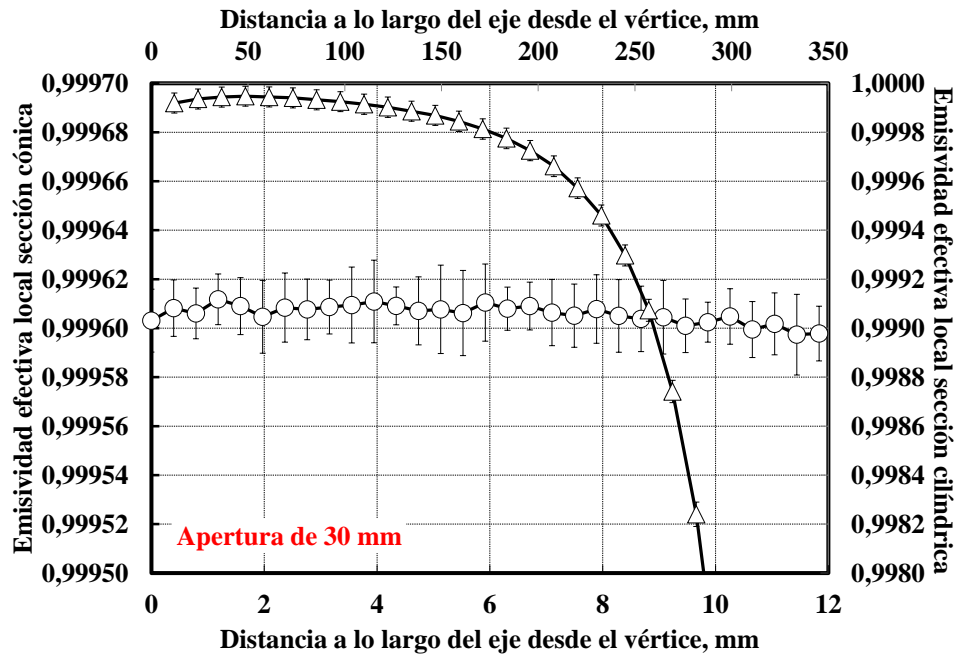


Figura 8.18. ϵ_a local en el fondo cónico y pared cilíndrica, función de la distancia desde el vértice a lo largo del eje, para las cavidades de la tabla 8.2. Apertura de 30 mm

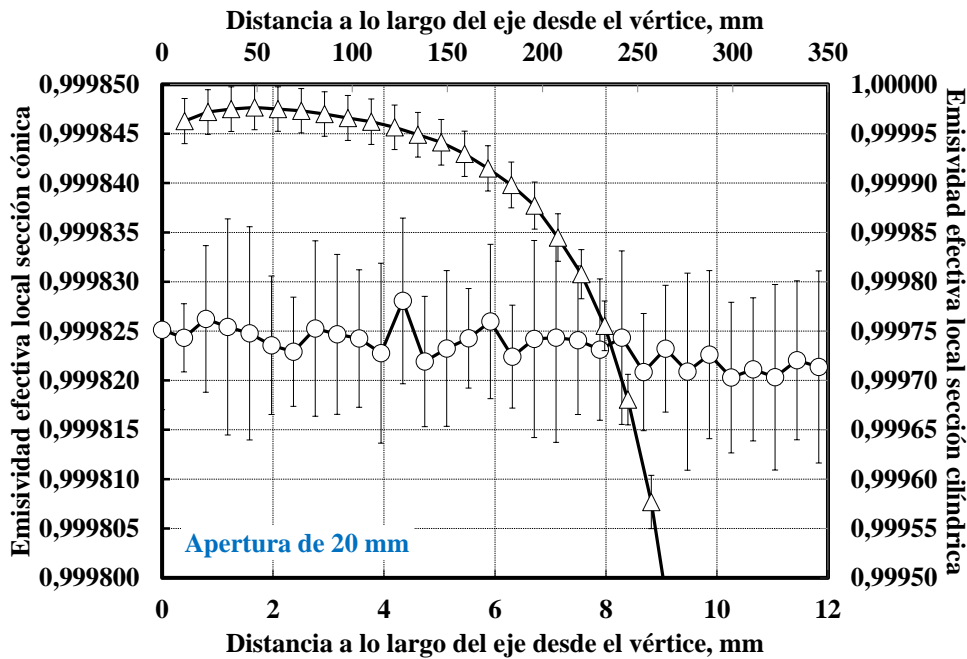


Figura 8.19. ϵ_a local en el fondo cónico y pared cilíndrica, función de la distancia desde el vértice a lo largo del eje, para las cavidades de la tabla 8.2. Apertura de 20 mm

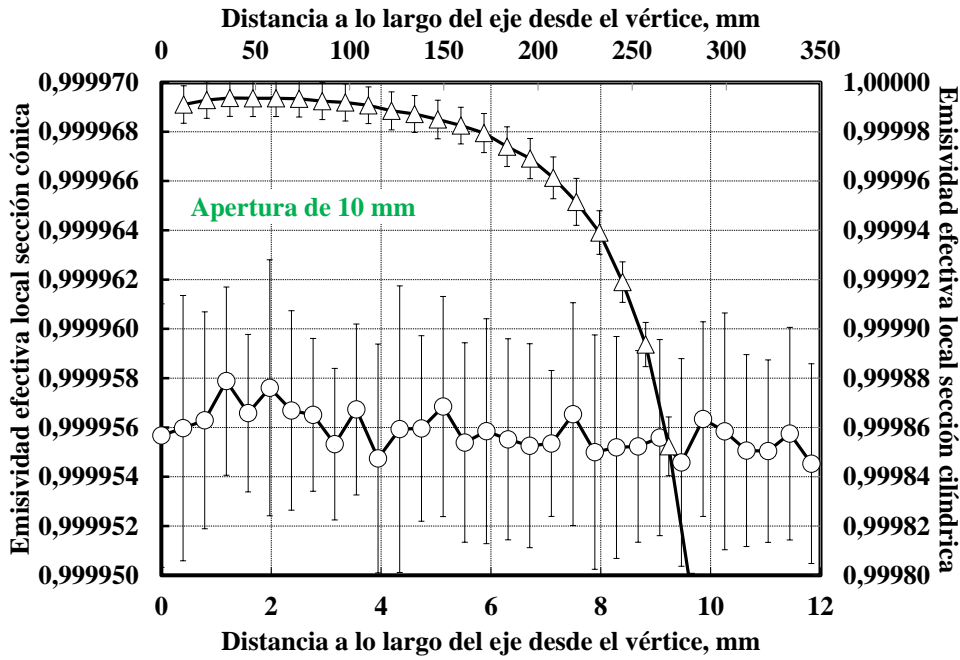


Figura 8.20. ϵ_a local en el fondo cónico y pared cilíndrica, función de la distancia desde el vértice a lo largo del eje, para las cavidades de la tabla 8.2. Apertura de 10 mm

Para la emisividad efectiva integrada normal ϵ_n^c la radiación proviene exclusivamente del fondo de la cavidad y la extensión de los rayos viene delimitada solo por el tamaño de la apertura. En todo caso, la uniformidad de la emisividad efectiva local en el fondo hace que la integrada no varía de forma significativa respecto a aquella. Resultados para esta magnitud se indican en la tabla 8.3

	$Aper=40.8$ mm	30 mm	20 mm	10 mm
ϵ_n^c	0.999 264	0.999 608	0.999 822	0.999 955
$U_{k=2}(\epsilon_n^c)$	0.000 006	0.000 004	0.000 002	0.000 001

Tabla 8.3. Valores e incertidumbre expandida de la emisividad efectiva integrada normal, para el modelo de cavidad de la tabla 8.1

Como es de esperar en este tipo de cavidad, $\epsilon_a(\zeta)$ es una función muy uniforme sobre el cono y muestra la característica discontinuidad entre sección cónica y la cilíndrica. A continuación se obtiene la distribución $\epsilon_a(10^6; L, D, \Omega, Aper, \epsilon)$, para las magnitudes de entrada (8.5) en el punto medio del fondo cónico. Junto con la distribución hemos representado los valores de $\epsilon_a(\zeta)$ calculados con $N=10^7$. Los resultados se muestran en las figuras 8.21, 8.22, 8.23 y 8.24.

Los valores $\varepsilon_a(\zeta)$ a lo largo del eje de la cavidad se representan sobre los ejes superior/derecho, mientras que las FDP (como histograma en términos de frecuencia en %) del punto medio del fondo, en los ejes inferior/izquierdo. Los resultados indican que el valor de emisividad efectiva en este punto es representativo para todo el fondo cónico.

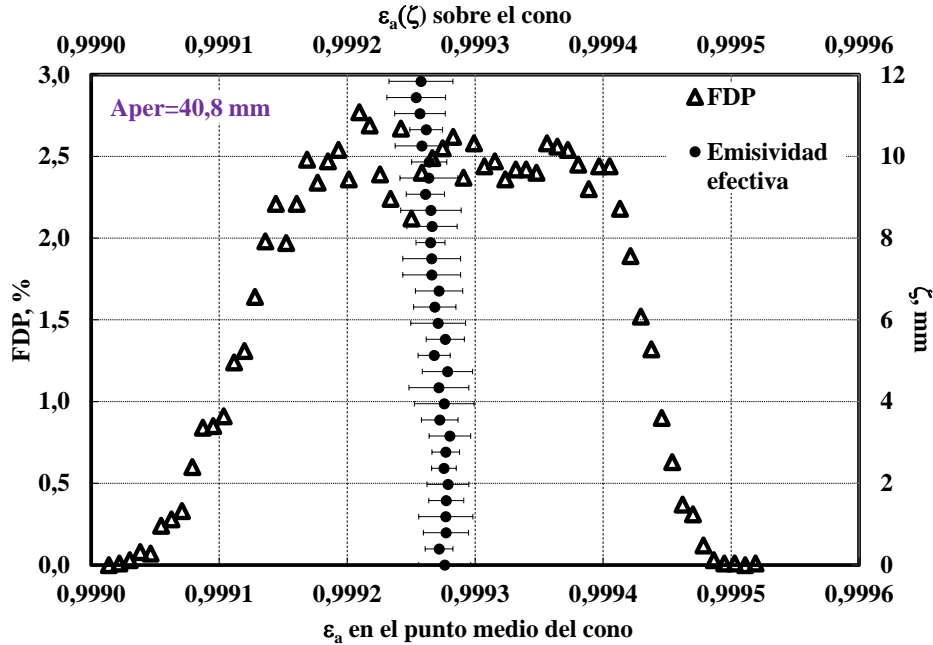


Figura 8.21. $\varepsilon_a(\zeta)$ (ejes superior/derecho) sobre el fondo cónico y función densidad de probabilidad de la emisividad efectiva (ejes inferior/izquierda). Apertura de 40.8 mm

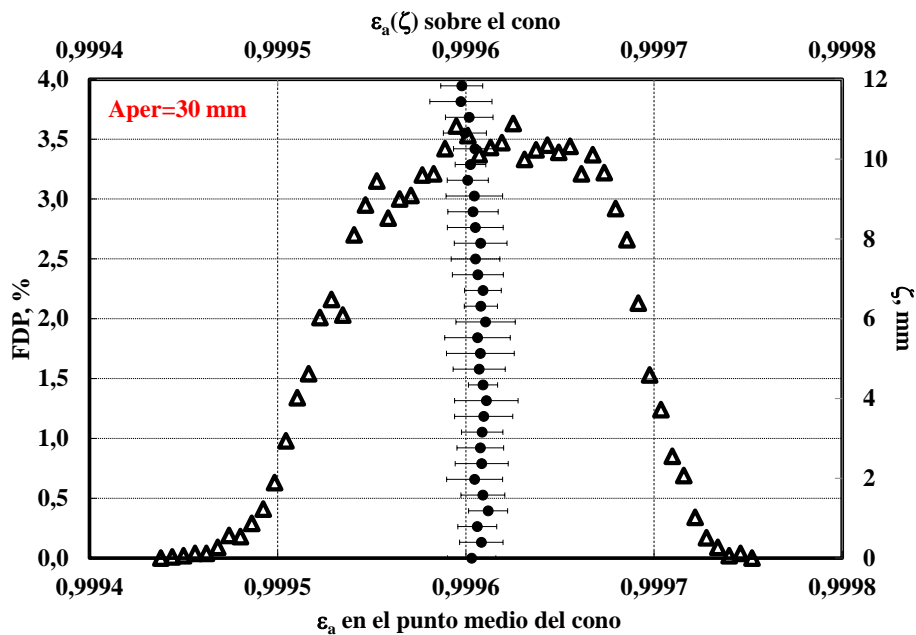


Figura 8.22. $\varepsilon_a(\zeta)$ (ejes superior/derecho) sobre el fondo cónico y función densidad de probabilidad de la emisividad efectiva (ejes inferior/izquierda). Apertura de 30 mm

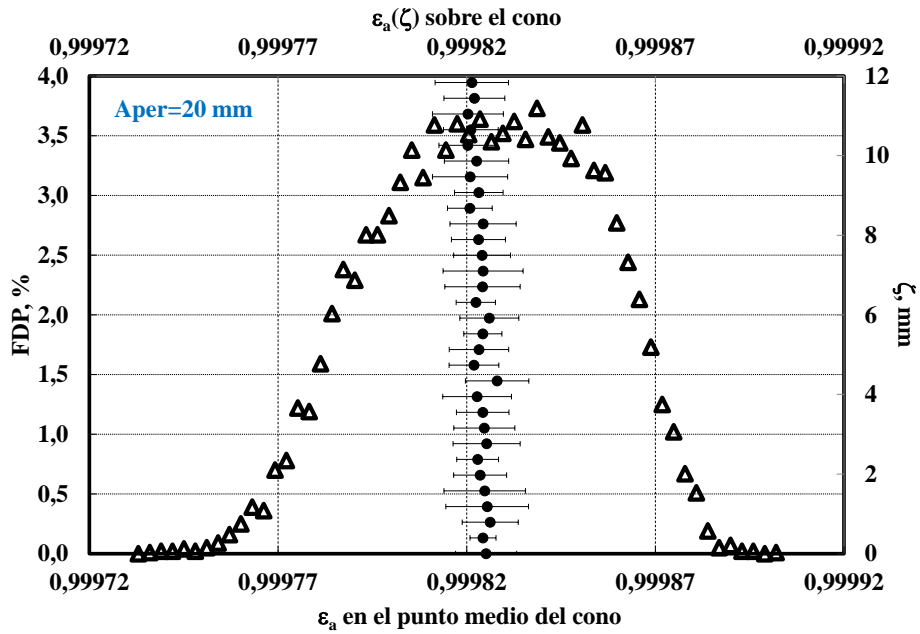


Figura 8.23. $\epsilon_a(\zeta)$ (ejes superior/derecho) sobre el fondo cónico y función densidad de probabilidad de la emisividad efectiva (ejes inferior/izquierda). Apertura de 20 mm

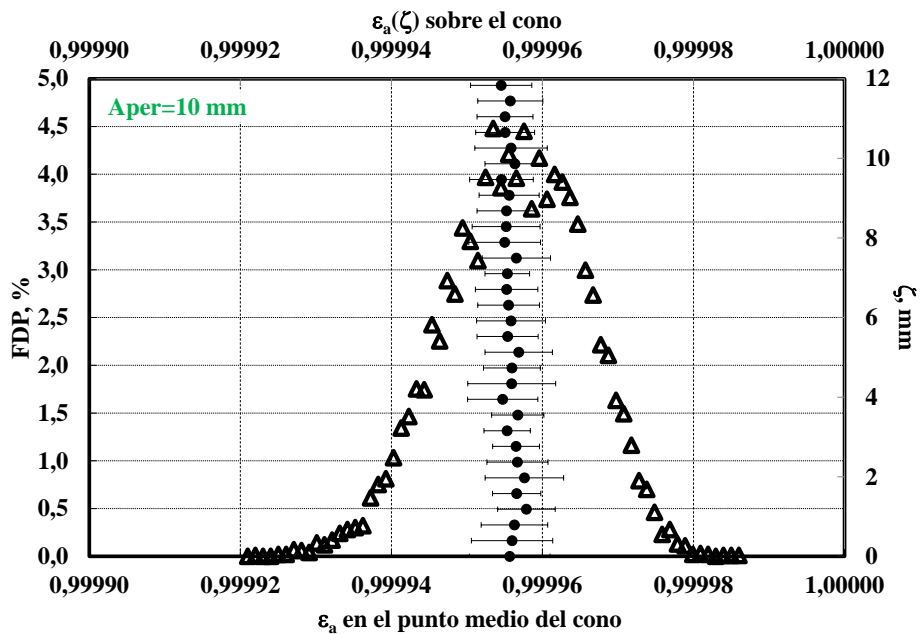


Figura 8.24. $\epsilon_a(\zeta)$ (ejes superior/derecho) sobre el fondo cónico y función densidad de probabilidad de la emisividad efectiva (ejes inferior/izquierda). Apertura de 10 mm

La incertidumbre se calcula a partir del intervalo de cobertura simétrico alrededor de la media (probabilidad de cobertura del 95%) y el correspondiente factor de cobertura k , como se explicó en el apartado 8.1.5. El análisis estadístico de los resultados obtenidos se lleva a cabo mediante una partición del dominio $[\varepsilon_{a.\min}, \varepsilon_{a.\max}]$ formada por 60 subintervalos de igual longitud y calculando la frecuencia.

De los resultados mostrados en las figuras se deduce que la variación de ε_a en el cono es despreciable comparada con la dispersión debida a la variación de las magnitudes de influencia consideradas, incluida la debida de forma intrínseca al método de Montecarlo con $N=10^6$. En la tabla 8.4 se resumen los resultados del análisis anterior y se indican los valores aportados por el PTB en los certificados de calibración de los cuerpos negros de la tabla 8.2 [92 ,93] en los que se da una incertidumbre típica fija de 0.0001.

	$A_{per}=40.8$ mm	30 mm	20 mm	10 mm
$\bar{\varepsilon}_a$	0.999 27	0.999 61	0.999 824	0.999 956
s	0.000 10	0.000 06	0.000 028	0.000 009
k	1.7	1.8	1.8	1.9
$U_{95\%}$	0.000 17	0.000 10	0.000 050	0.000 017
ε_a (PTB)	0.999 3	0.999 6	0.999 8	0.999 96

Tabla 8.4. Resultados de emisividad efectiva en el punto medio del fondo cónico para el modelo de cavidad de la tabla 8.2 y las cuatro aperturas. Se indica la media, desviación típica, factor de cobertura e incertidumbre para una probabilidad de cobertura del 95%. En la última fila se muestran los resultados del PTB

En la referencia [17] se presenta un análisis riguroso de las contribuciones a la incertidumbre en la aproximación de la EIT-90 por debajo de 962 °C en el campo de la termometría de radiación. Una de contribuciones esenciales es la debida a la emisividad efectiva. Como se describe en dicha referencia, habitualmente se consideran dos esquemas de calibración en termometría de radiación en este margen. Uno se basa en cuerpos negros de punto fijo FPBB y el otro en cuerpos negros de temperatura variable VTBB. En lo que se refiere a este último se analizan las contribuciones debidas a factores geométricos y a la emisividad intrínseca aunque no se incluye el factor debido a la indeterminación del diámetro de la apertura. Por otra parte el formalismo que se utiliza es el clásico de propagación de incertidumbres [78] mientras que en nuestro trabajo utilizamos el método de Montecarlo de propagación de distribuciones de probabilidad [32].

Este último es fácil de implementar como parte del algoritmo general de cálculo de la emisividad efectiva ya que trabajamos con una función numérica de las variables de entrada. El método de Montecarlo para la evaluación de la incertidumbre tiene la ventaja de ser más riguroso e intuitivo. Permite además el uso de diferentes distribuciones de probabilidad que dan cuenta del incompleto conocimiento sobre las magnitudes (interpretación bayesiana de la probabilidad). En caso de existencia de correlaciones, su tratamiento con este método es muy natural, siempre que se disponga de las técnicas para generar variables aleatorias correlacionadas (por ejemplo con la descomposición de Cholesky de la matriz de correlación [111]). En [17] las contribuciones a la incertidumbre típica debidas a ε , L , D y Ω , se dan en términos de incertidumbre típica u . Para comparar con nuestros resultados es necesario aplicar la transformación $\Delta/\sqrt{3}=u$ según se indicó anteriormente. Los valores: $u(\varepsilon)=0.05/\sqrt{3}$, $u(L)/L=1\%/\sqrt{3}$, $u(D)/D=1\%/\sqrt{3}$, $u(Aper)/Aper=1\%/\sqrt{3}$, $u(\Omega/2)=2.5^\circ/(2\sqrt{3})$ son asumidos para las aplicaciones con la mejor incertidumbre. En la referencia anterior no se incluye ninguna contribución a la incertidumbre por efecto del tamaño de la apertura, por lo que supondremos un comportamiento similar al de la longitud y diámetro de la cavidad. Las contribuciones a la incertidumbre típica $u(\varepsilon_a)$ calculadas en la referencia (junto con la de $Aper$) vienen dadas por las expresiones:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_\varepsilon(\varepsilon) \cong \frac{1 - \varepsilon_a}{1 - \varepsilon} u(\varepsilon) \\ u_L(\varepsilon) \cong (1 - \varepsilon_a) \frac{2u(L)}{L} \\ u_D(\varepsilon) \cong (1 - \varepsilon_a) \frac{2u(D)}{D} \\ u_{Aper}(\varepsilon) \cong (1 - \varepsilon_a) \frac{2u(Aper)}{Aper} \\ u_{\Omega/2}(\varepsilon) \cong (1 - \varepsilon_a) \cot(\Omega/2) u(\Omega/2) \end{array} \right. \quad (8.7)$$

La contribución debida a imperfecciones en el mecanizado (especialmente en el vértice del cono) en el proceso de construcción de la cavidad tal y como se indica en [17], es prácticamente despreciable frente a las demás y no es considerada en nuestro análisis. Aplicando las expresiones (8.7), asumiendo distribución normal y el procedimiento clásico, la incertidumbre expandida $U_{k=2}(\varepsilon_a)$ calculada como dos veces la raíz cuadrada de la suma cuadrática: $u_\varepsilon^2 + u_L^2 + u_D^2 + u_{Aper}^2 + u_{\Omega/2}^2$ proporciona valores entre 0.000 17 para $Aper=40.8$ mm y 0.000 010 para $Aper=10$ mm. Cabe destacar que la contribución debida a la incertidumbre de la emisividad intrínseca es dominante en comparación a las demás. Esta es otra de las razones por las que el método de Montecarlo es más riguroso pues la anterior es una de las limitaciones en la aplicación

del esquema clásico de la GUM. Finalmente, la elección de distribuciones rectangulares para la modelización de indefinición de las variables de entrada no deja de ser una aproximación y tiene en cuenta solamente la información disponible. No obstante el objetivo es contar con un método flexible que pueda admitir diversas distribuciones para variables de entrada correlacionadas o no. Este objetivo solo es alcanzable disponiendo del control del código y los algoritmos que determinan la función numérica que describe la emisividad efectiva en función de sus variables naturales.

8.1.8 Resumen y conclusiones sobre el modelo cilindro-cónico y cálculo de incertidumbres

Se ha generalizado un modelo para el cálculo de la emisividad efectiva local, incluyendo cavidades cilindro-cónicas isoterma y reflexión difusa. Para su validación se ha optado por un formalismo basado en la consistencia interna del modelo. Posteriormente se ha comparado con resultados obtenidos de la bibliografía.

Cavidades con esta geometría se utilizan de forma generalizada en calibración en termometría de radiación por encima de 200 °C, tanto en el esquema de FPBB como en el VTBB. Los resultados de la validación así como el análisis de la comparación con algunos resultados publicados, demuestran que el modelo numérico desarrollado funciona correctamente.

Con el control de los algoritmos de cálculo hemos podido obtener la distribución de valores de emisividad efectiva correspondiente a distribuciones de probabilidad de las variables de entrada. Estas se estiman con la información sobre su valor, método de medida etc. y en primera aproximación son rectangulares y no correlacionadas. El procedimiento utilizado aquí para el cálculo de la incertidumbre sigue las nuevas recomendaciones para la propagación de distribuciones por el método de Montecarlo [32]

Se aplica a dos cuerpos negros “heat-pipe” del LabTH, (estado del arte actual en el esquema VTBB de 300 °C a 960 °C) que fueron calibrados por el PTB en el año 2006. Estos forman parte de la acreditación ENAC en termometría de radiación. Los resultados nos permitirán en el futuro caracterizarlos internamente dentro del plan de calibración del laboratorio.

Finalmente, los resultados del cálculo de la incertidumbre por Montecarlo se han comparado con los obtenidos a partir del esquema clásico de la GUM [17], proporcionando resultados similares. Las herramientas de este apartado y anteriores capítulos se aplicarán ahora a configuraciones no isoterma de la cavidad. Se analizará la uniformización del perfil de emisividad efectiva a partir del gradiente y se aplicará a termómetros de radiación de FOV extenso. La inclusión de gradientes de temperatura para el estudio de la emisividad efectiva no isoterma (en particular para los cuerpos negros del LabTH) y de la incertidumbre correspondiente, exige la determinación experimental del gradiente. De esto nos ocuparemos en el siguiente capítulo, aplicando de nuevo el método de Montecarlo para su obtención.

8.2 Comparación con resultados publicados de cavidad no isoterma y emisividad efectiva integrada

Una vez descrito el modelo para el cálculo de la emisividad efectiva y su incertidumbre en cavidades de cuerpo negro cilindro-cónicas en el apartado 8.1 (básicamente el contenido del artículo [99]), pasamos a estudiar este mismo tipo de cavidad en presencia de gradientes de temperatura. Junto a esto realizamos los cálculos conducentes a la obtención de la emisividad efectiva integrada normal en este tipo de cavidad y la comparamos con resultados publicados.

8.2.1 Comparación con resultados de cavidad no isoterma

En primer lugar resolvemos la cavidad propuesta por Bedford y Ma [72]. En este trabajo los autores calculan la emisividad efectiva local en cavidades cilindro-cónicas provistas de tapa tanto de tipo isoterma como no isoterma. Los resultados son dados en formato gráfico por lo que la comparación solo puede realizarse de manera cualitativa.

Siguiendo dicha referencia consideramos configuraciones de cavidad definidas por: $\Omega=30^\circ$, $\varepsilon=0.7$, $H=L$, $A_{per}=D$ y $A_{per}=D/2$. Seleccionamos dos gradientes para los cuales $T_{ref}=1300$ K es la temperatura en el vértice del cono y la variación a lo largo de la cavidad es lineal del 1% creciente y decreciente. La emisividad efectiva local espectral se calcula en $\lambda=0.65 \mu\text{m}$ y $\lambda=1 \mu\text{m}$.

Para la aplicación del modelo a estas cavidades seleccionamos $N=10^7$, y obtenemos 10 valores en cada punto de la cavidad para estimar la desviación típica y a partir de ahí la incertidumbre. Los resultados globales se muestran en la figura 8.25, donde hemos representado $\varepsilon_a(\zeta)$ considerando una cavidad con $H=1$ y $L=1$, es decir ζ varía entre 0 y 2. Hemos codificado la leyenda con el formato: λ (0.65 o 1), gradiente creciente o decreciente (C o D), sin tapa o con tapa (ST o CT)

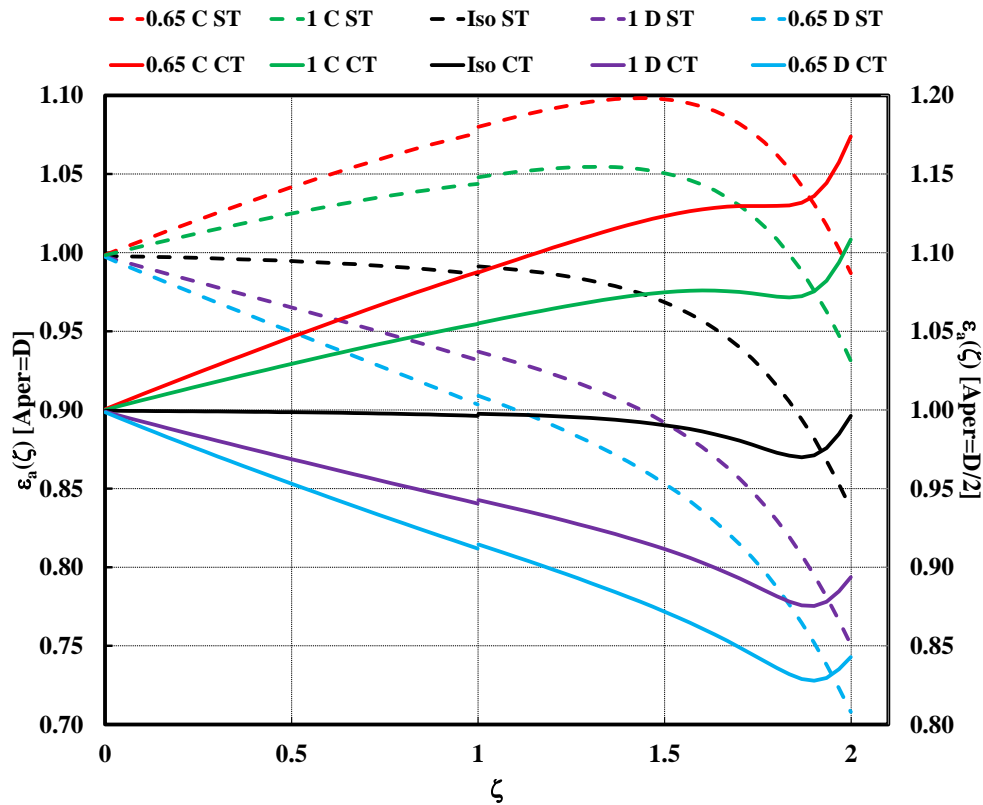


Figura 8.25. Emisividad efectiva local espectral para las cavidades definidas en el texto. Se representa sobre el eje de ordenadas izquierdo los resultados para cavidad sin tapa ($A_{per}=D$) y en el derecho para cavidad con tapa $A_{per}=D/2$

Los resultados están en completo acuerdo con los de la referencia. Al igual que apuntan los autores podemos intentar verificar un resultado ya demostrado para cavidad cónica. Concretamente el que se refiere a la aproximación (7.16), que expresa la emisividad efectiva de la cavidad no isoterma en función de la isoterma, mediante una sencilla expresión. Esto como ya vimos, era consecuencia de la particular estructura matemática de las funciones DIAS (apartado 7.2.2.1). Además el resultado es considerado por diversos autores aplicable a cavidades con geometría más general [18]

Si aplicamos la ecuación (7.16) a los resultados isotermos de la figura 8.25 se obtienen diferencias absolutas $|\varepsilon_a(x) - \varepsilon_a^A(x)|$ menores del 0.4% en toda la cavidad. Para gradiente decreciente y $\lambda=1 \mu\text{m}$, esa corrección supone una diferencia en temperatura de radiación de entre -0.3 K y 0.3 K ($T_{ref}=1300 \text{ K}$). De nuevo se demuestra que dicha ecuación es útil como primera aproximación en el cálculo de la emisividad efectiva no isoterma.

8.2.2 Comparación con resultados de emisividad efectiva integrada

En [71] Bedford y Ma calculan la emisividad efectiva integrada normal en cavidad doble-cónica y en algunos ejemplos de cilindro-cónica. En este caso dan resultados numéricos y la comparación puede realizarse cuantitativamente. Para ello se consideran dos cavidades. Una (C1) con dimensiones: $\Omega=90^\circ$, $L=1$, $H=1$, $D=2$ y $Aper=1$ y la otra (C2) con: $\Omega=40^\circ$, $L=1.37$, $H=2.75$, $D=2$ y $Aper=1$. En ambos casos la emisividad es $\varepsilon=0.7$. En el cálculo de esta magnitud en la geometría cilindro-cónica solo hay que tener en cuenta los factores de forma existentes entre el fondo cónico y detector, con límites de integración determinados únicamente por el tamaño de la apertura. Posteriormente se generalizará el modelo para incluir situaciones en las que el detector se encuentra a distancia finita y casos en los que existan zonas de penumbra, como en el apartado 7.1.3.

Calculamos solamente la emisividad efectiva local en puntos del cono para ambas cavidades. Como se explicó en detalle en el apartado dedicado a la cavidad cónica, se obtiene $\varepsilon_a(x)$ en 30 puntos de la generatriz de la sección cónica entre el vértice y el inicio de la parte cilíndrica. Para la integral de (7.3) se procede a realizar un ajuste polinómico doble (cada uno de grado 6), seleccionando el punto del intervalo que genera los menores residuos. En la estimación de la incertidumbre de ε_n^c se ha determinado en cada punto de la cavidad, una muestra de valores $\{\varepsilon_a(x)\}_{k=1,\dots}$, por repetición del algoritmo de Montecarlo con $N=10^7$.

La aplicación de este procedimiento a las cavidades anteriores resulta en los valores de la tabla 8.5, en la que se han incluido los de la referencia [71] y la desviación típica s de los resultados obtenidos con nuestro modelo.

	Bedford y Ma	Modelo $\bar{\varepsilon}_n^c$	s
Cavidad (C1)	0.973 6	0.973 57	0.000 02
Cavidad (C2)	0.994 5	0.994 454	0.000 007

Tabla 8.5. Resultados comparativos con [71] de la emisividad efectiva integrada normal en dos cavidades cilindro-cónicas

Los resultados de [71] no vienen acompañados de la incertidumbre. Si asumimos para esta la resolución de los valores de la tabla 8.5, concluimos que hay un buen acuerdo entre ambos modelos.

8.3 Cálculo general de la emisividad efectiva integrada en la cavidad cilindro-cónica

Hasta ahora se ha calculado de forma general la emisividad efectiva integrada en una cavidad con geometría cónica (apartado 7.1.3) y en el caso cilindro-cónico solamente se ha llegado al cálculo del tipo normal, para el que únicamente es necesario integrar sobre el fondo cónico y no existen zonas de penumbra.

