

# TMD ajustable en frecuencia aportando rigidez positiva o negativa mediante imanes permanentes

Á. Magdaleno González<sup>1\*</sup>, M. Cacho Pérez<sup>1</sup>, N. Ibán Lorenzana<sup>2</sup>,  
O. Hernández Gómez<sup>1</sup>, A. V. Poncela Méndez<sup>1</sup>, A. Lorenzana Ibán<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>ITAP, Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Valladolid. alvaro.magdaleno@uva.es

<sup>2</sup>Fundación CARTIF, Parque Tecnológico de Boecillo, Boecillo (Valladolid). noriba@catif.es

*En ocasiones es conveniente resintonizar dispositivos inerciales de mitigación de vibraciones en sistemas estructurales donde las frecuencias iniciales varíen significativamente. El trabajo se centra en el típico amortiguador de masas sintonizado TMD, compuesto por una masa móvil, un resorte y el correspondiente amortiguador. Si la frecuencia del sistema donde está instalado el dispositivo aumenta, la rigidez del resorte del TMD debería también aumentar. Esto se conseguiría con diversas soluciones mecánicas que aportaran rigidez, tales como reforzar el resorte o introducir nuevos apoyos intermedios elásticos. Sin embargo, cuando hay que adaptarse a frecuencias menores, resulta imposible eliminar rigidez añadiendo nuevos apoyos, a no ser que sean del tipo especial presentado en este trabajo. Se trata de enfrentar dos imanes de manera que se atraigan o repelan, lo cual a efectos prácticos resulta en un nuevo apoyo sin contacto. Cuando están a repulsión el conjunto se comporta como el típico muelle, donde un incremento de fuerza origina un incremento de desplazamiento (igual dirección y sentido contrario), siendo la fuerza creciente a medida que el desplazamiento (o distancia entre los imanes a repulsión) disminuye. Sin embargo, cuando están a atracción, el sentido del incremento de desplazamiento es el mismo que el de la fuerza, comportándose por tanto como un muelle de rigidez negativa. Tras los correspondientes estudios de caracterización, este fenómeno se aplica al caso práctico de un TMD instalado en una estructura a escala, comprobándose experimentalmente su viabilidad práctica.*

## 1. Introducción

Determinadas estructuras esbeltas pueden experimentar vibraciones apreciables ante determinadas excitaciones. Como ejemplos se tienen rascacielos y chimeneas industriales que oscilan por el efecto de los desprendimientos de torbellinos o pasarelas peatonales que vibran cuando son transitadas por peatones andado o corriendo a determinados ritmos. Este comportamiento vibratorio puede derivar en problemas estructurales, pérdida de funcionalidad e incomodidad para los usuarios, entre otros efectos indeseables.

En ocasiones la única manera de mitigar estos problemas es instalando un dispositivo mecánico denominado amortiguador de masas, convenientemente sintonizado. Se conoce como TMD, de sus siglas en inglés (Tuned Mass Damper) y consiste en una masa móvil (suspendida de un péndulo o unida a la estructura mediante un resorte) y un amortiguador. Este dispositivo, actuando de forma inercial, modifica el comportamiento dinámico de la estructura original en dos aspectos: por una parte disminuye el factor de amplificación dinámico ya que desdobra y aplanan el pico asociado al modo de vibración excitable de la estructura, susceptible de entrar en resonancia ante la acción exterior considerada; por otra añade amortiguamiento. Ambos efectos pueden hacer que la respuesta disminuya hasta en un 90% con tan solo añadir masas móviles del orden del 3% de la masa modal del modo problemático. Sin embargo, para que esta mejora sea óptima es necesario que el TMD esté correctamente sintonizado, de tal manera que cuando la estructura oscila en una dirección, la masa móvil la sigue con un cierto retraso, originando desplazamientos relativos entre la masa móvil y el punto de la estructura donde está unido el amortiguador del TMD, disipando energía y por tanto mitigando la vibración significativamente. En caso de que el sintonizado no sea correcto, la mejora no es tan significativa.

