



**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**Dpto. Matemática Aplicada.**

**APLICACIÓN DE MÉTODOS DE ENSEÑANZA  
A UNA PROGRAMACION DIDÁCTICA  
4ºE.S.O MATEMATICAS ORIENTADAS A  
ENSEÑANZAS ACADÉMICAS.**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación  
Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Especialidad de Matemáticas.**

**Alumna: BEATRIZ MARTÍN TOMÁS**

**Tutor: CESÁREO J. GONZÁLEZ FERNÁNDEZ**

**Valladolid, Junio 2017**

1.	JUSTIFICACIÓN DEL TFM .....	3
2.	INTRODUCCIÓN.....	5
3.	. OBJETIVOS Y CONTENIDOS.....	8
	a) Objetivos generales.....	8
	b) Contenidos del curso.....	9
	c) Relación entre objetivos y contenidos.....	10
4.	CONTRIBUCIÓN DE LA MATERIA A LAS COMPETENCIAS CLAVE.....	14
5.	EVALUACIÓN.....	16
	a) Criterios de evaluación. ....	16
	b) Estándares de aprendizaje.....	19
	c) Actividades de recuperación de los alumnos con materia pendiente.....	19
6.	METODOLOGÍA DIDÁCTICA.....	21
7.	DESARROLLO DE UNIDADES DIDÁCTICAS.....	35
	7.1 Introducción contextual.....	35
	7.2 Contribución a las competencias clave.....	35
	7.3 Objetivos y contenidos.....	39
	7.4 Metodología.....	66
	7.5 Recursos.....	67
	7.6 División en tiempos y espacios.....	69
	a) Secuencia y temporalización de los contenidos.....	69
	b) Detalle de la distribución de tiempos y espacios del bloque V.....	71
	7.7 Actividades de aprendizaje.....	92
	7.8 Planes Complementarios.....	97
	7.9 Evaluación.....	98
	7.10 Atención a la diversidad.....	98
	7.11 Conclusiones de la UD. ....	99
8.	CONCLUSIONES.....	100
9.	BIBLIOGRAFIA.....	101

## 1. JUSTIFICACIÓN.

El objetivo de este trabajo es aplicar los conocimientos adquiridos en el Master de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación profesional y Enseñanza de Idiomas, a través del desarrollo de diferentes metodologías aplicadas a una Programación Didáctica de 4º de la E.S.O de Matemáticas Académicas. Para desarrollarlo me he centrado en el quinto bloque de los contenidos, que es el relacionado con la parte de Estadística.

Como uno de los objetivos principales del trabajo, ha sido la aplicación de diferentes modelos de enseñanza-aprendizaje, han tenido gran importancia los contenidos de la asignatura de METODOLOGÍA Y EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS, ya que son dos de los apartados esenciales del trabajo. A la hora de programar la metodología, han sido imprescindibles los apuntes y contenidos de esta asignatura, pues en ellos he basado su desarrollo.

Con este TFM se persigue utilizar diferentes modelos de enseñanza diferentes al de la clase magistral que comúnmente se usa. Por ello durante el trabajo se proponen distintos ejemplos de las metodologías aprendidas.

A lo largo del trabajo también han tenido importancia otras asignaturas del Master como son:

-DISEÑO CURRICULAR: La relación de este trabajo con esta asignatura es directa, ya que esta asignatura gira entorno el desarrollo de programaciones didácticas.

-IDEAS Y CONCEPTOS MATEMATICOS A TRAVES DE LA HISTORIA: En el desarrollo de las unidades didácticas, he tenido en cuenta a matemáticos históricos y sus aportaciones estudiadas en esta asignatura, sobre todo a la hora de introducir los temas.

-INNOVACIÓN DOCENTE EN MATEMÁTICAS: Esta asignatura se ha tenido en cuenta a la hora de elegir los recursos para la U.D.

-DIDACTICA DE LA MATEMATICA: Gracias a esta asignatura, he aprendido estrategias para desarrollar las diferentes sesiones que se han planteado en la U.D.

-INNOVACION A LA INVETIGACION DOCENTE EN MATEMATICAS: Aunque no se trate de un trabajo de investigación, si ha sido necesaria la investigación y acudir a diversas fuentes de consulta para poder desarrollarlo.

- PROCESOS Y CONTEXTOS EDUCATIVOS: Para desarrollar este trabajo, ha sido necesario tener en cuenta la legislación vigente, tanto a nivel nacional como autonómico, contenidos que se han estudiados en esta asignatura.

- APRENDIZAJE Y DESARROLLO DE LA PERSONALIDAD: Para desarrollar y elaborar una programación, es necesario conocer a quien va dirigida, teniendo en cuenta sus necesidades, dificultades y personalidad a la hora de aprender.

-PRACTICAS EXTERNAS EN MATEMATICAS: Gracias a las practicas, he podido tener un primer contacto con el alumnado, y descubrir la aplicación directa de una Programación Didáctica. También ha sido durante las prácticas donde he podido detectar ciertos problemas de aprendizaje que pueden aparecer en los alumnos y métodos para poder solventarlos.

Para la realización del TFM, también he tenido presentes y he querido reflejar los objetivos y competencias del master. Aprobados en el Real decreto 1393/2007, de 29 de Octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales.

### OBJETIVOS GENERALES

OG1: Que los estudiantes sepan aplicar, como profesionales docentes, los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con la especialidad cursada.

OG2: Que los estudiantes sean capaces, como profesionales docentes, de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación en los centros escolares de sus conocimientos y juicios.

OG3: Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones, conocimientos y razones últimas en las que se sustentan como profesionales docentes, tanto a públicos especializados como a no especializados, de un modo claro y sin ambigüedades.

OG4: Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando y formándose como profesionales docentes, de un modo en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES.

G.1. Conocer los contenidos curriculares de las materias relativas a la especialización docente correspondiente, así como el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje respectivos. Para la formación profesional se incluirá el conocimiento de las respectivas profesiones.

G.2. Planificar, desarrollar y evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje potenciando procesos educativos que faciliten la adquisición de las competencias propias de las respectivas enseñanzas, atendiendo al nivel y formación previa de los estudiantes así como la orientación de los mismos, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro.

G.3. Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.

G.4. Concretar el currículo que se vaya a implantar en un centro docente participando en la planificación colectiva del mismo; desarrollar y aplicar metodologías didácticas tanto grupales como personalizadas, adaptadas a la diversidad de los estudiantes.

G.5. Diseñar y desarrollar espacios de aprendizaje con especial atención a la equidad, la educación emocional y en valores, la igualdad de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres, la formación ciudadana y el respeto de los derechos humanos que faciliten la vida en sociedad, la toma de decisiones y la construcción de un futuro sostenible.

G.6. Adquirir estrategias para estimular el esfuerzo del estudiante y promover su capacidad para aprender por sí mismo y con otros, y desarrollar habilidades de pensamiento y de decisión que faciliten la autonomía, la confianza e iniciativa personales.

G.7. Conocer los procesos de interacción y comunicación en el aula, dominar destrezas y habilidades sociales necesarias para fomentar el aprendizaje y la convivencia en el aula, y abordar problemas de disciplina y resolución de conflictos.

G.8. Diseñar y realizar actividades formales y no formales que contribuyan a hacer del centro un lugar de participación y cultura en el entorno donde esté ubicado; desarrollar las funciones de tutoría y de orientación de los estudiantes de manera colaborativa y coordinada; participar en la evaluación, investigación y la innovación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

G.9. Conocer la normativa y organización institucional del sistema educativo y modelos de mejora de la calidad con aplicación a los centros de enseñanza.

G.10. Conocer y analizar las características históricas de la profesión docente, su situación actual, perspectivas e interrelación con la realidad social de cada época.

G.11. Informar y asesorar a las familias acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje y sobre la orientación personal, académica y profesional de sus hijos.

## **2. INTRODUCCION.**

Con el trabajo que se presenta a continuación, se pretende realizar una Programación Didáctica, acorde con todas las leyes vigentes que a día de hoy regulan nuestro sistema educativo.

Para empezar, veo necesario conocer que es una Programación Didáctica, ya que es el objeto principal de este trabajo.

El concepto de programación didáctica<sup>1</sup> proviene del campo de la educación y se refiere al fenómeno mediante el cual los educadores de diferentes niveles y tipo programan u organizan la didáctica del hermoso proceso de enseñanza y aprendizaje. La programación didáctica es justamente poner de manera ordenada y significativa (es decir, con un sentido lógico) los conocimientos, las tareas y actividades a realizar, los objetivos a cumplir, los recursos a usar y otros datos. Todos ellos en conjunto permiten tener una visión más clara del proceso de enseñanza y analizar de mejor modo los resultados a medida que estos se vayan obteniendo.

Cuando hablamos de didáctica estamos haciendo referencia a aquel proceso que representa la enseñanza y el aprendizaje entendidos como dos fenómenos correlativos y necesarios uno de otro. La didáctica es, en otras palabras, el modo mediante el cual el docente elabora estrategias que utilizará en el proceso de enseñanza para asegurar el aprendizaje de los individuos que cumplan el rol de educandos o estudiantes.

La programación didáctica es el proceso mediante el cual se programa el modo en que esos elementos didácticos serán estructurados, ordenados y organizados a lo largo del ciclo lectivo correspondiente. Por lo general, la programación abarca todo un ciclo lectivo que normalmente dura alrededor de nueve meses.

Es por esto que una buena programación didáctica requiere tener en cuenta un sinnúmero de variables que puedan ajustarse a las circunstancias específicas del momento, de los alumnos, del propio docente, del establecimiento, etc

El curso en el cual desarrollaré mi trabajo será en 4º de la E.S.O, en la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, ya que, es donde he realizado la mayor parte de las horas de mi practicum, y haré un análisis más exhaustivo el bloque de estadística y probabilidad y sus temas.

Para un mejor desarrollo y claridad de la Programación, me centraré en los elementos del Currículo que, según los efectos de lo dispuesto en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, se entiende por currículo la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas.

Así pues, los seis elementos que componen el currículo<sup>2</sup> y que detallaré a lo largo del trabajo son:

---

<sup>1</sup> <https://www.definicionabc.com/social/programacion-didactica.php>

<sup>2</sup> <https://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/mc/lomce/el-curriculo.html>

- a) **Objetivos:** referentes a los logros que el alumno debe alcanzar al finalizar el proceso de enseñanza, dado que el curso tratado pone fin a la Educación Secundaria, me centrare en lo objetivos de esta etapa.
- b) **Competencias clave:** trataré las capacidades y posibles maneras de aplicarlas de forma integrada a los contenidos propios de esta etapa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos.
- c) **Contenidos:** conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de esta etapa educativa y a la adquisición de competencias clave. Durante el trabajo mencionaré los contenidos de todo el curso, haciendo especial hincapié, en los del último bloque.
- d) **Criterios de evaluación:** Establecimiento de los contenidos mínimos, los criterios de evaluación, el tipo de pruebas y la periodicidad de las mismas.
- e) **Estándares de aprendizaje evaluables:** especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el alumno debe saber, comprender y saber hacer en esta asignatura.
- f) **Metodología didáctica:** conjunto de estrategias, procedimientos y acciones que llevaré a cabo para desarrollar mi programación.

Para realizar una programación didáctica, es importante tener en cuenta el perfil de los alumnos a los que va dirigida, en este caso, los alumnos de 4º de la E.S.O , se trata de adolescentes entorno a los 15-16 años que se enfrentan a grandes cambios corporales, físicos y hormonales, produciéndose una gran diferencia entre aquellos que se desarrollan antes, que por lo general son las chicas, que suelen mostrar más madurez, y los que tienen un desarrollo más tardío, que tienden a ser los chicos.

Al tratarse de una asignatura que han elegido frente a la otra opción, y estar orientada a las enseñanzas académicas, hace presuponer que son alumnos que pretender seguir estudiando, y acceder al Bachillerato. Es por tanto, que se presupone un alumnado aplicado y con cierto gusto por el estudio. Sin embargo, no podemos olvidar, que las matemáticas suelen ser una asignatura poco popular entre los estudiantes, debido a su dificultad, y su necesidad de abstracción en ciertos conceptos, lo que implica un esfuerzo extra para los alumnos.

### **3 .OBJETIVOS Y CONTENIDOS.**

#### **A. OBJETIVOS GENERALES**

Según Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre del BOE, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, los objetivos que en la Educación Secundaria Obligatoria deben desarrollar los alumnos son los siguientes:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

## B) CONTENIDOS DEL CURSO

La asignatura de Matemáticas, en todos sus cursos de secundaria, según la legislación vigente, está dividida en cinco bloques, cuyos contenidos en las Matemáticas académicas de 4º E.S.O, son:

### Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- Planificación del proceso de resolución de problemas. Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del

problema, resolver sub-problemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.

- Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
- Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
  1. La recogida ordenada y la organización de datos.
  2. La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
  3. Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.
  4. El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.
  5. La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos.
  6. Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

## BLOQUE 2: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Ordenación de los números reales.
- Intervalos. Unión e intersección.
- Valor absoluto
- Potencias de exponente entero o fraccionario. Propiedades y operaciones.
- Expresiones radicales de cualquier índice. Propiedades y operaciones.
- Racionalización de denominadores.
- Logaritmos. Definición y propiedades.
- Cálculo con porcentajes. Interés simple y compuesto.
- Operaciones con polinomios. Valor numérico y raíces de un polinomio.
- Teorema del Resto. Factorización de polinomios.
- Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones.

- Ecuaciones polinómicas, con fracciones algebraicas y ecuaciones con radicales.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Sistemas no lineales.
- Inecuaciones polinómicas de primer y segundo grado. Resolución algebraica y gráfica.
- Sistemas de inecuaciones de una variable

### BLOQUE 3: GEOMETRÍA

- Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
- Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes.
- Razones trigonométricas de un ángulo agudo y de un ángulo cualquiera.
- Relación entre las razones trigonométricas de un mismo ángulo.
- Resolución de triángulos rectángulos.
- Ecuaciones trigonométricas sencillas.
- Aplicación de la trigonometría a la resolución de problemas métricos: longitudes, áreas y volúmenes.
- Geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta. Paralelismo, perpendicularidad.
- Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que faciliten la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.

### BLOQUE 4: FUNCIONES

- Concepto de función. Características.
- Estudio del dominio de una función.
- Funciones polinómicas de primer y segundo grado, de proporcionalidad inversa y valor absoluto.
- Función exponencial y logarítmica.
- Funciones trigonométricas  $y=\text{sen } x$ ,  $y=\text{cos } x$
- Funciones definidas a trozos.
- Idea intuitiva de límite de una función a partir de su gráfica.
- Tasa de variación media de una función en un intervalo.
- Límite de una función en un punto. Límites infinitos y límites en el infinito. Límites laterales. Determinación de límites.
- Concepto de continuidad de una función en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones discontinuas en un punto de su dominio. Funciones definidas a trozos.

- Determinación de los límites de una función de los tipos reseñados en los extremos de los intervalos que forman su dominio: Asíntotas verticales, asíntotas horizontales y ramas parabólicas.
- Indeterminaciones.
- Estudio de una función.

#### BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.
- Probabilidad simple y compuesta.
- Probabilidad condicionada. Sucesos dependientes e independientes.
- Tablas de contingencia y diagramas de árbol.
- Identificación de las fases de un estudio estadístico.
- Tablas y gráficas estadísticas
- Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización.
- Comparación de variables estadísticas mediante sus parámetros.
- Introducción a la variable bidimensional. Tablas bidimensionales: correlación

#### C) RELACION ENTRE OBJETIVOS Y CONTENIDOS.

El currículo de Matemáticas no debe verse como un conjunto de bloques independientes, es necesario que se desarrolle de forma global, pensando en las conexiones internas de la materia. En el desarrollo de las unidades didácticas, haré una relación más detallada de los objetivos y contenidos de cada tema, en este punto lo haré por bloques:

El primer bloque, Procesos, métodos y actitudes en matemáticas, tiene un carácter transversal y vertebrador. Este bloque, está relacionadas con los cuatro restantes bloques de números y álgebra, geometría, funciones y estadística y probabilidad. Los objetivos que se persiguen en este bloque y por ende, en el resto de bloques, son:

- Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.
- Analizar y comprender el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).
- Emplear el lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico...); y utilizar las herramientas correspondientes.

- Resolver y criticar un problema: establecer relaciones; conocer las propiedades matemáticas que pueden utilizarse; operar correctamente; dar la solución en las unidades adecuadas; criticarla...
- Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas.

El segundo bloque , Números y Álgebra, propone el estudio de los diferentes conjuntos de números, sus operaciones y propiedades, y la utilización del lenguaje algebraico para expresar de manera simbólica propiedades o relaciones, para transformar e intercambiar información y para resolver problemas relacionados con la vida diaria. A grandes rasgos, se pretende que los alumnos en este bloque lleguen a los siguientes objetivos:

- Ordenar y representar los números reales sobre una recta.
- Operar correctamente con números racionales e irracionales: operaciones con fracciones, con potencias y con raíces cuadradas.
- Calcular logaritmos a partir de su definición o mediante la aplicación de sus propiedades.
- Aplicar porcentajes a la resolución de problemas
- Operar correctamente con polinomios.
- Descomposición de polinomios en casos fáciles.
- Operar correctamente con fracciones algebraicas.
- Resolver ecuaciones de primer grado y de segundo grado; y sistemas lineales.
- Resolver ecuaciones logarítmicas y exponenciales sencillas (con calculadora)
- Resolver inecuaciones de primer grado.
- Interpretar las soluciones de un problema asociado a los conceptos anteriores

El bloque de Geometría comprende figuras y objetos, definiciones, resultados y fórmulas, y favorece la comprensión espacial de formas y estructuras geométricas mediante la descripción, clasificación, análisis de propiedades, relaciones y transformaciones. Los objetivos de este bloque son:

- Utilizar las unidades angulares (grados y radianes).
- Conocer las definiciones de seno, coseno y tangente de un ángulo.
- Utilizar la trigonometría para resolver problemas fáciles de medidas indirectas.
- Utilizar los conceptos y procedimientos estudiados para resolver problemas fáciles asociados a ellos: resolver triángulos, calcular áreas y volúmenes...
- Representar, describir y analizar formas geométricas.
- Calcular la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.
- Identificar de manera inmediata la ecuación de una recta.
- Saber obtener la ecuación de una recta.
- Saber determinar analíticamente las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad

El cuarto bloque, correspondiente a las Funciones establece relaciones entre variables y las expresa mediante el lenguaje habitual tablas, gráficas y ecuaciones y establece modelos matemáticos que permiten describir, interpretar, predecir y explicar fenómenos diversos de tipo económico, social o natural. Los objetivos a perseguir en este bloque son:

- Traducir eficazmente enunciados de problemas relacionados con la vida cotidiana al lenguaje algebraico.
- Dominar el manejo razonado de polinomios y fracciones algebraicas.
- Utilizar ecuaciones, inecuaciones y sistemas para resolver problemas matemáticos en contextos de la vida real.
- Representar relaciones cuantitativas y cualitativas a través de diferentes tipos de funciones e interpretar los resultados obtenidos a partir de tablas, gráficas...
- Leer e interpretar información sobre fenómenos de carácter funcional.
- Saber el significado de dominio de una función: determinarlo en casos sencillos.
- Determinar los intervalos de monotonía, los máximos y mínimos de una función, a partir de su gráfica, interpretando su significado.
- Identificar y representar funciones afines y cuadráticas.
- Identificar y calcular máximos y mínimos.
- Identificar y saber representar funciones de proporcionalidad inversa y exponencial y logarítmica, a partir de la fórmula, con ayuda de la calculadora.
- Utilizar los conceptos y procedimientos estudiados para resolver problemas fáciles asociados a ellos.

El quinto bloque, Estadística y probabilidad, es de suma importancia y será el que desarrollaré con más profundidad a lo largo de este trabajo. En este bloque el alumno desarrollará un análisis crítico de la información estadística que aparece en los medios de comunicación mediante tablas y gráficas. Recoger datos, organizarlos y resumirlos para obtener conclusiones. Además, es necesaria también la comprensión de los problemas de la vida cotidiana relacionados con los fenómenos aleatorios, sus reglas y la cuantificación de su incertidumbre. Los objetivos que se desean alcanzar en este bloque, son:

- Analizar e interpretar datos estadísticos extraídos a partir de los diferentes medios de comunicación.
- Utilizar diferentes medios de representación estadística en distribuciones unidimensionales.
- Conocer y utilizar algunas estrategias combinatorias básicas, y utilizarlas para resolver problemas.

- Resolver problemas de probabilidad simple y compuesta utilizando adecuadamente la ley de Laplace, tablas de contingencia, diagramas de árbol...

#### **4. CONTRIBUCION DE LA MATERIA A LAS COMPETENCIAS CLAVE.**

**Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología** Es evidente que los contenidos del área de Matemáticas están directamente relacionados con la consecución de esta competencia.

Esta competencia está presente en la habilidad para identificar los distintos elementos matemáticos que se esconden tras un problema cotidiano, tanto para obtener conclusiones como para tomar decisiones con confianza. Es necesario remarcar, sin embargo, que la contribución a la competencia matemática se logra en la medida en que el aprendizaje de dichos contenidos va dirigido precisamente a su utilidad para ser aplicada fuera del entorno educativo.

El desarrollo del pensamiento matemático contribuye a las competencias básicas en ciencia y tecnología porque hace posible una mejor comprensión y una descripción más ajustada del entorno. En primer lugar, con el desarrollo de la concepción espacial, se mejora la capacidad para hacer construcciones y manipular mentalmente figuras en el plano y en el espacio, lo que les será de gran utilidad en el empleo de mapas, planificación de rutas, diseño de planos, elaboración de dibujos, etc.

**Competencia digital** Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de la competencia digital en varios sentidos. Por una parte porque proporcionan destrezas asociadas al uso de los números, tales como la comparación, la aproximación o las relaciones entre las diferentes formas de expresarlos, facilitando así la comprensión de informaciones que incorporan cantidades o medidas. Por otra parte, a través de los contenidos del bloque V, se contribuye a la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico, esenciales para interpretar la información sobre la realidad. La utilización de calculadoras científicas y de herramientas tecnológicas como Geogebra o Excel están también unidas al desarrollo de la competencia digital

**Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor** La resolución de problemas tiene, al menos, tres vertientes complementarias asociadas al desarrollo de esta competencia: la planificación, la gestión de los recursos y la valoración de los resultados. La planificación está aquí asociada a la comprensión en detalle de la situación planteada para trazar un plan, buscar estrategias y para tomar decisiones; la gestión de los recursos incluye la optimización de los procesos de resolución; por último, la evaluación periódica del proceso y la valoración de los resultados

permiten hacer frente a otros problemas o situaciones con mayores posibilidades de éxito. En la medida en que la enseñanza de las matemáticas incida en estos procesos y se planteen situaciones abiertas, verdaderos problemas, se mejorará la contribución del área a esta competencia. Actitudes asociadas a la confianza en la propia capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones inciertas están incorporadas a través de diferentes contenidos del currículo.

**Aprender a aprender:** El carácter instrumental de una parte importante de los contenidos del área proporciona valor para el desarrollo de la competencia Aprender a aprender. A menudo es un requisito para el aprendizaje la posibilidad de utilizar las herramientas matemáticas básicas o comprender informaciones que utilizan soportes matemáticos. Para el desarrollo de esta competencia es necesario incidir desde el área en los contenidos relacionados con la autonomía, la perseverancia y el esfuerzo al abordar situaciones de creciente complejidad, la sistematización, la mirada crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo. Por último, la verbalización del proceso seguido en el aprendizaje, contenido que aparece con frecuencia en este currículo, ayuda a la reflexión sobre qué se ha aprendido, qué falta por aprender, cómo y para qué, lo que potencia el desarrollo de estrategias que facilitan el aprender a aprender.