En la cavidad cilindro-cónica es necesario en primer lugar considerar contribuciones a la integral, de zonas pertenecientes a la sección cilíndrica. Recordando el apartado 8.1.3, el factor de forma entre un elemento diferencial $dSCi$ sobre la superficie de un cilindro y un disco coaxial perpendicular (que en este caso es el detector) D [5], viene dado por:

$$F_{dSCi \rightarrow D} = \frac{Z}{2} \left[\frac{X}{\sqrt{(X^2 - 4R'^2)}} - 1 \right] \tag{8.8}$$

En la expresión anterior y según la figura 8.26, la distancia entre el elemento $dSCi$ y el detector D es $Z' = (H_d + L) - (x - G)$, $Z = Z'/R$, $R' = r_2/R$ y $X = 1 + Z^2 + R'^2$

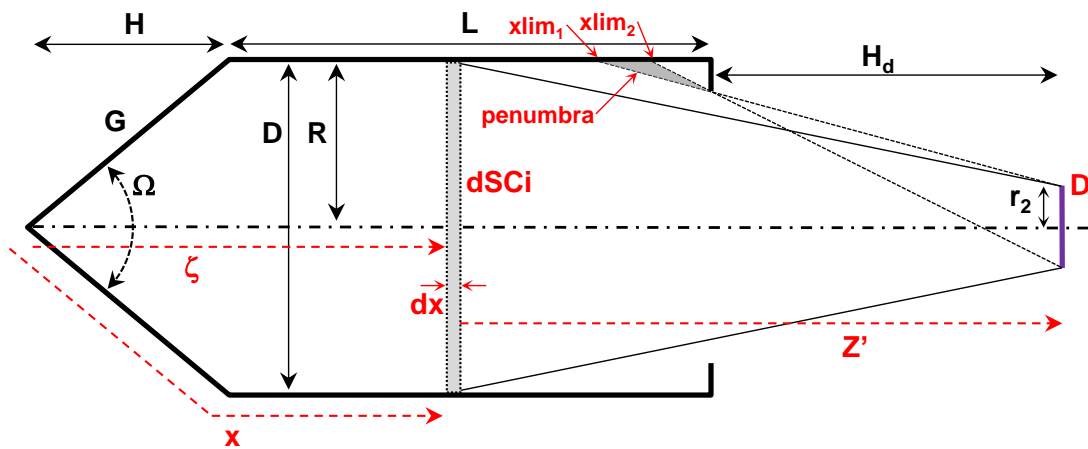


Figura 8.26. Esquema de la cavidad cilindro-cónica para el cálculo de la emisividad efectiva integrada

La expresión general para la emisividad efectiva integrada en la cavidad cilindro-cónica, queda por tanto como:

$$\varepsilon^c = \frac{\int_0^G x \varepsilon_a(x) F_{dSCo \rightarrow D} dx + \int_G^{x_{lim2}} x \varepsilon_a(x) F_{dSCi \rightarrow D} dx}{\int_0^G x F_{dSCo \rightarrow D} dx + \int_G^{x_{lim2}} x F_{dSCi \rightarrow D} dx} \tag{8.9}$$

En esta ecuación, **dSCo** hace referencia a una sección diferencial en la sección cónica y $xlim_2$ es el límite superior de la zona de penumbra en caso de existir. De no ser así (en ausencia de tapa por ejemplo), $xlim_2=G+L$. Para configuraciones en las que exista viñeteado, los factores de forma entre los límites $xlim_1$ y $xlim_2$, en caso de ser significativos, deberán calcularse mediante el procedimiento numérico que se explicó en el apartado 7.1.3 (ver también la figura 7.4).

Para la resolución de (8.9) se recurre como en el caso cónico a integración numérica, efectuando previamente ajustes polinómicos dobles (para minimizar los residuos) que generan funciones analíticas $\varepsilon_a(x)$ en el cono y en el cilindro. Como en la cavidad cónica, la determinación de un conjunto de n valores de emisividad efectiva en cada punto de la cavidad (por repetición del algoritmo de Montecarlo) nos permite estimar la incertidumbre de ε^c .

En el apartado 9.2.3 aplicaremos este cálculo a la cavidad CNA del LabTH, considerando situaciones en las que termómetros con diferente FOV recogen radiación de la cavidad entre el vértice y un punto a distancia variable. Las distintas configuraciones que se analizarán pueden ser equivalente a las que se dan en la calibración de termómetros de radiación de tipo industrial. En estos casos un FOV extenso puede cubrir el fondo cónico y también zonas más o menos amplias de la sección cilíndrica del cuerpo negro y será por tanto necesario asegurar que la emisividad efectiva integrada permanece suficientemente uniforme comparada con la del fondo.

8.3.1 Emisividad efectiva integrada en sistemas formadores de imágenes

Suele tratarse el tema de la emisividad efectiva integrada asumiendo como en el apartado anterior un detector circular a distancia H_d de la apertura del cuerpo negro. En este caso la zona de penumbra (efecto de viñeteado) se produce exclusivamente por la presencia de obstáculos entre fuente y detector, en especial una posible tapa que limite la apertura de la cavidad.

Sin embargo los termómetros de radiación formadores de imágenes [48,49] generalmente son enfocados en algún punto intermedio entre el fondo de la cavidad y el objetivo, siendo lo más frecuente sobre el mismo plano de la apertura. En esta configuración y a efectos de limitación de la extensión de los rayos que entran en el sistema, el blanco virtual en su posición (imagen del detector por el sistema óptico) puede hacer la función de un detector D o actuar incluso como una apertura virtual. En la figura 8.27 se muestra esquemáticamente el sistema óptico más simple, que por otra parte es también el más común en termómetros de tipo industrial.

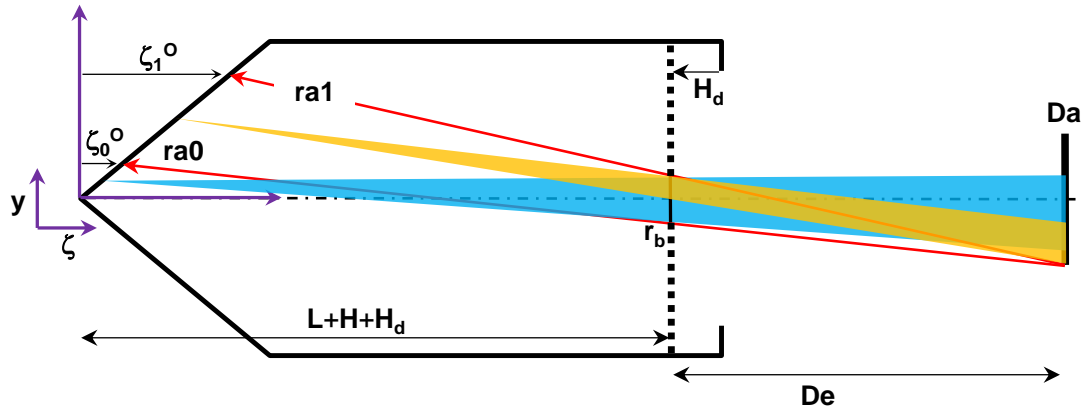


Figura 8.27. Esquema de un sistema óptico simple frente a una cavidad cilindro-cónica, para definición de los límites de la zona de penumbra. Caso 1

Suponiendo el objetivo del termómetro a distancia de enfoque De , el blanco se encontrará a distancia H_d (positiva o negativa) respecto a la apertura del cuerpo negro. El blanco tiene un radio r_b y el diafragma de apertura Da (el cual limita la extensión de los rayos que entran en el sistema) normalmente viene definido por la montura de la lente del objetivo en las configuraciones más sencillas [49]. Con la geometría de la figura se pueden calcular los puntos de intersección del FOV con la superficie de la sección cónica de la cavidad: ζ_0^0 y ζ_1^0 , ambos medidos respecto al vértice. Los puntos $\zeta \leq \zeta_0^0$ emiten radiación que atraviesa completamente el blanco virtual y este hace entonces las veces de un detector para el cálculo de ε^e mediante (8.9). Para $\zeta > \zeta_0^0$ y hasta ζ_1^0 , el blanco limita la extensión de los rayos tal y como lo haría el hueco de una tapa. Desde estos puntos al detector Da , los factores de forma se obtendrían numéricamente (como se explicó para la cavidad cónica) considerando una zona de penumbra producida por una apertura de radio r_b situada en la posición del blanco virtual. Naturalmente esta apertura (el detector se encuentra a distancia De respecto a ella) también es virtual y no afecta al cálculo de la emisividad efectiva local.

La configuración de la figura 8.27 es solamente una de las dos que pueden darse en sistemas ópticos sencillos. Si ζ_0^0 se sitúa por debajo del eje de la cavidad el sistema se comporta para todos los puntos como un detector Da y una apertura virtual de radio r_b a distancia De . Lo mostramos en la figura 8.28 (Caso 2) Ahora todo Da es visto desde el vértice de la cavidad a través de esa apertura hasta que empieza a ocultarse por viñeteado. En el primer caso (figura 8.27) la vista es siempre parcial.

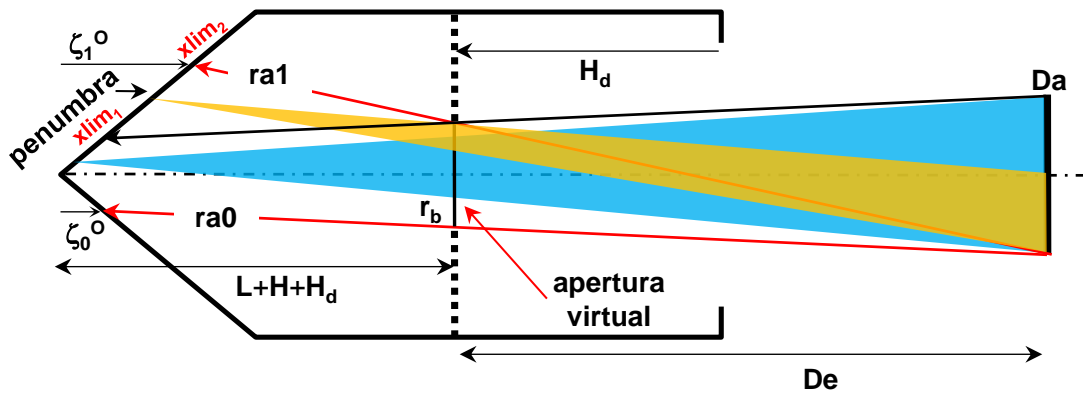


Figura 8.28. Esquema de un sistema óptico simple frente a una cavidad cilindro-cónica, para definición de los límites de la zona de penumbra. Caso 2

La situación se complica aún más si el FOV intercepta parte de la sección cilíndrica. La intersección de los rayos **ra1** y **ra0** con la cavidad puede estar en el cono (como en las figuras 8.27 y 8.28) o en el cilindro. En este último caso la zona de penumbra situada en dicha sección se tendrá que tratar de la forma habitual, calculando numéricamente los factores de forma entre los puntos de la cavidad y el detector Da . Es evidente que todo es mucho más simple si el termómetro de radiación se enfoca sobre el fondo del cuerpo negro o sobre cualquier otra parte de la superficie. En este caso la emisividad efectiva integrada se calcula exclusivamente sobre la superficie que cubre el blanco, el detector es Da y no hay zonas de penumbra ni siquiera en presencia de una tapa.

Como ejemplo calculamos los puntos característicos ζ en un sistema formado por una cavidad ($L=300$ mm, $D=Aper=50$ mm, $\Omega=120^\circ$) y un termómetro de radiación ($Da=35$ mm, $r_b=4.5$ mm, $De=500$ mm). El blanco se sitúa a distancias H_d de la apertura del cuerpo negro, entre -200 mm y $+150$ mm. En función de H_d , en la figura 8.29 se representa el diámetro del blanco real (línea negra) formado por la intersección del FOV con la cavidad (en este caso la parte cónica), es decir el diámetro de la sección del cono en ζ_1^0 . Se representa también (línea roja) el diámetro de la sección en ζ_0^0 , observándose claramente el punto que marca el paso de la situación de la figura 8.28 (caso 2) al de la figura 8.27 (caso 1). Si el blanco virtual (enfoque) está en el plano de la apertura, la radiación llega al termómetro desde un blanco real de unos 35.8 mm de diámetro. La región de penumbra es la sección del cono situada entre el disco de diámetro ζ_0^0 y el disco de diámetro ζ_1^0 .

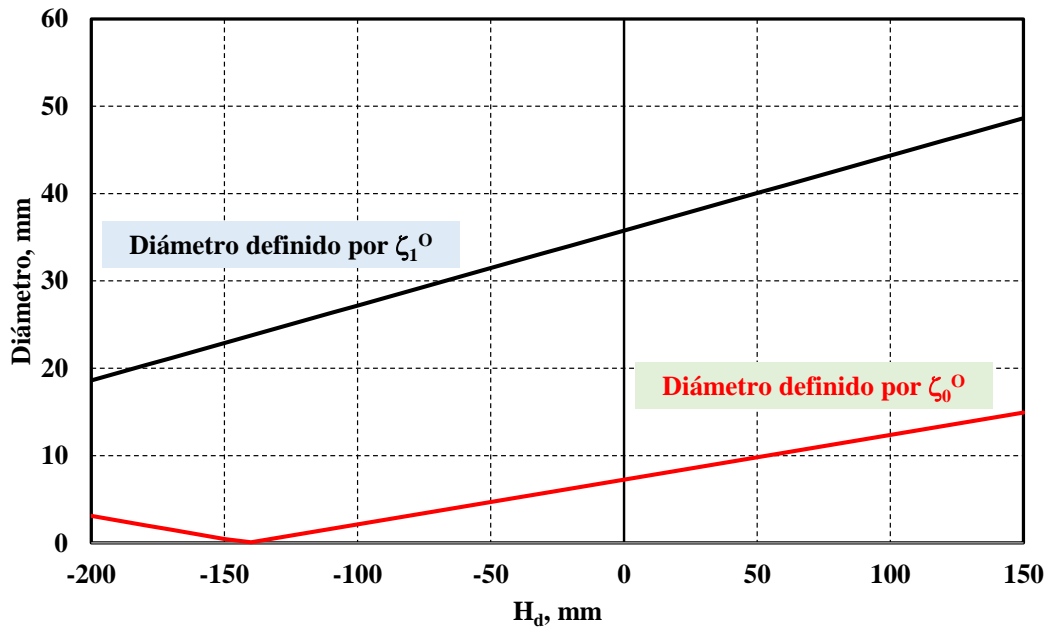


Figura 8.29. Diámetro del blanco real (definido por ζ_1°) de un termómetro de radiación, cuando su FOV intersecta una cavidad cilindro-cónica. Diámetro definido por ζ_0° que caracteriza el límite inferior de la zona de penumbra. Los diámetros se dan en función de la distancia H_d entre el blanco virtual y la apertura de la cavidad

Como hemos dicho anteriormente, un estudio exhaustivo de la emisividad efectiva integrada debe realizarse sobre cada termómetro de radiación (o sistema similar) particular, en función de sus parámetros ópticos básicos (r_b , Da , De), los de la cavidad (L , D , Ω , $Aper$) y la distancia H_d . Un cálculo general puede ser útil por ejemplo, para evaluar la incertidumbre de \mathcal{E} comparada con la de $\varepsilon_a(x)$. Este cálculo puede hacerse aplicando un método más simple, expresado gráficamente en la figura 8.26. Fijada la cavidad, \mathcal{E} solo dependerá del tamaño del detector r_2 , de su distancia a la apertura H_d y de la región de integración (definida en este caso por la variable $xlim_2$), asumiendo por otra parte que no existe zona de penumbra. Para valores fijos de H_d y r_2 , la variación de $xlim_2$ puede servir para simular termómetros de radiación con diferente FOV.

En todo caso podemos asumir que cualquier sistema (cavidad+termómetro) es equivalente a este respecto, a uno simple definido por estos tres parámetros (serían considerados efectivos o aparentes). El problema entonces sería su determinación en función de los reales del sistema.

8.3.2 resumen y conclusiones sobre el cálculo de la emisividad efectiva integrada en cavidad cilindro-cónica

Para el cálculo de ε^e en esta geometría es preciso introducir los factores de forma entre secciones diferenciales del cilindro y el detector. Estos ya fueron utilizados para la validación del modelo geométrico cilindro-cónico en el apartado 8.1.3. Hemos distinguido entre la configuración cavidad+termómetro más habitual, caracterizada solamente por el radio del detector y su distancia a la apertura y la que debería utilizarse en rigor con sistema formadores de imágenes, para los que la radiación proviene solamente de la zona cubierta por el FOV. En estos casos se han distinguido varias configuraciones y como hemos visto gráficamente, el blanco virtual puede hacer las veces de un detector o de una apertura virtual en la cavidad.

Los sistemas ópticos sencillos, como son la mayoría de los termómetros de radiación de tipo industrial ya sean de enfoque fijo o variable, pueden ser completamente caracterizados por un pequeño conjunto de parámetros, que junto con la geometría de la cavidad permiten delimitar el FOV del sistema. El cálculo de la emisividad efectiva integrada puede entonces llevarse a cabo, bien mediante el uso de los factores de forma descritos analíticamente o bien mediante su cálculo por el método de Montecarlo cuando se trata de zonas de penumbra.

En la mayoría de las aplicaciones y en especial cuando interesa comparar resultados de ε^e en diferentes configuraciones de cavidad (como será el caso en la optimización que veremos en el siguiente apartado), supondremos que el termómetro de radiación en su relación con la cavidad, viene descrito por tres parámetros. Estos serán su radio r_2 , la distancia (positiva o negativa) H_d entre este y la apertura y un FOV efectivo que recoge toda la radiación de las paredes de la cavidad entre el vértice y un punto a distancia x_{lim_2} en dirección axial.

8.4 Aplicaciones del modelo a la uniformización de perfiles de emisividad efectiva en cavidades cilindro-cónicas

En capítulos anteriores se ha estudiado el efecto del gradiente de temperatura sobre el perfil de emisividad efectiva local en el fondo de la cavidad cilíndrica, paredes laterales de esta y a lo largo de la pared de la cavidad cónica. En todos los casos analizados el objetivo era generar perfiles uniformes que facilitarían el uso de los cuerpos negros en aplicaciones tales como la calibración de termómetros de radiación con FOV extenso (típicos en un entorno industrial), cámaras termográficas y otras aplicaciones como la medida del ETF. En la optimización de la cavidad cilindro-cónica (caso más general de los estudiados hasta ahora) vamos a incluir otro parámetro además de la temperatura.

8.4.1 Optimización de la geometría

Sabemos que tanto en la cavidad cilíndrica como en la cilindro-cónica se produce una discontinuidad intrínseca en la emisividad efectiva local al pasar del fondo (plano o cónico) a la pared lateral. En el caso cilíndrico se demostró que la única forma de reducir el escalón era disminuyendo la apertura. Esta solución sin embargo solo es práctica si el FOV del termómetro no se ve interceptado por la pieza que define dicha apertura. Además el ETF puede dar lugar a errores con aperturas pequeñas, aun cuando el FOV teórico no las intercepte.

En este caso vamos a estudiar el efecto del ángulo del cono sobre la uniformidad del fondo de la cavidad. Saunders [112] ha investigado muy recientemente este mismo efecto y ha obtenido resultados similares aplicando su propio modelo, basado a su vez en el del Bedford y Ma [72]

Se seleccionan cavidades sin tapa con valores para la relación geométrica L/D : 2, 3, 4, 5, 6 y 7.5 y se calcula la diferencia $\Delta\varepsilon_a$ entre dos puntos del cono, uno próximo al vértice y otro próximo a la sección cilíndrica. Sabemos por el capítulo 6, que $\varepsilon_a(x)$ es creciente desde el centro hacia el borde de una cavidad cilíndrica, por lo que es de esperar que para algún ángulo Ω_{op} el perfil será uniforme, puesto que en la cavidad cilindro-cónica de 120° , la tendencia es decreciente.

Para ángulos 150° , 160° , 170° y 175° y $N=10^8$, hemos determinado tal diferencia en la cavidad isoterma y sin tapa, con $\varepsilon=0.85$. El valor de Ω_{op} se ha estimado a partir de un ajuste lineal e interpolación. Los resultados se muestran en la figura 8.30 para cada configuración.

Para evaluar el efecto de la apertura se ha seleccionado el caso $L/D=3$ y su correspondiente Ω_{op} de 165° y se ha variado su tamaño entre $Aper=D$ (sin tapa) y $Aper=D/4$. Los resultados obtenidos indican que no hay diferencias significativas en los valores de $\Delta\varepsilon_a$ dentro de la incertidumbre.

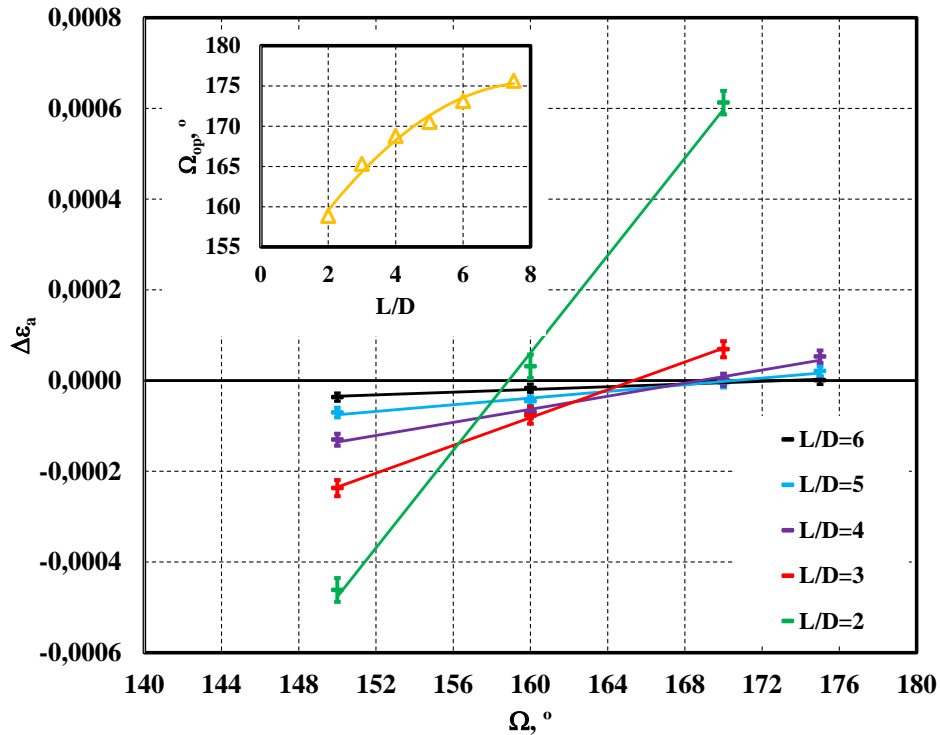


Figura 8.30. Gráfico interior: en función de la relación L/D , valores óptimos (Ω_{op}) del ángulo de una cavidad cilindro-cónica que uniformizan el perfil $\epsilon_a(x)$ del fondo. Gráfico exterior: valores de la diferencia $\Delta\epsilon_a(x)$ en función de Ω . La cavidad es isoterma, sin tapa y $\epsilon=0.85$.

La influencia de la emisividad intrínseca ϵ se ha estudiado para valores 0.6, 0.7, 0.75, 0.8 y 0.85 en la cavidad $L/D=3$ y en 0.6, 0.75 y 0.85 en las cavidades con $L/D=2$ y $L/D=4$, todas ellas sin tapa.

Se ha calculado la diferencia $\Delta\epsilon_a$ para dos ángulos extremos Ω_1 y Ω_2 (no necesariamente los mismos en cada caso) y mediante interpolación lineal se ha determinado el ángulo óptimo correspondiente a $\Delta\epsilon_a=0$. Hemos calculado $\Omega_{op}(\epsilon)$ en estas cavidades, obteniendo además su incertidumbre a partir de los valores de $u(\Delta\epsilon_a)$. Los resultados de la figura 8.31 muestran un claro incremento lineal del ángulo óptimo con ϵ e indican que el valor de la pendiente es función de L/D .

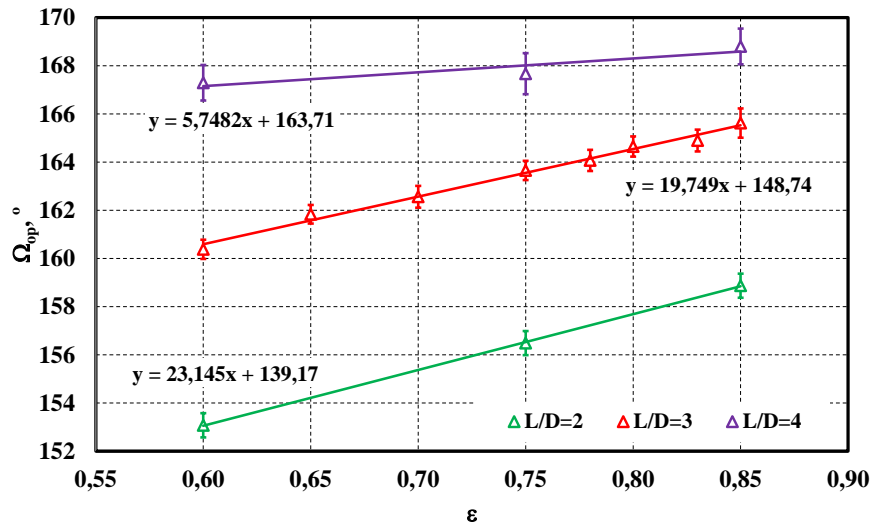


Figura 8.31. Variación lineal del ángulo óptimo con la emisividad intrínseca, para tres relaciones L/D de cavidades cilindro-cónicas sin tapa e isotermas

Aunque para valores grandes de la relación L/D (como es el caso en las cavidades del LabTH analizadas) la uniformidad de la emisividad efectiva no se ve muy afectada por el ángulo del cono, esto sí ocurre a medida que la cavidad se hace más corta en relación a su diámetro. Independientemente de otros factores que recomiendan el uso de uno u otro ángulo, a efectos de uniformidad será siempre conveniente diseñar las cavidades con el ángulo óptimo, especialmente las de mayor apertura. Otro criterio para la selección del ángulo recomienda 120° como el más adecuado si existe una componente de reflexión especular [101] y además recordemos que la emisividad efectiva aumenta al disminuir el ángulo del cono.

Parece por tanto, que para los casos más típicos en cuanto a emisividad y proporciones geométricas (susceptibles de ser utilizados en cuerpos negros de área extensa para las aplicaciones comentadas anteriormente), los ángulos óptimos se encuentran entre 160° y 170° .

8.4.2 Optimización térmica

Como ya sabemos, el gradiente de temperatura juega un papel esencial en la forma del perfil de emisividad efectiva del fondo (ya sea este cónico o plano) y en las paredes laterales de la cavidad aunque no puede eliminar la discontinuidad de $\varepsilon_a(x)$ entre secciones con diferente orientación. Como en el caso cilíndrico se trata de encontrar gradientes de temperatura generadores de perfiles uniformes de emisividad integrada en zonas extensas de la cavidad.

Pueden darse situaciones en calibración de termómetro de radiación, en las que el FOV cubre el fondo y también parte de la pared lateral. Por lo general la temperatura de radiación de referencia se determina bien con un termómetro de menor FOV o a partir de la calibración del cuerpo negro.

En este último caso será necesario medir la temperatura del fondo de la cavidad con un termómetro de contacto y aplicar los factores de corrección de la calibración o utilizar un valor calculado de emisividad efectiva integrada en esa zona.

Consideramos una cavidad con $\varepsilon=0.85$, dimensiones $L=300$, $D=Aper=100$ y $\Omega=120^\circ$. Para el estudio del perfil de emisividad efectiva $\varepsilon_a(x)$ en el fondo, seguimos el mismo procedimiento que para cavidad cilíndrica (apartado 6.2). Las funciones DIAS (obtenidas con $N=10^7$) correspondientes a puntos del fondo cónico de la cavidad son representadas en la figura 8.32.

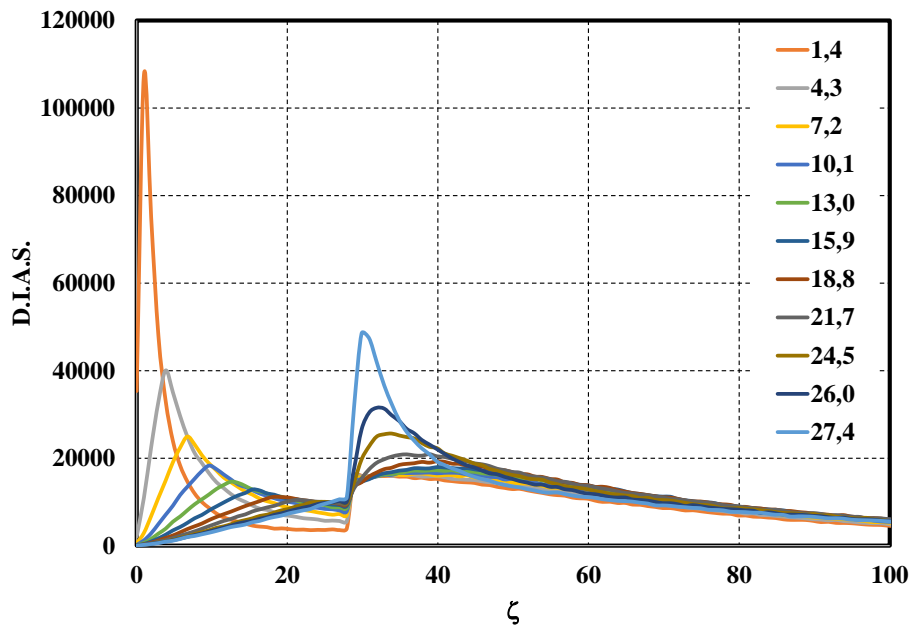


Figura 8.32. Funciones DIAS para la cavidad cilindro-cónica definida por $\varepsilon=0.85$, $L=300$, $D=Aper=100$ y $\Omega=120^\circ$ ($H=28.9$). La leyenda se refiere a los puntos del fondo cónico a diferentes distancias respecto al vértice según el eje de la cavidad

Un primer análisis cualitativo de estas funciones pone de manifiesto que para fotones impactando inicialmente en el fondo, la estructura de puntos de absorción es variable en el cono y más uniforme en la sección cilíndrica. Los picos de absorción se desplazan (como ocurría en la cavidad cónica) desde el vértice hacia la unión con el cilindro y a partir de ahí se mantienen todos próximos. Para un perfil isoterma $\varepsilon_a^{iso}(\zeta)$ decreciente en el fondo cónico, es de esperar que un conjunto de gradientes de temperatura que uniformizan el perfil radial, sea creciente en esta zona y presente cierta dispersión en la sección cilíndrica.

Hemos calculado en primer lugar el perfil isoterma y la diferencia de emisividad efectiva local respecto al vértice en términos de temperatura de radiación para $T_{ref}=773.15$ K y $\lambda=11$ μm resultando una variación máxima de 0.25 K. Se ha aplicado el mismo generador aleatorio utilizado en el modelo cilíndrico, con restricciones para el margen de temperatura y pendiente y se ha obtenido un conjunto de gradientes, imponiendo que la diferencia máxima en temperatura de

radiación en el perfil sea 0.015 K. Los gradientes de la figura 8.33 (izquierda) confirman lo dicho anteriormente ya que crecen de forma suave (prácticamente lineal) en el fondo y son bastante arbitrarios en el cilindro.

En la figura 8.33 (derecha) se representa el perfil de emisividad efectiva en la cavidad isoterma y el calculado con el gradiente promedio. A diferencia del caso cilíndrico, $\varepsilon_a(\zeta)$ depende más de la temperatura en el propio punto ζ que de la temperatura en el resto de la cavidad (como en la cónica). Así pues una adecuada optimización térmica exigiría el control del gradiente en una zona muy pequeña, como lo es el fondo de profundidad H .

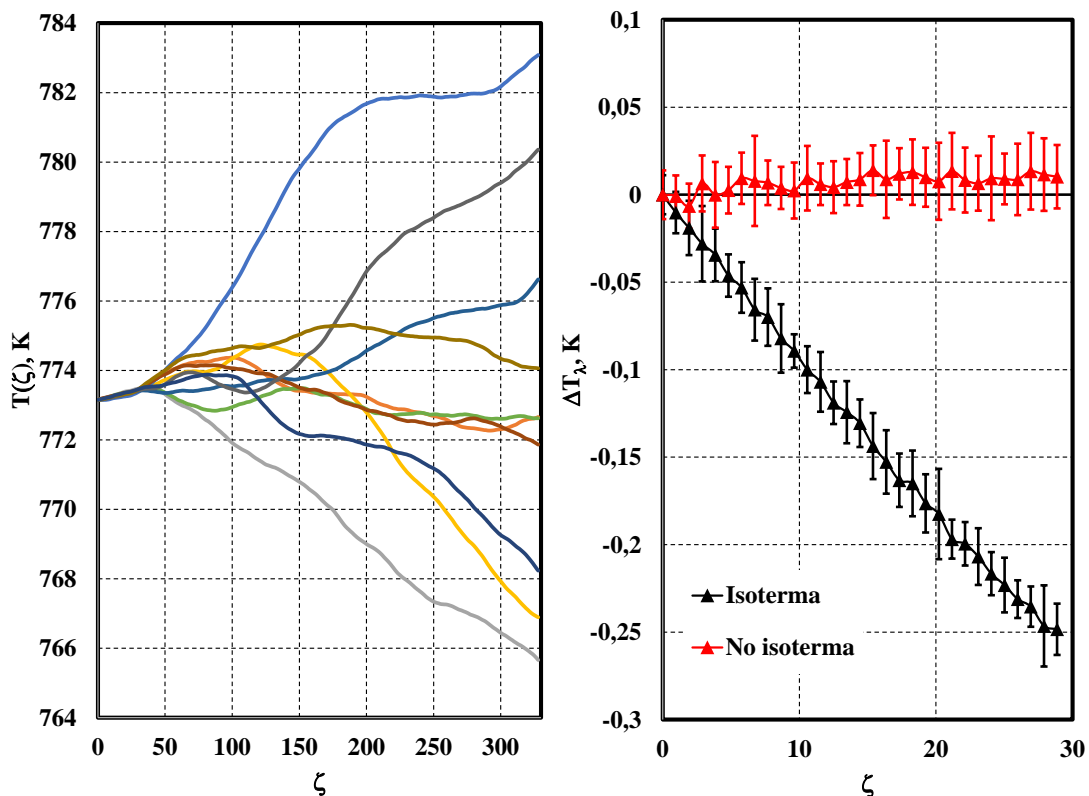


Figura 8.33. Izquierda, conjunto de diez gradientes para la optimización del perfil de emisividad efectiva en el fondo de la cavidad con las DIAS de la figura 8.32. Derecha, perfil isoterma y no isoterma de temperatura de radiación ($T_{ref}=773.15$ K y $\lambda=11$ μm) correspondiente al gradiente promedio. Las barras de error representan la incertidumbre (2s) de Montecarlo ($N=10^7$)

Tratamos ahora de optimizar el perfil de emisividad efectiva local también en zonas de la pared cilíndrica. El objeto es conseguir valores uniformes de la emisividad efectiva integrada, que pueden ser útiles en la calibración de termómetros de radiación con diferentes FOV. Aunque en el capítulo siguiente la estudiaremos de nuevo con mayor detalle, elegimos ahora una cavidad similar a la anterior pero con diámetro $D=A_{per}=50$. Utilizando el mismo procedimiento que el

seguido para cavidad cilíndrica (apartado 6.3), se calculan en primer lugar las funciones DIAS (figura 8.34) en 40 puntos a lo largo de la cavidad hasta una distancia de 157 desde el vértice.