En principio, mediante distintas metodologías (en base a la respuesta temporal ante una carga escalón, por ejemplo, o en base a la función de respuesta en frecuencia estimada mediante técnicas experimentales) es posible realizar un correcto sintonizado in-situ. Como el TMD es un dispositivo puramente mecánico, una vez sintonizado correctamente no sería necesario cambiar ninguno de los parámetros que lo definen (masa móvil, rigidez del resorte o longitud del péndulo y amortiguamiento del amortiguador). Sin embargo, a lo largo de la vida útil de una

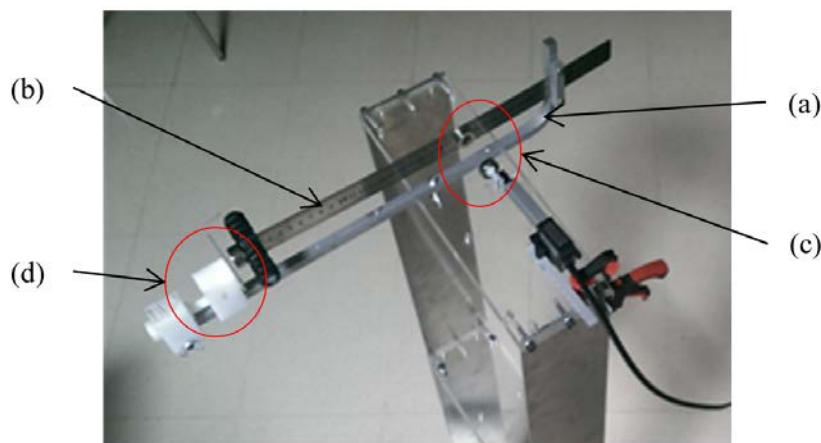
estructura pueden aparecer fenómenos que hagan cambiar sus propiedades modales y comportamiento dinámico, sacando de sintonía al TMD instalado previamente. Entre esos fenómenos cabe destacar la variación de rigidez por retracción o envejecimiento de los materiales estructurales y la modificación de la masa no estructural o distintos niveles de ocupación (pasarelas abarrotadas de peatones, vehículos pesados en puentes,...). En estructuras hiperestáticas o pretensadas también podrían tener influencia los asentamientos de los apoyos o las variaciones de temperatura ambiental. En estos casos sería interesante poder modificar fácilmente las propiedades del TMD para llevarlo al punto de sintonizado óptimo. Desde el punto de vista práctico suele resultar inviable hacer modificaciones en la masa y en la rigidez/longitud y se han propuesto diversas alternativas relativamente sencillas para modificar el amortiguamiento mediante sistemas semiactivos (regulando el orificio del amortiguador viscoso, usando fluidos magnetorreológicos o modificando el campo magnético en el caso de usar amortiguadores basados en corriente de Eddy, entre otros). Desafortunadamente si la variación de la frecuencia de la estructura original es significativa (del orden del 2% o superior) no es viable resintonizar el TMD modificando únicamente el amortiguamiento. En estos casos resulta más efectivo retocar la rigidez del elemento elástico (resorte, péndulo), no así la masa.

En este trabajo se muestra un método para cambiar la rigidez de un TMD cuya masa está unida a la estructura mediante un resorte consistente no en el típico muelle helicoidal sino en una ballesta sometida a flexión. Algunos autores han propuesto modificar la rigidez de los muelles helicoidales mediante ingenios mecánicos que permiten seleccionar el número de espiras. Uniendo la masa móvil del TMD a la estructura a través del muelle con más espiras se estaría disminuyendo la rigidez. En caso contrario, aumentando. Sin embargo, cuando el resorte es de tipo ballesta se podrían añadir rigideces (para sintonizarlo a casos en los que la frecuencia de la estructura haya aumentado) mediante nuevos apoyos elásticos, pero nunca eliminar rigidez por medios puramente mecánicos. Recurriendo a imanes permanentes, sin embargo, dispuestos por pares a modo de soportes auxiliares sin contacto, se puede no solo aumentar la rigidez (si se enfrentan a repulsión) sino también disminuirla (en caso de enfrentarlos a atracción). En este estudio se muestra precisamente cómo lograr estos cambios de rigidez para el caso de un TMD a escala para maquetas de laboratorio.

## 2. Montaje experimental para caracterización de la rigidez

La Figura 1 muestra el prototipo del TMD consistente en: (a) un bastidor unido a la estructura (en este caso, al forjado superior de una maqueta de un edificio de 2 plantas); (b) una ballesta empotrada en el bastidor por un extremo y con masas concentradas en el extremo libre; (c) un par de imanes permanentes de neodimio, tipo anillo, uno de ellos unido a la ballesta y otro a la estructura a través de un actuador lineal para ajustar la distancia entre los imanes; y (d) un sistema de amortiguación magnética formado por otro imán permanente de neodimio cilíndrico enfrentado a una pequeña placa de aluminio.