**Competencia en comunicación lingüística:** Para fomentar el desarrollo de la competencia en comunicación lingüística desde el área de Matemáticas se debe insistir en dos aspectos. Por una parte la incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual, la adecuada precisión en su uso y la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico, esenciales para interpretar la información sobre la realidad. Por otra parte, es necesario incidir en los contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos y de los procesos. Se trata tanto de facilitar la expresión como de propiciar la escucha de las explicaciones de los demás, lo que desarrolla la propia comprensión, el espíritu crítico y la mejora de las destrezas comunicativas.

**Conciencia y expresiones culturales:** Las Matemáticas contribuyen a la competencia Conciencia y expresiones culturales desde la consideración del conocimiento matemático como contribución al desarrollo cultural de la humanidad. Así mismo, el reconocimiento de las relaciones y formas geométricas ayuda en el análisis de determinadas producciones artísticas, siendo capaz de utilizar sus conocimientos matemáticos en la creación de sus propias obras.

**Competencias sociales y cívicas:** Los contenidos de las Ciencias sociales (economía, climatología, geografía, población, producción, etc.) se expresan en términos numéricos,

gráficos, etc... Por ejemplo, la interpretación de pirámides de población, de gráficos económicos sobre el valor de las cosas se aborda desde el área de Matemáticas para desarrollar aspectos vinculados con la competencia social y cívica. La aportación a la competencia social y cívica adquiere una dimensión singular, a través del trabajo en equipo si se aprende a aceptar otros puntos de vista distintos al propio, en particular a la hora de utilizar estrategias personales de resolución de problemas.

## **5 .EVALUACION.**

### **A) CRITERIOS DE EVALUACION.**

Los criterios de evaluación serán los establecido en el en el artículo 2.2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, que serán detallados en el apartados del desarrollo de la unidad didáctica. Además se tendrán en cuenta los siguientes aspectos a la hora de evaluar:

#### INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN:

- Pruebas escritas.
- Interés por la materia
- Ortografía y expresión escrita en el cuaderno de trabajo, pruebas escritas y proyectos.
- Conducta positiva y solidaria con sus compañeros.
- Rigor matemático y unidades físicas en la resolución de problemas.
- Orden y limpieza.
- Asistencia y puntualidad.
- Influirá de forma negativa en la evaluación del alumno aquellas actitudes en que se vea reflejado un incumplimiento de sus obligaciones (interrumpe la clase, molesta a sus compañeros, no trae su material de trabajo personal, no realiza los ejercicios...).
- Comportamiento, interés y actitud en las salidas y actividades realizadas fuera del aula.
- Se tendrá en cuenta a la hora de evaluar la aplicación práctica de los conocimientos teóricos para la resolución de ejercicios y problemas y el desarrollo de estrategias para el planteamiento de problemas con cierta complejidad.
- En las pruebas escritas se tendrá en cuenta la mayor parte posible del temario así como compaginar elementos teóricos y prácticos e interrelación entre las distintas partes. Se intentarán asimismo graduar la dificultad para tamizar las diferencias entre el alumnado. En las pruebas escritas se valorará además del contenido la forma de expresarse y las explicaciones claras y precisas; se valorará negativamente la ausencia de explicaciones o explicaciones incorrectas así como la falta de rigor, tanto matemático como físico, en las expresiones.

### Tipos de pruebas y periodicidad

- Pruebas escritas.
- Aprendizaje cooperativo/ APB/PBL/Rutinas de pensamiento.

La periodicidad será coincidiendo con los periodos de evaluación. En un periodo de evaluación tiene que haber un mínimo 1 examen escrito al final del bloque, aunque también se contempla la posibilidad de hacer hasta dos parciales por evaluación, y una prueba evaluable que podrá ser un trabajo de investigación o un proyecto relacionado con la materia.

### Valoración

Se hará una ponderación de todas las notas obtenidas a lo largo del periodo de evaluación.

### Criterios de corrección

En las pruebas escritas se valorará además del contenido la forma de expresarse y las explicaciones claras y precisas; se valorará negativamente la ausencia de explicaciones o explicaciones incorrectas.

### Criterios de calificación

Para la evaluación se tendrá en cuenta asimismo el trabajo diario de los contenidos explicados, de las actividades propuestas y el grado de participación en clase e interés por la asignatura. Entendiendo como un deber la buena actitud y predisposición en clase del alumno, su no cumplimiento se verá reflejado en su calificación.

Una buena actitud no supone repercusión alguna en la calificación del alumno. Una mala actitud puede suponer una penalización hasta un máximo de 0,5 puntos sobre 10. La falta de puntualidad es una falta de respeto hacia los puntuales, por lo que se entiende que es una mala actitud.

Si un alumno copia en un examen tendrá una calificación de 1 en dicho examen y perderá la oportunidad de realizar una recuperación de la materia de la evaluación en la que se ha producido la falta. Si la falta se comete en un examen de recuperación la nota de la evaluación que se estaba tratando de recuperar bajará a 1 de forma automática. La calificación de la evaluación será el resultado de la media de las calificaciones obtenidas durante la evaluación, incluyendo la del examen en el que se ha copiado. Si el alumno copia en el examen final la

calificación de dicho examen será de 1 y se calculará la nota global de la asignatura teniendo en cuenta el 1 sacado en dicho examen global.

Un ejercicio recibirá la máxima puntuación determinada cuando planteamiento y resolución sean correctos. Si la resolución es errónea recibirá la mitad de puntos como máximo.

En problemas de largo proceso se dividirá el planteamiento en diferentes pasos que serán calificados individualmente a criterio de profesor.

En cuanto a la ortografía, se establece reducir 0,25 por cada falta (con un máximo de 1 punto).

Rúbrica que evalúa algunos aspectos a tener en cuenta:

	Bien	Regular	Mal
Presentaciones	No comete faltas de ortografía, utiliza la notación correspondiente, da el resultado correcto y el contenido está ordenado y limpio	Comete alguna falta de ortografía, y algún error de notación, algunos resultados no son los correctos y hay algún contenido desordenado y/o con algún tachón	Comete muchas faltas de ortografía.No utiliza correctamente la notación y no es capaz de dar solución a los problemas. El contenido está desordenado y con múltiples tachones.
Trabajo Cooperativo/ PBL/APB/ Rutinas de pensamiento	Si la evaluación del AC (Cooperar para Aprender) es Muy Satisfactoria	Si la evaluación del AC es Satisfactoria	Si la evaluación del AC es deficiente
Actitud	Si participa activamente en clase y ayuda a los compañeros	A veces participa en clase. No molesta a los compañeros pero tampoco ayuda	No participa en clase y es negativo con sus compañeros
Deberes	Trae siempre las	A veces no trae	Muy pocas veces

	tareas a tiempo y completas	las tareas o están incompletas	o nunca trae las tareas.
--	-----------------------------	--------------------------------	--------------------------

### Ponderación

La calificación final de cada evaluación se obtiene con las siguientes cuotas de participación, aunque las ponderaciones pueden variar en alguna evaluación, ya que cabe la posibilidad de realizar algún examen parcial más en algún bloque.

- Examen parcial: 25%
- PROYECTO/PBL/ Trabajo cooperativo: 25%
- Examen de evaluación: 40 %
- La calificación de estas pruebas son 9 puntos de la calificación de la evaluación.
- Medio punto más se obtiene de la valoración de las actitudes en clase.
- El medio punto restante se obtiene de las pruebas orales, respuestas en clase y participación.

La nota de cada evaluación será redondeada a dos decimales .La calificación final será la media aritmética de las calificaciones obtenidas en las evaluaciones (si la evaluación se ha suspendido y posteriormente se ha recuperado la nota con la que se promedia es con la nota de la recuperación).

### B) ESTANDARES DE APRENDIZAJE.

Serán los que se establecen en De acuerdo con lo establecido en el en el artículo 2.2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, que serán detallados en el apartados del desarrollo de la unidad didáctica.

### C) ACTIVIDADES DE RECUPERACIÓN DE LOS ALUMNOS CON MATERIAS PENDIENTES DE CURSOS ANTERIORES

A los alumnos que tengan la materia pendiente de cursos anteriores, se les facilitará de forma periódica, material complementario para el estudio del alumno hasta el examen de la 1ª convocatoria. Si el alumno no ha superado la materia en esta convocatoria, el profesor resolverá las dudas y preguntas que el alumno realice hasta la segunda convocatoria.

Las actividades de refuerzo y de ampliación permiten dar una respuesta ajustada a las necesidades y logros detectados. Esta labor intenta:

- Asegurar los aprendizajes básicos e impulsar los pequeños logros de los alumnos.

- Mostrar nuevas alternativas y estimular diferentes vías de trabajo para aquellos alumnos que se encuentran más interesados por las Matemáticas.

El desarrollo de esta labor formativa contribuye a materializar el principio de educación personalizada.

Las actividades de refuerzo se apoyarán en la PGA (Programación General Anual) y vendrán dadas por el profesor en función de las necesidades del alumno implicado. Para ello el profesor de la asignatura deberá ofrecer al alumno estrategias particulares (pruebas escritas, orales...) con el fin de lograr que el alumno supere los mínimos exigidos.

Aquel alumno que presente mayores dificultades en el aprendizaje de la materia será atendido de modo especial, tratando de compensar sus carencias con su trabajo diario, siendo objeto de un seguimiento especial frente al resto y tratando que éste sea un refuerzo positivo que le sea útil para superar el área.

Aquellos alumnos que estén diagnosticados y se encuentren en la ATDI ( se hará la A.C.S. (Adaptaciones Curriculares Significativas) que precise según su diagnóstico y su nivel de competencia curricular.

### RECUPERACIONES

Se contempla la realización de un examen de recuperación de cada evaluación. Dicho examen de recuperación se realizará al final del curso a aquellos alumnos que tengan alguna evaluación suspenso y su calificación media no supere el aprobado de la asignatura.

Aquellos alumnos que suspendan la asignatura en junio realizarán en septiembre una prueba extraordinaria para alcanzar los objetivos no logrados durante el curso y, por tanto, superar o no superar el área.

## **6. METODOLOGIA DIDÁCTICA**

En este apartado voy a detallar la metodología a utilizar a lo largo del curso. Aunque a la hora de desarrollar las unidades didácticas me centrare en el bloque V, siendo consciente de que no todas los métodos de enseñanza-aprendizaje son válidos para todos los temas, daré ejemplos de todos los métodos en los temas que mejor se adapten.

- **El método expositivo o lección magistral.**

Se conoce como método expositivo a la presentación de un tema lógicamente estructurado con la finalidad de facilitar información organizada siguiendo los criterios adecuados para tal fin.

Esta metodología se basa fundamentalmente en la exposición verbal por parte del profesor de los contenidos sobre la materia objeto de estudio.

Esta metodología será muy utilizada en todos los temas, sobre todo en aquellas partes de mayor importancia, donde sea necesario una explicación exhaustiva por parte del profesor de ciertos contenidos.

- **Estudio de casos.**

El “Estudio de Casos<sup>3</sup>” corresponde a una estrategia de enseñanza asociada al método controlado por el estudiante (o de revisión de desempeño) y que puede ser desarrollada en un entorno virtual de aprendizaje del tipo colaborativo. En esta estrategia se identifica un problema real, se simplifica, y se motiva al estudiante a resolverlo en un proceso de toma de decisiones. El docente orienta a los estudiantes para que busquen soluciones y logren determinados resultados de aprendizaje. Sus características son:

- Basarse en el caso como herramienta educativa.
- Incluir una pregunta crítica que estimule habilidades de indagación en los estudiantes.
- Considerar el trabajo en pequeños grupos
- Incorporar preguntas para estimular la discusión en los estudiantes en torno al caso.
- Añadir actividades de seguimiento.

Siguiendo estas pautas, se puede trabajar por casos, el estudio de logaritmos, ya que están dentro de los contenidos del primer bloque de este curso, más concretamente dentro del tema uno de los números reales.

Para ello, he seleccionado el logaritmo del amoníaco<sup>4</sup>. Para su resolución, se harán grupos de 3-4 personas para que intentaran resolverlo de manera conjunta.

La idea es que vayan estudiando todos los casos que se presentan, y contestando a las preguntas críticas que se proponen, para que a través de sus respuestas y utilizando los algoritmos matemáticos que corresponden, lleguen a una conclusión apropiada.

Con este ejercicio además de trabajar la competencia matemática por razones, obvias, tienen un claro valor transversal, pues trabajan conocimientos de física, y puede serles útiles a la hora de enfrentarse a problemas de esta asignatura. Además el hecho de plantear preguntas cotidianas, hace que los alumnos muestren mayor interés a la hora de resolverlo.

---

<sup>3</sup> <http://villarrica.uc.cl/files/matematica/materialweb/CB%2011.pdf>

<sup>4</sup> Pág 31, del libro matemáticas orientadas a las matemáticas académicas de 4° eso, Savia

### El logaritmo del amoniac

Las siglas pH significan "potencial de hidrógeno". Se trata de una escala que mide cómo de ácida o básica es una sustancia. Los ácidos fuertes, como el ácido sulfúrico, tienen altas concentraciones de iones de hidrógeno, y las soluciones alcalinas fuertes, como la sosa cáustica, tienen concentraciones bajas. La concentración de una sustancia se expresa como el número de moles por litro. Por ejemplo, el vinagre tiene 0,001 mol/l. Para evitar trabajar con números tan pequeños, en 1909 el químico danés Sørensen construyó una escala logarítmica para medir las concentraciones: el pH. El pH es el opuesto del logaritmo de la concentración de moles de iones de hidrógeno.

$$\text{pH (vinagre)} = -\log 0,001 = -\log(10^{-3}) = 3$$

- Si el pH = 7, se dice que la sustancia es neutra.
- Si el pH < 7, es ácida.
- Si el pH > 7, es básica.

Por ejemplo, el pH del amoniac es 12, y el del vino, 4.

1. La concentración mínima es de  $10^{-14}$  moles/litro. ¿Cuál es el valor máximo que puede tomar el pH?

El valor máximo que puede tomar el pH es  $-\log(10^{-14}) = 14$ .

2. Considera el amoniac, el vino y el vinagre.

- a) ¿Cuáles de ellos son básicos y cuáles ácidos?
  - b) ¿Cuál es la concentración de moles por litro en cada uno de ellos?
  - c) ¿Cuántas veces es mayor la concentración de iones de hidrógeno en el amoniac que en el vino?
- a) El amoniac es básico y, el vino y el vinagre, ácidos.  
b) La concentración del amoniac es  $10^{-12}$  moles/litro, la del vino,  $10^{-4}$ , y la del vinagre,  $10^{-3}$ .  
c) La concentración del amoniac es  $10^{-4} : 10^{-12} = 10^8$  veces mayor que la del vino.

3. ¿Cuántas veces es más ácida una sustancia cuyo pH es 2 que una cuyo pH es 4?

Como la acidez de la sustancia que tiene pH 2 es  $10^{-2}$  y de la que tiene pH 4 es  $10^{-4}$ , es 100 veces más ácida.

4. Para el cuerpo humano son corrosivas las sustancias con un pH menor que 3,5, y son cáusticas aquellas con un pH superior a 11,5. Relaciona el pH con las sustancias e indica cuáles no son adecuadas para el cuerpo humano.

Zumo de limón	Café	Leche	Dentífrico	Lejía
pH = 5	pH = 6,5	pH = 2,3	pH = 9,9	pH = 13

pH limón = 2,3; pH café = 5; pH leche = 6,5; pH dentífrico = 9,9; pH lejía = 13

El amoniac y la pasta de dientes no son sustancias adecuadas para el cuerpo humano.

- **El aprendizaje basado en problemas (ABP).**

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)<sup>5</sup> es un método de enseñanza-aprendizaje centrado en el estudiante en el que éste adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de

<sup>5</sup> <https://educra.cl/aprendizaje-basado-en-problemas-el-metodo-abp/>.

situaciones de la vida real. Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de la misma manera en que lo hará durante su actividad profesional.

La característica más innovadora del ABP es el uso de problemas como punto de partida para la adquisición de conocimientos nuevos y la concepción del estudiante como protagonista de la gestión de su aprendizaje.

En un aprendizaje basado en problemas se pretende que el estudiante construya su conocimiento sobre la base de problemas y situaciones de la vida real y que, además, lo haga con el mismo proceso de razonamiento que utilizará cuando sea profesional.

Mientras que tradicionalmente primero se expone la información y posteriormente se intenta aplicarla en la resolución de un problema, en el ABP, primero se presenta el problema, luego se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se vuelve al problema.

En el proceso de enseñar-aprender intervienen una amplia gama de funciones, entre otras: cerebrales motoras, cognitivas, memorísticas, lingüísticas y prácticas.

EL ABP se fundamenta en que conocer y, por tanto aprender implica ante todo una experiencia de construcción interior, opuesta a una actividad intelectual receptiva y pasiva. En este sentido, Piaget afirma que conocer no consiste en copiar lo real, sino en obrar sobre ello y transformarlo (en apariencia y en realidad), a fin de comprenderlo.

Este método sería el idóneo para introducirles el concepto de derivada, correspondiente al 4º Bloque de la asignatura, concretamente al tema 11, a través del siguiente problema:

Un cristalero trabaja con un cristal rectangular de 92 cm de largo por 50 cm de ancho. En un descuido golpea una de las esquinas y rompe un trozo de forma triangular. Para poder aprovechar el cristal, decide hacer un corte paralelo a uno de los bordes y así obtener otra vez una forma rectangular.



NO SE SI HACER EL CORTE PARALELO AL LADO MAYOR O AL LADO MENOR.

SE DEBEN HACER DOS CORTES, PARALELOS A LOS DOS BORDES, PASANDO POR EL PUNTO MEDIO DEL LADO AB.

YO LO HARÍA USANDO DERIVADAS!

El segundo ayudante comienza a hacer los siguientes cálculos:

1. Usando como eje de ordenadas el lado más largo del cristal y como eje de abscisas el lado más corto, se halla la ecuación de la recta que pasa por A y B.
2. Se elige un punto  $P(x, y)$  del segmento AB y se expresan las dos coordenadas en función de  $x$ ,  $P(x, f(x))$ .
3. Se halla la longitud de los lados del rectángulo que se obtiene si se corta el cristal mediante dos cortes paralelos a los bordes originales pasando por el punto P y se expresa la superficie del cristal rectangular que se obtiene como una función  $y = S(x)$ .
4. Se calcula el máximo de esta función.

¿De qué forma se aprovecha más superficie del cristal?

## Imagen 1<sup>6</sup>

Siguiendo los pasos propuestos en este método, la manera de resolverlo sería la siguiente:

1. Leer y analizar el escenario del problema, en este caso sería la identificación de la solución que da cada uno de los personajes.

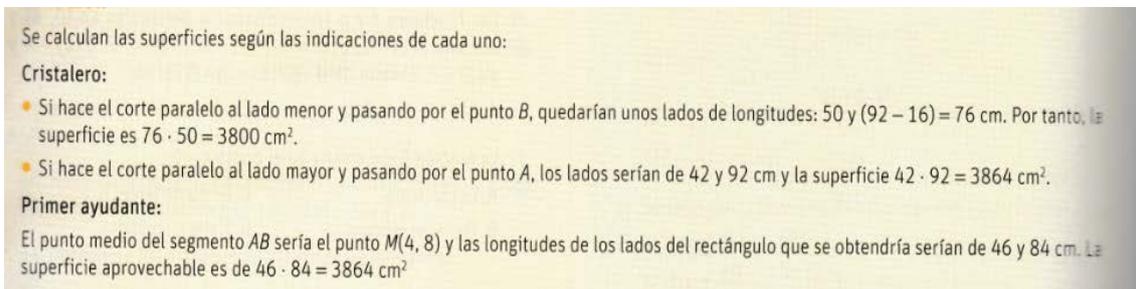
2. Realizar una lluvia de ideas: En este punto, deberán expresar a priori cual creen que es mejor opción, por qué y cómo se enfrentarían a la resolución.

3. Hacer una lista con aquello que conocen: En este punto, del dibujo se pueden obtener algunos datos y medidas, además, los alumnos llegados a este tema, conocen varios procesos matemáticos de los que se describen el ejercicio, pues ya son capaces de manejar la geometría analítica de la que precisa el ejercicio

4. Hacer una lista con aquello que no se conoce. Lo que no conocen es la solución que propone el segundo ayudante, pues no conocen el concepto de derivada y ni su utilidad.

5. Hacer una lista de aquello que debería hacerse para solucionar el problema. Parece claro que lo que debería hacerse es calcular la solución de las tres maneras que propone el ejercicio para compararlas y escoger la óptima.

6. Definir el problema. Llegados a este punto, los alumnos deberían empezar a enfrentarse al problema, empezando a operar y resolviendo aquello que saben. No debería tener ningún problema a la hora de hallar los resultados propuestos por el cristalero y el primer ayudante, pues como ya he mencionado, son algoritmos con los que ya habrán trabajado durante el curso. Así pues, estos resultados deberían ser los obtenidos hasta este momento.



## Imagen 2

7. Obtener información. Para completar el ejercicio, todavía tendría que hallar la solución propuesta por el segundo ayudante, como para ellos es algo nuevo, deberán recabar

<sup>6</sup> Imágenes propias del libro matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 4º eso savia.

información, interesarse por el concepto de derivada, sus aplicaciones y su método de resolución, en este apartado el profesor les dará pinceladas y les orientara para que sean capaces de resolverlo. La solución del último resultado es:

**Segundo ayudante:**

- La ecuación de la recta que pasa por  $A(8, 0)$  y  $B(0, 16)$  es de la forma  $y = mx + b$ .
  - Como la ordenada en el origen es 16, la ecuación es de la forma  $y = mx + 16$ .
  - Debe pasar por  $B(8, 0)$ , entonces  $0 = 8m + 16 \Rightarrow m = -2$ .
 Por tanto, la ecuación de la recta es  $y = -2x + 16$ .
- Las coordenadas del punto  $P$  son  $(x, 16 - 2x)$ .
- La longitud del lado menor será  $(50 - x)$  y la del mayor es  $(92 - (16 - 2x)) = 76 + 2x$ .  
 Por tanto, la superficie será:  $S(x) = (50 - x)(76 + 2x) = -2x^2 + 24x + 3800$ . Su dominio es el intervalo  $[0, 8]$ .
- Para hallar el máximo de  $S(x)$ , se deriva la función y se obtiene  $S'(x) = (24 - 4x)$  que se anula para  $x = 6$ . Como  $S'(x) > 0$  para valores de  $x \in (0, 6) \Rightarrow f$  es creciente en ese intervalo.  
 $S'(x) < 0$  para valores de  $x \in (6, 8) \Rightarrow f$  es decreciente en ese intervalo.  
 Por tanto, para  $x = 6$  la función alcanza un máximo relativo que es absoluto. El máximo es  $S(6) = 3872 \text{ cm}^2$  y se alcanza cortando por el punto  $P(6, 4)$ .

Se aprovecha más cristal, usando el método del segundo ayudante.

Imagen 3.