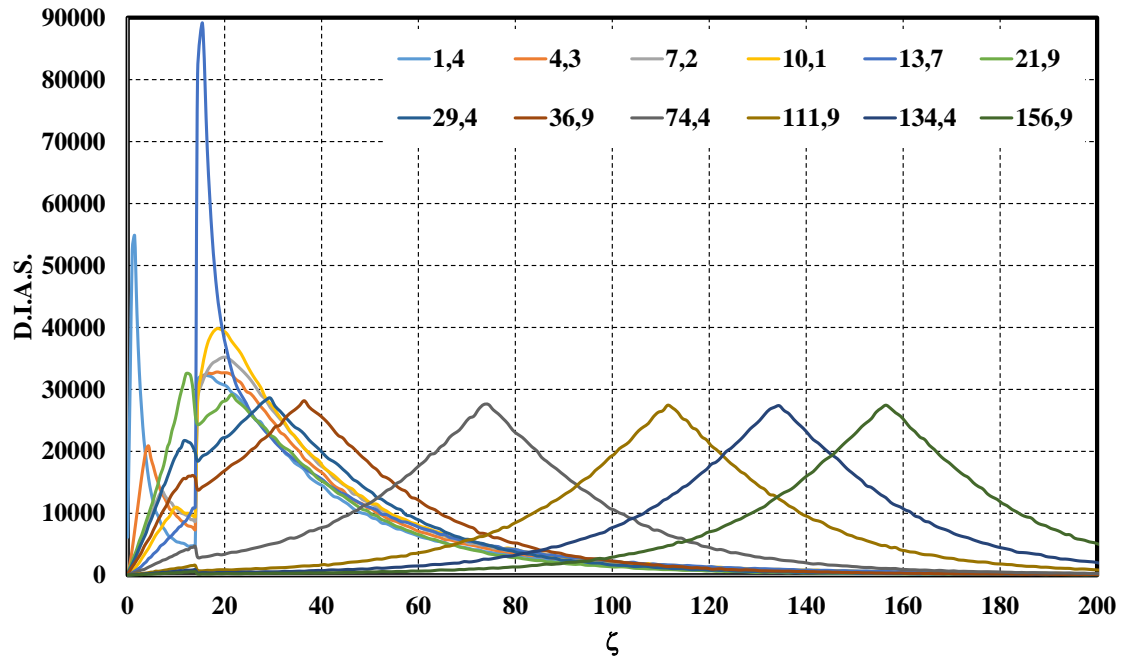


Figura 8.34. Funciones DIAS para la cavidad cilindro-cónica: $L=300$, $D=A_{per}=50$, $\Omega=120^\circ$, $\varepsilon=0.85$. Se representan 12 de los 40 puntos, medidos todos ellos a lo largo del eje desde el vértice

De un total de 20 puntos $\zeta(i)_{i=1,\dots,20}$ en la sección cónica y 20 puntos $\zeta(i)_{i=21,\dots,40}$ en la parte cilíndrica (en ambos casos distribuidos uniformemente), hemos tomado el conjunto $\{\zeta(20), \zeta(26), \zeta(33), \zeta(40)\}$ y buscado gradientes $T(\zeta)$ tales que máxima diferencia en temperatura de radiación a $\lambda=11 \mu\text{m}$ respecto al punto $\zeta(20)$, sea menor de 0.09 K. Hemos evitado la zona de discontinuidad y asegurado que los valores de emisividad efectiva local en una sección del cilindro entre 40 y 150 del vértice aproximadamente, sean parecidos a los del fondo.

Como ya se ha explicado en la cavidad cilíndrica, el procedimiento para encontrar gradientes se configura en base a ciertos criterios como: selección de los puntos de la cavidad, margen de temperatura en el que se varían los gradientes (T_{\max} , T_{\min}), diferencia máxima en temperatura de radiación (A_T^{\max}) y parámetros que limitan la pendiente de los gradientes. La configuración seleccionada es fruto de numerosas pruebas en las que se van modificando los parámetros, se disminuye A_T^{\max} , y se acota el conjunto inicial de puntos en la cavidad o se varía el criterio elegido para la pendiente máxima admitida.

Con todo ello, el algoritmo ha generado los diez gradientes de la figura 8.35 (izquierda), evidenciando como en la figura 8.33 que son muy similares hasta una distancia aproximada de 150 y presentan a partir de ahí mayor variabilidad. Los perfiles de emisividad efectiva local se indican en la parte derecha de la figura.

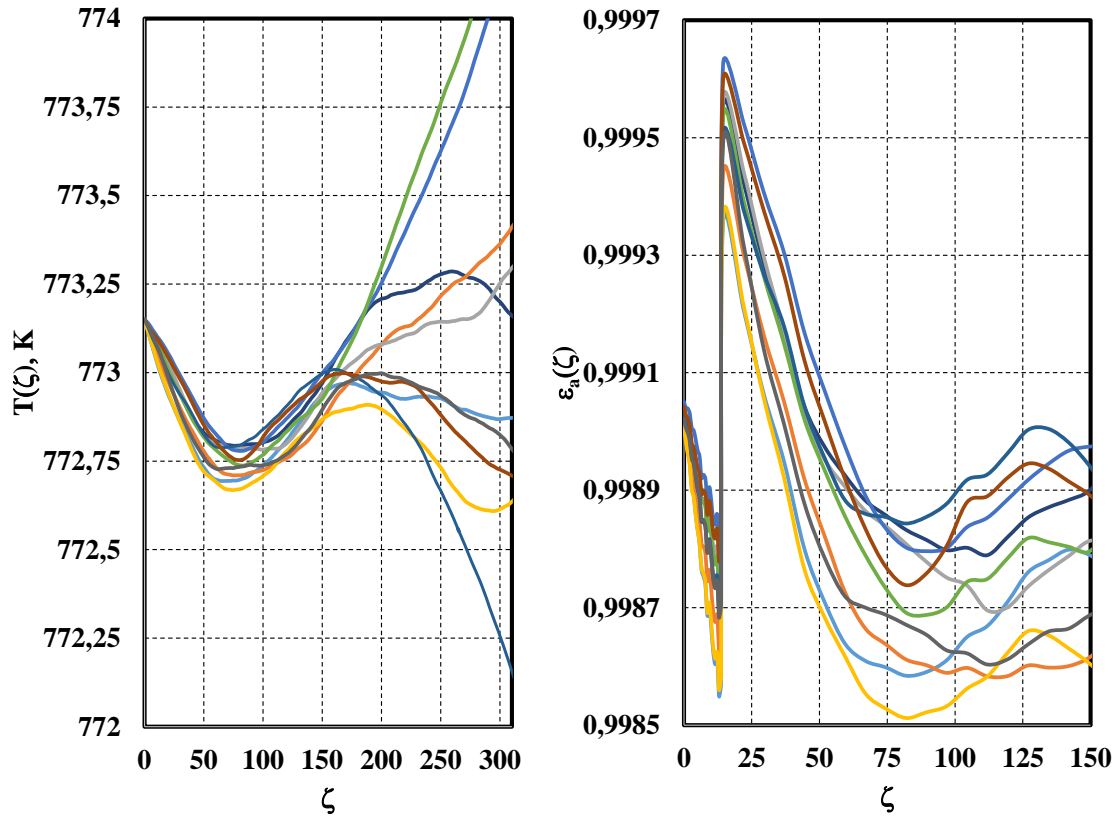


Figura 8.35. Izquierda, conjunto de diez gradientes generados por el algoritmo. Derecha, correspondientes perfiles optimizados de emisividad efectiva local, hasta una distancia $\zeta=150$ del vértice en dirección axial

Para demostrar que los gradientes uniformizan la emisividad efectiva integrada, se ha calculado esta para distintas configuraciones (r_2, H_d, ζ_2) , donde r_2 es el radio del detector, H_d la distancia de este a la apertura y ζ_2 la distancia (en dirección axial) entre el punto de intersección de la cavidad con el FOV de un termómetro (figura 8.26) y el vértice. Esta última es algo así como $xlim_2$ sin zona de penumbra. Para valores $H_d=0$, $r_2=15$ y ζ_2 entre 0 y 150, hemos calculado diez perfiles $\varepsilon^e(\zeta)$ en la cavidad no isoterma ($\lambda=11 \mu\text{m}$), correspondientes a cada uno de los gradientes generados. En la figura 8.36 se han representado estos resultados junto con los de la cavidad isoterma. En la figura 9.5 del apartado 9.2.3 se observa que la mayor variación de $\varepsilon^e(\zeta)$ se produce con $H_d=0$. Considerados globalmente, los perfiles de emisividad efectiva integrada presentan ahora una variación máxima entre 0.000 17 y 0.000 33 frente a 0.000 51 de la configuración

isoterma. Tomando solamente la sección cilíndrica, el resultado para la cavidad optimizada varía entre 0.000 06 y 0.000 15.

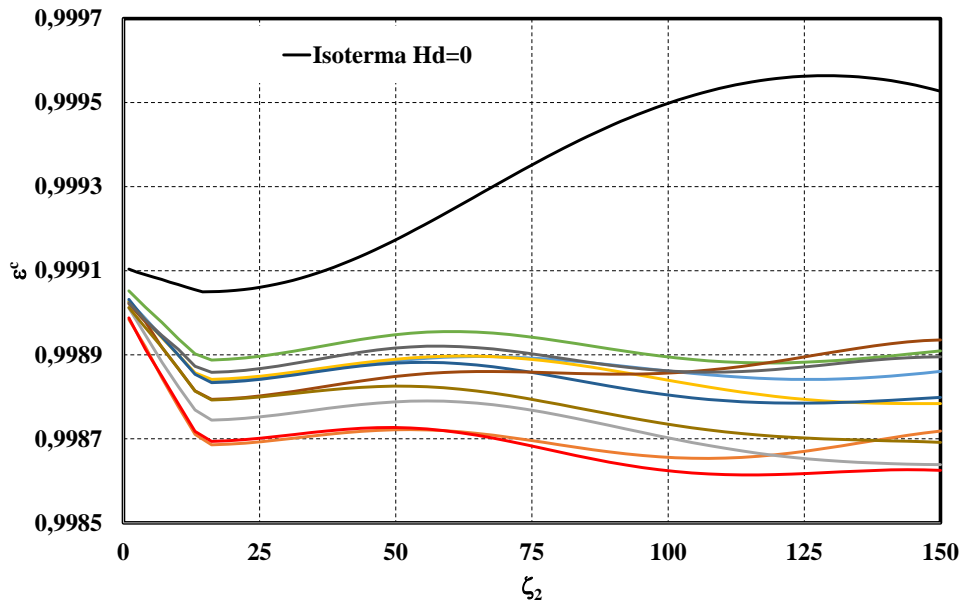


Figura 8.36. *Perfiles de emisividad efectiva integrada, en función del punto de intersección del FOV de un termómetro de radiación ($r_2=15$, $H_d=0$), con las paredes de la cavidad. Corresponden a diez gradientes de temperatura optimizados y se incluye también el perfil de la cavidad isoterma*

Para el caso analizado se ha observado que los perfiles de emisividad efectiva local que producen una mayor uniformidad en la integrada, son los que varían menos en el fondo cónico. Hemos calculado dos nuevos gradientes, para lo cual añadimos $\zeta(1)$ (cerca del vértice) al grupo y respecto a este punto, fijamos $A_T^{\max}=0.1$ K. Entre el vértice y $\zeta_2=150$, los dos gradientes han generado perfiles de emisividad efectiva integrada con una variación máxima en la sección cilíndrica de 0.000 05.

8.4.3 Resumen y conclusiones sobre la uniformización en la cavidad cilindro-cónica

Hemos aplicado el modelo de optimización de gradientes de temperatura a la cavidad cilindro-cónica, en este caso diferenciando entre optimización geométrica y térmica. Para la obtención de perfiles uniformes de emisividad efectiva local en el fondo cónico de la cavidad, en configuraciones geométricas específicas, se han determinado los ángulos Ω óptimos. Los resultados son relevantes e indican, que en general los valores en torno a 160° son los más adecuados. A las mismas conclusiones han llegado otros autores utilizando diferentes modelos.

La optimización térmica pretende encontrar gradientes de temperatura que uniformizan el perfil de emisividad efectiva integrada, en zonas extensas de la cavidad incluyendo la pared lateral, con un método similar al aplicado anteriormente a la geometría cilíndrica.

Comparando con el perfil en una cavidad isoterma, se ha demostrado que un control adecuado del gradiente permitiría disponer de fuentes de cuerpo negro muy uniformes no solamente en el fondo. Para ello se ha descrito con detalle el procedimiento utilizado para generar gradientes óptimos. Lamentablemente no es muy sistemático y precisa la realización de pruebas de aproximación en las que se van variando y acotando algunos parámetros básicos.

Es frecuente que termómetros de radiación de FOV extenso, especialmente de tipo industrial, no puedan ser calibrados con cuerpos negros de pequeño diámetro debido a que reciben radiación de zonas mal caracterizadas de la cavidad. Esto podría evitarse en sistemas dotados de un control adecuado del gradiente. Se ha visto con un ejemplo, que tal control solo es necesario hacerlo en una zona acotada de la cavidad.

CAPÍTULO 9. ESTUDIO DEL CUERPO NEGRO CNA, DEL LABORATORIO DE TEMPERATURA Y HUMEDAD DEL INTA

9.1 Introducción y descripción básica del cuerpo negro CNA

El cuerpo negro CNA está formado por una cavidad cilindro-cónica de carburo de silicio (SiC) con dimensiones: $L=300$ mm, $D=A_{per}=50$ mm y $\Omega=120^\circ$.

El margen de temperatura de uso es entre 150 °C y 1100 °C y la cavidad se encuentra instalada en un horno tubular comercial de tres zonas. En su conjunto constituyen el modelo LandCal P1200B del fabricante LAND [113] El sistema posee tres controladores modelo 808 del fabricante EURO THERM, [114], uno central que se ocupa de la temperatura de la zona media del horno y dos laterales, que fijan las diferencias de temperatura de la zona frontal y posterior respecto a la del centro. Como sondas de control y de corte de seguridad se utilizan 2 TP tipo N.

Para determinar la temperatura en el fondo del cuerpo negro se instala un tubo de Al_2O_3 en buen contacto térmico con el bloque de SiC que forma la cavidad y con un TP patrón de referencia (tipo R (Pt-13%Rh/Pt) [115] fabricado por el NPL) en su interior. Junto a él se coloca otro del mismo tipo que mide la temperatura exterior del bloque en su parte central.

La unión de medida del termopar de referencia se encuentra situada a unos 15 mm respecto al vértice del cono y entre los dos termopares hay una distancia horizontal de unos 170 mm. El buen contacto térmico entre termopar tubo y bloque garantiza según el fabricante, que la temperatura medida por este termopar representa correctamente la del bloque en la sección cónica. Es necesario no obstante, como veremos más adelante, realizar correcciones por pérdidas de calor por radiación y convección.

La diferencia de temperatura medida por estos dos termopares es un control muy útil que sirve para evaluar la estabilidad a largo plazo del gradiente de temperatura. Los termopares de referencia son calibrados periódicamente en el LabTH [100] en puntos fijos del margen de medida del horno, hasta el PSCu a 1084.62 °C. El sistema se completa con el equipo de medida de fuerza electromotriz de los TP modelo 2182A de KEITHLEY [116] y un baño modelo 7025 de HART SCIENTIFIC [117] como medio isotermo de mantenimiento de las uniones frías (o en su defecto un baño de hielo). En la figura 9.1 se muestra una imagen del sistema con los TP tipo R en la parte posterior, los tres controladores y una vista del frontal del equipo.

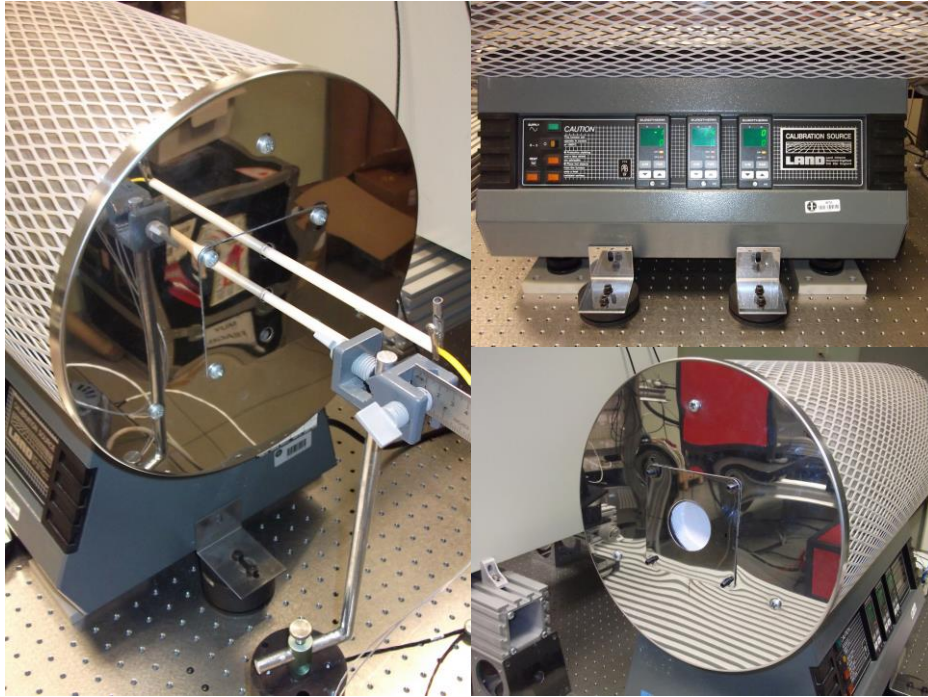


Figura 9.1. Instalación del CNA perteneciente al LabTH de INTA

Como los descritos en el apartado 8.1.6, este cuerpo negro forma parte de la instalación de termometría de radiación del LabTH y se utiliza fundamentalmente en la banda $[8, 14] \mu\text{m}$ para la calibración de termómetros de radiación, (sobre todo de tipo industrial), con tamaño de blanco menor de 25 mm de diámetro, cámaras termográficas y otras fuentes de cuerpo negro con aperturas de diámetro mayor de 20 mm (alcance ENAC [100]).

El CNA fue calibrado originalmente en el NPL en 1993, posteriormente en el CEM en 2001 y por último en el PTB en el año 2003. En este último laboratorio, además de ser calibrado se llevó a cabo una caracterización completa en la que entre otros resultados se determinó el gradiente de temperatura en la cavidad para varios puntos de consigna de los controles central y laterales del horno [118]. Más adelante se mostraran los resultados que hemos obtenido recientemente en la medida del gradiente de este cuerpo negro aplicando un método radiométrico.

9.2 Cálculo de la emisividad efectiva isoterma y no isoterma en el CNA

Hemos calculado la emisividad efectiva local $\varepsilon_a(x)$ en puntos del fondo cónico y pared cilíndrica del CNA en configuración isoterma y no isoterma, considerando los gradientes medidos por el PTB y emisividad intrínseca $\varepsilon=0.85$. Como en las cavidades CsHPBB y NaHPBB en el capítulo anterior, hemos calculado la incertidumbre de la emisividad efectiva debida a contribuciones geométricas y por emisividad. Para ello el número de simulaciones ha sido 10^4 y en cada una de las cuales la emisividad efectiva se ha calculado lanzando 10^6 fotones.

9.2.1 Emisividad intrínseca del SiC

El valor de ε en este material puede considerarse espectralmente uniforme con un promedio alrededor de 0.85 ± 0.05 hasta $10 \mu\text{m}$, pero entre esta longitud de onda y $20 \mu\text{m}$ muestra una clara dependencia con λ y tiene un mínimo en torno a $11.5 \mu\text{m}$ [37,38,106]. Los valores dados en las referencias anteriores (la figura 9.2 corresponde a $200 \text{ }^\circ\text{C}$) se han medido en muestras pulidas, en dirección casi normal (ángulos de 5° y 8°) y temperaturas entre $-40 \text{ }^\circ\text{C}$ y $900 \text{ }^\circ\text{C}$. Para superficies rugosas como es el caso en nuestra cavidad, puede estimarse (aunque de forma solo aproximada) con un modelo geométrico de la superficie [119,120], por el cual se tiene:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_p} - 1\right) R_f} \quad (9.1)$$

ε_r es la emisividad de la superficie rugosa, ε_p la emisividad de la superficie pulida (o idealmente lisa) y $R_f < 1$ es el factor de rugosidad. Representa una relación entre áreas en ambos tipos de superficies $R_f = A_p/A_r$. En [119], A_r es el área de una cavidad elemental en la superficie y A_p el área de la superficie lisa que la cubre, por lo que ε_r sería la emisividad efectiva de dicha cavidad.

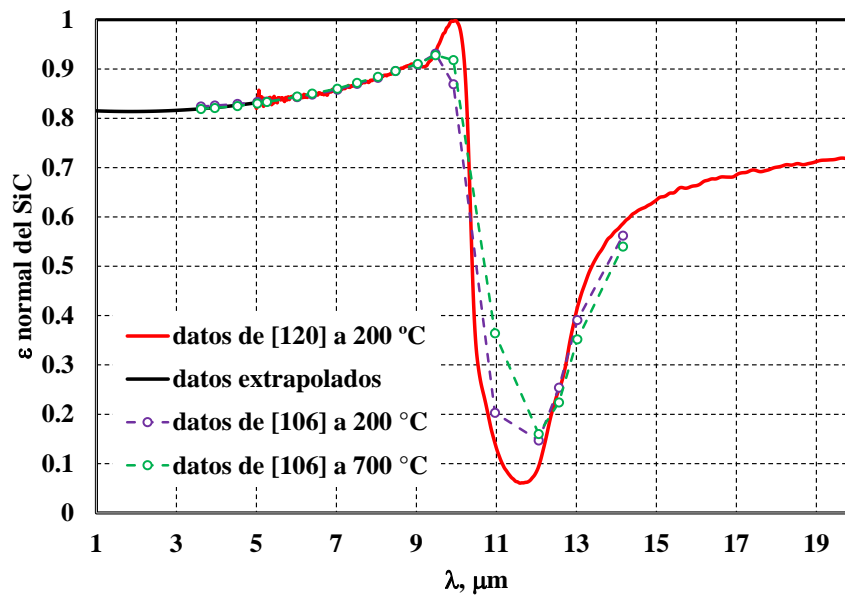


Figura 9.2. Emisividad intrínseca normal de una muestra de SiC pulida en función de λ , entre $-40 \text{ }^\circ\text{C}$ y $900 \text{ }^\circ\text{C}$. Los datos numéricos para la realización de la figura provienen de [120] (línea roja entre $5 \mu\text{m}$ y $20 \mu\text{m}$). Se han extrapolado hasta $1 \mu\text{m}$ (línea negra) suponiendo tendencia polinómica desde $9 \mu\text{m}$ y comparando con los resultados de [106]. Se incluyen también datos de esta última referencia medidos por el NIST a $200 \text{ }^\circ\text{C}$ y $700 \text{ }^\circ\text{C}$

No es trivial asignar valores a la emisividad intrínseca a partir de la fórmula (9.1), sin un conocimiento preciso (microscópico) de la rugosidad de la superficie.

Para un detector de radiación con respuesta espectral rectangular en $\Delta\lambda$, la emisividad intrínseca de banda puede calcularse mediante la ecuación (7.28). Si asumimos un comportamiento como el de la figura 9.2 (tal y como es sugerido por [120] como primera aproximación) podemos calcular la emisividad en la banda espectral $\Delta\lambda$.

Recordemos que en la superficie rugosa los valores se verán incrementados por efecto del factor de rugosidad R_f de (9.1) Para la extrapolación suponemos un comportamiento polinómico entre 1 μm y 5 μm que es coherente con [106]. En la tabla 9.1 se indican los resultados obtenidos para varios intervalos $\Delta\lambda$ en función de la temperatura.

	200 °C	400 °C	600 °C	800 °C	1000 °C
$\Delta\lambda$ [1, 10] μm	0.86	0.85	0.84	0.83	0.83
$\Delta\lambda$ [1, 14] μm	0.74	0.78	0.80	0.81	0.81
$\Delta\lambda$ [3, 5] μm	0.82	0.82	0.82	0.82	0.82
$\Delta\lambda$ [8, 14] μm	0.60	0.63	0.64	0.65	0.66

Tabla 9.1. Emisividad en banda espectral del SiC calculada con la ecuación (7.28) para diversas bandas y temperaturas

El valor $\varepsilon=0.85\pm 0.05$ que hemos considerado, es coherente con los resultados de la tabla y la figura 9.2, para la caracterización del CNA hasta 10 μm . En la banda [8, 14] μm es más difícil asignar un valor a la emisividad intrínseca. De hecho, si utilizamos los datos del NIST tomados de [106], la emisividad en esta banda sería del orden de 0.75 a 800 °C. Este valor (con semirrango $\Delta=0.05$ para la distribución de probabilidad característica) será el utilizado en el apartado 9.2.4 para comparar el modelo con los resultados del PTB.

9.2.2 Resultados para cavidad isoterma

El perfil de emisividad efectiva local en el fondo cónico y pared lateral hasta la apertura del CNA se representa en la figura 9.3. Las barras de error representan la incertidumbre calculada como 2 veces la desviación típica del conjunto de valores generado en cada punto.

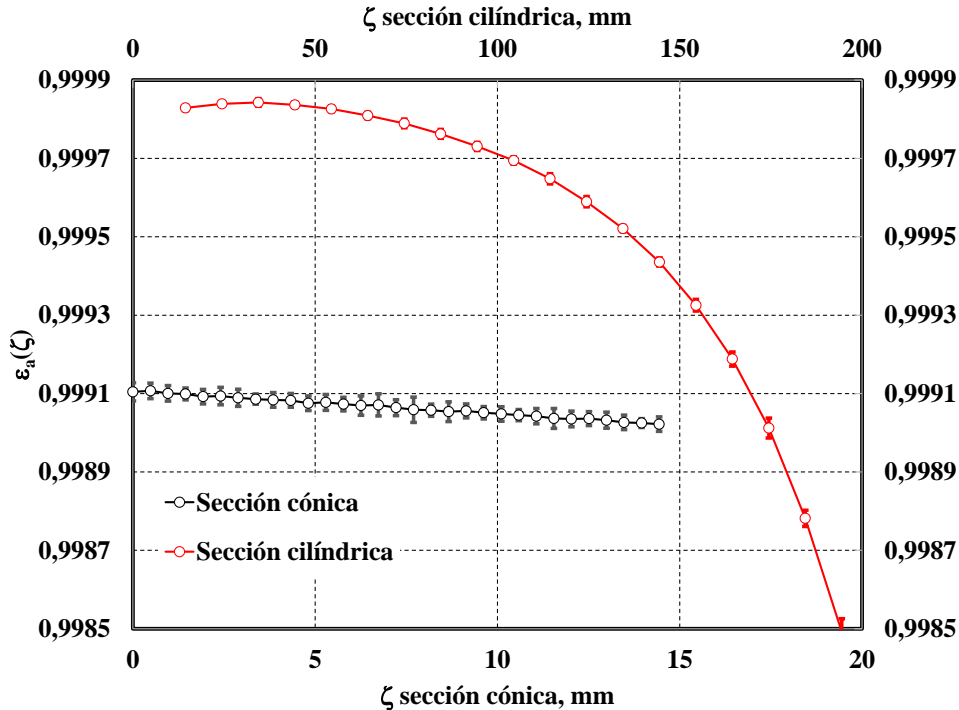


Figura 9.3 Emisividad efectiva local del CNA isoterma, en función de la distancia axial tomada desde el vértice

En el fondo de la cavidad la emisividad efectiva es muy uniforme, variando entre 0.99902 y 0.99911. Si calculamos la incertidumbre por efecto de las magnitudes de influencia geométricas y de la emisividad intrínseca ($\epsilon=0.85\pm 0.05$), tal y como se describió en el apartado 8.1.5, se obtienen las distribuciones de la figura 9.4. Según lo expuesto en dicho apartado, se han supuesto variaciones máximas: $\Delta L=\pm 5$ mm, $\Delta D=\pm 1$ mm y $\Delta \Omega=\pm 8^\circ$, que según el criterio de la referencia [17], corresponden a valores de incertidumbres típicas propias de un caso normal.

Las distribuciones experimentales (obtenidas con 10^4 simulaciones) se han generado en los puntos de la cavidad a distancias ζ del vértice en la dirección axial: 7.2 mm (punto medio del cono), 50 mm, 100 mm y 150 mm. Se han representado también las incertidumbres $2s$ (barras de error) calculadas con los valores centrales estimados de los parámetros, que representan las contribuciones de Montecarlo (con $N=10^6$) a la incertidumbre total.

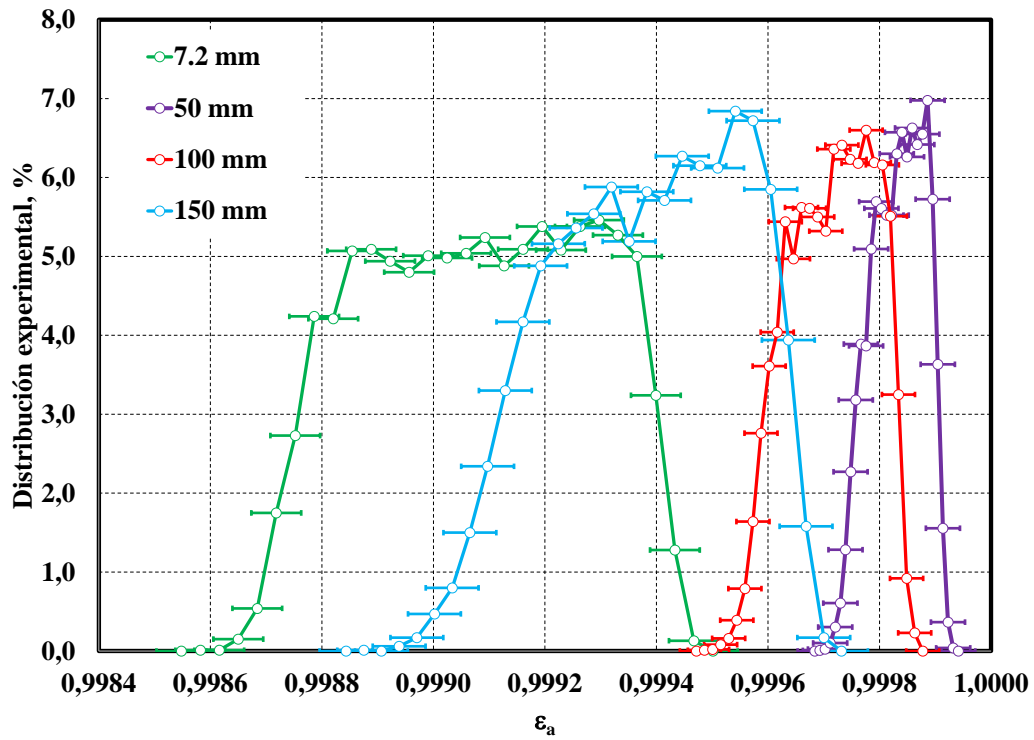


Figura 9.4. Distribuciones experimentales de ε_a en puntos de la cavidad del CNA a distancias ζ respecto al vértice: 7.2 mm, 50 mm, 100 mm y 150 mm

Para los cuatro puntos de la figura 9.4 junto con $\zeta=200$ mm, el valor medio, desviación típica, factor de cobertura e incertidumbre para una probabilidad de cobertura del 95%, se indican en la tabla 9.2.

	$\zeta=7.2$ mm	$\zeta=50$ mm	$\zeta=100$ mm	$\zeta=150$ mm	$\zeta=200$ mm
$\bar{\varepsilon}_a$	0.999 06	0.999 83	0.999 71	0.999 37	0.998 25
s	0.00020	0.000 05	0.000 07	0.000 16	0.000 45
k	1.7	1.8	1.7	1.7	1.7
$U(95\%)$	0.000 33	0.000 08	0.000 13	0.000 28	0.000 78

Tabla 9.2. Parámetros estadísticos de las distribuciones de la figura 9.4

9.2.3 Emisividad efectiva integrada en el CNA

Hemos determinado la emisividad efectiva integrada de la cavidad en configuración isoterma, lo cual nos servirá para ilustrar con un ejemplo práctico, el modelo para el cálculo de ε^c presentado al final del apartado 8.3.1. Consideramos las variables (r_2 , H_d , $xlim_2$) que establecen el tamaño del detector, su distancia a la apertura y la región de integración en la cavidad. Esta viene constituida por una parte de la sección cónica o bien por todo el fondo cónico y parte del cilindro. Para mayor claridad sustituimos $xlim_2$ (límite de integración de la variable x definida sobre el perfil de la cavidad en la figura 8.26) por ζ_2 sobre el eje.