Con el fin de calcular la rigidez mediante la relación de Hooke (cociente entre la fuerza y el desplazamiento), se muestra en la Figura 2 la configuración experimental en la que se disponen el bastidor (a) y la ballesta (b) en posición tumbada con el fin de poder medir el incremento de flecha (medida con el láser (c)) ante un peso conocido aplicado en el extremo libre (d). La estrategia consiste en ir aplicando diferentes masas conocidas al extremo de la ballesta y medir la deflexión de ese punto. La operación se repite para diferentes distancias entre el imán fijo (e) y el imán solidario a la ballesta. Se muestran en la Tabla 1 los resultados para el caso inicial en el que ambos imanes se encuentran a una distancia “infinita” y por tanto no existe influencia entre ambos.

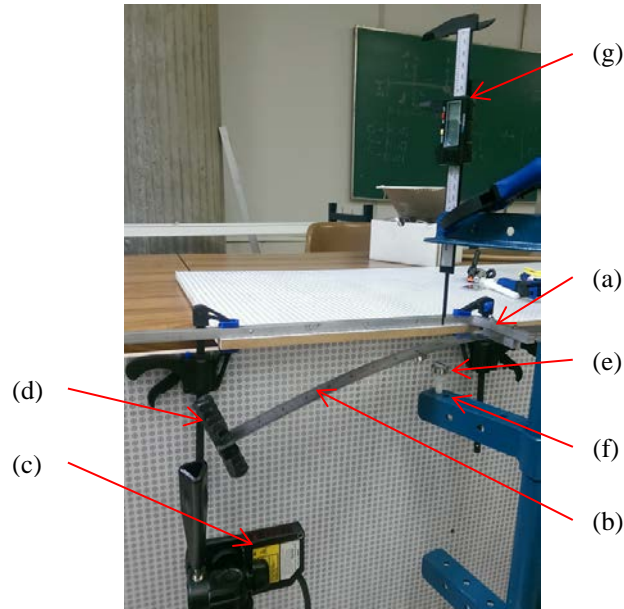


**Figura 1.** Prototipo del TMD tipo ballesta

Este ensayo permite caracterizar la rigidez a flexión de la ballesta, la cual se puede asimilar a una viga en voladizo. Para un sistema ideal de estas características la relación entre la fuerza  $F$  y la deflexión  $\delta$  del extremo del voladizo están relacionados mediante:

$$F = \frac{3EI}{L^3} \delta$$

donde  $E$  es el módulo de Young del material,  $I$  es el momento de inercia de la sección de la ballesta respecto a su eje principal débil y  $L$  es la longitud del voladizo.

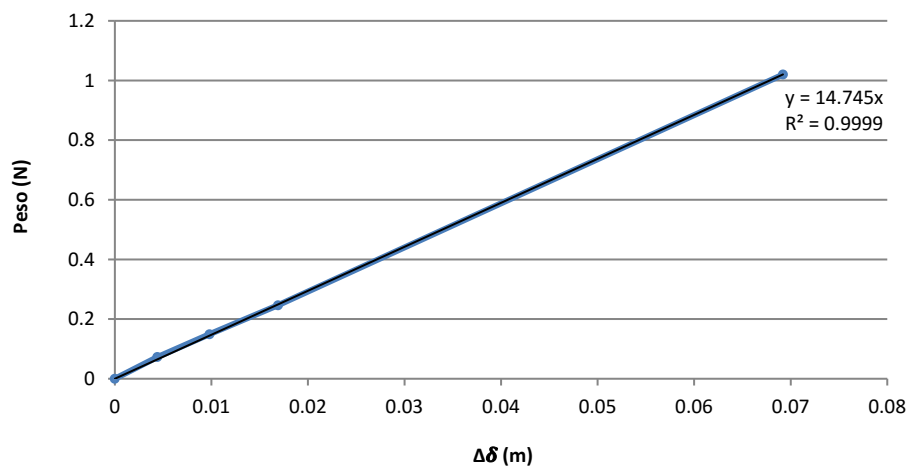


**Figura 2.** Configuración experimental

Como se aprecia en la Figura 3, cuando la viga no se encuentra influenciada por los imanes, se puede obtener experimentalmente su rigidez a flexión de una forma muy fiable (en este caso el valor es 14.75 N/m, siendo el coeficiente de la regresión entre los 5 valores medidos de 0.9999). El valor obtenido coincide con el que se estima a través de la fórmula anterior, conocidas las dimensiones de la sección.

