

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

TESIS DOCTORAL

APLICACIÓN DE TÉCNICAS ROBUSTAS PARA DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLOS

Presentada por Thamara Villegas Berbesi para optar al grado de doctor por la Universidad de Valladolid

Dirigida por: María Jesús de La Fuente y Aparicio

2012

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

TESIS DOCTORAL

APLICACIÓN DE TÉCNICAS ROBUSTAS PARA DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLOS

Presentada por Thamara Villegas Berbesi para optar al grado de doctor por la Universidad de Valladolid

Dirigida por: María Jesús de La Fuente y Aparicio

A mi madre Alejandrina por estar siempre presente, A Diego y Sebastián que me han acompañado en esta aventura, A Jorge que con paciencia y amor me ha apoyado.

Agradecimientos

A Dios por darme la fuerza y la confianza para alcanzar esta meta.

A mi tutora María Jesús de La Fuente por apoyarme, dedicarme tiempo, ser mi amiga y por brindarme la oportunidad de desarrollar este trabajo.

A mi mentor William Colmenares por darme su apoyo incondicional.

A todos mis compañeros y amigos del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Valladolid, en especial por su gran apoyo a Gloria Gutiérrez, Smaranda Cristea y Miguel Rodriguez.

A todos mis compañeros y amigos de la Universidad Simón Bolívar, en especial a Ernesto Granado por su gran apoyo y colaboración.

A todos los que ahora olvido y que no son menos importantes.

A Jorge por apoyarme, ayudarme, motivarme y acompañarme en todos los momentos difíciles.

A mi familia por apoyarme siempre.

Resumen

La teoría de control es un área en constante desarrollo, donde muchas técnicas están basadas en el conocimiento del sistema en estudio. A nivel industrial, los sistemas son en su mayoría no lineales, y sus comportamientos ante la influencia del entorno pueden variar en poca o gran medida. Incorporar en el diseño del sistema de control un modulo de detección y diagnóstico de fallos mejora los procesos, la disponibilidad y mantenimiento del sistema, así como su desempeño y robustez.

En esta investigación se aplican diferentes métodos de detección y diagnóstico de fallos (DDF) para lograr esquemas que presenten buen desempeño y robustez ante las incertidumbres, perturbaciones y el ruido. Un esquema de DDF que utiliza filtros basado en el modelo matemático del sistema es logrado con la aplicación de desigualdades matriciales lineales (*Linear Matrix Inequalities*, LMIs). Esquemas de DDF que suministran información de las relaciones estadísticas de las señales son desarrollados con técnicas multivariantes de análisis de componentes principales (PCA) y de análisis de componentes independientes (ICA) en aplicaciones estáticas y dinámicas. El conocimiento de los comportamientos del sistema es estudiado mediante redes neuronales dinámicas, que utilizan filtros internos.

En el caso en que se utiliza el modelo matemático de la planta se obtiene un esquema de planta generalizada donde se calcula un filtro para rechazar la incertidumbre de la planta, que es modelada por el estudio del comportamiento del sistema en diferentes puntos de operación, y un segundo filtro que es calculado para rechazar las perturbaciones y el ruido.

Para los esquemas que utilizan las técnicas multivariantes se construye un banco de modelos que se corresponden con las relaciones estadísticas de las señales en cada uno de los comportamientos definidos del sistema.

Cuando se utilizan las redes neuronales dinámicas se establecen patrones de aprendizaje para cada uno de los comportamientos definidos en el sistema, obteniéndose en este caso un banco de redes neuronales, cuyas respuestas permiten definir el comportamiento del sistema.

Finalmente, se realiza un análisis de la respuesta de los esquemas ante los diferentes comportamientos y las características deseables para la detección y el diagnóstico de fallos.

Palabras claves: Técnicas robustas, Desigualdades Matriciales Lineales (LMIs), Control Estadístico de Procesos, Análisis de Componentes Principales (PCA), Análisis de Componentes Independientes (ICA), Redes Neuronales Dinámicas, Detección y Diagnóstico de Fallos

ÍNDICE

1.	Intro	oducción y objetivos	13
	1.1.	Detección y diagnóstico de fallos	13
		1.1.1. Clasificación de los fallos	14
		1.1.2. Características deseables en un Sistema de Detección y Diagnóstico de Fallos.	17
	1.2.	Objetivos de la tesis	19
	1.3.	Organización de la memoria	20
2.	Esta	do del arte en detección y diagnóstico de fallos	23
	2.1.	Clasificación de los Métodos de DDF	23
	2.2.	Métodos de DDF	24
	2.3.	Métodos Analíticos	24
		2.3.1. Observadores	28
		2.3.2. Espacio de paridad	35
		2.3.3. Filtros de Kalman	39
		2.3.4. Estimación de parámetros	41
	2.4.	Métodos basados en señal	43
		2.4.1. Tradicionales	43
		2.4.2. Análisis en frecuencia	44
		2.4.3. Gráficos de control	45
	2.5.	Métodos basados en conocimiento	49
		2.5.1. Sistemas de inteligencia artificial	49
		2.5.2. Análisis de tendencia cualitativa	55
		2.5.3. Modelos causales	56
	2.6.	Comentarios finales	59
3.	Méte	odos robustos de detección de fallos basados en filtros	61
	3.1.	Estimadores de Estados	61
		3.1.1. Estabilidad robusta y desempeño nominal	63
	3.2.	Normas	67

		3.2.1.	Norma de Vectores y matrices
		3.2.2.	Norma de Señales y Sistemas 67
	3.3.	Desigu	aldades matriciales lineales (LMIs)
		3.3.1.	Complemento de Schur
		3.3.2.	Norma H_{∞} como LMIs
	3.4.	Diseño	de filtros robustos con LMIs 73
		3.4.1.	Diseño de los filtros robustos para DDF
		3.4.2.	Modelo de incertidumbre
		3.4.3.	Resultados experimentales
	3.5.	Conclu	siones
4.	Méte	odos Est	tadísticos Multivariantes 97
	4.1.	Concep	ptos estadísticos preliminares
	4.2.	Análisi	s de Componentes Principales (PCA)
		4.2.1.	Componentes principales
		4.2.2.	Reducción de la dimensionalidad 101
		4.2.3.	Proyección de las observaciones
		4.2.4.	Detección de fallos
		4.2.5.	Diagnóstico de fallos
		4.2.6.	PCA dinámicos
		4.2.7.	PCA por aprendizaje en línea 107
	4.3.	Análisi	s de Componentes Independientes (ICA)
		4.3.1.	Métodos y algoritmos para el cálculo de componentes independientes 107
		4.3.2.	Componentes Independientes
		4.3.3.	Principios de estimación ICA 110
		4.3.4.	Ordenamiento y reducción de la dimensión
		4.3.5.	Monitorización con ICA
		4.3.6.	Detección de fallos con ICA
		4.3.7.	ICA dinámicos
	4.4.	Comen	tarios finales
5.	Apli	caciones	s de Métodos Estadísticos 121
	5.1.	Preproc	cesamiento
	5.2.	Método	PCA 123
		5.2.1.	Esquema de DDF con PCA
		5.2.2.	Modelos PCA
		5.2.3.	Resultados DDF con DPCA 137
	5.3.	Método	DICA

		5.2.1 Esqueme de DDE con ICA	1/1
		5.3.1. Esqueina de DEF con ICA	141
		5.5.2. Resultados de DDF usando DCA	142
	5 1	5.5.5. Resultados de DDF usando DICA	152
	5.4.	Fallos Parametricos	150
	~ ~	5.4.1. Comparación de los metodos estudiados	169
	5.5.	Conclusiones	1/1
6.	Rede	es Neuronales	173
	6.1.	Funcionamiento de las Redes Neuronales	173
	6.2.	Características de las redes neuronales artificiales	174
	6.3.	Arquitecturas e interconexión de las redes neuronales	175
	6.4.	Aprendizaje de las redes neuronales	176
		6.4.1. Aprendizaje supervisado	177
		6.4.2. Aprendizaje no supervisado o auto-organizado	177
		6.4.3. Aprendizaje reforzado	178
	6.5.	RNA que representan el tiempo	178
	6.6.	Observador de redes neuronales dinámicas para DDF	178
		6.6.1. Arquitectura del observador neuronal	179
		6.6.2. Determinación de la red neuronal	181
		6.6.3. Protocolo de entrenamiento	182
		6.6.4. Protocolo de validación	183
		6.6.5. Algoritmo de entrenamiento	184
		6.6.6. Detección y diagnóstico de fallos	185
	6.7.	Observador con redes neuronales para aplicación en un sistema real	185
	6.8.	Método híbrido usando redes neuronales y PCA	196
		6.8.1. Aplicación a la planta depuradora de aguas residuales	197
	6.9.	Conclusiones	199
7.	Con	clusiones y líneas futuras de investigación	201
	7.1.	Conclusiones	201
	7.2.	Líneas futuras de investigación	205
Ap	oéndic	ces	207
Ap	oéndic	ces	211
	A.1.	Sistema de dos tanques acoplados en Simulación	211
	A.2.	Sistema de dos tanques acoplados	217
	A.3.	Sistema de planta depuradora	223

6	ÍNDICE
B.1. Conjunto de datos de validación	
Bibliografía	235

Lista de Figuras

1.1.	Estructura general para la detección y diagnóstico de fallos	15
1.2.	Tipo de fallo según sus efectos	16
1.3.	Tipo de fallo según su evolución temporal	16
2.1.	Esquema general de DDF para métodos analíticos	25
2.2.	Residuos dirigidos	28
2.3.	Gráfica de control	46
2.4.	Digrafo para la entrada y salida de flujo de un tanque	57
2.5.	Árboles de decisión	58
3.1.	Representación de los factores externos	65
3.2.	Estructura dinámica del observador	65
3.3.	Modelo de planta generalizada	74
3.4.	Diagrama de bloques del esquema de DDF con un filtro	75
3.5.	Diagrama de bloques del esquema de DDF con dos filtros	76
3.6.	Estudio de los valores singulares en el dominio de la frecuencia	77
3.7.	Esquema DDF con LMI	78
3.8.	Esquema del sistema para simulación	79
3.9.	Estudio de los valores singulares del sistema de simulación	81
3.10.	Respuesta del esquema DDF para el tanque 1 con un filtro	82
3.11.	Respuesta del esquema DDF para los tanques 1 y 2 con un filtro	83
3.12.	Respuestas de los filtros ante un fallo de fuga en el tanque 1	83
3.13.	Los residuos ante los diferentes modos de fallos	84
3.14.	Esquema del sistema de planta real	85
3.15.	Estudio de la incertidumbre de Planta Real	87
3.16.	Filtro 1. Comportamiento normal para la planta real	88
3.17.	Planta real. Acción del filtro 1 para comportamiento normal al cambiar la referencia	89
3.18.	Planta real. Acción de los filtros en comportamiento normal sobre los residuos	90
3.19.	Planta real. Acción del filtro 1 ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1	91

LISTA DE FIGURAS

3.20. Pl	Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1	91
3.21. Pl	Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo del sensor de nivel del tanque 2	92
3.22. Pl	Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo de atasco en la salida del tanque 1 .	92
3.23. Pl	Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo de atasco en la salida del tanque 2.	93
3.24. Pl	Planta real. Residuos ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1 cuando la señal varia	
su	u referencia	93
3.25. Pl	Planta real. Residuos ante un fallo del sensor de nivel del tanque 2 cuando la señal varia	
su	u referencia	94
3.26. Pl	Planta real.Residuos ante un fallo de atasco en la salida del tanque 1 cuando la señal	
Vä	varia su referencia	94
41 F	Esquema de provección de las observaciones	103
4.1. E	Supción de densidad no paramétrica	117
4.3 Fi	Función de densidad nara un caso bivariado	117
4.4 Fi	Función de densidad para un caso univariado	110
7.7. 10		11)
5.1. E	Esquema de DDF con PCA	124
5.2. Se	Señales en el punto de operación nominal (PO)	126
5.3. Se	Señales con variaciones alrededor del punto operación	127
5.4. R	Resultados de Q y T^2 al proyectar los conjuntos de datos por los modelos PCA	128
5.5. E	Estadísticas Q y T^2 para conjuntos de datos con y sin cambios del punto de operación .	129
5.6. C	Comportamiento de las señales alrededor del punto de operación	130
5.7. E	Estadísticas de los modelos PCA con datos de comportamiento normal	133
5.8. M	Modelos PCA de la estadística Q ante un fallo f_1 y f_2	134
5.9. M	Modelos PCA de la estadística Q ante un fallo f_3 y f_4	135
5.10. A	Ampliaciones de las estadísticas Q para los fallos f_1, f_2 y f_3	136
5.11. M	Modelos DPCA con uno y dos retardos para comportamiento normal	139
5.12. G	Gráficas comparativas de Modelos PCA estáticos y dinámicos para comportamiento	
no	ormal	140
5.13. E	Esquema de DDF con ICA	141
5.14. R	Respuestas de los modelos ICA en comportamiento normal	146
5.15. R	Respuestas de los modelos ICA ante un atasco a la salida del tanque 1 (f_1)	147
5.16. R	Respuestas de los modelos ICA ante un atasco a la salida del tanque 2 (f_2)	148
5.17. R	Respuestas de los modelos ICA ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1 (f_3)	150
5.18. R	Respuestas de los modelos ICA ante un fallo del sensor de nivel del tanque 2 (f_4)	151
5.19. R	Respuestas de los modelos DICA con un retardo para comportamiento normal	154
5.20. R	Respuestas de los modelos DICA con dos retardos para comportamiento normal	155
5.21. M	Modelos de PCA para la planta depuradora ante un comportamiento normal y f_1	158

5.22.	. Modelos de PCA para la planta depuradora ante f_2 y f_3	159
5.23.	. Respuestas del modelo de comportamiento normal DPCA para la planta depuradora.	160
5.24.	. Modelos ICA para la planta depuradora en comportamiento normal	163
5.25.	. Modelos ICA para la planta depuradora ante un fallo f_1	164
5.26.	. Modelos ICA para la planta depuradora ante un fallo f_2	165
5.27.	. Modelos ICA para la planta depuradora ante un fallo f_3	166
5.28.	. Ampliaciones de los modelos ICA para comportamiento normal y los fallos f_1 y f_3 de	
	la planta depuradora	167
5.29.	. Respuestas del modelo de comportamiento normal DICA para la planta depuradora	168
61	Esqueme bésico de una neurone	174
0.1. 6.2		174
0.2. 6.3	Punciones de transferencia	174
0. <i>3</i> .	Red neuronal de des capas.	176
0.4. 6 5	Esqueme de observeder generalizade	170
0. <i>5</i> .	Esquenia de observador generalizado	179
0.0. 6 7	Protocolo de señal de entrede pero entrenemiento	180
6.8	Protocolo de entrangmiento para sistemas no lingelos	102
0.8. 6 0	Protocolo de entrenamiento fínicos para dos variablas	103
6.10		103
6.10.	Batzón de referencie para el entrenemiente para plante real	104
0.11. 6 12	Patrona de referencia para el entrenamiento para planta real	100
0.12. 6.12	Patrones de entrenemiente para planta real	10/
0.15.	Esqueme del processoriente de une red neuronal nero Diente Deel	100
0.14.	Esquema del procesamiento de una red neuronar para Planta Real	109
0.15.	Esquema del Banco Observador de redes neuronales para Planta Real	189
0.10.	Respuesta del Observador de redes neuronales ante comportamiento normal	191
0.17.	Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_1	192
0.18.	Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_2	193
0.19.	Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_3	194
0.20.	Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_4	195
6.21.	Esquema DDF hibrido con redes neuronales y PCA	196
6.22.	. Respuestas comparativas de los metodos PCA y NNPCA ante un fallo del tipo <i>shock</i>	100
		198
1.	Esquema del sistema para simulación	211
2.	Esquema del Sistema de dos tanques y con una variable a controlar	214
3.	Vista interna en los bloques de construcción de las ecuaciones matemáticas del modelo.	215
4.	Sistema de dos tanques con una variable a controlar	216

LISTA DE FIGURAS

5.	Sistema de dos tanques
6.	Modelo matemático del Sistema de dos tanques
7.	Vista interna en los bloques de construcción de las ecuaciones matemáticas del modelo. 221
8.	Lazos de control del Sistema de Planta Real
9.	Estructura del Canal de Comunicación con Planta Real
10.	Esquema del Proceso. <i>Benchmark</i> : BSM1 - Planta Depuradora
11.	Esquema de Simulación del Proceso. <i>Benchmark</i> : BSM1 - Planta Depuradora 226
12.	Señales sin variación en Comportamiento Normal
13.	Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_1
14.	Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_2
15.	Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_3
16.	Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_4
17.	Señales con variación en Comportamiento normal
18.	Señales con variación en Comportamiento de fallo f_1
19.	Señales con variación en Comportamiento de fallo f_2
20.	Señales con variación en Comportamiento de fallo f_3
21.	Señales con variación en Comportamiento de fallo f_4

Lista de Tablas

3.1.	Parámetros del Sistema
3.2.	Puntos de Operación
5.1.	Umbrales de las Estadística T^2 y Q para PO sin cambios $\ldots \ldots \ldots$
5.2.	Umbrales de las Estadística T^2 y Q para PO con cambios $\ldots \ldots \ldots$
5.3.	Umbrales teóricos de la Estadística Q de los modelos de PCA
5.4.	Umbrales teóricos de la Estadística Q para los modelos DPCA 137
5.5.	Funciones de negentropía
5.6.	Umbrales teóricos de las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$
5.7.	Umbrales teóricos de la estadística I^2 para modelos dinámicos $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 152$
5.8.	Umbrales teóricos de la estadística Q para modelos dinámicos $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 152$
5.9.	Umbrales teóricos de la estadística I_e^2 para modelos dinámicos $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 152$
5.10.	Umbrales de la Estadística Q de los modelos de PCA de la planta depuradora 156
5.11.	Umbrales teóricos para la planta depuradora de las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$ 161
5.12.	Índices de detección (ID) de cada método de monitorización y de cada modelo 170
6.1.	Matriz de Incidencia
6.2.	Matriz de Incidencia aplicada
6.3.	Tiempo de detección para NNPCA y PCA
7.1.	Comparación de los métodos de DDF
1.	Parámetros del Sistema de Simulación
2.	Parámetros del Sistema de Planta Real
3.	Parámetros físicos de la Planta Depuradora

LISTA DE TABLAS

Capítulo 1

Introducción y objetivos

La automatización industrial y los requerimientos de la globalización han ocasionado cambios en la concepción de los sistemas de control modernos. Con el avance del control de procesos por computadoras, se han logrado beneficios importantes a nivel industrial, pues se ha logrado que actividades rutinarias realizadas por personas sean automatizadas.

Actualmente, con la mayoría de los sistemas de control, en los procesos industriales se pueden obtener productos de alta calidad con menores costos, que los sistemas sean fiables, seguros y cumplan con medidas de protección ambiental. No obstante, la detección y el diagnóstico de fallos se han manejado como eventos anormales que pueden ser resueltos por personal cualificado en la toma de decisiones. Sin embargo, la creciente complejidad de las plantas hace que estas actividades sean cada vez mas difíciles de ejecutar por personas. Los operadores humanos, a menudo toman decisiones erróneas que muchas veces ocasionan fallos mayores a los originales. Estadísticas Industriales muestran que el 70 % de los accidentes industriales son causados por errores humanos.

Se han incorporado muchas técnicas de control en los diseños para la automatización industrial de las empresas, entre ellas los esquemas para la detección y diagnóstico de fallos (DDF), cuyos diseños pueden suministrar información del estado del sistema o de algunas variables de interés y, dependiendo del grado de sofisticación, ejercer algunas acciones de corrección o reconfiguración del sistema al presentarse algún problema definido como un fallo.

1.1. Detección y diagnóstico de fallos

Un esquema de detección y diagnóstico de fallos (DDF) permite incrementar la fiabilidad del sistema, y en aquellos donde la seguridad es critica, prevenir desastres. También mejoran la eficiencia, mantenibilidad y disponibilidad de la planta. Sin embargo, para diseñar un esquema de DDF es necesario conocer el significado de algunos conceptos básicos recopilados en (Chen and Patton, 1999):

• Fallo ("fault"): Desviación no permitida en al menos, una propiedad característica o un paráme-

tro del sistema que lo aparta de la situación aceptable, habitual o estándar. También se puede definir como un cambio no esperado en el funcionamiento del sistema.

- Avería ("*failure*"): Interrupción permanente de la capacidad para mantener una función requerida bajo condiciones de operación específica.
- Funcionamiento defectuoso ("*malfunction*"): Irregularidad intermitente en el cumplimiento de la función deseada por el sistema.

Monitorizar un proceso para detección y diagnóstico de fallos puede hacerse realizando las siguientes tareas o niveles:

- 1. **Detección**. A partir de información extraída de los datos medidos del proceso se determina que hay un funcionamiento anómalo.
- 2. Aislamiento. Determinar la localización exacta del fallo, en ocasiones se identifica con la causa.
- 3. Identificación. Determinar la naturaleza del fallo, su tamaño y tiempo de ocurrencia.
- 4. Reconfiguración o reestructuración de la ley de control. Obtener un control tolerante a fallos, es decir, que el sistema siga funcionando, aceptándose un comportamiento degradado pero estable del sistema, a pesar de los fallos. Si no es posible, se lanza un mensaje de alarma y se procura que el sistema se apague de forma segura.

Estos niveles están asociados en orden creciente a costes tecnológicos por lo que su aplicación dependerá de las necesidades, información del proceso, capacidad y disponibilidad económica del usuario.

1.1.1. Clasificación de los fallos

Los fallos pueden clasificarse de acuerdo a distintos puntos de vista según la literatura (Fuente, 1998), (Blázquez and Miguel, 2003). Clásicamente, se han empleado como criterios la localización del fallo dentro del sistema, el número de elementos que pueden verse afectados y su evolución temporal. Una estructura general utilizada para presentar las incidencias de los fallos se muestra en la figura 1.1.

1. Forma en que afectan al sistema.

Fallos de medida aditivos. Son las desviaciones entre los valores medidos y los reales, tanto de variables de entrada como de salida. Estos también se denominan fallos instrumentales, y algunos autores los clasifican como fallos en sensores y/o fallos en actuadores. Éstos podrían ser debidos a un fallo fijo, un voltaje de polarización constante (positivo o negativo) o un fallo del tipo fuera de rango. Un fallo en uno de los instrumentos que dan



Figura 1.1: Estructura general para la detección y diagnóstico de fallos

señales de realimentación a la planta puede causar que las variables de estado se desvíen más allá de los límites aceptables. El propósito del diagnóstico es detectar rápidamente cualquier fallo de instrumentos que pueda seriamente degradar el desempeño del sistema de control.

- Fallos de proceso aditivos. Son los ocasionados por entradas desconocidas o por perturbaciones que actúan sobre la planta, que normalmente son cero, pero que causan cambios en las salidas de la planta independientemente de las entradas. Estos procesos que no están modelados son típicamente desechados como parámetros e incluyen interacciones a lo largo del sistema. El fallo surge cuando hay perturbaciones entrando al proceso desde el ambiente a través de una o más variables independientes exógenas. Un ejemplo de funcionamiento defectuoso es un cambio en la concentración del reactivo de su valor normal. La concentración es una variable exógena que no puede ser suministrada por el proceso. Otro ejemplo es el cambio en el coeficiente de transferencia de calor debido a fallas en el intercambiador de calor.
- Fallos de proceso multiplicativos. Son los fallos, repentinos o graduales, de los parámetros de la planta. Representan el deterioro de los equipos, suciedad, pérdida de potencia, etc. También se denominan fallos en los componentes. Estos defectos estructurales resultan en un cambio en el flujo de información entre varias variables. Para manejar dichos fallos en un sistema de diagnóstico se requiere un cambio de las ecuaciones del modelo y reestructurarlas con otras ecuaciones para describir la situación actual del proceso. Un ejemplo de un fallo estructural sería el fallo de un controlador, una válvula atascada, una tubería rota, etc.



Los tipos de fallo según sus efectos se representan en la figura 1.2

Figura 1.2: Tipo de fallo según sus efectos

2. Cantidad de elementos que afectan.

- Fallos Simples. Son los que afectan a un solo elemento del sistema.
- Fallos Múltiples. Son los que se dan cuando varios elementos del sistema se ven afectados simultáneamente.

3. Evolución temporal.

- Fallos abruptos. Son fallos repentinos e imprevistos que adquieren en un instante determinado un tamaño significativo y lo conservan a lo largo del tiempo.
- Fallos incipientes o evolutivos. Son fallos que evolucionan de forma lenta, su detección temprana permite predecir el instante en que superarán un margen de tolerancia admisible.
- Fallos intermitentes. Son fallos que no actúan de manera continua, pueden aparecer y desaparecer en diferentes instantes de tiempo e incluso presentar distintos tamaños.

La evolución temporal de los fallos es presentada en la figura 1.3



Figura 1.3: Tipo de fallo según su evolución temporal

En base a esta clasificación aparecen dos nuevos conceptos:

• Índice de bondad: es el intervalo de tiempo entre el instante en que se produjo el fallo t_f y el instante en que es detectado t_d .

1.1. DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLOS

Fiabilidad de la detección: Esta asociado al concepto anterior y tiene que ver con la probabilidad de detectar falsas alarmas, mientras más baja sea esa probabilidad, el sistema es más fiable. Para que el sistema sea fiable debemos aplicar algún método de detección de fallos, que mencionaremos más adelante, que nos permita asegurar que ocurre un fallo.

Para diseñar un esquema de DDF se debe definir un índice de funcionamiento, cuyos criterios y/o restricciones para situaciones reales y prácticas no deben ser demasiado complicados. Así, debe existir un compromiso entre la complejidad del método y su eficiencia. Para ayudar a ello, a continuación mencionaremos ciertas características deseables a considerar en el diseño del esquema de DDF, las cuales usualmente no son encontradas en un método simple.

1.1.2. Características deseables en un Sistema de Detección y Diagnóstico de Fallos.

Considerar un conjunto de características deseables en un Sistema de Detección y Diagnóstico de Fallos es útil para comparar los diferentes métodos en términos de información preliminar como confiabilidad de la solución, generalidades, eficiencia de cómputo, etc.

1. Rápida detección y diagnóstico.

El Esquema DDF debe responder rápidamente al detectar y diagnosticar averías de los procesos. Sin embargo, un esquema que es diseñado para detectar un fallo y en particular cambios abruptos, será rápidamente sensible a influencias de alta frecuencia. Esto hace al sistema sensible al ruido y puede conducir a un alto índice de falsas alarmas durante la operación normal.

2. Aislamiento.

El aislamiento es la habilidad del Esquema DDF para distinguir entre los diferentes fallos. Bajo condiciones ideales, libre de ruido e incertidumbres del modelado, el clasificador de diagnóstico debe ser capaz de generar salidas ortogonales a fallos que no hayan ocurrido. Debido a que la mayoría de los clasificadores trabajan con varias formas de información redundante de las características del proceso, hay un grado limitado de libertad para el diseño del clasificador, por lo que un clasificador con alto nivel de aislamiento hará usualmente un pobre trabajo en rechazar incertidumbres no modeladas.

3. Robustez.

La robustez es la capacidad del sistema de detección y diagnóstico de fallos de ser insensible o invariante ante los errores de modelado, incertidumbres, perturbaciones, ruido y a la vez sensible ante los fallos. Si bien es deseable que los Esquema de DDF sean robustos, y que su desempeño se degrade poco a poco en vez de fallar total y abrúptamente, la robustez prevé pruebas de aislamiento determinístico, donde los umbrales son colocados cerca de cero. En presencia de

ruido, estos umbrales podrían haber sido escogidos conservadoramente, por lo que se debe hacer un balance entre desempeño y robustez.

4. Identificación de novedades.

Los Esquema de DDF deben ser capaces de identificar para unas condiciones dadas en un proceso, si está funcionando de manera normal o no. Si esta funcionando de manera anormal, debe establecer si la causa es un fallo conocido o un fallo no conocido, es decir, una novedad. Generalmente, se puede disponer de suficientes datos para modelar la conducta normal de un proceso. No obstante, pocas veces se tiene los datos históricos para modelar satisfactoriamente las regiones anormales, haciendo difícil modelarlas. El Esquema de DDF debe ser capaz de reconocer la ocurrencia de novedades y no confundirlas con una operación normal o un tipo de fallo conocido.

5. Estimación del error de clasificación

Para proveer confianza a los usuarios en la fiabilidad del Esquema DDF, se acostumbra a dar con anterioridad una estimación del error de clasificación que pudiera ocurrir. Dicho error se usa para proyectar los niveles de confianza de las decisiones del diagnóstico que da el sistema.

6. Adaptabilidad

Los procesos son alterados no tan solo por fallos sino que cambian y evolucionan por modificaciones en las entradas, cambios estructurales o inclusive ambientales. Se pueden tener cambios en la calidad de la materia prima, niveles de producción, etc. Los Esquema DDF deben ser adaptables a dichos cambios y deben poderse adaptar a medida que estos nuevos casos se presenten y mas información este disponible.

7. Facilidad de explicación.

Además de identificar la fuente del fallo, un Esquema de DDF debe suministrar explicaciones de por qué se originó el fallo y como se propagó (Causa-Efecto). El Esquema DDF debe explicar tanto por qué un supuesto de ocurrencia es seleccionado, como por qué otros no pueden serlo.

8. Requerimientos de modelado.

Para un desarrollo rápido y fácil de un clasificador de diagnóstico en tiempo real, la cantidad de modelado requerido debe ser mínima.

9. Requerimientos computacionales y de almacenaje.

Las soluciones en tiempo real usualmente requerirán algoritmos e implementaciones que son menos complejas computacionalmente, pero pudieran tener altas necesidades de almacenamiento de datos. Por lo que se debe considerar un razonable balance entre estos requerimientos.

10. Identificación de múltiples fallos.

La habilidad de identificar múltiples fallos es un importante y difícil requerimiento. La dificultad radica en la naturaleza interactiva de la mayoría de los fallos. En un sistema no lineal, ocurrirán interacciones entre los fallos, que el Esquema DDF podría no ser capaz de modelar el efecto combinado de estos usando los patrones de fallos individuales. Por otra parte, enumerar y diseñar de manera separada para varias combinaciones de múltiples fallos se volvería prohibitivo para grandes procesos.

1.2. Objetivos de la tesis

El principal objetivo de esta tesis es proponer y desarrollar esquemas robustos de detección y diagnóstico de fallos para sistemas de control operando a lazo cerrado que sean válidos para sistemas no lineales.

Los sistemas automatizados de la industria tienen sistemas de control que operan a lazo cerrado y son diseñados para mantener su funcionamiento dentro de unos limites por lo que la ocurrencia de un fallo, a menos que sea crítico, tiende a esconderse por las correcciones de los controladores a seguir una referencia. Adicionalmente, los sistemas de planta industriales, en su mayoría, son no lineales. Por estas razones es necesario desarrollar esquemas como los que se propondrán en esta tesis, que mejoren los procesos industriales y sean capaces de detectar y diagnosticar un fallo adquiriendo información del sistema, sin que los cambios de referencia en el mismo afecten su correcto funcionamiento.

Para conseguir esquemas de detección y diagnóstico de fallos que sean robustos se recurrirá a aplicar diferentes técnicas de optimización y análisis de los datos. Se desarrollaran sistemas de desigualdades matriciales lineales que cumplan con el rechazo a las incertidumbres de modelado del sistema, las perturbaciones y el ruido que lo afectan, para utilizar un modelo matemático del sistema en un esquema robusto de detección y diagnóstico de los fallos. Se estudiarán las relaciones de las señales con técnicas de análisis estadísticos multivariantes que empleen gráficos de control para encontrar umbrales que indiquen la presencia de un determinado comportamiento en el sistema. Se aplicarán técnicas que analicen el conocimiento del sistema y sus diferentes estados a través del aprendizaje de la dinámica del sistema.

En general los esquemas que se plantearán en esta tesis serán robustos ante las no linealidades del sistema, perturbaciones o ruidos. El esquema de DDF que utiliza el modelo matemático del sistema empleará dos filtros dinámicos que obtendrán un residuo que presente un patrón particular para cada tipo de fallo independientemente del punto de operación del sistema o factores externos. Los esquemas que analizan las relaciones estadísticas de las señales del sistema reducirán su representación y presentarán las diferentes estadísticas que conjugadas permitan obtener un patrón de comportamiento ante la presencia o no de un fallo, desarrollándose modelos para cada comportamiento por análisis de componentes principales (PCA) y análisis de componentes independientes (ICA) en su representación estática y dinámica. El esquema de conocimiento del sistema evaluará con redes neuronales dinámicas

de tres capas las señales a través de filtros internos que permitirán construir un banco de redes neuronales que reciban las mismas señales de entrada y generen salidas que conjugadas definan un patrón característico para cada comportamiento presente en el sistema.

Para entender las dificultades de diseño de esquemas robustos de DDF aplicados a los sistemas no lineales se construirá un simulador de la planta real en estudio. También se tratará de generalizar y aplicar la metodología utilizada en los diseños de los esquemas de DDF a otras plantas.

Los objetivos de la tesis se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Estudiar los métodos existentes en la literatura para detección y diagnóstico de fallos como punto de partida para plantear los esquemas que se proponen en el presente trabajo.
- Analizar los problemas que se plantean al diseñar un esquema robustos de DDF para sistemas no lineales.
 - Métodos que utilizan el modelo de la planta y sus limitaciones.
 - Métodos que utilizan las relaciones estadísticas de las señales y las características de estas para ser aplicables.
 - Métodos que utilizan el conocimiento del sistema y las necesidades de información y estructura de los datos.
- Plantear los esquemas robustos de DDF utilizando métodos analíticos, basados en señal y en conocimiento.
- Diseñar y aplicar los esquemas robustos de DDF a sistemas no lineales.
- Comprobar las respuestas de los esquemas de DDF desarrollados en un sistema de planta real en estudio.
- Comparar las diferencias, aplicabilidad, dificultad de diseño y respuesta de los métodos utilizados en un sistema de planta real en estudio.

1.3. Organización de la memoria

La organización de la tesis se describe a continuación. En el presente capítulo se hace una introducción a la misma, presentando la teoría básica de detección y diagnóstico de fallos y los objetivos del trabajo. En el capítulo segundo se presenta el estado del arte en cuánto a los métodos utilizados para la detección y diagnóstico de fallos.

El capítulo tercero presenta la teoría y los resultados obtenidos para un sistema en simulación y el sistema de planta real en estudio al aplicar la técnica de Desigualdades Matriciales ("*Linear matrix*

inequalities", LMI's). Esta técnica es utilizada para establecer un procedimiento para rechazar la incertidumbre y el ruido en el sistema, aplicando optimización para obtener filtros activos en un esquema robusto de DDF que utiliza el modelo de la planta.

El capítulo cuarto presenta la teoría de técnicas estadísticas, especialmente para el caso multivariable con análisis de componentes principales estáticos y dinámicos ("*Principal component analysis*", PCA y "*Dynamic principal component analysis*", DPCA) y análisis de componentes independientes estáticos y dinámicos ("*Independent component analysis*", ICA y "*Dynamic independent component analysis*", DIPA). Seguidamente en el capítulo quinto se presentan los resultados obtenidos al aplicar las técnicas estadísticas multivariables al sistema de planta real en estudio y un sistema un sistema en simulación con características muy diferentes al de planta real.

El capítulo sexto presenta la teoría y aplicación de redes neuronales dinámicas.

En cada capítulo se han incluido comentarios y conclusiones particulares a las técnicas aplicadas.

En el capítulo siete se encuentran las conclusiones globales del presente trabajo, se presentan de forma comparativa las conclusiones de los esquemas robustos DDF utilizados y las líneas futuras de investigación.

Finalmente, se incluye la bibliografía consultada y los apéndices necesarios para incluir las consideraciones adicionales y las diferentes implementaciones realizadas con la ayuda de las herramienta de programación y simulación Matlab y Simulink.

Capítulo 2

Estado del arte en detección y diagnóstico de fallos

En este capítulo se hace un repaso de los principales métodos para realizar esquemas de detección y diagnóstico de fallos (DDF). Existe una gran diversidad de métodos DDF desarrollados en el mundo académico e industrial, los cuáles se agrupan o clasifican de acuerdo a diferentes enfoques encontrados en la literatura.

La selección de un método para realizar la detección y el diagnóstico de fallos en un proceso depende del conocimiento disponible del sistema, cantidad de información, dinámica, linealidad del proceso, complejidad, las relaciones entre las observaciones (síntomas) y los fallos, etc.

2.1. Clasificación de los Métodos de DDF

En términos generales se pueden distinguir dos grandes grupos de métodos de detección de fallos, aquellos que se basan en el modelo de la planta y los que no hacen uso del modelo de la planta. Para el primer grupo se utilizan métodos analíticos, es necesario tener un conocimiento a priori del proceso, y a su vez, se divide en métodos que utilizan un modelo cuantitativo o un modelo cualitativo de la planta.

Los modelos están basados fundamentalmente en el entendimiento del comportamiento físico del proceso. En los modelos cuantitativos el entendimiento viene expresado en términos de funciones matemáticas que relacionan las entradas y las salidas del sistema. Se realiza una descripción precisa del mismo y su dinámica suele estar representada por ecuaciones diferenciales. En los modelos cualitativos se realizan inferencias sobre el comportamiento de ciertos elementos del proceso para expresar con funciones cualitativas las relaciones.

Para el segundo grupo, en contraste con los métodos basados en modelos, los métodos están basados en el conocimiento histórico del proceso, donde es necesaria la disponibilidad de grandes volúmenes de información. En estos métodos, se extrae de los datos históricos del proceso, información relevante para establecer relaciones cuantitativas o cualitativas de los comportamientos presentes en el sistema.

En líneas generales, todos los métodos requieren datos para estimar algunos parámetros, y todos extraen de los datos de proceso la información relevante para aplicar la técnica mas adecuada para realizar la detección y el diagnóstico.

En la literatura encontramos que los métodos de detección y diagnóstico de fallos pueden clasificarse de diferente manera. La mayoría de los autores distinguen tres categorías. En este trabajo se utiliza la clasificación presentada por (Chen and Patton 1999), que agrupa los métodos en analíticos, basados en señal y basados en conocimiento.

2.2. Métodos de DDF

Debido a la amplia variedad de métodos, no es posible discutir en detalle todos ellos, por lo que se definirán las generalidades de los métodos básicos de detección y diagnóstico de fallos y se mencionaran con mayor énfasis las aplicaciones mas utilizadas y/o recientes, mencionando sus correspondientes referencias para quienes tengan interés en profundizar. De forma general, los métodos que se mencionaran son los presentados en el siguiente esquema:



2.3. Métodos Analíticos

Estos métodos están basados en las relaciones de redundancia analítica, utilizan un modelo de la planta para intentar determinar un fallo al comparar la inconsistencia entre el comportamiento de la planta real y el modelo del sistema. Esto solo puede ser logrado si existe algún tipo de redundancia analítica, que dependiendo de las relaciones matemáticas es directa o temporal.

En la redundancia directa se utilizan las relaciones algebraicas entre las medidas de los diferentes sensores, parámetros internos del proceso que sean medibles, sin importar su naturaleza, considerando que se producen de un mismo estado dinámico y por lo tanto deben estar funcionalmente relacionados

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS

a través de su modelo, y las relaciones matemáticas que computan dicho valor. En la redundancia temporal se relacionan con ecuaciones diferenciales o en diferencias las salidas del sistema, las variables medidas y las entradas conocidas.

Una vez determinado el modelo, los métodos basados en redundancia analítica requieren de dos pasos: la generación de los residuos y la toma de decisión basada en esos residuos, donde frecuentemente se utilizan métodos estadísticos.

En el primer paso, utilizando el modelo, las entradas y las salidas del sistema se procesan mediante un algoritmo determinado, de acuerdo al método escogido para generar los residuos, que nominalmente son cero, y se desvían del cero de forma característica cuando ocurre un fallo particular.

En el segundo paso (toma de decisión) los residuos se examinan para determinar si han ocurrido fallos o no, y si los mismos han sido colocados en un vector de residuos, donde pueden distinguirse todos los fallos, se dice que el vector de residuos tiene la propiedad de aislamiento. Un esquema general para los métodos analíticos se muestra en la figura 2.1, (Chen and Patton 1999).



Figura 2.1: Esquema general de DDF para métodos analíticos

Modelos de la planta

Los modelos de la planta se obtienen sobre la base de una comprensión de la física del proceso. El problema de detección de fallos es identificar el estado de un proceso basado en su comportamiento.

Los esquemas de detección y diagnóstico de fallos son utilizados normalmente en procesos controlados, así el comportamiento de un proceso es definido por el control sobre las variables de entrada y salida, cuando se produce un fallo, cambian las relaciones entre las variables observadas y por lo tanto dan lugar a inconsistencias (residuos). Estas inconsistencias pueden incluirse en los modelos matemáticos a través de una representación adecuada. Para plantear los modelos se asume que los sistemas tienen un comportamiento lineal. Para plantas no lineales se puede aplicar un método basado en modelos si es posible obtener un comportamiento adecuado alrededor de un punto de operación, mas aún estos métodos pueden ser extendidos a modelos no lineales, si específicamente se puede separar en no linealidades estáticas y linealidades dinámicas (Gertler et al., 1991) o bien obtener el modelo no-lineal del sistema. El modelo lineal en espacio de estados para sistemas continuos es expresado:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$
(2.1)

donde, de forma general, *A*, *B*, *C* y *D* son las matrices de dimensiones adecuadas que representan el comportamiento de la planta en su punto de operación, x(t) es el vector de estados, u(t) son las entradas del proceso e y(t) son las salidas. Esta representación suele ser simplificada al considerar D = 0, y es utilizada en su forma discreta, que equivalentemente transforma las matrices.

$$x(t+1)=Ax(t)+Bu(t)$$

$$y(t)=Cx(t)+Du(t)$$
(2.2)

Cuando incluimos los fallos en el modelo, la representación es:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\mathbf{k}+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{k}) + \mathbf{R}_1 f(\mathbf{k}) \\ \mathbf{y}(\mathbf{k}) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{k}) + \mathbf{R}_2 f(\mathbf{k}) \end{aligned}$$
 (2.3)

donde f(k) es un vector que representa los diferentes fallos a considerar en el sistema a lazo cerrado, como son los fallos de actuadores, sensores, controladores y perturbaciones. Las matrices R_1 y R_2 representan el efecto de los fallos en el sistema (Gertler, 1998), (Chen and Patton 1999).

Cuando la representación se hace por medio de un modelo de *entrada* – *salida*, el sistema, sin considerar el efecto de los fallos, es expresado:

$$H(z)y(k) = G(z)u(k)$$
(2.4)

donde H(z) y G(z) son las matrices que describen el sistema. Al considerar el efecto de los fallos, el modelo es expresado:

$$H(z)y(k) = G(z)u(k) + Q(z)f(k)$$
(2.5)

donde Q(z) representa el efecto de los distintos fallos en el sistema (Venkatasubramanian et al., 2003).

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS

Generación de residuos

Para la generación de residuos se consideran los modelos de la planta, deterministas o estocásticos; el ruido presente en el sistema según el modelo; y los tipos de residuos, estructurados o dirigidos.

Residuos estructurados: Cada residuo se diseña para que sea sensible a un subconjunto de fallos permaneciendo insensible al resto de los fallos. El conjunto de residuos que tiene la sensibilidad requerida a fallos especificos y la insensibilidad a otros fallos se le conoce como conjunto estructurado de residuos (Gertler, 1991), (Gertler 1998), (Chen and Patton 1999), (Li and Shah, 2002). El procedimiento de diseño consta de dos pasos: lo primero es especificar las relaciones de sensibilidad e insensibilidad entre los residuos y fallos de acuerdo con la tarea de aislamiento asignada; en segundo lugar se diseña un conjunto de generadores de residuos que dependen de las relaciones de sensibilidad e insensibilidad deseadas. La ventaja del conjunto estructurado de residuos es que se simplifica el análisis del diagnóstico al determinar que residuos son distintos de cero. Los umbrales se definen para cada residuo por separado, dando lugar a una tabla de decisión booleana, y la tarea de aislamiento puede llevarse a cabo utilizando esa tabla (Blázquez and Miguel 2003). Sin embargo, aunque el planteamiento es muy simple, el diseño es muy difícil de realizar en la práctica y suele carecer de otras prestaciones deseables como la robustez frente a errores de modelado. Por ello, lo mejor y más utilizado en el diseño consiste en hacer cada residuo sensible a todos los fallos menos a uno, expresándose esta relación como:

$$r_i = R(f_1(t), \dots, f_{i-1}(t), f_{i+1}(t), \dots, f_g(t))$$
(2.6)

donde *R* es una función de todos los fallos menos uno, *f* representa cada fallo y r_i es el residuo *i*-ésimo, de esta forma se genera un conjunto de residuos generalizado. Si todos los residuos del conjunto de residuos generalizado se generan utilizando un banco de observadores, a la estructura resultante se le conoce como esquema de observadores generalizado (Tarantino et al., 2000). Un proceso de decisión puede consistir en un simple test de umbral en los valores instantáneos, en la media móvil de los residuos, o pueden utilizarse los métodos de la teoría estadística de decisión.

Residuos dirigidos: Un mejor método de aislamiento de los fallos puede ser el diseño de un vector de residuos dirigido, donde cada fallo esta confinado a una dirección específica en el espacio de residuos (Blázquez and Miguel 2003). La representación matemática es:

$$r(t|f_i(t)) = \alpha_i(t)I_i \tag{2.7}$$

con $i \in \{1, 2, ..., g\}$, siendo g la cantidad de fallos definidos, I_i es el vector de dirección de cada uno de los fallos y α_i es un escalar que depende del tamaño del fallo.

28 CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE EN DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLOS

Con esta técnica el aislamiento del fallo consiste en determinar la dirección que más se acerca a uno de los vectores de dirección de fallos dentro del vector de residuos, así por ejemplo, en la figura 2.2 el residuo r se encuentra más cerca de la dirección del residuo I_2 .



Figura 2.2: Residuos dirigidos

Métodos para la generación de residuos

Se han desarrollado una gran cantidad de métodos para sistemas dinámicos lineales, sin embargo, en la práctica la mayoría de los sistemas son no lineales y normalmente operan cerca de un punto de equilibrio, si las magnitudes de las señales en dicho sistema están limitadas en intervalos y los componentes presentan una característica lineal, el sistema es esencialmente lineal, y se utiliza un modelo linealizado. En consecuencia, los métodos se han agrupado básicamente en dos categorías. Por un lado se encuentran aquellos que son extensiones o generalizaciones de los métodos basados en modelos lineales, aplicados a los sistemas no lineales. Por otro lado, están los métodos que utilizan un aproximador universal como herramienta para construir el modelo de la planta, incluso considerando la incorporación de información cualitativa en dicho aproximador.

Los métodos considerados en esta sección son esencialmente los que utilizan un modelo lineal para detección y diagnóstico de fallos, algunos son formulados en un contexto determinista como los observadores, estimación de parámetros y las relaciones de paridad. Otros son formulados en un contexto estocástico como los filtros de Kalman.

2.3.1. Observadores

Los observadores son elementos que permiten estimar las variables de un sistema en base a las mediciones de las señales de salida y entrada del sistema en estudio. Estos tienen la ventaja de ser robustos a las perturbaciones, variaciones de los parámetros y el ruido del sistema. Cuando todas las variables de estado de un sistema están disponibles podemos construir un observador de orden completo y cuando solo disponemos de algunas construimos un observador de orden reducido.
Las aplicaciones de los observadores son muy variadas, y en el caso en que son utilizados para los esquemas de detección y diagnóstico de fallos, se diseña el error de estimación del observador para generar el residuo o un conjunto de ellos, que detecten e identifiquen de manera exclusiva los diferentes fallos.

Cuando utilizamos un determinado observador debemos considerar los tipos de fallos que se van a detectar (componentes, actuadores o sensores), los criterios de diseño (robustez, aislabilidad, etc.) y la estructura del sistema (observabilidad, controlabilidad, linealidad, etc.). En cuanto al aislamiento de fallos, se pueden utilizar observadores para construir residuos estructurados, que se conoce como esquema de observadores dedicado y esquema de observador generalizado (Frank, 1987), (Frank, 1990). En base a las características propias de nuestra aplicación, en la literatura encontramos diversas opciones de observadores, a continuación mencionamos las más relevantes.

Observador de Luenberger

La dinámica que se propone para un observador de Luenberger es lineal, aplicada para reconstruir los estados de un sistema lineal, y esta dada por la siguiente relación:

$$\dot{\widehat{x}} = A\widehat{x} + L(y - \widehat{y}) + B_c u_c
\widehat{y} = C\widehat{x}$$
(2.8)

donde \hat{x} son los estados estimados, \hat{y} es la salida estimada, u_c es una señal de control, L y B_c son vectores de ganancia a ser diseñados de tal manera que sea posible obtener un estimador asintótico de los estados del sistema lineal. Para ello, es necesario definir el error de observación, el cual viene dado por la diferencia entre el valor real del vector de estado del sistema linealizado y el valor estimado de tal vector de estado. Esta definición, por supuesto, se extiende a los valores iniciales de tales estados, aunque el valor inicial del error, en un cierto t_o , es desconocido, y probablemente sera distinto de cero (Sira-Ramírez et al., 2005).

$$e_x = x - \hat{x}, \qquad e_x(t_o) = x(t_o) - \hat{x}(t_o)$$
(2.9)

siendo e_x el error de observación y su dinámica, considerando un sistema en variables de estado como el descrito en la expresión 2.2 y suponiendo D = 0, viene dada por:

$$\dot{e}_x = \dot{x} - \dot{x} = Ax + Bu - A\hat{x} - L(y - C\hat{x}) - B_c u_c$$
(2.10)

el elegir B_c y u_c apropiadamente, permite que el error de observación evolucione según la dinámica lineal y autónoma dada por:

$$\dot{e}_x = (A - LC)e_x \tag{2.11}$$

entonces para el diseño del vector L se debe cumplir que el error de estimación sea asintóticamen-

te estable a cero, siendo condición necesaria y suficiente que los autovalores de la matriz (A - LC)sean negativos, ubicando los polos del sistema lineal (representado por el error de observación) en el semiplano izquierdo del plano complejo.

Aplicaciones con observadores de Luenberger podemos encontrar en (Tarantino et al. 2000) y en (Ríos-Bolívar and Acuña, 2009). En este último se hace la detección robusta de fallos en sistemas lineales con incertidumbres politópicas. Para ello, se utiliza un banco de observadores basados en el observador de Luenberger y en condiciones de desempeño modificadas, establecidas a partir de la aplicación de Normas (L_2 , H_2 , H_∞), las cuales son expresadas mediante desigualdades matriciales lineales (*Linear Matrix Inequalities*, LMIs).

Observadores no lineales

En la práctica muchos sistemas no lineales no se pueden representar mediante modelos lineales, en particular cuando dichos sistemas no operan en un punto fijo de operación nominal. Algunas técnicas que han sido desarrolladas con observadores no lineales permiten establecer mejores estrategias para generar residuos más robustos, donde la representación matemática general es expresada como:

$$\dot{x}(t) = g(x(t), u(t), f(t), d(t))$$

$$y(t) = h(x(t), u(t), f(t), d(t))$$
(2.12)

siendo x(t) el vector de estado, y(t) el vector de salida, u(t) el vector de entrada, f(t) el vector de la fallo, d(t) el vector de perturbaciones y g(.,.,.) y h(.,.,.) representan las funciones no lineales. El problema del diagnóstico de fallos es generar un vector de residuos r(t) a partir de la dinámica del error de observación ($\dot{\xi}(t)$) utilizando la estructura del observador:

El residuo debe satisfacer la siguiente condición:

$$\|r(t)\| \begin{cases} \approx 0, \quad cuando \quad f(t) = 0\\ \gg 0, \quad cuando \quad f(t) \neq 0 \end{cases}$$
(2.14)

Estas estructuras generales han definido diversos observadores no lineales, que pueden ser estudiadas en mayor profundidad en (Chen and Patton 1999). Algunos de ellos se mencionan a continuación:

Observador no lineal identidad: La aplicación de este método se realiza análogamente al caso lineal (Observador de Luenberger), siendo la expresión general:

$$\dot{x}(t) = g(x(t), u(t)) + R_1 f(t)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)) + R_2 f(t)$$
(2.15)

El observador es diseñado como:

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS

$$\hat{\hat{x}}(t) = g(\hat{x}(t), u(t)) + K(\hat{x}(t), u(t))(y(t) - \hat{y}(t))$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}(t), u(t))$$

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$
(2.16)

El residuo r(t) y el error de estimación de estado $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ son gobernados por las siguientes relaciones:

$$\dot{e}(t) = F(t)e(t) + O_1(e^2(t), t) + R_1f(t) - K(\hat{x}(t), u(t))R_2f(t)$$

r(t)=H(t)e(t) + O_2(e^2(t), t) + R_2f(t) (2.17)

donde $O_1(e^2(t),t)$ y $O_2(e^2(t),t)$ representan términos de segundo y mayor orden con respecto al error e(t), H(t) y F(t) están relacionadas de la siguiente forma:

$$F(t) = \frac{\partial g(\hat{x}(t), u(t))}{\partial \hat{x}(t)} - K(\hat{x}(t), u(t)) \quad H(t)$$

$$H(t) = \frac{\partial h(\hat{x}(t), u(t))}{\partial \hat{x}(t)}$$
(2.18)

Considerando un error de estimación de estado $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, se diseña $K(\hat{x}(t), u(t))$ tal que el residuo solo sea afectado por el vector del fallo f(t) cuando el error de estimación de estado e(t) converja asintóticamente a cero (e(t) = 0). Dependiendo de la complejidad del sistema en estudio, en ocasiones, considerar la matriz K como una constante puede ser suficiente.