8. Presentar resultados: Una vez calculados todos los resultados, deberán presentarlos en una tabla, exponer cual es la mejor solución que resuelve el ejercicio planteado, y por qué.

PERSONA	RESULTADO DEL AREA
CRISTALERO	3864 cm <sup>3</sup>
1º AYUDANTE	3864 cm <sup>3</sup>
2º AYUDANTE	3872 cm <sup>3</sup>

Por tanto, se aprovecha más cristal usando el método del segundo ayudante.

Creo que esta metodología es apropiada para introducir el concepto de derivada de una función, pues es un concepto imprescindible en las matemáticas y que suele costar bastante a los alumnos, por su dificultad a la hora de ver sus aplicaciones.

Aunque las derivadas son un tema que se estudia sobre todo en Bachillerato, me parece buena opción que lo alumnos empiecen a familiarizarse con ellas en este curso.

- **La resolución de problemas.**

Se trata de que los estudiantes desarrollen las soluciones adecuadas mediante la ejercitación de rutinas, la aplicación de fórmulas, la aplicación de procedimientos de transformación de la información disponible, la aplicación de algoritmos matemáticos y la interpretación de los resultados.

Esta metodología va muy relacionada con la lección magistral, ya que en la resolución de problemas se pretende que el alumno aplique lo aprendido en la lección.

Debido a que será la técnica más usada, los ejemplos los desarrollaré más adelante, con ejemplos para los temas del Bloque V

- **Trabajo cooperativo.**

El Aprendizaje Cooperativo se caracteriza por un comportamiento basado en la cooperación, esto es: una estructura cooperativa de incentivo, trabajo y motivaciones, lo que necesariamente implica crear una interdependencia positiva en la interacción alumno-alumno y alumno-profesor, en la evaluación individual y en el uso de habilidades interpersonales a la hora de actuar en pequeños grupos.

El trabajo en grupo permite que los alumnos se unan, se apoyen mutuamente, que tengan mayor voluntad, consiguiendo crear más y cansándose menos... ya que los esfuerzos individuales articulados en un grupo cooperativo cobran más fuerza.

Algunos modelos de trabajo cooperativo son los siguientes:

- Tutoría entre iguales: Es una técnica de trabajo cooperativo que consiste en emparejar alumnado con diferentes niveles de conocimientos y competencias para lograr una finalidad conocida concreta y compartida.

Esta técnica la usaré al final de muchos temas, donde tendrán que hacer una autoevaluación y en función de los resultados obtenidos por los alumnos, haré parejas donde los que más aciertos hayan tenido expliquen el porqué de esas respuestas a un compañero que haya cometido más errores. Más tarde los alumnos con más fallos, deberán salir a la pizarra a explicar al resto, en que habían fallado y cuál es la solución correcta que han aprendido de su pareja.

Un ejemplo<sup>7</sup> de autoevaluación es la siguiente, perteneciente, el tema 3: Ecuaciones y sistemas, aunque como he indicado lo usaré en bastantes temas.

---

<sup>7</sup> <http://www.recursos1clic.es/2016/11/libro-matematicas-orientadas-academicas-4-eso-sm-savia-solucionario.html?m=1>

**AUTOEVALUACIÓN**

**1. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.**

a)  $\frac{3(-2x+1)}{2} - 5(x-3) = \frac{3x-1}{4} + \frac{1}{2}$

b)  $6x^4 + 7x^3 - 52x^2 - 63x - 18 = 0$

a)  $\frac{3(-2x+1)}{2} - 5(x-3) = \frac{3x-1}{4} + \frac{1}{2} \Rightarrow -12x + 6 - 20x + 60 = 3x - 1 + 2 \Rightarrow -35x = -65 \Rightarrow x = \frac{65}{35} = \frac{13}{7}$

b)  $P(x) = 6(x-3)(x+3) \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow$  Soluciones:  $x = 3, x = -3, x = -\frac{2}{3}$  y  $x = -\frac{1}{2}$

3	6	7	-52	-63	-18
		18	75	69	18
-3	6	25	23	6	0
		-18	-21	-6	
	6	7	2	0	

 $6x^2 + 7x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{12} = \frac{-7 \pm 1}{12} = \begin{cases} \frac{-8}{12} = \frac{-2}{3} \\ \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2} \end{cases}$

**2. Resuelve estas ecuaciones racionales.**

a)  $\frac{4x+5}{3} = \frac{1}{2x+3}$

b)  $\frac{x^2-3}{2} = \frac{-3}{2x^2+1}$

c)  $\frac{3}{x-2} + \frac{8}{x+5} = \frac{x+1}{x^2+3x-10}$

a)  $\frac{4x+5}{3} = \frac{1}{2x+3} \Rightarrow (4x+5)(2x+3) = 3 \Rightarrow 8x^2 + 22x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{-22 \pm \sqrt{100}}{16} = \begin{cases} \frac{-2}{16} = \frac{-1}{8} \\ \frac{-12}{16} = \frac{-3}{4} \end{cases}$

b)  $\frac{x^2-3}{2} = \frac{-3}{2x^2+1} \Rightarrow (x^2-3)(2x^2+1) = -6 \Rightarrow 2x^4 - 5x^2 + 3 = 0$

$2x^4 - 5x^2 + 3 = 0$  y  $z = x^2 \Rightarrow 2z^2 - 5z + 3 = 0 \Rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ z = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$

c)  $\frac{3}{x-2} + \frac{8}{x+5} = \frac{x+1}{x^2+3x-10} \Rightarrow \frac{3(x+5) + 8(x-2)}{(x-2)(x+5)} = \frac{x+1}{(x-2)(x+5)} \Rightarrow 3x + 15 + 8x - 16 = x + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

**3. Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a)  $\sqrt{4x+13} + 2 = \sqrt{-2x+3}$

b)  $\log_3 \sqrt[5]{81} = 3x + 2$

c)  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

a)  $\sqrt{4x+13} + 2 = \sqrt{-2x+3} \Rightarrow 2\sqrt{4x+13} = -3x - 7 \Rightarrow 9x^2 + 26x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-26 \pm 28}{18} = \begin{cases} \frac{1}{9} \\ -3 \end{cases}$

•  $\sqrt{\frac{4}{9} + 13} + 2 \neq \sqrt{-\frac{2}{9} + 3} \Rightarrow x = \frac{1}{9}$  no es solución •  $\sqrt{-12 + 13} + 2 = \sqrt{6 + 3} \Rightarrow x = -3$  es solución

b)  $\log_3 \sqrt[5]{81} = 3x + 2 \Rightarrow \sqrt[5]{81} = 3^{3x+2} \Rightarrow 3^{\frac{4}{5}} = 3^{3x+2} \Rightarrow \frac{4}{5} = 3x + 2 \Rightarrow 4 = 15x + 10 \Rightarrow x = \frac{-6}{15} = \frac{-2}{5}$

c)  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Rightarrow 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

$3^x = z \Rightarrow z^2 - 10z + 9 = 0 \Rightarrow z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow x = 2 \\ 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$

4. Resuelve el siguiente sistema lineal:  $\begin{cases} 2x + 5y = 19 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 19 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 19 \\ y = 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow 2x + 5(3x - 3) = 19 \Rightarrow 2x + 15x - 15 = 19 \Rightarrow 17x = 34 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$$

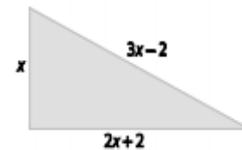
5. Resuelve el siguiente sistema no lineal:  $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 29 \\ x^2 - 4y = 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 29 \\ x^2 - 4y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 29 \\ 3x^2 - 12y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 29 \\ 2y^2 + 12y = 14 \end{cases} \Rightarrow y^2 + 6y - 7 = 0 \Rightarrow y = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2} \Rightarrow y = \begin{cases} 1 \Rightarrow x = \pm 3 \\ -7 \Rightarrow x^2 = -23 \text{ Sin solución} \end{cases}$$

6. ¿Cuánto mide la hipotenusa de este triángulo rectángulo?

$$(3x - 2)^2 = x^2 + (2x + 2)^2 \Rightarrow 9x^2 + 4 - 12x = x^2 + 4x^2 + 4 + 8x \Rightarrow 4x^2 - 20x = 0$$

$$\Rightarrow 4x(x - 5) = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{5} \Rightarrow \text{La hipotenusa del triángulo mide } 3 \cdot 5 - 2 = 13.$$



7. Un grupo de estudiantes decide contratar un autobús. Si cada uno paga 14 euros, faltarán 4 € para poder pagar el autobús, pero si cada uno paga 16 €, sobrarán 6 €. ¿Cuántos euros debe pagar cada uno para recaudar el precio exacto?

Llamamos  $x$  al precio del autobús e  $y$  al número de alumnos que van a la excursión.

$$\begin{cases} x = 14y + 4 \\ x = 16y - 6 \end{cases} \Rightarrow 14y + 4 = 16y - 6 \Rightarrow 10 = 2y \Rightarrow y = 5 \Rightarrow x = 74$$

El precio del autobús es 74 € y van 5 amigos. Cada uno tendrá que pagar 14,80 €.

• Enseñanza recíproca: Como su nombre indica, el objetivo que se pretende conseguir es que cada persona enseñe a otra y, a su vez, aprenda de ésta. Se trata de nuevo de grupos heterogéneos en los que es fundamental para la realización de la tarea final que cada persona complete el apartado que le corresponde. Un ejemplo de esta enseñanza, es el método conocido como folio giratorio<sup>8</sup>, que consiste en lo siguiente: Se encomienda una tarea. Un miembro del grupo empieza a escribir su parte o su aportación en un folio “giratorio”. Mientras tanto, los demás se fijan en como lo hace el compañero, pueden ayudarlo, corregirle, animarle... A continuación lo pasa al compañero de al lado siguiendo la dirección de las agujas del reloj para que escriba su parte de la tarea en el folio, así uno a uno hasta que todos los miembros del equipo han participado en el desarrollo de la tarea.

Esta técnica la usare para trabajar los dominios del tema de funciones, me parece apropiado, ya que, aun siendo el mismo concepto de dominio en todos los casos, a la hora de obtenerlo, no se

<sup>8</sup> <https://donboscoeduca.com/2016/09/19/tecnica-cooperativa-el-folio-giratorio/>

ejecuta de la misma manera dependiendo del tipo de función. La idea es, que cada uno haga el dominio de un tipo de función y se lo explique a sus compañeros

### **TRABAJO COOPERATIVO. FOLIO GIRATORIO**

1.- Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a)  $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$                       b)  $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x-2}}$

2.- Dadas las funciones:  $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$ ;  $g(x) = x^2 - 1$ . Calcula  $g \circ f$ ;  $f \circ g$

3.- Calcula la función inversa:

a)  $f(x) = \frac{x}{x+2}$                       b)  $f(x) = 2(x - 4)^3 + 5$

• Juegos de rol (Role-play) Dentro de esta propuesta hay una gran variedad de posibles puestas en práctica. Una de ellas proponer la resolución del problema de manera que cada alumno sea un personaje, con un cometido diferenciado. Así, al presentar el problema a partir de diferentes personajes, con responsabilidades diferentes y pedirles a los miembros del grupo que asuman cada uno un rol, se fuerza a la interdependencia, puesto que todos los personajes serán necesarios para abordar el problema. Por otro lado, cada uno de los personajes recibe la información relacionada con su tarea, por lo que se deben responsabilizar con su propio trabajo en beneficio del grupo. Esta situación favorece la interdependencia cara a cara, obliga a ejercitar intercambios de información y propicia, por tanto, el desarrollo de habilidades sociales, también obliga a organizar la información y presentarla de forma clara, así como a escuchar a los demás miembros del grupo. Esta técnica la utilizaré en alguna de las sesiones al final de curso, para que trabajen los alumnos que tienen toda la materia aprobada, mientras el resto realizan las recuperaciones. Un ejemplo<sup>9</sup> de esta técnica sería el siguiente:

Cooperativa de Agricultores LA TOMATINA ha vendido, durante el pasado mes de Marzo, a un país de la Comunidad Europea una partida de patatas, envasadas en bolsas de 4 kilos, al precio de 1 Euro cada bolsa. En total la Cooperativa ha recibido un importe de 15.000 Euros.

- a) ¿De cuántos kilos de patatas se componía el envío
- b) ¿Cuál ha sido el precio de venta, expresado en pesetas, de cada kilo de patatas? (Debes recordar que 6 Euros equivalen a 1.000 Pesetas)
- c) Esa misma Cooperativa también vendió una partida de aguacates, por la que recibió un importe de 12.600 Euros. Esa partida estaba compuesta por 14.000 kilos, envasados en cajas de 2 kilos. ¿A cómo vendió la cooperativa cada caja?

En este país los productos se venden en el mercado al doble de lo que se han pagado a los españoles. Suponiendo que en ese país un ciudadano compra en un supermercado 2 bolsas de patatas y 1 caja de aguacates, y entrega para pagar un billete de 10 Euros, introduce en un sobre el cambio que le debe devolver el empleado del supermercado. El problema propuesto queda como sigue:

---

9

[http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/dia6/eu\\_2027/adjuntos/zubirik\\_zubi/materiales\\_educacion\\_primaria/CURRICULUMA/32\\_\\_apren-coop.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/dia6/eu_2027/adjuntos/zubirik_zubi/materiales_educacion_primaria/CURRICULUMA/32__apren-coop.pdf)

La Cooperativa Agrícola LA TOMATINA cultiva y vende alguno de los frutos tropicales que se producen en la Costa de Granada.

Al final del mes de Marzo se reúnen el TESORERO, el ENCARGADO DE NEGOCIOS y el ALMACENISTA de la Tomatina, para hacer balance de lo que han vendido en el año 2000 hasta ese momento.

El TESORERO de la Cooperativa es el que se ocupa de las cuentas, tiene que saber lo que se gasta y lo que se recibe (ingresos). Se ocupa de la cuenta bancaria de la cooperativa.

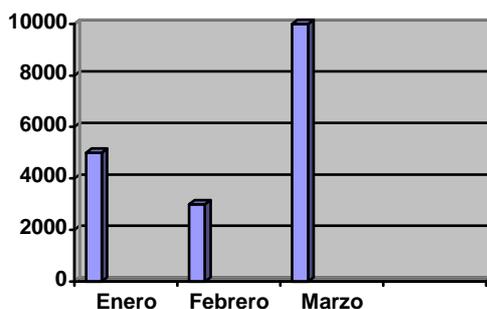
El ENCARGADO DE NEGOCIOS es el que realiza las ventas y compras. Sabe cuánto se vende, el precio de cada producto, y los encargos que se han hecho. Tiene que ofrecer los productos a otros para que los compren.

El ALMACENISTA es el responsable de la fruta, sabe cómo se almacena, cómo se envasa, qué hay en el almacén, etc. Lleva el registro de lo que entra y sale en el almacén

Cada uno de vosotros va a ser uno de estos tres personajes, así que repartir los papeles y que cada uno elija el sobre que le corresponda. En estos sobres encontraréis las informaciones que tiene cada personaje. Poned en común estas informaciones y, trabajando en equipo, responded a las cuestiones y realizad las tareas que se os piden en la hoja siguiente.

### CUESTIONES

- 1) ¿Cuántos Kilos de mangos se han vendido en Bélgica?
- 2) ¿Cuál es el precio en pesetas del kilo de aguacates?
- 3) ¿A qué precio vendió la Cooperativa cada caja de aguacates?
- 4) Obtener todas las bolsas diferentes de tres frutos variados que se hacen en la cooperativa
- 5) La siguiente gráfica muestra los kilos de mangos que se han vendido en los tres meses del año.



2000. Rellenar la siguiente tabla con estos datos

		Enero	Febrero	Marzo	Total
Número	Kilos				
Ganancia					

6) M. Poirot, ciudadano belga compra en el supermercado de su barrio 2 bolsas de mangos y una caja de aguacates. Entrega un billete de 10 Euros. Introduce en el sobre del Tesorero el cambio que le da el empleado del supermercado a M. Poirot.

Contenido de los sobres:

#### TESORERO

- 6 Euros = 1000 pesetas
- La venta de aguacates a Bélgica le ha producido a la Cooperativa 12.600 Euros
- Por la venta de bananas a Francia se han ingresado 12.66 Euros
- Se han recibido 15.000 Euros por la venta de mangos a Bélgica

#### ENCARGADO DE NEGOCIOS

- Rusia ha pedido 3000 kilos de kiwis
- Los mangos se venden a 1 Euro la bolsa
- En Bélgica venden la fruta que compran a la Cooperativa al doble de lo que les ha costado
- Se han vendido 14.000 kilos de aguacates a Bélgica

#### ALMACENISTA

- Los mangos se venden en bolsas de 4 kilos
- Las bananas se almacenan en piñas de 12 kilos
- Los aguacates se envasan en cajas de 2 kilos
- En la Cooperativa se trabaja con 5 frutas: Aguacates, Bananas, Chirimoyos, Kiwis y Mangos. Se preparan bolsas de frutas variadas en las que se introducen tres tipos distintos.

(Además, cada uno de los sobres contiene 2 cartulinas representando las frutas, -verdes para los Aguacates, amarillas para las Bananas, blancas para los Chirimoyos, marrones para los Kiwis y naranjas para los Mangos-, y un juego de billetes de Euros)

- **Aprendizaje basado en proyectos.**

El Aprendizaje Basado en Proyectos, es una estrategia que, permite a los estudiantes generar aprendizajes significativos. Deben tener un precedente teórico para poder desarrollar un

proyecto. Esta estrategia, es muy útil cuando se implementa con la intención de entrelazar la parte teórica y la práctica, además de que los proyectos permiten desarrollar en el estudiante propiamente habilidades de investigación.

Esta estrategia la llevaré a cabo de la siguiente manera:

-En primer lugar les planteare el siguiente problema para que lo resuelvan:

El Ayuntamiento de Valladolid, ha decidido construir viviendas de protección oficial en un terreno, y para ello ha contratado un estudio de arquitectos.

Los encargados municipales no les han proporcionado las medidas y para ello ha ido un arquitecto técnico a hacer las mediciones.

Luego han presentado el estudio, incluyendo redes geodésicas del terreno formadas por puntos desde los cuales se miden con gran precisión y que, además son vértices de triángulos adosados unos a otros.

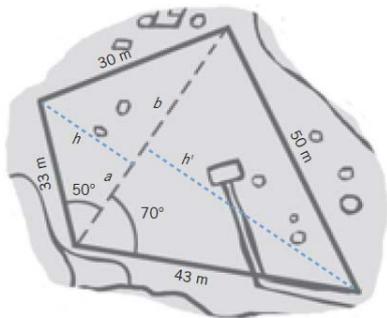


Imagen extraída de internet

Con estos datos determina la parte del terreno que va a ser edificable.

Solución<sup>10</sup>:

<sup>10</sup> [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/41000089/helvia/aula/archivos/repositorio//0/37/solucionario\\_libro\\_4esob.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/41000089/helvia/aula/archivos/repositorio//0/37/solucionario_libro_4esob.pdf)

$$h = 33 \cdot \text{sen } 50^\circ = 25,28 \text{ m}$$

$$a = 33 \cdot \text{cos } 50^\circ = 21,21 \text{ m}$$

$$b = \sqrt{30^2 - 25,28^2} = 16,15 \text{ m}$$

$$h' = 43 \cdot \text{sen } 70^\circ = 40,41 \text{ m}$$

$$A_{ACD} = \frac{(a + b) \cdot h}{2} = \frac{37,36 \cdot 25,28}{2} = 472,23 \text{ m}^2$$

$$A_{ABC} = \frac{(a + b) \cdot h'}{2} = \frac{37,36 \cdot 40,41}{2} = 754,86 \text{ m}^2$$

$$A = A_{ACD} + A_{ABC} = 472,23 + 754,86 = 1.227,09 \text{ m}^2$$

La superficie del terreno que será edificable es de 1.227,09 m<sup>2</sup>.

- Una vez hecha esta actividad en clase, les pediré, que se valgan de portales web, google maps, webs de venta y alquiler... y de las herramientas que quieran, para buscar solares en Valladolid, conseguir sus medidas y calcular el área edificable, tal y como hemos hecho en clase. Además tendrán que presentar el proyecto en Geogebra, ya que es una herramienta que usaremos a lo largo del curso, sobre todo en el bloque de geometría.

- **Los contratos de aprendizaje.**

El contrato de aprendizaje es una herramienta que permite acotar qué actividades y qué resultados ha de obtener, mediante aprendizaje supervisado, en unos plazos concretos un estudiante. Se trata de una modalidad de acuerdo formal entre partes que vincula a una persona que quiere formarse (formando) con una persona de su entorno profesional (mentor). Este asume el compromiso de efectuar un seguimiento de los progresos, estancamientos o fracasos del formando durante un período determinado. Esta metodología, no la usaré, ya que creo que no es apropiada en un curso de 4º de la E.S.O

## **7. DESARROLLO DE UNIDADES DIDACTICAS.**

Cómo ya he explicado al principio de este trabajo, me centraré en el último de bloque del curso, muchos de los puntos de la unidad la han sido tratados antes, por lo que me limitare a hacer una breve referencia.

### **7.1 INTRODUCCION CONTEXTUAL.**

Se trata de unidades didácticas correspondientes a la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas

### **7.2 CONTRIBUCION A LAS COMPETENCIAS CLAVE.**

Las competencias clave ya han sido nombradas y explicadas en el punto 4.

En este apartado presento la relación de competencias sus descriptores y su desempeño, de los temas pertenecientes al bloque V, en el cual baso el trabajo.

### **TEMA 12 COMBINATORIA.**

Competencia	Descriptor	Desempeño
<i>Comunicación lingüística</i>	Comprender el sentido de los textos escritos y orales.	Extrae los datos necesarios de los problemas de combinatoria planteados en esta unidad.
	Componer distintos tipos de textos creativamente y con sentido literario.	Describe el interés del ser humano por estudiar las combinaciones de forma creativa y original.
<i>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología</i>	Organizar información utilizando procedimientos matemáticos.	Organiza la información para plantear y resolver problemas de combinatoria.
<i>Competencia digital</i>	Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.	Utiliza hojas de cálculo para resolver problemas de combinatoria.
<i>Aprender a aprender</i>	Aplicar estrategias para la mejora del pensamiento creativo, crítico, emocional, independiente...	Imagina y crea a partir de lo aprendido.
<i>Competencias sociales y cívicas</i>	Desarrollar capacidad de diálogo con los demás en situaciones de convivencia y trabajo para la resolución de conflictos.	Media en conflictos que aparecen entre los compañeros y las compañeras en el trabajo en grupo.
<i>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor</i>	Ser constante en el trabajo superando las dificultades.	Identifica sus errores y busca la forma de superarlos.
	Contagiar entusiasmo por la tarea y confianza en las posibilidades de alcanzar objetivos.	Anima a sus compañeras y compañeros en la realización de diferentes tareas.
<i>Conciencia y expresiones culturales</i>	Valorar la interculturalidad como una fuente de riqueza personal y cultural.	Reinterpreta obras significativas distinguiendo sus rasgos singulares.