Hemos calculado ε^c en el CNA para valores r_2 (2.5 a 25) mm, H_d (0 a 500) mm y ζ_2 (1 a 150) mm. El tamaño del detector r_2 no tiene efecto significativo sobre ε^c , observándose sin embargo una clara dependencia con la parte de la cavidad cubierta por el FOV, que es función además de la distancia H_d . Los resultados se muestran en la figura 9.5

Para la evaluación de la incertidumbre hemos procedido como es habitual, es decir calculando ajustes polinómicos dobles sobre un cierto número de perfiles de emisividad efectiva local que se generan por repetición del algoritmo de Montecarlo.

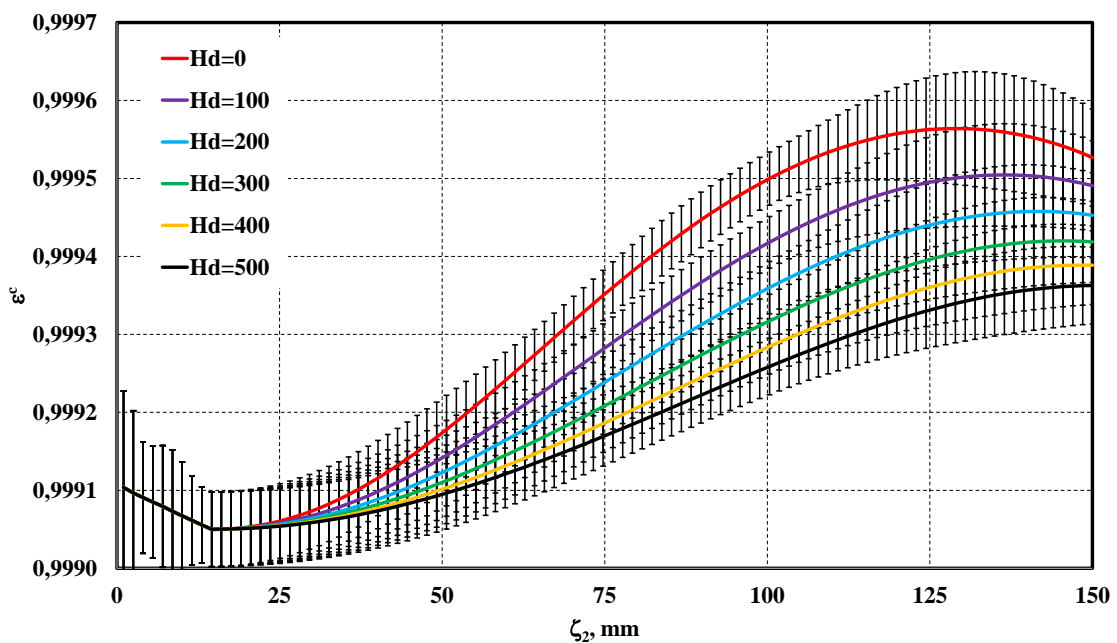


Figura 9.5. Emisividad efectiva integrada del CNA (isoterma), para detector D ($r_2=15$ mm) a diferentes distancias H_d (en mm) respecto a la apertura. Se representa en función de la parte de la cavidad que es cubierta por el FOV del hipotético termómetro de radiación, indicada por la distancia al fondo (ζ_2) de la intersección del campo con la superficie de la cavidad

Las barras de error de la figura se consideran cotas máximas para la incertidumbre de la emisividad integrada. Su estimación se basa en el cálculo previo de un coeficiente que relaciona la incertidumbre de la emisividad efectiva local (apartado 9.2.2 y figura 9.3) con la incertidumbre de la integrada, esta última para cada una de las configuraciones del sistema cavidad+detector.

El valor $U(\varepsilon_a)=2s(\varepsilon_a)$ se debe exclusivamente a la dispersión de Montecarlo y $U(\varepsilon^c)$ a la dispersión generada por el uso de diferentes ajustes polinómicos $\varepsilon_a(x)$ en el cálculo de las integrales (8.9)

Primero tomamos el valor máximo de la incertidumbre representada en la figura 9.3 hasta $\zeta=150$ ($U(\varepsilon_a)_{\max}=0.000\ 032$). Calculamos a continuación los coeficientes $U(\varepsilon^c)/U(\varepsilon_a)_{\max}$ en cada configuración, es decir para las distintas posiciones del detector y zonas de la cavidad cubiertas por el FOV. Multiplicando este coeficiente por la incertidumbre máxima de la figura 9.4 (o tabla 9.2) es decir 0.000 33, es razonable asumir que el resultado es una cota máxima para la indeterminación de la emisividad efectiva integrada debida a los factores geométricos, ε y Montecarlo. Incluso siendo todavía más conservador, podemos suponer que lo representado son los límites de una distribución rectangular.

Disponiendo de suficiente potencia de cálculo, un análisis puramente Montecarlo de la incertidumbre de la emisividad efectiva integrada, podría estar basado en la siguiente secuencia (para una configuración fija del detector):

- Generación de un grupo de valores aleatorios $\{\varepsilon_a(x_i)\}$ en toda la cavidad, por efecto de factores de influencia tales como: modelo Montecarlo, geométricos, térmicos, ε , etc.
- Ajuste polinómico (o de otro tipo con mínimo residuo) al grupo, utilizándolo en las integrales para obtener un valor de emisividad efectiva integrada entre los límites considerados. Para el ajuste se utilizaría toda la cavidad, aunque posteriormente se tomaría solo la parte de la función entre los límites de integración.
- Repetición del proceso con más grupos (10^4 o más) para la obtención de la distribución de valores ε^c , los parámetros estadísticos y finalmente la incertidumbre.

Recordemos que en el apartado 8.4.2 se trató la optimización térmica de la cavidad mediante la generación de gradientes de temperatura que uniformizaban el perfil de emisividad efectiva integrada. Para ello se utilizó como cavidad de prueba la del CNA. Los resultados de la figura 9.5 para detector a distancia $H_d=0$, deben compararse con la figura 8.36 en la que se muestran los perfiles de la cavidad optimizada.

9.2.4 Resultados para cavidad no isoterma con gradientes medidos por el PTB

Para la caracterización del CNA, el PTB utilizó $\varepsilon=0.75$ como emisividad intrínseca del SiC [121], que resulta razonable en el margen $[8, 14] \mu\text{m}$, según el argumento del apartado 9.2.1. El valor dado por este laboratorio para ε_a en la cavidad isoterma fue de 0.998 2 con incertidumbre típica $u=0.000 1$. No indicaban sin embargo si el valor era local o integrado y no daban información sobre los factores de influencia considerados para el cálculo de la incertidumbre.

Nuestro modelo ha sido aplicado de nuevo a la cavidad isoterma con esta emisividad intrínseca, obteniéndose básicamente los siguientes resultados:

- La emisividad efectiva local $\varepsilon_a(x)$ varía entre 0.998 39 junto al vértice y 0.998 27 junto a la sección cilíndrica, con desviaciones típicas (por la aplicación del método de Montecarlo) $s<0.000 02$.
- Para el fondo cónico se ha calculado la emisividad efectiva integrada ε^e función de la configuración (r_2, H_d, ζ_2) , con H_d entre 0 y 1000 mm, $\zeta_2=(1, 4, 8, 11 \text{ y } 14)$ mm y un valor fijo $r_2=15$ mm. La media y desviación típica de los valores ε^e considerando todas las configuraciones (20 en total) ha sido de 0.998 35 y $s=0.000 02$.
- Asumiendo contribuciones a la incertidumbre como las del apartado 9.2.2, se han obtenido resultados similares pero desplazando los valores medios de la emisividad efectiva.

Según consta en [118], el PTB llevó a cabo la medida del gradiente del CNA mediante un procedimiento basado en el método radiométrico (en el apartado 9.3 detallaremos el utilizado por nosotros en este trabajo) a temperaturas nominales de 250 °C, 450 °C, 650 °C y 800 °C y valores definidos para los controladores laterales del horno. Ese laboratorio midió los gradientes en términos de la diferencia en temperatura de radiación $\Delta T_\lambda(\zeta)$, ($\lambda=10 \mu\text{m}$ [121]) a lo largo de los 300 mm de la pared cilíndrica.

El valor no isoterma de la emisividad efectiva (no se indica si es local o integrada) fue de 0.998 4 ($u=0.000 1$), especificado únicamente para la cavidad a 250 °C.

Con el criterio de máxima uniformidad del gradiente, el PTB determinó los puntos de consigna óptimos para los controladores del horno. En la figura 9.6 se muestran las configuraciones para el margen entre 150 °C y 1100 °C obtenidas por ajuste lineal de las correspondientes a las temperaturas nominales anteriores. Se representa t_F y t_R en función de t_C , donde t_F es el punto de consigna en el controlador de la zona frontal (diferencial respecto al centro), t_C el de la zona central y t_R el del controlador diferencial de la zona trasera.

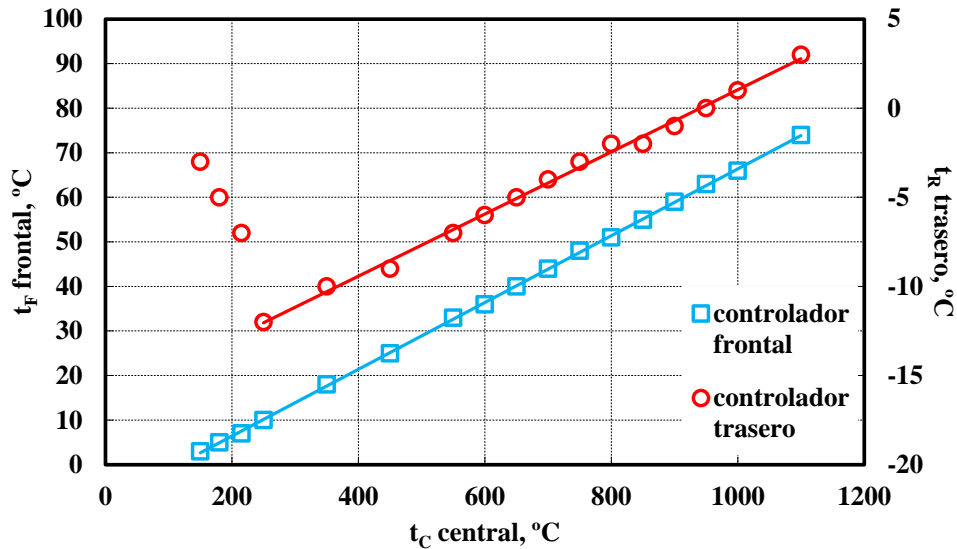


Figura 9.6. Puntos de consigna para la optimización de la distribución axial de temperatura caracterizada por el PTB en 2003

A finales de 2011 uno de los termopares de control tuvo que ser reemplazado y los puntos de consigna de los controladores laterales se corrigieron sumando 3 °C. El criterio utilizado fue mantener las diferencias: $(t_{90}(\text{TPP})-t_c)$ y $(t_{90}(\text{TPP})-t_{90}(\text{TPS}))$ en los valores medios obtenidos durante el uso del CNA en más de cincuenta calibraciones desde el año 2003.

TPP indica el TP principal que mide la temperatura del fondo de la cavidad y TPS el secundario que mide la del exterior de la cavidad cerca de su punto medio (ver 9.3.3).

En el apartado 9.3 se presentarán los resultados de la medida del gradiente con un procedimiento de tipo radiométrico a lo largo de todo el cuerpo negro y en los últimos 140 mm desde el fondo, el medido por el TPS (método termométrico parcial). Esto se ha hecho tanto para la configuración óptima (PTB corregida) como para otras en las que se han modificado los puntos de consigna laterales, lo cual nos ha permitido evaluar su efecto sobre los gradientes generados.

En cada configuración se ha calculado $\varepsilon_a(\zeta)$ en un conjunto de puntos del fondo cónico y con ellos la emisividad efectiva integrada $\varepsilon^c(r_2, H_d, \zeta_2)$ igual que en la cavidad isoterma.

9.2.5 Correcciones a la temperatura del fondo de la cavidad por fugas de calor

Las especificaciones del fabricante indican que la configuración del termopar de referencia en el fondo de la cavidad, cuyo extremo se encuentra a unos 15 mm del vértice del cono, es tal que su medida representa correctamente la temperatura del fondo. No obstante vamos a considerar aquí el factor de influencia debido a pérdidas de calor por radiación y convección a través de la apertura. Estas tienen lugar en el interior de las cavidades de cuerpo negro [17,122] y dan cuenta de la corrección entre la temperatura medida por el termómetro de referencia y la superficial.

Para cuerpos negros del esquema FPBB la temperatura viene determinada por la del punto fijo correspondiente, mientras que en VTBB es medida por un TRPP o un TP de metal noble (Pt/Au o tipo R), como es nuestro caso en el CNA.

Según [17], una cota superior para la disminución de la temperatura debida al intercambio de calor por radiación y flujo de calor por conducción, se puede calcular mediante la fórmula:

$$\Delta T_b = \varepsilon_{tot} \sigma (T_i^4 - T_a^4) \frac{d}{\kappa} \left(\frac{R}{L} \right)^2 \quad (9.2)$$

En esta ecuación ε_{tot} es la emisividad total de la pared interna de la cavidad, σ la constante de Stefan-Boltzmann, T_i y T_a las temperaturas absolutas del cuerpo negro y ambiente respectivamente, d el espesor de la cavidad en el fondo, κ la conductividad térmica de la pared de la cavidad y R junto a L , el radio y longitud de esta.

Como se apunta en [17], no es fácil asignar un valor fiable a la conductividad térmica ya que depende de muchos factores físicos y químicos y no suele darse con detalle en la literatura (por ejemplo en función de la temperatura). Para el CNA utilizamos: $d=15$ mm, $\varepsilon_{tot}=0.90$ [123], $T_a=(23+273.15)$ K, $R=25$ mm y $L(\text{total})=314$ mm.

Respecto a la conductividad térmica κ del SiC, encontramos referencias (ver por ejemplo [124]) donde varía en función de la temperatura, entre $110 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ a 150 °C y $33 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ a 1100 °C, en el margen del CNA. Otros autores dan valores algo menores, como en [125] donde a 0 °C varía entre $60 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ y $80 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ y a 1000 °C entre $17 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ y $22 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ en función de la porosidad de las muestras.

Si asumimos la conductividad de [124], la disminución de temperatura en el CNA según (9.2) varía entre 1 mK a 150 °C y 500 mK a 1100 °C, sin embargo con los valores de [120] ΔT_b varía entre 2 mK y 900 mK en el mismo margen.

Para fugas de calor por convección, en [17] se dan valores estimados para la incertidumbre típica por este efecto. Por encima de 150 °C y hasta 270 °C (donde empiezan los “heat-pipe” de Cs) es de 60 mK para las aplicaciones más normales y 12 mK para la mejor incertidumbre. Entre 500 °C y 960 °C (margen del “heat-pipe” de Na) los mismos valores y en el resto (margen del Cs) 30 mK

y 6 mK respectivamente. Los valores más bajos (mejor incertidumbre) se han calculado en [17] para un cuerpo negro de tipo “heat-pipe” con $D=30$ mm, $L(\text{total})=370$ mm y 90 mm entre la apertura y el exterior del horno. Estas condiciones se cumplen en los cuerpos negros CsHPBB y NaHPBB del LabTH, mientras que para el CNA se pueden asumir los valores normales.

9.2.6 Medida de la temperatura en el CNA

Como indicamos en 9.1, el TP patrón que mide la temperatura (t_{90}) del fondo de la cavidad se introduce en un tubo de alúmina y este a su vez en un pozo termométrico que llega hasta unos 15 mm del vértice (ver esquema en el apartado 9.3.9). Este TP y el utilizado para estimar el gradiente son de tipo R y se calibran periódicamente con acreditación ENAC en el LabTH, en puntos fijos de la EIT-90 [100,126]. La incertidumbre expandida de la temperatura medida por el TP de referencia se estima en $U(t_{90})=0.6$ °C ($k=2$) entre 150 °C y 1100 °C, considerando básicamente las contribuciones debidas a su calibración en puntos fijos, interpolación entre puntos de calibración, estabilidad a largo plazo, temperatura de referencia (0 °C), medida de la fem y estabilidad (típica en este cuerpo negro en su margen de uso) de la temperatura del CNA durante la medida.

En la figura 9.7 se muestra el histórico del TP modelo R, N/S: NPL11/00/C fabricado por el NPL, situado en el fondo de la cavidad, como la variación de fem respecto a la media temporal en cada punto fijo y expresada en términos de temperatura.

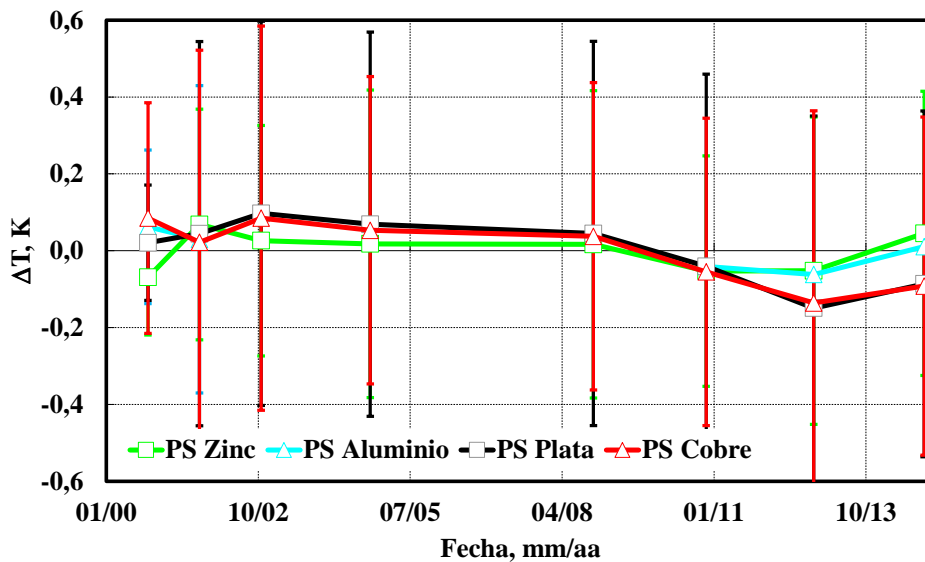


Figura 9.7. Histórico de uno de los dos TP tipo R de la cavidad del CNA, N/S: NPL11/00/C

9.2.7 Resumen y conclusiones sobre la medida de emisividad efectiva del CNA

La aplicación del modelo a la cavidad del CNA del LabTH en configuración isoterma, proporciona resultados totalmente compatibles con los obtenidos por el PTB.

Hemos ampliado su estudio analizando los posibles valores de emisividad intrínseca que pueden ser asignados al SiC en distintos márgenes de longitud de onda y hemos calculando la emisividad efectiva local e integrada en el fondo y paredes laterales de la cavidad para varias configuraciones del detector.

Se han analizado dos de los factores que tienen mayor influencia en la incertidumbre en calibración de termómetros de radiación, uno es el efecto de las fugas de calor por radiación y convección y el otro la medida de temperatura de la cavidad con el TP de referencia.

Otros factores de influencia asociados a los cuerpos negros [17] son básicamente: el efecto del gradiente longitudinal sobre la emisividad efectiva, (lo veremos con más detalle en el siguiente apartado), la influencia de la radiación ambiental reflejada en la cavidad y que llega al termómetro y la uniformidad de la temperatura de radiación del fondo de la cavidad (uniformidad radial de la emisividad efectiva por defectos de construcción, gradiente local, pérdidas de calor no uniformes, etc.) Todas ellas, junto con otras muchas que se describen con gran detalle en [17], deben ser consideradas en un procedimiento de calibración. No siendo objetivo de esta tesis, se implementarán en un futuro, en una nueva edición del procedimiento que actualmente cubre la acreditación ENAC del LabTH en este campo.

La aplicación de la sistemática desarrollada hasta ahora unida al estudio del gradiente de temperatura del siguiente apartado, nos va a permitir caracterizar internamente los cuerpos negros del laboratorio. Al menos en lo que respecta al CNA, es de esperar que podamos incluso obtener mejores incertidumbres. Tanto para este cuerpo negro como para el CsHPBB y el NaHPBB, en el capítulo 10 volveremos a tratar este tema en un contexto más cercano al de calibración.

9.3 Determinación experimental del gradiente de temperatura del CNA entre 400 °C y 1000 °C, mediante un procedimiento radiométrico

Ya sabemos que la presencia de un gradiente de temperatura en la cavidad hace que la emisividad efectiva sea función de la longitud de onda (supuesta ε independiente de λ). Es además uno de los factores principales que contribuyen a su incertidumbre. Aunque los parámetros geométricos y la emisividad intrínseca pueden considerarse estables en el tiempo (es de esperar que las dilataciones de la cavidad mantengan en principio las proporciones y la emisividad efectiva es función únicamente de estas) una mala caracterización y/o control del gradiente (salvo en sistemas tipo “heat-pipe”) puede dar lugar a errores considerables en el uso de un cuerpo negro.

Es necesario por tanto determinar el gradiente en la cavidad y evaluar su efecto sobre ε_a especialmente en las zonas que son cubiertas por el FOV de los termómetros de radiación, es decir el fondo y quizás zonas del lateral próximas a este.

Por otro lado será conveniente establecer criterios de control para asegurar que el gradiente de temperatura se mantiene en el tiempo (entre calibraciones). Con las herramientas adecuadas estos controles permitirían, bien calcular correcciones a la emisividad efectiva o en su caso determinar incrementos en la incertidumbre por deriva a largo plazo del cuerpo negro.

Como ya hemos en varios capítulos, la posibilidad de variar y controlar el gradiente longitudinal en sistemas que lo permitan, puede ser utilizado para uniformizar el perfil de emisividad efectiva en las zonas de interés para calibración de termómetros de radiación, cámaras termográficas y medida del ETF.

9.3.2 El gradiente de temperatura en una cavidad de cuerpo negro y su medida

Medir el gradiente de temperatura es relativamente sencillo si el cuerpo negro ha sido diseñado con pozos termométricos que recorran la totalidad o parte (al menos tres cuartas partes [17] de la longitud) de la cavidad lo más cerca posible de la superficie interior [55,127]. Para ello, un TRPP o termopar de metal noble en buen contacto térmico con las paredes es utilizado para medir la temperatura a diferentes profundidades de inmersión respecto al fondo del pozo. La aplicación de un procedimiento de este tipo (método termométrico general) exige tener en cuenta como incertidumbre o corrección, el efecto de la conducción térmica sobre la vaina del termómetro así como el descenso de la temperatura de la superficie interior de la cavidad por transferencia térmica al ambiente (fundamentalmente en forma de convección y radiación, por encima de 1100 °C). Este fenómeno tiene como consecuencia que exista una diferencia de temperatura entre el valor medido por el termómetro de contacto (o la temperatura del punto fijo en el esquema FPBB [17]) y la propia temperatura superficial [122]

En ausencia de un diseño como el anterior, se utiliza habitualmente un procedimiento basado en el método radiométrico [33,44,53,128,129] Un termómetro de radiación con tamaño de blanco

muy pequeño se posiciona con su eje óptico formando un pequeño ángulo respecto al eje longitudinal de la cavidad, de forma que el FOV no se vea interceptado por elementos tales como la apertura u otros diafragmas. En esta configuración el termómetro se desplaza en el sentido del eje sin variar su enfoque, el blanco recorre toda la cavidad y registra la temperatura de radiación en cada punto. Este método solo es aplicable para la superficie que puede ser vista a través de la apertura de la cavidad, por lo que el gradiente sobre la superficie restante solo puede ser estimado (por extrapolación generalmente).

En la figura 9.8 puede verse un esquema del montaje para la medida del gradiente mediante cada uno de los dos métodos genéricos descritos.

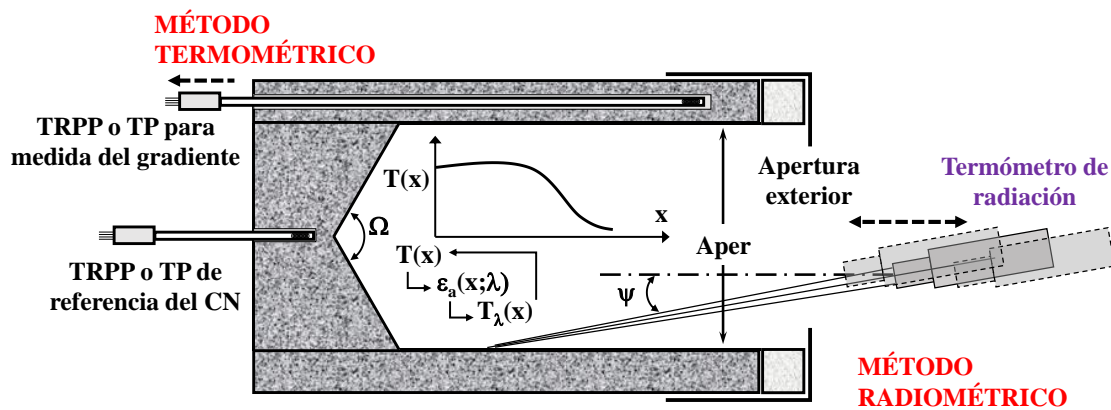


Figura 9.8. Esquema de los métodos termométrico y radiométrico para la medida del gradiente de temperatura en una cavidad de cuerpo negro

En general un termómetro de radiación (de banda suficientemente estrecha) mide la temperatura de radiación espectral T_λ , función de la emisividad efectiva espectral en cada punto $\varepsilon_a(x; \lambda)$, la cual a su vez depende del gradiente $T(x)$ que deseamos determinar.

Para resolver el problema utilizamos un procedimiento iterativo. Partiendo del perfil isotermo $\varepsilon_{a,0}(x; \lambda) = \varepsilon_a^{iso}(x)$, independiente de la longitud de onda (y con $T^{(0)}(x) = T_{ref}$) se calcula la correspondiente temperatura de radiación espectral $T_\lambda^{(0)}$ utilizando la ley de Planck:

$$\left(e^{c_2/\lambda T_\lambda^{(0)}} - 1 \right)^{-1} = \varepsilon_a^{iso}(x) \left(e^{c_2/\lambda T_{ref}} - 1 \right)^{-1} \quad (9.3)$$

En esta ecuación T_{ref} es la temperatura de referencia medida por el termómetro de contacto en el fondo de la cavidad, corregida por fugas de calor si fuera necesario. La temperatura de radiación calculada $T_\lambda^{(0)}(x)$, se compara con la experimental medida con el termómetro de radiación $T_\lambda^{exp}(x)$.

La hipótesis de cavidad isoterma es ahora corregida a partir de la diferencia entre ambas funciones y se calcula una nueva emisividad efectiva $\varepsilon_{a,1}(x; \lambda)$, en este caso para cavidad no isoterma, manteniendo como temperatura de referencia la del fondo. El proceso iterativo general toma la forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon_a^{iso}(x) = \varepsilon_{a,0}(x; \lambda) \rightarrow T_\lambda^{(0)}(x) \rightarrow T^{(1)}(x) = [T_{ref} + \delta T^{(0)}(x)] \rightarrow \varepsilon_{a,1}(x; \lambda) \rightarrow \\ \rightarrow T_\lambda^{(1)}(x) \rightarrow T^{(2)}(x) = [T^{(1)}(x) + \delta T^{(1)}(x)] \rightarrow \varepsilon_{a,2}(x; \lambda), \dots \end{aligned} \quad (9.4)$$

En la ecuación anterior $\delta T^{(k)}$ se define como $T_\lambda^{exp} - T_\lambda^{(k)}$. Es de esperar que el proceso converja rápidamente y en todo caso seguirá hasta que en la iteración n , la diferencia $\delta T^{(n)}$ sea menor que la corrección máxima admitida, valor que podrá entonces considerarse como una contribución a la incertidumbre del gradiente.

Para el cálculo de $\varepsilon_{a,k}$ en cada iteración utilizamos como herramienta fundamental las funciones DIAS:

$$\varepsilon_{a,k}(x) = \frac{1}{N} \left(N_p h^{(k)}(x) + \sum_{i=1}^p n(i, x) h^{(k)}(i) \right) \quad (9.5)$$

Como ya sabemos, $n(i, x)$ son las funciones de distribución discretas que se obtienen dividiendo la cavidad en p intervalos, en cada uno de los cuales se contabilizan los impactos que generan absorción de tipo secundario cuando los fotones son lanzados inicialmente sobre el punto x . La función h viene dada por $L_{\lambda,b}(T)/L_{\lambda,b}(T_{ref})$ y T_{ref} es la temperatura del fondo de la cavidad.

Es frecuente que los valores experimentales de temperatura de radiación vengan dados en términos de la diferencia $\Delta T_\lambda^{exp}(x)$ con respecto al fondo, como es el caso por ejemplo en la medida del PTB que vimos en el apartado anterior. Pasando a la variable ζ sobre el eje, puesto que las funciones DIAS en el vértice del cono son deltas δ , de (6.37) se deduce que $\varepsilon_a(\zeta=0) = \varepsilon_a^{iso}(0)$ y por lo tanto calculamos $T_\lambda^{exp}(\zeta)$ a partir de la ecuación (ver (2.41)):

$$T_\lambda^{exp}(0) = \frac{c_2/\lambda}{\log \left(\frac{(e^{c_2/\lambda T_{ref}} - 1)}{\varepsilon_a^{iso}(0)} + 1 \right)} \quad (9.6)$$

Finalmente $T_\lambda^{exp}(\zeta) = T_\lambda^{exp}(0) + \Delta T_\lambda^{exp}(\zeta)$

A veces la medida de la diferencia es solamente sobre la sección cilíndrica de la cavidad a lo largo de la longitud L , es decir $\Delta T_\lambda^{exp}(\zeta > H)$. En este caso puede considerarse que en la frontera entre cono y cilindro las funciones DIAS también se comportan como funciones δ . Tendremos entonces $\varepsilon_a(\zeta=H) = \varepsilon_a^{iso}(H) [L_{\lambda,b}(T(H))/L_{\lambda,b}(T_{ref})]$. Siendo $\Omega=120^\circ$ y $L=300$ mm en el CNA, H es pequeño y por lo tanto $T(\zeta=H) \cong T_{ref}$, con lo cual $\varepsilon_a(\zeta=H) \cong \varepsilon_a^{iso}(H)$. En este caso podrá utilizarse (9.6) y calcular $T_\lambda^{exp}(\zeta > H)$ como en el caso anterior.

Hemos desarrollado un método alternativo para la búsqueda del gradiente de temperatura que ha demostrado converger más rápidamente que el anterior. Partimos de la expresión (7.16) y del algoritmo desarrollado para la uniformización de $\varepsilon_a(x)$ en la cavidad cónica (apartado 7.2.2.2). Definimos la emisividad efectiva experimental como:

$$\varepsilon_a^{exp}(x; \lambda) = \frac{\left(e^{c_2/\lambda T_\lambda^{exp}(x)} - 1 \right)^{-1}}{\left(e^{c_2/\lambda T_{ref}} - 1 \right)^{-1}} \quad (9.7)$$

A continuación resolvemos la ecuación para $h(x)$:

$$\varepsilon_a^{exp}(x; \lambda) \cong \varepsilon_a^{iso}(x) h(x) \quad (9.8)$$

El proceso iterativo es similar al utilizado en la optimización de la cavidad cónica y calcula $h(x)$ partiendo de un h_0 en el que el valor uniforme ε_a se sustituye por el experimental de (9.7)

En este caso las funciones h_k para $k > 1$, se calculan mediante: $h_k = \varepsilon_a^{exp} / \varepsilon_{a,k-1}$ y $h_k = h_0 + (h_1^2 - 1) + (h_2^2 - 1) + \dots + (h_k^2 - 1)$

Puesto que únicamente interesa la variación de temperatura a lo largo de la cavidad respecto a un valor nominal en el fondo, esperamos que la influencia de T_{ref} sea mínima. De la ecuación (9.3) se deduce que la variación de $T_\lambda^{(0)}$ es:

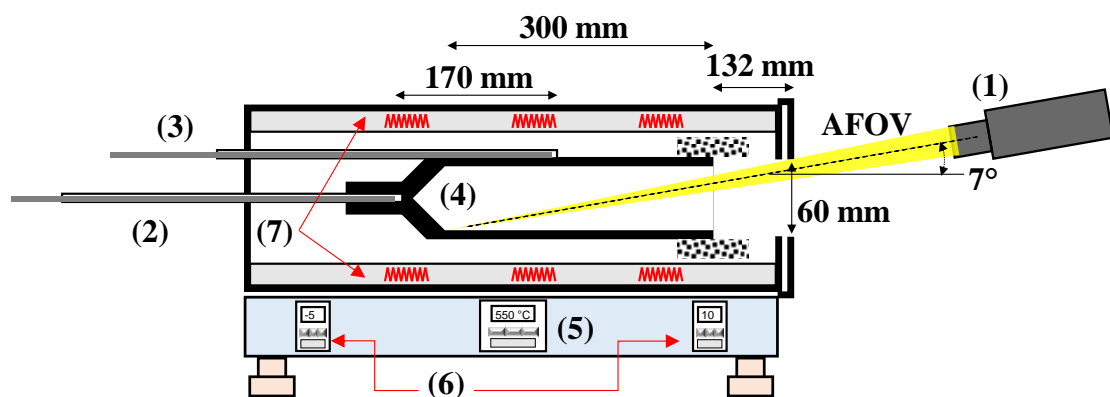
$$dT_\lambda^{(0)} = \left(\frac{1}{\varepsilon_a^{iso}} \left(\frac{e^{c_2/\lambda T_{ref}}}{e^{c_2/\lambda T_\lambda^{(0)}}} \right) \left(\frac{T_\lambda^{(0)}}{T_{ref}} \right)^2 \right) dT_{ref} \quad (9.9)$$

Por otro lado la variación de T_{ref} afecta directamente a la definición de T_λ^{exp} a partir de (9.6), por lo que en el cálculo de la primera corrección $\delta T^{(0)} = T_\lambda^{exp} - T_\lambda^{(0)}$ el efecto puede compensarse. En los ejemplos analizados en el apartado 9.3.4 demostraremos que la influencia es despreciable.