El diseño del observador no tiene un algoritmo general aplicable, posee una alta complejidad numérica y demanda una gran potencia computacional, pueden aparecer números complejos y otras dificultades computacionales, por lo que su implementación puede no ser práctica. En consecuencia, hay muy pocas aplicaciones con este tipo de observador (Chen and Patton 1999).

Observador Thau: En este caso el modelo del sistema tiene términos lineales y no lineales.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + R_1 f(t) + g(x(t), u(t))$$

y(t)=Cx(t) + R_2 f(t) (2.19)

El modelo del sistema debe satisfacer las siguientes condiciones:

- El par (C,A) sea observable
- La función no lineal g(x(t), u(t)) debe ser continuamente diferenciable y tener una constante de Lipschitz ρ que satisfaga la siguiente relación:

$$\|g(x_1, u) - g(x_2, u)\| \le \rho \|x_1 - x_2\|$$
(2.20)

Cuando se satisfacen estas condiciones, el observador Thau es construido como:

$$\dot{\widehat{x}}(t) = A\widehat{x}(t) + Bu(t) + g(\widehat{x}(t), u(t)) + K(y(t) - \widehat{y}(t))$$

$$\hat{y}(t) = C\widehat{x}(t)$$
(2.21)

donde K es la matriz de ganancia del observador obtenida como:

$$K = P^{-1}C^T \tag{2.22}$$

siendo P la matriz solución a la ecuación de Lyapunov:

$$A^T P + PA - C^T C + \theta P = 0 \tag{2.23}$$

y θ es un parámetro positivo que se escoge para que la ecuación 2.23 tenga una solución definida positiva.

Un tratamiento detallado del observador Thau y sus aplicaciones se puede encontrar en (Schreier et al., 1997). Un observador Thau combinado con el concepto de filtro de detección de fallos para generar vectores de residuos dirigidos para sistemas no lineales ha sido presentado por (Garg and Hedrick, 1995) y (García and Frank, 1997). En (Shields, 1997) se desarrolla un observador de estructura como el Thau para sistemas de descriptor no lineal.

Observador no lineal de entrada desconocida: La idea del diagnóstico de fallos mediante un observador de entrada desconocida consiste en utilizar un modelo del mismo en paralelo con la entrada del sistema real, y utilizar como residuos la diferencia entre la salida del modelo y la del sistema, realimentándose esta al modelo para lograr la estabilidad (Fuente, 1994). Por otro lado, el diseño fue extendido a una cierta clase de sistemas no lineales por (Wünnenberg, 1990) y son modelados como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(y(t), u(t)) + E_1 d(t) + R_1 f(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + E_2 d(t) + R_2 f(t)$$
(2.24)

donde f(t) es el vector del fallo y d(t) es el vector de entrada desconocida, E_1 , E_2 , R_1 y R_2 son matrices de dimensiones adecuadas. Como se observa en la relación anterior, el término no lineal B(y(t), u(t)) depende de y(t) y u(t), los cuales están disponibles. Así, es posible compensar completamente la no linealidad utilizando las siguientes expresiones:

$$\dot{\xi}(t) = F\xi(t) + J(y(t), u(t)) + Gy(t)
r(t) = L_1\xi(t) + L_2y(t)$$
(2.25)

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS

Las condiciones que deben cumplir las matrices del observador para proporcionar robustez frente a entradas desconocidas y sensibilidad frente a los fallos son:

TA-FT=GC; F estable

$$J(y,u)=TB(y,u)$$

$$GE_{2} - TE_{1} = 0$$

$$L_{2}E_{2} = 0$$

$$L_{1}T + L_{2}C = 0$$

$$Rango(GR_{2} - TR_{1}) = Rango(R_{1})$$

$$Rango(L_{2}R_{2} = Rango(R_{2})$$

$$(2.26)$$

Si dichas condiciones se cumplen en su totalidad, las dinámicas del residuo r(t), y del error de estimación de estados $e(t) = \xi(t) - Tx(t)$, son gobernadas por las siguientes relaciones:

$$\dot{\xi}(t) = F\xi(t) + J(y(t), u(t)) + Gy(t)$$

r(t)=L₁ $\xi(t)$ + L₂ $y(t)$ (2.27)

La aplicación del observador lineal de entrada desconocida es bastante limitada. Muchos sistemas físicos no lineales no pueden ser modelados de este modo. Sin embargo, un modelo dado puede ser transformado en la forma requerida por una adecuada transformación no lineal de estado, pero las condiciones de existencia para tal transformación son muy restrictivas, por lo que los modelos que son transformables son también limitados, e incluso si se satisfacen las condiciones de existencia, encontrar la transformación es difícil. Un método alternativo fue desarrollado por (Frank and Seliger, 1991), este método requiere condiciones de existencia mas débiles y extiende la clase de sistemas transformables a un modelo más general.

Observador bilineal: Los modelos bilineales se usan frecuentemente para representar una variedad de sistemas industriales incluyendo procesos químicos, sistemas de transmisión hidráulica, sistemas de horno de gas y sistemas de intercambio de calor. Existen dos métodos principales para diseñar un observador bilineal. El primer método propuesto inicialmente por (Funahashi, 1976) utiliza la técnica de Lyapunov. El segundo método se basa en la utilización de técnicas desarrolladas para observadores lineales de entrada desconocida.

La mayoría de los estudios sobre diagnóstico de fallos en sistemas bilineales se basan en extensiones del método de observador de entrada desconocida desarrollado por (Hac, 1992). La idea básica es tratar los términos no lineales como si fueran entradas desconocidas y desacoplar sus efectos del error estimado del estado. Aunque el sistema es bilineal, el observador utilizado para estimar el estado es de hecho lineal (Chen and Patton 1999), y el sistema bilineal es expresado como:

$$\dot{x} = Ax(t) + \sum_{i=1}^{r} B_i u_i(t)x(t) + E_1 d(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + E_2 d(t)$$
(2.28)

donde x(t), y(t) y d(t) son los vectores de estado, salida y de perturbación desconocida respectivamente; u_i , con i = 1, 2, ..., r son entradas del vector de entradas desconocidas u; A, B_i, C, E_1 y E_2 son matrices reales con dimensiones apropiadas. Sin pérdida de generalidad se asume que la matriz [$C E_2$] tienen rango completo por filas. El desarrollo completo puede ser estudiado en mas detalle en (Chen and Patton 1999), (Hac 1992), (Hou and Pugh, 1997).

Un estudio más reciente de aplicaciones con observadores bilineales se puede encontrar en (Rothenhagen and Fuchs, 2006), donde se evalúa la influencia de las máquinas de inducción en el modelo de espacio de estados y se construye un observador bilineal para reducir la incertidumbre de los parámetros en el sistema a lazo cerrado.

Observador adaptativo: El observador adaptivo depende de los parámetros de la planta y se comporta de forma adaptativa ante las variaciones paramétricas. El sistema en espacio de estados de un observador adaptativo es expresado de forma general como:

$$\dot{\widehat{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{y})\widehat{x}(t) + B(\mathbf{y}, u) + L(\mathbf{y}(t) - \widehat{\mathbf{y}}(t)) + C^T \Psi(\mathbf{y})\widehat{\theta}$$

$$\widehat{y}(t) = \mathbf{C}\widehat{x}(t)$$
(2.29)

donde la matriz A es función del vector de salida de las variables medibles, \hat{x} es el vector de estimación de estados, \hat{y} es el vector de salidas estimadas, la relación $\tilde{y} = y - \hat{y}$ es el error estimado de salida, *L* es una matriz de dimensiones adecuadas de ganancia positiva, Ψ suele ser una matriz diagonal que relaciona las salidas, y $\hat{\theta}$ es un parámetro estimado que cumple con la ley de control:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = \Gamma^{-1} \boldsymbol{\Psi}^T(\mathbf{y}) \widetilde{\mathbf{y}} \tag{2.30}$$

donde Γ es una matriz cuadrada de dimensiones adecuadas definida positiva.

En (Pierri F. and G. Paviglianitiy, 2007) se diseñan dos observadores para detectar y diagnosticar fallos incipientes y abruptos en un sistema, uno es un observador adaptativo y el otro es un observador calculado utilizando la norma H_{∞} . En (Pardo and Gauthier, 2006) se propone la utilización de un observador adaptivo por cada uno de los parámetros a estimar, con la ayuda del Análisis de componentes principales (PCA), que es una técnica estadística, y la metodología LAMDA (*Learning Algorithm for Multivariable Data Analysis*), que es un método de clasificación de lógica borrosa. También, en (Palma et al., 2007) se realiza la detección y diagnóstico de fallos basado en observadores adaptativos y ecuaciones de paridad.

2.3.2. Espacio de paridad

En las relaciones de paridad, introducidas por (Willsky, 1976), se reorganizan y por lo general se transforman variantes de los modelos de entrada-salida o de espacio de estado de la planta. El método se basa en comprobar la paridad (coherencia) de los modelos de la planta con las salidas de sensores (mediciones) y las variables del proceso. Bajo condiciones ideales, es decir, en el sistema libre de fallos, el residuo o valor de las relaciones de paridad es cero. Sin embargo, en condiciones reales, el ruido, las inexactitudes del modelo, los fallos, etc., producen una salida distinta de cero, (Chen and Patton 1999), por lo que se debe reorganizar la estructura del modelo, a fin de obtener el mejor aislamiento de fallos.

Considerando un sistema en variables de estado, como el expresado en la ecuación (2.1), asumiendo D = 0, con $y \in R^n$ y $x \in R^m$, si se cumple que n > m, hay redundancia analítica directa, es decir, el número de medidas es mayor que el número de variables a considerar, entonces las salidas vendrán dadas por y(t) = Cx(t), con $C \in R^{nxm}$ cuando no hay fallos, y cuando ocurre un fallo, la representación vendrá dada por y(t) = Cx(t) + f(t), entonces el espacio de paridad puede construirse a partir de la elección adecuada de una matriz $V \in R^{(n-m)xn}$ que satisfaga:

$$VC=0 (2.31) V^{T}V = I_{n} - C(C^{T}C)^{-1} - C^{T}$$

Obteniéndose un vector de paridad:

$$p(t) = Vy(t) = VCx(t) + Vf(t) = Vf(t)$$
(2.32)

Cuando el sistema esta libre de fallos p(t) = 0. Para un fallo simple del *i*-ésimo sensor tendremos: $f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & f_i & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$ y $Vf = f_i$, determinando V las direcciones asociadas a las direcciones de los fallos de esos sensores, e indicando que el residuo solo contiene información del fallo y es independiente del estado no medible x(t).

En el caso de redundancia temporal el sistema es representado en el dominio de la frecuencia, donde se encuentran las ecuaciones diferenciales o las ecuaciones en diferencia y se aplica la transformada Z para obtener las relaciones.

Una forma mas general de representar las relaciones de paridad tanto para redundancia directa como temporal es la propuesta en (Chow and Willsky, 1984), donde se considera el modelo de espacio de estados definido en (2.2), siendo la salida en el instante t + 1:

$$y(t+1) = CAx(t) + CBu(t) + Du(t+1)$$
(2.33)

Para algún $s > 0 \in s = 1, \dots, n_1 \le n$, y(t+s) tomara la forma

$$y(t+s) = CA^{s}x(t) + CA^{s-1}Bu(t) + \dots + CBu(t+s-1) + Du(t+s)$$
(2.34)

que de forma compacta puede expresarse como

$$Y(t) = Qx(t - n_1) + RU(t)$$
(2.35)

siendo,

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y(t-n_1) \\ y(t-n_1+1) \\ y(t-n_1+2) \\ \vdots \\ y(t) \end{pmatrix} \quad U(t) = \begin{pmatrix} u(t-n_1) \\ u(t-n_1+1) \\ u(t-n_1+2) \\ \vdots \\ u(t) \end{pmatrix}$$

y Q y R son matrices que se construyen como:

$$Q = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^{2} \\ \vdots \\ CA^{n_{1}} \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ CA^{n_{1}-1}B & CA^{n_{1}-2}B & \dots & \dots & D \end{pmatrix}$$

Realizando la multiplicación de esa relación por un vector w^T de dimensiones adecuadas, obtenemos:

$$w^{T}Y(t) = w^{T}Qx(t - n_{1}) + w^{T}RU(t)$$
(2.36)

En general, la relación contiene las variables de entrada, salida y de estado desconocidas, que sera una relación de paridad únicamente si desaparecen los estados, por lo que se cumplirá

$$w^T Q = 0 \tag{2.37}$$

En consecuencia tendremos un conjunto de ecuaciones lineales homogéneas, y si el sistema es observable, las ecuaciones serán independientes, por lo que se obtendrán los mismos resultados para redundancia directa o temporal al fijarse los objetivos de diseño para la obtención de fallos (Gertler 1991).

Las ecuaciones de paridad también se pueden construir utilizando un modelo entrada - salida de la transformada Z, o una representación de matriz de transferencia discreta, tal como se expresa en las siguientes ecuaciones:

$$y(k) = G_u(z)u(k) \tag{2.38}$$

$$Q(z)y(k) = N(z)u(k)$$
(2.39)

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS

Las relaciones entre las matrices de transferencia discretas vienen expresadas como:

$$G_u(z) = C(zI - A)^{-1}B + D$$
(2.40)

$$N(z) = C[adjunta(I - z^{-1}A)]z^{-1}B + D[det(I - z^{-1}A)]$$
(2.41)

$$Q(z) = [det(I - z^{-1}A)]I$$
(2.42)

A partir de las relaciones (2.38) y (2.39), los vectores de residuo son expresados como:

$$r(k) = y(k) - G_u(z)u(k)$$
(2.43)

$$r(k) = Q(z)y(k) - N(z)u(k)$$
(2.44)

Cuando se realiza la transformada Z de los polinomios se debe conseguir una estructura en las ecuaciones de paridad que cumpla satisfactoriamente con los objetivos de diagnóstico, cuyas condiciones son:

$$J(z)\Psi(k) = 0$$

$$\Psi(k) = \begin{pmatrix} u(k) \\ y(k) \end{pmatrix} \quad J(k) = \begin{pmatrix} N(k) & -Q(k) \end{pmatrix}$$
(2.45)

En el caso real los residuos no son nulos, por lo que en la práctica, mediante técnicas de identificación, se obtiene $\Psi_{med}(k)$ que es una estimación del modelo para los valores medidos, siendo el vector de residuos una combinación de ruido, fallos aditivos, fallos multiplicativos y errores de modelado, que es representado como:

$$r(k) = \hat{J}(z)\Psi_{med}(k) \tag{2.46}$$

En forma general, para resolver el problema definido por el modelo (2.45), se define la matriz de incidencia \prod , que es una matriz booleana:

$$\prod = Inc[J(z)] \tag{2.47}$$

cuyos elementos toman el valor 0 ó 1 según la regla:

$$\Pi_{ij} \begin{cases} 1 & si & j_{ij} \neq 0 \\ 0 & si & j_{ij} = 0 \end{cases}$$
(2.48)

De acuerdo a (Blázquez and Miguel 2003), si J(z) es la matriz del modelo *entrada* – *salida* definido por la relación (2.45), entonces $\Pi_{ij} = 1$ significa que una desviación en la medida de la variable *j*, originada por ruido o por un fallo, influye en el residuo *i*, mientras que $\Pi_{ij} = 0$ significa lo contrario. Si consideramos que cada fallo esta asociado directamente a una variable j, lo cual es evidente para los fallos en sensores y actuadores, el elemento Π_{ij} indica si el fallo j sera detectado por el residuo r_i . El distinguir si dicha desviación es producto del ruido o realmente de un fallo es labor del modulo de decisión. Se suele decir que un residuo es significativo cuando el citado módulo decide que es realmente distinto de cero. Utilizando la matriz de incidencia Π se pueden definir los siguientes conceptos:

- El sistema definido por la matriz J(z) tiene una estructura sensible al conjunto de fallos asociados a las variables Ψ(k) si ninguna de las columnas de Π tiene todos sus elementos nulos.
- Dicho sistema tiene una estructura débilmente aislante si todas las columnas de ∏ son distintas.
- La estructura sera fuertemente aislante si todas las columnas tienen al menos dos elementos distintos entre sí.

El conjunto de ecuaciones escogidas para describir el sistema reflejará en su estructura las características de aislabilidad y robustez, que si son aceptables permitirán el diagnóstico adecuado del sistema.

Las ecuaciones de paridad se han utilizado en un gran número de aplicaciones para detectar y aislar fallos. Gertler y sus colaboradores (Gertler and Lou, 1989), (Gertler et al., 1990a), (Gertler et al., 1990b), (Gertler and Singer, 1990), (Gertler 1991), (Gertler, 1993), (Gertler et al., 1995), (Gertler 1998) fueron los primeros en introducir esta técnica con la denominación actual. Por ejemplo, en (Gertler and Singer 1990) utilizan el conocimiento estadístico para establecer los criterios de aislabilidad generalizada bajo condiciones de ruido, con la reducción de la sensibilidad de los residuos ante los pequeños desplazamientos producidos por fallos aditivos. En (Gertler, 1997) se hace un diseño de relaciones de paridad dinámicas para detectar y aislar fallos, describiendo los efectos aditivos y multiplicativos. Los autores en (Staroswiecki and Comtet-Varga, 2001) y (Gertler and Staroswiecki, 2002) amplían las técnicas de redundancia analítica desarrolladas para sistemas lineales, a sistemas no lineales dinámicos, modelando la estructura con ecuaciones algebraicas diferenciales. En (Yu and Shields, 2001), el método del espacio de paridad para el diagnóstico de fallos lineales se extiende a los sistemas bilineales, y se desarrolla un algoritmo recursivo para el cálculo de las matrices en la ecuación de paridad, de modo que el tiempo de cálculo es reducido.

En los enfoques tradicionales de las relaciones de paridad para la detección, el vector de paridad es de orden bajo, siendo una realización simple, pero con un índice de desempeño bajo. Para obtener un buen índice de desempeño, es necesario que el vector de paridad sea de alto orden, sin embargo, el cálculo necesario es elevado y existe la posibilidad de que se pierda la detección. Una propuesta para mejorar el desempeño es planteada en (Hao et al., 2003), donde se utiliza la transformada *wavelet* para obtener los residuos, el vector de paridad es de orden muy bajo, se tiene buen desempeño y una tasa de detección satisfactoria. Otra propuesta que utiliza la combinación con otras técnicas es la encontrada en (Nguang et al., 2007), que propone una relación de paridad para estimación de fallos

en sistemas no lineales basados en modelos de lógica borrosa (Takagi-Sugeno) con un generador de residuos formulado en términos de una familia de desigualdades lineales matriciales (LMI's). Una aplicación mas reciente que es combinada con otra técnica puede encontrarse en (Yoon et al., 2011), se tratan la detección y aislamiento de fallos sucesivos, en este caso pueden tratarse hasta tres fallos, con el método de espacio de paridad se logra detectar y aislar la primera y segunda falla. Para el tercer fallo se logra detectar con el espacio de paridad y se aísla con un método basado en la transformada *wavelet*.

2.3.3. Filtros de Kalman

La detección y diagnóstico con este método se realiza al monitorizar las innovaciones del proceso, el filtro de Kalman utiliza un algoritmo recursivo y es diseñado en base al modelo que representa las condiciones normales de operación. El filtro produce una secuencia de innovaciones independientes y de media nula (predicciones de errores), siendo un estimador de estado óptimo cuya estimación del error es mínima (Basseville, 1988), (Willsky 1976).

El filtro de Kalman es representado matemáticamente con un modelo en espacio de estados equivalente a un modelo de entrada-salida de un predictor óptimo para sistemas estocásticos lineales.

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + w(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t), \qquad t \ge 0$$
(2.49)

donde x(t) es el vector de los *n* estados del sistema, con x_o de media \bar{x}_o y covarianza Σ_o ; *A*, *B* y *C* son matrices de dimensiones adecuadas; w(t) y v(t) son secuencias de ruido blanco Gaussiano, con $E\{w(t)\} = 0$, $E\{v(t)\} = 0$ y las matrices de covarianza $E\{w(t)w^T(t)\} = Q$, $E\{v(t)v^T(t)\} = R$, tales que se cumple con la siguiente relación:

$$E\left\{ \left(\begin{array}{c} w(t)\\ v(t) \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{c} w^{T}(\tau) & v^{T}(\tau) \end{array}\right) \right\} = \left(\begin{array}{c} Q & S\\ S^{T} & R \end{array}\right) \delta_{t-\tau}$$
(2.50)

donde $\delta_{t-\tau}$ es la función delta de Kronecker, que como es sabido es una función de dos valores, siendo 1 si son iguales ($t = \tau$) y cero si son diferentes, *S* una matriz calculada de dimensiones adecuadas que permite cumplir la relación anterior, w(t) y v(t) son independientes de la varianza $\sigma(x_s : s \le t)$.

En la estimación de estados de x(t+1) basados en la observación de y(t) y u(t), el filtro de Kalman óptimo minimiza la función:

$$J = \lim_{t \to \infty} E\{e^{T}(t)e(t)\}$$
(2.51)

siendo e(t) la estimación del error y definida como $e(t) = y(t) - C\hat{x}(t)$.

Asumiendo un estado inicial y una secuencia de ruido Gaussiano, consideramos que el estimador

descrito por $\hat{x}(t+1) = E\{x(t+1)|y(t), \dots, y(0), u(t), \dots, u(0)\}$, puede expresarse como:

$$\widehat{x}(t+1) = A\widehat{x}(t) + Bu(t) + K(t)[y(t) - C\widehat{x}(t)]$$

$$\widehat{x}_{\rho} = \overline{x}_{\rho}$$
(2.52)

con K(t) como la ganancia del filtro de Kalman que es seleccionada para conseguir las mejores estimaciones posibles de los estados en el sentido de varianza mínima, y esta dada por:

$$K(t) = [A\Sigma(t)C^{T} + S][C\Sigma(t)C^{T} + R]^{-1}$$
(2.53)

donde $\Sigma(t) \in nxn$ es la matriz de covarianza del error de estado (Venkatasubramanian et al. 2003).

Para el caso que el sistema dinámico sea no lineal se utiliza el filtro de Kalman extendido, que aplica el mismo procedimiento, se utiliza una trayectoria de linealización que considera en el algoritmo recursivo la estimación del estado anterior, donde las cantidades óptimas son aproximadas por medio de la expansión de las series de Taylor de primer orden.

Existe una amplia variedad de aplicaciones con este método. Se ha combinado con métodos estocásticos como el Test de la razón de probabilidades secuenciales (SPRT), el algoritmo de la razón de verosimilitudes generalizados (GLR), y el Test de hipótesis múltiple, entre otros, cuya aplicación y desarrollo puede ser profundizada por el lector interesado en (Pouliezos and Stavrakakis, 1994), (Chen and Patton, 1996) (Chen and Patton 1999). Los autores (Grainger et al., 1995) aplican un algoritmo para la detección de un cambio en la dinámica de un sistema lineal basado en un conjunto de pruebas de probabilidad secuenciales (SPRT) para proporcionar las innovaciones a un banco de filtros de Kalman. Además, amplían el algoritmo para permitir la estimación de una perturbación mediante una prueba de razón de verosimilitud generalizada (GLR), otras referencias de aplicaciones similares pueden encontrarse en (Willsky and Jones, 1976), (Gai and Gurry, 1977), (Speyer and White, 1984), (Tzafestas and Watanabe, 1990), (Malladi and Speyer, 1999). Se han publicado muchas variantes de la idea del test de hipótesis múltiple (Willsky and Jones 1976), (Basseville 1988), (Tzafestas and Watanabe 1990), (Nikoukhah, 1994), (Bogh, 1995), (Chang and Chen, 1995), (Zolghadri, 1996), (Basseville, 1997), (Sohlberg, 1998), (Mangoubi, 1998), (Basseville and Nikiforov, 2002), (Dos Santos and Yoneyama, 2011).La idea común a todos estos métodos es probar, entre todas las hipótesis posibles, que el sistema tiene un fallo o no, y cuando se tiene diversos fallos se utiliza un conjunto de hipótesis para cada tipo de fallo.

Pueden encontrarse aplicaciones con un modelo múltiple, donde básicamente lo que se hace es utilizar un banco de filtros de Kalman que generan residuos que están desacoplados y permiten identificar los comportamientos del sistema (Basseville 1988), (Bhagwat et al., 2003). Una aplicación mas reciente con un modelo múltiple es presentada por (Xiong et al., 2011), donde el objetivo es calibrar el error de baja frecuencia. Se estudian las frecuencias específicas de los errores de baja frecuencia para obtener el espectro de frecuencias de la estimación a partir de un filtro de Kalman estándar, y luego,

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS

con un banco de filtros de Kalman, sobre la base de modelo múltiple, obtener un modelo de referencia para compensar los efectos del error de baja frecuencia.

En (Fathi et al., 1993) se incluye un modelo de redundancia analítica adaptativo para el diagnóstico de un sistema basado en conocimiento. Los autores (Chang and Hwang, 1998) utilizan filtros extendidos de Kalman sub-óptimos para mejorar la eficiencia computacional sin sacrificar la seguridad del diagnóstico.

Mas recientemente, se integra esta técnica con otras, encontrándose en el campo del control y la detección de fallos sobre satélites el uso de técnicas estadísticas. En (Xiong et al., 2005) se utiliza el concepto transformación *Unscented*, que es una función estadística para estimar de forma práctica la función de distribución de probabilidades, aplicada como filtros de Kalman *Unscented* (UKF, filtro de segundo orden para alguna no linealidad del sistema) para generar los residuos, detectando las irregularidades de los mismos (como los *drift*, que son las desviaciones de media móvil de los instrumentos) para realizar la aproximación de sistemas no lineales. Para el seguimiento y control de un sistema de aire acondicionado de ventilación y calefacción se utiliza un modelo múltiple interactivo basado en filtros de Kalman *Unscented* demostrándose precisión y solidez con respecto a los cambios en la estructura de los parámetros del sistema (Tudoroiuet al., 2009).

Los autores (Okatan et al., 2007) utilizan las características estadísticas del valor esperado, o Esperanza matemática, de la norma espectral de la matriz de innovaciones (predicciones del error) del filtro de Kalman extendido (EKF) para realizar la detección de fallos. También se ha logrado una convergencia mas rápida del algoritmo de cálculo utilizando la inicialización de las innovaciones de la matriz de covarianza de sistemas dinámicos con un esquema DDF de un banco de filtros de Kalman extendidos (Sanjay, 2010).

2.3.4. Estimación de parámetros

Este método se basa en la suposición de que los fallos se reflejan en los parámetros físicos del sistema (fricción, masa, viscosidad, resistencia, etc.). Los parámetros del proceso son continuamente estimados en línea y comparados con los parámetros del modelo de referencia, es decir, en ausencia de fallos, por lo que cualquier discrepancia indica la presencia de un fallo (Blázquez and Miguel 2003).

$$y(t) = f(\theta, u(t)) \tag{2.54}$$

Este método normalmente utiliza el modelo matemático *entrada* – *salida* de un sistema en la forma expresada en 2.54, donde θ es el vector de coeficientes del modelo que está directamente relacionado con los parámetros físicos del sistema, P_j , con j = 1...n, siendo n el número de parámetros físicos del sistema. La función $f(\cdot, \cdot)$ puede ser lineal o bien no lineal (Soderstrom and Stoica, 1989), (Ljung, 1999), (De Prada, 1998), (Haber and Keviczky, 1999), (Tan and Sepehri, 2002). El procedimiento básico para llevar a cabo la detección y diagnóstico de fallos mediante el método de estimación de

parámetros, de acuerdo a (Blázquez and Miguel 2003), es el siguiente:

- Establecer el modelo del proceso $y(t) = f(\theta, u(t))$.
- Determinar las relaciones entre los coeficientes del modelo θ_i y los parámetros físicos del proceso P_i.
- Estimar los coeficientes del modelo nominal, θ_i a partir de las medidas de *entrada salida* del proceso, $u(t) \in y(t)$, mediante algún método de identificación.
- Calcular los parámetros físicos del proceso nominal.
- Determinar los cambios de los parámetros que ocurren por los diferentes casos de fallo $P_j = f^{-1}(\theta_i)$.

Para llevar a cabo el último paso, para fallos conocidos, se puede construir una base de datos de fallos y sus síntomas durante la operación del sistema, los coeficientes del modelo del sistema se identifican periódicamente a partir de las entradas y salidas medidas, y se comparan con los parámetros de los modelos nominal y con fallos.

Para generar residuos mediante este método, se debería utilizar un algoritmo en línea de identificación paramétrica. Si se llama a la estimación de los coeficientes del modelo en el instante k - 1 como θ_{k-1} , el residuo se puede definir en alguna de las formas expresadas en las ecuaciones 2.55, donde θ_0 son los coeficientes del modelo nominal.

$$r(\mathbf{k}) = \theta_k - \theta_0$$

$$r(\mathbf{k}) = \mathbf{y}(\mathbf{k}) - \mathbf{f}(\theta_{k-1}, u(k))$$
(2.55)

No es fácil conseguir el aislamiento del fallo mediante el método de estimación de parámetros. Esto es por qué los parámetros que se identifican son parámetros del modelo que no siempre pueden convertirse en los parámetros físicos del sistema (Iserman, 1984). Sin embargo los fallos se representan mediante variaciones en los parámetros físicos. En (Doraiswami and Stevenson, 1996) se propone el método de la matriz de influencia para superar la dificultad del aislamiento. La idea es identificar la influencia de cada parámetro físico en el residuo.

Cuando ocurre un fallo, la estimación de parámetros en un modelo matemático de un sistema no lineal cambia. En (Fuente et al., 1996), tres métodos son comparados y evaluados para detectar y rastrear cambios en los parámetros físicos. En (Dinca et al., 1999) se propone un método de estimación de parámetros y estados, dirigido hacia el diagnóstico de fallos en sistemas dinámicos, basado en la representación de la dinámica del sistema en términos de probabilidades de transición. En (Abidin et al., 2002), se utiliza la estimación de parámetros y de inferencia borrosa en un servo motor de corriente continúa. El modelo de la planta se obtiene utilizando la técnica de estimación de parámetros con el cálculo de mínimos cuadrados recursivamente y la inferencia borrosa se utiliza para la interpretación

del fallo. En (Markovsky et al., 2002), los autores plantean la estimación de parámetros con modelo múltiple. Utilizan filtros de Kalman para lograr la mejor combinación lineal que reduzca el error de estimación.

El plan propuesto por (Jiang et al., 2003) combina la estimación de parámetros en línea con técnicas de fasores para garantizar el rendimiento del esquema de protección y lograr una protección adaptativa en líneas de transmisión eléctricas. Para un motor de inducción se utiliza el control variable de estructura para la estimación de parámetros en línea, los resultados indican el buen funcionamiento de la aplicación en el sistema a lazo cerrado ante las incertidumbres que afectan el sistema (Akbarzadeh et al., 2003). Una combinación de estimación de parámetros por horizonte móvil con algoritmo genético es presentada en (Jabri et al., 2009).

Los autores en (Reppa and Tzes, 2010) estudian cambios abruptos múltiples en los parámetros de un sistema invariante en el tiempo basado en estimación de parámetros. Un conocimiento a priori de los límites del ruido que corrompen las mediciones demuestra que la incertidumbre de los parámetros es limitada. Por lo que el conjunto de estimación de parámetros es calculado para obtener un vector de parámetros nominales. Un procedimiento de estimación hacia atrás en el tiempo se propone para una estimación más precisa del tiempo de ocurrencia del fallo.

En (Mohanty and Yao, 2011), la estimación de parámetros en línea se obtiene a través de un algoritmo de adaptación de parámetros que se basa en la dinámica de la planta física en lugar de la dinámica del error de seguimiento.

2.4. Métodos basados en señal

2.4.1. Tradicionales

Estos son los primeros métodos aplicados para la detección y diagnóstico de fallos, y están basados en las desviaciones de las señales de un patrón que ha sido previamente establecido.

Alarmas: Este método se basa en la comparación de las variables medidas con valores límites, que indicarán un fallo, pudiéndose definir niveles de alarma que se calibran o cambian por alguna condición de funcionamiento.

La desventaja es que presenta restricciones ante la dinámica del sistema, por lo que cualquier anomalía que no alcance los valores límite de alarmas preestablecidos no será detectada.

Redundancia física: Consiste en utilizar componentes físicos redundantes que cumplan idénticas funciones. Se establecen múltiples componentes físicos (sensores, actuadores y componentes del sistema) distribuidos espacialmente en toda la planta para garantizar una cierta protección en presencia de algún fallo localizado. La comparación de las señales de salida de elementos supuestamente idénticos y un análisis de consistencia de los datos permiten detectar la presencia de funcionamientos defectuosos o fallos y la localización y aislamiento de los mismos.

Como desventajas de este método podemos mencionar los fallos que afecten por igual a todos los elementos; el coste económico y de espacio por duplicar todos los elementos.

Sensores especiales: Estos sensores se instalan explícitamente para tareas de detección y diagnóstico de fallos. Suelen ser sensores de valores límite o medidas que realizan chequeo de alarmas en el hardware. También están los que miden variables físicas que indican la presencia de un fallo (Blázquez and Miguel 2003).

En el campo industrial actualmente existe muchos sensores inteligentes que incorporan el autodiagnóstico de sus partes electrónicas internas, siendo capaces de indicar el problema, su naturaleza y causa. La principal ventaja de este tipo de instrumentos son las tendencias a mejorar los procesos industriales, disminuyéndose los costes.

2.4.2. Análisis en frecuencia

Determinadas variables, como las vibraciones en máquina rotativa o señales acústicas entre otras, pueden ser estudiadas en el dominio de la frecuencia, aportando gran cantidad de información sobre el estado de operación del sistema. Las señales presentan un espectro de frecuencia característico en condiciones normales de operación, por lo que cualquier desviación del mismo es indicativo de un malfuncionamiento. En consecuencia, cada estado de fallo o no fallo puede estar representado por un patrón de frecuencias y amplitudes característico, lo que permite su diagnóstico.

Una de las técnicas mas utilizadas en la literatura para estudiar, detectar y diagnosticar señales que no son estacionarias es la Transformada *Wavelet*, que es una herramienta matemática para el análisis de tiempo-frecuencia, esta basada en que la mayoría de las señales presentes en un sistema son no estacionarias y que a menudo presentan sucesivos eventos transitorios, cuyos tiempos de arribo y formas de onda resumen la información del proceso interno, donde los eventos secundarios, como el ruido, pueden ser no representativos a simple vista, pero afectan su estructura, entonces el problema consiste en caracterizar los parámetros significativos de la señal cuando existan variaciones conjuntas en el dominio tiempo-frecuencia.

Esta técnica es una extensión de la Transformada de Fourier con ventanas, al igual que ella es eficiente en el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad, mapea la señal en una representación de tiempo-frecuencia, preservando el aspecto temporal de las señales. La diferencia está en que la Transformada *Wavelet* provee análisis de multiresolución con ventanas dilatadas (cambios de escala de frecuencia). El análisis de las frecuencias de mayor rango se realiza usando ventanas angostas y el análisis de las frecuencias de menor rango se hace utilizando ventanas anchas, lo que mejora el análisis de señales con impulsos y oscilaciones localizadas. Otra diferencia importante es que la Transformada *Wavelet* es aplicable en una base discreta, lo que representa una ventaja en la disminución de la demanda de los tiempos de computación para procesamiento.

Gran parte de las aplicaciones encontradas en el área de detección y diagnóstico de fallos están

referidas a estudios de sistemas mecánicos y sus vibraciones. En (Wang and McFadden, 1996) se utiliza la transformada *Wavelet* para la monitorización de estado y diagnóstico de fallos en la caja de cambios de un helicóptero, la principal ventaja es que se puede mostrar en una sola escala de tiempo la distribución resultante de los posibles fallos de los engranajes.

Una aplicación de la transformada *Wavelet* continua es presentada por (Zheng et al., 2002), el concepto de espectro de onda promediada en el tiempo es la base para la aplicación de los métodos de fallos llamados espectro de comparación y función de la energía, donde efectivamente se extrae la información de fallos necesaria del sistema en estudio.

En trabajos mas recientes como el presentado por (Zhang et al., 2009), el algoritmo de diagnóstico consta de tres pasos: el primer paso utiliza un filtro generalizado diseñado para filtrar el ruido aleatorio y el ruido de impulso de la entrada al elemento en estudio, en este caso un actuador, y las señales de salida. En el segundo paso se utiliza la transformada *Wavelet* para extraer los fallos abruptos del actuador y analizar las señales filtradas del primer paso. En el tercer paso se calcula el exponente de Lipschitz en el punto de fallo para identificar el tipo de fallo.

2.4.3. Gráficos de control

Se utilizan para monitorizar estadísticamente el estado de un proceso cuyas medidas están disponibles secuencialmente en el tiempo (Lipták, 1995). Existen gráficos de control tanto para el caso univariable como multivariable.

Estadística univariante. La monitorización con estadísticas univariantes se usan para determinar los umbrales de cada variable observada de forma independiente. Los umbrales definen el límite para las operaciones en control y el traspaso de estos umbrales por los datos en línea indican la presencia de un fallo. Los valores límites de control superior e inferior son críticos para minimizar las falsas alarmas y el número de alarmas no detectadas (Fuente, 2006). Para detectar los fallos se pueden utilizar las gráficas de Shewhart. Cuando se monitoriza una variable continua de un proceso en condiciones libres de fallo, dicha variable tendrá una distribución normal alrededor de la media, μ . Y la dispersión de los valores puede medirse en términos de la desviación estándar, σ .

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}} exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$
(2.56)

En procesos bajo control, normalmente el 99.7 % de las medidas están entre los límites ($\mu \pm 3\sigma$), este hecho impone los umbrales para cada variable. En consecuencia la representación se hace con una Gráfica de control, que consiste, para el caso univariado, en tomar medidas de una variable, calcular su media y representarla en una gráfica donde está la media de esa variable, así como sus límites inferior y superior de control, $\mu \pm 3\sigma$, figura 2.3.



Figura 2.3: Gráfica de control

El gráfico indica que si la media de la variable esta fuera de los límites establecidos, el sistema esta en presencia de un fallo. Este sistema tiene un inconveniente, y es que al trabajar con un proceso real, no se toman medidas individuales de cada variable y se representan en la distribución normal del proceso, ya que esto aumentaría la variabilidad del mismo, sino que se toman muestras de *n* datos cada una (entre 4 y 10) y se calcula su media y este valor es el que se representa en la gráfica de control. En este caso la desviación estándar de las muestras se llama error estándar, *SE*, y se calcula como: $SE = \sigma/\sqrt{n}$. Por tanto ahora, los límites superior e inferior de control son $\mu \pm 3SE$, es decir, $\mu \pm 3\sigma/\sqrt{n}$ (Fuente 2006).

Además, si se utilizan muestras de datos (de tamaño *n*), en vez de datos individuales, el teorema del límite central, dice que aunque la distribución de las medidas de la variable no sea normal, cuanto mayor sea *n* la distribución de las medias de las muestras se aproxima más a una distribución normal con media μ y error estándar σ/\sqrt{n} , y por tanto los límites utilizados son válidos.

Este método no es adecuado para detectar cambios pequeños, se puede mejorar si se usan datos que incorporen medidas tomadas en múltiples consecutivos instantes de tiempo, como el método de la Suma Acumulativa o CUSUM, y la media móvil pesada exponencialmente (EWMA). En (Leger et al., 1998) se examina la viabilidad de utilizar la suma acumulativa (CUSUM) gráficas de control y las redes neuronales artificiales de base radial (RBF) en conjunto para la detección y diagnóstico de fallos.

En (Fuente 2006) se señala que su aplicación es limitada, ya que el método no considera las posibles correlaciones de las variables del proceso, por lo que no se podrán detectar diferentes tipos de fallos presentes en los procesos industriales y serán poco robustos.

Estadística multivariantes. En el análisis de datos multivariantes existen técnicas para reducción de la dimensionalidad, basadas en que es posible describir con precisión m variables con un subconjunto r < m de ellas, reduciendo la dimensión del problema a costa de una pequeña pérdida de información. Las variables medidas en un proceso están correlacionadas tanto con otras variables del proceso (correlación espacial), como con otras medidas de la misma variable tomadas en tiempos distintos (correlación temporal). Dichas correlaciones son mas significativas cuando los intervalos de muestreo son pequeños. Estas características han permitido el desarrollo de técnicas de monitorización para detección y diagnóstico de fallos basadas en técnicas estadísticas multivariantes.

En la literatura se encuentran aplicaciones, entre otras, como el análisis del discriminante de Fisher (FDA) y mínimos cuadrados parciales (PLS) que serán tratadas mas adelante en esta sección. También están el análisis de componentes principales (PCA), que reduce la dimensionalidad en términos de la varianza de los datos y el análisis de componentes independientes (ICA) que reduce la dimensionalidad basado en la idea de que las variables medidas son mezcla de algunas variables, técnicas que serán desarrolladas en un capítulo posterior en el presente trabajo.

Análisis del discriminante de Fisher (FDA).

FDA es una técnica lineal utilizada para la clasificación de clases, que en términos de detección y diagnóstico de fallos son los comportamientos de operación del sistema (normal y fallos). Esta técnica reduce la dimensionalidad y es óptima en términos de maximizar la separación entre clases. Cuando se aplica una transformación lineal apropiada se determina un conjunto de vectores ordenados en términos de maximizar la distancia entre clases y minimizar la distancia dentro de la propia clase.

Aplicaciones de esta técnica pueden hallarse en (Camacho et al., 2007), donde se utiliza el análisis discriminante de Fisher (FDA) y análisis de discriminante generalizado (GDA) para realizar el diagnóstico de fallos en un proceso industrial. El procedimiento utiliza en la etapa de extracción el análisis *Wavelet* para decorrelacionar y reducir la dimensión del conjunto de datos. El FDA es aplicado para la clasificación de los fallos linealmente separables y el GDA los fallos que requieren un clasificador no lineal.

En (Jiang and Wang, 2004) se propone un multi-modelo FDA (MFDA), que es aplicado para la monitorización y diagnóstico de procesos por lotes, el método estima con éxito las medidas futuras de los datos y disminuye la detección de falsas alarmas. También, los autores (Jiang et al., 2005) utilizan MFDA, pero en este caso utilizan ventanas móviles, donde en vez de predecir los datos futuros solo se consideran los datos de la ventana, que son los datos actuales y una cantidad de los datos pasados, lo que hace que el error sea finito.

Un trabajo que combina el análisis de componentes principales (PCA) y el análisis discriminante de Fisher para detectar y diagnosticar fallos múltiples es presentado en (Du and Jin, 2008). Se desarrollan estrategias multinivel para mejorar la eficiencia del diagnóstico. Los PCAs son utilizados para detectar las anomalías y realizar un pre-diagnóstico. Luego, con la transformación de Fisher, todas las clases de datos pueden ser separados. Los conceptos de FDA son aplicados para detectar fallas tempranas en el campo del control de seguridad preventiva de las genera-

ciones posteriores de productos de la industria automotriz (Bracke and Haller, 2011). En esta experiencia se incluyen varias características relacionadas con el control de calidad y eficiencia de la producción en el sector automotriz.

Mínimos cuadrados parciales (PLS)

Mínimos cuadrados parciales (PLS) es una técnica de reducción de la dimensionalidad, maximizando la covarianza entre la matriz de predicción (o matriz independiente) X y la matriz predicha (o dependiente) Y para cada componente del espacio reducido. La matriz $X \in R^{nxm}$ contiene los datos de todos los comportamientos posibles del sistema en un número significativo de observaciones y la matriz $Y \in R^{nxk}$ contiene la clasificación binaria de esos datos, siendo m el número de variables predichas (variables medidas), y n es el número de datos (observaciones), que contiene los subconjuntos n_j , con j = 1...k, de los k comportamientos del sistema.

En el método PLS, la matriz X se descompone en dos partes, una matriz $T \in R^{nxa}$ y una matriz de carga $P \in R^{mxa}$, donde *a* es el orden de reducción, más una matriz de residuos $E \in R^{nxm}$:

$$X = TP^T + E \tag{2.57}$$

de la misma forma Y se descompone en una matriz $U \in \mathbb{R}^{nxa}$ y una matriz de carga $Q \in \mathbb{R}^{kxa}$ más una matriz de residuos $\widetilde{F} \in \mathbb{R}^{nxk}$:

$$Y = UQ^{T} + \widetilde{F} = \sum_{j=1}^{a} u_{j}q_{j}^{T} + \widetilde{F}$$
(2.58)

con u_j y q_j como los *a* vectores columna correspondientes al orden de reducción.

La técnica PLS relaciona la matriz U con la matriz T de la siguiente forma:

$$U = TB \tag{2.59}$$

donde $B \in R^{axa}$ es una matriz de regresión diagonal, con $B_{jj} = b_j$, calculada de forma que la Norma 2 de \tilde{F} , es decir, el máximo valor singular de \tilde{F} , sea mínimo y se cumpla la siguiente igualdad.

$$Y = TBQ^{T} + F = \sum_{j=1}^{a} b_{j}t_{j}q_{j}^{T} + \widetilde{F}$$
(2.60)

con F como la matriz de error de predicción.

El método de PLS es bien efectivo para detectar fallos, sin embargo para el diagnóstico es deficiente, por lo que pueden encontrarse aplicaciones donde es combinado con otras técnicas para

2.5. MÉTODOS BASADOS EN CONOCIMIENTO

diseñar el esquema DDF. En el trabajo realizado por (Fuente et al., 2009) se utilizan los PLS para detectar los fallos en línea de una planta real, y para el diagnóstico se utiliza el método de FDA. Un procedimiento de diagnóstico en procesos de gran tamaño fue presentado por (MacGregor et al., 1994), el método consiste en un control jerárquico basado en un algoritmo multibloque PLS. En (Lee et al., 2006) se presenta el método de PLS combinado con digrafos (SDG) para diagnosticar fallos múltiples, mejorándose la precisión y fiabilidad.

2.5. Métodos basados en conocimiento

2.5.1. Sistemas de inteligencia artificial

El conocimiento o experiencia sobre diversas áreas han proporcionado información fundamental para desarrollar métodos que son capaces de extraer las características necesarias para describir el funcionamiento de los sistemas. Los sistemas de inteligencia artificial tratan de emular la inteligencia humana, aprendiendo y generalizando sobre la experiencia que se posee de los sistemas para lograr la interacción con el entorno a través de arquitecturas computacionales. En la literatura se han encontrado diversas técnicas que son aplicables tanto a sistemas financieros de empresas como a sistemas automatizados de control, con resultados de alto desempeño.

Sistemas Expertos: Están basados en el conocimiento, se aplica la heurística para asociar explícitamente los síntomas con las hipótesis de fallos. Esta técnica puede considerarse complementaria a otras, debido a que puede utilizar la información que ellas proporcionan en la detección de fallos para analizar todos los síntomas y elaborar un diagnóstico completo.

El sistema experto representa el conocimiento de los expertos en forma de reglas que relacionan los síntomas con las causas que los han provocado, e incluso pueden ofrecer soluciones o recomendaciones. Los principales componentes en el desarrollo de un sistema experto incluyen: adquisición de conocimiento, selección de la representación del conocimiento, codificación del conocimiento en una base de conocimiento, desarrollo de los procedimientos de inferencia para razonamiento de diagnóstico y el desarrollo de interfaces entrada-salida.

Las principales ventajas en el desarrollo de sistemas expertos para diagnóstico por solución de problemas son: facilidad de desarrollo, razonamiento transparente, habilidad para razonar bajo incertidumbre y la habilidad de proveer explicaciones para las soluciones suministradas. Este método tiene como desventaja que debe existir al menos un experto en el sistema estudiado, lo que limita las posibilidades de desarrollo para sistemas de reciente implantación.

Existen numerosos trabajos que tratan la aplicación de sistemas expertos para diagnósticos de fallos. Los intentos iniciales se remontan a (Henley, 1984), (Kumamoto et al., 1984), (Chester et al., 1984), (Rich and Venkatasubramanian, 1987).

El estructurar la base de conocimientos a través de clasificación jerárquica, puede verse en el trabajo de (Ramesh et al., 1988a) y una aplicación de un sistema experto para diagnóstico en un craqueador catalítico la podemos encontrar en (Ramesh et al., 1988b). Varios sistemas grandes han sido construidos utilizando este enfoque el cual constituye una mejora sobre los sistemas basados en reglas. Un marco para representar los elementos de incertidumbre del problema de diagnóstico utilizando redes *Belief*, y el uso de redes distribuidas (paralelas) de computación para determinar las hipótesis de diagnóstico más probables pueden ser encontrado en (Rojas-Guzman and Kramer, 1993).

También se han realizado estudios sobre sistemas eléctricos para evaluar el estado actual y el comportamiento futuro de los sistemas de aislamiento de máquinas de alta tensión y equipos eléctricos, desarrollándose Sistemas Expertos como el IZOLEX, CVEX, CVEXON y ALTO-NEX, que estudian los diversos problemas eléctricos que pueden presentarse (Zalis, 2004).

En (Jain et al., 2008) se presenta una arquitectura de sistema experto basado en *Web*, la propuesta implica el desarrollo de varios *Shell* que permitirán sin limitación tener una base de datos ampliada gracias a la conectividad de equipos y subsistemas muy remotos de un sistema eléctrico. La principal ventaja sobre un sistema basado en PC es que se puede obtener una mayor experiencia para el desarrollo del sistema, es fácil y flexible, siendo utilizado en línea o fuera de línea en un sistema integrado de diagnóstico de fallos y control (FDC). En la literatura pueden encontrarse diversas aplicaciones cuya tendencia es la utilización de la *Web* para desarrollar sistemas expertos dadas las ventajas que ofrece.

- Lógica borrosa: La lógica borrosa surge como un intento de formalización del razonamiento con incertidumbre. Se utilizan términos lingüísticos para definir los comportamientos de un sistema. En la teoría borrosa un elemento siempre pertenece en cierto grado a un conjunto y nunca pertenece del todo al mismo. Las definiciones necesarias son:
 - Universo de discurso X = x: conjunto de los posibles valores particulares que pueden tomar las variables que aparecen en el predicado.
 - Subconjunto borroso A de un universo X = x: es un conjunto de pares ordenados A = (x | μ_A(x))∀x ∈ X, donde μ_A: X → [0,1] es la función de pertenencia característica de A (triangular, gaussiana, trapezoidal, sigmoide, etc).
 - Etiquetas lingüísticas: son los valores semánticos correspondientes a un predicado.

El grado de pertenencia no tiene un sentido probabilístico, como en otras lógicas, sino más bien representa un grado de compatibilidad de un cierto predicado o un grado de posibilidad de que éste sea cierto.

Un conjunto de reglas del tipo *SI-ENTONCES*, combinan dos o mas conjuntos de entradas, denominados antecedentes o premisas, y se les asocia un conjunto de salida llamado consecuente

2.5. MÉTODOS BASADOS EN CONOCIMIENTO

o consecuencia. Este conjunto de reglas es llamado base de reglas borrosa, y expresa el conocimiento que se tiene de la relación entre antecedentes y consecuentes. Se puede representar mediante una tabla de reglas o con una memoria asociativa borrosa, que corresponden al tipo Takari-Sugeno o el tipo Mandani.

Estas técnicas se pueden utilizar tanto para la evaluación de los residuos, incorporando conocimiento del sistema en forma de reglas borrosas, como en la generación de residuos, ya que un sistema lógico borroso es una aproximador universal de funciones.

Para abordar el problema de la precisión y exactitud en el diagnóstico de fallos, se han desarrollado métodos basados en lógica borrosa. Sin embargo, la técnica de la lógica borrosa en el diagnóstico de fallos no es por su propia naturaleza eficiente para detectar fallos incipientes. También por su propia naturaleza, la técnica de la lógica borrosa está limitada a sistemas relativamente simples, ya que en otro caso daría lugar a un número extenso e inmanejable de reglas. Además tales esquemas son difíciles de relacionar con las técnicas clásicas de diagnóstico de fallos, las cuales proporcionan una herramienta poderosa de diseño y análisis y no están limitadas tan severamente por la complejidad del sistema. Hay mucho beneficio que ganar al combinar lógica borrosa con los conceptos de diagnóstico de fallos basado en modelos. Sin embargo la mayoría de los estudios de diagnóstico de fallos basados en lógica borrosa utilizan solamente las capacidades de interpretación y razonamiento de la lógica borrosa. Takagi y Sugeno probaron que lógica borrosa se puede utilizar para formar el modelo borroso, el cual es muy poderoso a la hora de modelar sistemas dinámicos no lineales.

Para la evaluación del residuo ha habido varios trabajos que utilizan lógica borrosa (Frank and Kiupel, 1993), (Frank and Seliger, 1997). El objetivo es lanzar alarmas ponderadas en lugar de decisiones tipo *SI-NO*. En (Celik and Bayir, 2007) y (Fuente et al., 2007) se aplican los conocimientos teóricos, los conocimientos especializados y los resultados experimentales. En (Mendonça et al., 2009) se emplea un enfoque de toma de decisión borroso para aislar los fallos abruptos e incipientes.