## **TEMA 13.PROBABILIDAD**

Competencia	Descriptor	Desempeño
<i>Comunicación lingüística</i>	Respetar las normas de comunicación en cualquier contexto: turno de palabra, escucha atenta al interlocutor...	Participa, escucha y aporta respetuosamente sus opiniones en debates que se generen sobre probabilidades de sucesos.
<i>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología</i>	Resolver problemas seleccionando los datos y las estrategias apropiadas.	Aplica la estrategia del diagrama de árbol cuando es necesaria y selecciona otras estrategias dependiendo de las características del problema.
	Expresarse con propiedad en el lenguaje matemático.	Argumenta de forma lógica la imposibilidad de predecir sucesos independientes.
<i>Competencia digital</i>	Seleccionar el uso de las distintas fuentes según su fiabilidad.	Utiliza cálculos probabilísticos como elemento para seleccionar fuentes de información.
<i>Aprender a aprender</i>	Aplicar estrategias para la mejora del pensamiento creativo, crítico, emocional, interdependiente...	Desarrolla cálculos de probabilidad relacionados con el deporte, el arte, la cultura...
	Tomar conciencia de los procesos de aprendizaje.	Identifica estrategias que le posibilitan la comprensión y la resolución de problemas de probabilidad.
<i>Competencias sociales y cívicas</i>	Aprender a comportarse desde el conocimiento de los distintos valores.	Se dirige a sus compañeras y compañeros con un lenguaje respetuoso.
<i>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor</i>	Mostrar iniciativa personal para iniciar o promover acciones nuevas.	Ante demandas del entorno, toma la iniciativa y decide.
	Asumir riesgos en el desarrollo de tareas y proyectos.	Actúa con autonomía incluso en situaciones complicadas.
<i>Conciencia y expresiones culturales</i>	Elaborar trabajos y presentaciones con sentido	Elabora trabajos sobre la materia con cuidado y sentido estético.

	estético.	
--	-----------	--

#### **TEMA 14. ESTADISTICA**

Competencia	Descriptor	Desempeño
<i>Comunicación lingüística</i>	Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.	Realiza comunicaciones escritas de estudios estadísticos utilizando su conocimiento de las normas lingüísticas, gramaticales y ortográficas.
	Comprender el sentido de los textos escritos y orales.	Identifica y extrae los datos proporcionados en problemas de estadística.
<i>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología</i>	Reconocer la importancia de la ciencia en nuestra vida cotidiana.	Reconoce la importancia del estudio estadístico para obtener conclusiones científicas importantes.
<i>Competencia digital</i>	Elaborar y publicitar información propia derivada de información obtenida a través de medios tecnológicos.	Saca conclusiones propias a partir de datos obtenidos de medios tecnológicos.
	Utilizar los distintos canales de comunicación audiovisual para transmitir informaciones diversas.	Presenta trabajos individuales o grupales sobre el tema haciendo uso de las TICS
<i>Aprender a aprender</i>	Tomar conciencia de los procesos de aprendizaje.	Identifica y utiliza los conocimientos y las estrategias de estadística aprendidos en cursos anteriores.
<i>Competencias sociales y cívicas</i>	Concebir una escala de valores propia y actuar conforme a ella.	Analiza de forma crítica estudios estadísticos, de acuerdo a la muestra elegida y a las conclusiones obtenidas, contrastándolas con su propio juicio.

<i>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor</i>	Asumir con responsabilidad social y sentido ético el trabajo.	Conoce cuáles son las consecuencias de sus acciones.
<i>Conciencia y expresiones culturales</i>	Mostrar respeto hacia el patrimonio cultural mundial en sus distintas vertientes (artístico-literaria, etnográfica, científico-técnica...) y hacia las personas que han contribuido a su desarrollo.	Identifica rasgos culturales en las obras de arte y aportaciones a la reflexión científica.

### 7.3 OBJETIVOS Y CONTENIDOS.

Los objetivos y contenidos por bloques ya han sido explicados a grandes rasgos. En este apartado me centro en su relación en cada uno de los temas.

#### **TEMA 1. Números reales.**

##### Conocimientos mínimos

- Reconocimiento de números racionales e irracionales.
- Representación aproximada de un número cualquiera sobre la recta real. - Manejo diestro de intervalos y semirrectas.
- Interpretación de radicales. Cálculo mental.
- Utilización de la forma exponencial de los radicales.
- Utilización diestra de la calculadora para operar con potencias y raíces.
- Conocimiento de las propiedades de los radicales.
- Racionalización de denominadores en casos sencillos.
- Utilización razonable de los números aproximados en su expresión decimal. Truncamientos y redondeos. Relación del error cometido (absoluto o relativo) con las cifras significativas utilizadas.
- Escritura e interpretación de números en notación científica. Utilización de la calculadora para operarlos.
- Noción de logaritmo de un número. Obtención de un logaritmo a partir de la definición o con ayuda de la calculadora.

##### Complementos importantes

- Obtención de una cota del error absoluto o del error relativo de un número aproximado. - Operaciones con números en notación científica.

- Representación de radicales sobre la recta real mediante métodos geométricos.
- Utilización de la calculadora en el modo científico SCI.
- - Justificación de la irracionalidad de  $\sqrt{2}$   $\sqrt{3}$
- Comprensión de la irracionalidad de  $\pi$  y  $\phi$ .
- Justificación de las propiedades de los radicales.
- Manejo muy diestro de las operaciones con radicales, buscando la expresión resultante más adecuada para el fin que se persiga.
- Obtención de algunas propiedades de los logaritmos.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer los distintos conjuntos numéricos que configuran el conjunto de los números reales y dominar los conceptos y los procedimientos con los que se manejan (decimales, notación científica, radicales, logaritmos).

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Números decimales</b> - Expresión decimal de los números aproximados. Cifras significativas. - Redondeo de números.  - Asignación de un número de cifras acorde con la precisión de los cálculos y con lo que esté expresando. - Error absoluto y error relativo. - Cálculo de una cota del error absoluto y del error relativo cometidos. - Relación entre error relativo y el número de cifras significativas utilizadas.  - Cálculo con porcentajes. Índices de variación. Interés simple y compuesto	1. Manejar con destreza la expresión decimal de un número y la notación científica y hacer aproximaciones, así como conocer y controlar los errores cometidos.	1.1. Domina la expresión decimal de un número o una cantidad y calcula o acota los errores absoluto y relativo en una aproximación.
		1.2. Realiza operaciones con cantidades dadas en notación científica y controla los errores cometidos (sin calculadora).
		1.3. Usa la calculadora para anotar y operar con cantidades dadas en notación científica, y controla los errores cometidos.
		2. Conocer los números reales, los distintos conjuntos de números y los intervalos sobre
		2.1. Clasifica, ordena, compara y representa sobre la recta números de distintos tipos.

<p><b>La notación científica</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lectura y escritura de números en notación científica.</li> <li>- Manejo de la calculadora para la notación científica.</li> </ul> <p><b>Números no racionales. Expresión decimal</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconocimiento de algunos irracionales. Justificación de la irracionalidad de <math>\sqrt{2}, \sqrt{3}</math></li> </ul> <p><b>Los números reales. La recta real</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Representación exacta o aproximada de distintos tipos de números sobre <b>R</b>.</li> <li>- Intervalos y semirrectas. Nomenclatura.</li> </ul> <p><b>Raíz n-ésima de un número. Radicales - Propiedades.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresión de raíces en forma exponencial, y viceversa.</li> <li>- Utilización de la calculadora para obtener potencias y raíces cualesquiera.</li> <li>- Propiedades de los radicales. Simplificación. Racionalización de denominadores.</li> </ul> <p><b>Noción de logaritmo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo de logaritmos a partir de su definición.</li> </ul>	la recta real.	2.2. Conoce y utiliza las distintas notaciones para los intervalos y su representación gráfica.
	3. Conocer el concepto de raíz de un número, así como las propiedades de las raíces, y aplicarlos en la operatoria con radicales.	3.1. Utiliza la calculadora para el cálculo numérico con potencias y raíces.
		3.2. Interpreta y simplifica radicales.
		3.3. Opera con radicales.
	4. Manejar expresiones irracionales en la resolución de problemas.	3.4. Racionaliza denominadores.
5. Conocer la definición de logaritmo y relacionarla con las potencias y sus propiedades.	5.1. Calcula logaritmos a partir de la definición y de las propiedades de las potencias.	

## TEMA 2. Expresiones algebraicas

Conocimientos mínimos

- Dominio de la nomenclatura básica del álgebra.
- Manejo diestro de las igualdades notables. Reconocimiento de expresiones que den lugar a las mismas.
- Operaciones con polinomios. Cociente de polinomios.
- Regla de Ruffini. Utilización para efectuar una división, obteniendo cociente y resto, y para hallar el valor de un polinomio cuando  $x$  vale  $a$ .
- Expresión formal de un cociente de las formas siguientes:  $D = d \cdot c + r$  y  $\frac{D}{d} = c + \frac{r}{d}$
- Factorización de polinomios utilizando la regla de Ruffini, la identificación de igualdades notables y la resolución de ecuaciones para obtener algunas raíces o la constatación de que no las hay.
- Reconocimiento de polinomios irreducibles, así como de la relación de divisibilidad entre dos polinomios.
- Operaciones con fracciones algebraicas sencillas.
- Traducción de un enunciado a lenguaje algebraico.

#### Complementos importantes

- Justificación de la validez de la regla de Ruffini para dividir un polinomio entre  $x - a$ .
- Enunciado y demostración del teorema del resto.
- Aplicación diestra de la regla de Ruffini con calculadora. Si se consigue cierta agilidad, puede conseguirse el valor numérico de un polinomio de tercer o cuarto grado en unos segundos. Esta habilidad resultará útil en Bachillerato para representar funciones.
- Comprensión profunda del paralelismo entre la divisibilidad de polinomios y la numérica, así como entre las fracciones algebraicas y las numéricas.
- Operaciones con fracciones algebraicas cualesquiera.

#### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Dominar el manejo razonado de polinomios y fracciones algebraicas, enfatizando en la divisibilidad de los primeros y en su descomposición en factores.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Polinomios</b> - Terminología básica para	1. Manejar con destreza las operaciones entre polinomios y su	1.1. Realiza sumas, restas y multiplicaciones de polinomios.

<p>el estudio de polinomios.</p> <p><b>Operaciones con monomios y polinomios</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Suma, resta y multiplicación.</li> <li>- División de polinomios. División entera y división exacta.</li> <li>- Técnica para la división de polinomios.</li> </ul>	<p>descomposición factorial</p>	<p>1.2. Divide polinomios, pudiendo utilizar la regla de Ruffini si es oportuno.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- División de un polinomio por <math>x - a</math>. Valor de un polinomio para <math>x - a</math>. Teorema del resto.</li> </ul>		<p>1.3. Resuelve problemas utilizando el teorema del resto.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización de la regla de Ruffini para dividir un polinomio por <math>x - a</math> y para obtener el valor de un polinomio cuando <math>x</math> vale <math>a</math>.</li> </ul> <p><b>Factorización de polinomios</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Factorización de polinomios. Raíces.</li> <li>- Aplicación reiterada de la regla de Ruffini para factorizar un polinomio, localizando las raíces enteras entre los divisores del término independiente.</li> </ul> <p><b>Divisibilidad de polinomios</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Divisibilidad de polinomios. Polinomios irreducibles, descomposición factorial, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.</li> <li>- Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de polinomios.</li> </ul> <p><b>Fracciones algebraicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fracciones algebraicas. Simplificación. Fracciones equivalentes.</li> <li>- Obtención de fracciones algebraicas equivalentes</li> </ul>		<p>1.4. Factoriza un polinomio con varias raíces enteras.</p>
<p>2. Dominar el manejo de las fracciones algebraicas y sus operaciones.</p>	<p>2.1. Simplifica fracciones algebraicas.</p>	
<p>3. Traducir enunciados al lenguaje algebraico.</p>	<p>2.2. Opera con fracciones algebraicas.</p>	
	<p>3.1. Expresa algebraicamente un enunciado que dé lugar a un polinomio o a una fracción algebraica.</p>	

<p>a otras dadas con igual denominador, por reducción a común denominador.</p> <p>- Operaciones (suma, resta, multiplicación y división) de fracciones algebraicas.</p>		
---	--	--

### **TEMA 3. Ecuaciones y sistemas.**

#### Conocimientos mínimos

- Ecuaciones de segundo grado: tipos, resolución y discusión.
- Ecuaciones bicuadradas, con la incógnita en el denominador, con radicales... - Sistemas de ecuaciones lineales. Resolución.
- Resolución de sistemas de ecuaciones de distintos tipos.

#### Complementos importantes

- Relación de las raíces de una ecuación de segundo grado  $ax^2 + bx + c = 0$  con los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

- Elaboración de una ecuación con las soluciones deseadas.
- Obtención de la fórmula para resolver una ecuación de segundo grado.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Interpretar y resolver con destreza ecuaciones de diversos tipos, sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas e inecuaciones con una incógnita. Aplicar estas destrezas a la resolución de problemas.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	
<p><b>Ecuaciones</b></p> <p>Ecuaciones de segundo grado completas e incompletas. Resolución.</p> <p>Ecuaciones bicuadradas. Resolución.</p> <p>Ecuaciones con la <math>x</math> en el denominador. Resolución.</p> <p>Ecuaciones con radicales. Resolución.</p> <p><b>Sistemas de ecuaciones</b></p> <p>Resolución de sistemas de ecuaciones mediante los métodos de sustitución, igualación y reducción.</p> <p>Sistemas de primer grado.</p> <p>Sistemas de segundo grado. -</p> <p>Sistemas con radicales.</p> <p>Sistemas con variables en el denominador.</p>	<p>1. Resolver con destreza ecuaciones de distintos tipos y aplicarlas a la resolución de problemas.</p>	1.1 Resuelve ecuaciones de segundo grado y bicuadradas.	
		1.2 Resuelve ecuaciones con radicales y ecuaciones con la incógnita en el denominador.	
		1.3 Utiliza la factorización como recurso para resolver ecuaciones.	
		1.4 Formula y resuelve problemas mediante ecuaciones.	
		<p>2. Resolver con destreza sistemas de ecuaciones y aplicarlos a la resolución de problemas.</p>	2.1 Resuelve sistemas de ecuaciones lineales.
			2.2 Resuelve sistemas de ecuaciones no lineales.
			2.3 Formula y resuelve problemas mediante sistemas de ecuaciones.

### **TEMA 4 Inecuaciones y sistemas.**

#### Conocimientos mínimos.

- Resolución (gráfica y algebraica) de inecuaciones con una incógnita.
- Sistemas de inecuaciones con una incógnita. - Aplicación a problemas con enunciados.

### Objetivos didácticos

Interpretar y resolver con destreza inecuaciones con una incógnita. Aplicar estas destrezas a la resolución de problemas.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Inecuaciones</b> -Inecuaciones con una incógnita. -Resolución algebraica y gráfica. Interpretación de las soluciones de una inecuación. -Sistemas de inecuaciones -Resolución de sistemas de inecuaciones. -Representación de las soluciones de inecuaciones por medio de intervalos. Resolución de problemas - Resolución de problemas por procedimientos algebraicos.	1. Interpretar y resolver inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una o dos incógnitas.	1.1 Resuelve e interpreta gráficamente inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita
		1.2 Resuelve e interpreta inecuaciones no lineales con una incógnita.
		1.3 Formula y resuelve problemas mediante inecuaciones o sistemas de inecuaciones.

## **TEMA 5. SEMEJANZA**

### Conocimientos mínimos

- Reconocimiento de figuras semejantes y extracción de consecuencias de dicha semejanza.
- Obtención de la razón de semejanza entre dos figuras.
- Obtención de medidas reales a partir de un plano, un mapa o una maqueta, con su escala.
- Justificación de la semejanza de dos triángulos aplicando un criterio.
- Aplicación de la semejanza de triángulos para calcular longitudes, áreas o volúmenes.
- Aplicación de los teoremas del cateto y de la altura.

- Definición de las razones trigonométricas de un ángulo. Obtención gráfica (midiendo los segmentos sobre un triángulo rectángulo) y sobre el cuadrante goniométrico.

#### Complementos importantes

- Prueba de los criterios de semejanza de triángulos.
- Demostración del teorema del cateto.
- Demostración del teorema de la altura.
- Conocimiento de rectángulos con proporciones interesantes.

#### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer los conceptos básicos de la semejanza y aplicarlos a la resolución de problemas

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p><b>Figuras semejantes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Similitud de formas. Razón de semejanza.</li> <li>- La semejanza en ampliaciones y reducciones. Escalas. Cálculo de distancias en planos y mapas.</li> <li>- Propiedades de las figuras semejantes: igualdad de ángulos y proporcionalidad de segmentos.</li> </ul> <p><b>- Rectángulos de proporciones interesantes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- - Hojas de papel A4 (<math>\sqrt{2}</math>).</li> <li>- Rectángulos áureos (<math>\Phi</math>).</li> </ul> <p><b>Semejanza de triángulos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación de semejanza. Relaciones de proporcionalidad en los triángulos. Teorema de Tales.</li> <li>- Triángulos en posición de Tales.</li> </ul>	<p>1. Conocer los conceptos básicos de la semejanza y aplicarlos a la resolución de problemas.</p>	<p>1.1. Maneja los planos, los mapas y las maquetas (Incluida la relación entre áreas y volúmenes de figuras semejantes).</p>
		<p>1.2. Aplica las propiedades de la semejanza a la resolución de problemas en los que intervengan cuerpos geométricos.</p>
		<p>1.3. Aplica los teoremas del cateto y de la altura a la resolución de problemas.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Criterios de semejanza de triángulos.</li> </ul> <p><b>Semejanza de triángulos rectángulos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Criterios de semejanza.</li> </ul> <p><b>Aplicaciones de la semejanza</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Teoremas del cateto y de la altura.</li> <li>- Problemas de cálculo de alturas, distancias, etc.</li> <li>- Medición de alturas de edificios utilizando su sombra.</li> <li>- Relación entre las áreas y los volúmenes de dos figuras semejantes.</li> </ul>		<p>1.4. Utiliza las fórmulas para calcular áreas y volúmenes de triángulos, cuadriláteros, círculos, paralelepípedos, pirámides, conos, cilindros y esferas y las aplica para resolver problemas geométricos asignando las unidades adecuadas</p>
--	--	---

## **TEMA 6. Trigonometría y aplicaciones trigonométricas**

### Conocimientos mínimos

- Definición de las razones trigonométricas de un ángulo. Obtención gráfica (midiendo los segmentos sobre un triángulo rectángulo) y sobre el cuadrante goniométrico.
- Aplicación de las relaciones fundamentales para obtener una razón trigonométrica conocida otra de ellas.
- Obtención de las razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ .
- Dominio en el manejo de la calculadora para la obtención de razones trigonométricas de un ángulo, y viceversa.

### Resolución de triángulos rectángulos

- Aplicación de las relaciones fundamentales para obtener una razón trigonométrica conocida otra de ellas.
- Obtención de las razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ .
- Dominio en el manejo de la calculadora para la obtención de razones trigonométricas de un ángulo, y viceversa.
- Resolución de triángulos rectángulos.

### Complementos importantes

- Aplicación de la estrategia de la altura para resolver triángulos oblicuángulos.

- Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera.
- Relación entre las razones trigonométricas de ángulos complementarios.
- Resolución de ecuaciones trigonométricas sencillas.
- El radián y las funciones trigonométricas.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer las razones trigonométricas, manejarlas con soltura y utilizarlas para la resolución de triángulos.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p><b>Razones trigonométricas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Razones trigonométricas de un ángulo agudo: seno, coseno y tangente.</li> <li>- Cálculo gráfico de las razones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo.</li> <li>- Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera. Circunferencia goniométrica.</li> </ul> <p><b>Relaciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación entre las razones trigonométricas del mismo ángulo (relaciones fundamentales).</li> <li>- Razones trigonométricas de los ángulos más frecuentes (<math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> y <math>60^\circ</math>).</li> <li>- Aplicación de las relaciones fundamentales para calcular, a partir de una de las razones trigonométricas de un ángulo, las dos restantes.</li> </ul>	<p>1. Manejar con soltura las razones trigonométricas y las relaciones entre ellas.</p>	1.1. Obtiene las razones trigonométricas de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, conociendo los lados de este.
		1.2. Conoce las razones trigonométricas (seno, coseno y tangente) de los ángulos más significativos ( $0^\circ$ , $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ , $90^\circ$ ).
		1.3. Obtiene una razón trigonométrica de un ángulo agudo a partir de otra, aplicando las relaciones fundamentales.
		1.4. Obtiene una razón trigonométrica de un ángulo cualquiera conociendo otra y un dato adicional.
		1.5. Obtiene las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera dibujándolo en la circunferencia goniométrica y relacionándolo con alguno del primer cuadrante.
<b>Calculadora</b>	2. Resolver triángulos.	2.1. Resuelve triángulos rectángulos.

<p>-Obtención de las razones trigonométricas de un algoritmos o usando una calculadora científica.</p> <p>-Uso de las teclas trigonométricas de la calculadora científica para el cálculo de las razones</p>		<p>2.2. Resuelve triángulos oblicuángulos mediante la estrategia de la altura.</p>
--	--	--

## TEMA 7. Geometría analítica.

### Conocimientos mínimos

- Vectores. Operaciones.
- Punto medio de un segmento.
- Simétrico de un punto respecto de otro.
- Comprobación de que tres puntos están alineados.
- Condiciones de paralelismo y perpendicularidad de rectas. Aplicaciones.
- Obtención del punto de intersección de dos rectas.
- Rectas paralelas a los ejes coordenados.
- Distancia entre dos puntos.

### Complementos importantes

- Obtención razonada del punto medio de un segmento o de los puntos mediante los que un segmento queda partido en tres (o más) trozos iguales.
- Obtención del valor que debe tomar un parámetro para que dos rectas sean perpendiculares, o paralelas, o para que la distancia entre dos puntos sea la establecida.
- Ecuación de la circunferencia.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Introducirse en la geometría analítica con ayuda de los vectores. Resolver problemas de incidencia, paralelismo, perpendicularidad y obtener distancias.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Vectores en el</b>	1.Utilizar los vectores para	1.1 Halla el punto medio de un

<p><b>plano.</b></p> <p>-Vectores que representan puntos.</p> <p>-Relaciones analíticas entre puntos alineados</p> <p>-Punto medio de un segmento.</p> <p>-Simétrico de un punto respecto a otro.</p> <p>-Alineación de puntos.</p> <p><b>Ecuaciones de rectas</b></p> <p>-Ecuaciones de rectas bajo un punto de vista geométrico.</p> <p>-Forma vectorial, paramétrica, continua y general de la ecuación de una recta.</p> <p>-Resolución de problemas de incidencia (¿pertenece un punto a una recta?), intersección (punto de corte de dos rectas), paralelismo y perpendicularidad.</p> <p><b>Distancia entre dos puntos</b></p> <p>-Cálculo de la distancia entre dos puntos.</p> <p>-Ecuación de una circunferencia</p> <p>- Obtención de la ecuación de una circunferencia a</p>	<p>resolver problemas de geometría analítica.</p>	segmento.
		1.2 Halla el simétrico de un punto respecto de otro.
		1.3 Halla la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector..
		1.4 Relaciona una circunferencia (centro y radio) con su ecuación.
	<p>2. Manejar con soltura las distintas formas de la ecuación de una recta y resolver con ellas problemas de intersección, paralelismo y perpendicularidad.</p>	2.1 Calcula la ecuación de una recta de varias formas en función de los datos conocidos
		2.2 Obtiene la intersección de dos rectas definidas en algunas de sus múltiples formas.
		2.3 Resuelve problemas de paralelismo y perpendicularidad.

partir de su centro y su radio.	
-Identificación del centro y del radio de una circunferencia dada por su ecuación:	
$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$	

## TEMA 8. Funciones.

### Conocimientos mínimos

- Interpretación de funciones dadas mediante gráficas.
- Interpretación de funciones dadas mediante tablas de valores.
- Representación gráfica de una función dada por un enunciado.
- Reconocimiento de las características más importantes en la descripción de una gráfica.
- Obtención del dominio de definición de una función dada gráficamente o mediante una expresión analítica sencilla.
- Reconocimiento de la continuidad de una función.
- Descripción de los intervalos de crecimiento de una función.
- Estudio de la tendencia y periodicidad de una función.