**Tabla 1:** Resultados para distancia infinita entre imanes

Masa (kg)	Peso (N)	$\delta$ (m)	$\Delta\delta$ (m)
0	0	0.1659	0
0.0074	0.0726	0.1615	0.0044
0.0152	0.1491	0.1561	0.0098
0.0251	0.2462	0.1490	0.0169
0.104	1.020	0.0967	0.0692

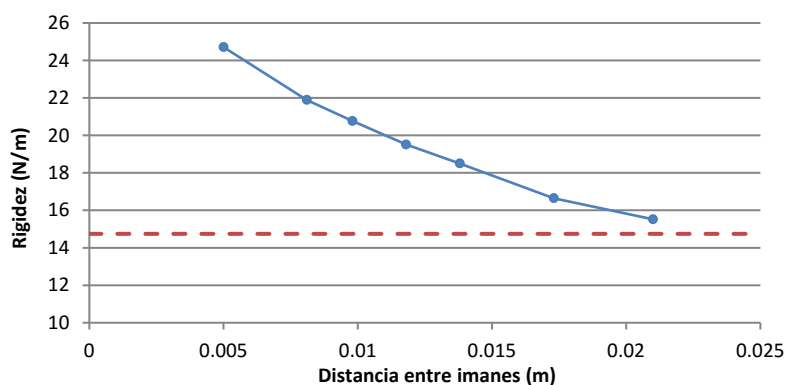


**Figura 3.** Regresión de la información de la Tabla 1

Cuando se acerca el imán de la parte fija (e) mediante el soporte (f) se tienen los siguientes resultados en función de la distancia entre el par de imanes  $D$ , medida mediante el calibre digital (g), según los imanes estén a repulsión (Tabla 2) o a atracción (Tabla 3). En ambos casos el procedimiento de cálculo ha sido similar al descrito en los párrafos anteriores, mediante el cálculo de incrementos de desplazamientos debidos a incrementos de carga. Se incluye para una discusión posterior la estimación de la primera frecuencia propia del sistema.

**Tabla 2:** Resultados para distintas distancias (repulsión)

$D$ (m)	Masa (kg)	$\Delta\delta$ (m)	$f$ (Hz)
0.0098	0.0942	0	2.344
	0.104	0.0045	2.246
	0.114	0.0093	2.185
0.0118	0.0942	0	2.258
	0.104	0.0049	2.185
	0.114	0.0099	2.112
0.0138	0.0942	0	2.173
	0.104	0.0049	2.110
	0.114	0.0101	2.026
0.0173	0.0942	0	2.100
	0.104	0.0056	2.014
	0.114	0.0116	1.953



**Figura 4.** Evolución de la rigidez del TMD con la distancia entre imanes a repulsión

La rigidez es estimada igual que en caso anterior, obteniéndose diferentes valores en función de la distancia entre los imanes. Nótese cómo para distancias lejanas, esta rigidez (y también la primera frecuencia propia) tiende a la del sistema original. Asimismo se aprecia cómo aumentan conforme disminuye la distancia entre los imanes a repulsión y que el efecto se invierte con los imanes a atracción. Recuérdese que las fuerzas de atracción magnéticas son proporcionales a la inversa del cuadrado de la distancia, de ahí la no linealidad observable en las figuras 4 y 5.