Para sistemas dinámicos no lineales se combina la lógica borrosa con los métodos de diagnóstico basados en modelos, obteniéndose diversas aplicaciones de observadores borrosos. Utilizando este esquema se describe un sistema dinámico no lineal mediante un número de modelos linealizados localmente, estimándose el estado con una combinación borrosa de las salidas de los observadores locales. Aplicaciones como estas pueden encontrarse en (Chen and Patton 1999), (Mannle, 2000).

Esta habilidad de modelado ha sido utilizada en el diseño de observadores borrosos para diagnóstico de fallos en sistemas dinámicos no lineales. Un enfoque de observador de entrada desconocida no lineal (NUIO) fue presentado por (Weitian and Saif, 2007), donde se propone un banco de observadores basados en LMI's, utilizando la estrategia de sistema borroso Takari-Sugeno.

Un observador borroso de modo deslizante sobre la base de un modelo incierto Takari-Sugeno es presentado en (Akhenak et al., 2008). En este trabajo nuevamente se utiliza la técnica de LMI's para construir un banco de observadores borrosos. Se propone un observador no lineal difuso adaptativo descentralizado, se trabaja con vectores de residuos, y la lógica borrosa se propone aproximar los términos desconocidos del modelo dinámico del sistema a largo plazo.

Redes neuronales: Una red neuronal se describe como un conjunto de unidades elementales, denominadas neuronas, conectadas masivamente y de forma paralela entre sí. La forma de conexión establece la arquitectura de la red.

Cuando no se conoce el modelo de un proceso, o dicho modelo es muy difícil de calcular, los métodos de reconocimiento de patrones basados en redes neuronales son útiles para las tareas de detección y diagnóstico de fallos. Las redes neuronales pueden aproximar cualquier relación dinámica lineal o no lineal y también pueden aprender las características del sistema a partir de datos históricos de entrenamiento utilizando un algoritmo de aprendizaje, donde las conexiones entre neuronas cumplen relaciones que son estimadas en el proceso de aprendizaje y se llaman pesos de conexión (Blázquez and Miguel 2003). En general, los algoritmos de aprendizaje son de dos tipos: el aprendizaje supervisado donde es necesario para aprender las variables medidas y la salida deseada de la red, siendo el mas difundido el algoritmo de retropropagación (*backpropagation*) (Narendra and Parthasarathy, 1990), (Fuente and Saludes, 2000). El otro tipo es el no supervisado, donde no es necesario introducir la salida deseada, la estructura es adaptativa y determinada en base a la entrada de la red, por ejemplo la red ART2 (Carpenter and Grossberg, 1988). En un capítulo posterior se realiza un desarrollo más detallado sobre el tema de redes neuronales.

Tradicionalmente, las salidas de la red neuronal son clasificadas con alguna técnica estadística para diagnosticar el comportamiento del sistema. Sin embargo, como se ha mencionado las redes neuronales pueden ser utilizadas como clasificadores, la decisión viene dada por la definición de un conjunto de patrones distinguibles que corresponden a las diferentes situaciones de comportamiento del sistema, así la decisión se basa en el principio de reconocimiento de patrones (Chen and Patton 1999).

La red neuronal, como herramienta de aproximación óptima para manejar problemas no lineales, se puede usar para superar las dificultades de las técnicas tradicionales a la hora de tratar con no linealidades. Según (Chen and Patton 1999), hay poco que ganar mediante la aplicación de redes neuronales a sistemas lineales invariantes con el tiempo. Las redes neuronales están propiamente dirigidas a procesos mal definidos, complejos, no lineales y estocásticos. Las redes neuronales tienen muchas ventajas y se pueden utilizar de varias maneras para abordar problemas de diagnóstico de fallos en sistemas dinámicos no lineales.

Las primeras investigaciones que han demostrado la utilidad de las redes neuronales para el pro-

blema de diagnóstico de fallos se encuentran en (Venkatasubramanian, 1985), (Watanabe et al., 1989), (Venkatasubramanian and Chan, 1989), (Ungar et al., 1990) y (Hoskins et al., 1991). Más tarde, un análisis más detallado y minucioso del aprendizaje, la memoria y las características de generalización de las redes neuronales para la detección y el diagnóstico de los fallos de proceso en estado estacionario fue presentado por (Venkatasubramanian et al., 1990). Este trabajo se amplió más tarde para utilizar los datos dinámicos del proceso por (Vaidyanathan and Venkatasubramanian, 1992). Una arquitectura jerárquica de redes neuronales para la detección de fallas múltiples fue propuesta por (Watanabe et al., 1994).

Existen varias revisiones de métodos de detección de fallos basados en redes neuronales artificiales. En (Samanta et al., 2005) se realiza un estudio comparativo del rendimiento de tres tipos de redes neuronales: perceptron multicapas (MLP), la función de base radial (RBF) y la red neuronal probabilística (PNN), otros estudios comparativos y revisiones se pueden ver en (Fuente, 2001), (Fuente and Vega, 1999), (Calado et al., 2001), (Korbicz et al., 2004). Los algoritmos genéticos son utilizados para seleccionar los parámetros característicos de los clasificadores y las características de entrada. Los resultados muestran la eficacia de las características y los clasificadores en la detección del estado del sistema.

En (Barakat et al., 2011) se desarrolla una técnica de adaptación inteligente basado en redes neuronales artificiales combinado con métodos avanzados de procesamiento de señal para la detección sistemática y diagnóstico de fallos en sistemas industriales basados en un método de clasificación. Utiliza transformada wavelet discreta y técnicas de formación basadas en la localización y el ajuste de las neuronas de *Gauss* en las zonas de activación de los datos de entrenamiento.

Máquinas de soporte vectorial: En los últimos años se han publicado algunos trabajos que hacen uso de máquinas de soporte vectorial (*support vector machine*, SVM) para detección y diagnóstico de fallos. Este método está basado en fundamentos similares a técnicas de inteligencia artificial con sistemas de autoaprendizaje.

El principio fundamental de las SVM consiste en maximizar la distancia o margen entre los datos de entrenamiento y el hiperplano de decisión, lo cual puede ser expresado como un problema de optimización cuadrática. La solución del problema de clasificación se construye utilizando el subconjunto de datos de entrenamiento más cercano al hiperplano de decisión, denominados vectores de soporte (Müller et al., 2001), siendo el hiperplano de decisión expresado matemáticamente:

$$h(x) = (wx) + b = 0 \tag{2.61}$$

El margen entre el hiperplano y el dato mas cercano se maximiza según el problema de optimi-

zación cuadrática:

$$\min_{w,b,\xi} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{K} \xi_i$$
(2.62)
$$y_i(w^T \Phi(x_i) + b) \ge 1 - \xi_i$$

$$\xi_i \ge 0 \text{ i=1,...,K}$$

donde $x_i \,\subset R^n$ representa un patrón de datos de entrada para el entrenamiento, Φ es una función de transformación del espacio $R^n \to R^m$, de manera que el espacio de las clases sean linealmente separables por un hiperplano de máximo margen, $y_i \in \{-1, 1\}$ es la salida deseada para ese patrón, ξ_i corresponde a la constante de relajamiento de ese patrón, y *C* es un parámetro de regularización que controla la relación entre la complejidad de la SVM y la cantidad de datos que no se pueden separar.

Introduciendo multiplicadores de Lagrange α_i y utilizando el teorema de Karush-Kuhn-Tucker de la teoría de optimización, se obtiene un equivalente dual del problema de optimización cuadrática, cuya solución es:

$$w = \sum_{i=1}^{K} y_i \alpha_i x_i \tag{2.63}$$

Utilizando la ecuación (2.63), e introduciendo una función kernel $F(\cdot, \cdot)$ apropiada, de acuerdo a las presentadas en (Müller et al. 2001), para mapear los datos de entrada a un espacio de mayor dimensionalidad, al hiperplano de decisión se le aplica una función no lineal en el espacio de características originales, que se expresa como:

$$h(x) = sgn\left(\sum_{i=1}^{K} y_i \alpha_i F(x, x_i) + b\right)$$
(2.64)

La solución al problema original consiste entonces en encontrar los valores de α_i y *b*. Los α_i se calculan a partir de la última expresión de la formulación dual. El valor de *b* se determina a partir de la ecuación del hiperplano de decisión, utilizando dos vectores de soporte arbitrarios de clases conocidas y opuestas.

Una vez entrenadas las SVM, éstas clasifican los patrones de entrada que se le presentan como pertenecientes a una de dos clases. Muchos autores coinciden en que el uso de SVM tiene excelente desempeño en la generalización, por lo que puede producir una alta precisión en la clasificación, esto ha sido demostrado en algunos trabajos recientes (Widodo and Yang, 2007), (Yuan and Chu, 2007). En (Saludes and Fuente, 2005) utilizan el SVM para detección de novedades en un esquema de control tolerante a fallos. En (Qiu et al., 2003),(Hu et al., 2007),(Pan et al., 2009) se utiliza la transformada *Wavelet* para mejorar el diagnóstico de los fallos utilizado SVM, obteniéndose resultados que permiten separar las diferentes condiciones de fallos y la gravedad de los fallos incipientes.

En (Mahadevan and Shah, 2009) se utiliza una sola clase de SVM. El enfoque se basa en una medida métrica de distancia no lineal en un espacio de características. El algoritmo es comparado con las técnicas de Análisis de Componentes Principales estáticos y dinámicos (PCA y DPCA).

2.5.2. Análisis de tendencia cualitativa

Este método se basa en la extracción de las características cualitativas de un proceso para lograr la abstracción de la información de tendencia. En un sistema de monitorización y control supervisor de procesos, el análisis de la tendencia y predicción son componentes importantes. El modelado de tendencias puede ser usado para explicar los eventos de los procesos, hacer diagnósticos de funcionamientos defectuosos y predecir estados futuros.

Cuando las señales de tendencia son obtenidas es necesario realizar ciertos tipos de filtrado para que no sean susceptibles al ruido. El inconveniente principal de usar filtrado es que pueden distorsionar las características cualitativas esenciales. Este problema se evita observando la tendencia en diferentes escalas de tiempo o niveles de abstracción. En muchos casos, los funcionamientos defectuosos dejan una tendencia distintiva en los sensores monitorizados que pueden utilizarse para identificar las anormalidades subyacentes en el proceso. Así, la clasificación y análisis de tendencia de procesos pueden detectar un fallo más temprano y conducir a un control más rápido. Los autores (Cheung and Stephanopoulos, 1990) formalizaron la representación de tendencias de procesos, a través de triangulación. En éste método cada segmento de una tendencia es representado, en cada punto o punto crítico de la tendencia, por su pendiente inicial, su pendiente final y un segmento conectando los dos puntos críticos. En consecuencia, una tendencia del proceso es representada por una serie de triángulos.

En (Janusz and Venkatasubramanian, 1991) usaron un método de diferencias para calcular la primera y segunda derivada de los cambios del proceso, con los cuales identificaban la función primitiva de un conjunto previo de funciones de las tendencias posibles del proceso. En (Rengaswamy and Venkatasubramanian, 1995) han demostrado como la función primitiva puede ser extraída de sensores de datos ruidosos, tratando el problema de la función primitiva como una clasificación de problemas utilizando redes neuronales. Los autores en (Rengaswamy et al., 2001) han discutido la utilización de modelado de tendencias.

En (Dash et al., 2004) se propone, para identificar automáticamente fuera de línea la forma cualitativa de las tendencias, utilizar un polinomio de ajuste basado en una técnica de reducción del intervalo a la mitad. El procedimiento identifica la tendencia cualitativa como una secuencia de tramos unimodales o segmentos de segundo orden. El polinomio con un ajuste de error que estadísticamente sea insignificante en comparación con el ruido se utiliza para representar el segmento. Si el ajuste de error es grande, se reduce la longitud del segmento a la mitad y se repite el proceso hasta que el error es aceptable, cualquier tipo de salto detecta un cambio en la señal. Recientemente, en (Maurya et al., 2010) se propone un algoritmo para la extracción en línea de las tendencias cualitativas. En este trabajo se evalúa la robustez y los tiempos de aparición de los fallos.

2.5.3. Modelos causales

Los modelos causales establecen las relaciones de causa y efecto en el proceso, pueden diseñarse para predecir un evento o en los esquemas de detección y diagnósticos de fallos para realizar el seguimiento de los mismos hasta su causa.

Grafos: Una de las formas mas comunes de representar la causalidad es mediante grafos. Un grafo G = (V, E) es una estructura combinatoria constituida por un conjunto de vértices V = V(G)unidos por un conjunto de líneas o flechas E = E(G), dependiendo de si el grafo es dirigido o no dirigido.

En los grafos dirigidos se maneja un volumen de información mayor del proceso, los vértices representan las variables de estado y las flechas las relaciones entre ellas, es decir, las restricciones que se deben cumplir. Una búsqueda heurística por el grafo nos da la causa final del fallo. El modelo causal realizado con grafos necesita razonamiento acerca de las relaciones de causa y efecto en el proceso para deducir la estructura de los diferentes comportamientos del sistema.

La representación de un proceso con grafos dirigidos o digrafos (SDGs), que es el otro nombre dado en la literatura, se realiza con la asignación de signos positivos o negativos en las direcciones de las flechas o arcos que salen de los vértices **causa** a los vértices **efecto**. Los vértices representan eventos, variables o desviaciones del estado estable de estas, y las flechas la relación entre los vértices. Un ejemplo sencillo de un proceso puede ser el descrito en el digrafo de la figura 2.4, donde tenemos un tanque que cumple con la relación $\frac{dH}{dt} = q_1 - q_2$, así un cambio externo, causa que el flujo q_1 cambie, esto causa un cambio en el nivel del líquido en el tanque ($\frac{dH}{dt}$ y H), que a su vez causa que el flujo de salida q_2 cambie y este último causa que el nivel de líquido cambie (lazo de realimentación), obsérvese que el sentido de las flechas representan la dirección del cambio.

En una situación general las flechas podrían ser eventos dependientes, es decir, la relación entre dos eventos o variables pueden ser dependientes de otros eventos o variables en el sistema. SDGs proveen una forma muy eficiente de representar modelos cualitativos gráficamente.

Los primeros en utilizar SDG para diagnóstico de fallos fueron (Iri et al., 1979). El SDG obtenido es un grafo de causa efecto (CE grafo), el cual consta solamente de nodos válidos y arcos



Figura 2.4: Digrafo para la entrada y salida de flujo de un tanque

consistentes.

Una combinación del método de SDG con redes neuronales es presentada en (Hak et al., 1994), el método es aplicado para el diagnóstico de fallos incipientes múltiples en tiempo real. El valor de cada nodo de SDG cambia automáticamente de acuerdo a las diversas condiciones de operación identificadas en la estructura del sistema. En (Vedam and Venkatasubramanian, 1999) se utiliza la técnica de análisis de componentes principales (PCA) combinada con SDGs. El diagnóstico se realiza con digrafos signados (\pm 1) basados en la interpretación del sistema encontrada con la aplicación de PCA. El algoritmo implementado tiene un desarrollo de SDG para diagnóstico de múltiples fallos.

En (Tsuge et al., 2000) se combinan varios métodos para establecer el esquema de DDF. El proceso en estudio es continuo con fluctuaciones de la entrada, presentándose incertidumbre en los valores normales de la salida. Se utiliza una función de aproximación que se extrae de una familia de wavelets ortogonales para clasificar el valor medido de una variable de salida en cinco rangos (+, +?, 0, -, -?). De forma simultánea se realizan dos pruebas de la razón de probabilidades secuenciales (SPRT) y con una combinación de signos de las variables de salida se obtiene un patrón que representa una situación anormal en el proceso, donde el algoritmo de diagnóstico de fallos, sobre la base de un grafo dirigido (SDG), deduce el origen de fallo. En (Hou et al., 2010) se utiliza un SDG modificado como método de detección y diagnóstico de fallos en un proceso de transferencia de entropía para representar la causalidad entre las variables, donde los nodos pueden tomar valores de $(0), (\pm 1), (\pm 3)$ y (± 6) .

Árboles de Fallos: Los árboles de fallos muestran las posibles causas de un mal funcionamiento del sistema, mediante la enumeración de los posibles componentes sospechosos y sus respectivos modos de fallo que pueden haber inducido un problema. Estos fueron desarrollados originalmente en los laboratorios Bell en 1961. Establecen la lógica de propagación de un evento primario o fallo a un evento de una escala superior de fallo o peligro. El árbol de fallos tiene generalmente

capas de nodos. En cada nodo se realizan operaciones lógicas como *AND*, *OR* y *XOR* para llevar a cabo la propagación.

El análisis general de un árbol de fallos se compone de cuatro pasos: definición del sistema, construcción del árbol de fallos, evaluación cualitativa, y evaluación cuantitativa (Fussell, 1974). Una vez que se tiene una comprensión completa del sistema, la construcción del árbol de fallos se hace realizando preguntas de que podría causar un evento de mayor escala de fallo o peligro. Al responder a esta pregunta, se generan otros eventos relacionados por la lógica de los nodos y el árbol se expande de esta manera hasta llegar a los eventos primarios. La evaluación cualitativa es la que determina que conjuntos de eventos pueden ser seguidos con éxito, y la evaluación cuantitativa es la que determina la probabilidad de ocurrencia del nivel superior de eventos. Esta técnica es ideal para sistemas cuyos datos presenten una regularidad de comportamiento, para extraer el conocimiento y realizar una programación lógica.

Establecer un conjunto de reglas de clasificación a través del seguimiento de las causas y efectos en el sistema permite crear árboles de decisión para detección y diagnóstico de fallos. La automatización de este proceso se hace en dos etapas: la primera de ellas es la etapa de entrenamiento, realizada *off-line* para evitar lo sobrecarga computacional en el sistema, estableciendo las reglas del tipo *SI-ENTONCES*; la segunda etapa, es la validación con nuevos datos y establece la clasificación final del sistema.

El conjunto de reglas o árboles de decisión indican para una observación dada, si esta presente o no algún fallo, así por ejemplo podemos obtener árboles de decisión de datos obtenidos de planta real o simulaciones para detectar un fallo o para diagnosis. En la figura 2.5 se muestra un árbol de decisión general, cuyas reglas pueden representarse de la siguiente manera:



Figura 2.5: Árboles de decisión

Los árboles de fallo se han utilizado en una variedad de aplicaciones para la evaluación de riesgos y estudios de análisis de fiabilidad. Los autores (Abad et al., 2002) definen para entrenamiento fuera de línea tres árboles de decisión en partes iguales para el periodo transitorio del sistema y luego los utilizan para la detección y el diagnóstico. Otra aplicación esta referida a utilizar un árbol de decisión sobre los armónicos de la energía para detectar los fallos de alta impedancia

2.6. COMENTARIOS FINALES

(Shahrtash and Sarlak, 2006). Los autores (Zhang and Shi, 2010) utilizan un árbol de decisión de paridad, donde se calcula una función de paridad para decidir con una función booleana.

2.6. Comentarios finales

Gracias a los avances tecnológicos se ha logrado reducir los tiempos de procesamiento computacional pudiéndose aplicar métodos para la detección y el diagnóstico de fallos (DDF) más complejos, mejorar los existentes y estudiar y producir técnicas completamente novedosas.

Cuando se diseña un esquema de DDF es importante considerar las limitaciones permisibles, dado que ninguna técnica aplicable, bien sea por estimación de variables o por extracción de características, puede obtener una representación exacta del sistema, siempre existirán diferencias debidas a los errores propios de modelado, adquisición de los datos, las variaciones que suelen ocurrir con el tiempo en los parámetros del sistema, al desconocimiento de la representación real del ruido y las perturbaciones que inciden en la planta. En este sentido ningún método es adecuado para manejar todos los requisitos para un diagnóstico del sistema. Sin embargo, algunos métodos se adaptan mejor a los conocimientos disponibles que otros. Adicionalmente, pueden complementarse entre sí dando lugar a mejores sistemas de diagnóstico. La integración de estas características complementarias es una forma para desarrollar métodos híbridos que podrían superar las limitaciones de las estrategias de solución individual. Por lo tanto, enfoques híbridos donde los métodos de trabajo diferentes se utilizan conjuntamente para resolver parte del problema son atractivos, esto se ha visto en gran parte de la literatura consultada. Así, métodos cuantitativos que incorporan técnicas cualitativas son llamados de *software* computacionales ("*soft computing in FDI*"), e incluso métodos de la misma índole han sido combinados como es el caso de los neuro-difusos.

Finalmente, las técnicas para diseñar esquemas de DDF están evolucionando, y la novedad esta presente en todas aquellas que están incorporando, de acuerdo a la calidad de los datos, el conocimiento a priori del sistema y complejidad, las técnicas mas adecuadas para cada uno de los pasos necesarios para el diseño.

Capítulo 3

Métodos robustos de detección de fallos basados en filtros

La teoría de control es un área en constante desarrollo, donde muchas técnicas están basadas en el conocimiento del modelo matemático del sistema en estudio. En particular en este capítulo se presentarán diversos tópicos de la teoría de control clásico y control robusto utilizadas para el diseño de sistemas de control lineales e invariantes en el tiempo. El objetivo es emplear las técnicas matemáticas basadas en Desigualdades Matriciales Lineales (*Linear Matrix Inequalities*, LMIs), que utiliza programación semidefinida, para diseñar filtros robustos para detección y diagnóstico de fallos.

Este capítulo esta divido en cuatro secciones: en la primera sección se presenta una reseña a los estimadores de estado; en la segunda sección se hace una introducción de los conceptos de normas y sus aplicaciones, que es fundamental para acotar los problemas planteados con LMIs; la tercera sección se refiere a la formulación de problemas con LMIs; y por último se presenta la técnica de desigualdades matriciales lineales para el cálculo de filtros robustos aplicada para un caso en simulación y para un caso de planta real.

3.1. Estimadores de Estados

El diseño de un controlador o filtro basado en estimadores de estado requiere de un conocimiento del modelo matemático de un sistema real, siendo necesario obtener una representación mediante leyes y relaciones físicas, químicas o de alguna índole que permitan captar las propiedades y proporcionen las bases para el diseño (Sira-Ramírez et al. 2005).

Los procesos reales son dinámicos representándose por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

$$y(t) = h(x(t))$$
(3.1)

62CAPÍTULO 3. MÉTODOS ROBUSTOS DE DETECCIÓN DE FALLOS BASADOS EN FILTROS

donde, para el caso de sistemas de una sola entrada y una sola salida (SISO), $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es una función vectorial del tiempo que representa el estado del sistema; $u(t) \in \mathbb{R}$ es la entrada del sistema, y $y(t) \in \mathbb{R}$ es la salida del sistema. Las funciones f(.) y h(.) son funciones diferenciables con respecto a cada uno de sus argumentos y $\dot{x}(t) = dx/dt$. Para el caso multivariable (MIMO) se utiliza una definición análoga.

Existen sistemas de control que no tienen todos los estados disponibles, por lo que es necesario estimar a partir de los errores de equilibrio tales estados. Un diseño de observador de estados permite capturar la dinámica del sistema para reconstruir esos estados.

Dentro del diseño de observadores de estado se encuentran el clásico observador de Luenberger y observadores de estado robusto, siendo estos últimos los de mayor interés para el desarrollo del presente trabajo.

Un modelo matemático de un sistema de control real debe considerar los efectos del comportamiento del sistema y los puntos referenciales deseados para el diseño. Para sistemas no lineales, utilizar una aproximación lineal es un criterio práctico aceptado que acota la validez del modelo alrededor de un punto de operación. Así, formular una solución con un observador para un sistema lineal, descrito por la relación (3.2), en su representación continua:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$
(3.2)

 $\operatorname{con} A \in \mathbb{R}^{nxn}, B \in \mathbb{R}^{nxp}, C \in \mathbb{R}^{qxn}$ y $D \in \mathbb{R}^{qxp}$.

Para un esquema de detección y diagnóstico de fallos, deberá incluir condiciones óptimas en la estimación de estados, donde el sistema sea estabilizable y detectable, de acuerdo a (Sánchez-Peña, 1992), esto es que:

- 1. El par (A,B) es estabilizable si los modos no controlables son estables.
- 2. El par (A,C) es detectable si los modos no observables son estables.

Adicionalmente, se debe considerar que los sistemas reales están sometidos a los efectos de la incertidumbre, perturbaciones y ruido, donde el diseño de estimadores de estado robusto presentan ventajas sobre el observador clásico de Luenberger. Diseños robustos de la ganancia *L* de este observador han sido introducidos por (Nagpal and Khargonekar, 1991), (Khargonekar and Rotea, 1992), (Souza et al., 1992).

Otros diseños, están basados en esquemas de filtros, siendo el filtro Kalman el mas utilizado, cuyo objetivo es obtener estados que no se pueden medir, usando medidas de entradas y salidas del sistema, y la estadística del ruido.

Una estructura de observador de estado robusto permite adicionar grados de libertad al diseño; manejar fácilmente la incertidumbre no estructurada de la planta, que definiremos mas adelante; presentar

3.1. ESTIMADORES DE ESTADOS

una solución óptima con respecto al peor caso de perturbaciones; y resolver el problema de diseño del observador en el contexto de la teoría de control robusto.

Cuando se plantea una solución a los problemas generados por los factores externos o internos que afectan el modelo del sistema, como incertidumbres de modelado, perturbaciones y ruido incidentes en el sistema, etc., para minimizar el error de estimación de los estados, se considera:

- Incluir la forma de la incertidumbre asociada con el modelo.
- Estimar las características de la perturbación y el ruido que actúan en el sistema.
- Incorporar en el diseño algunas condiciones para los dos pasos previos.

En términos de la teoría de control robusto se habla de estabilidad robusta y desempeño nominal, y existe un grado de compromiso entre ambos conceptos, debido a que dependiendo del proceso se puede cumplir o no con ambos conceptos en el diseño. A continuación se presentan las definiciones, pudiendo el lector profundizar estos conceptos en: (Sánchez-Peña and Snaizer, 1998), (Colmenares and Tadeo, 2005).

3.1.1. Estabilidad robusta y desempeño nominal

La estabilidad robusta se relaciona con la incertidumbre que afecta al sistema y es una consecuencia del modelado, que surge de dos circunstancias distintas. La primera está relacionada con la linealización y el hecho de limitar el orden de las ecuaciones diferenciales, que es la incertidumbre no paramétrica. La segunda se debe a los errores inherentes a los parámetros del modelo que surgen inevitablemente del proceso de identificación y se denomina incertidumbre paramétrica (Sánchez-Peña and Snaizer 1998).

En forma general, para incorporar en el diseño la estabilidad robusta, se asume que el tipo de incertidumbre es debida a errores de modelado, siendo no estructurada y su efecto global para toda la planta. Se suele diseñar una función de transferencia en el dominio de la frecuencia que recoge, para cada frecuencia y de forma normalizada, la cota máxima de la magnitud de la incertidumbre, y de la que se desconoce totalmente la fase, ubicando una planta nominal del sistema (p_n) y un valor máximo de error. Esto se encuentra expresado en la literatura en dos tipos de incertidumbre: la forma aditiva, donde el modelo de la planta nominal $(p_n(s))$ es afectado por una suma del parámetro de incertidumbre (d(s)W(s)):

$$p(s) = p_n(s) + d(s)W(s)$$
(3.3)

donde, si despejamos los efectos de la incertidumbre, obtenemos como magnitud:

$$|d(s)W(s)| = |p(s) - p_n(s)|$$
(3.4)

por simplicidad, y sin pérdida de generalidad, se le asigna a d(s) la información de la magnitud y a W(s) la dependencia de la frecuencia s = jw.

En este caso para asegurar la estabilidad robusta se debe cumplir que:

$$|\mathbf{d}(s)| < 1$$
(3.5)
 $|\mathbf{W}(s)\mathbf{K}(s)(\mathbf{I}+\mathbf{p}_n(s)\mathbf{K}(s))^{-1}| < 1$

siendo K(s) la función de transferencia del controlador a lazo cerrado e I la matriz identidad de dimensiones adecuadas.

El otro tipo de incertidumbre es la multiplicativa, cuya representación es:

$$p(s) = p_n(s)(1 + d(s)W(s))$$
(3.6)

siendo los efectos de la incertidumbre una relación:

$$|d(s)W(s)| = \left|\frac{p(s)}{p_n(s)} - 1\right|$$
(3.7)

En este caso se debe cumplir que:

$$|\mathbf{d}(s)| < 1$$

$$|\mathbf{W}(s)\mathbf{p}_n(s)K(s)(I + p_n(s)K(s))^{-1}| < 1$$
(3.8)

Estas condiciones aseguran una estabilidad interna de todos los posibles modelos que puedan representar a la planta, asegurando la estabilidad robusta del diseño.

En el desempeño nominal se evalúa la capacidad del sistema para seguir una referencia determinada o rechazar una perturbación conocida. Por ejemplo, para minimizar el efecto de las perturbaciones en un sistema se escoge una gama de frecuencias para establecer un nivel de desempeño nominal.

Estos conceptos son criterios de diseño, cuya incorporación se establece cuando se ha definido la representación en un modelo de las relaciones e incidencias de los factores externos en el sistema. Un modelo de estimador de estados robusto introducido por (Márquez, 2003) nos presenta una representación sencilla en la figura 3.1.

donde $P_o = (sI - A)^{-1}B$, \triangle es el modelo de incertidumbre d(s)W(s), *n* y *v* son las señales del ruido y las perturbaciones respectivamente. En este caso, la incertidumbre es del tipo aditiva en los estados por lo que:

$$P(s) = (sI - A)^{-1}B + \triangle = P_o(s) + \triangle$$
(3.9)

y la función de transferencia del modelo, considerando solo el efecto de la incertidumbre se expresa


Figura 3.1: Representación de los factores externos

como:

$$H(s) = CP(s) = CP_o(s) + C\triangle = H_o + C\triangle$$
(3.10)

La diferencia entre el valor verdadero del estado x y el obtenido en P_o se asume dada en el diseño de \triangle . Esta es desconocida y satisface una condición dependiente de la frecuencia dada por:

 $|\triangle(j\omega)| \le l(j\omega)$ donde $l(j\omega)$ es una cota que se establece $\forall \omega \in R$.

También se asume que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |v(t)|^2 dt < \infty$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} |n(t)|^2 dt < \infty$$

Considerando la incidencia de los factores externos, la estructura del observador esta dada en la figura 3.2, (Márquez and Riaz, 2005), siendo $\phi = (sI - A)^{-1}$ y G el controlador a diseñar.



Figura 3.2: Estructura dinámica del observador

Observando la estructura, son fácilmente deducibles las siguientes relaciones:

$$\hat{x}(s) = (sI - A)^{-1} [Bu(s) + G(s)e(s)] = \phi [Bu(s) + G(s)e(s)] = P_o(s)u(s) + \phi G(s)e(s)$$
(3.11)

$$e(s) = y(s) - \hat{y}(s) \tag{3.12}$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \tag{3.13}$$

Partiendo de estas relaciones se hallan las funciones de transferencia de los errores. Considerando las trayectorias de la figura 3.2, se logra obtener de forma sencilla lo planteado por (Márquez 2003), así el error en los estados estará dado:

$$e_x = x - \hat{x} = \phi Bu + \triangle u - \phi Bu - \phi Ge = \triangle u - \phi Ge$$
(3.14)

La salida del sistema esta dada por:

$$y = C\phi Bu + C \triangle u + v + n \tag{3.15}$$

y el estimado de la señal esta dado por:

$$\widehat{y} = C\phi Ge + C\phi Bu \tag{3.16}$$

entonces el error de la señal de salida se expresa como:

$$e = y - \hat{y} = C\phi Bu + C \triangle u + v + n - C\phi Ge - C\phi Bu$$
(3.17)

y despejando adecuadamente tendremos:

$$e = (C \triangle u + v + n)(I + C\phi G)^{-1}$$
(3.18)

por lo que al sustituir en la ecuación (3.12), el error de estimación en los estados estará dado por:

$$e_x = \triangle u - \phi G(C \triangle u + v + n)(I + C\phi G)^{-1}$$
(3.19)

donde puede plantearse un diseño multiobjetivo para lograr algún controlador G que rechace completamente los factores externos.

3.2. Normas

Las normas son operaciones matemáticas realizadas sobre un operando definido por un vector, matriz, señal o sistema, que nos permiten compararlas con sus similares y nos dan información sobre el tamaño del elemento al cual se le aplica la norma (Colmenares and Tadeo 2005).

3.2.1. Norma de Vectores y matrices

Definición. Sea C^n el espacio lineal de los números complejos de dimensión n. Diremos que $x \in C^n$ implica: $x = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$ con $x_i \in C^n$

Las normas mas comunes para vectores están dadas por:

$$||x||_p = (|x_1|^p + |x_2|^p + \ldots + |x_n|^p)^{1/p} , \text{ con } p = 1, 2, \infty$$
(3.20)

Donde $\|.\|_p$ indica la evaluación de la norma p, en este caso del elemento x, así $\|x\|_1$ es la sumatoria de las magnitudes $|x_i|$, con i = 1, ..., n, siendo $\|x\|_2$ la longitud Euclidiana del vector x, y $\|x\|_{\infty}$ la magnitud máxima en el vector x.

Definición: Sea C^{nxn} el espacio de matrices en nxn con elementos en $A \in R^{nxn}$, con (i = 1, ..., n) y (j = 1, ..., n).

Las normas aplicadas a matrices son:

$$\|A\|_{1} = \max_{j} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}|$$
(3.21)

la norma espectral

$$\|A\|_2 = \max_i \sigma_i(A) = \bar{\sigma}(A) \tag{3.22}$$

donde $\sigma_i(A)$ es el valor singular *i*-ésimo de *A*, y la norma infinito es

$$||A||_{\infty} = \max_{i} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$$
(3.23)

3.2.2. Norma de Señales y Sistemas

Definición. Sea C^n el espacio lineal de los números complejos de dimensión n. La norma de una señal y(t) estará dada por la relación:

$$\|y(t)\|_{p} := \left(\int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|_{p}^{p} dt\right)^{1/p}$$
(3.24)

Extendiendo la definición a los sistemas que tienen un conjunto de señales que describen las relaciones de entrada y salida por medio de funciones de transferencia, la norma 2 (H_2) para sistemas de

una sola entrada y una sola salida (SISO), es:

$$\|Y(s)\|_{2} := \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(-jw)^{T} Y(jw) dw\right)^{1/2}$$
(3.25)

y cuando la función no tiene polos en el semiplano derecho, el teorema de Parseval nos indica que el equivalente en el dominio del tiempo esta dado por:

$$\|Y(s)\|_{2} = \|y(t)\|_{2} = \left(\int_{0}^{\infty} y(t)^{T} y(t) dt\right)^{1/2}$$
(3.26)

Aplicando la norma 2 (H_2) a sistemas multivariables la definición es:

$$\|Y(s)\|_{2} := \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Traza[Y(-jw)^{T}Y(jw)]dw\right)^{1/2}$$
(3.27)

y la norma infinito (H_{∞}) es:

$$\|Y(s)\|_{\infty} := \sup_{w} \overline{\sigma}(Y(jw))$$
(3.28)

donde $\overline{\sigma}$ es el valor singular máximo, dado por:

$$\overline{\sigma}(Y(jw)) = \max_{i} \sqrt{\lambda_i (Y(-jw)^T Y(jw))}$$
(3.29)

siendo λ_i los autovalores de *Y*.

Considerando un sistema donde no existan perturbaciones y su función de transferencia este dada por $H(s) = C(sI - A)^{-1}B$, siendo Y(s) la salida y U(s) la entrada, considerando una cota mínima superior de la salida cuando $||u||_2 \le 1$, se ha demostrado en (Sánchez-Peña and Snaizer 1998), que:

$$||H(s)||_{\infty} = \sup_{||u||_{2} \le 1} ||y(t)||_{2}$$
(3.30)

$$||H(s)||_2 = \sup_{||u||_2 \le 1} ||y(t)||_{\infty}$$
(3.31)

Lo que establece que la norma infinita de un sistema es la norma inducida de la norma 2 de la señal y la norma 2 de un sistema es la norma inducida de la norma infinita de la señal .

3.3. Desigualdades matriciales lineales (LMIs)

En la teoría de control existe una gran variedad de problemas basados en la linealización de los modelos de un sistema, una formulación posible para resolver el problema de control es con desigualdades Matriciales Lineales (*Linear Matrix Inequalities*) LMIs, donde se aplican restricciones a los vectores y matrices. Las LMIs son desigualdades en las que las variables de decisión o incógnitas aparecen en forma matricial y lineal. Una LMI tiene la forma, de acuerdo a (Boyd et al., 1994):

$$F(x) := F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0$$
(3.32)

donde $x = \begin{bmatrix} x_1(t) & \dots & x_m(t) \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^m$ es el vector de variables de decisión y las matrices simétricas $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, con $i = 0, \dots, m$, son dadas.

Además, su formulación supone la convexidad con respecto a las variables de decisión, lo que significa que la evaluación de F(x) en cualquier valor del subespacio R^m es positivo, y evaluado en cualquier combinación de subespacio también lo es, por ejemplo:

$$F(x1) > 0, \quad F(x2) > 0, \quad y F(x1 + x2) > 0$$
 (3.33)

Adicionalmente, un sistema de LMIs formado por las siguientes desigualdades:

$$F_1(x) > 0, \quad F_2(x) > 0, \quad \dots \quad F_k(x) > 0$$
 (3.34)

Puede ser expresado como una simple LMI, si y solo si:

$$F(x) := \begin{pmatrix} F_1(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_2(x) & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F_k(x) \end{pmatrix} > 0$$

Donde F(x) es simétrica para algún x, y los autovalores de F(x) son simplemente la unión de los autovalores de $F_1(x) > 0$, $F_2(x) > 0$, ..., $F_k(x) > 0$, y para algún x que satisfaga F(x) > 0 también se satisface el sistema de LMIs de la ecuación (3.34) y viceversa (Scherer et al., 1997).

Para resolver un sistema de LMIs se plantea como un problema de programación semidefinida que busca una solución factible, donde la convexidad garantiza encontrarla cuando esta existe.

3.3.1. Complemento de Schur

Las desigualdades matriciales (convexas) no lineales se pueden convertir a LMIs aplicando el complemento Schur. Por ejemplo, sean S, $P \neq Q$ matrices dadas, en las siguientes formulaciones:

$$S - Q^T P^{-1} Q > 0, \quad \text{con la condición } P > 0$$

$$\delta P - Q S^{-1} Q^T > 0, \quad \text{con la condición } S > 0$$
(3.35)

donde se observa un término no lineal dado por la multiplicación de matrices, entonces una representación lineal con LMI para cualesquiera de las dos expresiones será equivalente a:

$$\left(\begin{array}{cc}
P & Q\\
Q^T & S
\end{array}\right) > 0$$
(3.36)

La demostración de esta desigualdad ha sido presentada en una extensa literatura del algebra lineal y la teoría de matrices, cuyas conocimientos mas profundos dejaremos a revisión por parte del lector, (Colmenares and Tadeo 2005). A continuación indicaremos brevemente los pasos a seguir, donde suponemos la existencia de una matriz *N*, cuya inversa exista, como:

$$N = \begin{pmatrix} I & -QS^{-1} \\ 0 & I \end{pmatrix}$$
(3.37)

siendo I la matriz identidad de dimensiones adecuadas, y que al multiplicar N por la izquierda en la desigualdad (3.36) y por la derecha por su traspuesta N^T nos demuestra una de las desigualdades de la expresión (3.35).

$$\begin{pmatrix} I & -QS^{-1} \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P & Q \\ Q^T & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ -S^{-1}Q^T & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P - QS^{-1}Q^T & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} > 0$$

Donde se presenta uno de los sistemas de LMIs como una simple LMI simétrica. De igual manera, para las siguientes desigualdades:

$$Q^{T}P^{-1}Q - S < 0, \quad \text{con la condición } P > 0$$

ó $Q^{T}S^{-1}Q^{T} - P < 0, \quad \text{con la condición } S > 0$
(3.38)

Al aplicar el complemento Schur se halla una representación lineal equivalente formulada con una LMI:

$$\left(\begin{array}{cc}
-P & Q\\
Q^T & -S
\end{array}\right) < 0$$
(3.39)

3.3.2. Norma H_{∞} como LMIs

Las normas H_2 y H_{∞} pueden ser caracterizadas como LMIs, y su aplicación depende de los objetivos planteados. En particular, para este trabajo se presenta la formulación de la norma H_{∞} como LMIs para la obtención de filtros o controladores, cuyos objetivos son los de minimizar las variables de interés que aseguren un buen rechazo al ruido, a las incertidumbres en la dinámica no modeladas en el sistema o la presencia de perturbaciones no conocidas pero acotadas en energía (Colmenares and Tadeo 2005).

Las LMIs son utilizadas para resolver problemas planteados en términos matriciales, así buscar una solución para un sistema requiere que se presente una descripción dinámica en variables de estado.

3.3. DESIGUALDADES MATRICIALES LINEALES (LMIS)

Formulación de la Norma H_{∞} como LMIs.

Una formulación de una norma como LMIs se hace para acotar el problema y hallar una solución que cumpla con ciertos criterios de diseño que provean estabilidad robusta y/o si es posible un buen desempeño nominal. Por lo que la definición del sistema de control debe contemplar elementos internos o externos que representen estos efectos. En consecuencia la dinámica de un sistema de control esta definida como:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + B_1 w(t)$$

y(t)=C x(t)+D w(t)
z(t)=C_1 x(t) + D_1 u(t) (3.40)

donde $A, B, B_1, C, D, C_1, D_1$ son matrices de dimensiones apropiadas, $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ es el vector de control, w es el vector de elementos que afectan el sistema, como incertidumbre, perturbaciones, etc., y son las salidas medibles del sistema y z son las salidas a controlar, siendo el par (A,B) estabilizable y el par (A,C) detectable.

La formulación viene dada por los objetivos de diseño para acotar los efectos de algunas variables de entrada hacia la salida, evaluadas por una función de transferencia, tal que:

$$\|H\|_{\infty} \le \gamma \quad \operatorname{con} \gamma > 0 \tag{3.41}$$

Un filtro admisible en variables de estado con realimentación de la salida esta dado, de acuerdo a (Colmenares and Tadeo 2005), por:

$$\dot{x_c} = \mathbf{A}_c x_c + B_c y \tag{3.42}$$
$$\mathbf{u} = \mathbf{C}_c x_c$$

Produciéndose al cerrar el lazo de control una nueva estructura dinámica como la siguiente:

$$\dot{x} = Ax + BC_c x_c + B_1 w$$

$$\dot{x}_c = B_c Cx + A_c x_c + B_c Dw$$

$$z = C_1 x + D_1 C_c x_c$$
(3.43)

que al reescribir como un sistema ampliado:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & BC_c \\ B_cC & A_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_cD \end{pmatrix} w$$

$$z = \begin{pmatrix} C_1 & D_1C_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_c \end{pmatrix}$$
(3.44)

siendo las nuevas matrices a considerar

$$\begin{array}{c|c}
\widetilde{A} = \begin{pmatrix} A & BC_c \\
B_c C & A_c \end{pmatrix} & \widetilde{B} = \begin{pmatrix} B_1 \\
B_c D \end{pmatrix} \\
\widetilde{C} = \begin{pmatrix} C_1 & D_1 C_c \end{pmatrix} & \widetilde{D} = 0
\end{array}$$
(3.45)

donde desconocemos las matrices del filtro A_c , B_c y C_c , que pueden ser halladas con una formulación de LMIs, que vienen dadas por la linealización de la siguiente desigualdad de Riccati para el sistema ampliado:

$$\widetilde{A}^T P + P\widetilde{A} + \gamma^{-2} P \widetilde{B} \widetilde{B}^T P + \widetilde{C}^T \widetilde{C} < 0$$
(3.46)

siendo P una matriz regular, definida positiva, cuya inversa existe, que puede ser particionada como:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} X & U \\ U^T & \widehat{X} \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}^{-1} = \begin{pmatrix} Y & V \\ V^T & \widehat{Y} \end{pmatrix}$$
(3.47)

donde se cumple:

$$PP^{-1} = \begin{pmatrix} I & 0\\ 0 & I \end{pmatrix}$$
(3.48)

siendo matrices simétricas X, Y, \hat{X} , $\hat{Y} > 0$ y U, V matrices regulares, sin pérdida de generalidad (Scherer et al. 1997), se define una matriz:

$$T := \begin{pmatrix} X & I \\ U^T & 0 \end{pmatrix}$$
(3.49)

tal que al aplicar el complemento Schur a la relación (3.46) se obtiene la desigualdad:

$$\begin{pmatrix} \widetilde{A}^T P + P \widetilde{A} + \widetilde{C}^T \widetilde{C} & P \widetilde{B} \\ \widetilde{B}^T P & -I \gamma^2 \end{pmatrix} < 0$$
(3.50)

que al multiplicar adecuadamente por la matriz T por la izquierda y T^T por la derecha, aplicando el complemento Schur las veces que sean necesarias cuando son sustituidas las correspondientes matrices \widetilde{A} , \widetilde{B} , \widetilde{C} y \widetilde{D} , se obtienen las siguientes LMIs:

$$\begin{pmatrix} AY + YA^{T} + BL + L^{T}B^{T} & (o)^{T} & (o)^{T} & (o)^{T} \\ \Phi^{T} & A^{T}X + XA + FC + C^{T}F & (o)^{T} & (o)^{T} \\ B_{1}^{T} & B_{1}^{T}X + D^{T}F^{T} & -\gamma & (o)^{T} \\ C_{1}Y + D_{1}L & C_{1} & D & -\gamma \end{pmatrix} < 0$$

$$\begin{pmatrix} Y & (o)^{T} \\ I & X \end{pmatrix} > 0$$

$$\gamma > 0$$
(3.51)

Denotando $(o)^T$ cada uno de los bloques simétricos en las correspondientes LMIs que son resueltas como problemas de optimización, donde se hallan las matrices desconocidas $L, F, X, Y y \Phi$ que definen la existencia del filtro de la relación (3.42) a través de los siguientes pasos e igualdades:

1. Se elige cualquier matriz V no singular

2.
$$C_c = L(V^T)^{-1}$$

- 3. Se calcula una matriz $U = (I XY)(V^T)^{-1}$
- 4. $Bc = U^{-1}F$

5.
$$M = \Phi - (A + YA^TX + VC_c^TB^TX + YC^TB_c^TU^T)$$

6.
$$Ac = U^{-1}M^T (V^T)^{-1}$$

Este planteamiento en LMIs no es único y en la literatura existen otros similares que presentan pequeñas variaciones que suministran soluciones equivalentes como las presentadas en (Ríos-Bolívar and García, 2001), (Ríos-Bolívar and García, 2005).

3.4. Diseño de filtros robustos con LMIs

En esta sección se presenta un esquema para la detección y diagnóstico de fallos con filtros robustos. Estos son calculados utilizando la técnica de desigualdades matriciales lineales (LMIs). El esquema planteado utiliza dos filtros: El primer filtro tiene como función objetivo rechazar la incertidumbre; y el segundo filtro es para rechazar las perturbaciones externas y el ruido. Fijar un objetivo distinto a cada filtro permite obtener una solución óptima, y así el sistema resultante será robusto frente a la incertidumbre del modelo, perturbaciones y ruido, pero en cambio será sensible a los fallos, con lo que habremos diseñado un filtro DDF robusto. El procedimiento es aplicado a dos sistemas multivariables: el primero de ellos con una sola salida a ser controlada y dos entradas, cuyos datos provienen de simulaciones del modelo de la planta; el segundo con dos salidas a ser controladas y dos entradas, cuyos datos provienen de una planta real.

3.4.1. Diseño de los filtros robustos para DDF

El modelo de planta generalizada se utiliza para hallar las relaciones entre las entradas y salidas de un sistema, que puede estar representado en variables de estado o funciones de transferencia. Un esquema general puede ser el mostrado en la figura 3.3a, para una planta con tres entradas y una salida, siendo *u* la entrada al sistema de la señal de control o referencia, *d* la incertidumbre, *v* las perturbaciones y *n* el ruido. Esto representado en diagrama de bloques se muestra en la figura 3.3b, con la planta representada en variables de estado, descrita por la relación (3.2) para sistemas lineales continuos, donde por simplicidad se han sustituidos los bloques correspondientes a la matriz *A* y el integrador por la función de transferencia $\phi = (sI - A)^{-1}$, de acuerdo a lo planteado por (Márquez and Riaz 2005).



Figura 3.3: Modelo de planta generalizada

La información proporcionada por un modelo de planta generalizado puede ser útil para diseñar controladores que permitan disminuir la incidencia de alguna de las variables de entrada en la salida.

En este trabajo se utiliza para la detección y el diagnóstico de fallos un método basado en el modelo matemático de la planta. Las señales como d, n y v causan efectos en la robustez de este tipo de métodos, ocasionando falsas alarmas. Por esta razón se propone un esquema en dos etapas que permita disminuir los efectos de tales señales. En la figura 3.4 se presenta el diagrama en bloques del esquema de la primera etapa utilizado para rechazar la incertidumbre.

Una vez definido el objetivo de control (rechazar las incertidumbres, d), se calcula el filtro que disminuya el error a la salida (e_y). Utilizando un esquema de planta generalizada, donde las entradas son la señal de incertidumbre d y la señal de referencia o control u_1 , y las salidas son los errores de la salida (e_y) y los estados e_x del sistema, se encuentra un sistema definido como:

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W & -\phi \\ CW & -C\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ u_1 \end{pmatrix}$$
(3.52)

El problema para minimizar los efectos de la incertidumbre puede ser resuelto de varias formas, sin embargo, si utilizamos la norma H_{∞} , nuestro principal interés es hallar la función de transferencia



Figura 3.4: Diagrama de bloques del esquema de DDF con un filtro

tal que $||H_{e_yd}||_{\infty} < \gamma$, con $\gamma > 0$. Como se mencionó con anterioridad podemos realizar la formulación de la norma H_{∞} en términos de LMIs, y con una herramienta adecuada, como matlab, podemos hallar la representación ampliada de la planta en su forma de espacios de estado similar a la relación (3.40), que incluye los efectos de la incertidumbre.

De manera similar puede hallarse un modelo de planta generalizada para definir en espacios de estado los efectos del ruido y las perturbaciones, o utilizar el sistema obtenido y manipularlo matemáticamente para incluir los efectos de estas señales. Un diagrama de bloques general, que incluye la segunda etapa y completa el esquema a utilizar, es decir, el cálculo del segundo filtro, diseñado para eliminar el efecto de los ruidos y las perturbaciones, n + v, es el presentado en la figura 3.5, donde una vez hallada la representación en variables de estado del filtro para rechazar la incertidumbre (primer filtro, como indicamos anteriormente) puede incluirse en el esquema como B_{f_1} , C_{f_1} y ϕ_{of_1} , o de forma general como $G = C_{f_1} \phi_{of_1} B_{f_1}$.

En este caso el objetivo de control es minimizar los efectos del ruido y las perturbaciones, que al observar el diagrama de bloques podemos deducir las relaciones de planta generalizada, para obtener la función de transferencia tal que $||H_{e_y(n+\nu)}||_{\infty} < \gamma$, con $\gamma > 0$, siendo el modelo de planta generalizado:

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi G & -\phi \\ I - C\phi G & -C\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n+v \\ u_2 \end{pmatrix}$$
(3.53)

3.4.2. Modelo de incertidumbre

La incertidumbre afecta al sistema de acuerdo a su tipo de acción. Si afecta al sistema siempre de la misma manera se dice que es global o no estructurada. Si por el contrario, podemos identificar cómo las diferentes fuentes de incertidumbre afectan elementos particulares del sistema, entonces estaremos



Figura 3.5: Diagrama de bloques del esquema de DDF con dos filtros

frente a incertidumbres estructuradas (Colmenares and Tadeo 2005).

La incertidumbre debe ser estudiada en el dominio de la frecuencia para estimar una posible representación e introducir su modelo en el sistema. Determinar la representación de la incertidumbre en un sistema puede conducirnos a obtener estabilidad robusta si hallamos la función de transferencia adecuada que nos permita minimizar los efectos de la misma, por ejemplo con la aplicación de la norma H_{∞} .

El modelo de incertidumbre, *W*, en el presente trabajo se realiza para reflejar las no linealidades del sistema. Para ello, es necesario obtener una familia de modelos de la planta que operen en diferentes puntos de operación. Si el sistema de la planta no lineal es descrito por un único modelo matemático para todos los puntos de operación, el modelo de incertidumbre puede ser obtenido por linealización con series de Taylor. Esto comúnmente se aplica a sistemas cuyos comportamientos se obtienen de datos de simulación. Si el sistema no puede ser descrito por un solo modelo matemático, es necesario obtener diferentes modelos de la planta para puntos de operación particulares. Cuando el sistema en estudio es no lineal y sus datos provienen de planta real, suele obtenerse un modelo matemático por técnicas de identificación que describa cada uno de los puntos de operación de interés.

En el esquema planteado de la figura 3.4, la incertidumbre considerada es no estructurada, del tipo aditiva debido a que no se evalúan efectos particulares de los componentes (sensores, bombas, etc.) del sistema sino el efecto global y no es del tipo multiplicativa porque afecta directamente a los estados del sistema. Para el diseño de la incertidumbre se debe realizar un estudio en el dominio de la frecuencia del comportamiento de los valores singulares de las funciones de las familias de modelos, al ser aditiva la forma de evaluar las singularidades es utilizando la magnitud de las diferencias $|p_m - p_n|$ entre uno de los modelos de la planta (p_m) , con $m \neq n$, y el modelo nominal (p_n) , esto de acuerdo a la relación

(3.4). En la figura 3.6 se muestra un estudio de los valores singulares de las funciones en el dominio de la frecuencia (Colmenares and Tadeo, 2005), en ella se gráfica el valor nominal, las diferencias y la estimación de la función de incertidumbre *W*, cuya estimación debe cubrir todos los comportamientos.