### Complementos importantes

- Resolución de problemas, utilizando las características de las funciones implicadas en el problema. - Análisis de las características de una función dada mediante su gráfica.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Dominar el concepto de función, conocer las características más relevantes y las distintas formas de expresar las funciones.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
------------	-------------------------	--------------------------------------

<p><b>Concepto de función</b></p> <p>-Distintas formas de presentar una función: representación gráfica, tabla de valores y expresión analítica o fórmula.</p> <p>-Relación de expresiones gráficas y analíticas de funciones.</p>	<p>1. Dominar el concepto de función, conocer las características más relevantes y las distintas formas de expresar las funciones.</p>	<p>1.1 Dada una función representada por su gráfica, estudia sus características más relevantes (dominio de definición, recorrido, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad...).</p>
<p><b>Dominio de definición</b></p> <p>Dominio de definición de una función. Restricciones al dominio de una función.</p>		<p>1.2 Representa una función de la que se dan algunas características especialmente relevantes.</p>
<p>-Cálculo del dominio de definición de diversas funciones.</p>		<p>1.3 Asocia un enunciado con una gráfica.</p>
<p><b>Discontinuidad y continuidad de una función.</b></p> <p>-Razones por las que una función puede ser discontinua.</p> <p>-Construcción de discontinuidades.</p> <p><b>Crecimiento</b></p> <p>-Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.</p>		<p>1.4. Representa una función dada por su expresión analítica obteniendo, previamente, una tabla de valores.</p>

## Tema 9. Funciones elementales

### Conocimientos mínimos

- Asociación del crecimiento o decrecimiento de una recta con el signo de su pendiente.
- Representación de cualquier función lineal y obtención de la expresión analítica de cualquier recta.
- Representación de una función dada mediante tramos de rectas.
- Asignación de una ecuación a una función dada por tramos de rectas.
- La función cuadrática. Relación entre la forma de la curva y el coeficiente de  $x^2$ . Situación del vértice.
- Representación de una función cuadrática cualquiera.
- Intersección de rectas y parábolas.
- Funciones definidas a trozos, con participación de rectas y parábolas.
- Representación de funciones de la familia  $y = 1/x$ .
- Representación de funciones de la familia  $y = \sqrt{x}$
- Representación de funciones exponenciales y logarítmicas.
- Asociación de funciones elementales y sus correspondientes gráficas.

### Complementos importantes

- Representación de funciones de las familias anteriores, pero más complejas.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer gráfica y analíticamente diversas familias de funciones. Manejar diestramente algunas de ellas (lineales, cuadráticas...).
2. Interpretar y representar funciones definidas a trozos.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Función lineal</b> -Función lineal. Pendiente de una recta.  <b>Tipos de funciones lineales.</b> -Función de proporcionalidad y función constante. -Obtención de información a	1. Manejar con destreza las funciones lineales.	1.1 Representa una función lineal a partir de su expresión analítica.  1.2 Obtiene la expresión analítica de una función lineal conociendo su gráfica o alguna de sus características.

<p>partir de dos o más funciones lineales referidas a fenómenos relacionados entre sí.</p> <p>-Expresión de la ecuación de una recta conocidos un punto y la pendiente.</p> <p>-Funciones definidas a trozos</p> <p>-Funciones definidas mediante «trozos» de rectas.</p> <p><b>Representación.</b></p> <p>-Obtención de la ecuación correspondiente a una gráfica formada por trozos de rectas.</p> <p>Funciones cuadráticas</p> <p>Representación de funciones cuadráticas. Obtención de la abscisa del vértice y de algunos puntos próximos al vértice. Métodos sencillos para representar parábolas.</p> <p>Estudio conjunto de rectas y parábolas.</p> <p>Interpretación de los puntos de corte entre una función lineal y una cuadrática.</p> <p>Funciones radicales .</p> <p><b>Funciones de proporcionalidad</b></p>		1.3 Representa funciones definidas «a trozos».
		1.4 Obtiene la expresión analítica de una función definida «a trozos» dada gráficamente.
	2.Conocer y manejar con soltura las funciones cuadráticas.	2.1 Representa una parábola a partir de la ecuación cuadrática correspondiente.
		2.2 Asocia curvas de funciones cuadráticas a sus expresiones analíticas.
		2.3 Escribe la ecuación de una parábola conociendo su representación gráfica en casos sencillos.
		2.4 Estudia conjuntamente las funciones lineales y las cuadráticas (funciones definidas «a trozos», intersección de rectas y parábolas).
	3.Conocer otros tipos de funciones, asociando la gráfica con la expresión analítica.	3.1 Asocia curvas a expresiones analíticas (proporcionalidad inversa, exponenciales y logaritmos).
		3.2 Maneja con soltura las funciones de proporcionalidad inversa.
		3.3 Maneja con soltura las funciones exponenciales y las logarítmicas.

<p><b>inversa</b></p> <p>-La hipérbola.</p> <p>-Funciones exponenciales</p> <p>Funciones logarítmicas</p> <p>Obtención de funciones logarítmicas a partir de funciones exponenciales.</p> <p>Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente.</p>	<p>4. Interpretar y representar funciones definidas «a trozos».</p>	<p>4.1 Resuelve problemas de enunciado relacionados con distintos tipos de funciones.</p> <p>4.2 Representa una función dada «a trozos» con expresiones lineales o cuadráticas</p>
--	---	--

### **TEMA 10. Introducción al concepto de límite.**

Este tema no aparece dentro del currículum obligatorio de este curso como tal, pero dada su importancia a la hora de entender el concepto de derivada y de TVM, veo necesario, introducirle justo antes.

Este tema, sin embargo, sí que aparece en el libro que estoy utilizando como referencia, y que fue con el que trabaje en mi periodo de prácticas. Y creo que es necesario que se trabaje con límites antes de llegar a Bachillerato.

#### Contenidos mínimos.

- Limite una función en un punto.
- Límites laterales.
- Límites infinitos y en el infinito.
- Propiedad de los límites finitos. Indeterminaciones.
- Límites y continuidad.

#### Complementos importantes:

- Sucesiones y límites de sucesiones.

-El número e.

Objetivos didácticos.

1. Comprensión de la importancia de los límites y su aplicación. La importancia de los límites en el concepto de derivada.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p><b>Continuidad. Discontinuidades</b></p> <p>-Reconocimiento sobre la gráfica de la causa de la discontinuidad de una función en un punto.</p> <p>-Decisión sobre la continuidad o discontinuidad de una función.</p>	<p>1. Conocer el significado analítico y gráfico de los distintos tipos de límites e identificarlos sobre una gráfica.</p>	<p>1.1 Dada la gráfica de una función, reconoce el valor de los límites cuando <math>x \rightarrow +\infty</math>, <math>x \rightarrow -\infty</math>, <math>x \rightarrow a^-</math>, <math>x \rightarrow a^+</math>, <math>x \rightarrow a</math>.</p>
		<p>1.2 Interpreta gráficamente expresiones del tipo <math>\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \beta</math> (<math>\alpha</math> y <math>\beta</math> son <math>+\infty</math>, <math>-\infty</math> o un número), así como los límites laterales en un punto.</p>
<p><b>Límite de una función en un punto</b></p> <p>- Representación gráfica de las distintas posibilidades de límites en un punto.</p> <p>- Cálculo de límites en un punto:</p> <p>- De funciones continuas en el punto.</p> <p>- De funciones definidas a trozos.</p> <p>- De cociente de polinomios.</p>	<p>2. Adquirir un cierto dominio del cálculo de límites sabiendo interpretar el significado gráfico de los resultados obtenidos.</p>	<p>2.1 Calcula el límite en un punto de una función continua.</p> <p>Calcula el límite en un punto de una función racional en la que se anula el denominador y no el numerador y distingue el comportamiento por la izquierda y por la derecha.</p>
		<p>2.2 Calcula el límite en un punto de una función racional en la que se anulan numerador y denominador.</p>
		<p>2.3 Calcula los límites cuando <math>x \rightarrow +\infty</math> o <math>x \rightarrow -\infty</math>, de funciones polinómicas.</p>
		<p>2.4 Calcula los límites cuando <math>x \rightarrow +\infty</math> o <math>x \rightarrow -\infty</math>, de funciones racionales.</p>
<p><b>Límite de una función en <math>+\infty</math> o en <math>-\infty</math></b></p> <p>Representación gráfica de</p>		

<p>las distintas posibilidades de límites cuando <math>x \rightarrow +\infty</math> y cuando <math>x \rightarrow -\infty</math>.</p> <p>Cálculo de límites en el infinito:</p> <p>De funciones polinómicas.</p> <p>- De funciones racionales.</p>	<p>3. Conocer el concepto de función continua e identificar la continuidad o discontinuidad de una función en un punto.</p>	<p>3.1 Dada la gráfica de una función reconoce si en un cierto punto es continua o discontinua y, en este último caso identifica la causa de la discontinuidad.</p>
---	---	---

### TEMA 11. Introducción al concepto de derivada.

Al igual que en el tema anterior este tema , se desarrolla más en Bachillerato, pero dada su importancia y puesto que se trata de matemáticas académicas, creo que es positivo que se empiece a tratar en 4º de la E.S.O.

#### Contenidos mínimos.

Tasas de variación.

Ecuación de la recta tangente. Hallar la pendiente con derivadas.

Función derivada. Derivada de las funciones elementales utilizando la definición de derivada.

#### Complementos importantes

Resolución de problemas de máximos y mínimos , utilizando las características de las derivadas de las funciones.

Análisis de las características de una función dada mediante su gráfica.

Derivada de las operaciones con funciones.

Derivada de la función compuesta

#### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Interpretación geométrica de la derivada.
2. Aplicación e interpretación de la función derivada

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
------------	-------------------------	---------------------------

		evaluables
<p><b>Crecimiento</b></p> <p>-Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.</p> <p>-Reconocimiento de máximos y mínimos.</p> <p><b>Tasa de variación media</b></p> <p>-Tasa de variación media de una función en un intervalo.</p> <p>-Obtención sobre la representación gráfica y a partir de la expresión analítica.</p> <p>-Significado de la T.V.M. en una función espacio tiempo.</p> <p><b>Tendencias y periodicidad</b></p> <p>. Reconocimiento de tendencias y periodicidades</p>	<p>1. Dominar el concepto de función derivada, conocer las características más relevantes y las distintas formas de expresar las funciones.</p>	<p>1.1 Dada una función representada por su gráfica, estudia sus características más relevantes (dominio de definición, recorrido, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad...)</p>
		<p>1.2 Halla la T.V.M. en un intervalo de una función dada gráficamente, o bien dada mediante su expresión analítica.</p>
		<p>1.3 Responde a preguntas concretas relacionadas con continuidad, tendencia, periodicidad, crecimiento... de una función.</p>

## TEMA 12. Combinatoria.

### Conocimientos mínimos

- Diagrama en árbol.
- Variaciones con repetición.
- Variaciones ordinarias.
- Permutaciones.
- Combinaciones.
- Resolución de problemas combinatorios que no se ajustan a modelos clásicos mediante diagrama en árbol u otro método.
- Resolución de problemas combinatorios que se ajustan a los modelos clásicos.

### Complementos importantes

- Justificación de las fórmulas que permiten calcular el número de agrupaciones en los modelos clásicos (variaciones con repetición, variaciones ordinarias, permutaciones y combinaciones).
- Resolución de problemas en los que sea necesario sumar o multiplicar varios modelos combinatorios.
- Números combinatorios. Propiedades.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer y utilizar algunas estrategias combinatorias básicas (como el diagrama en árbol), así como los modelos de agrupamiento clásicos (variaciones, permutaciones, combinaciones) y utilizarlos para resolver problemas.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Combinatoria</b> -Situaciones de combinatoria. -Estrategias para enfocar y resolver problemas de combinatoria. -Generalización para obtener el número total de posibilidades en las situaciones de combinatoria.  <b>El diagrama en árbol</b> -Diagramas en árbol para	1. Conocer los agrupamientos combinatorios clásicos (variaciones, permutaciones, combinaciones) y las fórmulas para calcular su número, y aplicarlos a la resolución de problemas combinatorios.	1.1 Resuelve problemas de variaciones (con o sin repetición).
		1.2 Resuelve problemas de permutaciones.
		1,3 Resuelve problemas de combinaciones.

<p>calcular las posibilidades combinatorias de diferentes situaciones problemáticas.</p> <p><b>Variaciones</b></p> <p>-Variaciones con y sin repetición</p> <p>-Variaciones con repetición. Identificación y fórmula.</p>		<p>1.4 Resuelve problemas de combinatoria en los que, además de aplicar una fórmula, debe realizar algún razonamiento adicional.</p>
<p>- Variaciones ordinarias.</p> <p><b>Permutaciones</b></p> <p>-Identificación y fórmula.</p> <p>-Permutaciones ordinarias como variaciones de <math>n</math> elementos tomados de <math>n</math> en <math>n</math>.</p> <p><b>Combinaciones</b></p> <p>Identificación de situaciones problemáticas que pueden resolverse por medio de combinaciones. Fórmula.</p> <p><b>Números combinatorios.</b></p> <p>-Propiedades.</p> <p>-Resolución de problemas combinatorios</p> <p>-Resolución de problemas combinatorios por cualquiera de los métodos descritos u otros propios del estudiante.</p>	<p>2.Utilizar estrategias de recuento no necesariamente relacionadas con los agrupamientos clásicos.</p>	<p>2.1 Resuelve problemas en los que conviene utilizar un diagrama en árbol.</p> <p>2.2 Resuelve problemas en los que conviene utilizar la estrategia del producto.</p> <p>2.3 Resuelve otros tipos de problemas de combinatoria</p>

**TEMA 13. Probabilidad.**

### Conocimientos mínimos

- Realización del recuento y de la organización de una serie de datos.
- Cálculo de las frecuencias absolutas y relativas de un conjunto de datos presentándolas en una tabla.
- Representación gráfica de un conjunto de datos: diagramas de barras y de sectores.
- Cálculo de la media aritmética, la mediana y la moda.
- Utilización de la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar los cálculos y generar gráficos estadísticos.
- Reconocimiento de que los fenómenos de azar están sometidos a regularidades y leyes.
- Asignación de probabilidad a sucesos elementales de experiencias regulares e irregulares.
- Conocimiento e interpretación de la ley de los grandes números.
- Distinción entre sucesos seguros, probables e improbables. Distinción entre sucesos equiprobables y otros que no lo son.
- Aplicación eficaz de la ley de Laplace.
- Reconocimiento del espacio muestral de una experiencia aleatoria.
- Conocimiento de la diferencia entre sucesos elementales y otros sucesos.
- Reconocimiento de experiencias dependientes e independientes.
- Cálculo de probabilidades en experiencias compuestas sencillas utilizando un diagrama en árbol.

### Complementos importantes

- Conocimiento y aplicación de las relaciones entre sucesos: sucesos incompatibles, sucesos contrarios.
- Realización de operaciones con sucesos.
- Reconocimiento de la compatibilidad o incompatibilidad de dos sucesos.
- Cálculo de probabilidades en experiencias compuestas más complejas.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Conocer las propiedades de los sucesos y sus probabilidades.
2. Calcular probabilidades en experiencias compuestas utilizando diagrama en árbol y tablas de doble entrada.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
------------	-------------------------	--------------------------------------

<p><b>Sucesos aleatorios</b></p> <p>-Relaciones y operaciones con sucesos.</p> <p><b>Probabilidades</b></p> <p>-Probabilidad de un suceso.</p> <p>-Propiedades de las probabilidades.</p> <p><b>Experiencias aleatorias</b></p> <p>-Experiencias irregulares.</p> <p>-Experiencias regulares.</p> <p>Ley de Laplace.</p> <p><b>Experiencias compuestas</b></p> <p>-Extracciones con y sin reemplazamiento.</p> <p>-Composición de experiencias independientes. Cálculo de probabilidades.</p> <p>-Composición de experiencias dependientes. Cálculo de probabilidades.</p> <p>-Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.</p> <p>-Tablas de contingencia</p> <p>-Diagramas de árbol</p>	1. Conocer las características básicas de los sucesos y de las reglas para asignar probabilidades.	1.1 Aplica las propiedades de los sucesos y de las probabilidades.
	2. Resolver problemas de probabilidad compuesta, utilizando el diagrama en árbol cuando convenga.	2.1 Calcula probabilidades en experiencias independientes.
		2.2 Calcula probabilidades en experiencias dependientes.
		2.3 Interpreta tablas de contingencia y las utiliza para calcular probabilidades.
3. Aplicar la combinatoria al cálculo de probabilidades.	2.4 Resuelve otros problemas de probabilidad.	
	3.1 Aplica la combinatoria para resolver problemas de probabilidades sencillos.	
	3.2 Aplica la combinatoria para resolver problemas de probabilidad más complejos.	

## TEMA 14 Estadística

### Conocimientos mínimos

- Nociones generales (población y muestra, variables estadísticas, estadística descriptiva y estadística inferencial).

- Tablas de frecuencias para datos aislados y para datos agrupados en intervalos.
- Parámetros estadísticos: media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación.
- Medidas de posición para datos aislados. Diagramas de caja.
- Uso de la calculadora para introducir datos y para obtener el valor de los parámetros estadísticos.
- Representación e interpretación de nubes de puntos. Trazado, a ojo, de la recta de regresión. - Valoración cualitativa (débil, fuerte, muy fuerte..., positiva, negativa) de la correlación a partir de una nube de puntos.
- Interpretación, a partir de la correspondiente nube de puntos, de problemas con enunciado en los que se ligen dos variables.

### Complementos importantes

- Papel de las muestras en estadística.
- Medidas de posición para datos agrupados en intervalos utilizando el polígono de porcentajes acumulados.
- Manejo muy diestro de la calculadora con tratamiento estadístico.
- Conclusiones que se obtienen a partir de una muestra.
- Evaluación cuantitativa (aproximada) de la correlación entre dos variables a partir de la correspondiente nube de puntos.
- Uso de la calculadora con modo LR para introducir datos bidimensionales y obtener el valor de la correlación y los parámetros de la recta de regresión.
- Valerse de la recta de regresión para efectuar estimaciones conociendo las limitaciones con las que estas se realizan.

### OBJETIVOS DIDÁCTICOS

1. Revisar los métodos de la estadística y completarlos con el cálculo de parámetros de posición en distribuciones con datos agrupados.  
Conocer el papel del muestreo, cuáles son sus pasos y qué tipo de conclusiones se consiguen.
2. Conocer las distribuciones bidimensionales, identificar sus variables, representarlas y valorar la correlación de forma aproximada.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Estadística. Nociones</b>	1.Resumir en una tabla de frecuencias una serie de	1.1 Construye una tabla de frecuencias de datos aislados y

<p><b>generales</b></p> <p>-Individuo, población, muestra, caracteres, variables (cualitativas, cuantitativas, discretas, continuas).</p> <p><b>Estadística descriptiva y estadística inferencial.</b></p> <p>-Gráficos estadísticos</p> <p>-Identificación y elaboración de gráficos estadísticos.</p> <p><b>Tablas de frecuencias</b></p> <p>-Elaboración de tablas de frecuencias.</p> <p>-Con datos aislados.</p> <p>-Con datos agrupados sabiendo elegir los intervalos.</p>	<p>datos estadísticos y hacer un gráfico adecuado para su visualización.</p>	<p>los representa mediante un diagrama de barras.</p>
		<p>1.2 Dado un conjunto de datos y la sugerencia de que los agrupe en intervalos, determina una posible partición del recorrido, construye la tabla y representa gráficamente la distribución.</p>
		<p>1.3 Dado un conjunto de datos, reconoce la necesidad de agruparlos en intervalos y, en consecuencia, determina una posible partición del recorrido, construye la tabla y representa gráficamente la distribución.</p>
<p>Parámetros estadísticos</p> <p>Media, desviación típica y coeficiente de variación.</p> <p>Cálculo de <math>\bar{x}</math> y <math>\sigma</math>, coeficiente de variación para una distribución dada por una tabla (en el caso de datos agrupados, a partir de las marcas de clase), con y sin ayuda de la calculadora con tratamiento SD.</p>	<p>2. Conocer los parámetros estadísticos <math>\bar{x}</math> y <math>\sigma</math>, calcularlos a partir de una tabla de frecuencias e interpretar su significado</p>	<p>2.1 Obtiene los valores de <math>\bar{x}</math> y <math>\sigma</math>, a partir de una tabla de frecuencias (de datos aislados o agrupados) y los utiliza para analizar características de la distribución</p>
	<p>3. Conocer y utilizar las medidas de posición.</p>	<p>3.1. A partir de una tabla de frecuencias de datos aislados, construye la tabla de frecuencias acumuladas y, con ella, obtiene medidas de posición (mediana, cuartiles, centiles).</p> <p>3.2 A partir de una tabla de frecuencias de datos agrupados en intervalos, construye el polígono de porcentajes acumulados y, con él, obtiene medidas de posición (mediana, cuartiles, centiles).</p>

<p>Medidas de posición: mediana, cuartiles y centiles.</p> <p>Obtención de las medidas de posición en tablas con datos aislados.</p> <p>Obtención de las medidas de posición de una distribución dada mediante una tabla con datos agrupados en intervalos, utilizando el polígono de frecuencias acumuladas.</p> <p><b>Diagramas de caja</b></p> <p>-Representación gráfica de una distribución a partir de sus medidas de posición: diagrama de caja y bigotes.</p> <p><b>Nociones de estadística inferencial</b></p> <p>-Muestra: aleatoriedad, tamaño.</p> <p>-Tipos de conclusiones que se obtienen a partir de una muestra.</p> <p>-Relación funcional y relación estadística Dos variables relacionadas estadísticamente.</p> <p>-Nube de puntos</p> <p><b>Correlación.</b></p> <p>Recta de regresión.</p> <p>El valor de la correlación</p> <p>La recta de regresión para</p>	<p>4. Conocer el papel del muestreo y distinguir algunos de sus pasos.</p> <p>Conocer las distribuciones bidimensionales, identificar sus variables, representarlas y valorar la correlación de forma aproximada.</p>	<p>4,1 Construye el diagrama de caja y bigotes correspondiente a una distribución estadística.</p>
		<p>4,2 Interpreta un diagrama de caja y bigotes dentro de un contexto.</p>
		<p>4.3 Reconoce procesos de muestreo correctos e identifica errores en otros en donde los haya.</p>
		<p>4.4 Identifica una distribución bidimensional en una situación dada mediante enunciado, señala las variables y estima el signo y, a grandes rasgos, el valor de la correlación.</p>
		<p>4.5 Dada una tabla de valores, representa la nube de puntos correspondiente, traza de forma aproximada la recta de regresión y estima el valor de la correlación.</p>

hacer previsiones	
-------------------	--

#### 7.4 METODOLOGIA.

Aunque ya se ha hecho referencia anteriormente a las distintas metodologías que se utilizarán en momentos puntuales, y más tarde desarrollaremos las del quinto bloque, está bien tener en cuenta, nociones que se aplicarán durante todo el curso.