9.3.3 Descripción del procedimiento experimental

La cavidad del CNA del LabTH no lleva pozos para la medida del gradiente por un método termométrico. Uno de los termopares de referencia (TPS) llega aproximadamente hasta la mitad del bloque, pero está situado en su parte exterior y es utilizado solamente como control de deriva del gradiente. Sin embargo por sus características geométricas (relación L/D), permite aplicar cómodamente el método radiométrico. Para ello el LabTH dispone de un termómetro de radiación lineal modelo LP3 fabricado por KE, con detector de InGaAs [130,131] El LP3 de InGaAs, calibrado inicialmente en el PTB en el margen entre 232 °C y 1500 °C, cuenta con tres filtros interferenciales centrados en 1.035 μm (B1), 1.260 μm (B2) y 1.570 μm (B3), con anchos de banda ($\Delta\lambda$, FWHM) respectivos de 0.057 μm , 0.040 μm y 0.037 μm , según especificaciones del fabricante.

La medida del gradiente se realizó (en la banda B3) situando el LP3 a una distancia de 1500 mm respecto al fondo de la cavidad, formando su eje un ángulo aproximado de 7° respecto al del cuerpo negro. El tamaño del blanco a esa distancia se estima en 1.8 mm (diámetro) de acuerdo con las especificaciones del fabricante [132] La distancia y ángulo fueron seleccionados de forma que se minimizara el tamaño del blanco evitando por otra parte que el FOV del LP3 interceptara la apertura. Un tamaño de blanco menor exige acercar el termómetro al cuerpo negro. La mayor extensión del FOV cerca del objetivo obligaría por tanto a disminuir el ángulo para evitar la intercepción con lo cual se reduciría la resolución espacial en la medida del gradiente longitudinal. Un esquema del montaje puede verse en la figura 9.9, con los termómetros patrones de referencia TPP (2) y el TPS (3).



- (1) LP3
- (2) Termopar R principal
- (3) Termopar R secundario
- (4) Cavidad
- (5) Controlador central
- (6) Controladores diferenciales
- (7) Tubo cerámico y resistencias calefactoras

Figura 9.9. Esquema del montaje básico para la medida del gradiente de temperatura del CNA con el termómetro LP3

Según la figura, dado que la apertura más exterior se encuentra a unos 432 mm del fondo de la cavidad (inicio del cono) y tiene unos 60 mm de diámetro, el ángulo máximo entre los ejes sería aproximadamente de 8°.

Para un ángulo de 7° y habiendo calculado el diámetro de la sección del FOV en el plano de esta apertura (a partir de las especificaciones del fabricante), hemos asegurado que no existe intercepción. En todo caso, una disminución brusca de la temperatura (medida por el LP3) cerca del fondo sería un indicio claro de que no se cumple lo anterior.

La figura 9.10 muestra la imagen del LP3 posicionado delante del CNA y el montaje de los termopares TPP y TPS en la parte posterior.

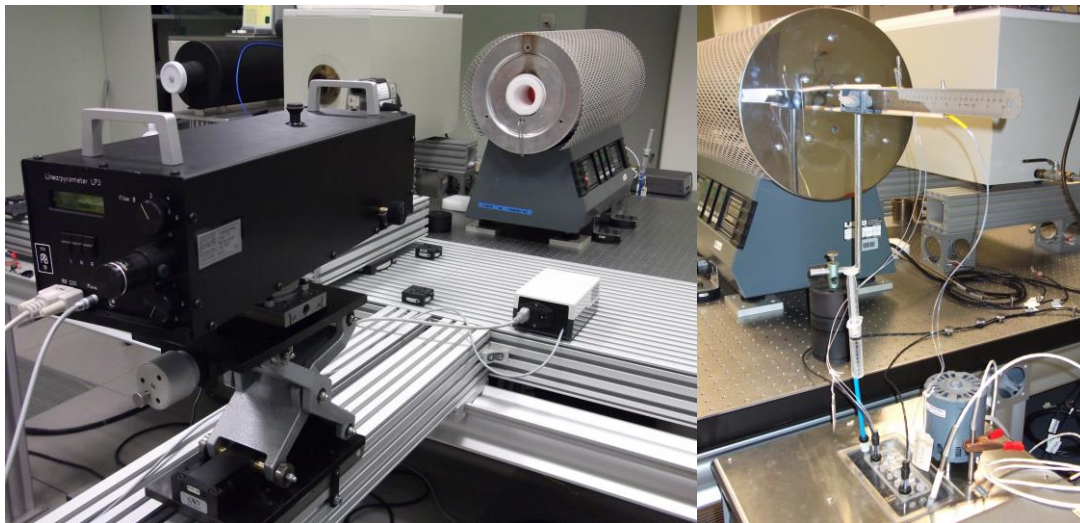


Figura 9.10. Montaje real durante la medida del gradiente de temperatura del CNA con el termómetro de radiación LP3

Para la lectura de la fem de los termopares se utiliza el sistema descrito en el apartado 9.1 y un programa de adquisición de datos desarrollado en el LabTH [133] y para la señal del LP3 un programa desarrollado por KE para este equipo [132].

En primer lugar se tomaron lecturas (al menos 10 y cada una en un intervalo de tiempo entre 2 y 3 minutos) de la señal del LP3 desplazándolo y posicionando su blanco cada 20 mm a lo largo de toda la longitud del CNA, entre el fondo y un punto próximo a la apertura. A continuación se desplazó de nuevo el LP3 en sentido contrario repitiendo la medida en todos los puntos. Durante todo el proceso se tomaron lecturas de los termopares TPP y TPS.

La estimación del gradiente con el TPS se realizó extrayéndolo desde su posición habitual a 155 mm del fondo de la cavidad, hasta hacerlo coincidir con la posición del TPP a 170 mm.

Como se comentó en el apartado 9.3.2, con el LP3 se midió la diferencia de temperatura de radiación respecto al fondo (más exactamente respecto al punto límite entre cilindro y cono a 300 mm de la apertura) y siguiendo el argumento descrito en ese mismo apartado calculamos el gradiente experimental $T_{\lambda}^{\text{exp}}(\zeta > H)$.

Se asume que la relación entre la señal S del LP3 (fotocorriente) y la temperatura de radiación obedece la ecuación de Sakuma-Hattori (versión de Planck en su forma inversa) [17,134]

$$T_{\lambda}(S) = \frac{1}{A} \frac{c_2}{\log\left(\frac{C}{S} + 1\right)} - \frac{B}{A} \quad (9.10)$$

Los parámetros A, B y C se obtienen mediante ajuste por mínimos cuadrados (o interpolación) de un conjunto formado por al menos 3 pares de puntos $\{T_{\lambda}, S\}_i$. Para la determinación del gradiente, puesto que únicamente nos interesan las diferencias de temperatura ΔT_{λ} utilizamos los coeficientes de la calibración del PTB [132]. Los valores ΔT_{λ} no dependen del parámetro B y se puede demostrar que son poco sensibles a las variaciones de A y C. Hemos realizado este análisis partiendo de los parámetros del PTB (A_0, B_0 y C_0) y dos valores S_1 y S_2 que generan temperaturas $T_{\lambda,1}=1223$ K y $T_{\lambda,2}=1273$ K ($\Delta T_{\lambda}=50$ K, menor que la diferencia máxima medida en los gradientes del CNA a 1000 °C). Si consideramos una indeterminación (con distribución rectangular) de $\pm 0.5\%$ en A y C alrededor de A_0 y C_0 , la aplicación del método de Montecarlo genera distribuciones para $T_{\lambda,1}$, $T_{\lambda,2}$ y ΔT_{λ} con desviaciones típicas: $s(T_{\lambda,1})=3.7$ K, $s(T_{\lambda,2})=3.5$ K y $s(\Delta T_{\lambda})=0.15$ K. En el otro extremo analizamos el caso $T_{\lambda,1}=658$ K y $T_{\lambda,2}=673$ K ($\Delta T_{\lambda}=15$ K, menor que la diferencia máxima medida en los gradientes del CNA a 400 °C). Los resultados para la misma variación de los coeficientes, son: $s(T_{\lambda,1})=2.0$ K, $s(T_{\lambda,2})=1.9$ K y $s(\Delta T_{\lambda})=0.04$ K.

Considerando este análisis, para el cálculo de la incertidumbre $u(\Delta T_{\lambda}^{\text{exp}})$ se tienen en cuenta en principio dos contribuciones:

- Desviación típica de las lecturas del LP3.
- Diferencia de los valores medidos en los dos desplazamientos: efecto conjunto de la repetitividad del posicionamiento y de la variación del gradiente.

Establecemos además como criterio de aceptación la estabilidad del gradiente durante el tiempo de medida con el LP3, de forma que la máxima variación de la temperatura del cuerpo negro tomada con TPP y TPS sea menor de 0.1 K. Por lo general y como veremos en los resultados, la variación será mayor en TPS al estar fuera de la cavidad y más cerca de los elementos calefactores (ver figura 9.9).

El efecto de la estabilidad del gradiente de temperatura, si se estima por la máxima variación en la medida con TPS, se puede propagar a la incertidumbre de la temperatura de radiación con el siguiente argumento. La emisividad efectiva en una cavidad no isoterma depende de la temperatura de referencia T_{ref} , que por lo general suele ser la del fondo de la cavidad. Si en vez de esta se establece la del punto de medida, los valores $\varepsilon_a(\zeta)$ serán diferentes. Aplicando la expresión aproximada (7.16) tendremos ahora:

$$\varepsilon_a(\zeta) \cong \varepsilon_a^{\text{iso}}(\zeta) \left[\frac{e^{c_2/\lambda T(\zeta)} - 1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \right] = \varepsilon_a^{\text{iso}}(\zeta) \quad (9.11)$$

Por lo tanto, igual que dedujimos (9.9) llegamos ahora a:

$$\delta T_\lambda = \left(\frac{1}{\varepsilon_a^{\text{iso}}} \left(\frac{e^{c_2/\lambda T}}{e^{c_2/\lambda T_\lambda}} \right) \left(\frac{T_\lambda}{T} \right)^2 \right) \delta T \quad (9.12)$$

Los valores δT_λ así definidos se utilizaron como contribución (con distribución rectangular) extra en el cálculo de la incertidumbre $u(\Delta T_\lambda^{\text{exp}})$, para lo cual δT será la variación de TPS y hemos tomado el máximo de los coeficientes de la ecuación (9.12) a lo largo de toda la cavidad.

El efecto de T_{ref} se analizará calculando gradientes para distintas temperaturas, aunque como comentamos en el apartado anterior, es de esperar que no tenga mucha influencia. Para la longitud de onda se utiliza el valor λ_x (longitud de onda efectiva extendida [17]) cuyo valor depende de la temperatura y de los parámetros A y B del termómetro. Para el LP3 con el filtro B3 y los coeficientes calculados por el PTB, su valor varía entre 1.56 μm y 1.55 μm entre 400 °C y 1000 °C. Igualmente se analizará su efecto en el gradiente calculado.

9.3.4 Resultados

Detallamos ahora los resultados para la configuración del horno $(t_F, t_C, t_R)=(69, 1000, 4)$ °C. En la figura 9.11 (izquierda) se representa el gradiente experimental $\Delta T_\lambda^{\text{exp}}$ (LP3 Tr), el calculado ΔT (LP3 T) y la estabilidad medida por los termopares de referencia (TPP y TPS) en términos de la diferencia ΔT_P respecto al valor inicial (correspondiente al instante en que el LP3 se enfoca sobre ese punto de la cavidad $\zeta=H$). El intervalo de tiempo en la figura es de 40 minutos.

Las barras de error en ΔT_P representan dos veces la desviación típica experimental de la media para diez lecturas. Para la incertidumbre de $\Delta T_\lambda^{\text{exp}}$ se asume una desviación típica máxima de 0.03 K, la contribución por efecto de la repetitividad en el posicionamiento y la variación máxima observada en TPS (0.05 K en la figura) sobre la que se aplica el coeficiente calculado con (9.12). Con todo ello, la incertidumbre $U(\Delta T_\lambda^{\text{exp}})$, para $k=2$, se estima entre 0.12 K y 1.12 K.

Según se dijo antes, para evaluar el gradiente con TPS (ΔT_{TPS}) este se extrae progresivamente una longitud de 170 mm a partir de su posición inicial. Desde esta, el inicio de la sección cilíndrica se encuentra a 140 mm y el vértice del cono aproximadamente a 155 mm. Las lecturas de TPS se corrigen por la variación de TPP durante todo el proceso. En la figura superior derecha se representan los gradientes (LP3 T) (LP3 Tr) y ΔT_{TPS} sobre la longitud de 140 mm. En la figura inferior derecha se muestra la variación del gradiente $\delta\Delta$ (tendencia) a lo largo de dicha longitud, para TPS y LP3 Tr y en cada intervalo de 20 mm. Este resultado es interesante pues indica que el gradiente obtenido a partir de las medidas con el LP3 reproduce el existente en la cavidad tal y como lo detecta TPS, es decir tienen la misma tendencia. Esto debe ser cierto al menos para la región en la que solamente la anchura de la pared de la cavidad separa ambos puntos de medida. Cerca del fondo sin embargo, la uniformidad de la masa del bloque se ve alterada por un mayor espesor de las paredes y por la proximidad de la zona donde se encuentra TPP (figura 9.9). Es razonable por tanto que ambos gradientes no sigan la misma tendencia en esa zona.

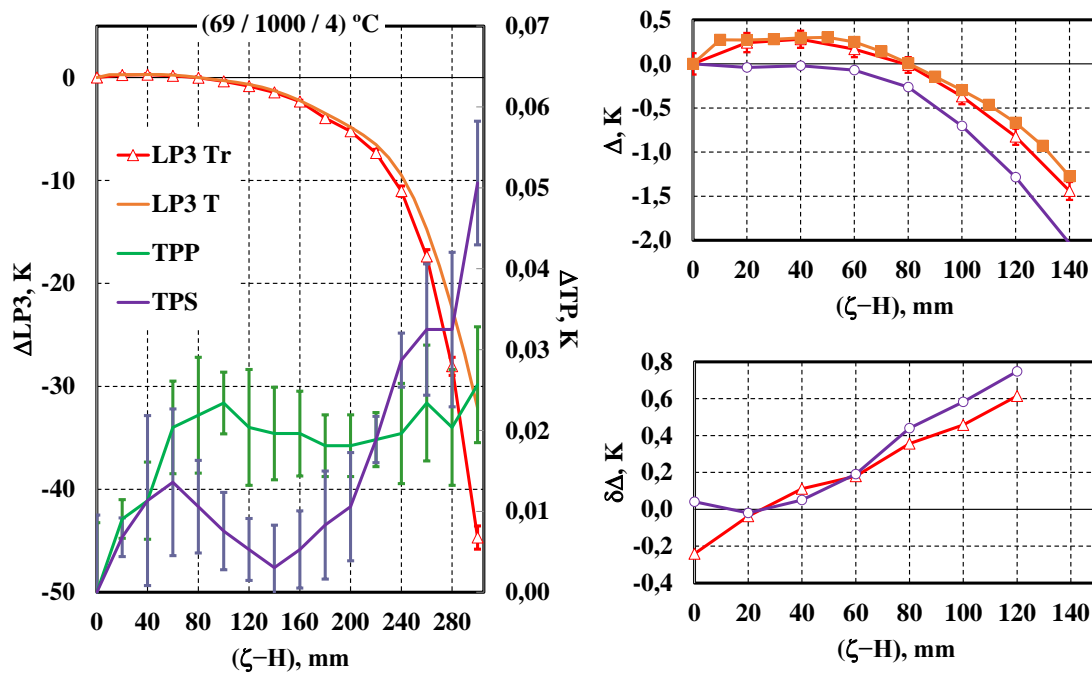


Figura 9.11. Resultados para el gradiente del CNA en la configuración de los controladores: $(t_F, t_C, t_R)=(69, 1000, 4) ^\circ C$

En cada configuración del horno estudiamos el efecto de T_{ref} variando esta temperatura en ± 5 K alrededor del valor dado por TPP. En el caso $(69, 1000, 4) ^\circ C$ los resultados para ΔT calculado en la apertura son: $\Delta T(T_{ref}-5 K)=-32.2 K$, $\Delta T(T_{ref})=-32.1 K$ y $\Delta T(T_{ref}+5 K)=-32.0 K$. Respecto a las temperaturas medidas por TPP y TPS, estas son: $t_{90}(TPP)=1001.6 ^\circ C$ y $t_{90}(TPS)=999.7 ^\circ C$, con

incertidumbre expandida ($k=2$) $U=0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$, incluyendo estabilidad. Concluimos por tanto, como ya se anticipó en el apartado 9.3.2, que el efecto de T_{ref} no es significativo.

La influencia de la longitud de onda se analiza calculando el gradiente para valores entre $1.54\text{ }\mu\text{m}$ y $1.58\text{ }\mu\text{m}$. Considerando $T_{\text{ref}}=1001.6\text{ }^{\circ}\text{C}$, el resultado del gradiente ΔT en la apertura varía entre $-32.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $-31.9\text{ }^{\circ}\text{C}$. Como vimos en el apartado anterior λ_x está entre 1.55 y 1.56 considerando los parámetros del LP3 con el filtro B3, luego tampoco es significativo el efecto de este parámetro en el cálculo del gradiente por este procedimiento.

Los resultados de la figura 9.12 se refieren a los tres gradientes $\Delta T(\zeta)$ del CNA a $t_c=1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ (gráfica de la izquierda), gradiente medido por TPS (gráfica superior derecha) y diferencia de la tendencia $\delta\Delta$ entre T y TPS (gráfica inferior derecha).

Los resultados correspondientes a $t_c\ 800\text{ }^{\circ}\text{C}$, $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $400\text{ }^{\circ}\text{C}$, se representan en las figuras 9.13, 9.14 y 9.15. En la tabla 9.3 se indican las temperaturas medias medidas por TPP y TPS para cada configuración de los controladores del CNA en el margen entre $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ y durante un tiempo aproximado de 40 minutos. Las diferencias $t_{90}(\text{TPP})-t_{90}(\text{TPS})$ podrán ser utilizadas como criterio de aceptación en el uso de este cuerpo negro para calibración, sirviendo para detectar desviaciones del gradiente actual respecto a las distribuciones de temperatura consideradas en este trabajo y por tanto para evaluar su efecto en la emisividad efectiva resultante.

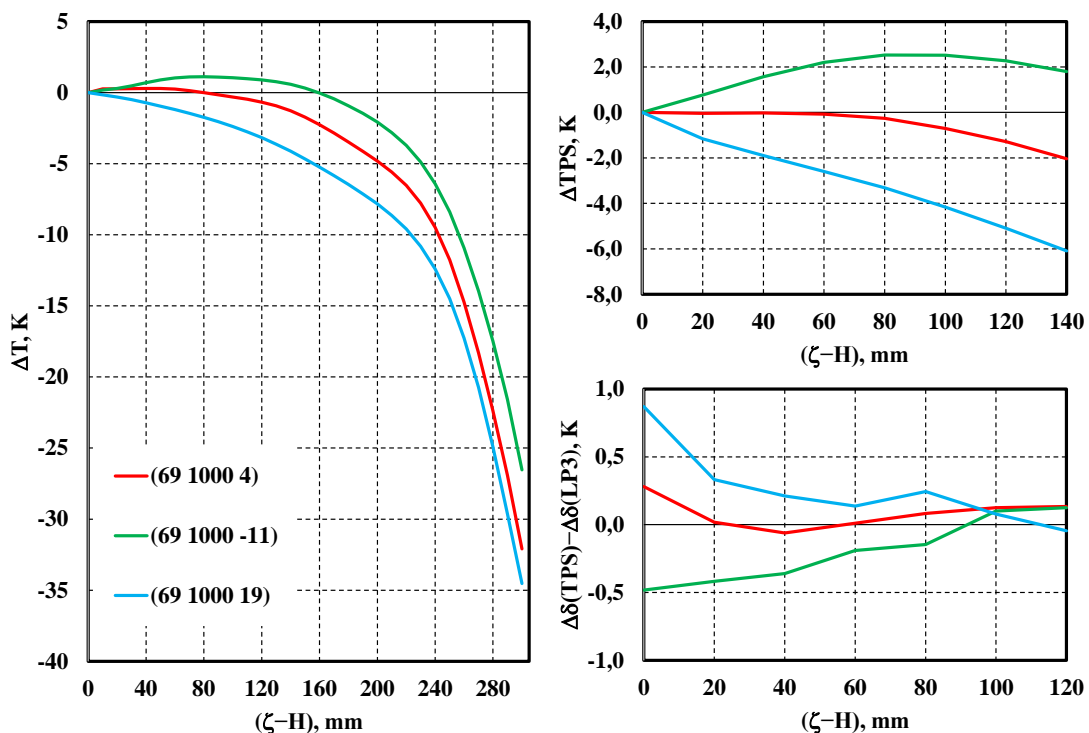


Figura 9.12. Resultados globales para los tres gradientes a $t_c=1000\text{ }^{\circ}\text{C}$

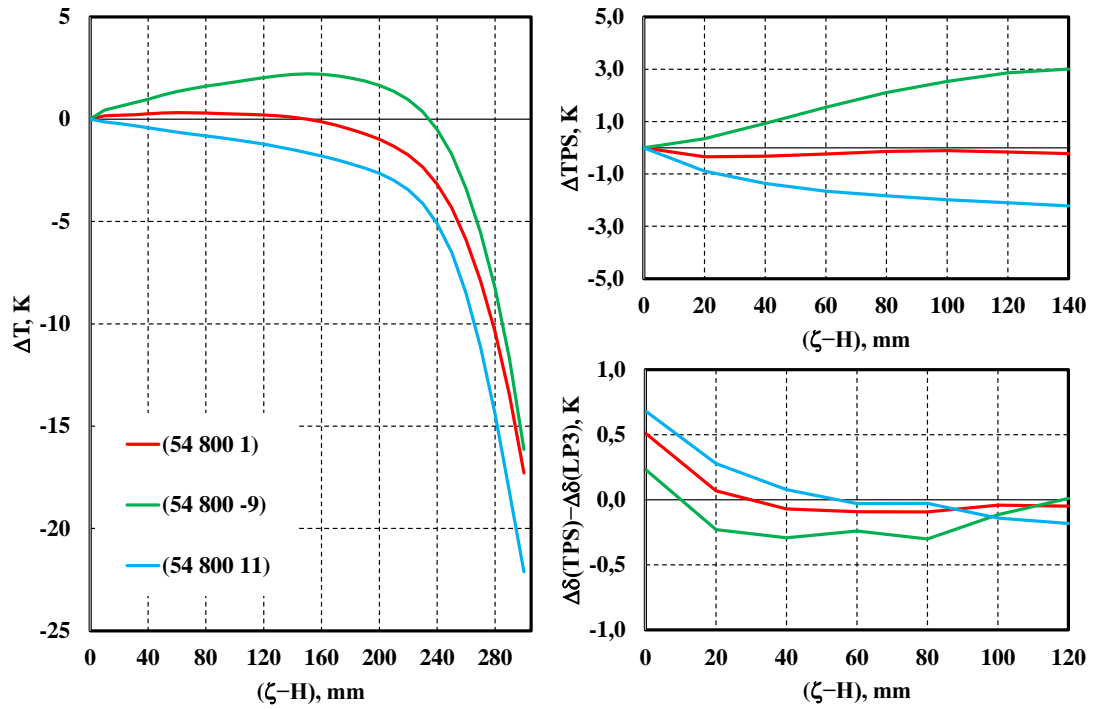


Figura 9.13. Resultados globales para los tres gradientes a $t_c=800$ °C

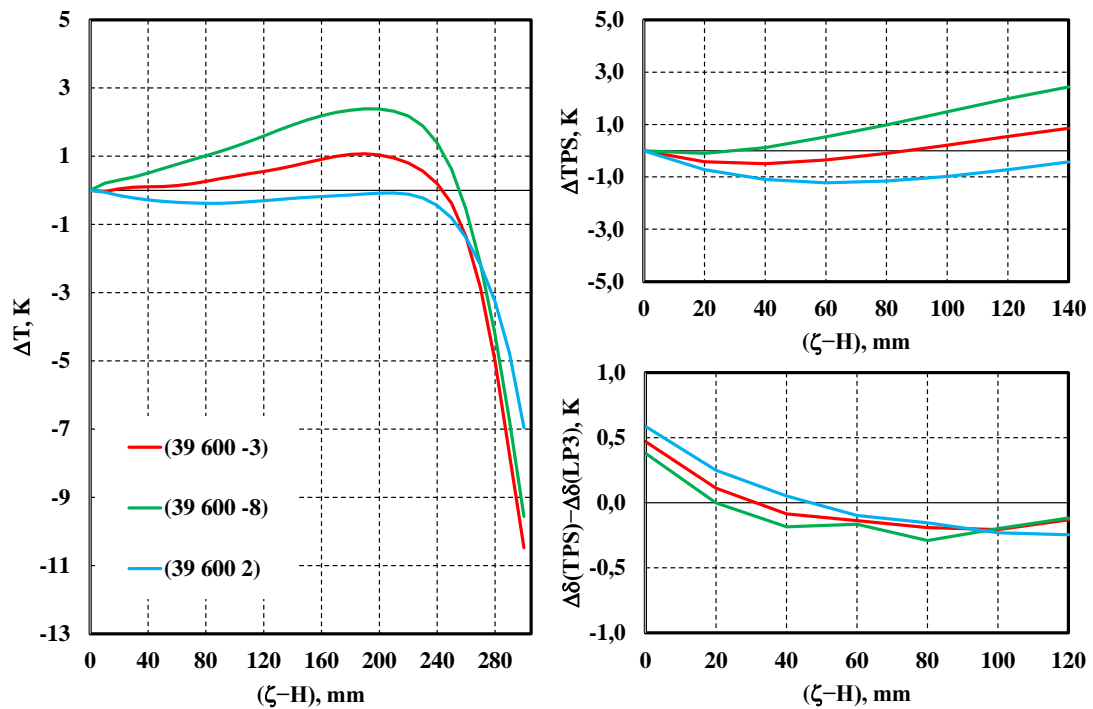


Figura 9.14. Resultados globales para los tres gradientes a $t_c=600$ °C

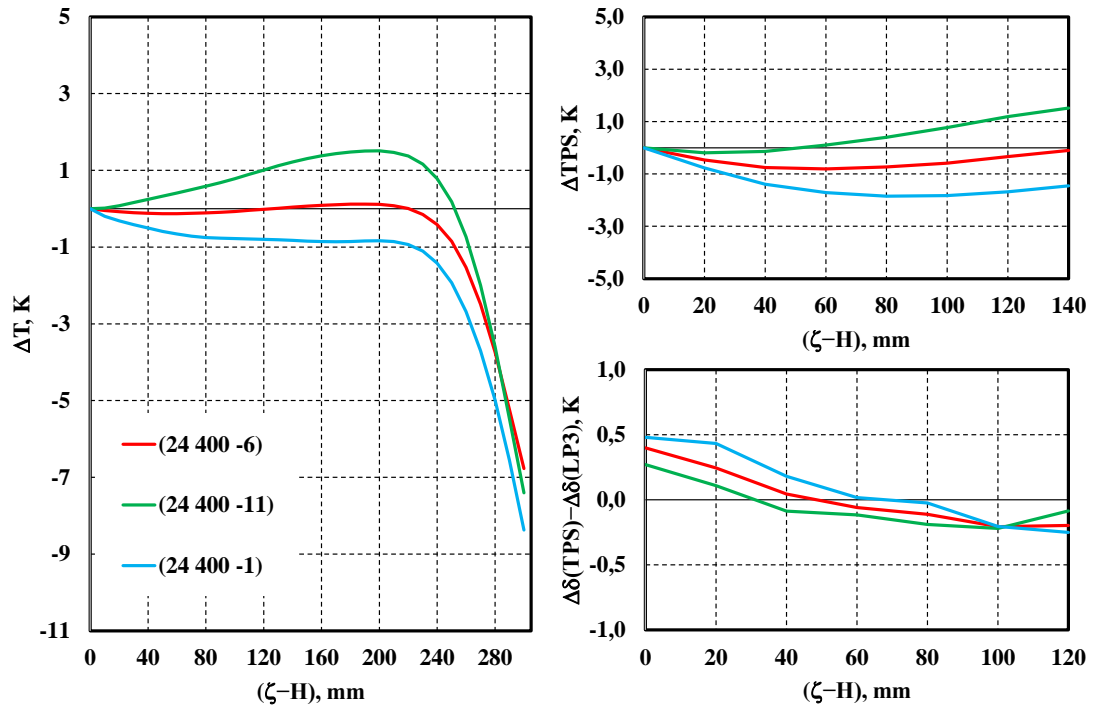


Figura 9.15. Resultados globales para los tres gradientes a $t_c=400\text{ }^\circ\text{C}$

	(24, 400, -11)	(39, 600, -8)	(54, 800, -9)	(69, 1000, -11)
t_{90} TPP ($^\circ\text{C}$)	398.4	599.5	798.2	996.8
t_{90} TPS ($^\circ\text{C}$)	400.9	602.4	802.3	1000.1
	(24, 400, -6)	(39, 600, -3)	(54, 800, 1)	(69, 1000, 4)
t_{90} TPP ($^\circ\text{C}$)	400.2	601.4	801.6	1001.6
t_{90} TPS ($^\circ\text{C}$)	400.4	602.1	801.4	999.7
	(24, 400, -1)	(39, 600, 2)	(54, 800, 11)	(69, 1000, 19)
t_{90} TPP ($^\circ\text{C}$)	402.1	603.1	805.1	1006.9
t_{90} TPS ($^\circ\text{C}$)	400.3	602.0	801.8	999.7

Tabla 9.12. Valores de temperatura (t_{90}) medidos por los termopares de referencia del CNA (TPP y TPS) en las distintas configuraciones de los controladores del horno (t_F, t_C, t_R) $^\circ\text{C}$

9.3.4.1 Incertidumbres del gradiente del CNA

En función de la incertidumbre del gradiente experimental $U(\Delta T_\lambda^{\text{exp}})$, hemos estimado la del gradiente de temperatura $U(\Delta T)$ aplicando el método de Montecarlo. Para ello se han variado de forma independiente los 16 valores $\{\Delta T_\lambda^{\text{exp},i}\}_{i=1,\dots,16}$ medidos, para lo que se han asumido distribuciones normales con desviaciones típicas $s_i = u(\Delta T_\lambda^{\text{exp},i})$. La temperatura en puntos próximos de la cavidad debe estar fuertemente correlacionada, sin embargo la hipótesis de independencia podemos justificarla al ser los valores s_i pequeños para puntos de medida suficientemente separados (20 mm es la longitud de los intervalos) y en todo caso la simulación dará lugar a un mayor número de gradientes $\Delta T_\lambda^{\text{exp}}$, por lo que la incertidumbre final será más conservadora.

Sobre cada conjunto resultante aplicamos el procedimiento iterativo descrito en 9.3.2 y obtenemos así una distribución representativa de gradientes. Para ilustrarlo se hace solamente en el caso $(t_F, t_C, t_R) = (69, 1000, 4)^\circ\text{C}$, donde la incertidumbre con el LP3 es mayor en el punto medio de la cavidad y cerca de la apertura. En la figura 9.16 (generada a partir de 10^4 perfiles de temperatura de radiación experimental) se muestran las distribuciones resultantes de la diferencia respecto a la temperatura media en los puntos $\zeta = 154$ mm y $\zeta = 314$ mm y ajustes mediante distribuciones normales. Se indican las desviaciones típicas de partida $s(\Delta T_\lambda^{\text{exp}})$ y las calculadas $s(T(\zeta))$ en esos puntos.

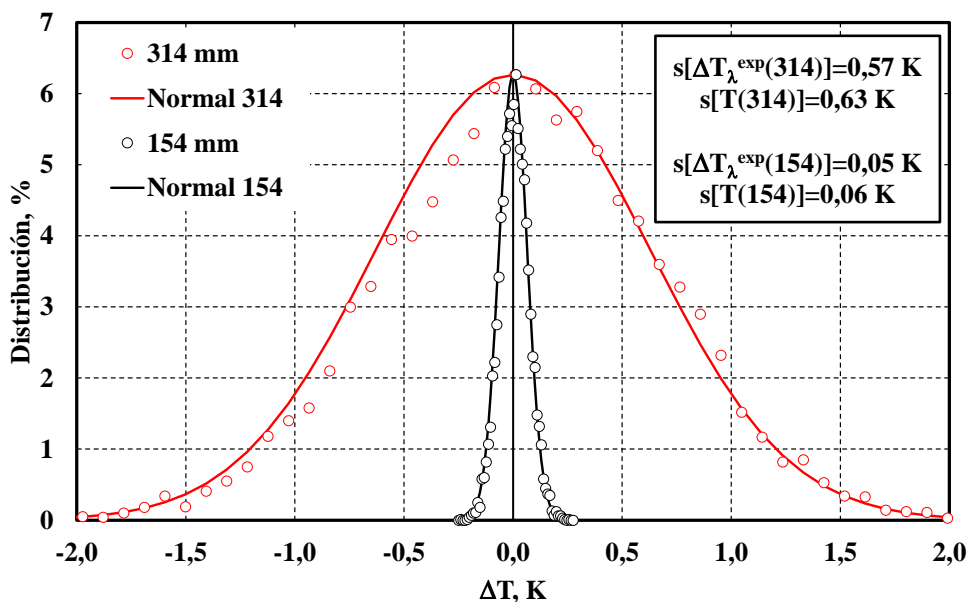


Figura 9.16. Distribuciones de probabilidad para el cálculo de la incertidumbre del gradiente $T(\zeta)$ en dos puntos de la cavidad

No hay diferencia apreciable entre $s(\Delta T_{\lambda}^{\text{exp}})$ y $s(T(\zeta))$, lo cual parece razonable teniendo en cuenta la expresión (aproximada) (9.12). Para la longitud de onda B3 del LP3 y los valores de emisividad efectiva y temperaturas analizadas en la cavidad CNA, el coeficiente es $\delta T_{\lambda}/\delta T \cong 1$. No obstante el procedimiento descrito aquí es muy general y permite calcular con rigor la incertidumbre del gradiente de temperatura de la cavidad cuando este se mide radiométricamente.