Figura 3.6: Estudio de los valores singulares en el dominio de la frecuencia

3.4.3. Resultados experimentales

El esquema general para detección y diagnóstico de fallos se presenta en la figura 3.7, donde se incluyen como entradas los fallos. El bloque correspondiente a los filtros contiene los filtros calculados de los diagramas de bloques presentados, donde cada uno tiene un objetivo distinto de forma de obtener un óptimo, estos han sido calculados utilizando la formulación de la norma H_{∞} como un sistema de LMIs, de acuerdo al cálculo de planta generalizada que incluye cada caso. El modelo de la planta es el que define el comportamiento en operación normal o nominal. El modulo de diagnóstico es utilizado para estudiar los residuos obtenidos (e_y , que son calculados como la diferencia entre la señal medida y la estimada) y sus patrones para clasificar el comportamiento del sistema de acuerdo a un umbral mínimo, diagnosticando el estado en que se encuentra.



Figura 3.7: Esquema DDF con LMI

Este esquema se aplicó a dos sistemas de tanques interconectados. En un caso un sistema en simulación con una entrada y dos salidas, y en el otro caso un sistema de planta real con dos entradas y dos salidas.

Sistema de dos tanques interconectados en simulación. En este caso se tiene un sistema en estudio a lazo cerrado con dos tanques de la misma área transversal A y la misma altura H. Los tanques están conectados con tuberías cilíndricas. El tanque 1 (T_1) esta equipado con una bomba que suministra el flujo q_1 . Las salidas de nivel de los tanques están medidas en las señales de h_1 y h_2 , el sistema es presentado en la figura 3.8. Este es no lineal y presenta un modelo matemático en ausencia de fallos, descrito por:

$$A\frac{dh_1}{dt} = q_1 - q_{12} \tag{3.54}$$

3.4. DISEÑO DE FILTROS ROBUSTOS CON LMIS

$$A\frac{dh_2}{dt} = q_{12} - q_{20} \tag{3.55}$$

Los flujos entre tanques y hacia la salida del segundo tanque pueden ser calculados con la aplicación de la ley de Torricelli para flujo laminar, siendo en este caso:

$$q_{12} = K_{12}\sqrt{2g(h_1 - h_2)} \tag{3.56}$$

$$q_{20} = K_{20}\sqrt{2gh_2} \tag{3.57}$$



Figura 3.8: Esquema del sistema para simulación

Este modelo matemático se ha implementado debidamente con la herramienta de Matlab/ Simulink, apéndice A.1, incluyéndose en el estudio los siguientes comportamientos:

- Comportamiento normal (ausencia de fallos)
- Fallo del sensor de nivel del tanque 1 (f_1)
- Fuga del tanque 1. Señal $q_{f1} \neq 0$ (f_2)
- Atasco entre la tubería de interconexión entre el tanque 1 y 2. Señal q₁₂ < 100 % del valor normal (f₃)
- Fallo del sensor de nivel del tanque 2 (f₄)
- Fuga del tanque 2. Señal $q_{f2} \neq 0$ (f_5)
- Atasco a la salida del tanque 2. Señal $q_{20} < 100\%$ del valor normal (f_6)

Para completarse la aplicación es necesario realizar el estudio y diseño de la función de incertidumbre. Los parámetros que definen el modelo se muestran en la Tabla 3.1

Tabla 3.1: Parámetros del Sistema						
Parámetro	Valor	Descripción				
A	154 cm^2	Área transversal de los tanques				
H _{maximo}	62 cm	Nivel máximo				
q_1	90 ml/seg	Flujo máximo				
g	981 cm/seg^2	Aceleración de gravedad				
$K_{12} = K_{20}$	0,25	Coeficiente de corrección de flujo				

Luego, linealizar el sistema descrito por las ecuaciones de (3.54) a (3.57) por series de Taylor (Ogata, 1998), donde al combinarse adecuadamente las unidades, se encuentra un sistema linealizado descrito por:

$$\begin{pmatrix} \frac{dh_1}{dt} \\ \frac{dh_2}{dt} \end{pmatrix} = \frac{1}{A} \begin{pmatrix} -K_a & K_a \\ K_a & -(K_a + K_b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{A} \\ 0 \end{pmatrix} q_1$$

$$y = C \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$$

$$K_a = \frac{K_1g}{\sqrt{2g(H_1 - H_2)}}, K_b = \frac{K_2g}{\sqrt{2g(H_2)}}, dh_1/dq_1 = 1$$
(3.58)

Para evaluar el sistema de ecuaciones (3.58) es necesario definir los puntos de operación del sistema en operación nominal y los puntos de operación que definen la familia de modelos del sistema (H_1 y H_2 , valores de nivel de los tanques en los puntos de operación seleccionados). Se analizó el comportamiento del sistema en diferentes puntos de operación alrededor del valor nominal, encontrándose que aquellos puntos escogidos por encima o por debajo reflejaban la misma tendencia, por lo que se consideró que tres puntos de operación mostrados en la Tabla 3.2 que varían alrededor del punto de operación nominal en mas del 30%. Es de hacer notar que la señal de control afecta directamente al nivel del tanque 1, y el nivel del tanque 2 es debido a la respuesta hidráulica del sistema.

Tabla 3.2: Pt	intos de O	peración
---------------	------------	----------

Punto de operación	H1 <cm></cm>	H2 <cm></cm>	Ka	Kb
Mínimo (p_1)	30	15	1,4246	1,4246
Nominal (p_n)	40	20	1,2381	1,2381
Máximo (p_2)	50	25	1,1074	1,1074

Considerando que la incertidumbre es de tipo aditiva se obtienen las relaciones para rango máximo o superior $p_s = |p_2 - p_n|$ y para rango mínimo o inferior $p_i = |p_1 - p_n|$, donde p_1 es el sistema en el dominio de la frecuencia para el punto de operación que se encuentra por debajo del punto de operación nominal, y p_2 es el punto de operación por encima de p_n . La respuesta de estas funciones son mostradas en la figura 3.9, donde se muestra que la función de incertidumbre a ser diseñada debe incluir ambos comportamientos.



Figura 3.9: Estudio de los valores singulares del sistema de simulación

Obteniéndose como función de incertidumbre la descrita por la ecuación (3.59), que tiene el mismo efecto para las dos salidas de nivel de los tanques.

$$W = \begin{bmatrix} 1\\1 \end{bmatrix} \frac{1,8 \times 10^{-5}}{(s+2 \times 10^{-3})(s+3 \times 10^{-2})}$$
(3.59)

Con el modelo definido para la incertidumbre se calculan las correspondiente funciones del modelo de planta generalizada, y utilizando las correspondientes LMIs para aplicar la norma $||H_{e_yd}||_{\infty} < \gamma$, con $\gamma > 0$, obtenemos el correspondiente filtro para rechazar la incertidumbre. En la figura 3.10 se muestran los resultados sobre el tanque 1, se observa claramente que las variaciones iniciales en los niveles del tanque están cerca del 100 %, y que en el instante 300 sufre un cambio de nivel de 60 a 50 cm, el residuo calculado como la diferencia entre la señal medida y la estimada (*h*1 medido-*h*1 estimado) solo presenta los efectos del tiempo de respuesta del sistema, y ante los cambios permanece prácticamente constante en cero, comprobándose que el primer filtro rechaza completamente las incertidumbres por no linealidades.

En la figura 3.11 se muestra la respuesta del esquema de DDF con un filtro para el comportamiento normal para ambos tanques, observándose que los estimados de los niveles de los tanques son prácticamente iguales a los valores medidos, y los residuos son valores muy pequeños después del periodo de estabilización del sistema, aunque en el caso del residuo del tanque 2, el tiempo de estabilización es superior al del tanque 1.



Figura 3.10: Respuesta del esquema DDF para el tanque 1 con un filtro

Cuando aplicamos un segundo filtro o un postfiltro para rechazar los efectos del ruido y las perturbaciones, buscamos formular la norma $||H_{e_y(n+\nu)}||_{\infty} < \gamma$, con $\gamma > 0$, en términos de un sistema de LMIs, y obtenemos como resultado los mostrados en la figura 3.12, donde se estudia el caso de una fuga de 50 % en el primer tanque al instante 300. En la gráfica (a) se presenta el resultado de utilizar el primer filtro para rechazar las incertidumbres, se observa que aunque hay un pico mas grande en ese instante, el efecto del ruido en el instante 250 puede ocasionar una falsa alarma. En la gráfica (b) es mostrado el resultado de aplicar el filtro y un segundo filtro o postfiltro. En este caso el residuo permanece alrededor de cero, y en el instante 300 se presenta con un tamaño superior al presentado para el caso cuando se utiliza un solo filtro, disminuyéndose significativamente el ruido del instante 250, permitiendo detectar adecuadamente el fallo.

En la figura 3.13 se presentan las diferentes respuestas del sistema ante cada uno de los fallos definidos. Para realizar una comparación de los diferentes comportamientos se estudian los posibles patrones generados ante un tamaño de fallo del 20 % en el instante 500. Encontrándose que ante cada fallo, los residuos de cada una de las medidas de los tanques es diferente, lo que permite al modulo de diagnóstico clasificar adecuadamente cada fallo.

Finalmente, las diferentes pruebas realizadas demostraron la posibilidad de detectar y diagnosticar tamaños de fallos entre el 10 y 100%. La implementación correspondiente al sistema controlado y la aplicación del esquema de DDF con filtros obtenidos con la aplicación de LMIs fue implementada en Matlab/Simulink.



Figura 3.11: Respuesta del esquema DDF para los tanques 1 y 2 con un filtro



Figura 3.12: Respuestas de los filtros ante un fallo de fuga en el tanque 1



Figura 3.13: Los residuos ante los diferentes modos de fallos

Sistema de dos tanques interconectados de planta real. En la figura 3.14 se presenta el esquema del sistema que consta de dos tanques cilíndricos acoplados, de la misma área transversal (*A*) y altura ($h_1 = h_2$), conectados entre sí mediante un conducto circular. Dispone de dos bombas para suministrar los flujos q_1 y q_2 , medidores de nivel y salidas en ambos tanques para flujo hacia un deposito común, este sistema se encuentra situado en el laboratorio del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Valladolid en la Facultad de Ciencias, para mas detalles ver el apéndice A.2.



Figura 3.14: Esquema del sistema de planta real

De forma general, el sistema puede ser descrito por un modelo matemático similar al utilizado para el caso de simulación. Sin embargo, al tratarse de un sistema de planta real no lineal, para describir adecuadamente su comportamiento, el modelo matemático debe ser obtenido experimentalmente para cada punto de operación que se desee estudiar. En consecuencia, se determinan las limitaciones y restricciones para cada caso.

Realizando el correspondiente estudio de comportamiento normal en diversos puntos de operación de la planta real y dada la experiencia con las simulaciones, se obtienen tres modelos. Para la obtención de los mismos se realizaron diversas mediciones para determinar buenos comportamientos en referencia al ruido excesivo que introduce la caída de los flujos provistos por las bombas en el fondo de los tanques cuando se encuentran con muy poco nivel, afectando el correspondiente sensor de nivel. Adicionalmente, se consideró que el sistema podía presentar variaciones en su referencia, por lo que se limita la cota superior de operación para que los puntos escogidos no estuvieran muy cerca del nivel de desbordamiento de los tanques. También se consideró que el nivel del tanque 1, en operación normal fuese superior o igual al nivel del tanque 2, ya que aunque los tanques tienen las mismas características físicas, en las pruebas realizadas se observó que la dinámica del sistema no es igual. En el laboratorio se utilizó un programa de adquisición de datos y otras herramientas para aplicar técnicas de identificación, ambos tanques se consideraron operando alrededor del mismo valor de referencia, hallándose mas de un modelo

para describir el comportamiento del sistema, eligiéndose por simplicidad los modelos de primer orden, siendo los tres modelos seleccionados, los siguientes:

Punto de operación nominal.

$$\begin{array}{c|c} An = \begin{pmatrix} -0,0094 & 0 \\ 0 & -0,0094 \end{pmatrix} & Bn = \begin{pmatrix} 0,1250 & 0 \\ 0 & 0,1250 \end{pmatrix} \\ \hline Cn = \begin{pmatrix} 0,1107 & 0,0855 \\ 0,0832 & 0,1077 \end{pmatrix} & Dn = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Los tanques están operando en un nivel medio, en este caso las indicaciones de nivel sobre los tanques se encuentran en dos escalas, una en centímetros y otra en niveles porcentuales, eligiéndose para este trabajo la escala porcentual, por lo que en el punto de operación nominal de ambos tanques se encuentran en 50 %.

Posteriormente, calculamos los modelos correspondientes a niveles del 63 %, para el punto de operación que se encuentra por encima del valor nominal, y del 30 % para valores que se encuentran por debajo del valor nominal.

Punto de operación superior o máximo.

$$\begin{array}{c|c} A2 = \begin{pmatrix} -0,0099 & 0 \\ 0 & -0,0099 \end{pmatrix} & B2 = \begin{pmatrix} 0,1250 & 0 \\ 0 & 0,1250 \end{pmatrix} \\ \hline C2 = \begin{pmatrix} 0,1063 & 0,0885 \\ 0,0803 & 0,0965 \end{pmatrix} & D2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Punto de operación inferior o mínimo.

$$\begin{array}{c|c} A1 = \begin{pmatrix} -0,0046 & 0 \\ 0 & -0,0046 \end{pmatrix} & B1 = \begin{pmatrix} 0,1250 & 0 \\ 0 & 0,1250 \end{pmatrix} \\ \hline C1 = \begin{pmatrix} 0,0392 & 0,0432 \\ 0,0439 & 0,0399 \end{pmatrix} & D1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

La incertidumbre es no estructurada, del tipo aditiva, el estudio en el dominio de la frecuencia se realiza calculando los rangos máximos y mínimos definidos por los modelos presentados como las diferencias entre uno de los modelos de la planta y el modelo nominal ($p_s = |p_2 - p_n|$ y $p_i = |p_1 - p_n|$). Estas diferencias se presentan en la figura 3.15.



Figura 3.15: Estudio de la incertidumbre de Planta Real

El diseño de la incertidumbre debe considerar los efectos de la alta frecuencia, de acuerdo a (Sánchez-Peña and Snaizer 1998), (Colmenares and Tadeo 2005), y cubrir todos los comportamientos presentados. Los resultados muestran que los sistemas con dos entradas y dos salidas tienen mas de una respuesta por cada familia, observándose que en este caso se encuentran muy cercanos en la frecuencia de corte. La función obtenida mediante las pruebas es la siguiente:

$$Gg = \frac{0.02}{s+0.02} \tag{3.60}$$

Para completar el diseño se asume que el comportamiento dinámico de los tanques es similar, por lo que el efecto de la incertidumbre debe afectar de la misma forma a las salidas, obteniéndose como modelo de incertidumbre el siguiente:

$$W = \frac{0.02}{s+0.02} \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.61)

Cuando se ha diseñado la función de incertidumbre se procede a obtener el modelo de planta generalizada del sistema para calcular el filtro correspondiente. El filtro a calcular es dinámico y su objetivo de control a lazo cerrado es tener una mejor capacidad de rechazar la incertidumbre por la no linealidad del sistema. Posteriormente, se diseña el segundo filtro para rechazar el ruido y las perturbaciones.

La validación de los resultados se realiza con dos conjuntos de señales (h_1, h_2, q_1, q_2) que presentan todos los comportamientos definidos en el sistema (sin fallo y con fallos). Para el

primer conjunto, las señales de control mantienen los niveles de los tanques en valores fijos y para el segundo en valores variables. Estas señales se pueden observar con mayor detalle en el apéndice B.

En la figura 3.16 se han evaluado los resultados para señales en comportamiento normal, cuando la referencia utilizada para ambos tanques mantiene el nivel en 50 %. Se observa que los residuos (ey1=h1 medido - h1 estimado, para el tanque 1, y ey2=h2 medido - h2 estimado para el tanque 2) obtenidos son muy pequeños.



Figura 3.16: Filtro 1. Comportamiento normal para la planta real

En la figura 3.17 se presentan los resultados del filtro 1 para el comportamiento normal con señales que tienen variaciones alrededor del punto de operación, de forma de verificar el rechazo a la incertidumbre por las no linealidades del sistema. En la gráfica se observa que los residuos presentan picos en los puntos donde las señales cambian de nivel, lo que es lógico dado que los controladores introducen esos pequeños picos para llevar al sistema rápidamente al estado estable una vez que se ha cambiado la consigna. Además, los residuos presentan un comportamiento muy cercano al cero.

Luego, construido el esquema DDF con ambos filtros se realizan comparaciones entre los resultados de tener un filtro y ambos filtros, obteniéndose resultados similares para los dos conjuntos de señales.



Figura 3.17: Planta real. Acción del filtro 1 para comportamiento normal al cambiar la referencia

En la figura 3.18 de forma comparativa se presentan los resultados de los residuos en los niveles de los tanques utilizando un filtro y ambos filtros. Se puede observar que las señales se encuentran en la misma escala y que los picos de las señales producidos por los cambios de nivel son reducidos significativamente al emplear el esquema DDF completo (ambos filtros), además los residuos son prácticamente cero.

En el caso en que utilizamos un solo filtro se observó que en algunos comportamientos el modelo utilizado de la planta real para construir el esquema de DDF no compensó adecuadamente las señales estimadas después de la ocurrencia del fallo, encontrándose un pequeño nivel en los residuos. A continuación se presentan los resultados para cuando se realiza la evaluación con un solo filtro y con el esquema DDF completo cuando las señales de control mantienen los niveles de los tanques en valores fijos. En la figura 3.19 se muestra el resultado en los residuos cuando ocurre un fallo de 50 % en el sensor de nivel del tanque 1, en el instante 400. Sin embargo,



Figura 3.18: Planta real. Acción de los filtros en comportamiento normal sobre los residuos

este desnivel es corregido completamente al utilizar el segundo filtro, que puede apreciarse en la figura 3.20, en esta gráfica se aprecia una atenuación en el pico del fallo, pero conserva el mismo patrón y es diferenciable del nivel cero.



Figura 3.19: Planta real. Acción del filtro 1 ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1



Figura 3.20: Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1

Luego se consideran los resultados obtenidos sobre los residuos al ejecutar el esquema de DDF con las acciones de los dos filtros, presentándose patrones identificables para diagnosticar los fallos del sistema. En la figura 3.21, se presenta el resultado sobre los residuos cuando se produce en un fallo de 50% en el sensor de nivel del tanque 2, obsérvese que el patrón del fallo es diferente a cuando ocurre el mismo tipo de fallo en el tanque 1.



Figura 3.21: Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo del sensor de nivel del tanque 2

En la figura 3.22 se observa que un fallo de 10% de atasco en la salida del tanque 1 hacia la atmósfera en el instante 300 genera en los residuos dos picos hacia abajo, siendo el residuo *ey*1 de gran valor.



Figura 3.22: Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo de atasco en la salida del tanque 1

En la figura 3.23 se observa que un fallo de 15% de atasco en la salida del tanque 2 hacia la atmósfera en el instante 350 genera en los residuos dos picos, uno en *ey*1 hacia arriba y en *ey*2 hacia abajo y hacia arriba.

Estos resultados permiten establecer patrones distintos de comportamientos en los residuos, al igual que sucede en la simulación presentada. Estos patrones se comprueban al observar los fallos cuando las señales presentan variaciones con respecto al punto de referencia. En la figura 3.24 se muestra el resultado de los residuos para los datos provenientes de planta real que varían su referencia, tal como se indicó en la figura 3.17. El fallo presentado es de 50 % del sensor de



Figura 3.23: Planta real. Acción de los filtros 1 y 2 ante un fallo de atasco en la salida del tanque 2

nivel del tanque 1 en el instante 2350, se observa que sigue el mismo patrón presentado para este tipo de fallo en el caso de señales que no tienen variaciones.



Figura 3.24: Planta real. Residuos ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1 cuando la señal varia su referencia

En la figura 3.25 se muestra el resultado de los residuos para los datos provenientes de planta real que varían su referencia, cuando ocurre un fallo de 50 % del sensor de nivel del tanque 2 en el instante 2700, se observa que sigue el mismo patrón presentado para este tipo de fallo en el caso de señales que no tienen variaciones.

Por último, en la figura 3.26 se muestra el resultado de los residuos para un fallo de 15 % de atasco a la salida del tanque 1 hacia la atmósfera en el instante 2300, se observa que sigue el mismo patrón presentado para este tipo de fallo en el caso de señales que no tienen variaciones.



Figura 3.25: Planta real. Residuos ante un fallo del sensor de nivel del tanque 2 cuando la señal varia su referencia



Figura 3.26: Planta real.Residuos ante un fallo de atasco en la salida del tanque 1 cuando la señal varia su referencia

3.5. Conclusiones

Los modelos de simulación suministran información sobre las características y posibles limitaciones y restricciones que deben incluirse en los estudios de sistemas de planta real.

El estudio de un sistema real no lineal implica adquirir e identificar un gran número de datos de la planta para poder reflejar las diferentes dinámicas y comportamientos del sistema en diferentes puntos de operación y con diferentes niveles de cambio en la referencia, esto hace necesario limitar el sistema a comportamientos posibles. Esto desde el punto de vista industrial puede tener grandes limitaciones, ya que el comportamiento del sistema puede estar referido siempre a un único punto de operación.

Para aplicar la técnica de LMIs a sistemas lineales y no lineales es necesario que la representación de los mismos sea lo mas simple posible, de forma de poder manejar computacionalmente las matrices que se generan, así como su forma de implementar. Esto puede ocasionar ciertos errores en los resultados, dado que la representación de la dinámica del sistema es la mínima posible, dejándose a un lado los efectos de algunos ceros y polos que se consideren menos significativos y que pudieran modificar los estudios de incertidumbre y las implementaciones del sistema para el esquema de DDF.

El diseñar cada filtro por separado produce mejoras significativas en su calculo e implementación ante diseños multiobjetivos que pueden resultar comprometidos ante los requisitos de diseño, y por ende no pueden ser alcanzados en las mejores condiciones.

En un estudio de planta real como el presentado se pudieron identificar los patrones de fallos, obteniéndose que independientemente del tipo de referencia que se utilice en la planta, el patrón para el mismo tipo de fallo se conserva. Este resultado hace que la aplicación con las técnicas de LMIs proporcione robustez y un buen desempeño al esquema DDF planteado.

Capítulo 4

Métodos Estadísticos Multivariantes

Los sistemas de procesos modernos generan grandes cantidades de datos que pueden ser procesados adecuadamente por métodos estadísticos multivariantes que emplean técnicas para relacionar las variables y reducir la dimensión del problema, basados en que las propiedades estadísticas para una determinada condición de operación no cambian. Cada método busca la información que sea mas relevante para alcanzar un objetivo planteado. Si lo que se trata es de describir o clasificar diferentes comportamientos es necesario tener datos suficientes para cada tipo de comportamiento que sea definido por el problema. Existen técnicas que estudian la correlación de las variables, otras que decorrelacionan las variables en sus factores principales y otras que maximizan las diferencias entre los diferentes grupos de datos.

4.1. Conceptos estadísticos preliminares

La interpretación de los datos depende del conocimiento de algunos conceptos estadísticos que son aplicados en múltiples técnicas de análisis (Peña, 2002), (Johnson, 2000), (Hyvarinen and Oja, 2000).

Distribución de un vector aleatorio. La función de distribución acumulada F_x de un vector aleatorio x en el punto $x = x_0$ es definida como la probabilidad de que $x \le x_0$, expresándose:

$$F_x(x_0) = P(x \le x_0) \tag{4.1}$$

donde *x* es un vector aleatorio conformado por *n* variables, asumidas continuas, $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, *P*(.) denota la probabilidad de que ocurra el evento $x \le x_0$, x_0 es algún valor constante del vector aleatorio *x*. La notación $x \le x_0$ indica que cada componente del vector *x* es menor o igual que la respectiva componente del vector x_0 . Esta distribución, al referirse a variables continuas, tiene como propiedad que es no negativa y no decreciente en cada componente, encontrándose como valores posibles $0 \le F_x(x) \le 1$. Cuando todos los componentes de *x* se aproximan a infinito, $F_x(x)$ alcanza su límite superior,

y cuando algún componente $x_i \to -\infty$, $F_x(x) = 0$. Usualmente una distribución de probabilidad F(x) esta caracterizada en términos de densidad $p_x(x)$. En el caso multivariante se obtiene derivando la función de distribución con respecto a todos sus componentes:

$$p_x(x_0) = \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \dots \frac{\partial}{\partial x_n} F_x(x)|_{x=x_0}$$
(4.2)

Por lo que podemos representar la distribución de probabilidad como:

$$F_{x}(X_{0}) = \int_{-\infty}^{x_{0}} p_{x}(x) dx = \int_{-\infty}^{x_{0,1}} \int_{-\infty}^{x_{0,2}} \dots \int_{-\infty}^{x_{0,n}} p_{x}(x) dx_{n} \dots dx_{2} dx_{1}$$
(4.3)

Independencia estadística. Al estudiar un conjunto de variables aleatorias, se considera que dos vectores x_j y x_k son independientes si el conocimiento de uno de ellos no aporta información respecto a los valores del otro. Expresando la independencia por medio de la densidad, tenemos:

$$p(x_j, x_k) = p(x_j)p(x_k) \tag{4.4}$$

En general, un conjunto de variables aleatorias x_1, \ldots, x_n son independientes si se verifica:

$$p(x_1,...,x_n) = p(x_1)p(x_2)...p(x_n)$$
 (4.5)

De esta manera cualquier subconjunto de variables x_1, \ldots, x_d con $d \le n$ será independiente, así como cualquier conjunto de funciones de las variables individuales, $g_1(x_1) \ldots g_1(x_n)$ será independiente. Esto es aplicable a la construcción de nuevas variables, las cuales resultarán independientes.

Esperanza o valor esperado de una función. Es la suma del producto de la probabilidad de cada suceso por el valor de dicho suceso. La esperanza de la función g(x) es denotada como sigue:

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)p_x(x)dx$$
(4.6)

Usualmente la densidad de probabilidad de un vector aleatorio x es desconocida, sin embargo si están disponibles n muestras $x_1, x_2, ..., x_n$ de x, la esperanza puede ser estimada por un promedio sobre las muestras:

$$E[g(x)] \approx \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} g(x_j) \tag{4.7}$$

Matriz de covarianza. Una matriz de covarianza es obtenida de las relaciones lineales de más de una variable, si para las variables escalares la variabilidad respecto a la media se mide por la varianza, una relación lineal entre dos variables con *n* muestras se mide por la covarianza, así la covarianza entre dos variables x_i y x_k se calcula como:

4.2. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES (PCA)

$$cov_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_{ij} - \overline{x_j}) (x_{ik} - \overline{x_k})$$

$$(4.8)$$

y mide su dependencia lineal, siendo $\overline{x_j}$ y $\overline{x_k}$, las medias de cada variable.

Extendiendo esta relación al caso multivariante, la matriz puede expresarse como:

$$Cov = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) (x_i - \bar{x})^T$$
(4.9)

que es una matriz cuadrada y simétrica que contiene en la diagonal las varianzas y fuera de la diagonal las covarianzas entre las variables. Al considerar las variables en un arreglo matricial *X* de media cero, la ecuación (4.9) puede expresarse, con un estimador no sesgado de la matriz, como:

$$Cov = \frac{1}{n-1} X^T X \tag{4.10}$$

Correlación y decorrelación La correlación indica la fuerza y la dirección de una relación lineal entre dos variables aleatorias. Se considera que dos variables cuantitativas están correlacionadas cuando los valores de una de ellas varían sistemáticamente con respecto a los valores homónimos de la otra: si tenemos dos variables (x_j y x_k) existe correlación si al aumentar los valores de x_j lo hacen también los de x_k y viceversa. Dos variables que muestren independencia en sus valores se dicen que están decorrelacionadas.

La dependencia por pares entre las variables se mide por la matriz de correlación, esta es cuadrada y simétrica, la diagonal principal esta llena de unos y fuera de ella están las correlaciones que existe entre los pares de variables.

$$Corr = \begin{bmatrix} 1 & corr_{12} & \cdots & corr_{1n} \\ corr_{21} & 1 & \cdots & corr_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ corr_{n1} & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$
(4.11)

4.2. Análisis de Componentes Principales (PCA)

El análisis de componentes principales (PCA) es una técnica de reducción de la dimensionalidad lineal, basada en la explicación de la varianza. Esta produce una representación que preserva la estructura de correlación de las variables de proceso, y es óptima capturando la variabilidad de los datos (Johnson 2000).

4.2.1. Componentes principales

Para determinar los componentes principales de un proceso es necesario realizar una transformación del conjunto de datos mediante una proyección de las variables correlacionadas a un conjunto de nuevas variables decorrelacionadas. Estas nuevas variables son combinaciones lineales de las variables originales y se obtienen ordenadas de forma decreciente a la cantidad de varianza de los datos originales, los componentes principales son los que contengan la mayor cantidad de varianza (Afifi and Clark, 1996), (Chatfield and Collins, 2000), (Jong-Mint et al., 2004).

La transformación comienza obteniendo un conjunto de vectores ortonormales, llamados vectores de carga, que explican la cantidad de varianza en la dirección de cada uno de ellos. El cálculo de los vectores de carga requiere la construcción de una matriz normalizada con las observaciones de cada una de las variables del proceso. Esta matriz se define como $X \in \mathbb{R}^{n\times m}$, donde *n* representa las observaciones y *m* las variables del proceso.

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{vmatrix}$$
(4.12)

Una vez obtenida la matriz X, los vectores de carga pueden hallarse por la descomposición en valores singulares:

$$\frac{1}{\sqrt{n-1}}X = U\Sigma V^T \tag{4.13}$$

donde $U \in \mathbb{R}^{nxn}$ y $V \in \mathbb{R}^{mxm}$ son matrices unitarias, formadas por vectores ortonormales, con $UU^T = I$ y $|det U| = 1, VV^T = I$ y |det V| = 1, siendo I la matriz identidad de dimensiones adecuadas y $\Sigma \in \mathbb{R}^{nxm}$, una matriz diagonal que contiene los valores singulares reales no negativos de X en orden decreciente ($\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge ... \ge \sigma_m \ge 0$). Los vectores de carga son los vectores columna ortonormales de la matriz V, y la varianza del conjunto de datos proyectados sobre la columna *i*-ésima de V es σ_i^2 . Resolver la ecuación (4.13) es equivalente a calcular los autovalores de la matriz de covarianza, Cov, (Chiang et al., 2001), (Fuente 2006), que se define como:

$$Cov = \frac{1}{n-1}X^T X = V\Lambda V^T$$
(4.14)

 $\operatorname{con} \Lambda = \Sigma^T \Sigma \in \mathbb{R}^{mxm}$ una matriz diagonal conteniendo los autovalores reales no negativos en orden decreciente de la matriz Cov ($\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge ... \lambda_m \ge 0$) y cuyo valor es: $\lambda_i = \sigma_i^2$.

Para optimizar la captura de las variaciones de los datos minimizando los efectos de ruido en la representación de los PCA, se eligen como vectores de carga los correspondientes a los *a* valores singulares más grandes. Entonces almacenamos los vectores de carga correspondientes a las *a* columnas
de V (autovectores normalizados de la matriz Cov) en una matriz $P \in R^{mxa}$, obteniéndose un espacio de dimensión reducida:

$$T = XP \tag{4.15}$$

La proyección de las columnas de la matriz T en el espacio de observación m-dimensional permite expresar los datos originales en función de los vectores de carga a través de la siguiente relación:

$$\widehat{X} = TP^T \tag{4.16}$$

La diferencia entre la matriz X y \hat{X} es la matriz de residuos *Er*:

$$Er = X - \widehat{X} \tag{4.17}$$

La matriz de residuos captura las variaciones en el espacio de observación asociada con los m-a valores singulares más pequeños no seleccionados. La matriz Er representa la relación señal a ruido, sí es eliminada de X produce un resultado mas preciso en la obtención de \hat{X} .

4.2.2. Reducción de la dimensionalidad

La reducción de la dimensionalidad se hace partiendo de la cantidad de información obtenida del espacio de observación, discriminando los parámetros estadísticos y eliminando las direcciones de aquellos que no aportan información (Chiang et al. 2001), (Fuente 2006).

El estudio de los PCA asume que la porción del espacio de los valores singulares mas grandes describe ampliamente las variaciones sistemáticas del proceso, y que el espacio restante describe el ruido aleatorio. La apropiada determinación del número de vectores de carga *a* permite la correcta separación (Chiang et al. 2001), (Fuente 2006). Para ello, existen entre otras, las técnicas que se mencionan a continuación:

- Varianza Total Este método considera un mínimo especifico del porcentaje de la varianza total para determinar la cantidad de vectores de carga a. Si bien, el porcentaje es escogido arbitrariamente, algunos investigadores sugieren que deben escogerse todos los componentes que acumulen al menos un 70 % del total, (Chiang et al. 2001). Otros sugieren descartar todos los que representen menos de un 5 % del total de la varianza (Afifi and Clark 1996).
- **Prueba de Scree** Asume que las varianzas λ_i asociadas al ruido aleatorio forman un perfil lineal. El espacio de dimensión reducida *a* se determina por la localización de los valores de varianza λ_i donde el perfil ya no sea lineal (Cattell, 1966). Gráficamente se debe situar cada valor de λ_i contra su recíproco y observar cuales tienden a nivelarse, aquellos que no se nivelan son los que

pertenecen al espacio de dimensión reducida *a*. Este gráfico es conocido también como gráfico de sedimentación.

- **Análisis Paralelo** El análisis paralelo señala que los autovalores de una matriz de correlaciones para variables no correlacionadas tomarían valor 1 (Horn, 1965). Por lo tanto, se determina la dimensionalidad comparando el perfil de la varianza de los datos reales con un perfil obtenido a partir de una matriz de variables no correlacionadas basada en el mismo número de variables y en el mismo tamaño de la muestra de los datos reales. El orden de reducción es determinado por el punto en el cual los dos perfiles se cruzan. Este método asegura que las correlaciones significativas estén capturadas en el espacio de dimensión reducida *a*.
- **Suma de los cuadrados de la predicción residual (PRESS)** La dimensión del espacio reducido se puede determinar utilizando un procedimiento de validación cruzada con el cálculo estadístico de la suma de los cuadrados de la predicción residual (Chiang et al. 2001).

4.2.3. Proyección de las observaciones

Las columnas de la matriz T, representan las direcciones de mayor varianza del espacio de observación m-dimensional y se denominan componentes principales de X. Definiendo t_i como la *i*-ésima columna (Chiang et al. 2001), las siguientes propiedades pueden ser demostradas:

- 1. $Var(t_1) \ge Var(t_2) \ge \dots \ge Var(t_a)$.
- 2. $Media(t_i) = 0, \forall i$.
- 3. $t_i t_k = 0, \forall i \neq k$.
- 4. No existe otra expansión ortogonal de componentes *a* que capturen más variación de los datos.

Una nueva observación $x \in \mathbb{R}^m$, puede ser proyectada en el espacio de dimensión reducida como $t_i = x^T p_i$, donde p_i es el *i*-ésimo vector de carga, figura 4.1. Las propiedades estadísticas mencionadas permiten que cada una de variables proyectadas puedan ser monitorizadas individualmente usando un procedimiento estadístico de análisis univariante, que determina un umbral. Con la proyección de la observación en el espacio de dimensión reducida usando PCA, solo *a* variables necesitan ser monitorizadas en vez de las *m* variables sin el uso de PCA. Sí el conjunto de observaciones ha sido recolectado con las mismas condiciones de operación que fueron definidas para el cálculo de los componentes principales se satisfacen las propiedades mencionadas (Chiang et al. 2001).

4.2.4. Detección de fallos

El método de PCA realiza la detección de fallos mediante las estadísticas de Hotelling (T^2) y de Error de la Predicción al Cuadrado (SPE o *Q*). El planteamiento para realizar la detección esta basado en las ideas presentadas por los autores (Chiang et al. 2001), (Fuente 2006).



Figura 4.1: Esquema de proyección de las observaciones.

Dado un vector de observación x y asumiendo que la matriz de autovalores ($\Lambda = \Sigma^T \Sigma$) es invertible, la estadística T^2 es representada como:

$$T^2 = x^T V (\Sigma^T \Sigma)^{-1} V^T x \tag{4.18}$$

Cuando el número de variables de observación es grande y la cantidad de datos es relativamente pequeño, la estadística T^2 es imprecisa en la representación del comportamiento del sistema, especialmente en las direcciones de los vectores de carga correspondientes a los valores singulares más pequeños. La influencia de los valores singulares más pequeños es significativa en el cálculo de la estadística T^2 porque al invertir la matriz de autovalores, prácticamente se produce una matriz singular. Adicionalmente, los valores singulares más pequeños están afectados por los errores producidos por pequeñas relaciones de señal a ruido. En consecuencia, una representación más robusta se logra considerando los vectores de carga determinados por los valores singulares más grandes, es decir, con los vectores asociados a los componentes principales, (Chiang et al. 2001), entonces:

$$T^2 = x^T P(\Sigma_a)^{-2} P^T x \tag{4.19}$$

donde Σ_a contiene las primeras *a* filas y columnas de Σ .

Cuando la matriz de covarianza se estima a partir de los datos muestreados, el umbral para la estadística T^2 , (Chiang et al. 2001), es:

$$T_{\alpha}^{2} = \frac{a(n-1)(n+1)}{n(n-a)} F_{\alpha}(a, n-a)$$
(4.20)

Al utilizar la matriz de covarianza con datos centrados y muestras grandes, la expresión anterior se reduce, (Peña 2002), a:

$$T_{\alpha}^{2} = \frac{a(n-1)}{(n-a)} F_{\alpha}(a, n-a)$$
(4.21)

En este cálculo se utiliza la distribución F, donde α es el grado de confiabilidad de la medida, este valor normalmente se encuentra entre 1 y 5 %. En el caso de la detección de fallos representa el nivel de falsas alarmas y fallos no detectados (Chiang et al. 2001), (Fuente 2006).

La detección de fallos con la estadística T^2 ocurre cuando las medidas de las variaciones del proceso superan el umbral definido por la ecuación (4.21).

La estadística T^2 es más sensible al efecto de los valores singulares más grandes, por lo que una representación del espacio de observación m - a puede monitorizarse más robustamente usando la estadística Q.

$$Q = r^T r, \quad r = (I - PP^T)x \tag{4.22}$$

donde r es el vector de residuos, obtenido por la proyección de una observación en el espacio de residuos. La estadística Q mide la suma total de las variaciones en el espacio de residuos y es mas sensible a las imprecisiones producidas por los valores singulares más pequeños de la matriz de autovalores.

Una aproximación para el umbral de la distribución de la estadística Q viene dada por la siguiente relación:

$$Q_{\alpha} = \theta_{1} \left(\frac{h_{o}c_{\alpha}\sqrt{2\theta_{2}}}{\theta_{1}} + 1 + \frac{\theta_{2}h_{o}(h_{o}-1)}{\theta_{1}^{2}}\right)^{\frac{1}{h_{o}}}$$
(4.23)

donde $\theta_i = \sum_{j=a+1}^n \lambda_j^i$, siendo λ_j el autovalor asociado al *j*-ésimo vector de carga, para i = 1, 2, 3, $h_o = 1 - \frac{2\theta_1\theta_3}{3\theta_2^2}$ y c_{α} es la desviación normal correspondiente al percentil $(1 - \alpha)$. Dado un nivel de confiabilidad α , la detección de fallos con la estadística Q ocurre cuando se supera el umbral definido por la ecuación (4.23) (Chiang et al. 2001), (Fuente 2006).

Se considera que la estadística Q mide las variaciones aleatorias del proceso, estas están asociadas con las medidas de ruido, así el umbral es aplicado para definir las variaciones normales del ruido aleatorio. La ocurrencia de un fallo producirá en el ruido aleatorio un cambio significativo, que se detectará por un cambio grande en la estadística Q. Dadas las diferencias al calcularse las estadísticas T^2 y Q, y los diferentes comportamientos del sistema, una estadística puede ser mejor que otra para detectar un tipo de fallo, por lo que al utilizarse en conjunto se obtiene una ventaja en la detección (Chiang et al. 2001), (Fuente 2006).

4.2.5. Diagnóstico de fallos

El diagnóstico de fallos utilizando PCA puede realizarse tratando de identificar las causas probables que originaron el fallo y aislando las variables de proceso que contribuyen a generar el fallo. Este criterio puede consumir mucho tiempo para determinar un diagnóstico adecuado del comportamiento del sistema. Por ello, se automatiza el proceso de diagnóstico construyendo directamente el modelo PCA.

Un modelo PCA puede diagnosticar diferentes comportamientos al definirse regiones de ocurrencia. Sin embargo, para manejar un mayor número de comportamientos del sistema, se puede utilizar un modelo PCA por cada uno de ellos y aplicar las estadísticas T^2 y Q, (Chiang et al. 2001).

Utilizando datos cogidos en cada situación de comportamiento del sistema se calcula el correspondiente umbral. Para la estadística T^2 en el modelo *i* de comportamiento:

$$T_i^2 = x^T P_i(\Sigma_{a,i})^{-1} P_i^T x ag{4.24}$$

El comportamiento del sistema es determinado por el modelo con menor valor del T_i^2 .

Suponiendo que las variaciones importantes entre los fallos están en el espacio de los residuos para cada clase de fallo, es más probable obtener la clase i del fallo que ha ocurrido con el valor mínimo de la estadística Q:

$$Q_i/(Q_\alpha)_i \tag{4.25}$$

Si se considera que las variaciones debidas a cada comportamiento se encuentran en los dos subespacios, el de carga (T^2) y el residual (Q), se puede utilizar la mezcla de los dos, y el comportamiento más probable es aquel con el mínimo valor de la estadística combinada:

$$c_i[T_i^2/(T_{\alpha}^2)_i] + (1 - c_i)[Q_i/(Q_{\alpha})_i]$$
(4.26)

con c_i un vector de peso entre 0 y 1 para cada clase de comportamiento *i*.

Utilizando las expresiones (4.24), (4.25) y (4.26) para diagnosticar fallos, con una indicación, si se cumple que $[T_i^2/(T^2)_i] \ll 1$ y $[Q_i^2/(Q^2)_i] \ll 1$, entonces los datos cogidos de la planta cumplen el modelo *i*, si alguna de estas dos condiciones no se cumple, indica que el modelo *i* no es adecuado, y si ningún modelo *i* es adecuado, implica que ha aparecido un nuevo fallo, para el cual no tenemos modelo PCA.

4.2.6. PCA dinámicos

El método de PCA asume que las observaciones en un instante de tiempo son estadísticamente independientes a las observaciones de instantes de tiempo anteriores. En los procesos industriales esto es válido para tiempos de muestreo largos, típicamente de 2 a 12 horas. Esto sugiere que se necesita un método que considere las correlaciones serie de los datos para implementar un método de monitorización de procesos con tiempos de muestreo rápidos. Un método de PCA dinámicos (DPCA) es aplicable si existe una autocorrelación significativa de los componentes principales (Chiang et al. 2001). El en-

foque de DPCA, consiste en aumentar cada matriz de observación con las *h* observaciones previas. El modelo dinámico es un modelo autorregresivo multivariable *AR* o un modelo *ARX*, dependiendo si se incluyen las entradas y salidas del proceso en los datos. Considerando una observación como un vector de entradas y salidas $x = \begin{bmatrix} y_t & u_t \end{bmatrix}$, donde y_t son las observaciones de la salida, y u_t son las observaciones de la entrada se construye una nueva matriz de datos X(h), mediante un modelo autoregresivo (ARX(h)):

$$X(h) = \begin{vmatrix} y_t & u_t & y_{t-1} & u_{t-1} & \dots & y_{t-h} & u_{t-h} \\ y_{t-1} & u_{t-1} & y_{t-2} & u_{t-2} & \dots & y_{t-h-1} & u_{t-h-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_{t+h-n} & u_{t+h-n} & y_{t+h-n-1} & u_{t+h-n-1} & \dots & y_{t-n} & u_{t-n} \end{vmatrix}$$
(4.27)

Cuando el método de PCA es aplicado a la matriz X(h) los autovectores correspondientes a los autovalores cero revelan la estructura de correlación ARX(h) del modelo autoregresivo.

La aplicación de DPCA presenta las siguientes observaciones relevantes (Chiang et al. 2001), (Ku et al., 1995) :

- 1. Si se incluyen suficientes retardos h en la construcción de la matriz X(h), la estadística Q es independiente de un instante de tiempo al siguiente, y el umbral presentado en la ecuación (4.23) es teóricamente justificado.
- En los procesos de monitorización, usualmente se utilizan de 1 a 2 retardos que indican el orden del sistema dinámico. Para sistemas no lineales la cantidad de retardos es de mayor orden para obtener una mejor aproximación lineal de las relaciones no lineales.
- 3. Las estadísticas Q y T^2 para detección y diagnóstico de fallos de PCA estáticos puede ser generalizada a PCA dinámicos.
- 4. En la práctica la presencia de correlaciones no compromete la efectividad del método de PCA estáticos cuando hay suficientes datos. La representación de DPCA da más información.
- 5. Cuando la aplicación de DPCA a una matriz de datos *X* no revela una relación exacta entre las variables por simplicidad es preferible utilizar la aproximación de PCA estática. La detección y aislamiento de las perturbaciones del sistema dinámico es posible con el modelo de PCA estático.
- 6. El modelo DPCA puede ser útil en algunos sistemas dinámicos para detectar rápidamente las perturbaciones.

4.2.7. PCA por aprendizaje en línea

Para derivar los componentes principales se pueden utilizar métodos en línea para obtener los autovectores. Estos métodos usan los vectores de observación de los datos *x* a medida que están disponibles, haciendo cambios incrementales en los autovectores estimados, sin calcular la matriz de covarianza.

Las redes neuronales para PCA aprenden a determinar los componentes principales a través de reglas de aprendizaje no supervisadas, por las cuales los pesos se actualizan hasta lograr los autovectores ortonormales. Estas redes son capaces de monitorizar variaciones estadísticas en los datos de entrada entregando valores óptimos aun cuando sus propiedades estadísticas no permanezcan constantes (Hyvarinen et al., 2001).

4.3. Análisis de Componentes Independientes (ICA)

El análisis de componentes independientes (ICA) reduce la dimensionalidad basado en la idea de que las variables medidas son mezcla de variables independientes, (Hyvarinen et al. 2001), (Jong-Min et al. 2004). Formalmente, *m* variables medidas $x_1, x_2, ..., x_m$ pueden ser expresadas como una combinación lineal de d ($d \le m$) componentes independientes desconocidas $s_1, s_2, ..., s_d$, así utilizando unos coeficientes a_{jk} , cada variable puede expresarse como:

$$x_j = a_{j1}s_1 + a_{j2}s_2 + \dots + a_{jd}s_d, \quad j = 1 \dots m$$
(4.28)

4.3.1. Métodos y algoritmos para el cálculo de componentes independientes

Existen diversos métodos y algoritmos para el cálculo de los componentes independientes (ICs). La aplicación de un método esta orientado por los tipos de mezcla de la información, que podemos clasificar en cuatro grupos, los cuales han sido presentados por los autores (Nassabay, 2006), (Puntonet, 2008).

- 1. Mezclas lineales. Este grupo utiliza diversos métodos, entre ellos están:
 - **Estadísticos de Segundo Orden.** Emplea la matriz de correlación de los datos en instantes de tiempo diferentes para discriminar, suponiendo que sus espectros de densidad de potencia son distintos.
 - **Estadísticos de Alto Orden.** Emplea funciones no lineales sobre las observaciones u optimizan las transformaciones basadas en descomposiciones matriciales.
 - **Teoría de la información.** Emplea la información para contraste, maximización y/o separación.
 - **Máxima Verosimilitud.** Basado en la estimación estadística de los parámetros que tengan la más alta probabilidad dentro de las observaciones.

- Métodos Geométricos. Basados en el espacio de observación de las mezclas para calcular los componentes independientes.
- **Señales no estacionarias.** Utiliza la matriz de covarianza y un método de gradiente estocástico, asumiendo que el cociente de energías de dos señales es una función del tiempo no constante.

2. *Mezclas Convolutivas*. En este grupo se utilizan diversos métodos, entre ellos se encuentran métodos anteriormente mencionados utilizando otras relaciones matemáticas.

- **Estadísticos de Segundo Orden.** En este caso el procedimiento utiliza filtros causales o métodos de subespacio.
- **Estadísticos de Alto Orden.** En el método se separa la mezcla imponiendo la anulación de los momentos cruzados, donde el momento es típicamente la esperanza utilizada para caracterizar un vector aleatorio de datos.
- **Aproximaciones en Frecuencia.** Se realiza una transformación lineal del problema mediante la transformada de Fourier y utiliza filtros de banda estrecha para producir la separación.

3. *Mezclas no-lineales*. Este grupo normalmente utiliza métodos adaptativos y redes neuronales del tipo autoorganizadas.

4. Mezclas post-nolineales. Este grupo utiliza la entropía, funciones de base radial, repulsión de patrones o aprendizaje conjunto.

Dada la mezcla de la información, se han desarrollado una serie de algoritmos para el cálculo de los ICs, los cuáles no se limitan al uso de una sola metodología, por lo que existen algoritmos que emplean más de un método para determinarlos. A continuación se realiza una breve reseña de los algoritmos mas utilizados:

- **AMUSE.** Este algoritmo utiliza estadísticos de segundo orden y su aplicación ha estado orientada a la separación de señales (Blind source separation-BSS). El planteamiento asume la independencia estadística de las señales usando el principio de no gaussianidad, se debe tener una estructura temporal de las señales para aprovechar las propiedades no estacionarias y no tener que utilizar estadísticos de alto orden.
- **FastGEO.** Es un algoritmo geométrico que esta basado en histogramas. Es una demostración teórica de que los ICs fijos satisfacen una condición geométrica de convergencia, por lo que las imágenes de las señales mezcladas también las satisfacen.
- **INFOMAX.** Este algoritmo aplica la teoría de la información. Esta basado en la maximización de la entropía (grado de incertidumbre que existe sobre un conjunto de datos), se implementa con redes neuronales de salidas no lineales.

- **JADE.** Este algoritmo esta basado en estadísticos de alto orden y consiste en la diagonalización de la descomposición de los autovalores de las mezclas.
- **FastICA.** Este algoritmo emplea diferentes métodos para encontrar los ICs, basado en los conceptos de estimación de la máxima verosimilitud, maximización de la no gaussianidad mediante la kurtosis y minimización de la información mutua mediante la negentropía.

4.3.2. Componentes Independientes

El cálculo de los componentes independientes (ICs), como se ha mencionado, puede efectuarse utilizando algún algoritmo particular, que aplica una determinada metodología. En algunos casos existen pasos comunes. En el presente trabajo el algoritmo utilizado es el FastICA, por lo que la metodología que vamos a presentar es la referida a este método. El método de ICA, a diferencia de PCA, utiliza una matriz de observaciones expresadas en vectores columna, por lo que $X \in \mathbb{R}^{mxn}$, donde *m* representa las variables del proceso y *n* las observaciones, entonces:

$$X = AS + Er \tag{4.29}$$

 $A \in \mathbb{R}^{mxd}$ es la matriz de mezcla desconocida, $S \in \mathbb{R}^{dxn}$ es la matriz de componentes independientes y $Er \in \mathbb{R}^{mxn}$ es la matriz de residuos.

Para iniciar el cálculo de los ICs, utilizando el algoritmo FastICA, se asume que los s_i , con i = 1...d, son estadísticamente independientes y tienen varianza unitaria, esto hace que los componentes independientes sean únicos (Jong-Min et al. 2004), (Hyvarinen et al. 2001). Adicionalmente, por simplicidad matemática, se hace una representación completa de todos los ICs, por lo que la matriz de mezcla desconocida A se considera cuadrada, entonces m = d, en consecuencia la matriz de residuos Er es cero (Hyvarinen and Oja 2000). Creando la matriz de desmezcla $W = A^{-1}$, la matriz de componentes independientes puede obtenerse como:

$$\widehat{S} = WX \tag{4.30}$$

La determinación de los componentes independientes requiere que las variables medidas y los componentes independientes tengan media cero (Hyvarinen and Oja 2000). Adicionalmente, debe realizarse una transformación de blancura o esferización, la cuál elimina todas las correlaciones cruzadas entre las variables aleatorias (Jong-Min et al. 2004). Para ello, se considera un vector aleatorio x(k) de dimensión *d* en el instante *k*, cuya covarianza es $R_x = E(x(k)x(k)^T)$, donde *E* representa la esperanza o valor esperado de x(k), entonces se desea hallar los autovalores y autovectores, al igual que en el caso de PCA, esto se puede realizar por la descomposición en valores singulares de la matriz de covarianza, así:

$$R_x = V\Lambda V^T \tag{4.31}$$

Los datos blanqueados o esferados son calculados como:

$$z(k) = Q_b x(k) \tag{4.32}$$

donde $Q_b = \Lambda^{-1/2} V^T$, cuya transformación de datos satisface que $R_z = E(z(k)z(k)^T)$ sea la matriz identidad (*I*) de las dimensiones adecuadas. La ecuación (4.32) tiene las siguientes relaciones:

$$z(k) = Q_b x(k) = Q_b A s(k) = B s(k)$$
 (4.33)

donde *B* es una matriz ortogonal que cumple la siguiente relación:

$$E(z(k)z(k)^{T}) = BE(s(k)s(k)^{T})B^{T} = BB^{T} = I$$
(4.34)

Partiendo de la consideración inicial, donde hemos asumido que la matriz de mezcla desconocida *A* es cuadrada, se debe encontrar la matriz *B*, cuyas columnas son ortogonales entre si. Luego, buscando una relación con los datos blanqueados tenemos:

$$\widehat{s}(k) = B^T z(k) = B^T Q_b x(k) \tag{4.35}$$

Combinando adecuadamente las ecuaciones (4.30) y (4.33), obtenemos una expresión:

$$W = B^T Q_b \tag{4.36}$$

Esta matriz B es determinada por un método de ortogonalización, que se presentará mas adelante.