La metodología utilizada debe ser flexible e integradora, teniendo en cuenta la característica del alumnado, tanto a nivel individual como colectivo y tendrá como finalidad que los alumnos sean gradualmente capaces de aprender de forma autónoma.

La manera de impartir la mayoría de las unidades contemplará los siguientes aspectos:

- Exposición por parte del profesor de los contenidos, así como de los procedimientos adecuados para asimilarlos.
- Discusión entre profesor y alumno, y entre estos mismos, de cuestiones planteadas en el aula.
- Realización de un trabajo práctico apropiado que incluya una serie de ejercicios que permitan al alumno adquirir destreza en el cálculo, y al mismo tiempo que le permitan desarrollar un razonamiento lógico.
- Resolución de problemas y trabajos de profundización.
- Planteamiento y resolución de problemas donde el alumno acerque las matemáticas a la vida cotidiana.
- Realización de trabajos sencillos de investigación.
- Realización de actividades de repaso y refuerzo para atender las distintas diversidades de aprendizaje de los alumnos.

Se utilizarán diversas técnicas a la hora de fomentar los hábitos adecuados para el proceso de resolución de problemas:

- Lectura detenida y comprensión del enunciado del problema.
- Concepción de un plan resolutivo: recordar problemas similares, proponer soluciones intermedias, método de ensayo y error, búsqueda de patrones constantes, construcción de tablas y gráficos.
- Examen de la solución obtenida, verificación de cálculos, simplificación de la solución, búsqueda de diferentes soluciones si fuera posible, interpretación de la solución obtenida.

Partiré de los aprendizajes previos de los alumnos para que éstos sean capaces de aprender significativamente. Es por ello que a comienzo de la unidad didáctica y antes de abordar los contenidos propios de ésta, trabajaré con los conocimientos que ya poseen.

Dedicaré gran parte del tiempo tanto a la resolución de problemas propuestos, ya sea por mi parte o de los alumnos, como a que los alumnos sean quienes propongan los enunciados de los ejercicios en relación con la materia que estamos trabajando. La corrección de los ejercicios se realizará en la pizarra, y los alumnos tomarán parte en el proceso, bien corrigiendo los errores que se hayan cometido o proponiendo alternativas en el proceso de resolución. La implicación de los alumnos en estos procesos influirá en una parte de la nota final.

Al finalizar cada tema, si fuera necesario, les facilitaré más ejercicios resueltos, para que los usen como instrumentos a la hora de estudiar y prepararse para el examen.

Alternaré el trabajo individual con el del grupo, utilizando las metodologías descritas en el apartado siete, por una doble finalidad: propiciar el aprendizaje cooperativo y potenciar el uso de distintas formas de expresión (verbal, gráfica y simbólica), así como la traslación de unas formas de expresión a otras.

### **7.5. RECURSOS.**

Un recurso es algo que resulta útil para cumplir un objetivo o que favorece la subsistencia. Didáctico, por su parte, es un adjetivo que hace referencia a la formación, la capacitación, la instrucción o la enseñanza.

Los recursos didácticos, por tanto, nos deben servir de ayuda en nuestra función educativa, a la vez que aportan información, y sirven de guías para los alumnos.

Es importante resaltar que los recursos didácticos no sólo facilitan la tarea del docente, sino que también vuelven más accesible el proceso de aprendizaje para el alumno, ya que permite presentar los conocimientos de una manera más cercana, menos abstracta.

Los recursos didácticos deben apelar a la creatividad y a la motivación del alumno

A continuación me refiero a los materiales de los que disponemos para la docencia de las matemáticas y de los que haremos uso a lo largo de esta unidad.

- Pizarra.

Se hará un uso clarificador, será utilizada para la resolución de problemas y explicaciones teóricas, presentándose la información de forma cuidada y ordenada, empleándose si fuere preciso tizas de colores.

- Libro de texto.

El libro que he tomado como referencia para hacer este TFM ha sido

- Cuaderno del alumno.  
Complementará al libro de texto y servirá para hacer un seguimiento del trabajo diario del alumno.
- Material impreso.  
Se fomentará el uso de textos matemáticos y publicaciones divulgativas de carácter científico adecuados a los gustos y nivel de comprensión de los alumnos, facilitando a tal fin el acceso a la biblioteca y material impreso adquirido por el departamento.
- Material audiovisual.  
Transparencias o videos que se proyectaran en un retroproyector portátil.
- Calculadora.  
La calculadora constituye un material didáctico de gran potencia para la adquisición y el refuerzo de contenidos muy diversos, por tanto se fomentará su uso racional. La calculadora no puede eximir del cálculo mental y el desarrollo de estrategias fundamentales del cálculo operativo por tanto no se utilizará cuando los números involucrados en los cálculos sean muy sencillos.
- Soportes informáticos e Internet.  
El aula de ordenadores nos permitirá conocer páginas relacionadas con la materia, que estemos tratando.

También se hará uso de todos los recursos informáticos con los que cuente el centro (aula virtual del centro) para facilitar el acceso de los alumnos a enlaces relacionados con la unidad

A mayores, en cada bloque se hará uso de herramientas concretas para su desarrollo, por ejemplo para trabajar el bloque de Geometría, iremos al aula de ordenadores para utilizar Geogebra, en el bloque V haremos uso de periódicos y publicaciones para analizar gráficas.

## **7.6. DIVISIÓN EN TIEMPOS Y ESPACIOS.**

### **a) SECUENCIA Y TEMPORALIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS**

Los tiempos serán flexibles en función de cada actividad y de las necesidades de cada alumno, que serán quienes marquen el ritmo de aprendizaje. Teniendo en cuenta que el curso posee aproximadamente entre 32 semanas, y considerando que el tiempo semanal asignado a esta materia es de 4 horas, sabemos que habrá alrededor de 138 sesiones. Podemos, pues, hacer una estimación del reparto del tiempo por unidad didáctica, tal y como se detalla a continuación:

<b>UNIDAD DIDÁCTICA</b>	<b>TEMPORALIZACIÓN</b>
UNIDAD 1: Números reales	13 sesiones
UNIDAD 2: Expresiones algebraicas	8 sesiones
UNIDAD 3: Ecuaciones y sistemas	9 sesiones
UNIDAD 4: Inecuaciones y sistemas	9 sesiones
UNIDAD 5: Semejanza	8 sesiones
UNIDAD 6: Trigonometría . Aplicaciones de la trigonometría	10 sesiones
UNIDAD 7: Geometría analítica	8 sesiones
UNIDAD 8: Funciones	13 sesiones
UNIDAD 9: Funciones elementales	9 sesiones
UNIDAD 10: Introducción al concepto de límite	10 sesiones
UNIDAD 11: Introducción al concepto de la derivada	8 sesiones
UNIDAD 12: Combinatoria	8 sesiones
UNIDAD 13: Probabilidad	8 sesiones
UNIDAD 14: Estadística	10 sesiones
Horas dedicadas a exámenes	7 sesiones
<b>TOTAL</b>	<b>138 sesiones</b>

La temporalización está hecha en base al calendario académico, aprobado a nivel estatal para el curso, 2017/2018, en el que además hay que incluir la festividad autonómica, en este caso, como el trabajo lo estoy desarrollando para Castilla y León, sería el 23 de Abril, y las festividades municipales, en el caso de Valladolid, el 13 de Mayo, festividad pasada al lunes 14.

## CALENDARIO ESCOLAR 2017 - 2018

Septiembre							Octubre							Noviembre							Diciembre						
Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
				1	2	3							1			1	2	3	4	5				1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10	2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	9	10	11	12	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	9	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19	11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24	16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30		23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30				25	26	27	28	29	30	31
							30	31																			

Enero							Febrero							Marzo							Abril						
Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
1	2	3	4	5	6	7	5	6	7	8	9	10	11	5	6	7	8	9	10	11	2	3	4	5	6	7	8
8	9	10	11	12	13	14	12	13	14	15	16	17	18	12	13	14	15	16	17	18	9	10	11	12	13	14	15
15	16	17	18	19	20	21	19	20	21	22	23	24	25	19	20	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	21	22
22	23	24	25	26	27	28	26	27	28					26	27	28	29	30	31	23	24	25	26	27	28	29	
29	30	31																			30						

Mayo							Junio						
Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
		1	2	3	4	5					1	2	3
7	8	9	10	11	12	13	4	5	6	7	8	9	10
14	15	16	17	18	19	20	11	12	13	14	15	16	17
21	22	23	24	25	26	27	18	19	20	21	22	23	24
28	29	30	31				25	26	27	28	29	30	

Evaluación	Fechas	Contenidos
1ª	Del 11 de septiembre al 24 de Noviembre 44 sesiones	Unidades 1 a 4
2ª	Del 27 de noviembre al 9 de marzo 46 sesiones	Unidades 5 a 9
3ª	Del 9 de marzo al 22 de junio 50 sesiones	Unidades 10 a 14

En este apartado presentaré de manera detallada la temporalización y actividades de los temas 12, 13 y 14, correspondientes al bloque V.

### b) DETALLE DE LA DISTRIBUCIÓN DE TIEMPOS Y ESPACIOS DEL BLOQUE V.

**TEMA 12 COMBINATORIA. 8 horas**

En todas las sesiones intentaré relacionar las explicaciones teóricas con algún juego o actividad que les pueda resultar más atractiva, ya que la combinatoria está muy relacionada con los juegos. También iré haciendo referencia a matemáticos históricos.

## **SESION 1.**

Como empezamos un bloque nuevo, haré una pequeña introducción de lo que vamos a estudiar en *el tema*:

*Saber contar es algo importante en Matemáticas. Ya Arquímedes en su libro “Arenarlo” se preguntaba como contar el número de granos de arena que había en la tierra.*

*La finalidad de este tema es aprender técnicas que nos ayuden a contar. Aprenderemos a reconocer las permutaciones, las variaciones y las combinaciones; y a utilizar los números combinatorios en distintas situaciones, como para desarrollar un binomio elevado a una potencia.*

*Estas técnicas de contar, también las utilizaremos en el siguiente tema de probabilidad, para contar el número de casos posibles o el número de casos favorables.*

En esta sesión explicaré el concepto de combinatoria, el principio de multiplicación y los diagramas de árbol.

En vez de explicarles los conceptos de primeras, les iré haciendo preguntas sobre un ejercicio, para ver si ellos llegan, a través de sus conclusiones a la respuesta correcta, y así explicarles el porqué.

Les plantearé el siguiente problema: En esta clase (suponemos una clase de 25 alumnos con 15 chicos y 10 chicas) tenemos que elegir al delegado y al subdelegado, al tesorero y a un secretario, para que se encarguen de organizar la salida de fin de curso. Ninguno de vosotros puede tener dos cargos, además, para tener una comisión igualitaria en sexos, la tesorera debe ser una chica y el secretario un chico. ¿De cuantas maneras distintas se puede formar la comisión?

En ese momento los alumnos empezaron a debatir entre ellos, haciendo una lluvia de ideas.

Después les iré explicando cómo habría que resolverlo, a la vez que les introduzco los conceptos. Así pues deberemos empezar con las condiciones más restrictivas:

-Si la tesorera ha de ser una chica hay 10 posibilidades

-Si el tesorero ha de ser un chico hay 15 posibilidades.

Por lo tanto una vez elegidos estos dos cargos habrá 23 alumnos disponibles para ser elegidos delegados, y una vez elegido el delegado habrá 22 alumnos para ser subdelegado. Una vez hecha esta reflexión les vuelvo a preguntar de cuantas formas creen ellos que se puede formar la comisión. Y en este momento les explico el principio de multiplicación.

Una vez explicado, entre todos, terminamos de hacer el ejercicio.

Aplicando el principio de multiplicación se tiene:  $N=10 \times 15 \times 23 \times 22=75900$  maneras de formar la comisión.

Seguidamente les explicaré los diagramas de árbol y les plateare los siguientes ejercicios, si sobra tiempo les empezaran a hacer en clase, y si no será su tarea para el día siguiente.

## **SESION 2:**

Empezaremos esta sesión corrigiendo la tarea del día anterior, serán los propios alumnos los que salgan a la pizarra a corregirlos, en un primer lugar serán voluntarios, pero si no hay voluntarios o siempre repiten los mismos, el profesor mandara salir.

En esta sesión se explicarán los métodos de recuento y las diferencias entre las variaciones con repetición y sin repetición.

Para que los alumnos entiendan bien el concepto y la diferencia, llevare a clase una urna transparente con pelotas de diferentes colores.

Variaciones sin repetición: Llevaré una urna con 10 bolas de distintos colores, y les explicare que la idea es pintar un arcoíris ( 7 arcos) con los colores de las bolas que vayamos extrayendo, así pues el primer arco será pintado del color de la primera bola y así sucesivamente. Ellos comprobaran que la bola extraída no la devuelvo a la urna. Les preguntare que de cuantas maneras se podrá pintar el arco iris.

En este momento le explico la variación sin repetición, sus propiedades, sus fórmulas y como se halla.

Después vuelvo a plantear el mismo caso, pero esta vez la bola que extraigo, la vuelvo a meter en la urna, antes de coger la segunda bola, y les vuelvo a hacer la misma pregunta.

Es aquí, donde les explico las variaciones con repetición, sus propiedades y su fórmula.

De tarea para el día siguiente, les pediré que indaguen, busquen en Internet, y piensen casos reales (juegos de azar, concursos, estadísticas publicadas...) en los que se utilicen cada uno de los dos métodos de recuento explicados.

### **SESIÓN 3:**

Comenzaré la clase enseñándoles a emplear la calculadora científica para calcular las variaciones explicadas el día anterior.

Después dedicaré gran parte de la clase a que expongan los casos que han buscado de tarea, entre todos comprobaremos, analizaremos y resolveremos mediante las fórmulas y comprobándolo con la calculadora si se verdaderamente se trata del método de recuento que se pretende.

Si no son capaces de encontrar ejemplos, les preguntaré yo los ejemplos que calcularemos en clase y comprobaremos con la calculadora.

Ejemplo: variaciones con repetición, la quiniela.

Ejemplo: variaciones sin repetición. Bingo.

Les mandare ejercicios que empezaremos en clase y corregiremos al día siguiente

### **SESIÓN 4:**

Empezaremos corrigiendo los ejercicios del día anterior.

En esta sesión trabajaremos las permutaciones.

Empezaré por explicarles lo que es y como se haya un número factorial.

Para explicarles las permutaciones con repetición y sin repetición, usaré la misma técnica que en las variaciones, pero esta vez no usaré la urna, solo las bolas, primero veremos de cuantas

maneras diferentes podemos colocar todas las bolas( en este caso como mucho usare solo cuatro bolas) , sin repetir ninguna y les explicare el concepto y la manera de hallar las permutaciones sin repeticion.

Y les plantearé el siguiente problema: ¿ De cuantas maneras distintas se pueden colocar 5 libros en una estanteria? Si se quiere que el mas grande y el más pequeño esten juntos, ¿ Cuantos resultados ditintos hay?

Para explicar las permutaciones con repeticion, me valdré de 3 bolas rojas, 2 azules y una amarilla, y les preguntare de cuantas maneras se pueden colocar. Y a partir de ahí les daré la explicación y la formula para hallarlo.

Y les plantearé el siguiente problema: Tenemos 4 libros iguales de matematicas, 3 iguales de lengua y dos iguales de inglés ¿ De cuantas maneras podemos colocarlos en una estanteria?

Al igual que en la sesion de las variaciones, tambien trabajaremos con la calculadora para comprobar resultados.

### **SESION 5.**

En esta sesion trabajaremos lo numeros combinatorios. Como es un concepto nuevo para ellos trataré de explicarelo con ejemplos sencillos:

Para asistir a una olimpiada matematica, se seleccionan alumnos al azar entre los cinco con mejores notas matematicas.¿ De cuantas maneras se pueden elegir?

Lo primero, les preguntaria si creen que influye el orden,y a partir de ahí le explicaria los numeros combinatorio a tarves del ejemplo.

Les mostraria todas las maneras posibles de representarlo. Y finalmente las propiedades.

### **SESION 6.** Resolucion de problemas

### **SESION 7:** Resolucion de problemas.

### **SESION 8:**

Esta última sesión la utilizaré para resolver problemas orientados al informe PISA.

Se tratan de ejercicios extraídos de PISA o inspirados en el informe.<sup>11</sup>

**Combinatoria y ajedrez. El problema de las ocho torres**

En el juego del ajedrez una torre se puede mover en horizontal o en vertical cualquier número de casillas y come a cualquier pieza de distinto color cuya posición pueda alcanzar.

El problema de las 8 torres consiste en colocar 8 torres de tal forma que ninguna pueda comer a otra.

La solución más simple es la que puedes observar en la ilustración, pero, ¿exactamente, de cuántas formas se pueden colocar las 8 piezas para que no se coman entre sí?



Cada torre debe estar en una fila y en una columna diferente.

Colocamos la primera torre en una fila del tablero. Hay 8 posiciones que puede ocupar. Colocamos la segunda torre en otra fila del tablero. Esta torre puede ocupar cualquier casilla de esta fila, exceptuando la casilla correspondiente a la columna en la cual está la primera torre. Por tanto, puede ocupar 7 posiciones diferentes.

Razonando de igual modo con el resto de torres, se concluye que se trata de calcular las permutaciones de orden 8.

Existen  $P_8 = 8! = 40\,320$  posiciones diferentes en las que las torres no se pueden comer entre sí.

---

<sup>11</sup> Ejercicios extraídos del libro que estoy usando como referencia: Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, 4º E.S.O. SM. SAVIA.

Un nuevo lenguaje de programación.

Un grupo de chicos ha ideado un lenguaje de programación al que han llamado TREAX. Las palabras reservadas que sirven para establecer órdenes de forma automática son las que se obtienen al permutar las letras de TREAX y se clasifican en:

Tipo de orden	Empiezan por	Acaban en
Instrucciones aritméticas	Consonante	Consonante
Instrucciones algebraicas	A	Consonante
Instrucciones condicionales	E	X
Instrucciones iterativas	E	Consonante distinta de X
Funciones y procedimientos	Vocal	Vocal

1. ¿Cuántas palabras reservadas diferentes tiene este lenguaje?

Como TREAX tiene 5 letras, se quieren hacer grupos de 5 elementos distintos y el orden es determinante.

Se trata de calcular permutaciones de orden 5:

$$P_5 = 5! = 120$$

Hay reservadas 120 palabras distintas para este lenguaje.

2. Calcula el número de órdenes de cada tipo que se pueden establecer.

Aritméticas:  $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 36$  órdenes

Algebraicas:  $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 = 18$  órdenes

Condicionales:  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  órdenes

Iterativas:  $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 12$  órdenes

Funciones:  $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$  órdenes

En total se pueden establecer 84 órdenes.

3. ¿Existen palabras reservadas no utilizadas en ninguna de las órdenes? En caso afirmativo, calcula su número y descríbelas.

Como en total se pueden hacer 120 palabras y únicamente se utilizan 84, entonces no se utilizan  $120 - 84 = 36$  palabras.

Coinciden con las palabras que empiezan por consonante y acaban por vocal.

### El problema de la coincidencia.

Leonhard Euler, en 1779, escribió un artículo titulado *Una cuestión interesante de la teoría de las combinaciones*. Esta cuestión está basada en un viejo juego de azar de origen francés, llamado *Rencontre* (coincidencia). Las reglas son: un jugador baraja las 13 cartas de un palo de una baraja francesa. Luego las levanta de una en una, diciendo uno al levantar la primera, dos al levantar la segunda, etc. Gana si la carta coincide con el número que ha dicho. Euler lo planteó utilizando letras: "Dada una serie de  $n$  letras  $a, b, c, d, e, \dots$  ¿De cuántas maneras se pueden colocar sin que ninguna ocupe la posición que inicialmente ocupaba?"

1. ¿De cuántas maneras no hay coincidencias con solo tres letras:  $a, b, c$ ?

A. 1

B. 2

C. 4

D. 6

Existen  $P_3 = 3! = 6$  formas diferentes de colocar las tres letras.

Para hallar el número de combinaciones en las que no hay coincidencias, restaremos al número total de colocaciones el número de combinaciones que fijan alguna letra.

Si fijamos la letra  $a$ , debemos permutar los otros 2 elementos en los 2 lugares restantes. Esto se puede hacer de 2! formas distintas. Lo mismo ocurriría si fijamos cualquiera de las otras letras. Por tanto, existen  $C_{3,1} \cdot 2!$  maneras de fijar una letra.

Sin embargo, las permutaciones que fijan  $a$  y  $b$  han sido contabilizadas tanto en las que fijan  $a$  como en las que fijan  $b$  y, por tanto, han sido contadas 2 veces. Igual ocurre con las permutaciones que fijan  $a$  y  $c$  y  $b$  y  $c$ . Como hay  $C_{3,2}$  formas de elegir 2 letras distintas de las 3 existentes, y el número de permutaciones que fijan 2 letras es 1!, entonces habrá que restar  $C_{3,2} \cdot 1!$ .

Además las permutaciones que fijan las tres letras han sido contabilizadas tres veces, una vez en cada una de las que fijan cada una de las letras. Sin embargo, también se han descontado tres veces, una en la permutación que fija  $a$  y  $b$ , otra en la que fija  $b$  y  $c$  y otra en las que fija  $a$  y  $c$ . Por tanto, se deben añadir una vez. Como hay  $C_{3,3} = 1$  formas de elegir tres letras distintas, y hay una única permutación que fija tres letras, entonces habrá que sumar  $C_{3,3} \cdot 1$ .

Por tanto, no hay coincidencias con solo tres letras en:

$$3! - (C_{3,1} \cdot 2! - C_{3,2} \cdot 1! + C_{3,3} \cdot 0!) = 3! - \left( \binom{3}{1} \cdot 2! - \binom{3}{2} \cdot 1! + \binom{3}{3} \cdot 0! \right) = 6 - (6 - 3 + 1) = 2 \text{ maneras}$$

La respuesta correcta es la B.

2. ¿De cuántas maneras no hay coincidencias con solo cuatro letras:  $a, b, c, d$ ?

Existen  $P_4 = 4! = 24$  formas diferentes de colocar las tres letras.

Para hallar el número de combinaciones en las que no hay coincidencias, restaremos al número total de colocaciones el número de combinaciones que fijan alguna letra.

Si fijamos la letra  $a$ , debemos permutar los otros 3 elementos en los 3 lugares restantes. Esto se puede hacer de 3! formas distintas. Lo mismo ocurriría si fijamos cualquiera de las otras letras. Por tanto, existen  $C_{4,1} \cdot 3!$  maneras de fijar una letra.

Sin embargo, las permutaciones que fijan  $a$  y  $b$  han sido contabilizadas tanto en las que fijan  $a$  como en las que fijan  $b$  y, por tanto, han sido contadas 2 veces. Igual ocurre con las permutaciones que fijan dos letras cualesquiera. Como hay  $C_{4,2}$  formas de elegir 2 letras distintas de las 4 existentes, y el número de permutaciones que fijan 2 letras es 2!, entonces habrá que restar  $C_{4,2} \cdot 2!$ .