9.3.4.2 Emisividad efectiva integrada en el CNA

Hemos calculado la emisividad efectiva integrada no isoterma correspondiente a los gradientes de las configuración optimizadas por el PTB, es decir: $(t_F, t_C, t_R) = \{(24, 400, -6), (39, 600, -3), (54, 800, 1) \text{ y } (69, 1000, 4)\}$, siendo T_{ref} la temperatura medida por TPP. Para ello partimos del perfil isotermo $\varepsilon_a^{\text{iso}}$ (figura 9.3) y utilizamos las funciones de distribución DIAS generadas con $N=10^8$ fotones y $\varepsilon=0.85$. Como ya vimos en 9.2.1, esta emisividad (± 0.05) es válida para $\lambda < 10 \mu\text{m}$ en el SiC. El cálculo se ha realizado solamente en el fondo de la cavidad y para las longitudes de onda nominales, que según [17] delimitan bandas características en la calibración de termómetros de radiación por debajo de $962 \text{ }^\circ\text{C}$, es decir $\{0.9, 1.6, 3.9, 4.6, 8 \text{ y } 10\}$. El caso $\lambda > 10 \mu\text{m}$ habría que analizarlo con las funciones DIAS calculadas para una emisividad intrínseca diferente, por ejemplo el valor estimado $\varepsilon=0.75$ que se dedujo en 9.2.1. Para ilustrarlo, en la figura 9.17 mostramos los resultados de emisividad efectiva local en el fondo cónico, correspondientes al gradiente $(t_F, t_C, t_R) = (39, 600, -3)$

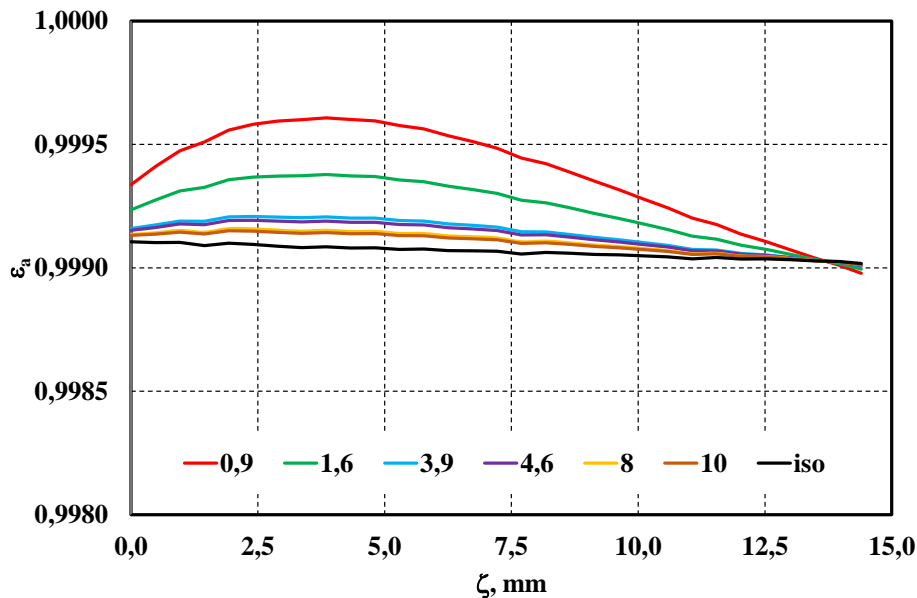


Figura 9.17. Emisividad efectiva de la cavidad CNA no isoterma correspondiente al gradiente $(t_F, t_C, t_R) = (39, 600, -3)$ en varias longitudes de onda. Se muestra también el resultado de la configuración isoterma (ver figura 9.3)

Se ha calculado ε en función de (r_2, H_d, ζ_2) , con H_d entre 0 y 1000 mm, $\zeta_2=(1, 4, 8, 11$ y $14)$ mm en el fondo y un valor fijo $r_2=15$ mm. Con el conjunto resultante $\{\varepsilon_i\}_{i=1,\dots,20}$ se ha determinado la media y desviación típica s . En la figura 9.18 se representan las estimaciones para cada temperatura, en función de λ y con la incertidumbre expandida ($k=2$) dada como $2s$.

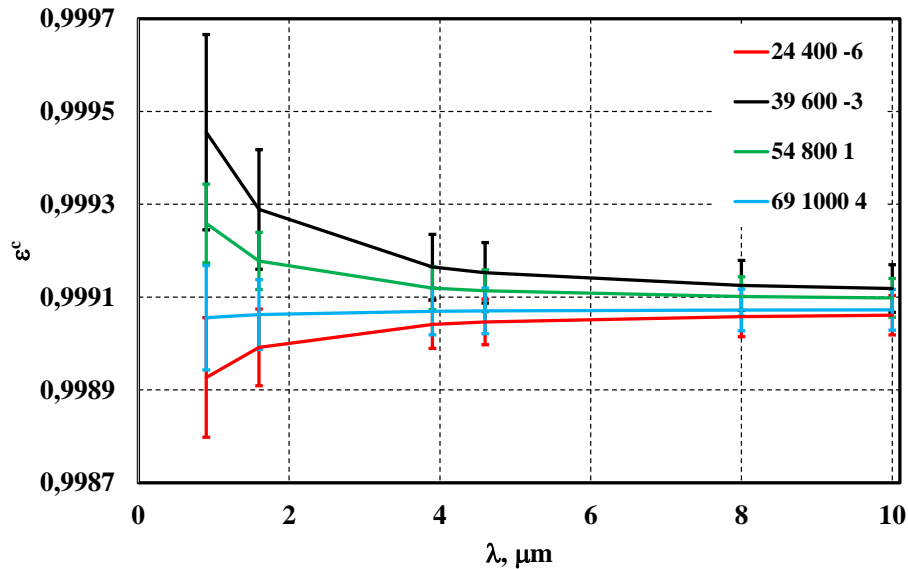


Figura 9.18. Valores estimados para la emisividad efectiva integrada en función de la longitud de onda y en cada una de las cuatro configuraciones de temperatura estudiadas en el CNA

Esta incertidumbre solamente es representativa si consideramos estos resultados para calibración de termómetros que reciben radiación proveniente de regiones de superficie variable en el fondo de la cavidad. La mejor incertidumbre se alcanza si (en función de la óptica de cada termómetro y su distancia a la cavidad) se calcula $\varepsilon(r_2, H_d, \zeta_2)$. Igualmente podremos considerar un valor único para todas las longitudes de onda y todas las temperaturas (al menos entre $0.9 \mu\text{m}$ y $10 \mu\text{m}$ y entre $400 \text{ }^\circ\text{C}$ y $1000 \text{ }^\circ\text{C}$) aunque con mayor incertidumbre. Es posible entonces determinar la distribución del conjunto de valores ε (480 en total: 6 de λ , 5 de ζ_2 , 4 de H_d y 4 de T) y estimar una incertidumbre global. Para ello lo más razonable sería considerar una distribución rectangular conteniendo todos los posibles casos. Haciendo esto, el intervalo que contiene la totalidad de los valores es $(0.9988, 0.9996)$, el valor estimado sería 0.9992 , el semirango $\Delta=0.0004$ y la incertidumbre típica $u=\Delta/\sqrt{3}=0.00023$.

9.3.4.3 Efecto de las variaciones de temperatura sobre la emisividad efectiva del CNA

Para concluir con el estudio del CNA debemos estimar el efecto de la variación del gradiente sobre la emisividad efectiva. Aplicamos para ello un método muy similar al que se propuso en el apartado 7.2.3 al estudiar la cavidad cónica. En el cálculo del gradiente por el método iterativo en 9.3.2, hemos considerado que está bien representado por funciones polinómicas. Como en el caso cónico queremos estudiar el efecto sobre ε_a , de variaciones $\delta T(\zeta)$ en la temperatura de puntos concretos de la cavidad. De igual modo suponemos cierta correlación entre estas variaciones localizadas y el gradiente en el resto de la cavidad y lo hacemos actuando directamente sobre los coeficientes del polinomio representativo como se describe en 7.2.3. Esta es una forma de asumir que las variaciones en el gradiente se propagan de forma suave al resto de los puntos y aunque el procedimiento determina de forma específica la familia de gradientes, consideramos que estos son razonablemente representativos de lo que puede ocurrir en la cavidad. Lo habitual es asumir gradientes lineales sobre los que únicamente se realizan variaciones de orden uno, es decir solo se modifica la pendiente. Nuestro procedimiento es más general y supone que las variaciones pueden ser hasta de orden tres, por lo que δT será de la forma:

$$\delta T = a_0 + a_1\zeta + a_2\zeta^2 + a_3\zeta^3 \quad (9.13)$$

Siguiendo el mismo razonamiento que en 7.2.3, llamamos ahora $\delta_{\max,i} = \delta T_{\max}(\zeta_i)$ a las variaciones máximas en cada punto del conjunto $\{\zeta_i\}$ y las aleatorias se denotan por $\delta_i = (2u-1)\delta_{\max,i}$, con u la variable uniforme entre 0 y 1. Para simular los gradientes debemos calcular los coeficientes aleatorios $a_{0,1,2,3}$ de (9.13) y para ello es necesario resolver el sistema:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_1 & \zeta_1^2 & \zeta_1^3 \\ \zeta_2 & \zeta_2^2 & \zeta_2^3 \\ \zeta_3 & \zeta_3^2 & \zeta_3^3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \delta_1 - a_0 \\ \delta_2 - a_0 \\ \delta_3 - a_0 \end{pmatrix} \quad (9.14)$$

La variación en $\zeta=0$ es $\delta T(0)=a_0$ y al ser este un punto incluido en el conjunto podremos determinar el resto de coeficientes. Partiendo de un gradiente $T_0(\zeta)$ generamos funciones aleatorias $T(\zeta)=T_0(\zeta)+\delta T(\zeta)$ Con la emisividad efectiva isoterma $\varepsilon_a^{\text{iso}}$, las funciones de distribución DIAS calculadas previamente y la expresión (6.38), obtenemos una distribución de valores ε_a .

Hemos analizado el gradiente T_0 correspondiente a los puntos de consigna en los controladores del CNA, $(t_F, t_C, t_R)=(39, 600, -3)$, en los puntos de la cavidad $(0, 14.4, 150, 314)$ mm, con variaciones máximas respectivas $\pm(0, 0, 0.5, 1)$ K. Esto implica que la temperatura del fondo cónico (entre $\zeta=0$ y $\zeta=H=14.4$ mm) será uniforme y se modificará de forma controlada solamente

la del punto medio (donde está situado TPS) y cerca de la apertura. Generamos 10^4 gradientes aleatorios, de los cuales una parte se muestra en la figura 9.19 (compárese con la figura 9.14). La figura interior representa la diferencia respecto al gradiente $T_0(\zeta)$

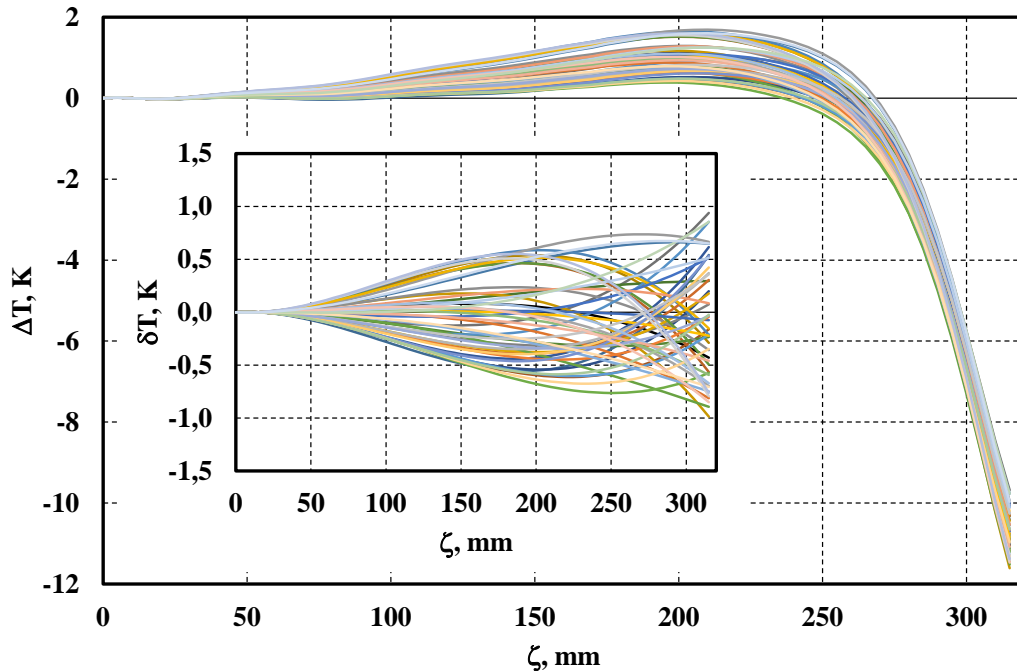


Figura 9.19. Gradientes aleatorios del CNA generados alrededor del existente en la cavidad con la configuración $(t_F, t_C, t_R)=(39, 600, -3)$

Si comparamos con los resultados de la figura 9.14 se observa que el grupo de gradientes generado es representativo de los que pueden aparecer en la cavidad por variaciones del punto de consigna t_R . En la figura mencionada se ve que entre $-8\text{ }^\circ\text{C}$ y $2\text{ }^\circ\text{C}$ en este controlador, δT varía entre -1 K y $+1\text{ K}$. Las variaciones máximas propuestas ahora son de $\pm 0.5\text{ K}$ y podrían razonablemente dar cuenta de efectos equivalentes a variaciones (calculadas proporcionalmente) en el controlador entre $-5\text{ }^\circ\text{C}$ y $-1\text{ }^\circ\text{C}$, que es mucho más de lo que se observa en el uso rutinario del CNA cuando se mide la diferencia entre TPP y TPS.

La distribución de valores de emisividad efectiva en el fondo cónico generada por los 10^4 gradientes es prácticamente rectangular en todos los puntos ζ . Considerando por ejemplo $\lambda=1.6\text{ }\mu\text{m}$, cerca del vértice ($\zeta=0.0001\text{ mm}$) el valor medio es 0.999 18 y la desviación típica 0.000 05. Si aumentamos la desviación máxima en la zona de la apertura (donde además no podemos estimar el gradiente como en el punto medio con TPS) y $\vec{\delta}_{max}=(0, 0, 0.5, 4)\text{ K}$, los resultados no varían. Sin embargo con máximos $\vec{\delta}_{max}=(0, 0, 1, 1)\text{ K}$ la desviación típica pasa a ser 0.000 11. Hemos aplicado el procedimiento a las tres restantes configuraciones óptimas del CNA, para $\lambda=1.6\text{ }\mu\text{m}$ y valores $\delta_{max,i}$ elegidos en función de los gradientes resultantes que se

muestran en las figuras 9.12, 9.13, 9.14 y 9.15. Fijando $\delta_{\max,i}(314)=4$ K, seleccionamos para $\delta_{\max,i}(150)$ valores de 0.5 K y 1 K en 400 °C y para 800 °C y 1000 °C 1 K y 2 K. En la tabla 9.13 se resumen finalmente todos los resultados obtenidos para ε_a local cerca del vértice. Se indica la media (independiente de las variaciones máximas seleccionadas) y la desviación típica de las distribuciones generadas por el conjunto de 10^4 gradientes. Estos se obtienen aplicando variaciones aleatorias rectangulares (semirrangos en la primera columna) a los existentes en la cavidad cuando el CNA se configura con los puntos de consigna de la primera fila.

	(24, 400, -6)	(39, 600, -3)	(54, 800, 1)	(69, 1000, 4)
(0, 0, 0.5, 4) K	0.998 96	0.999 18		
	0.000 09	0.000 05		
(0, 0, 1, 4) K	0.000 17	0.000 11	0.999 19	0.999 11
			0.000 07	0.000 05
(0, 0, 2, 4) K			0.000 14	0.000 10

Tabla 9.13. Valor medio y desviación típica de las distribuciones de ε_a local cerca del vértice

El procedimiento descrito en este apartado junto con el estudio de 8.1 particularizado a las cavidades tipo “heat-pipe” del LabTH, constituyen el conjunto de herramientas necesario para evaluar la incertidumbre de ε_a , por el conjunto de contribuciones: geometría, emisividad intrínseca y gradiente. Hemos definido también un modelo para el cálculo de ε fijando las variables de entrada propias del detector en su relación con la cavidad, es decir (r_2, H_d, ζ_2) . Todo ello nos permitirá realizar análisis y cálculos rigurosos de la incertidumbre en el contexto del método de Montecarlo

9.3.5 Resumen y conclusiones sobre la medida del gradiente en el CNA

Se ha desarrollado un procedimiento basado en el método radiométrico, para la medida del gradiente de temperatura en cavidades de cuerpo negro y se ha aplicado al CNA del LabTH. Para ello hemos utilizado un termómetro de radiación modelo LP3 con muy pequeño blanco. Este termómetro proporciona una salida lineal respecto a la radiancia y permite medir la temperatura de radiación en términos de la ecuación de Sakuma-Hattori.

El CNA dispone de dos TP de referencia. Uno para la temperatura del fondo de la cavidad (TPP principal) y el otro situado aproximadamente en el punto medio del exterior de esta (TPS secundario). Gracias a su montaje, el TPS puede ser utilizado para estimar el gradiente al menos en gran parte de la mitad posterior de la cavidad.

La comparación de las medidas realizadas con el LP3 y con TPS nos dará información muy útil sobre las desviaciones del gradiente en el uso del CNA, respecto a las existentes en el momento de su caracterización. Estas desviaciones podrán ser utilizadas en un procedimiento de calibración de varias formas: como criterio de aceptación, para el cálculo de correcciones a la emisividad efectiva o como una contribución más a la incertidumbre.

El procedimiento iterativo desarrollado (en sus dos versiones) es aplicable con el LP3 también al CsHPBB y al NaHPBB. De hecho el PTB caracterizó originalmente los gradientes de estas cavidades con un procedimiento basado en los mismos principios.

Junto con el modelo de cálculo de la emisividad efectiva local e integrada, este procedimiento nos va a permitir en adelante calibrar internamente los cuerpos negros del LabTH e incluso mejorar su incertidumbre.

Disponemos de herramientas de cálculo para caracterizar la emisividad efectiva local e integrada (función de configuraciones variables en el detector) de las cavidades en distintos gradientes y por lo tanto en función de la longitud de onda. Contamos también con una sistemática para el cálculo de la incertidumbre de la emisividad efectiva con magnitudes de influencia básicas como: geometría, emisividad intrínseca y gradiente y lo hemos aplicado a casos representativos del CNA. Su generalización a los demás cuerpos negros del LabTH, cubriendo todas las variantes que sean significativas en cuanto a puntos de consigna en los controladores, gradientes, longitud de onda, etc. debe hacerse en el contexto de un procedimiento de calibración. Por otro lado será posible extender su aplicación a cuerpos negros de clientes externos al LabTH, ampliando así el alcance de acreditación ENAC.

A partir de la medida de temperatura t_{90} con los termómetros de referencia (TRPP, TP de Au/Pt o TP tipo R) en el fondo de cada cavidad y en buen contacto térmico con ella, podremos calcular la temperatura de radiación en función de la longitud de onda. Es de esperar que con menor incertidumbre que la obtenida por el método de comparación.

La calibración con mínima incertidumbre del LP3, utilizando los cuerpos negros CsHPBB y NaHPBB y siguiendo las recomendaciones del CCT-WG5 [17], nos va a permitir incluso medir con precisión la temperatura del fondo de la cavidad del CNA. Para ello se utilizarán los valores de emisividad efectiva en las longitudes de onda de los filtros del termómetro. Podremos comparar la temperatura proporcionada por el LP3 con la de TPP y evaluar el factor debido a fugas de calor. Como se apunta en [17] este es uno de los que más contribuyen a la incertidumbre y su estimación es de las más difíciles.

CAPÍTULO 10. APROXIMACIÓN A LA CALIBRACIÓN DE TERMÓMETROS DE RADIACIÓN CON LOS CUERPOS NEGROS CNA, CSHPBB Y NAHPBB DEL LABTH

Hasta ahora la calibración de termómetros de radiación (también fuentes de cuerpo negro y cámaras termográficas [100]) en el LabTH se basa en la caracterización del PTB de las fuentes de radiación de referencia. La calibración se da en términos de la temperatura de radiación para bandas específicas en función de la temperatura medida por los termómetros de contacto situados en el fondo de las cavidades. Con los modelos, métodos y técnicas desarrolladas en este trabajo, es de esperar que seamos capaces de caracterizar internamente nuestros cuerpos negros con mayor detalle y rigor, asignándoles incluso una incertidumbre menor.

En este capítulo nos centramos en la medida de la temperatura de referencia t_{90} y obtenemos resultados de la diferencia $t_{\lambda}-t_{90}$ en algunas posibles configuraciones (aperturas longitudes de onda, etc.) que pueden presentarse en las aplicaciones.

Se detallan algunas de las diferencias encontradas respecto a las medidas realizadas por el PTB (sobre todo en el CNA) y se analizan sus posibles causas. Finalmente se proponen especificaciones básicas de un termómetro de radiación, para substituir el que actualmente sirve de referencia del LabTH para calibración de cuerpos negros. Como ya veremos, este se ve afectado por importantes limitaciones que imposibilitan por ejemplo una necesaria mejora en las CMC

10.1 CsHPBB y NaHPBB

Estos modelos se consideran entre los de mayor nivel metrológico en el esquema VTBB [17]. Junto con la estabilidad y uniformidad en temperatura propia de los “heat-pipe”, se une su uso con termómetros de contacto de tipo TRPP (Pt25) y TP de Au/Pt (en ambos casos calibrados periódicamente en puntos fijos), que proporcionan una medida de t_{90} con incertidumbre muy pequeña. La relación $L/D=9$, aperturas de diámetro entre 10 mm y 40 mm y una alta emisividad intrínseca (0.75), hacen que su emisividad efectiva esté muy próxima a 1. Además al disponer del termómetro lineal LP3 es posible caracterizar completamente sus gradientes de temperatura y determinar por lo tanto las correcciones o contribuciones a la incertidumbre propias de la cavidad no isoterma. En conjunto, ambos cuerpos negros junto con el termómetro forman un sistema perfectamente alineado con el alcance descrito en [17]. Con este tipo de cuerpos negros, la incertidumbre esperada en la calibración de un termómetro lineal como el LP3 dentro del esquema VTBB, no estará lejos de la considerada óptima en esa referencia. Para $k=2$ y excluyendo deriva, se estima entre 25 mK a 100 °C y 50 mK a 1000 °C. En nuestro caso será la medida de t_{90} en el

fondo de la cavidad, especialmente para el NaHPBB con los TP de Au/Pt, la contribución principal que determine la diferencia respecto al valor óptimo. Calibrado de esta forma el LP3 y conociendo con precisión la emisividad efectiva del CNA en las longitudes de onda del termómetro, podremos calcular la temperatura en el fondo de este cuerpo negro y comparar con los valores proporcionados por los TP tipo R de referencia. Esto nos va a permitir mejorar la estimación de la corrección (o incertidumbre) debida a fugas de calor en este cuerpo negro.

10.1.1 CsHPBB

En el CsHPBB utilizamos dos TRPP modelo 162CE de Rosemount en buen contacto térmico con el pozo y muy próximas al fondo cónico de la cavidad (15 mm). La profundidad de inmersión es de 205 mm en el bloque del “heat-pipe” y de otros 100 mm a través de una pieza cerámica existente dentro del horno, entre el bloque y el exterior. Con tal inmersión y este modelo de termómetro, el fabricante especifica un efecto despreciable por conducción.

Estos TRPP se calibran periódicamente en el LabTH en puntos fijos de la EIT-90 entre el PTA y el PSAI [135,136], con incertidumbres en los puntos: $U_{k=2}(\text{PSSn a } 231.928\text{ °C})=3\text{ mK}$, $U_{k=2}(\text{PSZn a } 419.527\text{ °C})=5\text{ mK}$ y $U_{k=2}(\text{PSAI a } 660.323\text{ °C})=11\text{ mK}$.

Para el margen de este cuerpo negro (300 °C a 650 °C) y aplicando procedimientos de calibración interna [137], se estima una incertidumbre $U_{k=2}(t_{90})$ de la temperatura medida, menor de 20 mK. Se incluye deriva (estabilidad a largo plazo de los TRPP) y estabilidad a corto plazo del cuerpo negro [102]. En la figura 10.1 se muestra el histórico de uno de los TRPP utilizados.

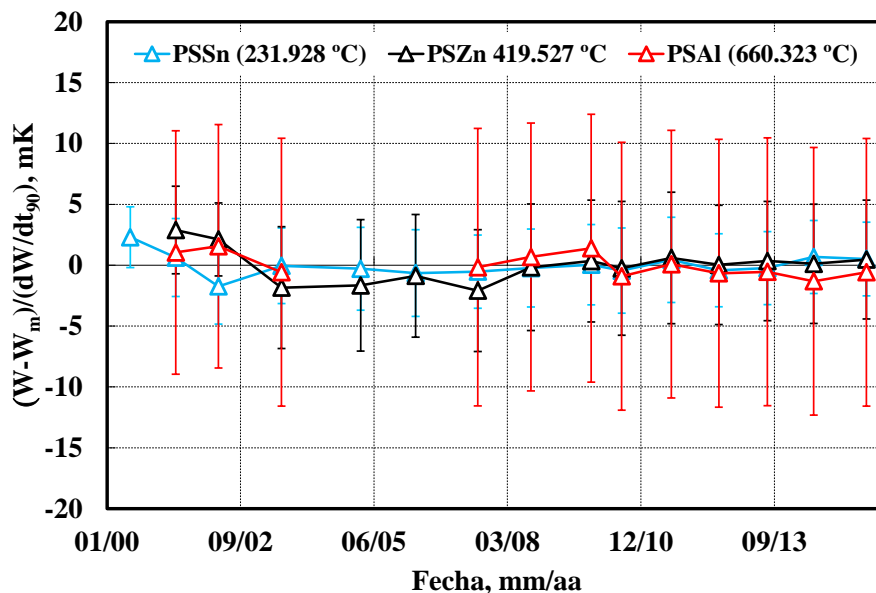


Figura 10.1 Histórico del TRPP 162CE, N/S 4620 del CsHPBB. Se representa la diferencia de la resistencia reducida W respecto a la media temporal W_m , dividida entre el coeficiente de temperatura dW/dt_{90} en cada punto

Puesto que hay dos TRPP instalados en el cuerpo negro, disponemos de un criterio de aceptación para la medida de la temperatura de contacto. Este se basa como es habitual, en la máxima diferencia admitida y permite detectar posibles derivas en alguno de ellos, falta de estabilidad en el cuerpo negro, etc.

La emisividad efectiva ha sido completamente caracterizada en condiciones isotermas con el modelo desarrollado en este trabajo (ver apartado 8.1.7). Por otra parte, la caracterización del PTB [102] mostró gradientes de temperatura muy pequeños en la cavidad, lo cual es normal en sistemas “heat-pipe”. Concretamente, para una longitud de 300 mm desde el fondo, estos fueron de 0.21 K a 350 °C y de 0.15 K a 650 °C. Tal y como indica el informe del PTB (y hemos demostrado aplicando nuestro modelo) su efecto sobre la emisividad efectiva isoterma del fondo cónico es muy pequeño y en todo caso menor que las incertidumbres de la tabla 8.4. Con el LP3 y el método de 9.3.2, será posible realizar una evaluación periódica internamente.

Debido a la pérdida de energía radiante a través de la apertura de la cavidad, hay una diferencia entre la temperatura medida por los TRPP de referencia y la existente en la superficie interior de la cavidad en el fondo cónico (t_{ref}). Como se explicó en 9.2.5 debe aplicarse una corrección (que puede ser tratada como incertidumbre) al valor medido por los termómetros de contacto. Asumimos la ecuación (9.2) con $d=15$ mm, $R=20.4$ mm, $L=380$ mm (longitud total de la cavidad del CsHPBB y NaHPBB) en la cavidad, $\varepsilon_{tot}=0.9$ y valores de conductividad térmica κ en función de la temperatura para el inconel 600 (DIN 2.4816) [138]

Al mismo tiempo estamos suponiendo incertidumbres caracterizadas por distribuciones rectangulares para las magnitudes de entrada de la ecuación, con lo cual será posible hacer una estimación de $u(\Delta t_b)$. Hemos aplicado el método de Montecarlo para propagar las distribuciones de probabilidad considerando los siguientes valores para los semirrangos: R y L ($\pm 1\%$), ε_{tot} (± 0.05), t_a (± 2 °C), d (± 5 mm) y κ ($\pm 10\%$).

Con la apertura de 30 mm la emisividad efectiva (tabla 8.4) es $\varepsilon_a=0.9996$ (± 0.0001 al 95%). Podemos hacer una primera estimación de la temperatura de radiación y comparar los valores resultantes con los medidos por el PTB a 1.6 μm . Para temperaturas asignadas al termómetro de referencia (t_{TRPP}) entre 300 °C y 650 °C, se ha calculado la corrección $t_\lambda(t_{ref})-t_{TRPP}$, donde $t_{ref}=t_{TRPP}-\Delta t_b$. En la figura 10.2 se muestran los valores del PTB con su incertidumbre (expandida $U_{k=2}$) y los calculados con nuestro modelo. Para estos, la incertidumbre (expandida $U_{k=2}$) se ha estimado de forma preliminar considerando los 20 mK en la medida de los TRPP, la incertidumbre de la corrección por fugas de calor y finalmente la incertidumbre típica $u(\varepsilon_a)$ de la tabla 8.4.

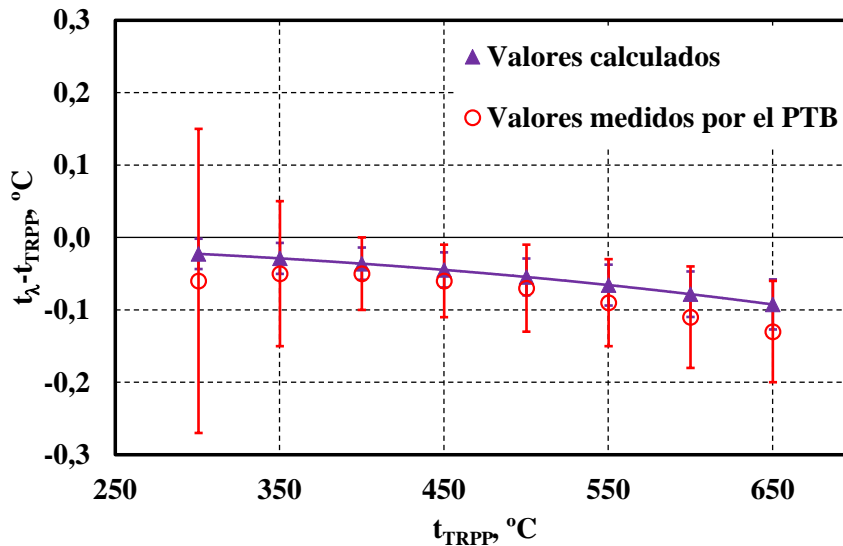


Figura 10.2. Para el CsHPBB (apertura de 30 mm), comparación de los valores de corrección $t_\lambda - t_{TRPP}$ ($\lambda = 1.6 \mu\text{m}$) calculados con nuestro modelo y los medidos por el PTB

La calibración del PTB indica la incertidumbre de la corrección $t_\lambda - t_{TRPP}$, por lo que en el cálculo de $U(t_\lambda)$ por esta vía debe añadirse la correspondiente a la determinación de la temperatura con los TRPP en el momento de la medida. Esta primera aproximación es aplicable a un termómetro lineal como el LP3 enfocado sobre el fondo de la cavidad con un pequeño tamaño de blanco (menor de 2 mm de diámetro). Un cálculo detallado como el que se incluiría en un procedimiento de calibración, es de esperar que no incrementara de forma apreciable estas incertidumbres. La contribución debida a fugas de calor por convección y uniformidad del fondo de la cavidad [17], son poco representativas comparadas con los valores aquí calculados. La incertidumbre $u(t_{90})$ asignada a los TRPP es en general función de la temperatura entre 300 °C y 650 °C y en este ejemplo se ha tomado un límite máximo. Además existen en el LabTH varias posibilidades para la selección de puentes de relación de resistencia (y de resistencias patrón) con mejores especificaciones que los utilizados rutinariamente en el procedimiento [137].

Creemos que mediante la aplicación de las recomendaciones de [17] y los resultados del presente trabajo, es posible obtener mejores incertidumbres que las que se derivan de una calibración por comparación realizada externamente.

10.1.2 NaHPBB

Con un diseño similar al anterior, este cuerpo negro utiliza dos TP tipo Pt/Au para la medida de t_{90} . Por el diámetro de estos termómetros el contacto térmico con el bloque de inonel es mejor que en el CsHPBB. Por contra, la profundidad de inmersión es de 305 mm y la recomendada para estos modelos de termopares es de 400 mm (además es la que se utiliza en su calibración), lo cual podría afectar a la incertidumbre.