4.3.3. Principios de estimación ICA

El modelo de estimación de los ICs con el algoritmo FastICA es no Gaussiano, para su determinación se deben asumir ciertas condiciones en los datos y realizar medidas de independencia y no Gaussianidad. A continuación se presentan los principios de estimación utilizados en el análisis de componentes independientes, basados en lo expuesto por los autores (Hyvarinen and Oja 2000), (Hyvarinen et al. 2001), (Nassabay 2006).

a. Maximización de la no Gaussianidad

El método ICA se usa para variables aleatorias que tienen distribución no Gaussiana, por lo que la maximización de la no Gaussianidad es necesaria para determinar la independencia de los componentes. Para ello se utiliza el Teorema de Límite Central de la Teoría de Probabilidades, el cuál nos dice que bajo ciertas condiciones, la distribución de una suma de variables aleatorias independientes, tiende a una distribución Gaussiana. Una suma de dos variables aleatorias independientes, usualmente tiene una distribución más Gaussiana, que cualquiera de las dos variables aleatorias originales.

Asumamos que el vector x esta distribuido de acuerdo al modelo de datos ICA como x = As, donde x es una mezcla de componentes independientes s de error cero, y por simplicidad matemática se asume que todos los componentes independientes tienen idéntica distribución. Así para estimar uno de los componentes independientes, consideramos que un s_i es una combinación lineal de los x_j , dado que al invertir la matriz de mezcla la relación es, $s = A^{-1}x$, lo cual podemos denotar por $y = w^T x = \sum_j w_j x_j$, donde w es un vector a ser determinado. Si w fuera una de las filas de la inversa de la matriz A, sería igual a uno de los componentes independientes.

Para la maximización de la no gaussianidad realizamos el cambio de variables, $z = A^T w$, de donde $y = w^T x = w^T A s = z^T s$, siendo una combinación lineal de los s_i , con los pesos dados por z_i . Dado que la suma de dos variables aleatorias independientes es más Gaussiana que las variables originales, $z^T s$ es más Gaussiana que cualquiera de los s_i , y viene a ser menos Gaussiana cuando se iguala a uno de los s_i . En este caso, solo uno de los elementos z_i de z no es cero. Por lo tanto, podemos escoger w como el vector que maximiza la no Gaussianidad de $w^T x$. Dicho vector necesariamente corresponde a una z que tiene un solo componente distinto de cero. Esto significa que $w^T x = z^T s$ es igual a uno de los componentes independientes.

La maximización de la no Gaussianidad de $w^T x$ nos da uno de los componentes independientes. La optimización de la no Gaussianidad en el espacio de dimensión *n* de los vectores *w*, presenta 2*n* máximos locales, dos por cada componente independiente, $s_i y - s_i$. Para encontrar varios componentes independientes, tenemos que encontrar todos estos máximos locales. Dado que los diferentes componentes independientes no están correlacionados, siempre se podrá restringir la búsqueda al espacio que da estimados no correlacionados con los anteriores, es decir, una ortogonalización en un espacio transformado apropiadamente.

b. Medidas de no Gaussianidad

La Kurtosis y la Negentropía son medidas cuantitativas de la no Gaussianidad que se pueden utilizar en la estimación ICA.

b.1 Kurtosis.

La medida clásica de no Gaussianidad es kurtosis o Cumulante de cuarto orden. La kurtosis de *y* se define como:

$$kurt(y) = E[y^4] - 3(E[y^2])^2$$
(4.37)

Asumiendo que la variable aleatoria y tiene media cero y que la varianza es igual a uno, $(E[y^2] = 1)$, la relación anterior se simplifica a:

$$kurt(y) = E[y^4] - 3 \tag{4.38}$$

Esto muestra que la kurtosis es una versión normalizada del cuarto Momento $E[y^4]$. Para una y Gaussiana, el cuarto Momento es $E[y^4] = 3(E[y^2])^2$, por lo que la kurtosis es cero para una variable aleatoria Gaussiana, mientras que para variables aleatorias no Gaussianas la kurtosis es diferente de cero.

Por la simplicidad tanto teórica como computacional, la kurtosis ha sido ampliamente utilizada como una medida de no Gaussianidad en ICA y campos relacionados. Para el cálculo de la kurtosis, simplemente se utiliza el cuarto momento de los datos muestreados, y en el análisis teórico se utiliza la propiedad de linealidad que expresa: Si x_1 y x_2 son dos variables aleatorias independientes, se tiene $kurt(x_1 + x_2) = kurt(x_1) + kurt(x_2)$ y $kurt(ax_1) = a^4kurt(x_1)$, siendo *a* un escalar. Estas propiedades pueden ser probadas fácilmente empleando la definición.

La kurtosis tiene como desventaja que puede ser sensible a datos atípicos de la muestra, por lo que su valor puede depender de unas cuantas observaciones en la cola de la distribución que podrían ser observaciones erróneas o irrelevantes. En consecuencia la kurtosis no es una medida robusta de no Gaussianidad.

b.2 Negentropía.

La negentropía es una medida de no Gaussianidad basada en la cantidad teórica de información del diferencial de entropía. La entropía es un concepto básico en la teoría de la información, para una variable aleatoria puede interpretarse como el grado de información que la observación de la variable suministra, mientras mas aleatoria sea la variable, mayor es su entropía. La entropía H de una variable aleatoria discreta Y se define como:

$$H(Y) = -\sum_{i} P(Y = a_i) log P(Y = a_i)$$
(4.39)

donde *P* es la probabilidad de que $Y = a_i$ y a_i son los valores posibles de *Y*. Esta definición se generaliza para vectores y variables aleatorias continuas como entropía diferencial *H* de un vector aleatorio *y* con densidad p(y)

$$H(y) = -\int p(y)logp(y)dy$$
(4.40)

Un resultado de la teoría de información es, que una variable gaussiana tiene la mayor entropía entre todas las variables aleatorias de igual varianza. Por lo que la entropía, puede ser usada como una medida de no gaussianidad. Para ello modificamos la definición de entropía diferencial, llamada negentropía como:

$$J(y) = H(y_{gauss}) - H(y)$$
(4.41)

donde y_{gauss} es una variable aleatoria gaussiana con la misma matriz de covarianza que y. La negentropía es no negativa y es cero si y solo si y tiene una distribución gaussiana. La negentropía es muy robusta desde el punto de vista estadístico por lo que se considera la medida óptima de no Gaussianidad. Sin embargo, usar la definición de negentropía es muy difícil computacionalmente, por lo que en la práctica se usan aproximaciones.

Hyvärinen desarrolló en 1998 la siguiente aproximación:

$$J(y) \approx \sum_{i=1}^{p} k_i (E[G_i(y)] - E[G_i(v)])^2$$
(4.42)

donde k_i son constantes positivas y v es una variable gaussiana de media cero y varianza unidad. La variable y se asume de media cero y varianza unidad y G_i son funciones no cuadráticas.

Si se usa una sola ecuación no cuadrática G, la aproximación se transforma en:

$$J(y) \propto (E[G(y)] - E[G(v)])^2$$
(4.43)

Para escoger G se han sugerido las siguientes funciones:

$$G_1(u) = \frac{1}{a_1} log(cosh(a_1u))$$
(4.44)

$$G_2(u) = e^{-a_2 u^2/2} \tag{4.45}$$

$$G_3(u) = u^4 (4.46)$$

donde $1 \le a_1 \le 2$ y $a_2 \approx 1$

La función $G_1(u)$ es el estimador mas robusto por no crecer tan rápido y es la mejor función para propósitos generales (Hyvarinen and Oja 2000), (Jong-Min et al. 2004).

c. Métodos de Ortogonalización

Los algoritmos que utilizan información de vectores de datos requieren que estos sean ortogonales u ortonormales, pero no siempre los algoritmos iterativos producen automáticamente la ortogonalidad. Métodos básicos para lograr la ortogonalidad son la deflación y la simetría.

c.1 Deflación. Este es un método iterativo que produce secuencialmente la ortogonalización de vectores, esta basado en el método de ortogonalización de Gram-Schmidt. El planteamiento general se hace suponiendo que en un espacio de dimensión *n* tenemos una muestra de vectores linealmente independientes a_1, \ldots, a_m , con $m \le n$, y dentro de ese espacio se encuentra otra muestra de vectores b_1, \ldots, b_m que son ortogonales u ortonormales, que son alguna combinación lineal de los vectores originales a_j . Matemáticamente se expresa como:

$$b_1 = a_1$$
 (4.47)

$$b_j = a_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{b_i^T a_j}{b_i^T b_i} b_i$$
(4.48)

Como resultado de evaluar el producto interno $b_i^T b_j = 0$ cuando $i \neq j$ en la ecuación (4.48), se deduce que los primeros j - 1 vectores calculados previamente son ortogonales y pueden obtenerse los correspondientes vectores ortonormales al dividirse por su norma. Un problema de la ortogonalización secuencial es la acumulación de errores.

c.2 Simetría. Este método se basa en algoritmos de gradiente que minimicen una función objetivo con la restricción de que la matriz obtenida tenga todas sus columnas ortogonales u ortonormales. El planteamiento parte de que los vectores a_j del espacio sean tratados sin ninguna diferenciación dentro de una matriz $A = \begin{pmatrix} a_1 & \dots & a_m \end{pmatrix}$, y asume que es suficiente esta restricción para encontrar una solución dentro del espacio. Matemáticamente se debe computar:

$$B = A(A^T A)^{-1/2} (4.49)$$

donde la matriz *B* cumple con $B^T B = I$ (*I* es la matriz identidad de la dimensión adecuada), y sus columnas b_1, \ldots, b_m se encuentran dentro del mismo subespacio de las columnas de la matriz *A*. Un problema es que la solución no es única y la solución requiere de la optimización del algoritmo utilizado para obtener la mejor solución.

Para el presente trabajo se eligió el algoritmo por deflación. Este se presenta en el siguiente capitulo.

4.3.4. Ordenamiento y reducción de la dimensión

Una parte importante de la monitorización del ICA es la selección de un pequeño número de componentes dominantes de la lista de todos los componentes independientes. Este procedimiento tiene dos ventajas:

- **Desempeño Robusto.** Los componentes dominantes revelan la mayoría de la información del mecanismo estocástico que surge de los datos observados. Por esta razón, el modelo construido en base a esos componentes tendrá un desempeño robusto en la monitorización.
- Reducción en la complejidad de análisis. Interpretar el significado físico de los componentes independientes no es trivial, por lo que concentrarse en el uso de los componentes dominantes facilita el análisis.

La selección óptima del número de componentes independientes (ICs) permite obtener una buena monitorización y predicción de las señales. Seleccionar demasiados ICs causa una magnificación del ruido y un desempeño pobre de la monitorización. La reducción de la cantidad de ICs se realiza escogiendo los componentes dominantes. Para ello no existe un criterio estándar, por lo que se han sugerido diferentes métodos, mencionados a continuación:

- Maximización de la no Gaussianidad. Los componentes independientes son determinados por el cálculo de un máximo local de no Gaussianidad de una combinación lineal tal como se establece en el Teorema del Límite Central. Cada máximo local da un componente independiente, se seleccionan aquellos que tengan mayor no Gaussianidad.
- Norma L_{∞} . Esta norma se aplica directamente a cada IC. Se eligen los componentes dominantes en orden decreciente.
- Norma Euclidiana o L_2 . La dimensión de los datos puede ser reducida seleccionando aquellas filas de la matriz de desmezcla W que presenten las mayores normas Euclidianas, asumiéndose que estas tendrán mayores efectos en las variaciones de S. Por su sencillez computacional este es el método mayormente utilizado.

La desventaja de todos estos métodos es que la elección de un mayor o menor número de componentes independientes puede generar errores en el modelo.

4.3.5. Monitorización con ICA

La monitorización con ICA se hace en un diseño similar al que se realiza con PCA. El modelo del ICA es determinado por los datos históricos recolectados para cada uno de los comportamientos del sistema en estudio.

Con los datos referidos a un comportamiento del sistema obtenemos los ICs a través del algoritmo seleccionado, asumiendo que el número de variables es igual al número de componentes independientes. En el caso de operación normal puede expresarse:

$$\widehat{S}_{normal} = W X_{normal} \tag{4.50}$$

Al realizar la reducción de la dimensionalidad se seleccionan pocas filas de la matriz de desmezcla W, asumiendo que son las que producen mayores efectos sobre las variaciones de S. Esta selección produce una matriz dominante W_d y otra remanente W_e , esta última es una representación de la parte excluida de la matriz W. En el caso de la matriz B, que es la representación completa de los ICs, se construye una matriz reducida B_d , cuyas columnas se corresponden con las filas seleccionadas de la matriz W. La matriz B_d puede calcularse directamente al aplicar:

$$B_d = (W_d Q_b^{-1})^T \tag{4.51}$$

Las columnas remanentes de B constituyen la matriz B_e .

Una vez obtenido el espacio reducido, representado por las matrices W_d , W_e , B_d y B_e , para las nuevas observaciones de datos $x(k)_{nuevo}$, se obtendrán nuevos vectores independientes $\hat{s}(k)_{nuevo_d}$ y $\hat{s}(k)_{nuevo_e}$, que pueden calcularse correspondientemente a través de sus matrices de desmezcla:

$$\widehat{s}(k)_{nuevo_d} = W_d x(k)_{nuevo} \tag{4.52}$$

$$\widehat{s}(k)_{nuevo_e} = W_e x(k)_{nuevo} \tag{4.53}$$

En el método de monitorización de ICA, al igual que en el de PCA, se utilizan estadísticas para evaluar la parte sistemática de las variaciones del proceso y la parte residual de esas variaciones o parte no sistemática. Lee et al. (2006) propone que la evaluación debe hacerse con tres estadísticas (I^2 , I_e^2 , Q). La estadística I^2 evalúa la parte sistemática y puede calcularse como:

$$I^{2}(k) = \widehat{s}(k)_{nuevo_{d}}^{T} \widehat{s}(k)_{nuevo_{d}}$$

$$(4.54)$$

La estadística Q es utilizada para evaluar la parte no sistemática, al igual que en el caso de PCA estudia los residuos (r), y puede expresarse:

$$Q(k) = r(k)^T r(k), \quad r = (x(k)_{nuevo} - \widehat{x}(k)_{nuevo})^T (x(k)_{nuevo} - \widehat{x}(k)_{nuevo})$$
(4.55)

donde $\hat{x}(k)_{nuevo} = Q^{-1}B_d W_d x(k)$

El efecto de excluir componentes independientes para obtener un espacio reducido puede evaluarse mediante la estadística I_e^2 , compensando los posibles errores de la determinación de la cantidad de ICs, definida como:

$$I_e^2(k) = \widehat{s}(k)_{nuevo_e}^T \widehat{s}(k)_{nuevo_e}$$
(4.56)

Las estadísticas mencionadas son herramientas adicionales para la detección de fallos, suministrando su uso conjunto la posibilidad de detectar eventos especiales en el sistema.

4.3.6. Detección de fallos con ICA

La base para aplicar la técnica ICA es la no Gaussianidad. En consecuencia los umbrales no pueden ser determinados directamente de una distribución aproximada particular como en el caso de PCA. Para cada estadística I^2 , $Q \in I_e^2$ se estima la densidad de probabilidad con una función de kernel por métodos de cálculos no paramétricos (Jong-Mint et al., 2003), (Jong-Min et al. 2004), (Acuña, 2005).

En el caso univariado, el kernel de densidad se obtiene considerando las muestras de la variable aleatoria para definir una distribución empírica, realizar una aproximación de su derivada y definir la densidad como:

$$\hat{f} = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^{n} K[\frac{x - x_i}{h}]$$
(4.57)

donde x es el punto bajo consideración, x_i es la observación *i*-ésima, h es el ancho de banda o parámetro de suavizado, n el número de observaciones y K es la función de kernel.

El cálculo del parámetro h requiere de un proceso de optimización, si el mismo es muy pequeño, la función de densidad degenera en una colección de n picos, pero si es muy grande se sobresuaviza el estimado y se obtiene una distribución uniforme, figura 4.2. Existen muchos métodos para calcular este parámetro, el mas utilizado es la validación cruzada, información mas detallada de este y otros métodos puede ser consultada en (Silverman, 1986), (Wand and Jones, 1995).



Figura 4.2: Función de densidad no paramétrica

La función K debe satisfacer la siguiente condición:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x)dx = 1 \tag{4.58}$$

Usualmente $K(x) \ge 0$ y simétrico, por lo que la forma de la función de densidad no es muy importante y puede utilizarse cualquier función de densidad (Jong-Min et al. 2004), (Acuña 2005). Entre los kernels mas utilizados se encuentran el rectangular, el Gaussiano, el triangular y el Epanechnikov, siendo muy común utilizar el Gaussiano, $z = \frac{x - x_i}{h}$.

$$K(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$
(4.59)

El método de kernel fue extendido a distribuciones multivariadas, donde se utiliza un vector de muestras aleatorias distribuidos con una densidad \hat{f} en un espacio de dimensión *d*. El estimador de la función de densidad usando un kernel multivariado *K* y con ancho de banda *h* fijo se expresa:

$$\widehat{f}(x) = \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n K(\frac{x - X_i}{h})$$
(4.60)

La función de kernel debe cumplir con:

$$\int_{\mathbb{R}^d} K(x) dx = 1 \tag{4.61}$$

En el caso bivariado y considerando anchos de banda diferentes puede expresarse como:

$$\widehat{f}(x,y) = \frac{1}{nh_1h_2} \sum_{i=1}^n K(\frac{x-x_i}{h_1}, \frac{y-y_i}{h_2})$$
(4.62)

donde h_1 y h_2 son los parámetros de suavizado correspondientes a cada una de las variables x e y del vector aleatorio. Una función de densidad para este caso se observa en la figura 4.3, cogida de (Acuña 2005).



Figura 4.3: Función de densidad para un caso bivariado

El umbral para cada estadística se determina al ubicar el grado de confianza dentro de la función de distribución de probabilidad, obtenida de integrar la densidad de probabilidad, de acuerdo a la ecuación (4.3), para el caso univariado una distribución de probabilidad se muestra en la figura 4.4.

Es de observar que la distribución de probabilidades no es Gaussiana, en general no es simétrica y puede estar mas sesgada hacia uno de los semiplanos. El umbral calculado en esta distribución para un grado de confidencia de 5 % se encuentra en x = 1, 4.

Para el caso multivariado el cálculo del umbral viene dado por la evaluación de las densidades de probabilidad marginales, que se obtienen al suponer la independencia de las muestras, cumpliéndose la relación dada por la ecuación (4.5). Para obtener el umbral en el caso bivariado se halla la superficie



Figura 4.4: Función de densidad para un caso univariado

(caso bivariado) o región (caso multivariable) que representa el grado de confidencia deseado.

4.3.7. ICA dinámicos

Los métodos estadísticos multivariantes asumen implícitamente la independencia estadística de las observaciones presentes de las observaciones en el tiempo pasado. En el caso de ICA dinámicos (Dynamic independent component analysis DICA), el objetivo de esta técnica es descomponer un conjunto de datos multivariantes en una base de componentes independientes estadísticamente sin pérdida de información, al igual que ICA, cuyas mejoras en el desempeño, por incorporar a la matriz de datos retardos de las variables, se evidencian cuando los procesos son reales, dinámicos y/o no lineales.

4.4. Comentarios finales

La aplicación de métodos estadísticos multivariantes en procesos con un gran número de variables donde la reducción del sistema es posible, permite simplificar los algoritmos matemáticos y obtener representaciones mas sencillas que traen como ventaja en sistemas motorizados un mejor desempeño de los equipos de supervisión.

En los procesos industriales donde se tiene suficiente información de las variables es posible aplicar técnicas estadísticas, sin embargo, lograr una representación con menor número de variables depende de las propiedades estadísticas presentes en el proceso.

Alcanzar una representación en un espacio de dimensión reducida con la técnica de análisis de componentes principales requiere que exista correlación en algunas de sus variables, aquellas variables que están altamente correlacionadas tienen la misma representación. Si las mismas no están correlacionadas no es posible reducir la representación y esta técnica de análisis no es adecuada para el proceso que se evalúe

CAPÍTULO 4. MÉTODOS ESTADÍSTICOS MULTIVARIANTES

Para el análisis de componentes independientes existen diversos métodos suficientemente estudiados, y aunque se sugiere el uso de una técnica u otra de acuerdo a las características de las variables, muchas de ellas deben aplicarse de forma conjunta en los procesos, por lo que la aplicación depende del proceso.

Al realizar un estudio estadístico de un sistema que presenta diferentes comportamientos se supone que habrá ciertas variables estadísticas que permitan separar los comportamientos. La distribución de las probabilidades de cada estadística evaluada suministrará la información del umbral para cada comportamiento, siendo necesario establecer un modelo de PCA o ICA para hacer el diagnóstico adecuado.

120

Capítulo 5

Aplicaciones de Métodos Estadísticos

Existen multiples técnicas estadísticas para procesar las relaciones de los datos. En este capítulo se describen esas relaciones basadas en la aplicación de las técnicas de análisis de componentes principales (PCA) y de análisis de componentes independientes (ICA). Estas son utilizadas en esquemas de detección y diagnóstico de fallos (DDF) para determinar los posibles comportamientos de un sistema y describir si se encuentran en operación normal o en fallo. En la primera parte del capítulo se explica el preprocesamiento necesario de los datos, que es común a ambas técnicas, para obtener resultados adecuados. Posteriormente, se presenta la aplicación de las técnicas en dos sistemas no lineales. El primer sistema es el de dos tanques interconectados, donde los fallos son atribuibles a la instrumentación. En este sistema se aplican las técnicas de PCA e ICA estáticos y dinámicos, presentándose los resultados obtenidos con datos provenientes del proceso real. El segundo sistema es un *benchmark* de una planta depuradora, donde los fallos son de tipo paramétrico y solo se aplican las técnicas de PCA e ICA estáticos, presentándose los resultados obtenidos con datos provenientes del proceso. Las conclusiones sobre las técnicas estadísticas aplicadas son presentadas al final del capítulo.

5.1. Preprocesamiento

Los datos pueden presentar ruido, estar incompletos, tener magnitudes muy diversas de una variable a otra, por lo que un preprocesamiento adecuado es fundamental para simplificar los algoritmos de cálculo y obtener mejores resultados al aplicar las técnicas de PCA e ICA.

Los sistemas de referencia del presente estudio son no lineales y las variables disponibles para formar los conjuntos de datos tienen magnitudes y unidades diversas, el preprocesamiento es necesario y consiste primero en filtrar los datos para eliminar el ruido, y después en aplicar un proceso de centrado a los vectores de datos de cada variable, donde se substrae la media y se normaliza para construir una matriz de datos *X*, con media cero y varianza unidad. Para el caso de PCA, se ordenan los datos por vectores fila en la matriz *X*, y para el caso de ICA se ordenan por vectores columna.

Considerando, por ejemplo, el sistema de dos tanques interconectados (Apéndice A.1), la matriz X

utiliza como variables las señales de los sensores de nivel de los tanques $(h_1 ext{ y } h_2)$ y de control de flujo $(q_1 ext{ y } q_2)$, donde para PCA estáticos $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$, con *n* como la cantidad de muestras y *m* la cantidad de variables, esta representación se observa a continuación:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} h_1(t) & h_2(t) & q_1(t) & q_2(t) \\ h_1(t-1) & h_2(t-1) & q_1(t-1) & q_2(t-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_1(t-n) & h_2(t-n) & q_1(t-n) & q_2(t-n) \end{pmatrix}$$

En el caso de PCA dinámicos (DPCA), la matriz se construye con conjuntos de datos del instante actual y conjuntos de datos de los instantes anteriores, dependiendo de la cantidad de columnas del número de variables y el número de retardos a implementar, entonces $X \in R^{nx(rxm)}$, donde *n* es la cantidad de muestras, *r* es la cantidad de retardos y *m* es la cantidad de variables, que al continuar con el ejemplo se representa:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} h_1(t) & \cdots & q_2(t) & h_1(t-1) & \cdots & h_1(t-2) & \cdots \\ h_1(t-1) & \cdots & q_2(t-1) & h_1(t-2) & \cdots & h_1(t-3) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_1(t-n+r) & \cdots & q_2(t-n+r) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

Para el caso de ICA, la matriz se construye con vectores columna, $X \in R^{mxn}$, siendo:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} h_1(t) & h_1(t-1) & \dots & h_1(t-n) \\ h_2(t) & h_2(t-1) & \dots & h_2(t-n) \\ q_1(t) & q_1(t-1) & \dots & q_1(t-n) \\ q_2(t) & q_2(t-1) & \dots & q_2(t-n) \end{pmatrix}$$

y para ICA dinámicos (DICA), la matriz $X \in R^{(rxm)xn}$, es:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} h_1(t) & h_1(t-1) & \dots & h_1(t-n+r) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_2(t) & q_2(t-1) & \dots & q_2(t-n+r) \\ h_1(t-1) & h_1(t-2) & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_1(t-2) & h_1(t-3) & \dots & h_1(t-n-2+r) \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

5.2. MÉTODO PCA

Las técnicas PCA, DPCA, ICA y DICA utilizan la matriz de datos preprocesados *X* para construir la matriz de covarianza de los datos, de la que se obtiene por descomposición en sus valores singulares las matrices de autovalores y autovectores necesarias para obtener los modelos del esquema DDF.

El preprocesamiento de los datos para realizar los cálculos de los modelos implica que cualesquiera datos que vayan a proyectarse por los modelos deben ser preprocesados con la misma media y normalización utilizadas al calcular los modelos para que la respuesta sea adecuada.

5.2. Método PCA

El método PCA es una técnica óptima en la captura de la variabilidad de las señales, por lo que la determinación del modelo, depende del comportamiento de las señales en el punto de operación y de las variaciones consideradas alrededor de este punto.

5.2.1. Esquema de DDF con PCA

El esquema de detección y diagnóstico de fallos (DDF) que se propone en esta sección esta conformado por un modelo de PCA para cada tipo de comportamiento, partiendo de que las propiedades estadísticas de las señales dentro de un comportamiento no cambian, y que de un comportamiento a otro las pequeñas variaciones son significativas.

En la monitorización con PCA se escoge un conjunto de datos X por cada tipo de comportamiento y se estudian las estadísticas T^2 y Q para determinar, si es posible, un umbral para cada estadística.

La determinación adecuada del modelo, permite realizar una proyección de nuevas señales por los componentes principales y obtener los valores estadísticos T^2 y Q, que se mantendrán dentro de los límites fijados por los umbrales del modelo sí las nuevas señales se corresponden con el comportamiento utilizado para calcular el modelo, y sobrepasarán los límites de los umbrales, sí tienen un comportamiento distinto. El esquema de DDF se presenta en la figura 5.1

Las señales h_1 , h_2 , q_1 y q_2 conforman la matriz X para el sistema de dos tanques interconectados, que es la entrada a cada modelo PCA, luego las salidas T^2 y Q de cada modelo suministran la información estadística de las señales procesadas al modulo decisión, que diagnóstica el comportamiento del sistema.

El modulo de decisión es un programa que evalúa las salidas T^2 y Q procedentes de cada modelo, la base de decisión son los umbrales teóricos de cada una de las estadísticas en cada modelo de comportamiento.



Figura 5.1: Esquema de DDF con PCA

5.2.2. Modelos PCA

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al aplicar la técnica de PCA al sistema en estudio. Para cada uno de los comportamientos del sistema se calculó el modelo PCA considerando datos de simulación y de planta real. Los datos de simulación se utilizaron para definir la metodología para obtener los modelos PCA, y ésta después se aplica a datos procedentes de la planta real, cuyos resultados de los modelos PCA son los únicos que se presentan en el presente trabajo por tener mayor relevancia.

El esquema de DDF considera 5 modos de comportamiento, por lo que la metodología para determinar un modelo PCA para cada comportamiento consiste en realizar lo expresado en la teoría:

- Preprocesamiento de los datos, se centran (eliminando la media) y normalizan los datos para que tengan varianza unitaria.
- Descomposición en valores singulares, se obtienen las matrices de autovectores y autovalores de la matriz de covarianza de los datos.
- Se selecciona y utiliza el criterio para determinar la cantidad de componentes principales (PCs) de cada modelo. En el caso en estudio se seleccionó el criterio de varianza total.
- En base a la cantidad de PCs se escogen los autovectores correspondientes a las columnas que tengan mayor peso de varianza para formar una nueva matriz reducida.

- El modelo calculado se valida con un nuevo conjunto de datos y se verifica que el comportamiento es el definido por el modelo.
- La detección y el diagnóstico de fallos se realizan analizando la información estadística T² y Q,
 y los umbrales calculados para cada modelo.

Adicionalmente, para determinar los modelos PCA es necesario realizar las siguientes consideraciones:

- Realizar un análisis del conjunto de datos para la construcción de cada modelo. Dependiendo de la forma de las señales de los datos, el modelo PCA tendrá una respuesta.
- Realizar pruebas experimentales para eliminar la ambigüedad en la selección de la cantidad de PCs, siempre que se considere que existe.
- Definir la utilidad de la información procedente de las estadísticas T² y Q para el esquema de DDF.

La aplicación de estas consideraciones se presentan a continuación:

Análisis y pruebas experimentales del conjunto de datos

El desarrollo de la aplicación requiere analizar el comportamiento estadístico de los datos cuando el punto de operación es constante y cuando este cambia su ubicación como sucede en muchos procesos. Un buen desempeño de los modelos PCA depende del conjunto de datos que se seleccione para su construcción. Estudiando los comportamientos estadísticos de los conjuntos de datos procedentes de planta real para los diferentes comportamientos del sistema se determinan los conjuntos de datos más adecuados para la construcción del esquema de DDF.

A continuación se presentan las pruebas realizadas para el caso de comportamiento normal, cuyo procedimiento fue aplicado a los otros comportamientos definidos en el sistema.

Las gráficas de la figura 5.2, representan un conjunto de datos X (1.000 muestras, cogidas con un periodo de muestreo de 1 seg.) procedentes de planta real cuando el sistema tiene un comportamiento normal, y las señales están en el punto de operación nominal, con los niveles de los tanques h_1 y h_2 en 50 %, que se observan sobrepuestos en la gráfica, y las señales de control q_1 y q_2 se encuentran en un valor estable, después del tiempo de establecimiento, de aproximadamente 60 % y 65 % respectivamente. Estas señales son utilizadas para calcular un modelo de PCA, obsérvese que presentan poca variabilidad.

De estos datos se calculan las matrices de autovalores y autovectores por descomposición de valores singulares, siendo la matriz de autovalores obtenida:



Figura 5.2: Señales en el punto de operación nominal (PO)

	1,7798	0	0	0)
	0	1,2632	0	0	
$\Lambda -$	0	0	0,7186	0	
	0	0	0	0,2335	,

Utilizando el método de varianza total para calcular la cantidad de componentes principales (PCs), obtenemos con dos componentes una representación de 76,17 %, siendo este un valor adecuado de acuerdo al criterio expresado en (Chiang et al. 2001), superior a 70 %. Sin embargo, los autovalores 0.7186 y 0.2335 representan cada uno mas de 5 %, correspondiendo a 17,99 % y 5,84 %, razón por la que no deberían ser rechazados, de acuerdo a lo expresado por (Afifi and Clark 1996), que sugiere que se rechacen sólo los que representen menos del 5 %. En este sentido hay una ambigüedad en el método, y la selección de la cantidad de PCs puede ser subjetiva. En consecuencia, la determinación del número de PCs debe realizarse con pruebas experimentales. Partiendo del hecho de que se desea reducir la dimensión y se tiene una representación adecuada con dos PCs se calcula el modelo.

La detección y diagnóstico para este modelo esta definido por los umbrales teóricos obtenidos al calcular con los datos utilizados, presentándose en la Tabla 5.1, donde *n* es el número de muestras y $\alpha(\%)$ es el grado de confidencia de la medida, y la relación (100 % - α) es la confiabilidad o grado de confianza.

n	α(%)	100% - α	T^2	Q
1.000	1	99 %	9,2715	5,2714
1.000	5	95 %	6,0215	3,0999

Tabla 5.1: Umbrales de las Estadística T^2 y Q para PO sin cambios

Para la validación del modelo se presentan nuevos datos X, estos se encuentran variando alrededor del punto de operación nominal y la muestra es de 7.000 datos, las señales se presentan en la figura 5.3.



Figura 5.3: Señales con variaciones alrededor del punto operación

La respuesta del modelo PCA, evaluado con las estadísticas $Q ext{ y } T^2$, cuando las señales presentan variaciones en su punto de operación, no es adecuada (Figura 5.4). En la gráfica (a) se muestra el comportamiento de la estadística Q utilizada para calcular el modelo, donde se aprecia que la estadística Q se encuentra, como era de esperarse, por debajo del umbral correspondiente al cálculo con una confiabilidad de 99 % ($Q_{umbral} = 5,27$); en la gráfica (b) se muestra la estadística Q respuesta del modelo a los nuevos datos, donde el valor es muy superior al umbral teórico; en la gráfica (c), se presenta la estadística T^2 del modelo PCA, la cual tiene un valor por debajo del umbral calculado para esta estadística T^2 de los nuevos datos (7.000 muestras) al pasar por el modelo, donde el umbral es superado. Estas pruebas se repitieron para todos los casos de comportamientos considerados y también considerando una selección de hasta tres PCs, dado que cuatro PCs no tiene sentido para la reducción de la dimensionalidad, obteniéndose resultados similares, donde el funcionamiento del modelo no es adecuado cuando las señales de $h_1 ext{ y }_2$ presentan variaciones en el punto de operación.

Buscando un comportamiento más robusto de los modelos PCA ante comportamientos más reales, se realizaron cálculos con señales que presentan una mayor variabilidad, basados en que la técnica de PCA es óptima capturando la variabilidad. Utilizando datos de señales de planta real como las mostradas en la figura 5.3, se obtuvo una nueva matriz de autovalores.



Figura 5.4: Resultados de Q y T^2 al proyectar los conjuntos de datos por los modelos PCA

۸ —	2,4675	0	0	0)
	0	1,5088	0	0	
<u>n</u> –	0	0	0,0163	0	
	0	0	0	0,0067	/

Esta nueva matriz de autovalores, es muy diferente a la obtenida anteriormente, y permite una representación del sistema con dos PCs en un 99,43 %. Si ahora calculamos los umbrales para los nuevos datos estos cambian, principalmente los de la estadística Q, Tabla 5.2

n	$\alpha(\%)$	Confiabilidad	T^2	Q
7.000	1	99 %	9,2190	0,1216
7.000	5	95 %	5,9957	0,0730

Tabla 5.2: Umbrales de las Estadística T^2 y Q para PO con cambios

Cuando se presentan nuevas muestras al modelo PCA se comprueba que es robusto porque para señales con poca o mayor variación en los puntos de operación de los niveles de tanques, la respuesta es adecuada. En la figura 5.5 se presentan comparativamente las estadísticas Q y T^2 para el caso de planta real cuando la muestra de las señales presentan cambios de su punto de operación y para el caso cuando la muestra permanece sin cambios en el punto de operación. Se observa que en las gráficas (a) y (b) las estadísticas Q se encuentran por debajo del umbral definido para este modelo, presentándose pequeños picos de corta duración en la gráfica (a) que corresponden a los cambios del punto de operación de las señales de esa muestra, y se mantiene por encima del umbral por muy corto tiempo. En las gráficas (c) y (d), las estadísticas T^2 de ambas muestras se encuentran por debajo del umbral. Estas pruebas son repetidas para todos los comportamientos.



Figura 5.5: Estadísticas $Q ext{ y } T^2$ para conjuntos de datos con y sin cambios del punto de operación

En el caso en estudio, al seleccionar para la construcción de los modelos conjuntos de datos que presenten variaciones similares a las presentadas en la figura 5.3, desaparece la ambigüedad en el criterio a utilizar para el cálculo de los componentes principales (PCs). Los resultados obtenidos para cada modelo de comportamiento son similares, obteniéndose una representación con dos componentes. En los siguientes párrafos se comentaran los resultados estadísticos.

Información estadística para el esquema DDF y Resultados

En los modelos PCA de los comportamientos definidos para el sistema de dos tanques interconectados del apéndice A.2, se obtuvieron diferentes respuestas en las estadísticas T^2 y Q, definiéndose la utilidad de las mismas para el diagnóstico. En el caso de la estadística T^2 , los valores calculados de umbrales teóricos anteriormente, presentados en la Tabla 5.2, son válidos para todos los modelos del esquema DDF porque su cálculo no depende del comportamiento del sistema sino de la cantidad de muestras (n = 7,000), cantidad de PCs seleccionados, el grado de confiabilidad y la distribución correspondiente, razón por la que son aplicables a todos los tipos de comportamiento. Para el caso de la estadística Q se obtiene un umbral teórico para cada tipo de comportamiento porque su cálculo depende de los autovalores de las muestras, que en general debe ser diferente para cada tipo de comportamiento, además del número de PCs y el grado de confiabilidad de la medida (α), siendo presentados en la Tabla 5.3.

(()() ()()()()()()()()()						
α	Confiabilidad	PCA 1	PCA 2	PCA 3	PCA 4	PCA 5
5	95 %	0,0730	0,2035	0,2259	0,5383	0,1902
1	99 %	0,1216	0,3596	0,3994	0,9497	0,3362

Tabla 5.3: Umbrales teóricos de la Estadística Q de los modelos de PCA

La definición de los umbrales teóricos para cada estadística del modelo PCA en cada comportamiento es la base del programa de diagnóstico utilizado. Así, el esquema de DDF suministra la información en línea de las dos estadísticas por cada uno de los modelos al programa de diagnóstico. Sin embargo, la utilidad de las estadísticas T^2 y Q se verifica si para los diferentes comportamientos se encuentran por debajo de los umbrales teóricos. Para ello, se ha seleccionado un nuevo conjunto de datos para validar la respuesta de los modelos y ejemplificar el procedimiento seguido en la evaluación de la información estadística de todos los comportamientos. La muestra de las señales procedentes de planta real X tiene un comportamiento con cambios en el punto de operación, como se muestra en la figura 5.6. Cabe destacar que este conjunto de datos se utiliza para validar los diferentes métodos utilizados en la presente memoria.



Figura 5.6: Comportamiento de las señales alrededor del punto de operación.

En la figura 5.7 se presentan las respuestas estadísticas T^2 y Q de los modelos PCA cuando los datos de planta real se proyectan. En este caso se ha seleccionado el conjunto de datos del comportamiento normal. En la columna (a) se presenta la estadística T^2 de cada modelo PCA del esquema DDF, y en la columna (b) la estadística Q correspondiente. Para la estadística T^2 la respuesta del modelo de comportamiento normal se encuentra por debajo de los umbrales definidos ($T^2 < 5,9957$ y $T^2 < 9,2190$), sin embargo, la respuesta de los otros modelos esta oscilando, pasando los correspondientes umbrales. Para la estadística Q todos los modelos proporcionan una respuesta que permite detectar y

5.2. MÉTODO PCA

diagnosticar, debido a que las proyecciones del conjunto de datos se encuentran por debajo del umbral definido para el modelo de comportamiento normal (Q < 0,0730 y/o Q < 0,1216), y en los otros modelos por encima.

Observando que las estadísticas T^2 y Q pueden o no complementarse para facilitar el diagnóstico, y que la estadística T^2 puede generar falsas alarmas en el esquema de DDF planteado, se realizaron un conjuntos de pruebas para los otros casos de comportamiento, y con otros conjuntos de datos de planta real y en simulación, estableciéndose que la estadística Q presenta el comportamiento más adecuado para evaluar el comportamiento del sistema. En consecuencia, la estadística Q es la más robusta, para detectar y diagnosticar el comportamiento del sistema.

A continuación se presentan los resultados del esquema DDF ante los diferentes fallos que ocurren en diferentes instantes de tiempo en el conjunto de datos que presenta variaciones del punto de operación como las descritas anteriormente en la figura 5.6 (Ver detalles para todos los comportamientos en el apéndice B). Para el fallo por atasco en la tubería de salida del tanque 1 (f_1), el conjunto de datos X, inicialmente tiene un comportamiento normal, y luego de transcurridos 2.350 seg. ocurre el fallo, en un tamaño aproximado de 50%. La respuesta de la estadística Q para este comportamiento en los modelos PCA del esquema es presentada en la columna (a) de la figura 5.8. En ella se observan cambios en todos los modelos PCA del esquema DDF en el instante 2.350, y en particular para los modelos PCA1 y PCA2 los cambios se corresponden con superar o estar por debajo del umbral teórico correspondiente, lo que hace posible su diagnóstico para este tipo de comportamiento.

En la figura 5.8, las respuestas de los modelos ante un atasco a la salida del tanque 2 (f_2) son presentadas en la columna (b). El conjunto de datos X tiene un comportamiento normal desde el inicio de las muestras hasta que ocurre el fallo a los 2.700 seg., y es de aproximadamente 50 %. Para el modelo PCA1 se observa que se encuentra por debajo del umbral teórico antes de ocurrir el fallo, y posteriormente lo supera. El modelo PCA2 cambia, pero se mantiene superando el umbral en todas las muestras. El modelo PCA3 es el que describe el fallo en el instante en que se presente en las muestras, donde se observa que el umbral teórico se encuentra por encima del umbral de la estadística Q antes de los 2.700 seg., y después se ubica por debajo. Los modelos PCA4 y PCA5 cambian su comportamiento a niveles mas altos al ocurrir el fallo. Al comparar los umbrales de los modelos PCA con las respuestas del esquema se puede diagnosticar sin ambigüedad que el sistema se encuentra en comportamiento de fallo tipo f_2 después de los 2.700 seg..

Para el comportamiento de falla en el sensor de nivel del tanque 1 (f_3), las respuestas del esquema DDF se muestran en la figura 5.9, en la columna (a). El fallo ocurre a los 2.300 seg., con un tamaño de aproximadamente 15 %, siendo la lectura del sensor menor que el nivel real del tanque, y se observan cambios en todas las estadísticas. El modelo PCA1 presenta una falsa alarma al superar el umbral antes de que ocurra el fallo. Sin embargo, para el programa de diagnóstico se produce un nuevo estado debido a que el diagnóstico se realiza utilizando los cambios del modelo PCA1 y el del comportamiento en fallo del esquema DDF. Debido a que los modelos PCA2, PCA3 y PCA5 se encuentran superando el umbral en todo momento, el fallo de tipo f_3 se puede diagnosticar al ocurrir el cambio en el modelo PCA4. Esta ambigüedad con estos datos, puede ser atribuible a ruidos y/o perturbaciones presentes al momento de coger las muestras, dado que al comprobar con otros datos las respuestas son las esperadas.

Para un fallo del sensor de nivel del tanque 2 (f_4), que ocurre desde el inicio, con un tamaño de aproximadamente 15 % en falla de la lectura del sensor, las respuestas de la estadística Q se muestran en la columna (b) de la figura 5.9. Se observa que el modelo PCA 5 es el único que se encuentra por debajo del umbral teórico, por lo que define que el sistema se encuentra en este comportamiento.

En la figura 5.10 se presentan algunas ampliaciones de los fallos, observándose que los cambios de nivel en la señal que presenta variaciones alrededor de una referencia produce pequeños picos que superan los umbrales establecidos para diagnosticar un cambio en el comportamiento. Esta situación puede ser considerada como falsas alarmas solo en el caso en que el modulo de diagnóstico indique que se supero el umbral en un número mayor a 30 muestras para el caso en estudio debido a que es aproximadamente el tiempo de establecimiento del controlador al cambiar la referencia.



Figura 5.7: Estadísticas de los modelos PCA con datos de comportamiento normal



Figura 5.8: Modelos PCA de la estadística Q ante un fallo f_1 y f_2 .



Figura 5.9: Modelos PCA de la estadística Q ante un fallo f_3 y f_4 .



Figura 5.10: Ampliaciones de las estadísticas Q para los fallos f_1 , f_2 y f_3
5.2.3. Resultados DDF con DPCA

En esta sección se presentan resultados del esquema de DDF utilizando PCA dinámicos. El esquema planteado utiliza un modelo de DPCA por cada comportamiento definido para el sistema de dos tanques interconectados, el esquema DDF es similar al utilizado para PCA estáticos. Para la detección y diagnóstico de fallos se calculan las estadísticas T^2 y Q, donde nuevamente la estadística Q resulta ser la mejor opción para determinar el comportamiento. Las entradas al esquema por cada instante de tiempo se representan con un vector fila compuesto por las señales de nivel de los tanques $h_1(t), h_2(t)$ y de control de flujo $q_1(t)$ y $q_2(t)$, y seguidamente de sus correspondientes retardos, por ejemplo, para un retardo el vector $x = \begin{pmatrix} h_1(t) & \dots & q_2(t) & h_1(t-1) & \dots & q_2(t-1) \end{pmatrix}$. La cantidad de retardos utilizados para construir un modelo DPCA, de acuerdo a la literatura, es comúnmente de uno o dos retardos que pueden asociarse al orden del sistema. En esta sección se presentan los resultados del caso en estudio para los esquemas DDF con uno y dos retardos, es decir, para 8 y 12 señales de entrada. La teoría utilizada para PCA estáticos es aplicable a PCA dinámicos, el criterio de selección de la cantidad de PCs utilizado es la varianza total, obteniéndose para los diferentes modelos representaciones adecuadas con dos (2) PCs. En la Tabla 5.4 se encuentran los umbrales teóricos para cada uno de los modelos con los grados de confidencia de 1 % y 5 %, donde DPCA1 es el modelo para comportamiento normal; DPCA2 es el modelo para el fallo f_1 ; DPCA3 es el modelo para el fallo f_2 ; DPCA4 es el modelo para el fallo f_3 ; y DPCA5 es el modelo para el fallo f_4 .

					< <u>1</u>		
α	Confiabilidad	Retardo	DPCA 1	DPCA 2	DPCA 3	DPCA 4	DPCA 5
5	95 %	1	0,1463	0,1464	0,2434	0,1431	0,1551
1	99 %		0,2435	0,2276	0,4258	0,2270	0,2415
5	95 %	2	0,2197	0,2199	0,3652	0,2146	0,2327
1	99 %		0,3658	0,3419	0,6391	0,3406	0,3626

Tabla 5.4: Umbrales teóricos de la Estadística Q para los modelos DPCA

El esquema de DDF se evaluó con cada uno de los comportamientos definidos para el sistema. En esta sección en la figura 5.11 solo se presentan los resultados para comportamiento normal del conjunto de datos utilizados para PCA estáticos. En las gráficas de la columna (a) están los modelos calculados con un retardo y en la columna (b) los modelos calculados con dos retardos. En los modelos DPCA1 se aprecia que en ambas gráficas, la estadística Q se encuentra por debajo de los umbrales teóricos correspondientes y que las gráficas de los otros modelos se encuentran superando el umbral, por lo que el sistema puede diagnosticarse en comportamiento normal. También se observa que la forma de la respuesta de la estadística Q en cada uno de los modelos es la misma, pero que los valores de la estadística han aumentado con los retardos.

En la figura 5.12 se presentan en la misma escala los resultados comparativamente para el caso de comportamiento normal de PCA estáticos y DPCA con uno y dos retardos, como se observó, la

forma es la misma y lo que cambia es el valor de la estadística Q, pero también su umbral teórico. Esto se repite en cada uno de los modelos y con cada uno de los comportamiento, considerándose que utilizar DPCA no presenta mejoras significativas en este caso para la detección y diagnóstico con respecto a PCA estáticos y su implementación tiene mayor dificultad, razones por las que no se presentan resultados en otros comportamientos.



Figura 5.11: Modelos DPCA con uno y dos retardos para comportamiento normal.



Figura 5.12: Gráficas comparativas de Modelos PCA estáticos y dinámicos para comportamiento normal.

5.3. Método ICA

5.3.1. Esquema de DDF con ICA

El método ICA se basa en que las variables medidas son mezclas de variables independientes, por lo que el método halla esas variables independientes. El esquema de detección y diagnóstico de fallos (DDF) que se propone en esta sección es similar al utilizado para el caso de PCA, para la detección y diagnóstico se estudian las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$ de los componentes independientes para cada tipo de comportamiento, dado que sus propiedades estadísticas no cambian dentro del mismo comportamiento, se construye un modelo ICA por cada tipo de comportamiento definido para el sistema en estudio, figura 5.13.



Figura 5.13: Esquema de DDF con ICA

La determinación adecuada del modelo, permite realizar una proyección de nuevas señales por los componentes independientes y obtener los valores estadísticos I^2 , $Q \in I_e^2$, que se mantendrán dentro de los límites fijados por los umbrales del modelo que se corresponda con el tipo de comportamiento de las señales. En el módulo de decisión se comparan los umbrales definidos para cada una de las estadísticas y se diagnostica el comportamiento del sistema.

5.3.2. Resultados de DDF usando ICA

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al aplicar la técnica ICA al sistema en estudio. La metodología para definir la construcción de los modelos es similar a la utilizada en el caso de PCA, el estudio se inicia con los diferentes conjuntos de datos, considerando puntos de operación sin y con cambios en la referencia, de señales provenientes de simulación y de planta real para determinar los modelos más robustos para cada comportamiento del sistema. Las respuestas de los modelos validados con la información de planta real que presentan cambios del punto de operación, como en los conjuntos de datos *X* utilizados en las secciones anteriores de 7.000 muestras, se muestran en esta sección (Ver apéndice B).

Nuevamente se consideran modelos para cinco (5) comportamientos posibles del sistema. En este método se determinan tres estadísticas en base a la cantidad de componentes independientes que representen el modelo del sistema. Cada modelo es calculado siguiendo los siguientes pasos expresados en la teoría de Análisis de Componentes Independientes:

- En este método, al igual que en PCA, se realiza un preprocesamiento de los datos, se elimina la media y normalizan los datos para que tengan varianza unitaria. También se hace la descomposición en valores singulares de la matriz de covarianza de los datos para obtener las matrices de autovectores y autovalores.
- Se realiza la transformación de blancura de los datos utilizando la matriz de los datos preprocesados y las matrices obtenidas en la descomposición.
- El algoritmo utilizado es el fastICA, basado en la no Gaussianidad de los datos y la obtención de vectores ortogonales que indiquen las direcciones de mayor no Gaussianidad.
- Los vectores ortogonales determinan la cantidad de componentes independientes, escogiéndose los mas representativos, en el caso en estudio se realizó utilizando la norma Euclídea. Estos se separan en componentes de mayor aporte y componentes de menor aporte. La correcta separación o no, origina para el estudio dos estadísticas I^2 e I_e^2 , propuestas en (Jong-Min et al. 2003), (Jong-Min et al. 2004), y la estadística Q, relacionadas con la distancia de Malhobis y la estimación de densidad y distribución no paramétrica de las señales.
- La detección se realiza cuando los umbrales teóricos de las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$, calculados con una función de Kernel univariado, son superados en los modelos de ICA.

142

 El diagnóstico del comportamiento se produce al procesar la información de las tres estadísticas en cada uno de los modelos y la comparación con sus umbrales teóricos y duración de aquellos cambios que se presenten.

La aplicación con el algoritmo FastICA utiliza la negentropía para detección de no Gaussianidad y la deflación para obtener los vectores ortonormales. Las funciones de negentropía que son sugeridas en la literatura son mostradas en la Tabla 5.5, donde $1 \le a_1 \le 2$, frecuentemente se toma el valor 1, y el método deflatación se recordará que calcula uno a uno los vectores ortonormales b_i de la matriz B, con $i = 1 \dots m$, el procedimiento seguido para obtener estos vectores es el siguiente:

- 1. Escoger el número de ICs a estimar (*m*, todas las variables) e inicializar un contador $p \leftarrow 1$.
- 2. Tomar un vector aleatorio inicial b_i de norma unitaria.
- 3. Realizar $b_i \leftarrow E(zg(b_i^T z)) E(g'(b_i^T z))b_i$, donde *g* y *g'* son correspondientemente la primera y segunda derivada de *G*, escogida de las funciones de negentropía. En este paso se considera todo el conjunto de los datos blanqueados (*z*), evaluados acumulativamente muestra por muestra.
- 4. La ortogonalización viene dada por: $b_i \leftarrow b_i \sum_{j=1}^{i-1} (b_i^T b_j) b_j$
- 5. Normalizar $b_i \leftarrow \frac{b_i}{\|b_i\|}$.
- 6. Si b_i no converge, regresar al paso 3, con el último b_i calculado. La convergencia significa que el valor viejo y el nuevo valor se encuentran en la misma dirección, es decir, su producto escalar es casi igual a 1. Esto no implica un solo punto, dado que b_i y $-b_i$ definen la misma dirección.
- 7. Incrementar $p \leftarrow p+1$. Si $p \le m$, regresar al paso 2.