Además las permutaciones que fijan tres letras han sido contabilizadas tres veces, una vez en cada una de las que fijan cada una de las letras. Sin embargo, también se han descontado tres veces, una en la permutación que fija  $a$  y  $b$ , otra en la que fija  $b$  y  $c$  y otra en las que fija  $a$  y  $c$ . Por tanto, se deben añadir una vez. Como hay  $C_{4,3}$  formas de elegir tres letras distintas, y hay una única permutación que fija tres letras, entonces habrá que sumar  $C_{4,3} \cdot 1$ .

Razonando de igual forma para las permutaciones que fijan 4 letras, se concluye que no hay coincidencias con cuatro letras en:

$$4! - (C_{4,1} \cdot 3! - C_{4,2} \cdot 2! + C_{4,3} \cdot 1! - C_{4,4} \cdot 0!) = 4! - \left( \binom{4}{1} \cdot 3! - \binom{4}{2} \cdot 2! + \binom{4}{3} \cdot 1! - \binom{4}{4} \cdot 0! \right) = 24 - (24 - 12 + 4 - 1) = 9$$

¿Y si son cinco letras: a, b, c, d, e?

Razonando de igual forma que en los casos anteriores, se deduce que no hay coincidencias con cinco letras en:

$$5! - (C_{5,1} \cdot 4! - C_{5,2} \cdot 3! + C_{5,3} \cdot 2! - C_{5,4} \cdot 1! + C_{5,5} \cdot 0!) = 5! - \left( \binom{5}{1} \cdot 4! - \binom{5}{2} \cdot 3! + \binom{5}{3} \cdot 2! - \binom{5}{4} \cdot 1! + \binom{5}{5} \cdot 0! \right) = 120 - (120 - 60 + 20 - 5 + 1) = 44 \text{ maneras.}$$

### **TEMA 13: PROBABILIDAD 8 SESIONES.**

**SESION 1:** Para introducir este tema voy a utilizar la rutina de pensamiento Antes pensaba / Ahora pienso.

Que consiste en que al alumno se le propongan una serie de preguntas antes de empezar el tema, y se vuelvan a formular al final. Esta rutina tiene una doble utilidad, por una parte, despertar el interes del alumno en las explicaciones, y por otra comprobar si al final del tema han aprendido los concepto. Por tanto esta primera sesion la utilizaremos para rellenar la primera columna.

ANTES PENSABA	AHORA PIENSO

Para ello, les presentare este el siguiente texto <sup>12</sup> Las Leyes del azar:

*¿Qué es más ventajoso, apostar a sacar un seis en cuatro tiradas, o sacar dos seises al lanzar dos dados 24 veces?*

*Pascal resolvió el problema e inició una interesante correspondencia con otro genio de la época. Pierre de Fermat. (1601-1665). Era el verano de 1654, y, sin saberlo, estaban poniendo una de las primeras ramas de las matemáticas: la teoría de las probabilidades. Un año más tarde. Christian Huyegens, conocería la correspondencia entre Pascal y Fermat y puso su empeño en la resolución de estos problemas; el fruto de estos trabajo su la obra titulada De los razonamientos en los juegos del azar, publicada en 1657.*

*Aunque serán tres auténticos genios matemáticos, dos suizos, Jacok Bernoulli (1654-1705) y Leonard Euler (1701-1783) y un francés, Pierre Simon de Laplace (1749-1827), lo que elevarían la teoría de las probabilidades a la categoría de ciencia matemática. El primero con la obra Ars conjectandi, publicada en 1713, ocho años después de su muerte, pondrá las bases matemáticas del cálculo de probabilidades.*

*En ella afirma:*

*“ Ars cojectandi se define como el arte de medir lo más exacto posible la probabilidad de la cosas, para que en nuestros juicios o acciones podamos siempre elegir lo que será encontrado como lo mejor, más satisfactorio, moderno y razonable. En esta unidad se resume toda la sabiduría del filósofo y la prudencia del político”.*

Preguntas para contestar:

-¿Crees que merece la pena aplicar razonamientos matemáticos en los juegos de azar o piensas que al final el azar decide por su cuenta?

-En la cita Jakob Bernoulli vincula la probabilidad a la toma de decisiones, ¿por qué? ¿A qué se refiere cuando habla de sabiduría del filósofo y la prudencia del político?

-¿Piensas que el conocimiento de las leyes del azar nos ayuda en nuestra vida cotidiana? Pon algún ejemplo.

---

<sup>12</sup> Antonio Pérez Sanz. Más por menos. Entiende la matemáticas editorial Espasa 2011

- En la pregunta inicial del texto, ¿Qué opción elegirías? ¿Por qué?. ¿Por qué crees que matemáticos tan importantes dedicaban su tiempo y sus esfuerzos en resolver problemas relacionados con juegos de azar?
- ¿Puedes predecir el resultado que saldrá al lanzar una moneda al aire?
- ¿Es más probable sacar un as o sacar un oro en una baraja española?
- Al lanzar dos dados, ¿el segundo dado depende del primero? ¿Y al sacar dos cartas de una baraja?
- ¿Sabes cómo analizar dos juego para elegir la mejor estrategia?

## **SESION 2:**

Será una sesión teórica donde explicare la diferencia entre un suceso determinista y aleatorio.

- El espacio muestral ( E ) , el espacio de sucesos (S).
- Los tipos de de sucesos.
- Las operaciones con sucesos y la compatibilidad de sucesos.

Propondré ejercicios que empezaremos a hacer en clase y seran la tarea del dia.

## **SESION 3:**

Comenzaremos corrigiendo los ejercicios del dia anterior.

Y explicaré la la probabilidad de un suceso. Sucesos equiprobables y la regla de Laplace.

Para explicar la regla de Laplace, usaré el siguiente artículo <sup>13</sup>

**“Pares o Nones” es el juego justo por antonomasia.** Conocido por todos prácticamente desde nuestros primeros años de vida, es el juego utilizado por la gran mayoría para discernir ciertas

---

<sup>13</sup> publicado por ^DiAmOnD^ el 25 de Junio de 2013 en Estadística : ¿Es “Pares o Nones” un juego justo en Los Simpson? <http://gaussianos.com/es-pares-o-nones-un-juego-justo-en-los-simpson/>

disputas tipo “quién comienza una actividad” (que muchas veces es otro juego). Y es el más usado para ello por no necesitar de ningún instrumento y, se trata de un juego justo, ya que la probabilidad de sacar un número par es la misma que la de sacar un número impar, o al menos eso es lo que tenemos en nuestra mente. ¿Habéis pensado alguna vez en ello? Seguro que muchos sí, pero estoy convencido de que otros muchos piensan que es un juego justo simplemente porque es lo que han visto/oído desde siempre. Y sí, es un juego justo, claro que lo es, pero en mundos como el nuestro, no en todos.

Vamos a la cuestión clave: ¿cómo podemos comprobar si el juego es justo o no? Muy sencillo: con probabilidad. Y más concretamente con la regla de Laplace, que es la que dice que la probabilidad de que algo ocurra es el cociente entre el número de casos en los que eso ocurre entre el número de casos posibles que se nos puedan presentar.

Vamos a calcular la probabilidad de que salga un número par. En “Pares o Nones”, el número de casos posibles es 36, número que resulta de multiplicar las seis posibilidades (0, 1, 2, 3, 4 ó 5) de uno de los jugadores por las seis (las mismas) del otro. ¿Y los favorables? Pues serán todos los resultados pares que se puedan obtener: 0 (sí, 0 es un número par), 2 ó 4. Pero en cada caso habrá que contar todas las posibilidades que hay de formar esos números. Vamos a ver todos los resultados posibles en una tabla y allí contaremos cuántos pares hay. En la fila de arriba tenemos los posibles dedos que puede sacar el jugador A, en la columna de la izquierda los del jugador B y dentro de la tabla la suma de los dos en cada caso:

A \ B	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	4	5	6	7
3	3	4	5	6	7	8
4	4	5	6	7	8	9
5	5	6	7	8	9	10

Como se puede ver contando los cuadros rellenos de amarillo, hay 18 resultados pares, y, por tanto, 18 impares, por lo que la probabilidad de sacar un número par es

$$P(\text{Par}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Vamos, que como habíamos dicho es un juego justo.

¿Qué ocurre en “Los Simpson”? Pues que el juego deja de ser justo. Y este hecho radica en algo tan sencillo como en el número de dedos de las manos de nuestros amigos amarillos:



Imagen tomada de internet

Exacto, las manos de los Simpson tienen 4 dedos. Veamos cómo sería la tabla en este caso:

A \ B	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	6
3	3	4	5	6	7
4	4	5	6	7	8

Ahora hay 13 resultados pares y 12 impares (que suman los 25 posibles), por lo que la probabilidad de que salga par es:

$$P(\text{Par}) = \frac{13}{25} = 0.52$$

y la de que salga impar es:

$$P(\text{Impar}) = \frac{12}{25} = 0.48$$

por lo que en el mundo de los Simpson el juego “Pares o Nones” favorece ligeramente a quien elige pares, y por tanto esta forma de elegir quién comienza no es tan justa como lo es en nuestro mundo.

Así que ya sabéis, si alguna vez os veis convertidos en un personaje de “Los Simpson” y tenéis que decidir algo por “Pares o Nones”, lo mejor es que vuestra elección sea “Pares”. Si la contienda es con Homer podéis estar tranquilos, posiblemente no se dará cuenta. Pero si es con Lisa intentad elegir primero...

Creo que es importante motivar a los alumnos, utilizando recursos que a ellos les resultan atractivos, como en este caso lo son los Simpsons.

#### **SESION 4:**

Explicare la probabilidad de la unión de sucesos y la probabilidad de sucesos contrarios.

El resto de la hora la dedicaremos a hacer ejemplos de lo visto en las dos últimas sesiones.

#### **SESION 5:**

Explicaré La dependencia e independencia de los sucesos y la Probabilidad de Experimentos compuestos. Y la probabilidad condicionada

Utilizaré una baraja de cartas para la explicación. Pediré a un alumno que extraiga dos cartas primero una y después otra, y les preguntare la probabilidad de que la primera sea un as, y la probabilidad de que lo sea la segunda.

Les explicaré que la probabilidad de la segunda depende de si antes de la segunda extracción he vuelto a meter la primera carta en el montón o no. La intención e que sean capaces de distinguir los elementos dependientes e independientes y como se hallan sus probabilidades. Y a partir de ahí les explicaré la teoría y las fórmulas para hallar la probabilidad de los experimentos compuestos, la probabilidad condicionada y realizaremos una tabla de contingencia.

Si hiciera falta les seguiría poniendo ejemplos con la baraja de cada caso.

### **SESION 6:**

Explicaré el teorema de la probabilidad total y el teorema de Bayes. Igual que en la sesión anterior haré uso de una baraja para dar ejemplos. Y el resto de la hora la invertiremos en hacer ejercicios.

### **SESION 7:**

En esta clase analizaremos el azar, por lo que haremos ejercicios en clase relacionados con ello. Lo que pretendo es, que además de que practiquen los conceptos, vean la aplicación de la probabilidad en el azar y los juegos.

Ejemplo 1 : Calcula la probabilidad de ganar en este juego de cartas:

Se ponen en un montón las cartas as,2,3,4, y 5 de oros de una bandeja española. Se barajan las cinco cartas y se sacan tres de ellas sin reemplazamiento. Se gana si las tres cartas son consecutivas.

Ejemplo 2: En un juego se utilizan dos monedas iguales pero una de ellas esta trucada y sale cara un 75% de las veces, Se escoge una moneda al azar y se lanza.

¿Cuál es la probabilidad de sacar cara?

En el lanzamiento ha salido cara. ¿Cuál es la probabilidad de haber elegido la moneda trucada?

Ejemplo 3: En un concurso hay dos bolsas. En la bolsa A hay 3 bolas verdes y 2 rojas y en la bolsa B hay 7 bolas verdes, una blanca, y cinco rojas. Tienes que elegir una bola y sacar una bola roja para ganar el premio. ¿Cuál elegirías?.¿Que probabilidad tienes de ganar?.

Si el concursante ha ganado. ¿Qué probabilidad hay de que el concursante haya elegido la bolsa A?

Una vez hechos estos tres ejemplos, les plantearé uno más difícil. El problema de Monty Hall<sup>14</sup>:

El Problema de Monty Hall es un problema de probabilidad que está inspirado por el concurso televisivo estadounidense **Let's Make a Deal**(Hagamos un trato). , famoso entre 1963 y 1986. Su nombre proviene del presentador, Monty Hall.

*En este concurso, el concursante escoge una puerta entre tres, y su premio consiste en lo que se encuentra detrás. Una de ellas oculta un coche, y tras las otras dos hay una cabra. Sin embargo, antes de abrirla, el presentador, que sabe dónde está el premio, abre una de las otras dos puertas y muestra que detrás de ella hay una cabra. Ahora tiene el concursante una última oportunidad de cambiar la puerta escogida **¿Debe el concursante mantener su elección original o escoger la otra puerta? ¿Hay alguna diferencia?***

¿Cuál sería la opción correcta?

1. Quedarse con la puerta inicial
2. Cambiar a la otra puerta
3. Es irrelevante cambiar o no cambiar

### **SESION 8:**

En esta sesión terminaremos la rutina de pensamiento iniciada en la sesión uno, ahora tendrán que rellenar la columna de la derecha con todo lo aprendido durante el tema y sacar sus conclusiones

### **TEMA 14. ESTADISTICA**

En este tema, llevaremos a cabo un proyecto, que consistirá en: por grupos, deberán recabar información a base de hacer encuestas dentro del centro a compañeros de otros cursos. El tema sobre el que preguntar será libre, y tras el estudio y análisis de los datos obtenidos que llevaremos a cabo en clase, a la vez que les introduzco nuevos conceptos necesarios para el

---

<sup>14</sup> <http://www.estadisticaparatodos.es/taller/montyhall/montyhall.html>

estudio de las variables, tendrán que presentar un informe de su propuesta. En todos los proyectos tendrán que estudiar y aplicar todos los conceptos y contenidos aprendidos durante este tema.

Ejemplo de un proyecto: Queremos estudiar la posibilidad de poner un campus virtual en el centro para acceso de los padres. Preguntamos a los encuestados: Qué nivel de informática tienen, Si utilizan más el teléfono o internet, Si tienen wifi en casa, edad, número de hermanos....

### **SESION 1.**

En esta sesión haré una breve introducción del tema, les explicaré en que va a consistir el trabajo, haremos los grupos (unas 5 personas), y tendrán que empezar a discutir sobre qué tema quieren trabajar, que preguntas van a hacer, a cuántos cursos van a preguntar...

Será necesario preguntar por más de una variable, ya que también analizaremos distribuciones bidimensionales.

### **SESION 2.**

Esta sesión será una sesión teórica sobre conceptos elementales y muestreo.

-Población y muestra estadística.

-Variables estadísticas: cualitativa, cuantitativa, discreta, continua...

-Tabla de frecuencias: frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa acumulada.

El resto de la clase, por grupo, tendrán que formalizar su proyecto, detallando, la población y muestra estadística a estudiar, clasificando las variables estadísticas por las que van a preguntar... Y tendrán que preparar el cuestionario.

### **SESION 3**

En esta sesión iremos por el resto de las clases recabando la información, Procurando molestar lo menos posible, ya que ellos se encontraran en clase. La idea es pasar formularios cortos y sencillos de responder. Si algún grupo quisiera recabar más información, podrá hacerlo en el recreo.

#### **SESION 4.**

En esta sesión explicaré los gráficos estadísticos.

- Diagrama de barras y polígono de frecuencias.
- Diagrama de sectores.
- Diagramas lineales.
- Histogramas.

Después por grupos seguirán avanzando en el proyecto. En esta sesión ya tendrán recogidos todos los datos, por tanto deberán empezar a calcular las frecuencias y gráficos.

#### **SESION 5.**

Esta sesión será entera teórica, ya que los conceptos a tratar son en gran parte, nuevos para los alumnos .Iré dando ejemplos según lo voy explicando y nociones para que lo vayan relacionando con su proyecto.

-Medidas de centralización: Moda, Media, Mediana y Cuartiles.

-Medidas de dispersión: Recorrido, Varianza y desviación típica, Coeficiente de variación.

-Interpretación conjunta de la media y de la desviación típica.

#### **SESION 6:**

Como en la mayoría de la sesiones de este tema, empezaré con una explicación teórica de nuevos conceptos, y después avanzaran en el proyecto.

En este caso explicaré:

-Distribuciones bidimensionales: correlación lineal y tablas de contingencia.

-Covarianza y correlación: Centro de gravedad, covarianza y coeficiente de correlación.

#### **SESION 7:**

Esta será la última sesión donde introduzca teoría. Explicare la recta de regresión lineal y el resto de la clase será para ir finalizando los proyectos. Aquello que no hayan terminado, tendrán que acabarlo en casa.

### **SESION 8:**

Presentación de los proyectos.

### **SESION 9:**

En esta sesión bajaremos a la biblioteca, usaremos, artículos de prensa, publicaciones, periódicos... para identificar y relacionar noticias actuales con problemas de estadística. Lo que pretendo con esta sesión, es crear en los alumnos una visión crítica y autónoma de lo que los medios de comunicación dicen.

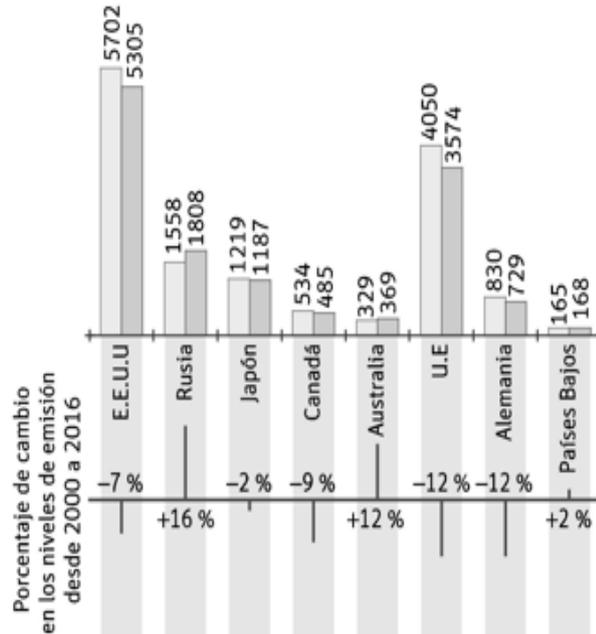
Ejmplos:

Noticia Tribuna de Valladolid 18/06/2017

La contaminación obliga a cerrar al tráfico el centro de Valladolid desde el viernes hasta el lunes

## Los niveles de CO<sub>2</sub>.

Desde hace varias décadas el aumento del gas CO<sub>2</sub> en la atmósfera está ayudando a producir un cambio climático. El diagrama muestra los niveles de emisión de CO<sub>2</sub> en 2000 (barras claras) de varios países, los niveles de emisión en 2011 (barras oscuras) y el porcentaje de cambio en los niveles (flechas).



1. El incremento de emisiones en la federación rusa ha sido del 16 %. Explica con los datos del gráfico cómo se ha obtenido ese 16 %.

El nivel de emisiones de CO<sub>2</sub> de Rusia en el año 2000 fue de 1558 y, en el año 2011, de 1808. Como  $\frac{1808}{1558} = 1,16$ , entonces se produjo un incremento del 16 % desde el año 2000 al año 2011.

2. Luisa se fija en los cambios en los niveles de Países Bajos (+2 %) y de la Unión Europea (-12 %) y le resulta extraño que mientras en el conjunto de la UE desciende, en Países Bajos aumenta. ¿Cuál es el porcentaje global de cambio del resto de los países para que esos datos sean ciertos?

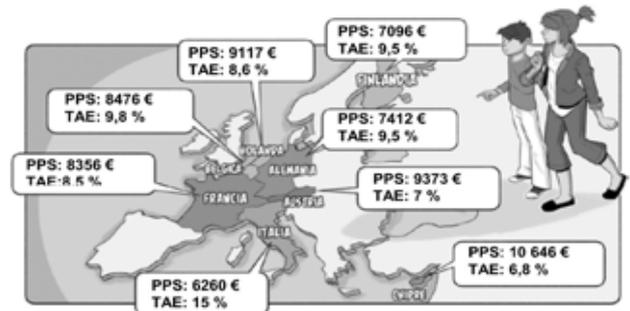
Sea  $x$  el índice global de cambio del resto de países de la UE:  $1,02 \cdot x = 0,88 \Rightarrow x = 0,86$ . El resto de países de la UE ha descendido sus emisiones en un 14 %.

3. Luisa y Antonio discuten sobre qué país o región tuvo el mayor aumento de emisiones. Cada uno llega a una conclusión distinta basándose en el diagrama. Da dos posibles respuestas "correctas" a esta pregunta y explica por qué ambas lo son.

El mayor aumento de emisiones lo tuvieron aquellos países cuyas emisiones en 2011 (barras oscuras) son mayores que sus emisiones en 2000 (barras claras). Rusia y Australia tuvieron el mayor aumento de emisiones.

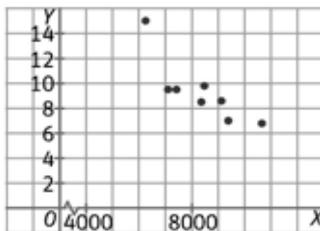
### Abandono escolar y gasto por estudiante

España tenía en 2014 una de las tasas de abandono escolar prematuro más altas de la Unión Europea, con el 21,9 %. Es decir, casi 22 de cada 100 estudiantes abandonan los estudios sin obtener el título de secundaria. ¿Hay alguna relación entre la tasa de abandono y el gasto por estudiante de secundaria? En la ilustración puedes ver los datos del gasto por estudiante de secundaria expresado en términos de paridad de poder adquisitivo en euros (PPS) y la tasa de abandono escolar en tanto por ciento (TAE).



Países	PPS $x_i$	TAE $y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
FRANCIA	8356	8,5	69 822 736	72,25	14	-0,84	-11,73
BÉLGICA	8476	9,8	71 842 576	96,04	134	0,46	61,98
HOLANDA	9117	8,6	83 119 689	73,96	775	-0,74	-571,56
FINLANDIA	7096	9,5	50 353 216	90,25	-1246	0,16	-202,48
ALEMANIA	7412	9,5	54 937 744	90,25	-930	0,16	-151,13
AUSTRIA	9373	7	87 853 129	49	1031	-2,34	-2409,96
CHIPRE	10 646	6,8	113 337 316	46,24	2304	-2,54	-5846,40
ITALIA	6260	15	39 187 600	225	-2082	5,66	-11 789,33
	66 736	74,7	570 454 006	742,99			-20 920,60

1. Dibuja la nube de puntos ajustando las unidades de los ejes.



2. Halla el coeficiente de correlación. ¿Existe correlación entre las dos variables? ¿De qué tipo es?

$$\bar{x} = \frac{66\,736}{8} = 8342 \Rightarrow s_x^2 = \frac{570\,454\,006}{8} - 8342^2 = 1717\,786,75 \Rightarrow s_x = 1310,64$$

$$\bar{y} = \frac{74,7}{8} = 9,3375 \Rightarrow s_y^2 = \frac{742,99}{8} - 9,3375^2 = 5,685 \Rightarrow s_y = 2,38$$

$$s_{x,y} = \frac{-20\,920,60}{8} = -2615,075 \Rightarrow r = \frac{-2615,075}{1310,64 \cdot 2,38} = -0,838 \Rightarrow \text{Correlación fuerte inversa.}$$

3. Encuentra la ecuación de la recta de regresión de Y (abandono escolar) sobre X (gasto por estudiante).

$$\text{La recta de regresión de Y sobre X es } y - 9,3375 = \frac{-2615,075}{1717\,786,75} (x - 8342) \Rightarrow y = -0,0015x + 21,85.$$

4. El gasto por estudiante en España es de 7364 €. Según este dato, ¿qué tasa de abandono escolar sería la esperada? Compara el resultado con el valor real. Intenta explicar la diferencia.