Los termopares son calibrados periódicamente en el CEM en puntos fijos de la EIT-90, entre 231.928 °C (PSSn) y 961.78 °C (PSAg), con incertidumbres: $U_{k=2}(231.928 \text{ °C})=160 \text{ mK}$, $U_{k=2}(419.527 \text{ °C})=120 \text{ mK}$, $U_{k=2}(660.323 \text{ °C})=U_{k=2}(961.78 \text{ °C})=100 \text{ mK}$.

Para el margen de este cuerpo negro (550 °C a 960 °C) y aplicando procedimientos de calibración interna [137], de forma similar al CsHPBB se estima una incertidumbre $U_{k=2}(t_{90})$ de la temperatura medida menor de 170 mK. En la figura 10.3 se muestra el histórico del termopar N/S: 1064 utilizado en el NaHPBB.

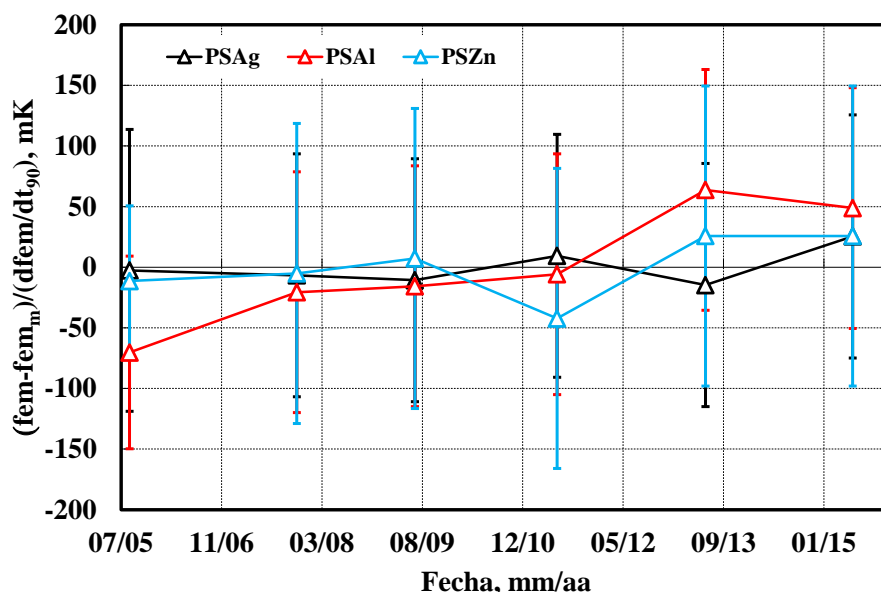


Figura 10.3 Histórico del termopar de Au/Pt modelo 5629 (Hart Scientific), N/S 1064, del NaHPBB. Se representa la diferencia de fem respecto a la media temporal fem_m , dividida entre el coeficiente de temperatura $dfem/dt_{90}$ en cada punto

Al igual que en el CsHPBB comparamos los valores de corrección $t_\lambda - t_{TP}$ calculados aplicando el modelo, con los medidos por el PTB. La figura 10.4 muestra que también en este caso existe un buen acuerdo entre ambos resultados. Recordemos además que el uso de la calibración del PTB exige incrementar la incertidumbre de la corrección, añadiendo la correspondiente a la temperatura t_{90} medida por los termopares.

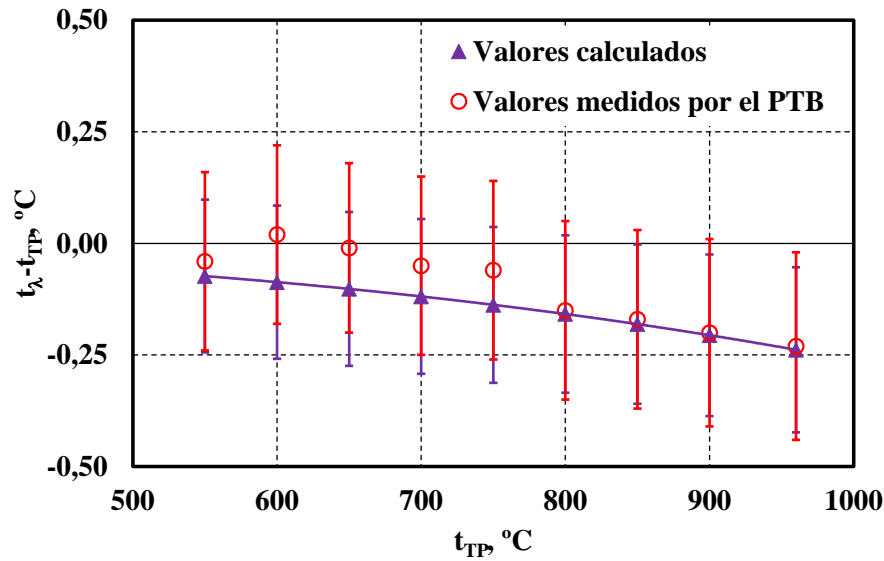


Figura 10.4. Para el NaHPBB (apertura de 30 mm), comparación de los valores de corrección $t_\lambda - t_{TP}$ ($\lambda = 1.6 \mu\text{m}$) calculados con nuestro modelo y los medidos por el PTB

Como se dijo al principio de este apartado, el efecto de la conducción térmica a través de la vaina de los termopares es mayor que para el CsHPBB con los TRPP, por lo que un procedimiento de calibración debe incorporar su estimación. Lo habitual es realizarlo a las temperaturas extremas del margen, extrayendo poco a poco uno de los termopares desde su posición inicial en el fondo del pozo. Las diferencias de temperatura respecto a la inicial (en la que el termopar se coloca en el fondo pero sin contacto) [2] se utilizan para calcular la contribución por conducción. En todo caso la incertidumbre del PTB en la figura 10.4 ya contiene esta componente, por lo que en ningún caso la calculada con el modelo debería ser mayor.

10.2 CNA

Como dijimos en 9.2.6, la incertidumbre expandida ($k=2$) de la temperatura t_{90} medida por los TP tipo R del CNA se estima menor de 0.6 °C en el margen entre 150 °C y 1100 °C . La corrección calculada por fugas de calor ΔT_b es muy variable ya que la conductividad térmica κ asignada al SiC depende mucho de su proceso de fabricación (sinterización) [125]. Podemos comparar las medidas realizadas por el PTB en la banda (8 a 14) μm con los resultados obtenidos aplicando el modelo. Para ello consideramos una emisividad efectiva de $0.9984 (\pm 0.0001 \text{ al } 95\%)$ y hacemos una primera estimación de la incertidumbre con la clase de contribuciones descritas anteriormente. A estas sumamos la debida a las fugas de calor por convección (ver apartado 9.2.5) para la que tomamos el caso más desfavorable, es decir $u=60 \text{ mK}$.

La contribución por uniformidad del fondo de la cavidad afecta especialmente a los cuerpos negros instalados en hornos eléctricos (como el CNA, figura 9.9), en los que la cavidad se sitúa

generalmente en el interior de un tubo cerámico (alúmina Al_2O_3) rodeado de resistencias calefactoras. Da cuenta de la falta de uniformidad en la temperatura de esta zona debida por ejemplo a defectos de mecanizado, homogeneidad en los elementos calefactores, pérdida de calor no simétrica por radiación y convección, etc. [17].

En este ejercicio de comparación, asumiendo que la temperatura de radiación se calcula en una superficie pequeña alrededor del fondo cónico, no contemplamos esta contribución. Hemos incluido como fuente extra de incertidumbre, la indeterminación de la corrección debida a fugas de calor, por la dispersión de los valores de conductividad térmica tomados de la bibliografía.

Asumiendo de partida una variación total de $\pm 15\%$ en el coeficiente κ tomado de [125], calculamos la corrección $t_\lambda - t_{TP}$ también para los valores de [124]. La diferencia de ambas correcciones varía entre 1 mK a 150 °C y 380 mK a 1100 °C y es tomada como el semirango de una componente rectangular.

Los resultados representados en la figura 10.5 son compatibles. Evidencian claramente una discontinuidad en los valores del PTB en torno a 600 °C. No creemos que este comportamiento sea debido al CNA, tanto en lo que respecta al gradiente o a la medida de temperatura con los termómetros de referencia de contacto. No es descartable sin embargo, que se trate de un efecto de contacto térmico entre TPP y el bloque de la cavidad (que puede variar con la temperatura) y que no haya sido tenido en cuenta adecuadamente en los resultados obtenidos aplicando el modelo. Una medida precisa de la temperatura del fondo con el LP3, podrá darnos más información sobre las causas de esta discontinuidad.

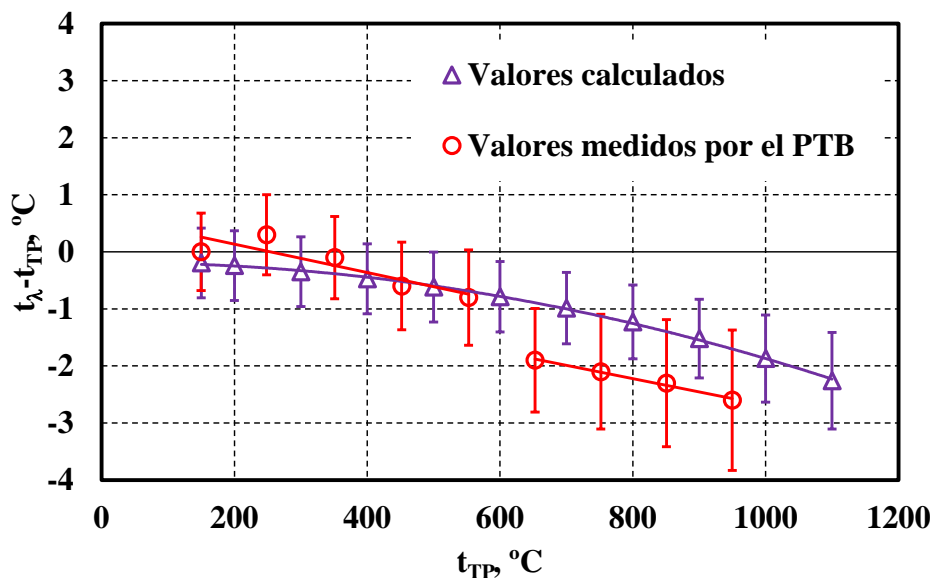


Figura 10.5. Para el CNA, comparación de los valores de corrección $t_\lambda - t_{TP}$ [8 a 14] μm calculados con nuestro modelo y los medidos por el PTB

Contamos con el histórico de la corrección $t_{90\text{TPP}}-t_C$ generado a partir de un gran número de calibraciones de termómetros de radiación realizadas a lo largo de los últimos 15 años, en el que no se evidencia discontinuidad alguna (figura 10.6). Se han representado estas correcciones en función de t_C , junto a la media para cada temperatura (con la incertidumbre $U_{k=2}(t_{90})=0.6\text{ °C}$) y los valores correspondientes a la caracterización del gradiente (tabla 9.12 gradientes optimizados). Precisamente estos resultados sirven para establecer uno de los dos criterios de aceptación de los resultados de calibración en el procedimiento [137], en ausencia de un segundo patrón que mida la temperatura de referencia. El otro se basa en la diferencia $t_{90\text{TPP}}-t_{90\text{TPS}}$ que verifica el mantenimiento de las condiciones del gradiente, como ya vimos en detalle en el apartado 9.3.4.

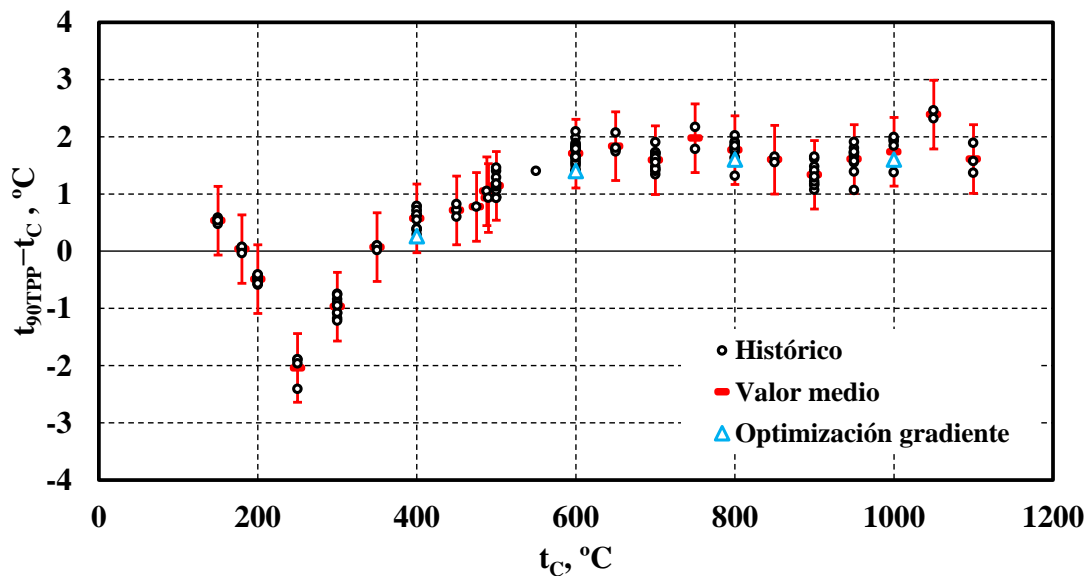


Figura 10.6. Histórico de las correcciones $t_{90\text{TPP}}-t_C$ del CNA

Hasta ahora y para su uso en calibración, los resultados del PTB se ajustan a una función lineal y se calcula la incertidumbre teniendo en cuenta los residuos, a lo que hay que añadir además la incertidumbre de la temperatura t_{90} medida por el patrón TPP. Con esto, aun teniendo en cuenta la discontinuidad observada en la figura 10.5, los resultados resultan compatibles y son los utilizados para calibración ENAC [100] de termómetros de radiación, fuentes de cuerpo negro y cámaras termográficas [139] con CMC entre 2 °C y 3 °C.

Para la comparación del CNA con los “heat-pipe” en la banda [8 a 13] μm , el LabTH dispone solamente de un termómetro de radiación de transferencia modelo Cyclops C300 de MINOLTA/LAND. Este equipo sin embargo tiene varias limitaciones importantes, como son un efecto del tamaño de la fuente (ETF) muy acusado y una baja resolución (1 °C por encima de 200 °C). Su ETF ha sido estudiado exhaustivamente en el LabTH [140-143], por lo que podemos calcular la corrección (y su incertidumbre) en función de la temperatura del cuerpo negro, que

debe aplicarse a la lectura del termómetro cuando pasamos de un tamaño de fuente a otro. Para un cuerpo negro de diámetro 30 mm y otro de 50 mm ($ETF=0.17\%$), la corrección por ETF del C300 varía casi linealmente entre 0.2 °C ($U_{k=2}=0.1\text{ °C}$) a 150 °C y 2.0 °C ($U_{k=2}=0.9\text{ °C}$) a 950 °C . Siendo la diferencia manifestada en la figura 10.5 (para temperaturas mayores de 650 °C) del orden de 1 °C , es evidente que el modelo C300 no es muy adecuado como elemento de transferencia entre los “heat-pipe” y el CNA, capaz de detectar esta discrepancia.

Las especificaciones de un termómetro de radiación en $[8\text{ a }14]\text{ }\mu\text{m}$, que mejoraría la capacidad de comparación y calibración de cuerpos negros en esta banda y sustituiría al C300, se pueden resumir básicamente en:

- Margen de temperatura medida entre -50 °C y 1000 °C
- Corrección por ETF menor de 0.2 °C a 1000 °C , entre fuente de 30 mm y 50 mm de diámetro $ETF<0.02\%$.
- Señal (indicación) lineal respecto a la radiación recibida.
- Resolución de la indicación de temperatura 0.01 °C o menor.
- Tamaño de blanco menor de 7 mm de diámetro, para una distancia mayor de 350 mm.
- Posibilidad de medida de la temperatura interna del detector

Un modelo actualmente disponible comercialmente, que cumple con estas especificaciones básicas, es el TRT IV.82 de HEITRONICS [144]. Es una evolución del modelo TRT II de este mismo fabricante, que fue desarrollado dentro del proyecto europeo TRIRAT a partir de las experiencias y resultados obtenidos en el mismo [105,145]

Este termómetro de radiación cubre el margen entre -50 °C y 3000 °C en cuatro rangos diferentes de temperatura (distintas versiones del modelo genérico) y dispone de salida bien en temperatura o proporcional a la radiancia. Una característica importante es la NETD, que caracteriza la resolución en temperatura por ruido. El fabricante da para esta un valor (expandido, $k=2$) máximo de 0.04 K entre 30 °C y 1000 °C .

El ETF especificado mejora el del modelo anterior TRT II [144] y está dentro de los valores esperados indicados más arriba. Para el TRT II, los valores de ETF estimados con relación a una apertura de diámetro 30 mm [146] varían entre -0.14% ($U_{k=2}=0.15\%$) ($30\text{ mm} \rightarrow 15\text{ mm}$) y 0.07% ($U_{k=2}=0.11\%$) ($30\text{ mm} \rightarrow 50\text{ mm}$). Considerando valores medios entre los dos C300 del LabTH, su ETF (medido en este caso por el CEM para compararlo con el del TRT II) varía entre -0.99% ($30\text{ mm} \rightarrow 15\text{ mm}$) y 0.21% ($30\text{ mm} \rightarrow 50\text{ mm}$), con incertidumbres $U_{k=2}$ de 0.64% y 0.12% respectivamente.

El modelo TRT IV.82 es susceptible de ser calibrado aplicando el esquema VTBB según las recomendaciones del CCT-WG5 [17], para lo cual el LabTH dispone de los cuerpos negros

“heat-pipe” de alta temperatura, el CNC “heat-pipe” de amoníaco entre -60 °C y 40 °C y el CNB de aceite de silicona entre 30 °C y 180 °C .

Podrá ser utilizado fundamentalmente como termómetro de transferencia para la calibración de cuerpos negros en la banda de $[8\text{ a }14]\ \mu\text{m}$ y mejorar considerablemente las incertidumbres obtenidas con el C300. Por su pequeño tamaño de blanco (6.8 mm a 380 mm) será útil también para la medida de gradientes de temperatura por debajo de 250 °C (límite del LP3).

Una completa evaluación de la incertidumbre en calibración de termómetros de radiación, (especialmente por debajo de 200 °C y en las bandas de $3.9\ \mu\text{m}$ y $[8\text{ a }14]\ \mu\text{m}$), exige medir la temperatura interna del detector (temperatura de referencia) [17]

El modelo TRT IV.82 analizado incorpora esta medida.

10.3 Resumen y conclusiones

Hemos demostrado que la aplicación de los modelos de cálculo de la emisividad efectiva y gradientes de temperatura a los cuerpos negros del LabTH: CsHPBB, NaHPBB y CNA, permite su caracterización interna.

Existen algunas discrepancias con respecto a la calibración del PTB del CNA en la banda $[8\text{ a }14]\ \mu\text{m}$, pero están bien cubiertas por la incertidumbre acreditada por ENAC en la actualidad. Podremos estudiarlas y evaluadas convenientemente, (reduciendo así la incertidumbre) cuando se disponga de un termómetro de radiación de transferencia con mejores especificaciones que las del equipo actualmente disponible para calibración de cuerpos negros.

Por otro lado es posible mejorar la incertidumbre con el CsHPBB, optimizando el contacto térmico de los TRPP con el pozo (por medio de fundas metálicas), utilizando equipos de medida (puentes) con mejores especificaciones, optimizando la calibración en puntos fijos, etc.

En el caso del NaHPBB, la incertidumbre puede ser mejorada substituyendo los TP Au/Pt por TRPP de alta temperatura.

El termómetro lineal modelo LP3 de KE es un instrumento idóneo para la medida del gradiente de temperatura en las cavidades y puede ser calibrado frente a los “heat-pipe” en el esquema VTBB [17] con una incertidumbre muy pequeña.

Nos permitirá evaluar características específicas del CNA, como por ejemplo la corrección por fugas de calor. Con él además podemos efectuar ejercicios muy precisos de aseguramiento de la calidad y controles entre calibraciones, comparando el CsHPBB y el NaHPBB en su margen de solape es decir entre 550 °C y 650 °C .

En el LabTH se calibran internamente todos los termómetros de contacto de referencia, tanto en puntos fijos de la EIT-90 como por comparación, salvo los TP de Au/Pt del NaHPBB que se llevan al CEM cada dos años y que tienen ya un histórico de 6 calibraciones. Otros patrones necesarios para la ejecución de los procedimientos de calibración en termometría de radiación,

tales como: termómetros de resistencia de platino tipo Pt100, puentes de relación de resistencias, voltímetros, resistencias patrón, medios isotermos, etc. bien se calibran también internamente o lo hacen laboratorios de alto nivel acreditados ENAC del CMyC del INTA.

Finalmente se han propuesto las especificaciones de un nuevo termómetro de radiación en la banda [8 a 14] μm , necesario para la calibración por comparación de fuentes de cuerpo negro y para la medida del gradiente en cavidades, por debajo de 300 °C. Este equipo mejorará considerablemente la capacidad de los que actualmente se utilizan en el LabTH. Permitirá la ampliación del alcance ENAC (en diámetro de fuentes por ejemplo) y la disminución de las CMC que exigen las actuales necesidades del INTA.

CAPÍTULO 11. CONCLUSIONES GENERALES DE LA TESIS

En este capítulo se enumeran las principales conclusiones de la tesis. Estas han venido siendo descritas de forma más o menos resumida y parcial a partir del capítulo 6. Ahora son expuestas de forma más general.

Se han desarrollado modelos para el cálculo de la emisividad efectiva local e integrada en tres tipos de cavidades de cuerpo negro: cilíndrica, cónica y cilindro-cónica. Los modelos cubren cavidades en general no isotermas y superficie difusa. Los cuerpos negros utilizados habitualmente en termometría de radiación son descritos razonablemente bien por este tipo de reflexión.

La estructura geométrica de los modelos (planos, coordenadas y sistemas de referencia) es flexible y se puede adaptar para su posterior generalización a superficie especular-difusa. Con este tipo de reflexión, el método de Montecarlo ofrece su mayor potencial. Aunque existen otras técnicas en el caso difuso, Montecarlo es un método numérico muy intuitivo y gracias a la potencia y velocidad de los equipos actuales, es capaz de simular un gran número de experimentos aleatorios en poco tiempo.

Igual que será posible su extensión a otros tipos de reflexión, también lo será para incorporar gradientes no limitados a la simetría radial, para lo cual será necesario incorporar además una variable angular en su descripción.

Se ha profundizado en el conocimiento y aplicaciones del método de Montecarlo. En este contexto ha sido utilizado en tres aspectos: simulación de trayectorias de fotones, generación de familias de gradientes de temperatura para optimización y cálculo de incertidumbres por propagación de distribuciones. Este método es ampliamente utilizado en multitud de campos de las ciencias (incluyendo las sociales) y consideramos importante su implementación en aplicaciones de metrología más allá del cálculo de incertidumbres. La revisión bibliográfica ha intentado ser exhaustiva, seleccionando gran número de las referencias clásicas y básicas dedicadas a la emisividad efectiva en particular y también a la termometría de radiación en general, desde los años 60 hasta el presente.

Se han descrito herramientas para el cálculo preciso del efecto de viñeteado en cavidades con aperturas que pueden interceptar la radiación que llega al termómetro. Junto a esto se ha detallado la geometría necesaria para resolver problemas en los que el FOV de termómetros formadores de imágenes intercepta el fondo y pared de las cavidades.

Se ha propuesto un modelo dependiente de tres variables: distancia entre cavidad y detector, radio de este y extensión de la superficie de la cavidad cubierta por el FOV, que puede simular configuraciones ópticas que se den en la práctica.

La validación de los modelos se ha realizado por comparación con datos publicados y utilizando diversas técnicas de consistencia interna, demostrando que son correctos.

La uniformización del perfil de emisividad efectiva tanto en el fondo como incluyendo las paredes (o en la totalidad de la cavidad cónica) ha demostrado su eficacia gracias a nuevas funciones matemáticas introducidas en este trabajo, como son las distribuciones de impactos de absorción secundaria (DIAS). Estas funciones han facilitado el análisis de las cavidades no isotermas, tanto en el aspecto de uniformización como en el cálculo de incertidumbres por efecto del gradiente. Las aplicaciones para calibración de termómetros de radiación de FOV extenso, cámaras termográficas, evaluación del ETF, etc. dependerán de la posibilidad técnica para generar y controlar los gradientes óptimos calculados.

Como complemento al efecto del gradiente sobre el perfil de emisividad efectiva, se ha demostrado que existen ángulos óptimos para el cono de cavidades cilindro-cónicas. Los resultados están alineados con los obtenidos por otros autores y en el presente trabajo se han ampliado.

Los modelos para el cálculo de la emisividad efectiva local e integrada que se han desarrollado han permitido calcular la incertidumbre de forma rigurosa (aplicando el método de Montecarlo) por efecto de las magnitudes de entrada fundamentales: emisividad intrínseca, geometría y gradiente. Los modelos se han utilizado para evaluar los cuerpos negros “heat-pipe” de alta temperatura del LabTH y han demostrado ser compatibles con los resultados obtenidos por el PTB en el pasado. Las conclusiones sobre compatibilidad solo tienen sentido si los resultados vienen acompañados de la incertidumbre. En todo el trabajo se ha prestado especial atención a su cálculo y consideración (sobre muy diversas magnitudes), bien sea aplicando Montecarlo, la GUM clásica o incluso una mezcla de ambos esquemas.

El procedimiento teórico/experimental (basado en el método radiométrico) propuesto para la medida del gradiente de temperatura en una cavidad, ha demostrado ser efectivo. Se ha aplicado de forma extensa al cuerpo negro CNA del LabTH en varias configuraciones, comparando el gradiente radiométrico con el que se obtiene termométricamente con uno de los TP de referencia. Este cuerpo negro se utiliza habitualmente en calibración ENAC del LabTH en termometría de radiación. Con estos resultados el CNA ha sido optimizado y será posible evaluar su deriva. Junto con este equipo, los cuerpos negros CsHPBB y NaHPBB del LabTH, podrán ser caracterizados internamente evitando el costoso y complejo traslado necesario para su calibración externa.

La medida del gradiente por encima de 230 °C es posible gracias al termómetro lineal LP3 del LabTH. Este puede ser calibrado con mínima incertidumbre en el esquema VTBB utilizando los “heat-pipe”. Para ello será necesario considerar aspectos tales como: mejor especificación de propiedades termofísicas (y ópticas) de los materiales de la cavidad (emisividad, conductividad térmica, etc.), mejora de los termómetros de referencia en el NaHPBB y del contacto térmico en los dos cuerpos negros, revisión de la incertidumbre en calibración en puntos fijos de los termómetros, sustitución de los equipos de medida (puente de resistencias), etc.

Otra de las aplicaciones del LP3 podrá ser la medida de la temperatura del fondo del CNA, comparando entonces con la proporcionada por el TP tipo R de referencia. Podremos así estudiar el efecto de las fugas de calor y/o contacto térmico. Con ello analizaremos posibles causas de las discrepancias encontradas en la diferencia entre temperatura de radiación y de contacto, cuando se comparan resultados teóricos y experimentales.

El LP3 será así mismo muy útil para la realización de ejercicios de aseguramiento de la calidad dentro de la acreditación ENAC, comparando el CsHPBB y el NaHPBB en su margen de solape, así como entre estos y el CNA.

Se ha concluido que para la banda [8 a 14] μm es preciso contar con un termómetro de radiación con mejores prestaciones en cuanto a resolución, ETF, NETD, etc. que los actualmente existentes en el LabTH. Este nos permitirá comparar el CNA con los “heat-pipe” en esta banda (donde los efectos descritos anteriormente son mayores), medir el gradiente en cavidades por debajo de 230 °C y sobre todo mejorar las CMC en calibración de cuerpos negros de clientes externos.

Las técnicas para la determinación del gradiente junto con el cálculo de la emisividad efectiva correspondiente, permitirán no solo la calibración interna de los cuerpos negros del LabTH, sino que además podrán utilizarse para ampliar el alcance ENAC, incluyendo la caracterización completa de equipos de clientes.

ANEXO 1

De Lucas J (2015) A Simple Geometrical Model for Calculation of the Effective Emissivity in Blackbody Cylindrical Cavities, Int. J. Thermophys. 36, pp. 267-282

A Simple Geometrical Model for Calculation of the Effective Emissivity in Blackbody Cylindrical Cavities

Javier De Lucas

Received: 31 July 2013 / Accepted: 25 September 2014 / Published online: 15 October 2014
© Springer Science+Business Media New York 2014

Abstract A simple geometrical model for calculating the effective emissivity in blackbody cylindrical cavities has been developed. The back ray tracing technique and the Monte Carlo method have been employed, making use of a suitable set of coordinates and auxiliary planes. In these planes, the trajectories of individual photons in the successive reflections between the cavity points are followed in detail. The theoretical model is implemented by using simple numerical tools, programmed in Microsoft Visual Basic for Application and Excel. The algorithm is applied to isothermal and non-isothermal diffuse cylindrical cavities with a lid; however, the basic geometrical structure can be generalized to a cylindro-conical shape and specular reflection. Additionally, the numerical algorithm and the program source code can be used, with minor changes, for determining the distribution of the cavity points, where photon absorption takes place. This distribution could be applied to the study of the influence of thermal gradients on the effective emissivity profiles, for example. Validation is performed by analyzing the convergence of the Monte Carlo method as a function of the number of trials and by comparison with published results of different authors.

Keywords Blackbody · Effective emissivity · Monte Carlo method · Ray tracing

1 Introduction

Blackbody cavities are commonly used as standard radiation sources for the calibration of radiation thermometers, thermal imagers, and radiometers. Radiation reaching the detector from points at the inner surface of the cavities has two different components.

J. De Lucas (✉)
Centro de Metrología y Calibración, Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial, “Esteban Terradas”,
Ctra. de Ajalvir, km. 4, 28850 Torrejón de Ardoz, Madrid, Spain
e-mail: delucasvj@inta.es

ANEXO 2

De Lucas J (2014) Numerical optimization of the radial dependence of effective emissivity in blackbody cylindrical cavities, Metrologia 51, pp. 402-409

Numerical optimization of the radial dependence of effective emissivity in blackbody cylindrical cavities

Javier De Lucas

Centro de Metrología y Calibración, Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA), Crta. de Ajalvir, km 4, 28850 Torrejón de Ardoz, Madrid, Spain

E-mail: delucasvj@inta.es

Received 15 February 2014, revised 7 April 2014

Accepted for publication 16 April 2014

Published 25 June 2014

Abstract

The effective emissivity of a blackbody with cylindrical geometry has a definite radial dependence, at the bottom cavity, which is a function of the surface intrinsic emissivity, cavity geometry (L/D) and the temperature gradient along the cylinder walls.

The optimal use of large aperture blackbody cavities, particularly in thermal imager calibration applications or for the characterization of size-of-source effect of radiation thermometers for example, requires quite precise control of the thermal gradient, in order to achieve sources as uniform as possible in effective emissivity, over the complete aperture. In this paper, we present a numerical model in which the radial profile of effective emissivity is optimized, by means of the theoretical modification of the temperature gradients in a cylindrical diffuse cavity. The distribution functions of secondary absorption impacts are defined and the criteria for a suitable choice of experimentally realizable temperature gradients are presented, including the uncertainty analysis.

Keywords: effective emissivity, blackbody, Monte Carlo method

1. Introduction

As is well established, the directional effective emissivity (ε_a) of a given point in a cavity with an arbitrary geometry is defined, in general, in terms of the radiation exiting the cavity from this point by direct emission in a given direction, plus the radiation emitted from the rest of the cavity (reflected by the surface element at that point towards the outside), compared with the radiation emitted from the point itself if it were a blackbody at the same temperature [1, 2].

For a non-isothermal cavity, whatever its geometry, the effective emissivity basically depends on its intrinsic emissivity (ε), parameters defining the cavity geometry, wavelength, reference temperature and the temperature gradient inside the cavity. At the same time, this quantity depends on the type of reflection theoretically considered, which can be approximately diffuse (Lambertian) or include the type specular as well.

Effective emissivity can be defined as an integrated effective emissivity (ε^c), by integrating on a given finite surface

of the cavity and on the surface defined (considering its optics) by the radiation detector, and can be defined integrated in wavelength (total effective emissivity).

For a diffuse isothermal cavity with cylindrical walls, the theoretical models predict an increasing of the directional effective emissivity, from the centre of the bottom base of the cylinder in the direction of the edge [2–4]. The magnitude of this variation depends mainly on two factors: intrinsic emissivity ε and the geometric factor L/D , between the length and the diameter of the cylinder.

In [5], a theoretical principle for calculating temperature gradients, which generate uniform effective emissivity profiles along a cylinder-conical cavity, between the bottom edge and the aperture, is established in general terms. However, in most cases, the radiation reaching the detector (radiation thermometers, thermal imagers, etc) comes exclusively from the bottom cavity, where ε_a is close to one, and where the emissivity value is more uniform.

Furthermore, the use of large aperture cavities, for the calibration of thermal imagers or for determining the size of

ANEXO 3

De Lucas J (2015) Validation of a geometrical model for the calculation of the integrated effective emissivity of conical cavities with a lid, Metrologia 52, pp. 600-612

Validation of a geometrical model for the calculation of the integrated effective emissivity of conical cavities with a lid

Javier De Lucas

Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial, ‘Esteban Terradas’, Centro de Metrología y Calibración Ctra. De Ajalvir, km. 4, 28850, Torrejón de Ardoz, Madrid, Spain

E-mail: delucasvj@inta.es

Received 12 March 2015, revised 15 June 2015

Accepted for publication 18 June 2015

Published 3 August 2015



Abstract

In this paper, a geometrical model for the numerical calculation of the integrated effective emissivity of conical isothermal cavities with a lid, is described in detail. We make use of the Montecarlo method and the ‘back ray tracing’ technique, assuming diffuse reflection and a detector situated at an arbitrary distance from the cavity aperture. First, the geometry of the problem is discussed and the local hemispherical emissivity profiles along the cone generatrix are calculated for different configurations. Then we proceed to the validation of the model, by calculating the distribution of the reflected photons in the interior of the cavity, such as it is provided by the numerical algorithm. The calculated distribution is compared with theoretical values, obtained from the expressions of the view factors for the conical geometry.