El fastICA puede utilizar el método de simetría para calcular la ortogonalización, cuyo algoritmo no es aplicado en este trabajo debido a que requiere mucho tiempo de procesamiento.

Tabla 5.5: Funciones de negentropía						
G	8	g'				
$G_1 = \frac{1}{a_1} log(cosh(a_1y))$	$tanh(a_1y)$	$a_1(1-tanh^2(a_1y))$				
$G_2 = -e^{-y^2/2}$	$ye^{-y^{2}/2}$	$(1-y^2)e^{(-y^2/2)}$				
$G_3 = y^4$	y^3	$3y^2$				

Para determinar la función de negentropía se realizó una prueba con cada una de las funciones de la Tabla 5.5, encontrándose que no habían diferencias significativas, pesé a que en (Hyvarinen and Oja 2000) se sugiere la función G_1 , por ser el estimador más robusto por no crecer tan rápido y es la mejor función para propósitos generales.

Para el cálculo de los umbrales teóricos en las funciones de distribución de densidad estimadas se utiliza el Kernel univariado del tipo Gaussiano (Jong-Min et al. 2004), por ser la representación más sencilla. En este caso en vez de estudiar por separado las funciones de densidad de probabilidad estimadas por Kernel de cada uno de los componentes independientes obtenidos, donde la teoría nos indica que la densidad de probabilidad conjunta para términos independientes es la multiplicación de cada una de las densidades de probabilidades estimadas, el análisis se hace más sencillo al considerar que cada punto de la estadística (I^2 , I_e^2 y Q) es el resultado de la multiplicación en cada instante de tiempo de las muestras de los vectores correspondientes.

Para los cinco (5) comportamientos en estudio del sistema se logró una representación con dos (2) componentes independientes. Debido a las experiencias anteriores con las diferentes formas de los datos, se realizaron pruebas con señales sin variación y con variación alrededor del punto de operación, obteniéndose la mejor representación en los modelos con las señales que presentan variación para todos los casos de estudio tanto en simulación como de planta real. Los umbrales se calcularon con las señales que presentan variación utilizadas para definir los umbrales de PCA. Las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$, con una confiabilidad de 95 % y 99 %, se presentan en la Tabla 5.6. El modelo de comportamiento normal es ICA1, el atasco en la salida del tanque 1 (f_1) es ICA2, el atasco en la salida del tanque 2 (f_2) es ICA3, el de falla del sensor del tanque 1 (f_3) es ICA4 y el de falla del sensor del tanque 2 (f_4) es ICA5.

EstadísticaUmbralICA1ICA2ICA3ICA4ICA5 I^2 95 %3,3593,963610,4373,20627,8476						
Estadística	Umbral	ICA1	ICA2	ICA3	ICA4	ICA5
I^2	95 %	3,359	3,9636	10,437	3,2062	7,8476
	99 %	26,869	27,36	38,309	38,125	23,302
Q	95 %	7,7399	7,6484	9,1441	9,7943	6,8274
	99 %	8,4192	8,1179	9,2303	15,002	8,5228
I_e^2	95 %	3,5777	7,7476	3,1504	7,638	4,1175
	99 %	3,9585	8,4551	3,2153	11,532	4,871

Tabla 5.6: Umbrales teóricos de las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$

Estas estadísticas son utilizadas de forma complementaria para diagnosticar el fallo, donde prevalece principalmente para el módulo de diagnóstico el análisis de la estadística I^2 , y en caso de alguna ambigüedad se recurre a la activación de dos de las estadísticas para diagnosticar el comportamiento del sistema.

La respuesta de los modelos ICA, utilizando las señales que presentan variación mostradas en el apéndice B, para el caso de comportamiento normal, con el conjunto de datos que se ha utilizado en las secciones anteriores de 7.000 muestras, provenientes de planta real, se muestra en la siguiente figura 5.14. Las gráficas correspondientes al modelo ICA1 se encuentran por debajo de los umbrales indicados en las tablas para comportamiento normal, existen algunos picos de muy corta duración debidos a los cambios en la referencia de las señales utilizadas. En los otros modelos ICA las estadísticas se

5.3. MÉTODO ICA

encuentran superando sus correspondientes umbrales, por lo que en este caso el diagnóstico es comportamiento normal.

La respuesta de los modelos ICA para un estado de atasco a la salida del tanque 1 (f_1) se muestra en la figura 5.15. En este caso las señales se encuentran sin falla desde el inicio hasta la muestra 2.350 aproximadamente, y luego se presenta el fallo f_1 de un tamaño aproximado a 50%. Todas las estadísticas cambian alrededor de la muestra 2.350, el modelo ICA1 cambia los niveles de sus estadísticas de comportamiento normal a superar los umbrales. Los modelos ICA3, ICA4 e ICA5 cambian sus niveles, pero siempre se mantienen por encima de los umbrales definidos. El modelo ICA2 cambia las estadísticas a niveles por debajo de los umbrales correspondientes. Al evaluar las estadísticas en el módulo de diagnóstico, el sistema se encuentra en fallo, del tipo de atasco a la salida del tanque 1.

Para el fallo f_2 de tamaño aproximado a 50 %, en la muestra 2.700, la respuesta del esquema DDF se presenta en la figura 5.16. En general, todos los modelos responden adecuadamente, cambiando sus niveles en la muestra de ocurrencia del fallo. Las estadísticas en los modelos correspondientes a los otros fallos del sistema se encuentra superando los umbrales. En el modelo ICA1, comportamiento normal, se observa que las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$ se encuentran por debajo de los umbrales definidos antes de presentarse el fallo, y lo superan después de que ocurre el fallo. El modelo de ICA3, calculado para el tipo de fallo que se evalúa, presenta los niveles de las estadísticas $I^2 \in I_e^2$ superando los umbrales antes de ocurrir el fallo y posteriormente bajan a niveles que se encuentran por debajo de los umbrales definidos. La estadística Q presenta un nivel que se encuentra por debajo del umbral antes de ocurrir el fallo.



Figura 5.14: Respuestas de los modelos ICA en comportamiento normal



Figura 5.15: Respuestas de los modelos ICA ante un atasco a la salida del tanque 1 (f_1)



Figura 5.16: Respuestas de los modelos ICA ante un atasco a la salida del tanque 2 (f_2)

Para una falla del sensor de nivel del tanque 1 (f_3), en aproximadamente 15%, en la muestra 2.300, la respuesta de los modelos ICA se presentan en la figura 5.17. Los modelos ICA1, ICA2 e ICA5 se encuentran superando su umbral en todas las estadísticas. El modelo ICA3 supera el umbral para la estadística I^2 y para las estadísticas Q e I_e^2 presenta oscilaciones, encontrándose por debajo y por encima del umbral correspondiente a lo largo de las muestras. El modelo de ICA4 se encuentra por debajo del umbral definido para las estadística después que se presenta el fallo.

Las respuestas del esquema de DDF con ICA para un fallo del sensor de nivel en el tanque 2 (f_4), aproximadamente en un 15 %, presente desde el inicio de las muestras de señal, son mostradas en la figura 5.18. Las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$, en los modelos ICA1, ICA2, ICA3 e ICA4, superan los umbrales correspondientes. En el caso del modelo ICA5, las tres estadísticas se encuentran por debajo del umbral, lo que permite afirmar que el comportamiento del sistema es del tipo del modelo de ICA5.

Como se observó en las respuesta del esquema DDF para todos los posibles comportamientos sería suficiente en este caso realizar el diagnóstico utilizando solo la estadística I^2 . Sin embargo, los cambios que se producen en las otras estadísticas pueden considerarse realmente complementarios a diferencia de la estadística T^2 utilizada para PCA.



Figura 5.17: Respuestas de los modelos ICA ante un fallo del sensor de nivel del tanque 1 (f_3)



Figura 5.18: Respuestas de los modelos ICA ante un fallo del sensor de nivel del tanque 2 (f_4)

5,9138

15,063

6,3753

12,751

5.3.3. Resultados de DDF usando DICA

95 %

99%

2

El esquema de DDF utilizado para DICA es similar al de ICA estático, los datos en cada instante de tiempo se presentan en un vector que incluye los valores actuales y los pasados. En esta sección se han calculado los modelos con un retardo y con dos retardos, es decir, 8 y 12 señales de entrada al esquema, de acuerdo a lo recomendado en la literatura para incluir la dinámica y utilizándose dos (2) componentes independientes. Los umbrales para las estadísticas I^2 se presentan en la Tabla 5.7, donde se incluyen los resultados para uno y dos retardos de cada modelo de comportamiento, donde DICA1 corresponde al comportamiento normal, DICA2 al atasco en la tubería de salida del tanque 1 (f_1), DICA3 al atasco en la tubería de salida del tanque 2 (f_2), DICA4 al fallo del sensor de nivel del tanque 1 (f_3), y DICA5 al fallo del sensor de nivel del tanque 2 (f_4).

Tabla 5.7. (abla 5.7. Oniorales teorieos de la estadística 7 para moderos dinamicos								
Umbral	Retardo	DICA1	DICA2	DICA3	DICA4	DICA5			
95 %	1	3,3112	3,4272	2,3001	5,163	4,3378			
99 %		9,7575	48,799	11,291	44,6	11,136			

5,5228

15,51

5,6997

21,814

Tabla 5.7: Umbrales teóricos de la estadística I^2 para modelos dinámicos

Para la estadística Q, los umbrales calculados de cada modelo se presentan en la Tabla 5.8.

5,8354

13,913

1a01a 5.0.	Umbral Retardo DICA1 DICA2 DICA3 DICA4 DICA5 95 % 1 12,296 17,332 18,474 20,921 16,978 99 % 13,142 17,896 27,03 21,675 18,13 95 % 2 18,664 25,72 27,944 32,245 25,716 99 % 10,746 27,927 40,542 33,586 28,4102					
Umbral	Retardo	DICA1	DICA2	DICA3	DICA4	DICA5
95 %	1	12,296	17,332	18,474	20,921	16,978
99 %		13,142	17,896	27,03	21,675	18,13
95 %	2	18,664	25,72	27,944	32,245	25,716
99 %		19,746	27,927	40,542	33,586	28,4102

Tabla 5.8: Umbrales teóricos de la estadística Q para modelos dinámicos

Y para la estadística I_e^2 los umbrales se muestran en la Tabla 5.9.

Tabla 5.9:	Unidrales (eoricos de	e la estadis	tica I _e par	a modelos	umanneos
Umbral	Retardo	DICA1	DICA2	DICA3	DICA4	DICA5
95 %	1	3,0757	8,7199	20,838	8,6191	9,1943
99 %		47,637	28,388	47,07	24,483	50,708
95 %	2	6,9787	10,545	27,152	8,5652	10,253
99 %		87,57	105,12	95,667	98,377	46,9273

Tabla 5.9: Umbrales teóricos de la estadística I_e^2 para modelos dinámicos

5.3. MÉTODO ICA

Los modelos DICA se evaluaron con los diferentes comportamientos del sistema, observándose que las mejoras con respecto a utilizar modelos ICA estáticos no eran significativas, e incluso en algunos casos la representación presentaba mas ruido y producía falsas alarmas o ambigüedad en el diagnóstico. Por esta razón solo se presentan los resultados obtenidos para el caso de comportamiento normal. En la figura 5.19, el modelo DICA1 muestra a las tres estadísticas por debajo de los umbrales definidos, siendo las señales mucho mas ruidosas. Sin embargo, el esquema presenta ambigüedad porque el modelo DICA4 se encuentra por debajo del umbral en la estadística I^2 , lo que genera que no se pueda diagnosticar adecuadamente el comportamiento.

En la figura 5.20, aunque los umbrales tienen un valor mayor, las estadísticas se hacen mas ruidosas y de un mayor nivel, donde le modelo DICA1 cumple con los umbrales, pero los modelos para I^2 en DICA4 y 5 generan ambigüedad en el diagnóstico.

Como se observa no ocurren mejoras para el diagnóstico al utilizar un esquema DICA, la ambigüedad crece en el caso de estudio.



Figura 5.19: Respuestas de los modelos DICA con un retardo para comportamiento normal



Figura 5.20: Respuestas de los modelos DICA con dos retardos para comportamiento normal

5.4. Fallos Paramétricos

En esta sección se aplican las técnicas PCA e ICA a un benchmark de una planta depuradora para reducir la dimensionalidad y demostrar que las técnicas son efectivas. Los fallos presentes en el sistema son del tipo paramétrico y la cantidad de variables en estudio es mayor. En el apéndice A.3 se presenta el modelo de la planta que está implementado en Matlab/Simulink. Para la determinación de los modelos PCA e ICA se consideran los datos de doce (12) variables, descritas en el apéndice, provenientes de la simulación de los cuatro comportamientos posibles: normal, fallo de tocixidad (f_1), fallo de inhabitación (f_2) y fallo en la velocidad de sedimentación (llamado bulking) (f_3).

El benchmark utilizado tiene la posibilidad de simular tres tipos de clima que afectan las variables del sistema, en nuestro caso sólo se presentan las respuestas para el clima seco, siendo el uso de las técnicas extensibles a los otros climas, para los que son necesarios nuevos modelos de PCA e ICA. Debido a que el proceso es muy lento las simulaciones transcurren en un periodo de 14 días, obteniéndose un total de 1.400 muestras por tipo de comportamiento. Cada modelo es construido utilizando simulaciones que desde la muestra 1 hasta la muestra 1.400 presenten el mismo comportamiento. Para los modelos se consideró que se presentaran claras diferencias en al menos una variable para los cuatro posibles comportamientos. En consecuencia, al analizar, para los fallos f_1 y f_2 se logran diferencias en las variables para tamaños de 80 % y para el fallo f_3 en un tamaño de 100 %. Los esquemas de DDF son similares a los presentados para el sistema de dos tanques, estos contienen un modelo por cada tipo de comportamiento (4), donde los datos de entrada son las doce (12) variables de la planta depuradora.

Los modelos PCA obtenidos utilizando el criterio de la varianza total tienen 4 PCs, que para el caso normal representan al sistema en un 96,16%, para el fallo f_1 en un 95,26%, para el fallo f_2 en un 93,26% y para el fallo f_3 en un 96,89%. Después de realizar diversas pruebas, nuevamente se determina que la estadística Q es la más adecuada para realizar el diagnóstico, que para los grupos de datos utilizados tienen como umbrales los mostrados en la Tabla 5.10, donde PCA1 es el comportamiento normal, PCA2 es el fallo f_1 , PCA3 es el fallo f_2 y PCA4 es el fallo f_3 .

		· ·			1
α	Confiabilidad	PCA 1	PCA 2	PCA 3	PCA 4
5	95 %	1,3464	1,7464	2,4213	1,1951
1	99 %	2,2317	3,0211	4,1134	2,0988

Tabla 5.10: Umbrales de la Estadística Q de los modelos de PCA de la planta depuradora

Los resultados para PCA se presentan a continuación (figura 5.21), en un esquema de DDF que contiene cuatro modelos y considera para el diagnóstico la estadística Q. En las gráficas de la columna (a) de la figura 5.21 se muestran las respuestas del esquema DDF al comportamiento normal y en la columna (b) las respuestas a un fallo f_1 a partir del quinto día (muestra 500). En el caso de comportamiento normal los modelos en general permiten diagnosticar que el sistema se encuentra en ese caso,

aunque el modelo PCA2 presenta diversos cruces de corta duración por debajo del umbral, que es considerado y ajustado en el modulo de diagnóstico. En el caso del f_1 se puede observar que el esquema permite diagnosticar correctamente el comportamiento, donde el modelo PCA1 supera el umbral al ocurrir el fallo y el modelo PCA2 se ubica por debajo del correspondiente umbral.

En la figura 5.22 se observa en la columna (a) un fallo f_2 a partir del cuarto día (muestra 400), al ser el proceso lento se observa un retardo en el modelo PCA3, donde pasa a estar por debajo del umbral a partir del quinto día (muestra 500), los demás modelos se alejan de sus correspondientes umbrales, por lo que puede diagnosticarse correctamente el comportamiento. En la columna (b) se observa un fallo f_3 que ocurre en el sexto día (muestra 600), nuevamente los cambios en los modelos permiten diagnosticar correctamente el comportamiento del sistema.

Para el caso en estudio se evalúa la respuesta de un modelo dinámico (DPCA) para el comportamiento normal, utilizando un solo retardo. El criterio utilizado es el de varianza total, la distribución de mayor varianza recae sobre un mayor número de variables, y se pueden seleccionar, de acuerdo al criterio, 2 PCs, la mitad de los utilizados para el caso estático, el sistema es representado en 82,51 %. Los umbrales determinados para este comportamiento son: 14,43 para una confiabilidad de 99 %, y de 9,93 para una confiabilidad de 95 %. Evaluando con los mismos conjuntos de datos, se obtiene en la figura 5.23, la respuesta del modelo, en su estadística Q, ante los diferentes comportamientos. La gráfica (a) es la respuesta al comportamiento normal, se observa que se encuentra por debajo de los umbrales, con pequeños cambios de corta duración. Las gráficas (b), (c) y (d) muestran la respuesta del modelo cuando se presentan fallos, y se observa que después de ocurridos los fallos f_1 , f_2 y f_3 correspondientemente el modelo pasa a superar los umbrales en el momento de ocurrencia del fallo, obteniéndose para todos los casos respuestas rápidas.



Figura 5.21: Modelos de PCA para la planta depuradora ante un comportamiento normal y f_1 .



Figura 5.22: Modelos de PCA para la planta depuradora ante f_2 y f_3 .



Figura 5.23: Respuestas del modelo de comportamiento normal DPCA para la planta depuradora.

Los resultados de la aplicación de la técnica ICA para el sistema de la planta depuradora son presentados a continuación. Para la selección de la cantidad de ICs de cada modelo se utiliza la norma Euclídea, donde se escogen 4 ICs para la construcción de cada modelo. Para la determinación de los umbrales de detección se utiliza una función de Kernel univariado para cada comportamiento y estadística. Estos son presentados en la Tabla 5.11, siendo ICA1 el modelo de comportamiento normal, ICA2 el modelo de fallo tipo f_1 , ICA3 el modelo de fallo tipo f_2 e ICA4 el modelo de fallo tipo f_3 .

		-	-		
Estadística	Umbral	ICA1	ICA2	ICA3	ICA4
I^2	95 %	8,7981	9,3345	9,1238	10,183
	99%	23,703	21,041	18,889	27,29
Q	95 %	28,357	27,244	25,674	45,193
	99 %	41,418	43,04	36,519	145,78
I_e^2	95 %	19,4	11,842	17,724	20,057
	99 %	37,391	23,385	23,037	57,468

Tabla 5.11: Umbrales teóricos para la planta depuradora de las estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$

La respuesta del esquema DDF para comportamiento normal se observa en la figura 5.24. Al observar el comportamiento de las estadísticas presentadas en las tres gráficas para cada uno de los modelos se tiene que: ICA1 presenta varios cambios en las tres estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$ alrededor de los umbrales de 99 % y 95 %, estos son de muy corta duración; ICA2, ICA3 e ICA4 presentan todas las estadísticas por encima de los umbrales definidos, y en particular en los modelos para el fallo f_3 (ICA4), los cambios son muy grandes. Considerando en el módulo de diagnóstico el tiempo de establecimiento del sistema, y que los cambios en el modelo ICA1 alrededor de los umbrales son de muy corta duración, se establece que el comportamiento del sistema es normal.

En la figura 5.25 se observa la respuesta de los modelos ante un fallo tipo f_1 en el día 5 (muestra 500). Los modelos que establecen que el comportamiento es de fallo f_1 son ICA1 e ICA2: el primero cambia los niveles de sus estadísticas, que se encuentran por debajo del umbral definido para ese modelo a un valor muy por encima del umbral; el segundo cambia los niveles de sus estadísticas de un valor que se encuentra alejado de los umbrales a valores que están por debajo de ellos, los detalles se observan ampliados en las partes (a) y (b) de la figura 5.28. Los modelos ICA3 e ICA4 están por encima de los umbrales de las estadísticas, aunque presentan algunas variaciones a partir de la muestra 500.

Para el caso de fallo f_2 , la figura 5.26 presenta los resultados. El modelo ICA1 cambia sus estadísticas de un valor de comportamiento normal a un valor por encima de los umbrales definidos en la muestra 400. El modelo ICA2 presenta las estadísticas $I^2 e I_e^2$ por encima de los umbrales definidos y la estadística Q tiene un periodo de adaptación al cambio de 50 muestras que no se encuentra por encima del umbral una vez presentado el fallo. El modelo ICA3, para un grado de confianza de 99 %, nos indica que al ocurrir el fallo cambia hacia valores en las tres estadísticas que se encuentran por debajo de los umbrales definidos. Finalmente, el modelo ICA4, antes de ocurrir el fallo presenta niveles de las estadísticas que se encuentran por encima de los umbrales definidos, y posterior al fallo, estos sufren cambios hacia niveles mayores.

En la figura 5.27 los modelos presentan cambios bastante grandes una vez que ocurre un fallo tipo f_3 en el día 6 (muestra 600). También se observa que algunos presentan retardos ante este nuevo comportamiento. Es fácilmente observable que los modelos ICA2 e ICA3 se encontraban por encima de sus umbrales antes de ocurrir el fallo y al ocurrir este cambia a niveles superiores, manteniéndose durante el transcurso de las 1.400 muestra siempre por encima de los umbrales estadísticos definidos para cada modelo. En los casos de los modelos ICA1 e ICA4 se realiza una ampliación de las respuestas de las estadísticas en las gráficas (c) y (d) de la figura 5.28. En ella se observa que efectivamente el modelo de comportamiento normal (ICA1) se encuentra por debajo de los umbrales estadísticos antes de ocurrir el fallo y que el modelo para el fallo f_3 (ICA4) cambia de niveles superiores a los umbrales estadísticos a niveles por debajo, una vez que ocurre el fallo.

Nuevamente se observa en las respuestas, que la estadística I^2 es suficiente para diagnosticar correctamente el comportamiento del sistema y que las otras estadísticas son complementarias.

Para completar el estudio, se evalúa la respuesta de un modelo dinámico (DICA) para el comportamiento normal, utilizando un solo retardo. Este es construido con 2 ICs, y solo se presenta la estadística I^2 para diagnóstico, dado que el comportamiento de las otras estadísticas es complementario y no hay ambigüedad en ninguna de las respuestas estudiadas. Los umbrales determinados para este comportamiento son: 20,78 para una confiabilidad de 99 %, y de 10,55 para una confiabilidad de 95 %. Evaluando con los mismos conjuntos de datos, se obtiene en la figura 5.29, la respuesta del modelo, en su estadística I^2 , ante los diferentes comportamientos. La gráfica (a) es la respuesta al comportamiento normal, se observa que se encuentra por debajo de los umbrales, con pequeños cambios de corta duración. Las gráficas (b), (c) y (d) muestran la respuesta del modelo cuando se presentan fallos, y se observa que después de ocurridos los fallos f_1 , f_2 y f_3 correspondientemente el modelo pasa a superar los umbrales. En este caso, aunque no es mostrado en las gráficas por la ampliación, los cambios al producirse los fallos son mayores que para el caso DPCA, por lo que el comportamiento con DICA puede considerarse mejor para realizar el diagnóstico.



Figura 5.24: Modelos ICA para la planta depuradora en comportamiento normal



Figura 5.25: Modelos ICA para la planta depuradora ante un fallo f_1



Figura 5.26: Modelos ICA para la planta depuradora ante un fallo f_2



Figura 5.27: Modelos ICA para la planta depuradora ante un fallo f_3



Figura 5.28: Ampliaciones de los modelos ICA para comportamiento normal y los fallos f_1 y f_3 de la planta depuradora



Figura 5.29: Respuestas del modelo de comportamiento normal DICA para la planta depuradora.

5.4.1. Comparación de los métodos estudiados

Una vez visto que los métodos estudiados (PCA, DPCA, ICA y DICA) funcionan para detectar fallos paramétricos, se presentará un estudio mas exhaustivo de dichos métodos. Los modelos estadísticos son calculados con datos cogidos de la planta en comportamiento normal y en los distintos fallos, provocados desde el instante inicial, y después se ejecuta la simulación con el comportamiento deseado durante los días que se quiera, recordándose que el simulador es capaz de coger 100 muestras cada día por 14 días (Apéndice A.3).

Para comparar los métodos de forma numérica, se considera el porcentaje de muestras fuera del límite de confianza del 99 % que superan el umbral para cada modelo una vez que se ha producido el fallo, llamándolo índice de detección (ID). Para calcular este índice se cogen datos de prueba para cada comportamiento (normal y los tres fallos), suponiendo para los casos de fallo que ocurren en el 5 día y con un tamaño distinto del usado en el entrenamiento, los resultados son presentados en la tabla 6.3. Un valor en dicha tabla cercano al 100 % significa que los datos no pertenecen a ese comportamiento, y un valor muy alejado del 100 % indica que los datos corresponden al comportamiento para el que se calculo ese modelo, es decir diagnostica el fallo.

Como puede verse en la tabla 6.3, el método que mejor funciona para todos los fallos es el método DICA (ICA dinámico), ya que tiene en cuenta tanto la dinámica del sistema como el hecho de que los datos no tienen por qué seguir una distribución gaussiana. Aunque los resultados no son muy diferentes del PCA, que en algunos casos es el método con mejores resultados (Villegas et al., 2010).

Fallo	Modelo	Estadística	ID %	Modelo	Estadística	ID %
f0	DICA0	Q	1.04	ICA0	0	1.04
5		$\widetilde{I^2}$	1,04		$\widetilde{I^2}$	1,04
	DICA1	Q	99,045	ICA1	Q	57,23
		$\tilde{I^2}$	100		$\tilde{I^2}$	100
	DICA2	Q	98,96	ICA2	Q	49,64
		$\widetilde{I^2}$	100		$\widetilde{I^2}$	100
	DICA3	Q	98,28	ICA3	Q	100
		$\tilde{I^2}$	100		$\tilde{I^2}$	100
	DPCA0	Q	2.23	PCA0	Q	0.08
	DPCA1	\tilde{Q}	97,12	PCA1	\tilde{Q}	74,82
	DPCA2	\tilde{Q}	100	PCA2	\tilde{Q}	100
	DPCA3	\tilde{Q}	100	PCA3	\tilde{Q}	100
f1	DICA0	\tilde{Q}	99,88	ICA0	\tilde{Q}	99,77
U		$\tilde{I^2}$	99,77		$\tilde{I^2}$	99,77
	DICA1	Q	5.43	ICA1	Q	16.64
		$\widetilde{I^2}$	73,91		$\widetilde{I^2}$	98,89
	DICA2	Q	99,55	ICA2	Q	93,22
		$\tilde{I^2}$	100		$\tilde{I_a^2}$	100
	DICA3	0	99	ICA3	ò	100
		$\widetilde{I^2}$	100		$\widetilde{I^2}$	100
	DPCA0	Q	99,77	PCA0	Q	99,77
	DPCA1	\tilde{Q}	27.63	PCA1	\tilde{Q}	5.22
	DPCA2	\tilde{Q}	100	PCA2	\tilde{Q}	100
	DPCA3	\tilde{Q}	100	PCA3	\tilde{Q}	100
f2	DICA0	Q	99,88	ICA0	Q	99,77
-		I^2	99,77		I^2	99,77
	DICA1	Q	82,48	ICA1	Q	97
		I^2	100		I^2	100
	DICA2	Q	21,39	ICA2	Q	12.20
		I^2	15.09		I^2	31,85
	DICA3	Q	99	ICA3	Q	100
		I^2	100		I^2	100
	DPCA0	Q	100	PCA0	Q	99,77
	DPCA1	Q	100	PCA1	Q	96
	DPCA2	Q	15.53	PCA2	Q	14.87
	DPCA3	Q	100	PCA3	Q	100
f3	DICA0	Q	94,56	ICA0	Q	95,56
		I^2	95,22		I^2	94,34
	DICA1	Q	96,23	ICA1	Q	95,78
		I^2	100		I^2	100
	DICA2	Q	100	ICA2	Q	97,34
		I^2	96,89		I^2	100
	DICA3	Q	16.85	ICA3	Q	16.31
		I^2	24,86		I^2	30,07
	DPCA0	Q	94,01	PCA0	Q	94,89
	DPCA1	Q	99,22	PCA1	Q	96,89
	DPCA2	Q	100	PCA2	Q	100
	DPCA3	0	15.98	PCA3	0	17.09

Tabla 5.12: Índices de detección (ID) de cada método de monitorización y de cada modelo

5.5. Conclusiones

El análisis de datos con técnicas multivariantes es apropiado sólo en los casos donde las variables son medidas en las mismas unidades o unidades comparables, y en los casos donde se utiliza la varianza, esta debe tener un tamaño semejante (Johnson 2000). En consecuencia, la estructura debe ser independiente de las unidades de medida, siendo fundamental un preprocesamiento para aplicar las técnicas de PCA e ICA.

Cuando las variables de un sistema están altamente correlacionadas la reducción de la dimensionalidad es posible (Johnson 2000). Por lo que la aplicación de la técnica PCA tiene una mejor representación si algunas de las variables medidas están correlacionadas.

Para determinar los modelos PCA e ICA es necesario seleccionar un conjunto de datos adecuado. En el caso de PCA, la técnica es óptima en la captura de la variabilidad de las señales, por lo que considerar un conjunto de datos que presenten cambios en su punto de operación es más adecuado para la construcción de los modelos. Obteniéndose respuestas más robustas del esquema de DDF ante diferentes conjuntos de señales, que operen en un punto nominal sin cambios o que estén cambiando su punto de operación. En el caso del esquema de DDF ICA, la base para determinar los modelos es la independencia de los componentes, sin embargo, el utilizar conjuntos de señales iguales a las utilizadas para los modelos PCA produce una mejor respuesta de los modelos obtenidos, siendo igualmente efectivos para señales con o sin variaciones en el punto de operación.

Existen muchos criterios para determinar la cantidad de PCs, en este trabajo se utilizó el criterio de varianza total, que para los casos de estudio proporcionó buenos resultados de forma muy simple. Sin embargo, se debe considerar que todos los criterios de selección del número de componentes introducen errores, por lo que es recomendable utilizar la base de la experimentación para determinar las mejoras cuantitativas en las estadísticas con más o menos componentes.

El criterio de varianza total tiene una desventaja muy significativa cuando las variables están altamente correlacionadas, pueden aparecer varianzas bastante altas, y el criterio puede indicarnos que el sistema en estudio se representa con un solo componente principal, en este caso se recomienda seleccionar otro método debido a que la reducción de cualquier sistema a un solo componente no puede representarlo adecuadamente o nos indica que el sistema no tiene una representación por el método PCA. Igualmente, si el uso del criterio nos indica que deben utilizarse todos los componentes, es posible que todas las variables del sistema estén decorrelacionadas y la dimensión del sistema no puede reducirse.

Para determinar los ICs es necesario encontrar aquellas direcciones de componentes que tengan distribución no gaussianas, se asume que aquellas direcciones de componentes que tengan distribución gaussianas representan el ruido blanco (Hyvarinen and Oja 2000). Esto indica que los sistemas donde la distribución es gaussiana no pueden ser reducidos por la técnica de ICA.

Cuando se plantea un esquema de DDF con técnicas estadísticas como las presentadas se debe tener

en cuenta que las respuestas estadísticas de cada uno de los sistemas presentan errores por el diseño de simuladores, toma de los datos de planta real, etc. Por lo que el objetivo para realizar correctamente la detección y diagnóstico de fallos debe plantearse en términos de la información e interpretación de las estadísticas de cada modelo, y que deben utilizarse como complementarias, utilizar una o todas las que suministra el método es un criterio que depende del diseño del módulo de diagnóstico. En el caso de PCA se estudiaron las estadísticas T^2 y Q, y la información más adecuada del estado del sistema la suministraba la estadística Q. Para el caso de ICA, la estadística de mayor peso para definir el comportamiento del sistema es I^2 .

La aplicación de métodos estadísticos multivariantes para la detección y diagnóstico de fallos son poderosas herramientas para la construcción de modelos lineales más simples que contienen la esencia del proceso, sea lineal o no, y lo representan con un mínimo de variables. Esto fue demostrado en las aplicaciones de PCA e ICA donde se reduce el número de variables para representar los sistemas y se logran los objetivos de un DDF.

Realizar modelos dinámicos para sistemas con pocas variables (sistema de dos tanques interconectados) no mejora el diagnóstico, y en algunos casos lo dificulta. Esto posiblemente es causado por la alta concentración de la varianza en pocas variables, representándose el sistema con la misma cantidad de PCs e ICs que para el caso estático. Sin embargo, realizar modelos dinámicos para sistemas con mayor número de variables y que la varianza este mas distribuida (sistema de planta depuradora), la representación en un esquema DDF dinámico puede funcionar mas adecuadamente con las técnicas de DPCA y DICA. Por lo que deben ser cuidadosamente desarrolladas y evaluadas para determinar si mejora la respuesta del sistema.

Finalmente, los resultados nos indican que estos métodos son fáciles de usar, pero requieren datos de funcionamiento de la planta tanto en condiciones normales, como en condiciones de fallo. Además, a la hora de diagnosticar de esta forma (considerando un modelo estadístico para cada posible situación) es importante el tamaño de fallo implementado a la hora de coger los datos de entrenamiento. Ya que estos modelos de fallo sólo serán válidos para fallos de tamaño en torno al utilizado en el entrenamiento.
Capítulo 6

Redes Neuronales

Las redes neuronales son sistemas especializados de cómputo que pueden implementarse tanto en hardware como en software y son utilizadas para representar funciones complejas en muchos campos de aplicación. Históricamente, estos sistemas intentaban simular los procesos desarrollados por el cerebro, el cual procesa información, la combina o compara con información almacenada y da respuestas adecuadas incluso a situaciones nuevas.

6.1. Funcionamiento de las Redes Neuronales

Una neurona tiene como funcionamiento básico, recibir información, procesarla y transmitirla, siendo modelada como un conjunto o vector de entradas $\vec{X} = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$, que se propagarán multiplicadas por unos pesos asociados $W = [w_1, w_2, ..., w_n]$, que definen la intensidad de la influencia de cada entrada. También puede existir un peso especial *b*, denominado polarización, que añade versatilidad al diseño, correspondiente a una entrada constante. Obteniéndose, generalmente por una suma, el nivel o estado de activación de la neurona (*a*), que se expresa:

$$W. \vec{X} + b = w_1.x_1 + w_2.x_2 + \dots + w_n.x_n + b = a$$
(6.1)

Finalmente, la salida y, se obtiene al aplicar la función de transferencia F al nivel de activación a, figura 6.1.

$$y = F(a) = F(W.\vec{X} + b) \tag{6.2}$$

Las funciones de transferencia mas empleadas son: funciones escalón, lineales, sigmoides o gaussianas, figura 6.2.



Figura 6.1: Esquema básico de una neurona



Figura 6.2: Funciones de transferencia

6.2. Características de las redes neuronales artificiales

Las redes neuronales están dotadas de una serie de características que se mencionan a continuación:

- **Aprendizaje inductivo:** No se le indican las reglas para dar una solución, sino que extrae sus propias reglas a partir de los ejemplos de aprendizaje, modifican su comportamiento en función de la experiencia. Esas reglas quedan almacenadas en las conexiones y no representadas explícitamente como en los sistemas basados en conocimiento (simbólico-deductivos) (Zamarreño, 1996).
- **Generalización:** Esto se refiere a la capacidad de la red para interpolar, dando una respuesta correcta a entradas para las que no ha sido entrenada con anterioridad.

Abstracción o tolerancia al ruido: Las redes neuronales artificiales son capaces de extraer o abstraer

las características esenciales de las entradas aprendidas, de esta manera pueden procesar correctamente datos incompletos o distorsionados (Zamarreño 1996). Esta característica permite reconstruir patrones.

- **Procesamiento paralelo:** Mediante multiprocesadores, ajustando la estructura y el modo de operación, las redes neuronales son capaces de realizar procesamiento paralelo.
- **Memoria distribuida o Tolerancia a fallos:** El conocimiento acumulado por la red se halla distribuido en numerosas conexiones, es capaz de seguir funcionando adecuadamente a pesar de sufrir lesiones con destrucción de neuronas o sus conexiones, ya que la información se halla distribuida por toda la red (Zamarreño, 2002).

6.3. Arquitecturas e interconexión de las redes neuronales

Una neurona aislada puede realizar muchas funciones básicas, como operaciones sencillas de identificación de patrones de sistemas no muy complejos u otras operaciones de baja complejidad, pero su verdadera potencia resulta al combinarse con otras neuronas formando redes.

Las arquitecturas e interconexiones de las redes neuronales son determinadas por los requerimientos del problema a resolver. Para diseñar una red consideramos la cantidad de entradas a la red y si esta debe ser estática o dinámica para establecer como estarán conectadas unas unidades con otras y determinar adecuadamente los pesos de las conexiones.

En una red multicapa se disponen las unidades neuronales en forma de capas, pudiéndose hablar de redes de una, de dos o de más de dos capas. En las redes de tres o más capas: la primera capa actúa como buffer de entrada, almacenando la información bruta suministrada a la red o realizando un sencillo preprocesamiento de la misma, la llamamos capa de entrada; otra capa actúa como interfaz o buffer de salida, almacenando la respuesta de la red para que pueda ser leída, la llamamos capa de salida; y las capas intermedias, principales encargadas de extraer, procesar y memorizar la información, las denominamos capas ocultas (Zamarreño 2002). En la figura 6.3 se muestra un ejemplo de una conexión perceptrón multicapa (**Multilayer-perceptron**, MLP).

En general, la información viaja desde la capa de entrada hacia la de salida, pero pueden establecerse otro tipo de conexiones basándose en las interconexiones de unas capas con otras, por lo que tendremos dos tipos de redes: redes no recurrentes o redes en cascada (*feed-forward*) y redes recurrentes (*feed-back*). En las redes en cascada la información fluye unidireccionalmente de una capa a otra, desde la capa de entrada a las capas ocultas y de éstas a la capa de salida, y además, no se admiten conexiones intracapa, un ejemplo de estas es el observado en la figura 6.3. En las redes recurrentes la información puede volver a lugares por los que ya había pasado, formando bucles, y se admiten las conexiones intracapa (laterales), incluso de una unidad consigo misma (Pérez, 2004), ejemplo de red recurrente, la red de Elman (Elman, 1990), mostrada en la figura 6.4.



Figura 6.3: Red neuronal de tres capas.



Figura 6.4: Red recurrente Elman

6.4. Aprendizaje de las redes neuronales

Las redes neuronales se clasifican en términos de sus algoritmos o métodos de entrenamiento: redes de pesos fijos, redes de aprendizaje supervisado, redes de aprendizaje no supervisado y redes de aprendizaje reforzado.

El proceso de aprendizaje consiste en la presentación de un conjunto de señales de entradas a la red, que al ser procesadas producen la subsiguiente modificación de los pesos de las conexiones siguiendo alguna regla de aprendizaje que trata de optimizar su respuesta, generalmente mediante la minimización del error o la optimización de alguna función de energía. En general, se hacen las siguientes consideraciones, que se aplican para la mayoría de las redes neuronales:

- 1. Establecer siempre algún tipo de regla de aprendizaje, que indique como se modificarán los pesos de las conexiones en función de los datos usados en la entrada.
- 2. Presentar repetidamente un número amplio de ejemplos de entrenamiento hasta lograr una res-

puesta satisfactoria del sistema, determinada por alguna medida de error.

 Disponer de un conjunto de datos distintos a los usados para el entrenamiento, evaluando con ello si la red responde adecuadamente frente a datos distintos a los usados durante el aprendizaje, de forma de que la red sea capaz de lograr la generalización.

Para las redes de pesos fijos no existe ningún tipo de entrenamiento o aprendizaje, en consecuencia no se realizan las consideraciones anteriores, los modelos no requieren modificar los pesos de las conexiones, sino que son precalculados y pre-establecidos antes de presentarsele patrones a la red, por lo que la capacidad de aprendizaje no es esencial.

6.4.1. Aprendizaje supervisado

Consiste en la presentación de patrones de entrada junto a los patrones de salida deseados para cada patrón de entrada. El aprendizaje consiste en la modificación de los pesos de las conexiones, mediante alguna regla de entrenamiento, en el sentido de reducir la discrepancia entre la salida obtenida y la deseada. Algunas de las reglas asociadas a este tipo de aprendizaje se mencionan a continuación:

- **Regla Delta o Widrow-Hoff:** Esta regla calcula cambios pequeños para los pesos y polarizaciones de una neurona en la dirección que crece el error de la neurona. La dirección se encuentra al derivar la suma de los errores cuadráticos con respecto a estos parámetros (Zamarreño 1996).
- **Propagación del error hacia atrás (Backpropagation):** Es la generalización de la regla Widrow-Hoff, se actualizan los valores de los pesos comenzando desde la capa de salida a partir del error cometido, corrigiéndose hacia atrás por la red los pesos de las capas anteriores.

6.4.2. Aprendizaje no supervisado o auto-organizado

En el aprendizaje auto-organizado no se requiere presentar patrones de salida deseados. El algoritmo y la regla de modificación de las conexiones producen vectores de salida consistentes, por lo que, la presentación de un patrón aprendido o parecido a él, produce siempre la misma salida. Se considera que el proceso de aprendizaje es capaz de extraer ciertas propiedades estadísticas de los ejemplos de aprendizaje y agruparlos en categorías o clases de patrones similares (Zamarreño 2002). Este tipo de aprendizaje es utilizado para generadores de categorías (**clustering**). Algunas de las reglas aplicadas son:

- **Regla Hebb:** Si dos neuronas están activas la conexión se refuerza, y se debilita cuando una de las dos es pasiva
- **Regla Kohonen:** Es una modificación de la regla Hebb, utiliza únicamente un conjunto de vectores de entrada, extrae las propiedades estadísticas del conjunto y las agrupa en vectores similares que definirán una clase

6.4.3. Aprendizaje reforzado

Es similar a la del aprendizaje supervisado, solo que en este caso se le indica a la red si la salida ofrecida por la red es correcta o incorrecta, pero no se le indica que respuesta debe dar. Este tipo de aprendizaje es conocido también como premio-castigo.

6.5. RNA que representan el tiempo

Estos modelos son capaces de representar la dinámica de un proceso, ya que dependen de las entradas actuales y también de la historia pasada para determinar o predecir un comportamiento. Para que la red neuronal tenga presente situaciones pasadas, es preciso dotarla de memoria, y esto puede hacerse comúnmente: introduciendo en la red tanto valores actuales, como pasados, o realizando conexiones recurrentes.

A continuación algunos métodos utilizados para redes que representan el tiempo (Zamarreño 1996):

- Propagación del error a través del tiempo (BPTT, *Backpropagation through time*). Se aplica a cualquier tipo de red recurrente y consiste en transformar la red recurrente en una perceptrón multicapa. Cada capa de la nueva red representa un cierto período de tiempo de la red recurrente. Esta transformación fue descrita originalmente en (Minsky and Papert, 1969).
- Redes perceptrón multicapa con ventana temporal. Este tipo de arquitectura representa el comportamiento temporal mediante ventanas de datos pasados tanto de entradas como de salidas. Estas ventanas son alimentadas a la entrada de la red neuronal, obteniéndose a la salida de la red predicciones sobre la salida del sistema modelado.
- Redes neuronales parcialmente recurrentes. En este tipo de redes, las conexiones recurrentes tienen valores fijos, comportándose la red como una red perceptrón multicapa. Ejemplos de este tipo de redes: Elman (1990) y Jordan (1986).
- Redes neuronales completamente recurrentes. En esta configuración todas las neuronas, excepto las pertenecientes a la capa de entrada, están conectadas unas con otras.
- Redes neuronales basadas en filtros. La arquitectura de este tipo de red es semejante a una perceptrón multicapa solo que se introducen filtros a lo largo de la red para atrapar el comportamiento dinámico de la red. Un modelo utilizado puede ser con un filtro de primer orden y ganancia unidad colocado a la salida de cada neurona de la capa oculta.

6.6. Observador de redes neuronales dinámicas para DDF

En esta sección se describe la aplicación de una técnica basada en redes neuronales dinámicas para la detección y diagnóstico de fallos. Se presenta la arquitectura utilizada y las premisas del entrenamiento. La construcción del banco observador se realiza con redes neuronales basadas en filtros que describen los diferentes comportamientos de un sistema. Considerando que los fallos se ven afectados por los controladores de los sistemas a lazo cerrado, los patrones de entrenamiento son obtenidos en sistemas a lazo cerrado. La aplicación requiere el conocimiento de una gran cantidad de datos de los diferentes comportamientos del sistema. El método de detección y diagnóstico esta basado en los residuos (desviación mínima de los errores), calculados como las diferencias entre el valor medido y el estimado dado por el observador, estos son pasados al modulo de diagnóstico para tomar la decisión final del comportamiento del sistema con la ayuda de una matriz de incidencia. El esquema general del DDF es presentado en la figura 6.5.



Figura 6.5: Esquema de observador generalizado

6.6.1. Arquitectura del observador neuronal

La arquitectura del observador neuronal esta basada en un conjunto de redes neuronales dinámicas integradas en el esquema de observador generalizado. Cada red captura la dinámica del proceso para alcanzar una aproximación adecuada de la salida objetivo, utilizando un número reducido de variables de entrada. Entonces, se define un modelo con múltiples entradas y una sola salida (**MISO**) de tipo auto regresivo no lineal (**N-ARMAX**) para cada tipo de comportamiento presente en el sistema en estudio. La implementación es con una estructura DMLP (*Dynamic multilayer perceptron*), que consta de una estructura MLP con filtros internos, figura 6.6.

Esta estructura ha sido definida del estudio de (Marcu et al., 1999), (Marcu et al., 2001), tiene dos capas, en la primera, la capa oculta, tiene *s* neuronas con *s* filtros; y en la segunda, la capa de salida, se tiene una neurona con un filtro. Las entradas son señales muestreadas que están conformadas con las variables de salida del sistema (x) y las variables manipuladas (u), y pasan a la capa oculta (h), siguiendo la siguiente regla:



Figura 6.6: Estructura de red neuronal DMLP

$$\hat{x}[k] := f_i(x[k-1], u[k]) \tag{6.3}$$

siendo k la indicación de que las señales son muestreadas.

La entrada de los filtros es el resultado de multiplicar los pesos por las entradas a la capa oculta:

$$x_{s}^{h}[k] = \sum_{i=1}^{n} w_{s,i}^{h} \hat{x}_{i}[k]$$
(6.4)

siendo $w_{s,i}^h$: Peso de cada neurona (s) y cada entrada (n) de la capa oculta.

Luego en la capa oculta se cumple:

$$\tilde{y}_{s}^{h}[k] = \left\{ \sum_{j=0}^{m} \{ b_{s,j}^{h} x_{s}^{h}[k-j] \} \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^{n} \{ a_{s,i}^{h} \tilde{y}_{s}^{h}[k-i] \} \right\}$$
(6.5)

siendo, $b_{s,j}^h$ los coeficientes del numerador del filtro con orden *m* y $a_{s,i}^h$ los coeficientes del denominador del filtro con orden *n*.

La función de activación F es del tipo tangente hiperbólico, su entrada se define:

$$z_s^h[k] = \tilde{y}_s^h[k] + b_s^h \tag{6.6}$$

con, b_s^h como término de bias.

6.6. OBSERVADOR DE REDES NEURONALES DINÁMICAS PARA DDF

Obteniéndose la salida de la función de activación F:

$$y_s^h[k] = F(z_s^h[k]) = \frac{2}{(1 + e^{-2z_s^h[k]})^{-1}}$$
(6.7)

181

Donde el resultado es procesado por la tangente hiperbólica, que se encuentra definida para un rango de salida entre -1 y +1. La capa de salida tiene una descripción similar, aunque en este caso no tenemos una matriz de pesos sino un vector de pesos y un solo filtro, así la entrada del filtro será:

$$x^{0}[k] = \sum_{s=1}^{S} w_{s}^{0} y_{s}^{h}[k]$$
(6.8)

y la salida del filtro:

$$y^{0}[k] = \left\{ \sum_{j=0}^{m} \{b_{j}^{0} x^{0}[k-j]\} \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^{n} \{a_{i}^{0} y^{0}[k-i]\} \right\}$$
(6.9)

Donde b_j^0 son los coeficientes del numerador del filtro con orden *m* y a_i^0 son los coeficientes del denominador del filtro con orden *n*.

La salida de la red resulta de la evaluación de la función de activación F, dónde su entrada es:

$$z^{0}[k] = \tilde{y}^{0}[k] + b^{0} \tag{6.10}$$

con, b^0 como término de bias.

Obteniéndose la salida de la estructura como:

$$y[k] = F(z^{0}[k]) = \frac{2}{(1 + e^{-2z^{0}[k]})^{-1}}$$
(6.11)

6.6.2. Determinación de la red neuronal

El objetivo de una red neuronal es alcanzar una aproximación adecuada de la salida objetivo. Cuando el proceso es multivariable o presenta diferentes comportamientos se pueden definir varias salidas objetivo.

Toda aplicación con redes neuronales requiere que exista una cantidad de datos suficientes y apropiados. Si el sistema tiene diferentes comportamientos puede definirse una clase por cada tipo de comportamiento y aplicarse una estructura DMLP u otra por cada uno de ellos, así, puede sintetizarse un banco de modelos de redes neuronales, las cuales deben ser sensibles individualmente a un tipo de comportamiento o clase, y poder detectar y aislar el comportamiento del proceso.

6.6.3. Protocolo de entrenamiento

Los datos utilizados para el aprendizaje de una red neuronal deben definir las características dinámicas del proceso. Entonces, se establece un protocolo de entrenamiento con la entrada persistentemente excitada.

En la práctica se escoge un tipo de señal de entrada que suministre información del sistema en un amplio rango de frecuencias y que sea fácilmente generable, como un tren de saltos de distinta duración. Las frecuencias para el protocolo de entrenamiento dependen del tiempo de respuesta del sistema. Se considera que deben existir escalones con una duración del doble de tiempo de respuesta del sistema para permitir que se alcance el estado estacionario y sea posible identificar la ganancia; el resto de los escalones tiene por objetivo excitar los distintos polos del sistema (Zamarreño 1996). Un protocolo de entrenamiento posible se inicia con escalones de la señal de frecuencia mas baja considerada hasta llegar a los escalones de señal de la frecuencia mas alta necesaria, figura 6.7.



Figura 6.7: Protocolo de señal de entrada para entrenamiento

Para sistemas no lineales, el comportamiento depende del punto de trabajo en que esté el proceso, por lo que su ganancia y/o su comportamiento dinámico puede ser distinto en cada punto de funcionamiento. La forma apropiada de generar los datos de entrenamiento es repitiendo un protocolo como el presentado anteriormente con varias amplitudes y en distintos puntos, de tal manera de cubrir un rango de operación aceptable, figura 6.8. En este punto se debe considerar las limitaciones propias impuestas por la no linealidad del sistema.

En sistemas multivariables la aplicación del protocolo de entrenamiento con la entrada persistentemente excitada considera que para capturar la dinámica deben estimarse todas las posibles interacciones de las variables, produciéndose periodos de tiempo en que todas las variables deben estar en reposo, luego alguna de ellas persistentemente excitada y las otras en reposo, cubriéndose esta situación con todas las variables y por ultimo la excitación de todas las variables. Un ejemplo del protocolo para dos variables se presenta en la figura 6.9.

Una vez que se selecciona el protocolo de entrenamiento adecuado al tipo de sistema en estudio, similar a los presentados en las figuras 6.8 y 6.9, se debe normalizar los datos para evitar problemas de



Figura 6.8: Protocolo de entrenamiento para sistemas no lineales



Figura 6.9: Protocolo de entrenamiento típicos para dos variables

convergencia de los algoritmos de entrenamiento. Para reproducir las condiciones en que se encuentran los datos a nivel industrial, se debe considerar que los sistemas se encuentran operando en lazo cerrado y que los controladores están diseñados para trabajar en ciertos rangos, que distan de valores normalizados. Por ello, es recomendable para capturar la dinámica del sistema, que se divida el problema en dos etapas: En la primera etapa se realiza un procesamiento online de una gran cantidad de datos, sea en simulación u obteniendo datos de planta real, recolectando información de los comportamientos del sistema, las limitaciones físicas, los efectos de los controladores y los valores reales de las variables; en la segunda etapa se debe realizar la normalización de los datos en un procesamiento *offline*, y almacenar las medias y desviaciones estándar en cada comportamiento para poder obtener las redes neuronales adecuadas sin problemas de procesamiento de señales.

6.6.4. Protocolo de validación

El protocolo de validación se utiliza para comprobar la validez de las redes calculadas con un conjunto de datos llamados de validación, que comprueban la capacidad de generalización de las redes obtenidas para cada clase o comportamiento conocida. En este caso los protocolos creados no tienen una excitación tan persistente y se busca que su comportamiento sea muy parecido al estado de operación normal del sistema, o si el sistema es no lineal que cubra el rango de interés de los comportamientos, figura 6.10.



Figura 6.10: Datos típicos para validación

En este paso el diseño del sistema con la red neuronal debe considerar un preprocesamiento de normalización de los datos para la entrada a la red y un postprocesamiento a la salida de la misma.