**Tabla 3:** Resultados para distintas distancias (atracción)

$D$ (m)	Masa (kg)	$\Delta\delta$ (m)	$f$ (Hz)
0.0173	0.0844	0	1.807
	0.0942	0.0093	1.672
	0.104	0.0172	1.526
0.0248	0.0844	0	1.941
	0.0942	0.0080	1.843
	0.104	0.0159	1.758
0.0306	0.0844	0	1.965
	0.0942	0.0074	1.880
	0.104	0.0149	1.794
0.0365	0.0844	0	1.990
	0.0942	0.0067	1.904
	0.104	0.0139	1.819

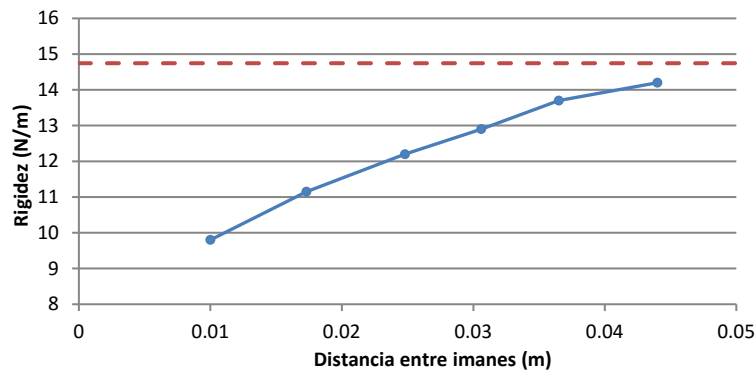
### 3. Caracterización de la frecuencia

Para cada una de las situaciones del apartado anterior (donde se ha centrado el estudio en la rigidez del TMD a partir de su respuesta estática) se ha procedido de la siguiente manera para conocer la frecuencia de vibración del conjunto ballesta en voladizo con la masa móvil en el extremo libre y con el soporte magnético constituido por el par de imanes: se desplaza el conjunto ligeramente de su posición de equilibrio dejándolo vibrar, registrando desplazamientos con el láser y obteniendo la FFT del registro de 30 s (con una resolución de 0.012 Hz muestreado

a 400Hz). Parte de los resultados han sido mostrados en las Tablas 2 y 3 y se sintetizan gráficamente en la Figura 6. Para elaborar el diagrama se ha supuesto que los imanes a atracción corresponden a “distancias negativas”, se han tomado más puntos que los representados anteriormente y se han considerado únicamente los valores de frecuencia correspondientes a la masa de 0.104 kg para cada una de las distancias. La frecuencia del sistema sin la influencia del imán fijo (6) es de 1.85 Hz, que podía haber sido estimada mediante la siguiente expresión a partir de las propiedades mecánicas de las distintas partes:

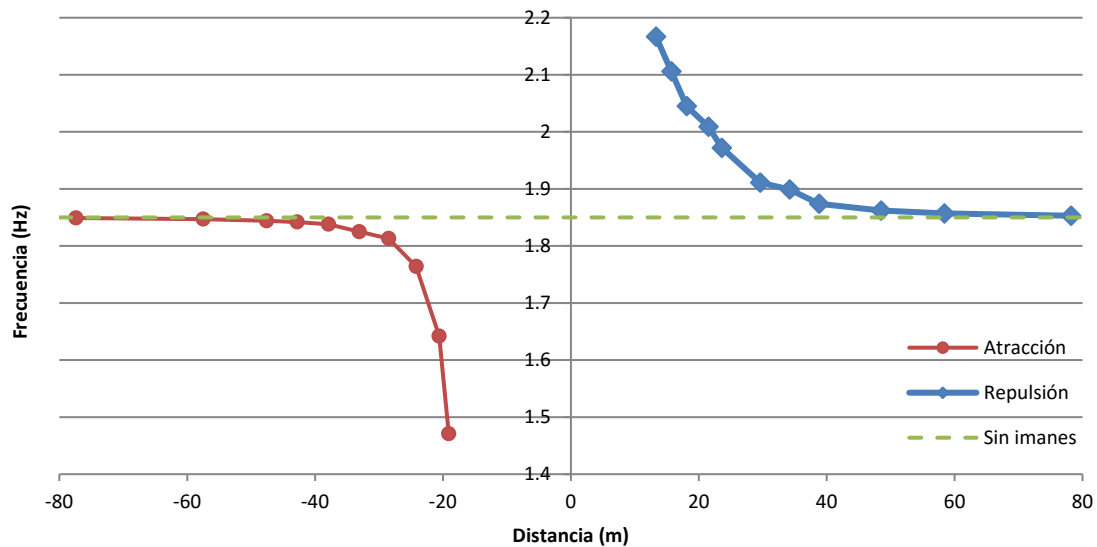
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3(M + 0.2357m)}}$$

donde M es la masa puntual en el extremo y m la masa de la ballesta.