Con un gasto de 7364 € se esperaría una tasa de abandono de  $y = -0,0015 \cdot 7364 + 21,85 = 10,8\%$ . España tiene una tasa de abandono del 21,9 %, muy superior a la 10,8 % esperado, porque se trata de un dato atípico.

## **SESION 10:**

Esta clase la desarrollaremos en el aula de ordenadores, donde desde el ordenador del profesor les explicaré alguna pincelada de *statgraphics* para más tarde cada uno con un ordenador y siguiendo los pasos del profesor, hacer cálculos con Excel de la moda, media, varianza, covarianza, haciendo hincapié en las representaciones gráficas bidimensionales y de dispersión.

Para finalizar la clase dejare 10-15 minutos para que trasteen en internet en páginas relacionadas con la UD como por el ejemplo la del INE.

Ejemplo ejercicio de Excel:

Marina ha tenido en Matemáticas las siguientes notas: 8, 4, 6, 10 y 10.

-Se pide:

- a) Su media, su moda y su mediana.
- b) Recorrido, la varianza y la desviación típica

-Solución:

a) Para calcular la media, la mediana y la moda con la hoja de cálculo, copiamos en la casilla B2, B3... los datos: 8, 4, 6, 10 y 10. Escribimos en la casilla A7, Media, y para calcular la media escribimos un signo igual en B7.

Buscamos, desplegando las posibles funciones, la función PROMEDIO, y escribimos =PROMEDIO(B2:B6), que significa que calcule la media de los valores que hay en las casillas desde B2 hasta B6.

Del mismo modo calculamos la mediana buscando en las funciones o escribiendo =MEDIANA(B2:B6) y la moda buscando en las funciones o escribiendo=MODA(B2,B6).

B7		fx =PROMEDIO(B2:B6)	
	A	B	C
1		Datos	
2		8	
3		4	
4		6	
5		10	
6		10	
7	Media	7,6	
8	Mediana	8	
9	Moda	10	
10			

b)

Obtendremos los resultados de la siguiente manera:

El recorrido calculando MAX – MIN → 6.

La varianza utilizando VARP → 5,44.

La desviación típica usando DESVESTP → 2,33

Los cuartiles, (CUARTIL), siendo el cuartil 0 el mínimo; el cuartil 1, Q1; el cuartil 2, la mediana; el cuartil 3, Q3; y el cuartil 4, el máximo. Q1 = 6. Q3 = 10. Intervalo intercuartil = 10 – 6 = 4..

B10		fx =DESVESTP(B2:B6)	
	A	B	C
1		xi	
2		8	
3		4	
4		6	
5		10	
6		10	
7	MAX	10	Recorrido = 6
8	MIN	4	
9	VARP	5,44	
10	DESVESTP	2,33	
11	CUARTIL 1	6	Intervalo Intercuartil = 4
12	CUARTIL 3	10	
13		8	

## 7.7 ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE.

Además de las que ya se han ido explicando en la metodología y en la división de tiempos y espacios. En este apartado menciono los ejemplos que con la metodología de resolución de problemas y apoyándome en el método POLYA, llevare a cabo en los temas 12 y 13. En principio en el tema 14 , apenas haríamos ejercicios, pues se espera que con el proyecto queden afianzados los conceptos.

### **ACTIVIDADES TEMA 12 COMBINATORIA**

1. En los siguientes experimentos, indica en cuáles influye el orden en el resultado final y si se puede o no repetir un resultado individual:
  - a) Sacar el premio de la lotería nacional utilizando 5 bombos.
  - b) Otorgar las medallas de oro, plata y bronce en una competición de natación en la que intervienen 8 nadadores.
  - c) Formar grupos de trabajo de 5 personas en una clase de 30 alumnos.
  - d) Repartir las fichas del dominó.
  - e) Nombrar delegado y subdelegado en una clase de 30 alumnos.
  - f) Nombrar los 10 miembros de un jurado entre un grupo de 1 000 personas.
  - g) Formar números de 2 cifras con los dígitos {1, 2, 3, 4}.
  - h) Repartir las cartas de una baraja entre 5 jugadores de póquer.
  
2. La Unión Europea ha organizado un concurso de redacción entre los escolares de los 15 países que la componen, pudiendo participar 1 alumno de cada nacionalidad, Si hay un primer premio, un segundo y un tercero, ¿de cuántas formas se pueden repartir los premios?
  
3. Dispones de las cifras {0, 2, 4, 6, 8}.
  - a) ¿Cuántos números de cuatro cifras puedes formar?
  - b) ¿Cuántos terminan en 0?
  - c) ¿Cuántos son mayores o iguales que 6 000?
  
4. Con las letras de la palabra CARMEN
  - a) ¿Cuántas palabras, tengan o no significado, puedes formar si no se pueden repetir las letras?
  - b) ¿Cuántas palabras si se pueden repetir las letras?
  - c) ¿Cuántas palabras en las que no se repiten las letras empiezan por CA?
  
5. Construir las «palabras» de 4 letras, sin que se repita ninguna y tengan o no sentido, que se pueden formar a partir de la palabra LADO.
  - a) ¿Cuántas palabras se pueden formar?
  - b) ¿Cuántas de ellas empiezan por A?

- c) ¿En cuántas están la A y la O juntas, sin importar el orden en que aparecen?
6. El profesor de Ciencias de la Naturaleza examen en el que entran 7 temas y ha dicho que se desarrollen 3 de ellos. ¿Cuántos tipos de examen puede poner? ¿En cuántos de estos exámenes entra el tema primero?
7. En la liga de fútbol de primera división hay 20 equipos
- a) ¿Cuántas clasificaciones finales pueden darse?
- b) Si para la liga de campeones sólo se clasifican los dos primeros equipos, ¿cuántos posibles pares de equipos pueden clasificarse?
- c) Si para la copa de la UEFA se clasifican los equipos 3º,4º,5º y 6º. ¿cuántos grupos de equipos pueden clasificarse?
8. Con las letras de la palabra DISCO ¿Cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por O?
9. En el banquete que se sigue a una boda, se sientan a una mesa presidencial 8 personas incluido los novios, ¿De cuantas formas distintas se pueden sentar de forma que los novios no se separen?
10. Una línea regular de autobuses para en 16 pueblos ¿Cuántos billetes diferentes habrá que mandar imprimir, teniendo en cuenta que en cada billete figura en primer lugar el pueblo de origen y el segundo lugar el pueblo de destino?
11. ¿Cuántos números de 3 cifras existen en el sistema decimal que no repite dígito? No se debe tener en cuenta aquellos cuyo primer dígito de la izquierda es cero.
12. Un chef de cocina dispone de 8 ingredientes distintos para preparar sus salsas ¿Cuántas salsas distintas de 3 ingredientes se pueden preparar?
13. ¿Cuántas diagonales tiene un dodecaedro? ¿Cuántos triángulos se podrían dibujar uniendo tres de sus vértices?
14. El sorteo de la Lotería Primitiva consiste en extraer 6 bolas de un bombo en el que hay 49 bolas numeradas ¿De cuantas maneras se pueden extraer?
15. Para formar la alineación inicial de un equipo hay que elegir un portero, cinco defensas, tres medios volantes y dos puntas. La plantilla la forman dos porteros, siete defensas, cuatro medios volantes y cuatro delanteros. ¿Cuántas alineaciones distintas se pueden formar?

16. Con los dígitos pares (2, 4, 6,8) sin que se repita ninguno. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar? ¿Cuántos empiezan por 4? ¿Cuántos son mayores de 600?
17. ¿De cuántas maneras se pueden repartir medallas de oro, plata y bronce en una carrera en la que compiten 8 atletas?
18. Con los dígitos 3, 4, 5, 6, 7, 8,9, ¿Cuántos números de cuatro cifras no repetidas se pueden formar?
19. Un byte es una secuencia de 8 cifras, repetidas o no, extraídas de entre los dígitos {0,1}. ¿Cuántos bites se pueden formar?
20. Tenemos 5 tipos distintos de zumo y queremos vender cócteles vitamínicos, que consiste en mezclar dos tipos de zumo. ¿Cuántos cócteles vamos a poder ofertar? ¿importa el orden en el que se mezclen los zumos?

### **ACTIVIDADES TEMA 13: PROBABILIDAD:**

1. Se considera el experimento aleatorio “lanzar un dado al aire y observar la puntuación obtenida”. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:
- a)  $A = \text{“La puntuación es 3”}$
  - b)  $B = \text{“La puntuación es mayor que 3”}$
  - c)  $C = \text{“La puntuación es menor que 3”}$
  - d)  $D = \text{“La puntuación es mayor o igual que 3”}$
2. Calcula la probabilidad de obtener un triple seis al lanzar al aire tres veces un dado.
3. En el experimento aleatorio de “lanzar un dado”, indicar cuales son compatibles, incompatibles y formar los contrarios.
- a)  $A = \{ 2,5,6\}$  y  $B = \{3,5\}$
  - b)  $C = \{1,3,5\}$  y  $D = \{4\}$
  - c)  $F = \{ 4,6\}$  y  $G = \{1,3,5,6\}$
4. Se considera el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado al aire. Di si las siguientes parejas de sucesos son compatibles o incompatibles.

- a)  $A = \{\text{Sacar un número primo}\}$  y  $B = \{\text{Sacar un número divisible por dos}\}$
- b)  $A = \{\text{Sacar un número mayor que 3}\}$  y  $B = \{\text{Sacar un número menor que 4}\}$
- c)  $A = \{\text{Sacar un múltiplo de 2}\}$  y  $B = \{\text{Sacar un múltiplo de 3}\}$
5. En el experimento aleatorio cuyo espacio muestral, conjunto de todos los posibles resultados, es  $E = \{ \Delta, \Omega, \Phi, \Psi, \Theta, \Gamma \}$ , se consideran los sucesos  $A = \{ \Delta, \Phi, \Psi, \Theta \}$ ,  $B = \{ \Omega, \Theta, \Gamma \}$  y  $C = \{ \Phi \}$ . Forma los sucesos contrarios de A, B y C.
6. Se considera el experimento aleatorio que consiste en sacar una carta de la baraja española. Di si las siguientes parejas de sucesos son compatibles o incompatibles.
- a)  $A = \{\text{Sacar un cuatro}\}$  y  $B = \{\text{sacar una figura de oros}\}$
- b)  $A = \{\text{Sacar una figura}\}$  y  $B = \{\text{sacar una carta de bastos}\}$
- c)  $A = \{\text{Sacar una copa}\}$  y  $B = \{\text{sacar una sota}\}$
7. Una urna contiene 20 bolas rojas, 15 azules y 7 verdes. Se extrae una bola. Halla la probabilidad de que sea roja o verde.
8. En el experimento de extraer una carta de una baraja española se consideran los sucesos:  $A = \{\text{obtener una copa}\}$ ;  $B = \{\text{obtener un rey}\}$  y  $C = \{\text{obtener el as de espadas}\}$ . Hallar la probabilidad de  $A \cup B$  y  $A \cup C$
9. Calcula la probabilidad de que al sacar una carta de la baraja española resulte ser una figura o una carta de bastos.
10. Decide si las siguientes parejas de sucesos son compatibles o incompatibles. Razona tu respuesta.
- a) A y B tales que  $p(A) = 0,3$  ;  $p(B) = 0,4$  y  $p(A \cup B) = 0,7$ .
- b) A y B tales que  $p(A) = 0,3$  ;  $p(B) = 0,4$  y  $p(A \cup B) = 0,6$ .
11. Se lanza un dado y una moneda. Calcular la probabilidad de que salga un número par y cara. Realizar un diagrama de árbol que permita visualizar los resultados.
12. Lanzamos dos dados. Calcular la probabilidad de que la suma sea mayor o igual que 6. Se lanza un dado más. Calcular la probabilidad de obtener un número impar en los 3 dados.

13. En una clase hay 24 chicas y 16 chicos. Se quiere formar, al azar, una comisión compuesta por dos alumnos. Halla la probabilidad de que:
- Sean dos chicas
  - Sean dos chicos
14. Una coneja pare tres conejos y queremos conocer el sexo de los recién nacidos.
- Haz el árbol de probabilidades.
  - Probabilidad de que los 3 sean machos.
  - Probabilidad de que saliendo la primera cría macho, las otras dos sean hembras.
15. En un cajón hay 12 calcetines negros y 8 grises. Se eligen dos calcetines al azar. Halla la probabilidad de que los dos sean grises.
16. Se sacan dos cartas sucesivamente y sin devolución de una baraja española. Hallar las siguientes probabilidades:
- Que la segunda carta extraída sea espada, sabiendo que la primera carta fue espada.
  - Que la segunda carta extraída sea espada, sabiendo que la primera carta fue copa.
17. En una cadena de producción el producto fabricado pasa por tres procesos independientes. En el primero hay un 5% de fallos, en el segundo un 10% y en el tercero un 15%. Calcula la probabilidad de que un producto tenga:
- 0 defectos.
  - 1 defecto.
  - 2 defectos
18. Una urna contiene 8 bolas con números positivos y 5 bolas con números negativos. Extraemos una bola, miramos el signo del número y devolvemos a la urna; después volvemos a extraer otra bola.
- Haz un árbol de probabilidades.
  - Calcula la probabilidad de que el producto de los números sea positivo.
  - Calcula la probabilidad de que el producto de los números sea negativo.
19. Una bolsa tiene 4 bolas azules, 5 rojas y 6 verdes. Se extraen sucesivamente 2 bolas sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que las dos bolas sean:
- Del mismo color.
  - De distinto color.
  - Responde a las preguntas anteriores si la extracción se realiza con reemplazamiento.

## **7.8 PLANES COMPLEMENTARIOS.**

Participaremos activamente en todas las actividades propuestas desde el Departamento o desde cualquier entidad pública o privada.

Los alumnos más destacados serán presentados a la olimpiada matemática y algún día de los festivales del centro (día del patrón o similar) se organizará una gymkana matemática por pueblo. Las pruebas y acertijos de la gymkana estarán directamente relacionados con los temas tratados durante el curso. Por ejemplo habrá que usar los polinomios para descifrar un mensaje encriptado. Serán necesarias las inequaciones y la geometría para determinar coordenadas geográficas en un mapa. Habrá que utilizar el código binario para resolver enigmas. Habrá que hacer cambios de escala, para que a través de la ley de enfriamiento de Newton se resuelvan casos de asesinatos....

Cuando estemos trabajando el bloque de Geometría dedicaremos una sesión a salir a la calle para que los alumnos fotografíen figuras geométricas que les llamen la atención, para después estudiar sus proporciones, grupos fractales y exponérselo al resto de la clase.

Como salida de fin de curso, iremos a un “room-scape”, que consiste en juegos de escapismo en los que tienes que conseguir salir de una habitación en 60 minutos, a base de descifrar enigmas, para los cuales hay que emplear conocimientos matemáticos de estadística, probabilidad, lógica....

## **7.9 EVALUACION.**

Los métodos de evaluación, serán los presentados en el punto 6 además de los criterios de evaluación explicados para cada tema.

## **7.10. ATENCION A LA DIVERSIDAD.**

La obligatoriedad de la etapa de secundaria hace que se produzca una gran heterogeneidad en lo que se refiere al tipo de alumnos que la cursan.

Para tratar de atender esta diversidad con ciertas garantías de efectividad, es necesario prever diferentes desarrollos del currículo y diferentes formas de práctica pedagógica de forma que la

gran mayoría de los alumnos tengan la posibilidad de desarrollar las capacidades descritas en los objetivos establecidos para la etapa.

Por tanto, se entiende la atención a la diversidad como un tratamiento flexible del currículo que atienda a las características diversas de los diferentes contextos de los alumnos.

Las medidas de atención a la diversidad estarán orientadas a responder a las necesidades educativas concretas del alumnado y a la consecución en el mayor grado posible de las competencias básicas y los objetivos de la etapa. No podrán, en ningún caso, suponer una discriminación que impida al alumno alcanzar dichos objetivos y la titulación correspondiente. Entre las medidas de atención a la diversidad se encuentran las medidas de apoyo ordinario, destinadas a este curso, y las medidas de apoyo específico para el alumnado con necesidades educativas especiales, para el alumnado con altas capacidades intelectuales, y para los que se incorporan tardíamente al sistema educativo. Intentaremos promover las siguientes medidas, cuya posibilidad de realización estudiaremos a lo largo del curso:

- a) Atención especial durante la clase y mientras los demás trabajan sobre el material que tienen, a aquellos alumnos que el profesor sospeche que no han seguido, entendido, lo ya explicado.
- b). Proponer a los alumnos con dificultades algunos trabajos de recuperación sencillos y eficaces, hasta que consigan alcanzar el nivel de los demás alumnos • Evaluación Inicial en todos los cursos.
- c) Juntas de evaluación entre todo el claustro que de clase al alumno con necesidades especiales.
- d) Reuniones de tutores por niveles.
- e) Asesoramiento individualizado a tutores por parte del departamento de orientación..
- g) Reuniones informativas a las familias.
- h) Entrevistas individuales con las familias y alumnos.
- j) Actividades tutoriales enfocadas bajo las líneas de enseñar a pensar, enseñar a convivir, enseñar a decidirse y enseñar a ser persona.

#### **7.11. CONCLUSIONES DE LA UD.**

Al final de cada evaluación, es decir, cada trimestre, más una final, se completara este cuadro, de los aspectos más característicos a tener en cuenta.

En esta parte iré anotando a modo diario, lo que he explicado en el día, las técnicas utilizadas y los ejercicios resueltos.

También haré anotaciones individuales de los alumnos que en esa clase hayan destacado, ya sea por sus méritos o deméritos y dejare constancia de otros aspectos significativos como, si la mayor parte del alumnado a estado atento, una estimación de los alumnos que han sido capaces

de realizar con éxito los ejercicios. Iré dejando constancia de los desajustes que se hayan producido durante la unidad y que he hecho para solventarlo.

Con todos estos datos, al finalizar la unidad haré un informe que me será útil de cara a otras unidades, o para esta unidad en los próximos años.

<b>ASPECTOS A EVALUAR</b>	<b>A DESTACAR...</b>	<b>A MEJORAR...</b>	<b>PROPUESTAS DE MEJORA</b>
Temporalización de las unidades didácticas			
Desarrollo de los objetivos didácticos			
Manejo de los contenidos de la unidad			
Descriptor y desempeños competenciales			
Realización de tareas			
Estrategias metodológicas seleccionadas			
Recursos			
Claridad en los criterios de evaluación			
Uso de diversas herramientas de evaluación			
Evidencias de los estándares de aprendizaje			
Atención a la diversidad			
Interdisciplinariedad			

## **8. CONCLUSIONES.**

Tras haber desarrollado este TFM, he descubierto multitud de metodologías que se pueden incorporar a nuestra futura labor como docentes, que sin embargo, a día de hoy son muy poco aplicadas en los centros de educación.

Creo que la enseñanza necesita un cambio radical, especialmente en cuanto a metodología y evaluación se refiere. En la actualidad se abusa de las clases magistrales y resolución de problemas como métodos de preparación para un examen en el que se nos califica por nota. Sin embargo gracias al master y a este trabajo he podido descubrir nuevas formas de enseñanza, más orientadas a la competencia de aprender a aprender, con objetivos mucho más orientados a los del informe PISA.

Desde mi punto de vista, la evaluación no deber ser tan solo una calificación numérica, sino que debe tener en cuenta el proceso y mejora de los alumnos. Debe motivar valorando los esfuerzos y progresos, sin olvidar que hay unos estándares y objetivos que cumplir.

Por tanto a la hora de desarrollar un P.D no debemos centrarnos únicamente en los contenidos que queremos enseñar, sino también como queremos hacerlo y que objetivos queremos conseguir con ellos. Debemos ser capaces de transmitir la materia, no como conocimientos aislados, sino ser capaces de enlazarlas con sus aplicaciones y establecer conexiones con otras materias, no solo con las que a priori puedan parecer más afines, sino con todas. Por eso en el TFM he hecho varios guiños a conceptos históricos y a noticias actuales.

Gracias a este trabajo, y a mi experiencia en las prácticas he podido descubrir que la labor de un profesor no se limita solo a las horas que pasa dentro de un aula, sino que detrás de cada clase, hay mucho trabajo de preparación, investigación y desarrollo del temario, y son en estos puntos donde un profesor debe poner todo su empeño y dedicación al servicio de sus alumnos.

## **9. BIBLIOGRAFIA.**

### **LIBROS:**

Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4º E,S,O. SAVIA,-SM.

Álvarez Méndez, J (2001).Evaluar para conocer, examinar para excluir, Madrid: Ediciones Morata.

### **BOLETINES OFICIALES DEL ESTADO O AUTONOMIAS**

- LOMCE, Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre .
- DECRETO CURRÍCULO ESO Y BACHILLERATO, Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre

- ORDEN POR LA QUE SE DESCRIBEN LAS RELACIONES ENTRE LAS COMPETENCIAS, LOS CONTENIDOS Y LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN, Orden ECD/65/2015, de 21 de enero
- ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León.

#### **ARTICULOS EXTRAIDOS DE LA RED**

- <https://www.definicionabc.com/social/programacion-didactica.php> (21 de mayo 2017)
- <https://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/mc/lomce/el-curriculo.html> ( 22 de Mayo 2017)
- <http://villarrica.uc.cl/files/matematica/materialweb/CB%2011.pdf> (25 de Mayo 2017)
- <https://educrea.cl/aprendizaje-basado-en-problemas-el-metodo-abp/>. (25 de Mayo 2017)
- <http://www.recursos1clic.es/2016/11/libro-matematicas-orientadas-academicas-4-es-sm-savia-solucionario.html?m=1> ( 2 de Junio 2017)
- <https://donboscoeduca.com/2016/09/19/tecnica-cooperativa-el-folio-giratorio/> (3 de junio 2017)
- [http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/dia6/eu\\_2027/adjuntos/zubirik\\_zubi/materiales\\_educacion\\_primaria/CURRICULUMA/32\\_\\_apren-coop.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/dia6/eu_2027/adjuntos/zubirik_zubi/materiales_educacion_primaria/CURRICULUMA/32__apren-coop.pdf) ( 4 de Junio 2017)
- [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centroctic/41000089/helvia/aula/archivos/repositorio//0/37/solucionario\\_libro\\_4esob.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centroctic/41000089/helvia/aula/archivos/repositorio//0/37/solucionario_libro_4esob.pdf) ( 8 Junio 2017)
- <http://www.estadisticaparatodos.es/taller/montyhall/montyhall.html> ( 8 Junio 2017)
- <http://www.tribunavalladolid.com/noticias/la-contaminacion-obliga-a-cerrar-al-traffic-el-centro-de-valladolid-desde-el-viernes-hasta-el-lunes/1497526691>. ( 21 de Junio 2017)
- [http://www.abc.es/economia/abci-banez-propone-ayuda-430-euros-mensuales-jovenes-contrato-formacion-201706151352\\_noticia.html](http://www.abc.es/economia/abci-banez-propone-ayuda-430-euros-mensuales-jovenes-contrato-formacion-201706151352_noticia.html) (21 de Junio 2017)

#### **ARTICULO IMPRESO**