6.6.5. Algoritmo de entrenamiento

Muchos métodos han sido propuestos para realizar los procesos de entrenamiento. En particular en el presente trabajo se utilizó el método de optimización aleatorio modificado (*Modified Random Optimization Method* (MROM)) por presentar como ventaja la convergencia global ante el método de retropropagación dinámico extendido (*Extended Dynamic Backpropagation* (EDBP)), que es un método sencillo, pero que en ocasiones se estanca en mínimos locales, produciendo que los resultados no sean los esperados (Patan, 2002).

El algoritmo utilizado fue propuesto inicialmente por (Solis and Wets, 1981) y modificado posteriormente por (Maytas, 1995), y consiste en los siguientes pasos:

Sea $f(\vec{x})$ la función objetivo y X la región de búsqueda

- 1. Seleccionar un punto inicial $\vec{x}(0)$ e inicializar una variable k = 0 y el número total de iteraciones *M*.
- 2. Generar un vector aleatorio de distribución Gaussiana $\vec{\xi}(k)$. Si $\vec{x}(k) + \vec{\xi}(k) \in X$, ir al paso (3), sino al paso (4).

3. i. Si
$$f(\overrightarrow{x}(k) + \overrightarrow{\xi}(k)) < f(\overrightarrow{x}(k))$$
, hacer $\overrightarrow{x}(k+1) = \overrightarrow{x}(k) + \overrightarrow{\xi}(k)$ y $\overrightarrow{b}(k+1) = 0, 4 \overrightarrow{\xi}(k) + 0, 2 \overrightarrow{b}(k)$

ii. Si
$$f(\overrightarrow{x}(k) + \overrightarrow{\xi}(k)) \ge f(\overrightarrow{x}(k)) \ y \ f(\overrightarrow{x}(k) - \overrightarrow{\xi}(k)) < f(\overrightarrow{x}(k)), \text{ hacer } \overrightarrow{x}(k+1) = \overrightarrow{x}(k) - \overrightarrow{\xi}(k) \ y \ \overrightarrow{b}(k+1) = \overrightarrow{b}(k) - 0, 4 \ \overrightarrow{\xi}(k)$$

iii. De otro modo, hacer $\overrightarrow{x}(k+1) = \overrightarrow{x}(k)$ and $\overrightarrow{b}(k+1) = 0, 5\overrightarrow{b}(k)$, con $\overrightarrow{b}(0) = 0$

4. Si k = M, detener el algoritmo. Si k < M, hacer k = k + 1 e ir al paso (2).

6.6.6. Detección y diagnóstico de fallos

Existen diversos métodos para realizar la detección y diagnóstico de fallos en un sistema, uno de los mas simples es el test de umbral cuando se utilizan los residuos producidos entre la salida y una estimación de ella. En la aplicación de este test se evalúan los residuos, cuando los mismos son cero el sistema esta en operación normal y cuando se produce una desviación de este valor se considera que ha ocurrido un fallo. Sin embargo, en la práctica, los residuos nunca llegan a ser cero debido a los errores de modelado, las perturbaciones y el ruido. Por ello, es necesario analizar el residuo para escoger un umbral que establezca un cambio o no de comportamiento.

$$\|r(t)\| \begin{cases} 0, \quad cuando \quad y(t) - \hat{y}(t) \le r_{umbral} \\ 1, \quad cuando \quad y(t) - \hat{y}(t) > r_{umbral} \end{cases}$$
(6.12)

Cuando tenemos más de dos comportamientos presentes en el sistema es necesario utilizar un método de clasificación. Un método que utiliza los diferentes residuos que se producen en un sistema es el referido a la matriz de incidencia. La aplicación de la misma se realiza relacionando los diferentes comportamientos del sistema, colocados en las filas de las matriz, con los posibles síntomas o residuos colocados en las columnas. La matriz se llena de unos y ceros de acuerdo a la definición de los umbrales de los residuos. La presencia de un uno en una determinada fila y columna indica que cuando se produce el fallo al que corresponde la fila, se produce el síntoma al que corresponde la columna en cuestión. Si hay un cero indica lo contrario. Para que la matriz de incidencia sea útil para clasificar los diferentes comportamientos del sistema es necesario que todas las filas sean distintas.

6.7. Observador con redes neuronales para aplicación en un sistema real

El esquema de observador de redes neuronales se aplicó al sistema real de dos tanques interconectados descrito en el apéndice A.2. El patrón inicial para construir el protocolo de entrenamiento consideró el tiempo de establecimiento del sistema y los efectos de las altas frecuencias como fue descrito anteriormente, obteniéndose como función de referencia la presentada en la figura 6.11.

Como el punto de operación del sistema es de 50%, este patrón no normalizado presenta variaciones alrededor del punto de operación en un 5%. Posteriormente, para considerar los efectos de que el sistema es multivariable y no lineal, el patrón es ampliado y se producen solapamientos entre los patrones de las dos variables de referencia de nivel para que el aprendizaje sea mejorado, figura 6.12.



Figura 6.11: Patrón de referencia para el entrenamiento para planta real

Obsérvese que hay periodos de reposo en uno o ambos patrones para que el sistema alcance su tiempo de establecimiento. Finalmente, el entrenamiento de las redes neuronales que forman parte del observador viene dado por los patrones de la figura 6.13

Estos patrones se presentan sin normalizar, reflejan el comportamiento del sistema alrededor del punto de operación variando un total 40 % y son utilizados para obtener las diferentes señales del sistema en los comportamientos considerados sin y con fallos. Cabe destacar que se realizaron pruebas con redes *feedforward* para capturar la dinámica de la planta, pero el tamaño de las redes neuronales, en número de neuronas necesarias, y las respuestas obtenidos fueron muy pobres para poder detectar los diferentes fallos, al igual que resultó en una investigación previa realizada con una planta en simulación (Villegas, 2004), donde se comprobó también que las redes neuronales dinámicas respondían mejor. De hecho en ese trabajo, se probaron distintas redes neuronales dinámicas: perceptrón multicapa con ventana temporal, redes dinámicas con sólo un filtro en la salida y las redes consideradas en este trabajo (redes con filtro interno tanto en la capa oculta como en la de salida), aplicada a otra planta, y el mejor resultado se obtuvo con estas redes, por lo que es la única aplicación que se presenta en esta memoria.

En la propuesta inicial se calculó una red neuronal para cada uno de los comportamientos del sistema considerando el efecto de cada salida de nivel, es decir, 10 redes neuronales, donde corresponde para cada tanque una de comportamiento normal y una por cada tipo de fallo, que como se recordará son: atasco a la salida del tanque 1 (f_1), atasco a la salida del tanque 2 (f_2), falla del sensor de nivel del tanque 1 (f_3), y falla del sensor de nivel del tanque 2 (f_4). Sin embargo, la información sobre los fallos se presentaba en forma redundante, y en algunos casos con problemas de ganancia, seleccionándose solo 6 redes para el banco observador por presentar el mejor desempeño para la detección y diagnóstico de los fallos definidos. Así, las redes seleccionadas fueron: las de comportamiento normal



Figura 6.12: Patrones de referencia para el entrenamiento para planta real

de cada tanque, y las redes para los comportamientos de fallo para el tanque dos, por presentar un mejor desempeño.

El resultado obtenido es un esquema de observador que consta de seis (6) redes neuronales para detectar y diagnosticar los cinco (5) comportamientos del sistema de planta real utilizado. Cada red neuronal es construida en *Simulink/Matlab* como se muestra en la figura 6.14, que presenta el caso para el comportamiento normal del nivel de $h_2(t)$, y donde las señales { $h_1(t)$, $h_2(t)$, $q_1(t)$, $q_2(t)$ } son adquiridas por medio de la *toolbox* de *Real Time*, con un periodo de muestreo de 1 *seg*, como es mostrado en el apéndice A.2 para el sistema de dos tanques.

Las redes neuronales obtenidas presentan en su arquitectura individual de 4 neuronas en la capa de entrada que procesan { $h_1(t-1)$, $h_2(t-1)$, $q_1(t)$, $q_2(t)$ }, 6 filtros de orden 2 en la capa oculta y un filtro de orden 2 en la capa de salida. En el esquema de la figura 6.15 se presenta el Banco Observador con Redes neuronales obtenido para planta real. Las primeras dos redes reflejan el comportamiento normal de los niveles de h_1 y h_2 del sistema. Cuando ambas redes presentan la salida medida y la estimada con muy pocas diferencias, los residuos tienden a cero. Cuando el comportamiento es de fallo, se presentan diferencias significativas entre las señales medidas y las estimadas en una o ambas redes, y adicionalmente, dependiendo del tipo de fallo presente en el sistema, las cuatro redes restantes se han entrenado para que reflejen el comportamiento de los cuatro tipos de fallos definidos, por lo que al presentarse un fallo una de estas redes aproxima la salida estimada a la salida medida para obtener un residuo de aproximadamente cero.



Figura 6.13: Patrones de entrenamiento para planta real



Figura 6.14: Esquema del procesamiento de una red neuronal para Planta Real



Figura 6.15: Esquema del Banco Observador de redes neuronales para Planta Real

CAPÍTULO 6. REDES NEURONALES

	\mathbf{r}_1	r ₂	r ₃	r_4	r ₅	r ₆
Normal	0	0	1	1	1	1
f ₁	0	1	0	1	1	1
f ₂	0	1	1	0	1	1
f3	1	1	0	1	0	1
f4	1	1	1	1	1	0

Tabla 6.1: Matriz de Incidencia

	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r ₅	r ₆
Normal	0	0	1	1	1	0 ó 1
f ₁	0	1	0	1	1	1
f ₂	0	1	1	0	1	1
f3	1	1	0	1	0	1
f4	0 ó 1	1	1	1	1	0

Tabla 6.2: Matriz de Incidencia aplicada

El modulo de diagnóstico considera cinco (5) comportamientos del sistema y evalúa seis (6) residuos para determinar la existencia de un fallo o no. El diseño incluye una ventana móvil de 60 muestras para evaluar la media de los residuos y una ventana de 200 muestras que determina el comportamiento definitivo del sistema. Con el estudio realizado del sistema con los datos de entrenamiento se determinó la matriz de incidencia de la Tabla 6.1. Cabe destacar que la definición de los umbrales de los residuos presenta un compromiso, donde el mismo es escogido para que se presenten los menores errores posibles y que las filas de la matriz sean distintas para poder realizar un diagnóstico, sin embargo, los residuos para cada comportamiento del sistema pueden ser distintos e incluso oscilar alrededor del umbral definido, por lo que la definición de un uno o cero para la matriz de incidencia puede en algunos casos no ser la deseada. Esta situación puede ser resuelta por la inclusión de nuevas filas de la matriz que corresponderán a un comportamiento definido o la consideración o no de un residuo para la clasificación, siendo entonces la matriz utilizada la presentada en la Tabla 6.2, donde el residuo seis (r_6) puede cambiar de 0 a 1 ó viceversa sin que sea considerado para la clasificación de comportamiento normal, al igual que el residuo uno (r_1) puede cambiar para la clasificación del fallo f_4 sin afectar la clasificación.

Para la validación de las respuestas del esquema propuesto se utilizan las señales del apéndice B, y de forma de mostrar la robustez del método, se presentan en esta sección las respuestas ante las señales que presentan variación alrededor del punto de operación. En la figura 6.16 se presentan las respuestas del banco observador de las seis redes ante el comportamiento normal. En las gráficas (a) y (b) se observa que las salidas estimadas de las redes son aproximadamente las salidas medidas, correspondientes a los niveles h_1 y h_2 . Las salidas estimadas para las redes presentadas en las gráficas (c), (d) y (e) se encuentran por encima del nivel medido de h_2 ; la salida estimada en la gráfica (f) se encuentra por debajo del nivel y presenta una aproximación a la salida medida en el intervalo de 4500 a 6000, sin embargo, al evaluar la correspondiente fila de la matriz de incidencia para el caso normal, el diagnóstico obtenido es que el sistema se encuentra en comportamiento normal.



Figura 6.16: Respuesta del Observador de redes neuronales ante comportamiento normal

En la figura 6.17 se presentan los resultados obtenidos para el caso de un fallo f_1 . Este fallo ocurre en el instante 2.300, en las gráficas (a) y (b), correspondientes a la definición de comportamiento normal, se observa un cambio en el nivel, produciéndose la separación entre las salidas medidas y las aproximadas, lo que significa para el sistema de diagnóstico que ha ocurrido un fallo, y se procede a revisar los residuos de las redes entrenadas para los diferentes fallos. En la gráfica (c) se observa que la red neuronal produce una salida estimada igual a la salida medida a partir del instante del fallo, y las otras redes siguen alejadas de la salida medida, lo que establece al evaluar la fila 2 de la matriz de incidencia que el comportamiento del sistema se encuentra en fallo f_1 .

En la figura 6.18 se presentan los resultados de las redes al producirse un fallo en el sistema del tipo f_2 . Nuevamente, las gráficas (a) y (b) cambian los valores de sus salidas estimadas a partir del instante 2.700, a valores que se encuentran alejados de las salidas medidas. Las gráficas correspondientes a los



Figura 6.17: Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_1

fallos reflejan los saltos de nivel al ocurrir el fallo y solamente la gráfica (d) aproxima la salida estimada a la salida medida a partir del instante en que ocurre el fallo, determinándose el comportamiento del sistema al evaluar la fila 3 de la matriz de incidencia, ubicando el sistema en fallo f_2 . También, puede observarse en la gráfica (d) que, a partir del instante 4500 aproximadamente la red ha dejado de funcionar correctamente, en este caso el modulo de diagnóstico presenta un cambio a un estado no definido, aunque se esta partiendo del hecho de que el sistema puede encontrarse solo en dos estados, normal o en un fallo determinado.

En la figura 6.19 se presentan los resultados de las redes para el caso en que ocurra un fallo f_3 . En este caso las redes para el comportamiento normal reflejan el cambio, sobre todo en la gráfica (b), pero presentan algunos problemas de nivel en las muestras entre 4500 y 6000. La red entrenada para diagnosticar este fallo es la que se encuentra en la gráfica (e), se observa que en las primeras muestras la salida estimada tiene el mismo valor de la salida medida, pero posteriormente el error entre ambas es bastante grande. Las otras redes se encuentran alejadas del valor medido, excepto la red entrenada para



Figura 6.18: Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_2

el fallo f_1 , que esta en la gráfica (c), la red se aproxima a la salida medida entre las muestras 4.500 y 6.000, esto causa una ambigüedad en el diagnóstico, por lo que no es posible diagnosticar con certeza este tipo de fallo.

En la figura 6.20 están los resultados del banco observador para el fallo f_4 . En este caso, las respuestas de las redes de comportamiento normal reflejan que existe un fallo, los valores de las salidas estimadas están alejados de las salidas medidas. Las redes de las gráficas (c), (d) y (e) están por encima de los valores medidos. La gráfica (f) presenta que la estimación de la red es bastante aproximada, y con la ayuda de la fila 5 de la matriz de incidencia se logra determinar que el fallo es f_4 sin ningún problema hasta la muestra 4600, donde la estimación se aleja de la señal de referencia.



Figura 6.19: Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_3



Figura 6.20: Respuesta del Observador de redes neuronales ante el fallo f_4

6.8. Método híbrido usando redes neuronales y PCA

A lo largo de esta investigación se encontró en la literatura consultada diversas referencias que combinan diferentes métodos para mejorar los sistemas de diagnóstico. Al integrar las características de un método u otro se logran esquemas híbridos que pueden presentar mejor desempeño que los esquemas basados en la aplicación de una sola técnica.

En esta sección se presenta un método híbrido de DDF integrando dos de las técnicas utilizadas, redes neuronales y PCA. En concreto, se utilizan las redes neuronales como herramientas de aproximación óptima para manejar los problemas no lineales, según (Chen and Patton 1999). Con ellas, se calcula un modelo no lineal del sistema en condiciones normales de operación. Una vez obtenido el modelo, se generan los residuos como las diferencias de las variables medidas y las estimadas. Luego, estos residuos son procesados mediante PCA para detectar los fallos, como se observa en la figura 6.21. Este esquema es aplicado a la planta depuradora de aguas residuales considerada en el apéndice A3.



Generación de residuos

Figura 6.21: Esquema DDF híbrido con redes neuronales y PCA

En el esquema, para la generación de residuos se obtienen redes neuronales con múltiples entradas y una única salida (MISO), que modelan las variables más importantes de la planta. Las redes neuronales son de tipo *feedforward* o realimentadas, que capturan la dinámica de la planta, utilizando el modelo NOE, donde la salida de la red es realimentada como entrada, siendo expresada como:

$$\widehat{y}_{j}(k) = NN(\widehat{y}_{1}(k-1), \dots, \widehat{y}_{1}(k-m_{1}^{j}), \dots, \\
\dots, \widehat{y}_{j}(k-1), \dots, \widehat{y}_{j}(k-m_{j}^{j}), \dots, \\
\dots, u_{1}(k-1), \dots, u_{1}(k-m_{u1}^{j}), \dots, \\
u_{n}(k-1), \dots, u_{n}(k-m_{un}^{j}))$$
(6.13)

donde $\hat{y}_j(k)$ es la salida j-ésima calculada por la red, $u_n(k)$ son las *n* entradas a esa red, m_i^j indica el número de retardos en la salida *i* que afectan la salida *j*, y m_{ui}^j es lo mismo para las entradas. Esta red neuronal entrenada con datos recogidos de la planta en condiciones normales de operación extrae la dinámica del sistema, y el error de predicción idealmente es sólo ruido de medida. Cuando las variables de salida de la planta son comparadas con las salidas de la red neuronal, los residuos pueden calcularse como:

$$r(k) = [r_1(k) r_2(k) \dots r_n(k)]^T =$$

$$= [y_1(k) - \widehat{y}_1(k) y_2(k) - \widehat{y}_2(k) \dots y_n(k) - \widehat{y}_n(k)]^T$$
(6.14)

Ahora, se aplica PCA a estos residuos, en vez de a los datos medidos de la planta, calculando las estadísticas T^2 y Q para monitorizar la planta.

6.8.1. Aplicación a la planta depuradora de aguas residuales

Este método se ha aplicado al benchmark de la planta depuradora de aguas residuales considerada en el Apéndice A3. Para lograr caracterizar el modelo de la planta con redes neuronales, se ejecuta la simulación durante 100 días en lazo abierto para calcular un punto de operación estacionario, y a partir de ahí se ejecuta en lazo cerrado durante 28 días para obtener los datos de entrenamiento para las redes, cogiendo como siempre 100 datos al día. Se cogen dos conjuntos de datos en condiciones normales de operación, uno para entrenar y otro para validar las redes calculadas, modificando las variables manipuladas del sistema (Q_{intr} y K_{La5}). La arquitectura de la red esta dada por el apropiado ajuste basado en la predicción del error, que determina la cantidad de retardos de las entradas y de las salidas, así como el número de neuronas en la capa oculta, mediante prueba y error. En la planta de estudio se definieron 8 redes neuronales para calcular las principales variables del proceso, S_{ALK} , S_{ND} , S_{NH} , S_{NO} , S_O , S_S , X_{BA} y X_{BH} , considerando el resto de variables como entradas a las redes, de acuerdo a la ecuación (6.13). Luego se calculan los residuos (ecuación 6.14), y se procesan mediante la técnica PCA utilizando las dos gráficas de control T^2 y Q, para detectar fallos en la planta.

Este método ha sido probado con diferentes tamaños de fallo para los tres posibles fallos de la planta, los cuales están descritos en el Apéndice A3. En la tabla 6.3 se presentan los resultados de los tiempos de detección de este método de redes neuronales con PCA (NNPCA), considerando que se produce el fallo en todos los casos en el instante t = 200, y para que se detecte un fallo, la estadística correspondiente tiene que superar su umbral 11 veces consecutivas, para evitar falsas alarmas. En esta tabla también se presenta la comparación de este método con el método clásico PCA utilizado anteriormente, el método que fue entrenado para condiciones normales de operación, del capítulo 5. Como puede verse, el nuevo método NNPCA es capaz de detectar los dos primeros fallos mucho más rápidamente que el método PCA clásico, y además es capaz de detectar fallos de magnitud más

pequeña. El tamaño mínimo de fallo que es capaz de detectar PCA es del 40%, mientras que NNPCA es del 10%. Para el tercer tipo de fallo ambos métodos son equivalentes por lo que no se muestra dicho resultado.

Fallo	Tamaño	Tiempo	de detección de NNPCA	Tiempo de detección para PCA		
		T^2	Q	T^2	Q	
Fallo 1	10%	214	222	_	_	
	20%	216	216	_	_	
	40%	214	214	_	353	
	60%	214	214	267	215	
	80%	214	214	214	214	
Fallo 2	10%	214	222	_	_	
	20%	216	216	_	_	
	40%	214	214	_	221	
	60%	214	214	262	215	
	80%	214	214	222	214	

Tabla 6.3: Tiempo de detección para NNPCA y PCA

Como ejemplo gráfico, podemos ver en la figura 6.22 los resultados del método PCA y NNPCA cuando ocurre un fallo 1 (*shock* tóxico) de magnitud 20% en el instante t = 200, es decir, en el segundo día. En la columna (a) se muestran las gráficas de las estadísticas T^2 y Q del método PCA, observándose que no es posible detectar el fallo. Sin embargo, en la columna (b) se observa que las estadísticas T^2 y Q con el método híbrido: NNPCA, detectan el fallo rápidamente, justo en el instante en que ocurre.



Figura 6.22: Respuestas comparativas de los métodos PCA y NNPCA ante un fallo del tipo *shock* tóxico

El método NNPCA es más difícil de implementar que el método PCA, requiere entrenar varias redes neuronales, aunque es capaz de detectar fallos de menor magnitud en la planta.

6.9. Conclusiones

Las aplicaciones con redes neuronales en procesos donde se posea mucha información permite emular el proceso, clasificarlo o producir un tipo de salida que nos de información adecuada. El proceso de aprendizaje de las redes neuronales depende solo de la información y no del proceso en si, lo que hace que esta herramienta sea muy poderosa en cualquier campo de aplicación donde sea posible obtener mucha información del proceso.

Existen diversos tipos de arquitecturas muy conocidas de redes neuronales con funcionamientos específicos, al igual que reglas de entrenamiento, que han permitido la evolución hacia nuevas arquitecturas. Cada nueva arquitectura de redes neuronales ha surgido de la modificación de alguna existente o una combinación del perceptron básico por lo que seguirán surgiendo nuevas arquitecturas y reglas de entrenamiento.

Las redes neuronales **DMLP** capturan la dinámica del sistema y son eficientes en cuanto al manejo de la cantidad de señales de entrada, número de neuronas de la capa de entrada y orden de los filtros. Sin embargo, presentan problemas con la ganancia de la señal estimada debido a la normalización de las señales para evitar los problemas de convergencia en el método de entrenamiento. Esto supone la simetría de comportamiento del sistema al considerar una referencia y cambiar hacia un valor superior o inferior en la misma cantidad y forma, que para sistemas no lineales no se cumple, dado que la dinámica del sistema en el incremento de la referencia puede ser diferente a la dinámica que se presenta en el decrecimiento de la señal, y hay que tenerlo presente para el esquema DDF.

Un banco observador de redes neuronales presenta muchas ventajas para clasificar los diferentes comportamientos ya que las redes son entrenadas específicamente para un solo comportamiento, permitiendo obtener mayor eficiencia en los resultados. Además, en los casos que existe mucha información del procesos en los diferentes comportamientos es una forma sencilla de aprovecharla y obtener un esquema DDF.

Finalmente, una prueba de un método híbrido como NNPCA nos muestra que la solución del esquema de DDF puede ser mas exacta y presentar muchas ventajas ante otros métodos, en este caso PCA. Sin embargo, la aplicación de este método es más difícil de implementar debido a que es necesario construir y entrenar varias redes neuronales.

CAPÍTULO 6. REDES NEURONALES

Capítulo 7

Conclusiones y líneas futuras de investigación

En este capítulo se presentan las conclusiones y principales aportes obtenidos en el desarrollo de este trabajo. Se realiza una comparación de los diferentes métodos utilizados en base a las características deseables de un esquema de detección y diagnóstico de fallos. Adicionalmente, se incluye las líneas futuras de investigación.

7.1. Conclusiones

La aplicación de un esquema de detección y diagnóstico de fallos (DDF) debe estar ajustado al tipo de sistema lineal o no lineal, tipo de información disponible, estudio de las limitaciones y restricciones de los sistemas simulados y sistemas reales, y además considerar si la aplicación se hará en el ámbito académico o industrial. En este trabajo se realizó una revisión de las diferentes metodologías publicadas en la literatura para alcanzar las metas del diseño de los esquemas propuestos, que pertenecen a las categorías de métodos analíticos, métodos basados en señal y métodos basados en conocimiento.

Los métodos analíticos requieren un conocimiento a priori de las entradas y salidas del sistema, y de todas las formas de interacción con el ambiente para definir adecuadamente el número de fallos presentes y el diagnóstico. Sin embargo, en la práctica suele haber poca información del efecto del ruido y las perturbaciones externas. Esto en general, es una limitación de todos los métodos analíticos. Adicionalmente, a nivel industrial las aplicaciones de estos métodos han tenido poco impacto, dado que la mayoría de los procesos son no lineales, mientras que la teoría de los métodos analíticos esta basada en el diseño lineal, y por ende no presenta ventajas ante otros métodos que se basan en análisis mas simples. No obstante, la propuesta realizada en el presente trabajo se basa en un método analítico cuantitativo que utiliza el modelo de la planta en un esquema DDF con filtros diseñados mediante desigualdades matriciales lineales (LMIs), que presenta un buen desempeño y robustez para sistemas no lineales dentro de un amplio rango de operación, y con la ventaja que el esquema de diseño con

el planteamiento de planta generalizada puede aplicarse a cualquier tipo de sistema representado en variables de estado.

Dado el compromiso entre los diferentes objetivos de un esquema de control, el diseño multiobjetivo siempre impone limitaciones a la solución. En el esquema propuesto se logra alcanzar la solución óptima diseñando cada filtro por separado a través del conjunto de LMIs correspondientes. En un caso, el diseño se realizó para rechazar la incertidumbre por las no linealidades y en el otro, para rechazar el ruido y las perturbaciones.

Para diseñar el filtro capaz de rechazar la incertidumbre se requiere información del sistema en diferentes puntos de operación de manera de poder capturar las características dinámicas del sistema. En consecuencia, si no se dispone de esta información la validez del método esta limitada y se hace difícil su aplicación.

En el diseño del filtro utilizado para rechazar el ruido y las perturbaciones, es necesario incluir en el desarrollo matemático de la representación del sistema en variables de estado los efectos del primer filtro, lo que aumenta la complejidad del diseño.

La propuesta del esquema de DDF con filtros calculados con LMIs presentó patrones característicos en sus correspondientes señales de error utilizadas para diagnosticar los fallos presentes en los sistemas, manteniéndose indistintamente si el sistema operaba en valores fijos o presentando variaciones en su punto de operación. Además, los mismos se presentaron sin retardo al ocurrir un comportamiento u otro.

Este estudio se aplicó en el ámbito académico a dos sistemas no lineales multivariables de segundo orden, donde se obtuvieron buenos resultados, aunque el proceso de optimización con la aplicación de LMI's fue complejo y difícil de implementar desde el punto de vista matemático. Deduciéndose que para un proceso con un orden superior el nivel de dificultad se incrementa para implementar la solución.

Los métodos basados en señal, a diferencia de los métodos analíticos, buscan las desviaciones de las señales de sus patrones característicos. Dependiendo del método aplicado, es posible extraer las características ocultas, relaciones entre las señales y reducir el orden del sistema. Estas características mencionadas son atribuibles principalmente a los métodos estadísticos como FDA, PLS, PCA, ICA entre otros, utilizándose en este trabajo el análisis de componentes principales (PCA) y el análisis de componentes independientes (ICA). En los esquemas propuestos, estos métodos presentaron un buen desempeño y robustez ante los efectos de las no linealidades del sistema, el ruido y el controlador. Comprobándose la premisa de que las características estadísticas de las señales se mantienen en cada uno de los comportamientos posibles del sistema.

Cuando se utilizan técnicas estadísticas para estudiar un conjunto de datos, es necesario que todas las variables puedan suministrar información en una base estándar por lo que deben ser independientes de sus unidades y se requiere un proceso de normalización adecuado.

Para los sistemas estudiados se logró verificar que las propiedades estadísticas de los conjuntos de

7.1. CONCLUSIONES

datos eran diferentes para cada comportamiento posible del sistema. Por lo que el esquema empleado en banco observador, aplicando las técnicas estadísticas, permite detectar y diagnosticar mejor cada comportamiento en el sistema.

La técnica PCA extrae la información estadística importante de las variables y reduce la dimensión del problema siempre que exista variabilidad en el conjunto de datos. Si esta última característica no esta presente, la reducción de la dimensión del problema no podrá lograrse.

Para obtener un mejor desempeño y robustez en los modelos PCA, el diseño debe considerar los conjuntos de datos que incluyan todas las variaciones posibles del punto de operación del sistema dentro de cada comportamiento posible.

Para el diagnóstico de fallos con modelos PCA es posible utilizar la información de las estadísticas T^2 y Q, que representan las propiedades de cada conjunto de datos. En los sistemas estudiados se utilizó solo la estadística Q por suministrar la información mas robusta en cada tipo de comportamiento.

En el caso de la técnicas ICA, para lograr la reducción de la dimensionalidad del problema, debe existir una mezcla de características estadísticas independientes dentro de las variables del conjunto de datos.

Realizando consideraciones similares a las aplicadas en el diseño de los modelos PCA, se lograron obtener esquemas de DDF con ICA de buen desempeño y robustez ante el ruido y las perturbaciones. No obstante, los requerimientos computacionales son mas altos y el nivel de dificultad es mayor en el desarrollo matemático de esta técnica que en la técnica de PCA.

El diagnóstico se realizó con el monitoreo de los cambios de las estadísticas de los modelos. En este caso se utilizaron tres tipos de estadísticas I^2 , $Q \in I_e^2$, que son estimadas con una función de kernel, para complementarse en el diagnóstico del comportamiento del sistema. Los niveles de cambio de las estadísticas resultaron muy superiores a los obtenidos con la técnica PCA, presentándose una buena definición para el análisis de diagnóstico.

En el presente trabajo se aplicaron las técnicas estadísticas mencionadas a sistemas del ámbito académico. El análisis desarrollado se adaptó fácilmente a dos tipos de sistemas para detectar y diagnosticar en un caso fallos de instrumentos y en el otro fallos paramétricos, obteniéndose modelos con buen desempeño y robustez.

La aplicación de las técnicas de PCA e ICA en modelos estáticos versus modelos dinámicos, en los sistemas estudiados, no presentó ventajas significativas de uno sobre otro. Las técnicas de PCA e ICA en modelos dinámicos aumentan el tiempo de diseño y de procesamiento en los esquemas DDF propuestos, siendo su aplicación recomendable solo para aquellos casos donde se haya comprobado que presentan ventajas.

Las técnicas estadísticas empleadas permiten un fácil diagnóstico de los comportamientos de los sistemas al analizar si los umbrales fueron o no superados en cada uno de los modelos empleados en el esquema DDF. Además, el diagnóstico puede realizarse sin ambigüedad en un tiempo muy corto.

Estas técnicas estadísticas nos permiten obtener una representación reducida del problema que será

valido siempre que se haya verificado, dentro del conjunto de datos estudiados, que las propiedades estadísticas no se representan con un solo elemento.

En contraste con los métodos anteriores, los métodos cualitativos basados en el profundo conocimiento, proveen una explicación de la vía o camino de propagación de un fallo. Esto viene a ser un mecanismo de soporte para las decisiones de un operador y garantiza la identificación del fallo. Al contrario de los métodos cuantitativos, en estos métodos el razonamiento cualitativo puede tener ambigüedades en la solución. Las propuestas con patrones de reconocimiento o clasificadores son construidas generalmente con datos históricos del proceso. Las arquitecturas con redes neuronales (RNA) han demostrado buen desempeño en términos de requerimientos de robustez al ruido y aislabilidad.

Para detectar y diagnosticar los diferentes comportamientos posibles del sistema es necesario que existan conjuntos de datos que permitan establecer las diferencias en las variables ante cada comportamiento. Si no existen suficientes datos para cada uno de los comportamientos posibles del sistema no se logrará detectar y diagnosticar correctamente con redes neuronales.

Capturar la dinámica de sistemas no lineales con redes neuronales suele ser una tarea difícil, se debe examinar diversas propuestas y sus limitaciones para elegir adecuadamente. La definición de la estructura de las redes neuronales del esquema propuesto fue el resultado de un análisis previo, donde estructuras mas utilizadas como las redes multicapa *feedforward*, no lograban alcanzar un buen desempeño.

Se comprobó que para sistemas dinámicos no lineales las redes neuronales multicapa con filtros internos logran los objetivos de diseño con estructuras que requieren pocas neuronas en cada capa. Estas redes agrupadas en una arquitectura de banco observador en el esquema DDF propuesto permiten la detección y diagnóstico de todos los comportamientos del sistema.

La definición de la arquitectura del banco observador de redes neuronales depende de la cantidad de comportamientos posibles en el sistema. En la arquitectura propuesta se obtuvieron 6 redes neuronales para definir cinco comportamientos posibles, donde dos de las redes determinaban el fallo o no en alguna variable medida, y las otras redes permitían determinar cuál era el fallo. El diagnóstico utilizó la desviación de las mediciones con respecto al estimado de cada red para producir una tabla de incidencias.

La detección del fallo no resultó ser tan rápida como en los casos presentados en los otros métodos y el tiempo de diagnóstico para hacerlo sin ambigüedad fue mas lento. El esquema se aplicó al sistema de planta real, utilizado en los otros métodos, donde se lograron buenos resultados al detectar y diagnosticar adecuadamente, aunque no logró buena robustez, dado que en algunos casos el diagnóstico cambio su estado, ocurriendo falsas alarmas. Sin embargo, esto puede ser debido a problemas con los datos utilizados para el entrenamiento, dado que al ser una planta real, generar los patrones ocasiona un mayor esfuerzo en el trabajo de los instrumentos.

En el caso del método híbrido NNPCA la implementación resulto ser más difícil que la del método PCA, fue necesario construir y entrenar varias redes neuronales, aunque es capaz de detectar fallos

de menor magnitud, y con mucha rapidez en la planta. Por lo que podemos pensar que una solución más exacta para la monitorización de procesos es utilizar métodos híbridos, que mezclen varios de los métodos clásicos de DDF.

En líneas generales, el punto de partida para la propuesta de un esquema de DDF son los modelos de simulación, que suministran información sobre las características, posibles limitaciones y restricciones del proceso. Si su construcción refleja el comportamiento del sistema real, los aportes al esquema DDF facilitaran las pruebas y ajustes de los métodos empleados. Si por el contrario, no se dispone de un modelo de simulación, es necesario adquirir suficientes datos del proceso real para reflejar los diferentes comportamientos del sistema. Esto desde el punto de vista industrial puede tener grandes limitaciones, ya que el comportamiento del sistema puede estar referido siempre a un único punto de operación, pueden no haberse registrado otros comportamientos o no existen datos suficientes para definir adecuadamente la dinámica del sistema.

Muchas demostraciones académicas basadas en modelos suelen ser sobre sistemas muy simples y la implementación industrial es mas compleja y las soluciones no son tan efectivas.

Otro cosa desde el punto de vista industrial que se requiere es la adaptabilidad de los esquemas de DDF ante las políticas de mejoras que conllevan cambios pequeños o grandes en los procesos y por tanto en las variables.

Finalmente, la técnica mas adecuada para un esquema DDF depende de los recursos computacionales y económicos disponibles. Sin embargo, las técnicas que permiten la representación mas sencilla del sistema permiten una reducción en los tiempos de procesamiento y diagnóstico en sistemas motorizados de supervisión. De acuerdo a los resultados obtenidos y la experiencia en cada desarrollo de los métodos utilizados, si comparamos algunas de las características deseables para los esquemas de DDF, como las que se mencionan en la tabla 7.1, la técnica mas sencilla, fácil de implementar, con buen desempeño para todos los tipos de fallo es la del método de PCA.

Característica vs. Método	LMIs	PCA	DPCA	ICA	DICA	RNA	NNPCA
Adaptabilidad	Fácil	Fácil	Fácil	Fácil	Fácil	Difícil	Difícil
Desempeño	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno
Robustez	Buena	Buena	Regular	Buena	Regular	Regular	Buena
Tiempo de respuesta	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno	Bueno	Regular	Bueno
Implementación	Difícil	Fácil	Fácil	Difícil	Difícil	Moderada	Moderada

Tabla 7.1: Comparación de los métodos de DDF

7.2. Líneas futuras de investigación

Las líneas futuras de investigación que se proponen para el futuro son:

- Estudiar la adaptabilidad de los esquemas propuestos al ámbito industrial.
- Aplicar las propuestas desarrolladas en esta tesis a sistemas mas complejos.
- Investigar nuevas técnicas para detección y diagnóstico de fallos.
- Los métodos estadísticos son los más fáciles de implementar y con buenos resultados. Por lo que sería interesante estudiar más métodos estadísticos que puedan utilizar para la tarea de DDF y/o modificar los existentes para que tengan un mejor desempeño: PCA no-lineal, PLS no-lineal, CA (correspondece analysis), etc.
- Investigar nuevas formas de diagnóstico de fallos que no necesiten datos de comportamiento de fallo para ser identificados, ya que estos datos no suelen estar disponibles en una planta industrial.

7.2. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

•

207

208
Apéndices

Apéndice A. Plantas

A.1. Sistema de dos tanques acoplados en Simulación

En esta sección se presenta una descripción del sistema de dos tanques cilíndricos acoplados con una salida y dos entradas, donde el control es ejercido sobre una variable de flujo, de acuerdo a los niveles de los tanques, como es mostrado en esquema de la figura 1.



Figura 1: Esquema del sistema para simulación

Adicionalmente, en el esquema se encuentran tuberías cilíndricas para las conexiones de los tanques, donde se han ubicado válvulas en los conductos para considerar las posibles interrupciones o fugas de flujo a través de ellos. El modelo matemático que representa la configuración se expresa:

$$A\frac{dh_1}{dt} = q_1 - q_{12} - q_{f_1} \tag{1}$$

$$A\frac{dh_2}{dt} = q_{12} - q_{20} - q_{f_2} \tag{2}$$

donde se han incluido los términos q_{f_1} y q_{f_2} que representan los fallos por fugas inferiores en los correspondientes tanques.

La aplicación de la *Ley de Torricelli* define el comportamiento de los flujos, considerados laminares, como:

$$q_{f_1} = K_1 \sqrt{2gh_1} \tag{3}$$

$$q_{f_2} = K_2 \sqrt{2gh_2} \tag{4}$$

$$q_{12} = K_{12}\sqrt{2g(h_1 - h_2)} \tag{5}$$

$$q_{20} = K_{20}\sqrt{2gh_2} \tag{6}$$

Para la construcción del modelo matemático en simulación se utiliza la herramienta Matlab/ Simulink. La escala métrica elegida es la de centímetros, y los parámetros a considerar son los siguientes:

Tabla 1: Parámetros del Sistema de Simulación					
	Parámetro	Valor	Descripción		
	A	154 cm^2	Área transversal de los tanques		
	H _{maximo}	62 cm	Nivel máximo		
	q_1	90 ml/seg	Flujo máximo		
	8	981 cm/seg^2	Aceleración de gravedad		
	$K_1 = K_2 = K_{12} = K_{20}$	0,25	Coeficiente de corrección de flujo		

Posteriormente, se establecen todos los comportamientos del sistema sin fallo y con fallos, y el tipo de fallo, que para todos los casos del estudio son abruptos. Los comportamientos definidos son siete (7) tipos, y para simularlos se considera que solo puede ocurrir un solo tipo de comportamiento (no hay fallos múltiples). En cada caso a continuación se describen las condiciones en los elementos o variables para la simulación:

- Comportamiento normal: El funcionamiento normal o sin fallo de la planta supone que no hay incidencias de los fallos, por lo que en las ecuaciones (1) y (2), los factores referidos a q_{f1} y q_{f2} (flujos de fuga) deben estar ausentes, para ello en la simulación se multiplicará por 0% la variable de fuga de cada tanque. Además, las válvulas C₁ y C₂ deben estar 100% abiertas.
- Fallo del sensor de nivel del tanque 1 (f_1): Supone que la lectura del nivel del tanque 1 esta

212

por debajo de la medida real, lográndose este efecto al multiplicar por algún porcentaje inferior al 100 % a la variable de nivel.

- Fuga del tanque 1 (f_2): Supone que la variable $q_{f1} \neq 0$, lográndose este efecto al multiplicar por algún porcentaje diferente de cero a la variable de flujo de fuga (q_{f1}).
- Atasco entre la tubería de interconexión entre el tanque 1 y 2 (f_3): La variable $q_{12} < 100\%$ del valor normal, que es el calculado con la ecuación (5), lográndose este efecto al multiplicar por algún porcentaje inferior al 100 % a la variable de flujo (q_{12}).
- Fallo del sensor de nivel del tanque 2 (f₄): El procedimiento es similar al fallo (f₁), en este caso de la variable de nivel del tanque 2.
- Fuga del tanque 2 (f_5): El procedimiento es similar al fallo (f_2), en este caso la variable de flujo de fuga (q_{f_2}).
- Atasco a la salida del tanque 2 (f₆): El procedimiento es similar al fallo (f₃), en este caso de la variable de flujo (q₂₀).

En este esquema se encuentran definidos varios recuadros agrupados en cuatro columnas: la primera columna a la izquierda define la habilitación de los fallos de acuerdo a su definición, utilizándose 0 para el 0 % y 1 para el 100 %, que de la forma presentada, en la figura 2, son los valores para el comportamiento normal; en la columna de los parámetros se ha incluido la señal de control y los parámetros definidos, donde el valor de K_i es una combinación (multiplicación) de un factor a_{zi} y S_{ni} que se asocian a la construcción, área de la tubería y tipo de flujo; en la columna de ecuaciones matemáticas se han definido dos subsistemas que permiten la construcción de las ecuaciones del modelo para calcular los niveles de los tanques; y la última columna presenta los monitores del cálculo de nivel de cada tanque, donde se han incluido bloques para simular ruido blanco aditivo a las señales de salida de cada sensor de nivel.

En la figura 3 se muestra la construcción interna de los dos subsistemas para el cálculo del modelo matemático de cada una de las ecuaciones (1) y (2), donde al simular un estado de fallo entrará la señal correspondiente entre 0 y 1 por medio de una función escalón (step) al habilitar el correspondiente fallo.

Otras consideraciones para construir el modelo son las limitaciones físicas de las variables, el tiempo de respuesta del sistema y el funcionamiento a lazo cerrado para mantener el nivel de los tanques. En la figura 4 se muestra un esquema general donde la planta es presentada como un subsistema funcionando a lazo cerrado, se utilizan dos programas en matlab, uno es para el controlador PI para la variable de nivel del tanque 1, el otro es para simular los fallos en cualquier instante de tiempo, de acuerdo a la definición presentada.



Figura 2: Esquema del Sistema de dos tanques y con una variable a controlar.



(b) Ecuación 2.

Figura 3: Vista interna en los bloques de construcción de las ecuaciones matemáticas del modelo.



Figura 4: Sistema de dos tanques con una variable a controlar.

A.2. Sistema de dos tanques acoplados

El estudio del presente trabajo se realiza sobre un sistema de dos tanques acoplados que se encuentra situado en el laboratorio del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Valladolid en la Facultad de Ciencias.

Descripción del sistema

El sistema consta de dos tanques cilíndricos de la misma área transversal (*A*) y altura ($h_1 = h_2$), conectados entre sí mediante un conducto circular. Dispone de dos bombas (Flojet) para suministrar los flujos q_1 y q_2 correspondientes en los tanques 1 y 2. Cada tanque esta equipado con un sensor de nivel (*Kent-Taylor*, serie 80) y dispone de una salida de flujo hacia un deposito común del que toman su caudal las bombas. Estos están dispuestos físicamente como se muestra en la figura 5.



(a) Planta Real.

(b) Esquema del sistema.

Figura 5: Sistema de dos tanques.

Adicionalmente, los conductos de salida y entre tanques disponen de válvulas manuales, que en operación normal deben estar abiertas en un 100%. Bajo esta premisa, el modelo matemático que representa la configuración se expresa:

$$A\frac{dh_1}{dt} = q_1 - q_{10} - q_{12} \tag{7}$$

$$A\frac{dh_2}{dt} = q_2 + q_{12} - q_{20} \tag{8}$$

La aplicación de la Ley de Torricelli define el comportamiento de los flujos:

$$q_{10} = K_{10}\sqrt{2gh_1} \tag{9}$$

$$q_{12} = K_{12}\sqrt{2g(h_1 - h_2)} \tag{10}$$

$$q_{20} = K_{20}\sqrt{2gh_2} \tag{11}$$

El valor de los parámetros para este modelo se encuentra en la Tabla 2, donde se muestran valores típicos para los coeficientes de corrección de flujo que suelen ser determinados experimentalmente.

Símbolo	Valor	Parámetro	
A	$66,5 \ cm^2$	Área transversal del tanque	
H_{max}	36,3 <i>cm</i>	Nivel de tanque máximo	
$q_1 = q_2$	$100 \ ml/seg$	Flujo máximo por la bomba	
$K_{10} = K_{12} = K_{20}$	0,25	Coeficiente de corrección de flujo	

Tabla 2: Parámetros del Sistema de Planta Real

En la planta real, los valores de nivel de los tanques son utilizados en valores porcentuales, por lo que la altura máxima señalada (H_{max}) representa el 100 %.

Al construirse un modelo matemático del sistema se considera siempre un funcionamiento ideal, sin embargo, todo sistema real esta sometido a muchos factores que pueden perturbar o cambiar completamente su comportamiento. En el sistema en estudio se posee una instrumentación que permite realizar el control de nivel de los tanques, por lo que hay que considerar los efectos de degradación, descalibración, mal mantenimiento, etc. Por esta razón, la construcción del esquema de detección y diagnóstico de fallos debe ser capaz de identificar los posibles comportamientos del sistema, definiéndose como aquellos de mayor interés:

- Comportamiento Normal. Es el comportamiento que describe el modelo matemático presentado, y que se considera como comportamiento sin falla.
- Atasco a la salida del tanque 1. Este comportamiento es el descrito por un cambio en el flujo a la salida del tanque 1, medido en la variable q₁₀ que no cumple la relación matemática. Se produce una reducción del flujo en ese conducto por una obstrucción real en la tubería o un cierre parcial de la válvula manual asociada. Al presentarse la obstrucción se considera que existe un fallo f₁.
- Atasco a la salida del tanque 2. Este fallo es similar al anterior, hay un cambio en el flujo a la salida del tanque 2, medido en la variable q_{20} . Al presentarse la obstrucción se considera que existe un fallo f_2 .
- Falla en la lectura del nivel del tanque 1. Este comportamiento viene dado por una falsa lectura del nivel real del tanque 1 por el sensor, esta asociado directamente al instrumento de medición (fallo *f*₃).
- Falla en la lectura del nivel del tanque 2. Falsa lectura por el sensor del tanque 2 (fallo f₄).

Para apoyar el estudio del comportamiento del Sistema de dos Tanques se construyó un Simulador del modelo matemático en **Matlab/Simulink**. Para ello, se consideraron los siguientes aspectos:

- 1. **Tipo de sistema**. El sistema es no lineal, por lo que en general es necesario determinar una banda de trabajo alrededor del punto de operación.
- 2. **Comportamiento del sistema**. Todos los posibles estados en que se encuentre el sistema en sus operaciones (Casos de interés).
- 3. **Señales de entrada y salida**. Para el cálculo del modelo del sistema es necesario estudiar los datos, determinar cual información es relevante para cada comportamiento del sistema.
- 4. Objetivo de control del sistema. Mantener el nivel de los tanques en una referencia deseada.
- 5. Limitaciones físicas. Todas aquellas referidas a las capacidades reales de los instrumentos.

Considerando los aspectos mencionados y realizando los correspondientes ajustes del modelo con datos adquiridos de la planta real se logró una aproximación conveniente para las aplicaciones. El sistema se adecuó para que el punto de operación se encuentre a una altura 50 % para h_1 y h_2 . Se diseñaron dos (2) controladores PIDs digitales para alcanzar el objetivo de control. Además se consideró el tiempo de muestreo necesario, de acuerdo al *Teorema de Shannon*, utilizado en la teoría de identificación de sistemas, y a las limitaciones propias de la herramienta computacional. El esquema utilizado para la construcción matemática de la planta se muestra en la figura 6

En este esquema, se encuentran en la parte izquierda las señales de entrada a los subsistemas que evalúan las ecuaciones del Sistema de dos Tanques. Estas son los parámetros de valor constante (gravedad, factores de corrección, área transversal de la tubería) y las señales de flujo q_1 y q_2 que provienen de las salidas de los controladores PIDs diseñados. Para los factores de corrección se realizó el ajuste experimentalmente, utilizando el producto de S_n y los correspondientes a_z ($K_{10} = S_n.a_{10}$, $K_{12} = S_n.a_{12}$, $K_{20} = S_n.a_{20}$). En la parte derecha se encuentran principalmente las señales de salida estimadas (niveles de los tanques y flujos por las tuberías). También se encuentran ubicados allí dos bloques para simular las fallas en algún porcentaje de los sensores (Elementos indicados como Falla de sensor tanque 1 y 2) y una serie de bloques para simular ruido blanco aditivo a la señal de salida de cada sensor de nivel.

Dentro de los bloques correspondientes a cada una de las ecuaciones, que pueden ser observados en la figura 7, se han ubicado los bloques de simulación de los atascos, que en general son bloques de señal escalón (*step*) de valor 1 cuando no existe fallo y de un valor menor a uno cuando se simula un fallo, comenzando este desde el principio de la simulación o a partir de un instante determinado.

Estos esquemas de simulación son necesarios para el desarrollo del trabajo debido a que se adquiere mayor cantidad de información sobre el proceso, sin someter a la planta real a esfuerzos extremos.

Comunicación con Planta Real



Figura 6: Modelo matemático del Sistema de dos tanques.

Las comunicaciones con la planta real se logra por medio de un computador Pentium III, conectado a una tarjeta de comunicaciones A/D (*ComputerBoards* CIO-AD16, 0-5V) que permite la adquisición y envío de datos a la planta real utilizando la *toolbox* de *Real Time* de **Matlab/Simulink**. En la figura 8 se muestran los lazos cerrados de forma independiente para ejercer el control sobre cada sensor de nivel. Cada lazo de control consta de dos bloques *S-function* que permiten la ejecución de un programa en línea para los diferentes propósitos (controlador PIDs y conversión de la señal proveniente del bloque de comunicaciones a una medida adecuada), un filtro para eliminar el ruido de señal, un bloque de señal escalón (*Step*) para generar una falla en el sensor de nivel correspondiente y tres bloques de observación de señales (*Scope*).

Los filtros para el ruido son *pasa-bajo Butterworth* discretos de segundo orden y su configuración es:

$$F(z) = \frac{0,010z^2 + 0,0209z + 0,0104}{z^2 - 1,6910z + 0,7327}$$
(12)

En la figura 9 se tienen 2 bloques de terminales remotos (*Remote terminal*) utilizados para la comunicación de la PC con la planta real. El bloque señalado como *RT out* debe configurarse para enviar la información a la planta real. El bloque señalado como *RT in* es configurado para recibir las señales provenientes de la planta en unidades de voltaje, por lo que se ha previsto un programa para la



(b) Ecuación 2.

Figura 7: Vista interna en los bloques de construcción de las ecuaciones matemáticas del modelo.

conversión de las señales. Cada lazo de control posee estos elementos, configurados adecuadamente a los canales de comunicación con cada tanque y sus equipos.

Como se mencionó anteriormente el sistema es no lineal, por lo que los efectos de las no linealidades son considerados como perturbaciones para los esquemas de DDF.

En general, para todos los comportamientos posibles del sistema se considera que el punto de operación nominal es definido por los niveles de los tanques h_1 y h_2 , iguales a 50%, y el estudio se extiende a una banda que comienza en 40% y termina en 60%, donde hay diferencias entre el modelo matemático y la planta real.



Figura 8: Lazos de control del Sistema de Planta Real



Figura 9: Estructura del Canal de Comunicación con Planta Real

A.3. Sistema de planta depuradora

El modelo utilizado para la planta depuradora es el descrito por el *Benchmark: BMS1* (Alex et al., 2008). En este modelo se han unificado los diferentes criterios encontrados en la literatura y se ha implementado la estrategía de control mas adecuada para el comportamiento no lineal del sistema.

El modelo consta de un sistema reactor de dos secciones, la primera de ellas, conformada por dos tanques en serie idénticos con características anóxicas, donde las cantidades de oxígeno son muy bajas, y en la otra sección seguido por tres tanques idénticos con características aeróbicas, a los que se inyecta oxígeno con un sistema auxiliar para producir una reacción bioquímica que transforma la materia orgánica biodegradable en CO_2 . Luego de los reactores, un decantador de 10 capas, cuya entrada es por la 6^{ta} capa, separa el agua tratada de la biomasa activa. La estrategía de control básica sugerida en la literatura para la planta depuradora incorpora dos controladores tipo PI para: controlar el nivel de oxígeno disuelto en los tanques aeróbicos por manipulación del coeficiente de transferencia de oxígeno; y controlar el nivel de nitrato en los tanques anóxicos por manipulación de la rata de flujo de recirculación interna, figura 10.