**Figura 5.** Evolución de la rigidez del TMD con la distancia entre imanes a atracción

De nuevo se aprecia la dependencia no lineal con la orientación del par de imanes y con la distancia. Nótese que, dentro de los límites prácticos, se consiguen variaciones del orden del 20%. Los límites aparecen por aspectos funcionales. En el caso de que los imanes estén a repulsión, la deflexión estática es muy apreciable a distancias inferiores a 10mm. En el caso de imanes a atracción, para distancias inferiores a 20, ante movimientos vibratorios de la amplitud esperada durante el movimiento del edificio, resultaría que quedarían pegados.



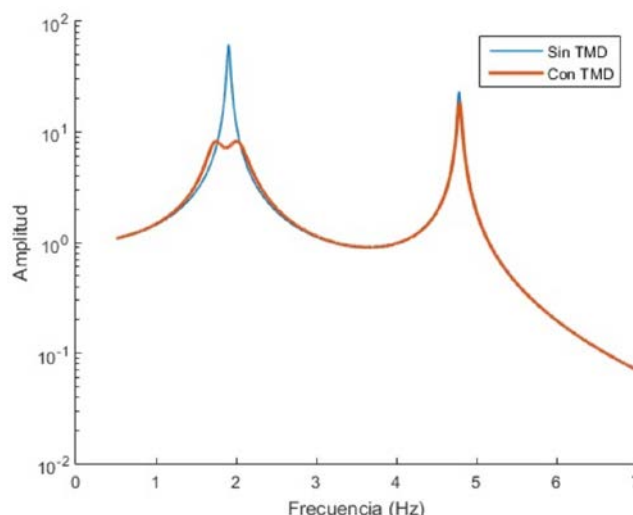
**Figura 6.** Dependencia de la frecuencia con la distancia a atracción (rojo) y a repulsión (azul).

#### 4. Aplicación

Una vez caracterizado el TMD se ensambla a la maqueta del edificio (Figura 1), cuyas propiedades se muestran en la Tabla 4, obtenidas tras la correspondiente caracterización experimental. En la Figura 7 se muestra en color azul su FRF. Nótese que el pico correspondiente al modo 1 es el de mayor factor de amplificación con un valor de 61.72 (relación entre la amplitud de la respuesta en aceleraciones y la amplitud de la excitación).

**Tabla 4:** Propiedades de la maqueta de un edificio de 2 plantas

Piso / modo	1	2
Masa (kg)	2.5	2
Rigidez (N/m)	805.7	805.7
Frecuencia propia (Hz)	1.907	4.784
Factor de amortiguamiento (%)	0.963	0.408
Factor de amplificación (FRF)	61.72	23.15

**Figura 6.** FRF en aceleración del conjunto edificio con TMD ante una excitación armónica en su base

En estas condiciones se decide disminuir ese valor mediante la instalación de un TMD. Puesto que se pretende atacar la respuesta del modo 1 se escoge, de entre otras alternativas, posicionarlo en el piso 2 ya que es ahí donde se registra la mayor coordenada modal del modo 1. Se establece además una masa móvil de 104g correspondiente a aproximadamente un 3% de la masa modal del modo 1 en el piso 2. Los valores de sintonizado óptimo se muestran en la Tabla 5, siendo la FRF la curva roja de la Figura 6.

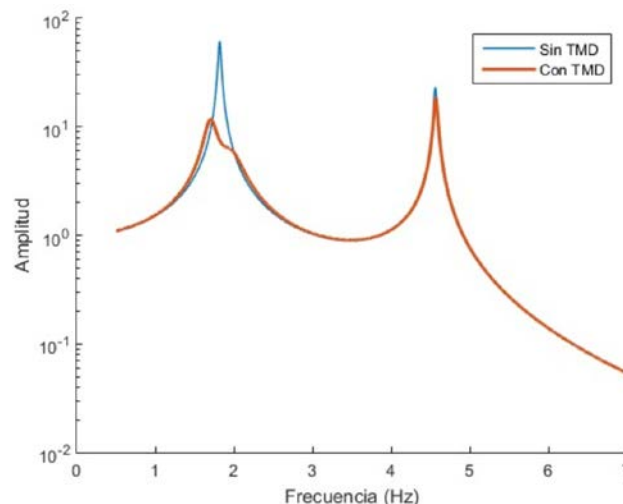
**Tabla 5:** Resultado de la sintonización del TMD