The calculated values for the local and integrated effective emissivity are compared with results published by other authors, highlighting the differences between them, and the internal consistency of our model is demonstrated. Special attention to the calculation of the view factors in conical cavities affected by vignetting due to the obstruction produced by the lid, is paid. The view factors of points at the penumbral region are numerically calculated, applying the Montecarlo method, including a complete analysis of the uncertainty.

Keywords: blackbody, integrated effective emissivity, Montecarlo method, ray tracing, view factors, vignetting

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

1. Introduction

A precise knowledge of integrated effective emissivity ε^c , is essential in applications such as the calibration of radiation thermometers, thermal imagers and radiometers in general. In general ε^c depends on the local effective emissivity ε_a at the cavity walls and on the geometrical configuration of the radiation detector with respect to the cavity [1]. A radiation detector positioned in front of the cavity aperture, receives radiation from a given region of the interior of the cavity, which basically depends on the distance between them, the size of the area defining the detector and the geometry of the cavity. It

is generally assumed, as a hypothesis, a circular detector perpendicular to the cavity axis, without any intermediate optical element [2–4].

Integrated effective emissivity is defined as *normal*, if the detector is located at an infinite distance from the cavity or far enough away from the cavity, that the rays reaching the detector are considered parallel to the axis. It is defined as *hemispherical*, if the detector is placed at the aperture plane.

However, in general the detector is placed at an intermediate distance. This kind of configuration, generates an extra mathematical difficulty. This is due to the vignetting effect, occurring in presence of intermediate diaphragms such as the

ANEXO 4

De Lucas J and Segovia J J (2016) Uncertainty calculation of the effective emissivity of blackbody cylinder-conical cavities, Metrologia 53, pp. 61-75

Uncertainty calculation of the effective emissivity of cylinder-conical blackbody cavities

Javier De Lucas¹ and José Juan Segovia²

¹ Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial, «Esteban Terradas», Centro de Metrología y Calibración, Ctra. de Ajalvir, km. 4, 28850 Torrejón de Ardoz, Madrid, Spain

² Research Group TERMOCAL, Universidad de Valladolid, Paseo del Cauce 59, 47011 Valladolid, Spain

E-mail: delucasvj@inta.es

Received 24 September 2015, revised 7 November 2015

Accepted for publication 17 November 2015

Published 30 December 2015



CrossMark

Abstract

A numerical and geometrical model for calculating the local effective emissivity of isothermal blackbody cylinder-conical cavities with lid, assuming diffuse reflection, is described.

This has been developed by generalizing previous models based on conical and cylindrical geometries. The model has been validated by determining the diffusely reflected photon trajectories and the corresponding experimental view factors between given pairs of surface elements. Differences compared to theoretical values, were subsequently analyzed in terms of the model's intrinsic uncertainty. A well-defined numerical function that calculates the effective emissivity as a function of its natural variables, intrinsic emissivity and geometrical parameters, is established.

In order to calculate the probability distribution of the output quantity, we use the Monte Carlo method for the propagation of the probability distributions that characterize our knowledge concerning the values of the influence variables.

The model is applied to heat-pipe black bodies installed at our laboratory, previously characterized at the PTB. A comparison with published uncertainty results, obtained by applying classical uncertainty propagation techniques, is also made.

Keywords: blackbody, effective emissivity, reflectance, Monte Carlo method, ray tracing, cylinder-conical cavity, view factors, expanded uncertainty

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

1. Introduction

Blackbody cavities with cylinder-conical geometry are normally used as the standard radiation source for high level calibration of radiation thermometers, thermal imagers, radiometers, and other blackbodies, covering a wide temperature range. Variable Temperature Blackbodies (VTBB) with the best metrological specifications, (heat-pipe blackbodies, for example) are commonly used in the range from -60 °C up to 1000 °C [1, 2]. Correct use of such systems requires a precise knowledge of local (ε_a) and integrated effective emissivity (ε^c) [3, 4]. Current mathematical models for calculating these quantities make use of the Monte Carlo method together with the

back ray tracing technique [5, 6], from the optical, geometrical and thermal characteristics of the cavities. These are basically: type of reflection (diffuse, specular-diffuse, etc.), intrinsic emissivity, wavelength, geometry (cavity length and diameter, cone angle, lid diameter) and temperature gradient (generally assumed to be longitudinal). Moreover, in the presence of a gradient, effective emissivity also depends on the wavelength [7]. When possible, models are generally validated by comparing their results with other published or experimental measurements [8, 9]. However, there are non-negligible differences between published results, mainly for cavities with a lid, where the vignetting effect should be considered [10]. Consequently, such validations are not always reliable.

REFERENCIAS

- [1] Preston-Thomas H (1990) *The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia 27, pp. 3-10 and 107
- [2] Nicholas J V and White D R (1994) *Traceable Temperatures: An Introduction to Temperature Measurement and Calibration* (Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd)
- [3] DeWitt D P and Incropera F P (1988) *Theory and Practice of Radiation Thermometry (Chapter 1, Physics of Thermal Radiation)* ed. D P Dewitt and G D Nutter (New York: Wiley Interscience) pp 21–89
- [4] Kondratyev K Ya (1969) *Radiation in the Atmosphere* (New York: Academic Press)
- [5] Howell J R, Siegel R and Menguc M P (2010) *Thermal Radiation Heat Transfer*, 5th edn. (Boca Raton, FL: CRC Press)
- [6] Nicodemus F E, Richmond J C, Hsia J J, Ginsberg I W, Limperis T (1977) *Geometrical Considerations and Nomenclature for Reflectance*, Report n° NBS MN-160 (Washington: U.S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards)
- [7] Casas J (1983) *Óptica*, 5^a ed. (Zaragoza: Librería Pons)
- [8] Ono A (1988) *Theory and Practice of Radiation Thermometry (Chapter 10, Methods for Reducing Emissivity Effects)* ed. D P Dewitt and G D Nutter (New York: Wiley Interscience) pp. 565–623
- [9] Kirchhoff G (1860) *Über das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht*, Ann. Physik, 19, 275–301.
- [10] Planck M (1901) *Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum*, Ann. Phys., 4, 4, pp. 553-563
- [11] Boltzmann L (1884) *Ableitung des Stefan'schen Gesetzes, betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur aus der electromagnetischen Lichttheorie*, Ann. Phys., 22, pp. 291-294
- [12] Planck M (1906) *Vorlesungen über die theorie der würmestrahlung* ed. J A Barth (Leipzig)
- [13] Mohr P J, Taylor B N and Newell D B (2012) *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010*, Rev. Mod. Phys 84, pp. 1527-1605
- [14] Kuhn T S (1980) *La teoría del cuerpo negro y la discontinuidad cuántica, 1894-1912* (Madrid: Alianza Editorial)
- [15] Stefan J (1879) *Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur*, Wiener Ber. II, 79, pp. 391-428
- [16] Rybicki G and Lightman A P (1979) *Radiative Processes in Astrophysics* (New York: Wiley-Interscience)

- [17] Fischer J, Saunders P, Sadli M, et al. (2008) *Uncertainty budgets for calibration of radiation thermometers below the silver point CCTWG508-03*, (Sèvres, Paris: BIPM CCT-WG5)
- [18] Bedford R E (1988) *Theory and Practice of Radiation Thermometry (Chapter 12, Calculation of Effective Emissivities of Cavity Sources of Thermal Radiation)* ed. D P Dewitt and G D Nutter (New York: Wiley Interscience) pp. 653–772
- [19] Prokhorov A V (1998) *Monte Carlo method in optical radiometry*, *Metrologia* 35 pp. 465-471
- [20] Ono A (1980) *Calculation of the directional emissivities of cavities by the Monte Carlo method*, *J. Opt. Soc. Am.* 70, pp. 547-554
- [21] Sapritsky V I and Prokhorov A V (1992) *Calculation of the Effective Emissivities of Specular diffuse Cavities by the Monte Carlo Method*, *Metrologia* 29, pp. 9-14
- [22] Ballico M J (1995) *Modelling of the effective emissivity of a graphite black body*, *Metrologia* 32, pp. 259-265
- [23] Prokhorov A V, Hanssen L M, Mekhontsev S N (2009) *Experimental Methods in the Physical Sciences Vol. 42 Radiometric Temperature Measurements: I. Fundamentals (Calculation of the Radiation Characteristics of Blackbody Radiation Sources)* ed. Z M Zhang, B K Tsai and G Machin (San Diego, CA: Academic Press), pp. 181-240
- [24] Metropolis N and Ulam S (1949) *The Monte Carlo Method*, *J. Am. Statist. Assoc.* 44, pp. 335-341
- [25] Metropolis N (1987) *The beginning of the Monte Carlo Method*, *Los Alamos Science*, n° 15, Special Issue, Stanislaw Ulam 1909-1984
- [26] Eckhardt R (1987) *Stan Ulam, John von Neumann, and the Monte Carlo Method*, *Los Alamos Science*, n° 15, Special Issue, Stanislaw Ulam 1909-1984
- [27] Sobol I M (1983) *Método de Montecarlo*, 2ª ed. (Moscú: Mir)
- [28] Brandt S (1999) *Data Analysis: Statistical and Computational Methods for Scientists and Engineers*, 3ª ed., (New York: Springer-Verlag)
- [29] Fishman G (1996) *Monte Carlo. Concepts, Algorithms, and Applications* (New York: Springer-Verlag)
- [30] Kroese D P, Taimre T and Botev Z I (2011) *Handbook of Monte Carlo Methods*, Wiley Series in Probability and Statistics (New York: John Wiley and Sons)
- [31] Wichmann B A and Hill I D (2006) *Generating good pseudo-random numbers*, *Comput.Stat. Data An.* 51, pp. 1614-1622
- [32] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML (2008) *Evaluation of Measurement Data Supplement 1 to the 'Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement' Propagation of Distributions Using a Monte Carlo method JCGM 101:2008*, 1st edn (Sèvres, Paris: BIPM Joint Committee for Guides in Metrology)

- [33] Mekhontsev S N, Prokhorov A V, Hanssen L M (2009) *Experimental Methods in the Physical Sciences Vol. 43 Radiometric Temperature Measurements: II Applications (Experimental Characterization of Blackbody Radiation Sources)* ed. Z M Zhang, B K Tsai and G Machin (San Diego, CA: Academic Press), pp. 57-136
- [34] Sakuma F, Hattori S (1982) *Establishing a practical temperature standard by using a narrow-band radiation thermometer with a silicon detector*, In *Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry*, Vol. 5 (Edited by J. F. Schooley), New York, American Institute of Physics, pp. 421-427
- [35] Wooliams E R, Machin G, Lowe D H, Winkler R (2006) *Metal(carbide)-carbon eutectics for thermometry and radiometry: a review of the first seven years*, *Metrologia*, 43, pp. R11-R25
- [36] Saunders P and White D R (2003) *Physical basis of interpolation equations for radiation thermometry*, *Metrologia*, 40, pp. 195-203
- [37] Cagran C P, et al. (2007) *Temperature-Resolved Infrared Spectral Emissivity of SiC and Pt-10Rh for Temperatures up to 900°C*, *Int. J. Thermophys.* 28, pp. 581-597
- [38] Monte C and Hollandt J (2010) *The determination of the uncertainties of spectral emissivity measurements in air at the PTB*, *Metrologia* 47, pp. 172-181
- [39] Goswami D Y (2015) *Principles of Solar Engineering*, 3rd Ed. (Boca Raton, FL: CRC Press)
- [40] Duvenhage B, Bouatouch K and Kourie D G (2013) *Numerical verification of bidirectional reflectance distribution functions for physical plausibility*, *Proc. of the South African Institute for Computer Scientists and Information Technologists Conference*, ed. J. McNeill, K. Bradshaw, P. Machanick and M. Tsietsi, (New York: ACM) pp. 200-208
- [41] Kelly F J (1965) *On Kirchhoff's Law and Its Generalized Application to Absorption and Emission by Cavities*, *J. Res. Nat. Bur. Stand.-B. Math. Math. Phys.* 69B, No.3, pp. 165-171
- [42] Ohwada Y (1988) *Mathematical proof of an extended Kirchhoff law for a cavity having direction-dependent characteristics*, *J. Opt. Soc. Am. A* 5, pp. 141-145
- [43] Prokhorov A V and Hanssen L M (2004) *Effective emissivity of a cylindrical cavity with an inclined bottom: I. Isothermal cavity*, *Metrologia* 41, pp. 421-431
- [44] Hartmann J, et al. (2009) *Experimental Methods in the Physical Sciences Vol. 42 Radiometric Temperature Measurements: I. Fundamentals (Blackbody and other Calibration Sources)* ed. Z M Zhang, B K Tsai and G Machin (San Diego, CA: Academic Press) pp. 241-295
- [45] Bratley P and Brassard G (1997) *Fundamentos de algoritmia*, (Madrid: Pearson Prentice-Hall)

- [46] Whittaker E T and Watson G N (2002) *A Course of Modern Analysis*, 4th edn (reprinted) (Cambridge: Cambridge University Press)
- [47] Arfken G B and Weber H J (2005) *Mathematical Methods for Physicists*, 6th edn (San Diego, California: Elsevier Academic Press)
- [48] Nutter G D (1988) *Theory and Practice of Radiation Thermometry (Chapter 4, Radiation Thermometers: Design Principles and Operating Characteristics)* ed. D P Dewitt and G D Nutter (New York: Wiley Interscience) pp. 231–337
- [49] Yoon H W and Eppeldauer G P (2009) *Experimental Methods in the Physical Sciences Vol. 42 Radiometric Temperature Measurements: I. Fundamentals (Radiation Thermometers Designs)* ed. Z M Zhang, B K Tsai and G Machin (San Diego, CA: Academic Press), pp. 133-180
- [50] Bloembergen P, Duan Y, Bosma R and Yuan Z (1997) *The characterization of radiation thermometers subject to the size-of-source effect*, Proc. TEMPMEKO '96, 6th Int. Symp. on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science, ed. P Marcarino (Turin: Levrotto & Vella), pp. 261-266
- [51] Yoon H W, Allen D W and Saunders R D (2005) *Methods to reduce the size-of-source effect in radiometers*, Metrologia 42, pp. 89-96
- [52] Martin M J, Zarco M and Del Campo D (2009) *Measurements of the size of source for pyrometers directly indicating in temperature*, Proc. 19th IMEKO World Congress Fundamental and Applied Metrology, ed. International Measurement Confederation (IMEKO), (New York: Curran Associates, Inc.), pp. 1990-1993
- [53] Hartmann J (2009) *High-temperature measurement techniques for the application in photometry, radiometry and thermometry* Phys. Rep. 469, pp. 205-269
- [54] M Schalles and G Blumröder (2012) *Calculation of the effective emissivity of blackbodies made of alumina*, Meas. Sci. Technol. 23, 074023
- [55] Chu B and Machin G (1999) *The upgraded NPL blackbody calibration facility*, Proc. TEMPMEKO '99 7th Int. Symp. on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science ed. J. F. Dubbeldam and M. J. de Groot (Delft: IMEKO/NMi Van Swinden Laboratorium), pp. 543-548
- [56] Hollandt J, Friedrich R, Gutschwager B, Taubert D, Hartmann J (2005) *High-accuracy radiation thermometry at the National Metrology Institute of Germany, the PTB High Temperatures-High Pressures 35/36*, pp. 379-415
- [57] ASTM E1112-00(2011), *Standard Specification for Electronic Thermometer for Intermittent Determination of Patient Temperature*, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2011

- [58] UNE-EN ISO 80601-2-56:2013 *Equipos electromédicos. Parte 2-56: Requisitos particulares para la seguridad básica y funcionamiento esencial de los termómetros clínicos para la medición de la temperatura corporal*
- [59] McEvoy H C, Machin G, Friedrich R, Hartmann J and Hollandt J (2003) *Comparison of the New NPL Primary Standard Ag Fixed-Point Blackbody Source with the Primary Standard Fixed Point of PTB*, Proc. 8th Int. Temperature Symp., Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry (Chicago) vol. 7, ed. D. C. Ripple (New York: AIP), pp. 909-914
- [60] McEvoy H C (2008) *Final report of EUROMET.T-S1 (EUROMET project 658): The examination of base parameters for ITS-90 scale realisation in radiation thermometry*, Metrologia 45, 03002
- [61] Ohwada Y (1981) *Numerical calculation of multiple reflections in diffuse cavities*, J. Opt. Soc. Am. 71, pp. 106-111
- [62] Bedford R E and Ma C K (1974) *Emissivities of diffuse cavities: Isothermal and nonisothermal cones and cylinders*, J. Opt. Soc. Am. 64, pp. 339-349
- [63] Sapritsky V I and Prokhorov A V (1995) *Spectral effective emissivities of nonisothermal cavities calculated by the Monte Carlo method*, Appl. Opt. 34, pp. 5645-5652
- [64] Ohwada Y (1981) *Numerical calculation of effective emissivities of diffuse cones with a series technique*, Appl. Opt. 20, pp. 3332-3335
- [65] Peavy B A (1966) *A Note on the Numerical Evaluation of Thermal Radiation Characteristics of Diffuse Cylindrical and Conical Cavities*, J. Res. Natl. Stand., Sec. C: Engineering and Instrumentation, 70C, pp. 139-147
- [66] Chandos R J and Chandos R E (1974) *Radiometric Properties of Isothermal, Diffuse Wall Cavity Sources*, Appl. Opt. 13, pp. 2142-2152
- [67] Ohwada Y (1984) *Evaluation of the Integrated Emissivity of a Black Body*, Japan J. Appl. Phys. 23, pp. L167-L168
- [68] Shouren C, et al (1980) *Precise Calculation of the Integrated Emissivity of Baffled Blackbody Cavities*, Metrologia 16, pp. 69-72
- [69] Chu Z, et al (1989) *General formulation for the integrated effective emissivity of any axisymmetric diffuse blackbody cavity*, Appl. Opt. 28, pp. 1826-1829
- [70] Ohwada Y (1982) *Numerical Calculation of the Effective Emissivity by Using a Series Technique*, Proc. 6th Int. Temperature Symp. Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry, vol. 5 Part 1, ed. J. Schooley (New York: Am. Inst. Phys.), pp. 517-519
- [71] Bedford R E and Ma C K (1976) *Emissivities of diffuse cavities III: Isothermal and nonisothermal double cones*, J. Opt. Soc. Am. 66, pp. 724-730

- [72] Bedford R E and Ma C K (1975) *Emissivities of diffuse cavities, II: Isothermal and nonisothermal cylindro-cones*, J. Opt. Soc. Am. 65, pp. 565-572
- [73] De Lucas J (2015) *A Simple Geometrical Model for Calculation of the Effective Emissivity in Blackbody Cylindrical Cavities*, Int. J. Thermophys. 36, pp. 267-282
- [74] De Vos J C (1954) *Evaluation of the quality of a blackbody*, 20, pp. 669-689
- [75] Sparrow E M, Albers L U and Eckert E R G (1962) *Thermal Radiation Characteristics of Cylindrical Enclosures*, J. Heat Transfer, 84, pp. 73-79
- [76] Quinn T J (1967) *The calculation of the emissivity of cylindrical cavities giving near black-body radiation*, Br. J. Appl. Phys. 18, pp. 1105-1113
- [77] Walkenbach J (2004) *Excel 2003 Power Programming with VBA*, 1st edn. (Indianapolis, IN: John Wiley & Sons)
- [78] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML (2008) *Evaluation of Measurement Data Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement JCGM 100:2008 (GUM 1995 with Minor Corrections)* 1st edn (Sèvres, Paris: BIPM Joint Committee for Guides in Metrology)
- [79] De Lucas J (2014) *Numerical optimization of the radial dependence of effective emissivity in blackbody cylindrical cavities*, Metrologia 51, pp. 402-409
- [80] OIML R 141 (2008) *Procedure for Calibration and Verification of the Main Characteristics of Thermographic Instruments*, OIML International Recommendation, Edition 2008 (E) (Paris: International Organization of Legal Metrology International Recommendation)
- [81] Gutschwager B, Taubert D and Hollandt J (2015) *Analysis of Reference Sources for the Characterization and Calibration of Infrared Cameras*, Int. J. Thermophys. 36, pp. 303-314
- [82] Ma C K and Bedford R E (1992) *Design of a non-uniform temperature cavity to give true blackbody radiant characteristics*, Proc. 7th Int. Temperature Symp. Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry (Toronto) vol. 6, ed. J F Schooley (New York: AIP), pp. 901-5
- [83] Webster E S, White D R, Edgar H (2015) *Measurement of Inhomogeneities in MIMS Thermocouples Using a Linear-Gradient Furnace and Dual Heat-Pipe Scanner*, Int. J. Thermophys. 36, pp. 444-466
- [84] Esgoltz L (1983) *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional*, 3ª ed. (Moscu: Mir)
- [85] Miklavec A, Pušnik I, Batagelj V and Drnovšek J (2011) *Calibration of Thermal Imagers by Evaluation of the Entire Field-of-View*, Int. J. Thermophys. 32, pp. 2600-2609

- [86] Whittam A, Simpson R and McEvoy H (2014) *Performance tests of thermal imaging systems to assess their suitability for quantitative temperature measurements*, Conference paper 12th International Quantitative InfraRed Thermography (QIRT2014) (Bordeaux, France) Disponible en: <http://www.qirt.org/archives/qirt2014/QIRT2014.html>
- [87] De Lucas J (2015) *Validation of a geometrical model for the calculation of the integrated effective emissivity of conical cavities with a lid*, Metrologia 52, pp. 600-612
- [88] Akopyan A V and Zaslavsky A A (2007) *Geometry of Conics*, 1st edn. (Providence, RI: American Mathematical Society)
- [89] Kelly F J (1966) *An Equation for the Local Thermal Emissivity at the Vertex of a Diffuse Conical or V-Groove Cavity*, Appl. Opt. 5, pp. 925-927
- [90] Shirley J H and Eberly J H (1979) *Local effective emissivity of conical cavities*, Appl. Opt. 18, pp. 3810-3814
- [91] ASTM E639-78 (2002), *Standard Test Method for Measuring Total-Radiance Temperature of Heated Surfaces Using a Radiation Pyrometer* (Withdrawn 2011, due to its limited use by industry), ASTM International, West Conshohocken, PA, 1978. Disponible en www.astm.org
- [92] FLUKE models 4180, 4181. Precision Infrared Calibrators. Especificaciones disponibles en: <http://us.flukecal.com>
- [93] FLUKE models 561, 62 MAX, 62 MAX +, 60 Series, 568, 566, 572-2. Infrared thermometers. Espec. en: <http://www.fluke.com/fluke/m3en/products/thermometers>
- [94] LUMASENSE Infrared Thermometers Series. Especificaciones disponibles en: <http://www.lumasenseinc.com/EN/products/infrared-thermometers-and-switches>
- [95] RAYTEK Portable Infrared Thermometers. Especificaciones disponibles en: <http://www.raytek.com/Raytek/en-r0/ProductsAndAccessories/>
- [96] TESTO Termómetros por infrarrojos. Especificaciones disponibles en: https://www.testo.es/es/home/productos/termometros/por_infrarrojos/por-infrarrojos.jsp
- [97] IRCON Handheld Infrared Thermometers. Especificaciones disponibles en: <http://www.ircon.com/Icon/en Products/PortablePyrometers/Handheld+Thermometers/Default.htm>
- [98] CHINO Infrared Radiation Thermometers. Especificaciones disponibles en: <http://www.chino.co.jp/english/products/thermometers/index.html>
- [99] De Lucas J and Segovia J J (2016) *Uncertainty calculation of the effective emissivity of blackbody cylinder-conical cavities*, Metrologia 53, pp. 61-75
- [100] Entidad Nacional de Acreditación (ENAC), Acreditación No.16/LC10.007. CMC disponible en: <http://www.enac.es>

- [101] Ono A (1982) *Apparent Emissivities of Cylindrical Cavities with Partially Specular Conical Bottoms*, Proc. 6th Int. Temperature Symp. Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry, vol. 5 Part 1, ed. J. Schooley (New York: Am. Inst. Phys.), pp. 513-516
- [102] Qualification of Cs Heat Pipe Blackbody System, report ref. no. PTB-7.3-1.2-06-11
- [103] Qualification of Na Heat Pipe Blackbody System, report ref. no. PTB-7.3-1.2-05-10
- [104] Battuello M, Clausen S, Hameury J, and Bloembergen P (1999) *The spectral emissivity of surface layers, currently applied in blackbody radiators, covering the spectral range from 0,9 to 20 μm . An international comparison*, Proc. TEMPMEKO '99 7th Int. Symp. on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science ed. J. F. Dubbeldam and M. J. de Groot (Delft: IMEKO/NMi Van Swinden Laboratorium), pp. 601-606
- [105] van der Ham E (2001) *Traceability in infrared radiation thermometry from -50 °C to 800 °C, Final report on the TRIRAT project* (European Commission DG XII, Standards, Measurements and Testing Programme Project SMT4-CT96-2060)
- [106] Hanssen L, et al (2016) *Infrared spectral normal emittance/emissivity comparison*, Metrologia 53 Technical Supplement, 03001
- [107] Brost O and Groll M (1995) *Liquid Metal Heat Pipe Applications: Thermometric Calibration Tools & Heat Transfer Components for Solar-Thermal Power Systems*, Proc. of the 9th International Heat Pipe Conference ed. M. A. Merrigan (Los Alamos, NM: Los Alamos National Laboratory) pp. 110-115
- [108] TRPP modelo 162CE, ROSEMOUNT. Especificaciones e información disponible en: <http://www.isotechna.com/Rosemount-162CE-SPRT-p/162ce.htm>
- [109] AENOR, EN 62460:2008 *Temperatura. Fuerza electromotriz (FEM). Tabla para los dispositivos con elementos termopares puros* (Ratificada por AENOR en febrero de 2009)
- [110] Termoparar de Pt/Au de ISOTECH. Especificaciones e información disponible en: <http://www.isotech.co.uk/primary-standards/sprts-tcs/gold-platinum-thermocouple>
- [111] Müller M E (2009) *Computational aspects of measurement uncertainty calculation* (Zürich: ETH) (Disponible en <http://e-collection.library.ethz.ch/view/eth:686>)
- [112] Saunders P (MSL, New Zealand) (marzo 2016), comunicación privada
- [113] Blackbody Source, Modelo LandCal P1200B. Especificaciones e información disponible en: <https://www.landinst.com/products/landcal-p1200b-mid-range-temperature-bench-mounted>
- [114] Controador PID de temperatura, modelo 808. Especificaciones e información disponible en: <http://www.eurotherm.co.uk>

- [115] AENOR, UNE-EN 60584-1:1997 *Termopares. Parte 1: Tablas de referencia*
- [116] Voltímetro modelo 2182A de KEITHLEY. Especificaciones e información disponible en: <http://www.tek.com/low-level-sensitive-and-specialty-instruments/nanovoltmeter-model-2182a>
- [117] Baño de calibración modelo 7025 de HART SCIENTIFIC. Especificaciones e información disponible en: <http://us.flukecal.com/about/fluke-calibration-brands/hart-scientific>
- [118] Investigation, optimization and calibration of the LANDCAL BLACKBODY SOURCE P1200B, report ref. no. PTB-7.21-1.2-03-2
- [119] Wen C-D and Mudawar I (2006) *Modeling the effects of surface roughness on the emissivity of aluminum alloys*, Int. J. Heat Mass Tran. 49, pp. 4279-4289
- [120] Monte C y Adibekyan A (PTB, Alemania) (enero 2016), comunicación privada
- [121] Gutschwager B (PTB, Alemania) (marzo 2016), comunicación privada
- [122] Jimeno-Largo P, Yamada Y, Bloembergen P, Villamañan M A and Machin G (2004) *Numerical analysis of the temperature drop across the cavity bottom of high-temperature fixed points for radiation thermometry*, Proc. TEMPMEKO 2004, 9th Int. Symp. on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science, ed. D Zvizdic, L Grgec Bermanec, T Stasic and T Veliki (Zagreb: IMEKO TC12/University of Zagreb Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture), pp. 335-340
- [123] Neuer G and Jaroma-Weiland G (1998) *Spectral and Total Emissivity of High-Temperature Materials*, Int. J. of Thermophys. 19, pp. 917-929
- [124] Poco Graphite, Inc. (2002) *Properties and Characteristics of Silicon Carbide* ed. A. H. Rashed 2002 (Decatur TX: Poco Graphite, Inc.) Disponible en www.poco.com
- [125] Jang B-K and Sakka Y (2007) *Thermophysical properties of porous SiC ceramics fabricated by pressureless sintering*, Sci. Technol. Adv. Mat. 8, pp. 655-659
- [126] *Calibración de termopares en puntos fijos*. Procedimiento de calibración INTA, TH/PRC/7234/009/INTA, Ed. 02, septiembre 2007
- [127] Hartmann J, Taubert D, Fischer J (1999) *Characterization of a double-heatpipe blackbody LABB for use at temperatures below 500 °C*, Proc. TEMPMEKO '99 7th Int. Symp. on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science ed. J. F. Dubbeldam and M. J. de Groot (Delft: IMEKO/NMi Van Swinden Laboratorium), pp. 511-516
- [128] Kozlova O, et al. (2015) *Calibration of Radiation Thermometers up to 3000 °C: Effective Emissivity of the Source*, Int. J. Thermophys. 36, pp. 1726-1742
- [129] M. Sadli, et al. (2009) *Thermal Effects in the HTBB-3200pg Furnace on Metal-Carbon Eutectic Point Implementation*, Int. J. Thermophys. 30, pp. 69-76

- [130] Gutschwager B and Fischer J (1999) *An InGaAs radiation thermometer with an accurate reference function as transfer standard from 150 °C to 960 °C*, Proc. TEMPMEKO '99, 7th Int. Symp. on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science, ed. J F Dubbeldam and M J de Groot (Delft: IMEKO/NMi Van Swinden Laboratorium,), pp. 567-572
- [131] Fischer J, Neuer G, Schreiber E, Thomas R (2002) *Metrological Characterisation of a New Transfer-Standard Radiation Thermometer*, Proc. TEMPMEKO '01 8th Int. Symp. on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science ed. B. Fellmuth, J. Seidel and G. Scholz (Berlin: VDE Verlag), pp. 801-806
- [132] Schreiber E (2004) *LINEARPYROMETER LP3. Calibration and Test Report. Instrument No. 80-48 with results of calibration at PTB (PTB-7.3-1.2-04-12)*, KE Technologie GmbH, 5-TN-1622-99
- [133] Programa general de adquisición de datos del LabTH, Procio 3.0.1, BCB Informática y Control (2003)
- [134] Saunders P (1997) *General interpolation equations for the calibration of radiation thermometers*, Metrologia, 34, pp. 201-210
- [135] *Realización de la EIT-90 entre -189 °C Y 660 °C*. Procedimiento de calibración INTA, TH/PRC/7234/000/INTA, Ed. 02, octubre 2007
- [136] *Realización de los puntos de solidificación del Indio, Estaño, Zinc y Aluminio (EIT-90)*. Instrucción técnica INTA, TH/ITE/7234/002/INTA, Ed. 01, agosto 2004
- [137] *Calibración de termómetros de radiación y fuentes de cuerpo negro entre -50 °C y 1100 °C*. Procedimiento de calibración INTA, TH/PRC/7234/030/INTA, Ed. 05, septiembre 2010
- [138] ASTM B166-11, *Standard Specification for Nickel-Chromium-Iron Alloys (UNS N06600, N06601, N06603, N06690, N06693, N06025, N06045, and N06696), * Nickel-Chromium-Cobalt-Molybdenum Alloy (UNS N06617), and Nickel-Iron-Chromium-Tungsten Alloy (UNS N06674) Rod, Bar*, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2011
- [139] *Calibración de la indicación de temperatura de cámaras de termografía infrarroja*. Instrucción técnica INTA, TH/ITE/7234/013/INTA, Ed. 01, junio 2012
- [140] *Medida del Efecto del Tamaño de la Fuente en calibración de termómetros de radiación. Medidas preliminares y estudio del efecto de la temperatura de los diafragmas*. Informe INTA, TH/INF/7234/064/INTA, octubre de 2010
- [141] *Cálculo de incertidumbres en la medida del Efecto del Tamaño de la Fuente (ETF) en termómetros de radiación. Comparación con resultados del Centro español de Metrología (CEM)*. Informe INTA, TH/INF/7234/065/INTA, noviembre de 2010
- [142] *Validación del método de cálculo de la corrección por ETF en termómetros de radiación con placa modelo R700T*. Informe INTA, TH/INF/7234/066/INTA, noviembre de 2010

- [143] *Correcciones al valor del Efecto del Tamaño de la Fuente (ETF) en termómetros de radiación debido a la temperatura de las aperturas. Cálculo de radios efectivos.* Informe INTA, TH/INF/7234/067/INTA, febrero de 2011
- [144] Transfer Radiation Thermometer, Modelo HEITRONICS TRT IV.82. Información disponible en: <http://www.heitronics.com/en/infrarot-messtechnik/produkte/transfer-standards-calibrators/transfer-rad-therm/trt-iv82/trt-iv82/>
- [145] Struß O and, Staniewicz C (2003), *Transfer Radiation Thermometer Covering the Temperature Range from -50 °C to 1000 °C*, In *Temperature: Its Measurement and Control in Science and Industry*, Vol. 7, 8th Temperature Symposium, AIP Conference Proceedings, 684, pp. 565-570
- [146] Martin M^a J (CEM, España) (mayo 2016), comunicación privada