Masa móvil (kg)	0.104
Frecuencia (Hz)	1.85
Factor de amortiguamiento (%)	11
Máximo factor de amplificación	8.246

Nótese que el pico ha quedado desdoblado y notablemente reducido, pasando de 61.72 a 8.246, resultando una eficiencia de mitigación del 86%. Se plantean a continuación una serie de casos prácticos en los que se aumenta o disminuye la masa de los forjados del edificio en un 10%. Para cada uno de los casos considerados no se modifica el sintonizado del TMD y se registra tanto la nueva frecuencia del edificio sin TMD como el valor máximo de la cresta en el entorno del modo 1 del sistema con TMD. Se resumen los resultados en la Tabla 6.

**Tabla 6:** Resultado de los casos de variación de masa

			Adición de masa			Reducción de masa		
	Estruct. original	Estructura con TMD	+10% en piso1	+10% en piso2	+10 en piso1y2	-10% en piso1	-10% en piso2	-10 en piso1y2
<b>f sin TMD (Hz)</b>	<b>1.907</b>	<b>1.75 / 2.0</b>	<b>1.847</b>	<b>1.875</b>	<b>1.819</b>	<b>1.973</b>	<b>1.940</b>	<b>2.011</b>
Variación (%)	-	-	-3.15	-1.68	-4.61	3.46	1.73	5.45
<b>Amplitud máx.</b>	<b>61.72</b>	<b>8.247</b>	<b>10.37</b>	<b>9.405</b>	<b>11.77</b>	<b>10.03</b>	<b>8.898</b>	<b>10.84</b>
Reducción (%)	-	86.64	83.20	84.76	80.93	83.76	85.58	82.44
Empeoramiento porcentual (%)	-	-	3.97	2.17	6.59	3.33	1.22	4.84



**Figura 7.** FRF con TMD con masas aumentadas un 10%.

Junto a los valores de frecuencia del edificio sin TMD se representan además las variaciones porcentuales respecto de la primera frecuencia propia de la estructura original sin TMD apreciándose que se alcanzan variaciones máximas de entorno al 5%. Junto a los valores de las crestas del sistema con TMD (el mismo en todos los escenarios) se encuentran asimismo los valores de reducción porcentual respecto del valor de la cresta del edificio original sin TMD. Se muestra adicionalmente el empeoramiento porcentual. Como se aprecia, el caso más desfavorable es suponer un incremento de masa en ambos forjados, haciendo bajar la frecuencia del modo 1 de 1.901 a 1.819 Hz, un 4.61%, disminuyendo la eficiencia del TMD hasta el 80.9%, un 6.59% peor que en el caso del edificio original para el cual se sintonizó el TMD. En la Figura 7 se muestra la FRF correspondiente a este escenario más desfavorable.

Se plantea a continuación los parámetros que debería tener el TMD que se sintonizara adecuadamente a este escenario. Se muestra en la Tabla 7 las propiedades del dispositivo resultante, en el cual se aprecia una reducción el 4.44% de la frecuencia de sintonizado del TMD. Afortunadamente, y como se discutió anteriormente, esta reducción de la frecuencia queda dentro del margen de ajuste del prototipo (20%). Para ello hay que disminuir la rigidez en un 8.67% lo que implica acercar los imanes a atracción hasta 26mm aproximadamente.

**Tabla 7:** Resultado de re-sintonizar el TMD

<b>Masa móvil (kg)</b>	0.104
<b>Frecuencia (Hz)</b>	1.768
<b>Factor de amortiguamiento (%)</b>	11
<b>Máximo factor de amplificación</b>	8.608

La FRF de la nueva sintonización se muestra en la Figura 8 (comparada con la de la estructura con las masas añadidas). Nótese que se recupera el 86% de eficiencia (casi la original, sin llegar a ella porque la relación entre la masa móvil -invariable- y la total, que ha crecido un 10%, es inferior).

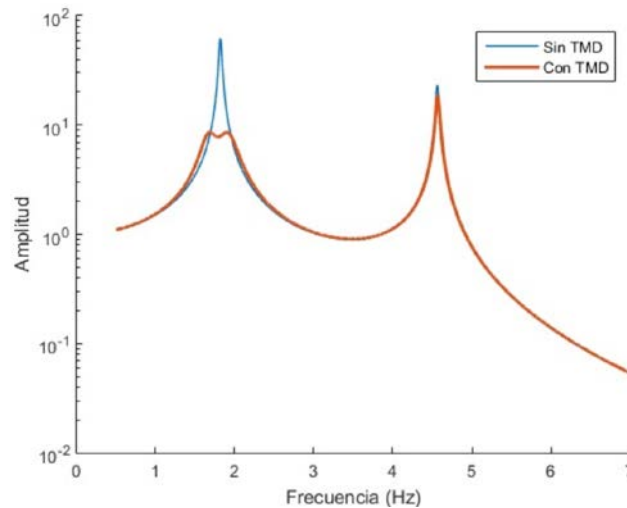
Si ahora se diera el caso de que la ocupación de los pisos 1 y 2 volviera a su estado original se podría comprobar que la eficiencia del TMD resintonizado (tabla 7) bajaría hasta el 82%. Curiosamente este valor es mayor que el 80.93% de partida. Desde esta situación, si fuera necesario se volvería a ajustar la distancia entre los pares de imanes convenientemente. En el caso de que las masas de los forjados fueran inferiores a las consideradas para el sintonizado original, el resintonizado consistiría en acercar el imán (e) dispuesto a repulsión.

## 5. Conclusiones

Tras los experimentos realizados, se constata la posibilidad práctica de eliminar rigidez mediante una simple disposición de imanes a atracción en un resorte tipo ballesta.

Cuando este tipo de resorte se usa en TMDs instalados en edificios o pasarelas susceptibles de ser ocupados por multitudes que añaden masa, al bajar la frecuencia, sería conveniente añadir soportes intermedios de pares de imanes a atracción y algún sistema mecánico (actuador lineal) que permita regular la distancia entre ellos. Con esto se conseguiría asegurar la sintonización del TMD ante cualquier circunstancia de ocupación.

Los resultados mostrados corresponden a un sistema a escala de laboratorio en el que se han usado imanes de neodimio de 0.015 Kg de masa, frente a los 0.104 Kg de masa móvil del TMD. Respecto a la posible extrapolación a estructuras reales, si hubiera proporcionalidad entre masas modales, masa móvil del TMD y masa de los imanes permanentes usados, resulta que serían necesarios imanes de un peso aproximado del 0.9% respecto a la masa modal del modo problemático, lo cual para determinadas aplicaciones (pasarelas peatonales esbeltas) resulta viable.



**Figura 8.** FRF con TMD con la nueva sintonización

## 6. Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente mediante los proyectos de referencias BIA2011-28493 y BIA2014-59321 (Ministerio de Economía y Competitividad, Gobierno de España).

## 7. Referencias

- [1] Housner GW, Bergman, LA, Caughey TK, Chassiakos AG, Claus RO, Masri SF, Skelton RE, Soong TT, Spencer BF, Yao JTP. Structural control: Past, present, and future. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE* 1997; 127:887-971.
- [2] Symans MD, Constantinou MC. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures* 1999; 21:469-487.
- [3] Den Hartog J P. *Mechanical Vibrations*, 4th edition, McGraw-Hill, New York, 1956.
- [4] Abé M, Igusa T. Tuned Mass Dampers for structures with closely spaced natural frequencies. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1995; 24: 247-261.
- [5] Zarate B. A., Caicedo J. M., "Finite element model updating: multiple alternatives," *Engineering Structures*, vol. 30, no. 12, pp. 3724-3730, 2008.
- [6] Li W.M., Hong J.Z., "New iterative method for model updating based on model reduction," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 1, pp. 180-192, 2011.
- [7] Mottershead J. E., Friswell M. I., "Model updating in structural dynamics: a survey," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 167, no. 2, pp. 347-375, 1993.
- [8] Ribeiro, D., Calçada, R., Delgado, R., Brehm, M., Zabel, V., Finite element model updating of a bowstring-arch railway bridge based on experimental modal parameters, *Engineering Structures*, 40 (2012) 413-435.
- [9] Zivanovic, S., Pavic, A. and Reynolds, P. (2007), "Finite element modelling and updating of a lively footbridge: the complete process", *J. Sound. Vib.*, 301, 126-145