Figura 10: Esquema del Proceso. Benchmark: BSM1- Planta Depuradora

El *Benchmark: BSM1* no se encuentra vinculado a una plataforma de simulación particular, existen versiones disponibles en internet en la plataforma asociada a *Matlab/simulink*, la que permite realizar cambios en la forma de introducir los fallos. En el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Valladolid se realizaron algunos cambios para introducir los fallos, y en este trabajo se utilizó esta versión.

El simulador es construido para funcionar con el flujo promedio de 18,446 $m^3 d^{-1}$ y de 300 g. m^{-3} en la biodegradación del *COD*. Además, el tiempo de retención hidráulico en el sistema de reactor biológico en aproximadamente 14,4 horas, calculado con el flujo promedio para un clima seco (*dry weather*) y el volumen total de los reactores y el decantador. También, un estudio mas detallado de la dinámica del proceso, incluye la influencia de otros comportamientos climáticos como clima lluvioso (*rain weather*) y una combinación de ambos (*storm weather*), los cuales se implementan con la información del comportamiento de las distintas variables disponible en internet (http://www.benchmarkWWTP.org/).

La reacción biológica que toma lugar en el reactor se ha seleccionado del modelo de fangos activados 1 (ASM1 por sus siglas en inglés) (Henze et al., 1987). Este modelo mediante un estudio de sensibilidad, variabilidad e incertidumbre de los parámetros determinó cuales coeficientes requieren de mayor precisión, considerándose, en general, que las siguientes variables de estado describen el sistema:

- 1. $S_{ALK} < mol/L >$: Alcalinidad.
- 2. $S_{ND} < gN/m^3 >$: Concentración de nitrógeno orgánico biodegradable soluble.
- 3. $S_{NH} < gN/m^3 >$: Concentración de nitrógeno amonical.
- 4. $S_{NO} < gN/m^3 >$: Concentración de nitrógeno en forma de nitratos.
- 5. $S_O < gDQO/m^3 >$: Concentración de oxígeno disuelto.
- 6. $S_S < gDQO/m^3 >$: Concentración de sustrato de biodegradación rápida.
- 7. $X_{B,A} < gDQO/m^3 >$: Concentración de biomasa autótrofa activa.
- 8. $X_{B,H} < gDQO/m^3 >$: Concentración de biomasa heterótrofa activa.
- 9. $X_{ND} < gN/m^3 >$: Concentración de nitrógeno orgánico en partículas.
- 10. $X_P < gDQO/m^3$ > Concentración de productos en partículas provenientes del deterioro de la biomasa.
- 11. $X_S < gDQO/m^3$ > Concentración de sustrato de biodegradación lenta.
- 12. $X_I < gDQO/m^3$ > Materia orgánica inerte en partículas.
- 13. $S_I < gDQO/m^3$ > Materia orgánica inerte soluble.

En el sistema reactor se producen ocho procesos que, junto con los paramétros estequiométricos y cinéticos, permiten modelar las velocidades de cambio de las variables de estado mencionadas. Estos procesos son los siguientes:

Crecimiento Aeróbico de heterótrofos

$$\rho 1 = \mu_H (\frac{S_s}{K_s + S_s}) (\frac{S_O}{K_{O,H} + S_O}) X_{B,H}$$
(13)

Crecimiento Anóxico de heterótrofos

A.3. SISTEMA DE PLANTA DEPURADORA

$$\rho 2 = \mu_H \left(\frac{S_s}{K_s + S_s}\right) \left(\frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O}\right) \left(\frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}}\right) n_g X_{B,H}$$
(14)

Crecimiento Aeróbico de autótrofos

$$\rho 3 = \mu_A \left(\frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}}\right) \left(\frac{S_O}{K_{O,A} + S_O}\right) X_{B,A}$$
(15)

Decaimiento de heterótrofos

$$\rho 4 = b_H X_{B,H} \tag{16}$$

Decaimiento de autótrofos

$$\rho 5 = b_A X_{B,A} \tag{17}$$

Amonificación del nitrógeno orgánico biodegradable

$$\rho 6 = K_a S_{ND} X_{B,H} \tag{18}$$

Hidrólisis del entrapado orgánico

$$\rho 7 = k_h \left(\frac{X_S / X_{B,H}}{K_X + X_S / X_{B,H}}\right) \left[\left(\frac{S_O}{K_{O,H} + S_O}\right) + n_h \left(\frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O}\right) \left(\frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}}\right) \right] X_{B,H}$$
(19)

Hidrólisis del entrapado de nitrógeno orgánico

$$\rho 8 = k_h \left(\frac{X_S / X_{B,H}}{K_X + X_S / X_{B,H}}\right) \left[\left(\frac{S_O}{K_{O,H} + S_O}\right) + n_h \left(\frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O}\right) \left(\frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}}\right) \right] X_{B,H} \left(X_{ND} / X_S\right)$$
(20)

La dinámica de las variables de estado viene dada por la combinación de los procesos. En el caso de la concentración de la biomasa heterótrofa:

$$\frac{dX_{B,H}}{dt} = \rho 1 + \rho 2 - \rho 4 \tag{21}$$

Al sustituir los procesos correspondientes y operar adecuadamente la relación, se obtiene:

$$\frac{dX_{B,H}}{dt} = \{\mu_H(\frac{S_s}{K_s + S_s})[(\frac{S_O}{K_{O,H} + S_O}) + n_g(\frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O})(\frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}})] - b_H\}X_{B,H}$$
(22)

En el caso de la concentración de la biomasa autótrofa se obtiene:

$$\frac{dX_{B,A}}{dt} = [\mu_A(\frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}})(\frac{S_O}{K_{O,A} + S_O}) - b_A]X_{B,A}$$
(23)

El desarrollo de las otras relaciones dinámicas de las variables de estado puede encontrarse en mas detalle en (Alex et al. 2008).

Tabla 3: Parámetros físicos de la Planta Depuradora						
Parámetro	Valor	Unidad Física				
Volumen-tanques, sección anóxica	2.000 (2x1.000)	m ³				
Volumen-tanques, sección aeróbica	4.000 (3x1.333)	m ³				
Volumen-Decantador (10 capas)	6.000	m ³				
Área Decantador	1.500	m ²				
Altura Decantador	4	m				

Los parámetros físicos del sistema son mostrados en la Tabla 3.

Al ser los tanques idénticos en cada una de las secciones reactoras, se utiliza una aproximación ampliamente aceptada en la literatura ((Henze et al. 1987), (Copp, 2002)), donde nos interesa que el balance de masas a la salida de cada una de las secciones anóxicas y aeróbicas permitan cumplir con las estrategias de control planteadas, pudiéndose utilizar un modelo de un tanque por cada sección, considerándose como volumen el total correspondiente a la sección, como se observa en la figura 11.



Figura 11: Esquema de Simulación del Proceso. Benchmark: BSM1 - Planta Depuradora

El simulador utilizado incorpora las restricciones y aproximaciones para describir adecuadamente el proceso para los tres climas mencionados en simulaciones independientes que abarcan períodos de 14 días. Los comportamientos posibles del sistema son cuatro (4): el normal o sin fallo y los debidos a los fallos paramétrico, los cuales se mencionan a continuación:

- Cambio de velocidad de crecimiento de biomasa (*Toxicity Shock*, f₁): Es un fallo ocasionado debido a la reducción del crecimiento normal de los organismos heterótrofos. Esto puede ocurrir si el influente contiene una concentración elevada de metales tóxicos. La simulación de este fallo se realiza disminuyendo la tasa de crecimiento de los organismos heterótrofos.
- Fallo en la velocidad de crecimiento de los microorganismos de la biomasa en los clarificadores (*Inhabitation*, f₂): Es el fallo en el crecimiento normal de los microorganismos y el incremento de la mortandad. Este fallo es producido por el ingreso de bacterias, materiales tóxicos, etc., es similar al fallo f₁, pero su efecto en la biomasa produce un cambio drástico.

226

A.3. SISTEMA DE PLANTA DEPURADORA

Fallo en las turbinas de aireación (*Bulking*, f₃): Es el fallo en el crecimiento de microorganismos filamentosos en el fango activo. Este fallo se produce en la sedimentación de la biomasa en el decantador secundario.

Apéndice B. Conjunto de datos de validación

B.1. Conjunto de datos de validación

En esta sección se presentan los conjuntos de datos procedentes de planta real del sistema de dos tanques interconectados. Las señales utilizadas para validar los diferentes métodos aplicados son las de nivel de tanques $h_1(t)$ y $h_2(t)$, y las señales de control $q_1(t)$ y $q_2(t)$, y los comportamientos considerados son cinco (5), definidos en el apéndice A.2 de planta real.

Conjuntos de datos con el punto de operación sin variación

Este conjunto de datos es de 1000 muestras del sistema de planta real, cogidas a una tasa de muestreo de 1 muestra cada segundo, que no presentan variación en el punto de operación, encontrándose después de superar el tiempo de establecimiento del sistema, que ambos tanques están en un nivel de aproximadamente 50 %, gráficas superiores de la figura 12, y las señales de control en 61 y 63 %, correspondientemente para q_1 , y q_2 , gráficas inferiores.



Figura 12: Señales sin variación en Comportamiento Normal.

En las siguientes gráficas existe un fallo del tipo f_1 de 50 %, en la muestra 400, figura 13.



Figura 13: Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_1 .

En las siguientes gráficas existe un fallo del tipo f_2 de 50 %, en la muestra 215, figura 14.



Figura 14: Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_2 .

En las siguientes gráficas existe un fallo del tipo f_3 de 10 %, en la muestra 300, figura 15.



Figura 15: Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_3 .

En las siguientes gráficas existe un fallo del tipo f_4 de 15 %, en la muestra 350, figura 16.



Figura 16: Señales sin variación en Comportamiento de fallo f_4 .

Conjuntos de datos con el punto de operación con variación

Este conjunto de datos es de 7000 muestras del sistema de planta real, cogidas a una tasa de muestreo de 1 muestra cada segundo, que presentan variación alrededor del punto de operación, que esta en ambos tanques en un nivel de aproximadamente 50 %, figura 17. Todos los comportamientos definidos en el sistema utilizan las mismas señales de referencia para los niveles de los tanques (h_1 y h_2), donde las variaciones en los niveles de los tanques son escalones de 5 y 10 en base a la referencia de 50 %, lo que representa un rango de variación de ± 20 %. A continuación se presentan las gráficas para comportamiento normal, siendo las gráficas superiores las correspondientes a los niveles de los tanques, y las inferiores correspondientes a las señales de control respectivas.



Figura 17: Señales con variación en Comportamiento normal.

Las siguientes gráficas corresponden a la respuesta del sistema ante un fallo tipo f_1 a partir de la muestra 2350, con tamaño de 50 %, figura 18.



Figura 18: Señales con variación en Comportamiento de fallo f_1 .

Las siguientes gráficas corresponden a la respuesta del sistema ante un fallo tipo f_2 a partir de la muestra 2700, con tamaño de 50 %, figura 19.



Figura 19: Señales con variación en Comportamiento de fallo f_2 .

Las siguientes gráficas corresponden a la respuesta del sistema ante un fallo tipo f_3 a partir de la muestra 2300, con tamaño de 15 %, figura 20.



Figura 20: Señales con variación en Comportamiento de fallo f_3 .

Las siguientes gráficas corresponden a la respuesta del sistema ante un fallo tipo f_4 a partir de la muestra 0, con tamaño de 15 %, figura 21.



Figura 21: Señales con variación en Comportamiento de fallo f_4 .

Bibliografía

- Abad, P.J., Suárez A.J., Ortega A. and R.M. Gasca (2002). Diagnosis en fases tempranas de sistemas dinámicos. Computación y Sistemas, 6(2), p.p. 116-129.
- Abidin M.S.Z., Yusof R., Kahlid M. and S.M. Amin (2002). Application of a model-based fault detection and diagnosis using parameter estimation and fuzzy inference to a DC-servomotor. Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control, p.p. 783-788.
- Acuña, E. (2005). Clasificación Usando Estimación de Densidad por Kernel. Curso de Métodos de Clasificación. Universidad de Valladolid. Departamento de Matematicas, Universidad de Puerto Rico en Mayaguez.
- Afifi A.A. and V. Clark (1996). Computer-Aided Multivariate Analysis, 3^d Ed. Chapman-Hall/CRC.
- Akbarzadeh-T M.R., Faezian G., Tabatabaei-Y H. and N. Sargolzaei (2003). A new variable structure control methodology for electrical/mechanical parameter estimation of induction motor. Proceedings of American Control Conference, Volume 5, p.p. 4047-4052.
- Akhenak A., Chadli M., Ragot J. and D. Maquin (2008). Fault detection and isolation using sliding mode observer for uncerain Takari-Sugeno fuzzy model. 16th Mediterranean conference on control and automation, p.p. 286-291.
- Alex J., Benedetti L., Copp J., Gernaey K.V., Jeppsson U., Nopens I., Pons M.-N., Riger L., Rosen C., Steyer J.P., Vanrolleghem P. and S. Winkler (2008). Benchmark Simulation Model no. 1 (BSM1). Industrial Electrical Engineering and Automation. Dept. of Industrial Electrical Engineering and Automation. Lund University.
- Barakat M., Druaux F., Lefebvre D., Khalil M. and O. Mustapha (2011). Self adaptive growing neural network classifier for faults detection and diagnosis. Neurocomputing, Volume 74, Issue 18, November 2011, p.p. 3865-3876.
- Basseville, M. (1986) and A. Benveniste. Detection of abrupt changes in signals and dynamic systems (Lecture Notes in Control and Information Sciences, 77). Berlin, Springer-Verlag.

- Basseville, M. (1988). Detecting changes in signals and systems-a survey. Automatica 24 (3), p.p. 309-326.
- Baseville M. (1997). Information criteria for residual generation and fault detection and isolation. Automatica, 33(5), p.p. 783-803.
- Baseville M. and I. Nikiforov (2002). Fault isolation for diagnosis: nuisance rejection and multiple hypotheses testing. Preprints of the 15th IFAC world congress, Barcelona, Spain.
- Beard, R.V. (1971). Failure Accommodation in Linear Systems Through Self Reorganization. PhD thesis. Massachusetts Institute of Technology, Mass., USA.
- Bhagwat A., Srinivasan R. and P. R. Krishnaswamy (2003). Multi-linear model-based fault detection during process transitions. Chemical Engineering Science, 58(9), p.p. 1649-1670.
- Blázquez L.F. and L.J. de Miguel. (2003). Diagnóstico de fallos basado en el modelo de la planta para sistemas no lineales. Universidad de León. Secretariado de Publicaciones y Medios audiovisuales, España.
- Bogh S. (1995). Multiple hypotheses- testing approach to FDI for the industrial actuator benchmark. Contr. Eng. Practice, 3(12), p.p. 1763-1768.
- Boyd S., El Ghaoui L., Feron E. and V. Balakrishnan (1994). Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. SIAM.
- Bracke and Haller. (2011). Field damage analysis (FDA) concept: Analysis of complex damage causes, p.p. 1-7.
- Calado J.M., Korbick J., Patan K., Patton R. J. and J. M. G. Sá da Costa (2001). Soft Computing Approaches to Fault Diagnosis for Dynamic Systems. European Journal of Control, 7, p.p. 248-286.
- Camacho O., Padilla D. and J. L. Gouveia (2007). Fault diagnosis based on multivariate statistical techniques. Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia, vol. 30, 3, p.p. 253-262.
- Carpenter C.A. and S. Grossberg (1988). The art of adaptive pattern recognition by self-organizing neural network. Computer 21, 3, p.p. 77-88.
- Cattell, R.B. (1966). The Scree test for the number of factors. Journal Multivariate Behavioral Research, 1, p.p. 245-276.
- Celik M.B. and R. Bayir (2007). Fault detection in internal combustion engines using fuzzy logic. Journal of automobile engineering.

- Colmenares, W. and F. Tadeo (2005). Apuntes Sobre Control Robusto y Multiobjetivo de Sistemas. Equinoccio, Venezuela.
- Copp, J. (2002). The COST Simulation Benchmark: Description and Simulator Manual. Office for Official Publications of the European Community, Luxembourg, ISBN 92-894-1658-0.
- Chang C.T. and J.W. Chen (1995). Implementation issues concerning the EKF-based fault-diagnosis techniques. Chemical engineering science, 50(18), p.p. 2861-2882.
- Chang C.T. and J.I. Hwang (1998). Simplification techniques for EKF computations in fault diagnosissuboptimal gains. Chemical Engineering Science 53 (22), p.p. 3853-3862.
- Chatfield C. and A.J. Collins (2000). Introduction to Multivariate Analysis. Chapman and Hall/CRC.
- Chen J. and R.J. Patton (1996). Optimal filtering and robust fault-diagnosis of stochastic-systems with unknown disturbances. IEE Proc-D: Contr. Theory and Appl., 143(1), p.p. 31-36.
- Chen J. and R.J. Patton (1999). Robust Model-Based Diagnosis for Dynamics Systems. Kluber. Academic Publisher.
- Chester D.J., Lamb D.E and P. Dhurjati (1984). An expert systems approach to on-line alarms in power and process plant. Computers in Engineering, vol. 1, p.p. 345-352.
- Cheung J. T. and G. Stephanopoulos (1990). Representation of process trends part I. A formal representation framework. Computers and Chemical Engineering 14 (4-5), p.p. 495-510.
- Chiang L.H., Russell E.L. and R.D. Braatz (2001). Fault detection and diagnosis in industrial systems. Springer-Verlag.
- Chow E.Y. and A.S. Willsky (1984). Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. IEEE Transactions on Automatic Control 29 (7), p.p. 603-614.
- Dash S., Maurya M.R., Venkatasubramanian V. and R. Rengaswamy (2004). A novel interval-halving framework for automated identification of process trends. AIChE Journal Volume 50, Issue 1, January 2004, p.p. 149-162.
- Daubechies I. (1992). Ten lectures on Wavelets. The Society for Industrial and Applied Mathematics.
- De Prada C. (1998). Introduction to modelling and identification. International conference on automatic control, p.p. 327-373.
- Dinca L., Aldemir T. and G. Rizzoni (1999). A model-based probabilistic approach for fault detection and identification with application to the diagnosis of automotive engines. IEEE transactions on automatic control, 44(11), p.p. 2200-2205.

- Ding S.X. and T. Jeinsch (1999). Application of observer based FDI schemes to the three tank system. European Control Conference. p.p. 55-62.
- Doraiswami R. and M. Stevenson (1996). A robust influence matrix approach to fault diagnosis. IEEE transactions on control systems technology, 4(1), p.p. 29-39.
- Dos Santos D.A. and T. Yoneyama (2011). A Bayesian solution to the multiple composite hypothesis testing for fault diagnosis in dynamic systems Automatica, Volume 47, Issue 1, January 2011, p.p. 158-163.
- Du Z. and X. Jin (2008). Multiple faults diagnosis for sensors in air handling unit using Fisher discriminant analysis. Energy Conversion and Management, Volume 49, Issue 12, December 2008, p.p. 3654-3665.
- Elman J.L. (1990). Finding structure in time. Cognitive Science, 14. p.p.179-211.
- Fathi Z., Ramirez W.F. and J. Korbiez (1993). Analytical and knowledge-based redundancy for fault diagnosis in process plants. AIChE J. 39, p.p. 42-56.
- Frank P. M. (1987). Fault diagnosis in dynamic systems via state estimation-A Survey. In Tzafestas S., Singh M. and G. Schmidt (Eds), System Fault diagnostics. Reliability and Related Knowledgebased Approaches, 1, p.p. 35-98.
- Frank P. M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and Knowledge-based Redundancy-A Survey and some new results. Automatica. 26, p.p. 459-474.
- Frank P. M. and N. Kiupel (1993). Fuzzy supervision and application to lean production. International journal system science, 24, 10, p.p. 1935-1944.
- Frank P. M. and R. Seliger (1991). Fault detection and isolation in automatic process. Control and Dynamic Systems (C. Leondes, Ed.). Academic Press, 49, p.p. 241-287.
- Frank P. M. and R. Seliger (1997). Fuzzy logic and neural network applications to fault diagnosis. International journal of approximate reasoning, 16, 1, p.p. 67-88.
- Fuente M.J. (1994). Técnicas Robustas de Detección y Diagnóstico de Fallos Basados en Modelos. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.).
- Fuente M.J., Vega P., Zarrop M. and M. Poch (1996). Fault detection in a real wastewater plant using parameter-estimation techniques Original Research Article Control Engineering Practice, Volume 4, Issue 8, August 1996, p.p. 1089-1098.

- Fuente M.J. (1998). Curso de Detección y Diagnóstico Automático de Fallos. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.).
- Fuente M.J. and P. Vega (1999). Neural Networks applied to fault Detection of a Biotechnological Process. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 12, p.p. 569-584.
- Fuente M.J. (2001). Detección y Diagnosis de Fallos usando Redes Neuronales, 1ª Jornadas de Trabajo sobre Diagnosis, Valladolid, Spain
- Fuente M.J. (2006). Estrategias de Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos. Capítulo Detección y Diagnótico de fallos. Ed. SINTESÍS, p.p. 361-383.
- Fuente M.J., Moya E. and G.I. Sainz (2007). Esquema de detección de fallos basado en el modelado lingüístico-preciso de un motor de inducción. RIAI, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, 4(2), p.p. 72-80.
- Fuente M. J., Garcia G. and G. Sainz (2008). Fault diagnosis in a plant using fisher discriminant analysis. Proceeding of the 16th Mediterranean Conference on Control and Automation Congress Centre, Ajaccio, France, p.p. 53-58.
- Fuente M.J., Garcia-Alvarez D., Sainz-Palmero and T. Villegas (2009). Fault detection and identification method based on multivariate statistical techniques, IEEE conference on Emerging Technologies and Factory Automation, p.p. 1-6.
- Fuente M.J. and S. Saludes (2000). Fault detection and isolation in a nonlinear plant via neural networks. IFAC Symposium on fault detection, supervision and safety for technical processes SA-FEPROCESS2000, p.p. 472-477.
- Funahashi Y. (1976). State stable estimator for bilinear systems. Int. J. Contr., 29(2), p.p. 181-188.
- Fussell J. B. (1974). Fault tree analysis-state of the art. IEEE Transactions on Reliability 23 (1), p.p. 51-53.
- Gai E. and R. E. Gurry (1977). Failure detection by pilots during automatic landing: Models and experiments. J. Aircraft, 14(2), p.p. 135-141.
- García E.A. and P. M. Frank (1997). Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis: a survey. Control Eng. Practice, 5(5), p.p. 663-670.
- Garg V. and J. K. Hedrick (1995). Fault detection filter for a class of non-linear systems. Proc. American Control Conf. p.p. 1647-1651.
- Gertler, J.J. and Q. Lou (1989). Robust isolable models for failure diagnosis, AIChE J., 35(11), p.p. 1856-1868.

- Gertler, J.J. and D. Singer (1990). A new structural framework for parity equation-based failure detection and isolation. Automatica, 26(2), p.p. 381-388.
- Gertler, J.J., Fang X. and Q. Luo (1990a). Detection and diagnosis of plant failures: the ortogonal parity equation approach. In C. Leondes (Ed.). Control and dynamics systems, 35, Academic Press, p.p. 157-216.
- Gertler, J.J., Luo Q., Anderson K. and X. Fang (1990b). Diagnosis of plant failures using ortogonal parity equation. Preprints of the 11th IFAC World Congress.
- Gertler, J.J., Costin J., Kowalczuk Z., Fang X., Hira R. and Q. Luo (1991). Model-Based on-board fault detection and diagnosis for automotive engines. Proceedings, IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS91, Baden-Baden, Germany, p.p. 503-508.
- Gertler, J.J. (1991). Analytical redundancy methods in fault detection and isolation. Preprints of IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS91, Baden-Baden, Germany, p.p. 9-21.
- Gertler, J.J. (1993). Residual generation in model-based fault diagnosis. Control-Theory and Advanced Technology, 9(1), p.p. 259-285.
- Gertler, J.J., Costin J., Fang X., Kowalczuk Z., Kunwer M. and R. Monajemy (1995). Model based diagnosis for automotive engines - Algorithm development and testing on a production vehicle. IEEE transactions on control systems technology, 3(1), p.p. 61-69.
- Gertler, J.J. (1997). Fault Detection and Isolation using Parity Relations. Control Engineering Practice, 5 (5), p.p. 653-661.
- Gertler, J.J. (1998). Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems. Marcel Dekker.
- Gertler, J.J. and M. Staroswiecki (2002). Structured fault diagnosis in midly nonlinear system: Parity space and input-output formulation. Preprints of the XV IFAC world Congress, Barcelona, Spain.
- Grainger R.W., Holst J., Isaksson A.J. and B.M. Ninness (1995). A parametric statistical approach to FDI for the industrial actuator benchmark. Control Engineering Practice, 3(12), p.p. 1757-1762.
- Haber R. and L. Keviczky (1999). Nonlinear system identification. Input-output modelling approach.Volume 1: Nonlinear system parameter identification . Nonlinear system structure identification.Kluwer Academic Publishers.
- *Hać* A. (1992). Design of disturbance decoupled observer for bilinear systems. J. Dyn. Sys., Meas. and Contr. Trans. of the ASME, 114(4), p.p. 556-562.

- Hak-yeong Ch., Zeungnam B., Joo-hyun P. and S. Poong-hyun (1994). Incipient multiple fault diagnosis in Real Time with application to large-scale systems. IEEE Trans. on Nuclear Science, vol. 41, 4, p.p. 1692-1703.
- Hao Y., Guizeng W. and S.X. Ding (2003). A new fault detection approach based on parity relation and stationary wavelet transform. Proceedings of American Control Conference. vol.4, p.p. 2991-2996.
- Henley E.J. (1984). Application of expert systems to fault diagnosis. In AIChE annual meeting, San Francisco, CA.
- Henze M., Grady Jr C.P.L., Gujer W., Marais G.V.R. and T. Matsuo (1987). Activated Sludge Model *n*1, IAWQ Scientific and Technical Report *n*1, IAWQ, London, UK.
- Horn, J.L. (1965). A rationale and technique for estimating the number of factors in factor analysis. Psychometrika, 30, p.p. 179-185.
- Hoskins J. C., Kaliyur K. M. and D. M. Himmelblau (1991). Fault diagnosis in complex chemical plants using artificial neural networks. American Institute of Chemical Engineers Journal, 37, 1, 137-141.
- Hou M., Xiong Y.S. and R.J. Patton (2002). Observer design a three-tank system. IFAC. 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain.
- Hou M. and A.C. Pugh (1997). Observing state in bilinear systems: a UIO approach. Proc. of the IFAC Sumpo. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes: SAFEPROCESS97, Pergamon, UK, p.p. 783-788.
- Hou Q., Wang L., Lu N.Y., Jiang B and J.H. Lu (2010). A FDD method by combining transfer entropy and signed diagraph and its application to air separation unit. IEEE. 11th international conference on Control automation robotics and vision (ICARCV), Singapore.
- Hu Q., He Z., Zhang Z. and Y. Zi (2007). Fault diagnosis of rotaring machinery based on improved wavelet package transform and SVMs ensemble. Mechanical systems and signal processing, vol.21, 2, p.p. 688-705.
- Huang Y., Gertler J. and T.J. McAvoy (2000). Sensor and actuator fault isolation by structured partial PCA with nonlinear extensions. Journal Process Control, 10, p.p. 459-469.
- Hyvarinen A. Sarela, J. and R. Vigário (1999). Spikes and bumps: Artefacts generated by Independent Component Analysis with insufficient sample size. Proceedings of the International Workshop on Independent Component Analysis and Signal Separation (ICA99), p.p. 425-429.

- Hyvarinen A. and E. Oja (2000). Independent Component Analysis: Algorithms and Applications. Neural Networks, 13, p.p. 411-430.
- Hyvarinen A., Karhunen J. and E. Oja (2001). Independent Component Analysis. John Wisley and Sons, Inc.
- Iri M., Aoki K., O'Shima, E. and H. Matsuyama (1979). An algorithm for diagnosis of system failures in the chemical process. Computers and Chemical Engineering 3 (1-4), p.p. 489-493.
- Iserman R. (1984). Process fault detection based on modeling and estimation methods-A survey. Automatica 20(4), p.p. 387-404.
- Jabri M., Belgacem A. and H. Jerbi (2009). Moving horizon parameter estimation of series DC motor using genetic algorithm. World Congress on Nature Biologically Inspired Computing, p.p. 1528-1531.
- Jain M.B., Srinivas M.B. and A. Jain (2008). A novel Web based Expert System architecture for on-line and off-line fault diagnosis and control (FDC) of transformers. Tencon 2008, p.p. 1-5.
- Janusz M. and V. Venkatasubramanian (1991). Automatic generation of qualitative description of process trends for fault detection and diagnosis. Engineering Applications of Artificial Intelligence 4 (5), p.p. 329-339.
- Jiang L. and Sh. Wang (2004). Monitoring and fault diagnosis of batch processes using multi-model fisher discriminant analysis. 5th World congress on Intelligent Control and Automation, vol. 2, p.p. 1780-1784.
- Jiang J.-A., Ching-Shan Ch. and L. Chih-Wen (2003). A new protection scheme for fault detection, direction discrimination, classification, and location in transmission lines. IEEE Transactions on Power Delivery, Volume: 18, Issue: 1, p.p. 34-42.
- Jiang L., Liang L. and Ch. Li (2005). Fault diagnosis of batch processes using multi-model FDA with moving window, Vol. 1, p.p. 564-568.
- Johnson R.A. and D.W. Wichern (1988). Applied Multivariate Statistical Analysis, 2^d Ed. Prentice-Hall, Inc.
- Johnson, D.E. (2000). Métodos multivariados aplicados al análisis de datos. International Thomson Editores, S.A..
- Jones, H.L. (1973). Failure Detection in Linear Systems. PhD thesis. Massachusetts Institute of Technology, Mass., USA.

- Jong-Min L., ChangKyoo Y. and L. In-Beum (2003). Statistical Process Monitoring with Independent Component Analysis. Journal of Process Control, 14, p.p. 467-485.
- Jong-Min L., ChangKyoo Y. and L. In-Beum (2004). Statistical Monitoring of Dynamic Processes Based on Dynamic Independent Component Analysis. Chemical Engineering Science, 59, p.p. 2995-3006.
- Jordan M.I. (1986). Attractor dynamics and parallelism in a connectionist sequential machine. Conference of the Cognitive Science Society. p.p. 531-546.
- Khargonekar P.P. and M.A. Rotea (1992). Mixed H_2/H_{∞} filtering. IEEE Conference Decision and Control. p.p. 2299-2304.
- Korbicz J., Koscielny J. M., Kowalczuk Z. and W. Cholewa (2004). Fault Diagnosis. Models, Artificial Intelligence, Applications. Springer
- Ku W., Storer R.H. and C. Georgakis (1995). Disturbance detection and isolation by dynamic principal component analysis. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 30, p.p. 179-196.
- Kumamoto H., Ikenchi K., Inoue K. and E. J. Henley (1984). Application of expert system techniques to fault diagnosis. The Chemical Engineering Journal, 29, 1, p.p. 1-9.
- Lee G., Tosukhowong T. and J.H. Lee (2006). Fault detection and diagnosis of pulp mill process. Computer Aided Chemical Engineering, Volume 21, 2006, p.p. 1461-1466.
- Leger R.P., Garland W.J. and W.F.S. Poehlman (1998). Fault detection and diagnosis using statistical control charts and artificial neural networks. Artificial Intelligence in Engineering, Volume 12, Issues 1-2, January-April 1998, p.p. 35-47.
- Li W. and S. Shah (2002). Structured residual vector-based approach to sensor fault detection and isolation. Journal of Process Control, 12 (3), p.p. 429-443.
- Lipták B.G. (1995). Process control, 3rd edition. Butterworth-Heinemann.
- Ljung L. (1999). System identification: Theory for the user. 2nd ed.. Prentice Hall.
- MacGregor J. F., Jacckle C., Kiparissides C. and M. Koutondi (1994). Process monitoring and diagnosis by multiblock PLS methods. American Institute of Chemical Engineers Journal, 40, (5), p.p. 826-838.
- Mahadevan S. and S.L. Shah (2009). Fault detection and diagnosis in process data using one-class support vector machines. Journal of Process Control, Volume 19, Issue 10, December 2009, p.p. 1627-1639.

- Malladi D.P. and J.L. Speyer (1999). A generalized Shiryayev sequential probability radio test for change detection and isolation. IEEE transactions on automatic control, 44(8), p.p. 1522-1534.
- Mangoubi R.S. (1998). Robust estimation and failure detection. A concise treatment. Springer-Verlag.
- Mannle M. (2000). FSTM-Fast Takari-Sugeno fuzzy modeling. Preprints of 4th IFAC Symposium on fault detection, supervision and safety for technical process SAFEPROCESS2000, Budapest, hungary, Vol. 2, p.p. 663-668.
- Marcu T. and L. Mirea (1997). Robust Detection and Isolation of Process Faults Using Neural Networks. IEEE Control Systems 2, p.p. 72-79.
- Marcu T., Matcovschi M.H. and P.M. Frank (1999). Neural Observer-Based Approach to Fault Detection and Isolation of a Three-Tank System. European Control Conference.
- Marcu T., Mirea L., Frank P.M. and H.D. Kochs (2001). System Identification and Fault Diagnosis using Dynamic Functional-Link Neural Networks. Proceeding of the European Control Conference, p.p. 1618-1623.
- Markovsky I., Van Huffel S. and B. De Moor (2002). Multi-model system parameter estimation. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Volume 5.
- Márquez, H. J. (2003). A frequency domain approach to state estimation. Journal of the Franklin Institute, 340, p.p. 147-157.
- Márquez, H.J. and M. Riaz (2005). Robust state observer design with application to an industrial boiler system. Control Engineering Practice 13, p.p 713-728.
- Matín B. and A. Sanz (2001). Redes Neuronales y Sistemas Borrosos, 2da. Edición ampliada y revisada. RA-MA Editorial.
- Massoumnia, M.A. (1986). A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. IEEE Trans. on Automatic Control, 31,(9), p.p. 839-846.
- Mattei M., Paviglianiti G. and V. Scordamaglia (2005). Nonlinear observers with H8 performance for sensor fault detection and isolation: a linear matrix inequality design procedure. Control Engineering Practice, Volume 13, Issue 10, October 2005, p.p. 1271-1281.
- Maurya M.R., Paritosh P.K., Rengaswamy R. and V. Venkatasubramanian (2010). A framework for on-line trend extraction and fault diagnosis. Engineering Applications of Artificial Intelligence, Volume 23, Issue 6, September 2010, p.p. 950-960.

Maytas J. (1995). Random optimisation. Automation and Remote Control 26, p.p. 246-253.
- Mendonça L.F., Sousa J.M.C. and J.M.G. Sá da Costa (2009). An architecture for fault detection and isolation based on fuzzy methods. Expert Systems with Applications, Volume 36, Issue 2, Part 1, March 2009, p.p. 1092-1104.
- Minsky M. and S.A. Papert (1969). Perceptrons. MIT Press, Cambridge, MA.
- Mohanty A. and B. Yao (2011). Indirect Adaptive Robust Control of Hydraulic Manipulators with Accurate Parameter Estimates. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Volume 19, Issue 3, p.p. 567-575.
- Müller K., Mika S., Rästch G., Tsuda K. and B. Schölkopf (2001). An Introduction to Kernel-Based Learning Algorithms. IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 12, 2, p.p. 181202.
- Nagpal K.M. and P.P. Khargonekar (1991). Filtering and smoothing in an $H\infty$ setting. IEEE Trans. Automatic Control 36 (2), p.p. 152-166.
- Nassabay S.E. (2006). Estudio comparativo de la técnica de Análisis de Componentes Independientes ICA Aplicado al Procesamiento de Imagenes con Ruido. Tesis Doctoral. Departamento de Arquitectura y Tecnología de Computadores. Universidad de Granada.
- Narendra K. and K. Parthasarathy (1990). Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks. IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 1, No. 1, p.p. 4-27.
- Nguang S., Zhang P. and S. Ding (2007). Parity relation based fault estimation for nonlinear systems: An LMI approach. International Journal of Automation and Computing. Vol. 4 (2). Springer-Verlag, p.p. 164-168.
- Niemann, H. and J. Stoustrup (1998). Multiobjetive design techniques applied to fault detection and isolation. In: American Control Conference, Philadelphia, USA. p.p. 4496-4500.
- Nikoukhah R. (1994). Innovations generation in the presence of unknown inputs-application to robust failure-detection. Automatica, 30(12), p.p. 1851-1867.
- Ogata, K. (1998). Ingeniería de Control Moderna 3ra. Ed.. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.
- Okatan A., Hajiyev Ch. and U. Hajiyeva (2007). Kalman Filter Innovation Sequence Based Fault Detection in LEO Satellite Attitude Determination and Control System. Recent Advances in Space Technologies (RAST07). 3rd International Conference. p.p. 411-416.
- Palma L., Coito F. and R. Silva (2007). Adaptive Observer Based Fault Diagnosis Approach Applied to a Thermal Plant. Proceedings of Mediterranean Conference on Control and Automation, MED2007.

- Pan Y., Chen J. and L. Guo (2009). Robust bearing performance degradation assessment method based on improved wavelet packet-support vector data description. Mechanical systems and signal processing, vol. 23, 3, p.p. 669-681.
- Pardo J. and A. Gauthier (2006). Classification and detection of fails in Dynamic Systems. Revista de Ingenieria, 23, p.p. 04-12. ISSN 0121-4993.
- Patan K. (2002). Stochastic learning methods for dynamic neural networks: Simulated and real-data comparisons. American Control Conference. Anchorage.
- Peña D.(2002). Análisis de Datos Multivariantes. 1ra. Ed., McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U..
- Pérez M.(2004). Detección y Diagnosis de Fallos mediante Redes Neuronales. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.).
- Pertew A.M., Marquez H.J. and Q. Zhao (2007). LMI-based sensor fault diagnosis for nonlinear Lipschitz systems. Automatica, Volume 43, Issue 8, August 2007, p.p. 1464-1469.
- Phillips C. and R. Harbor (1996). Feedback Control System. Prentice-Hall.
- Pierri F. and G. Paviglianitiy (2007). Observer-based actuator fault detection for chemical batch reactors: a comparison between nonlinear adaptive and H_{∞} - based approaches. Proc. Mediterranean Conference on Control Automation.
- Pierri F., Paviglianiti G., Caccavale F. and M. Mattei (2008). Observer-based sensor fault detection and isolation for chemical batch reactors. Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 21, (8), p.p. 1204-1216. Publisher Pergamon Press, Inc..
- Pouliezos A.D. and G.S. Stavrakakis (1994). Real Time Fault Monitoring of Industrial Processes. Kluwer Academic Publishers.
- Puntonet C.G.(2008). Procedimientos y Aplicaciones en Separación de Señales (BSS-ICA). Departamento de Arquitectura y Tecnología de Computadores. Universidad de Granada.
- Qiu H., Lee J., Lin J. and G. Yu (2003). Robust performance degradation assessment methods for enhanced rolling element bearing prognostics. Advanced engineering informatics, vol. 17, 3-4, p.p. 127-140.
- Ramesh T.S., Davis J.F. and G.M. Schwenzer (1988a). A structured framework for efficient problemsolving in diagnostic expert systems. Computers and Chemical Engineering 9-10 (12), p.p. 891-902.

- Ramesh T.S., Davis J.F. and G.M. Schwenzer (1988b). Catcracker: an expert system for process and malfunction diagnosis in fluid catalytic cracking units. In AIChE annual meeting, San Francisco, CA.
- Rengaswamy R., Hagglund T. and V. Venkatasubramanian (2001). A qualitative shape analysis formalism for monitoring control loop performance. Engineering Applications of Artificial Intelligence 14 (1), p.p. 23-33.
- Rengaswamy R. and V. Venkatasubramanian (1995). A syntactic pattern-recognition approach for process monitoring and fault diagnosis. Engineering Applications of Artificial Intelligence 8 (1), p.p. 35-51.
- Reppa V. and A. Tzes (2010). Fault Detection and Diagnosis based on Parameter Set Estimation for measurements corrupted by bounded noise. 18th Mediterranean Conference on Control Automation (MED2010), p.p. 460-465.
- Rich and Venkatasubramanian (1987). Model-based reasoning in diagnostic expert systems for chemical process plants. Computer and Chemical Engineering, vol. 11, 2, p.p. 111-122.
- Ríos-Bolívar, A. and W. Acuña (2009). Detección robusta de fallas en sistemas lineales con incertidumbres politópicas. Revista Técnica de Ingeniería. LUZ, 32 (2), p.p. 160-169. ISSN 0254-0770.
- Ríos-Bolívar, A. and G. García (2001). Robust filters for fault detection and diagnosis: An H_{∞} optimizacion approach. Proceedings of the European Control Conference, p.p. 132-136.
- Ríos-Bolívar, A. and G. García (2005). Robust filters for fault detection: An LMI Control Setting. Revista Técnica de Ingeniería. LUZ, 28 (3), p.p. 189-199.
- Rojas-Guzman C. and M.A. Kramer (1993). Comparison of belief networks and rule-based systems for fault diagnosis of chemical process. Engineering applications of artificial intelligence 3, 6, p.p. 145-154.
- Rothenhagen, K. and F.W. Fuchs (2006). Current Sensor Fault Detection by Bilinear Observer for a Doubly Fed Induction Generator. IEEE Industrial Electronics, IECON 32nd Annual Conference, p.p. 1369-1374.
- Salahshoor K., Kordestani M. and M.S. Khoshro (2010) Fault detection and diagnosis of an industrial steam turbine using fusion of SVM (support vector machine) and ANFIS (adaptive neuro-fuzzy inference system) classifiers. Energy, Volume 35, Issue 12, December 2010, p.p. 5472-5482.
- Salahshoor K., Khoshro M.S. and M. Kordestani (2011). Fault detection and diagnosis of an industrial steam turbine using a distributed configuration of adaptive neuro-fuzzy inference systems. Simulation Modelling Practice and Theory, Volume 19, Issue 5, May 2011, p.p. 1280-1293.

- Saludes S. (2007). Control no lineal tolerante a fallos basado en técnicas de optimización y aprendizaje automático. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.).
- Saludes S. and M.J. Fuente (2005). Support vector based novelty detection for fault tolerant control. IEEE Conference on Decision and Control, and European Control Conference (CDC-ECC05). p.p. 5820-5825.
- Samanta B., Al-Balushi K.R. and S.A. Al-Araimi (2005). Artificial neural networks and genetic algorithm for bearing fault detection. Soft Computing - A fusion of foundations, methodologies and applications, vol.10, 3.
- Sánchez-Peña, R.S. (1992). Introducción a la teoría de control robusto. AADECA, Argentina.
- Sánchez-Peña, R.S. and M. Snaizer (1998). Robust Systems Theory and Applications. John Wiley Sons, Inc. Canada.
- Sanjay J.(2010). A new fast converging Kalman filter for sensor fault detection and isolation. Sensor Review, Vol. 30 (3), p.p. 219-224.
- Scherer, C., Gahinet, P. and M. Chilali (1997). Multiobjetive output-feedback control via LMI optimization. IEEE Trans. on Automatic Control, 42 (7), p.p. 896-911.
- Schreier G., Ragot J., Patton R. J. and P. M. Frank (1997). Observer design for a class of nonlinear systems. IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS97, p.p. 483-488.
- Shahrtash S.M. and M. Sarlak (2006). High impedance fault detection using harmonics energy decision tree algorithm. International conference on power system technology, p.p. 1-5.
- Shields D. N. (1997). Observer design and detection for nonlinear descriptor systems. Int. J. Contr., 67 (2), p.p. 153-168.
- Schimert, J. (2008). Data-Driven Fault Detection Based on Process Monitoring using Dimension Reduction Techniques. IEEE Aerospace Conference, p.p. 1-12.
- Sidney C., Gopinath R. and H. Guo (1997). Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer. Prentice Hall.
- Silverman B.W. (1986). Density Estimation for Statistics and Data Analysis. Chapman Hall.
- Sira-Ramírez H., Márquez R., Rivas-Echeverría F. y O. Llanes-Santiago (2005). Control de Sistemas no Lineales. Prentice Hall.

- Skoundrianos, E.N. and S.G. Tzafestas (2002). Fault diagnosis via local neural networks. Mathematics and computers in simulation 60, p.p. 169-180.
- Soderstrom T. and P. Stoica (1989). System identification. Prentice Hall, UK.
- Sohlberg B. (1998). Monitoring and failure diagnosis of a steel strip process. IEEE transaction on control systems techno., 6(2), p.p. 294-303.
- Solis F.J. and R.J.B. Wets (1981). Minimization by random search techniques. Mathematics of operation research 6, p.p. 19-30.
- Solben G. (2006). Técnicas Robustas de Detección y Diagnóstico de Fallos Basados en Modelos. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.).
- Sorsa T., Suontausta and H.V. Koivo (1993). Fault diagnosis of dynamic systems using neural networks. IFAC Congress. p.p. 453-456.
- Souza C.E., Shaked U. and M. Fu (1992). Robust H_{∞} filtering with parametric uncertainty and deterministic input signal. IEEE Conference Decision and Control. p.p. 2305-2310.
- Speyer J.L. and J.E. White (1984). Shiryayev sequential probability ratio test for redundancy management. J. of Guidance, Contr. and dynamics, 7(5), p.p. 588-595.
- Stefatos G. and A.B. Hamza (2010). Dynamic independent component analysis approach for fault detection and diagnosis. Expert Systems with Applications, Volume 37, Issue 12, December 2010, p.p. 8606-8617.
- Staroswiecki M. and G. Comtet-Varga (2001). Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems. Automatica 37, p.p. 687-699.
- Staroswiecki M. and B. Darkhovski (2001). On structural and parity space detectability. Proceedings of the European Control Conference (ECC2001), p.p. 161-165.
- Tan H.Z. and N. Sepehri (2002). Parametric fault diagnosis for electrohydraulic cylinder drive units. IEEE transactions on industrial electronics, 49(1), p.p. 96-106.
- Tan S.C., Lim C.P. and M.V.C. Rao (2007). A hybrid neural network model for rule generation and its application to process fault detection and diagnosis. Engineering Applications of Artificial Intelligence, Volume 20, Issue 2, March 2007, p.p. 203-213.
- Tarantino R., Szigeti F. and E. Colina-Morles (2000). Generalized Luenberger observer-based filter design: an industrial application. Control Engineering Practice, 8 (6), p.p. 665-671.

- Tsuge Y., Hiratsuka K., Takeda K. and H. Matsuyama (2000). A fault detection and diagnosis for the continuous process with load-fluctuations using orthogonal wavelets. Computers and Chemical Engineering, Volume 24, Issues 2-7, 15 July 2000, p.p. 761-767.
- Tudoroiu, N., Zaheeruddin, M., Chiru, C., Grigore, M. and E.R. Tudoroiu (2009). Unscented Kalman Filter (UKF) and frequency analysis (FA) techniques used for fault detection, diagnosis and isolation (FDDI) in Heating Ventilation Air Conditioning systems (HVAC)-comparison results. 2nd Conference on Human System Interactions (HSI09), p.p. 442-449.
- Tzafestas S.G. and K. Watanabe (1990). Modern approaches to system/sensor fault detection and diagnosis. Journal A, 31(4), p.p. 42-57.
- Ungar L. H., Powell B. A. and S. N. Kamens (1990). Adaptive networks for fault diagnosis and process control. Computers and Chemical Engineering, 14, 4-5, 561-572.
- Vaidyanathan R. and V. Venkatasubramanian (1992). Representing and diagnosing dynamic process data using neural networks. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 5, 1, p.p. 11-21.
- Vedam H. and V. Venkatasubramanian (1999). PCA-SDG based process monitoring and fault diagnosis. Control Engineering Practice. v7, p.p. 903-917.
- Venkatasubramanian, V. (1985). Inexact reasoning in expert systems: a stochastic parallel network approach. In Proceedings of the second conference on artificial intelligence applications, p.p. 191-195.
- Venkatasubramanian, V. and K. Chan (1989). A neural network methodology for process fault diagnosis. American Institute of Chemical Engineers Journal 35 (12), p.p. 1993-2002.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy R., Yin K. and S.N. Kavuri (2003). A review of process fault detection and diagnosis. Part I: Quantitative model-based methods. Computer and Chemical Engineering 27, p.p. 293-311.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy R. and S.N. Kavuri (2003). A review of process fault detection and diagnosis. Part II: Qualitative models and seach strategies. Computer and Chemical Engineering 27, p.p. 313-326.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy R., Kavuri S.N. and K. Yin (2003). A review of process fault detection and diagnosis. Part III: Process history based methods. Computer and Chemical Engineering 27, p.p. 327-346.
- Venkatasubramanian V., Vaidyanathan R. and Y. Yamamoto (1990). Process fault detection and diagnosis using neural networks I: steady state processes. Computers and Chemical Engineering, 14, 7, p.p. 699-712.

- Villegas T. (2004). Detección de fallos con redes neuronales dinámicas. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.).
- Watanabe K., Matsura I., Abe M., Kubota M. and D. M. Himmelblau (1989). Incipient fault diagnosis of chemical processes via artificial neural networks. American Institute of Chemical Engineers Journal 35 (11), p.p. 1803-1812.
- Watanabe K., Hirota S., Iloa L. and D.M. Himmelblau (1994). Diagnosis of multiple simultaneous fault via hierarchical artificial neural networks. American Institute of Chemical Engineers Journal, 40, 5, p.p. 839-848.
- Wand M.P. and M.C. Jones (1995). Kernel Smoothing. Chapman Hall.
- Wang W.J. and P.D. McFadden (1996). Application of Wavelets to gearbox vibration signals for fault detection. Journal of sound and vibration, vol. 192, 5, p.p. 927-939.
- Weitian Ch. and M. Saif (2007). Design of a TS based fuzzy nonlinear unknown input observer with fault diagnosis applications. American control conference (ACC07), p.p. 2545-2550.
- Widodo A. and B.S. Yang (2007). Support vector machine in machine monitoring and fault diagnosis. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 21, 6, p.p. 2560-2574.
- Willsky A.S. (1976). A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. Automatica 12, p.p. 601-611.
- Willsky A.S. and H.L. Jones (1976). A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems. IEEE Transactions on Automatic Control AC-21, p.p. 108-112.
- Witczak M. and J. Korvicz (2000). Genetic programming based observers for non-linear systems. IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFE-PROCESS2000, Vol.2, p.p. 967-972.
- Wünnenberg, J. (1990). Observer-based Fault Detection in Dynamic Systems. PhD thesis. University of Duisburg, Germany.
- Xiong K., Chan C. W. and H. Y. Zhang (2005). Unscented Kalman filter for fault detection. Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Vol. 16.
- Xiong K., Liang T. and L. Yongjun (2011). Multiple model Kalman filter for attitude determination of precision pointing spacecraft Original Research Article Acta Astronautica, 68(7-8), p.p. 843-852.
- Yang B.S. and A. Widodo (2008). Support vector machine for machine fault diagnosis and prognosis. Journal of system design and dynamics, vol. 2, 1, p.p. 12-23.

- Yokohama Y., Coda T. and K. Inoue (1992). Síntesis of optimal control using neural network with mixed structure. IFAC. Symposium on artificial intelligence in real time control. p.p. 289-294.
- Yoon S., Kim S., Bae J., Kim Y. and E. Kim (2011). Experimental evaluation of fault diagnosis in a skew-configured UAV sensor system. Control Engineering Practice, 19(2), p.p. 158-173.
- Yu D. L. and D. N. Shields (2001). Extension of the parity-space method to fault diagnosis of bilinear systems. International Journal of Systems Science, 32, p.p. 953 962.
- Yuan S. and F. Chu (2007). Fault diagnosis based on support vector machines with parameter optimisation by artificial immunisation algorithm. Mechanical systems and signal processing, 21, 3, p.p. 1318 - 1330.
- Zalis K. (2004). Application of expert systems in diagnostics of high voltage insuling systems. IEEE international conference on solid dielectrics, vol. 2, p.p. 691-694.
- Zamarreño J.M. and P.A. González (1992). A hybrid method for training a feedback neural network. ICSC-NAISO Congress on Neuro Fuzzy Technologies.
- Zamarreño J.M. (1996). Identificación y Control Predictivo basado en modelos mediante Red Neuronal en el Espacio de Estados. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.).
- Zamarreño J.M. (2002). Curso Sistemas inteligentes, Módulo Redes Neuronales. Universidad de Valladolid. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática (I.S.A.). Programa de doctorado Ingeniería de Procesos y Sistemas.
- Zhang Y., Hou G. and B. Wu (2009). Actuator fault detection and diagnosis based on morphology-Wavelet. Proceeding of the 48th IEEE Conference on Decision and Control 2009, p.p. 4902-4907.
- Zhang Z. and Y. Shi (2010). On the parity complexy measures of Boolean functions. Theorical Computer Science, 411(26-28), p.p. 2612-2618.
- Zhang Yingwei and Yang Zhang (2010). Fault detection of non-Gaussian processes based on modified independent component analysis. Chemical Engineering Science, Volume 65, Issue 16, 15 August 2010, p.p. 4630-4639.
- Zheng H., Li Z. and X. Chen (2002). Gear fault diagnosis based on continuous Wavelet transform. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 16, 2-3, p.p. 447-457.
- Zolghadri A. (1996). An algorithm for real-time failure detection in Kalman filters. IEEE transactions on automatic control, 41(10), p.p. 1537-1539.

BIBLIOGRAFÍA

Paquetes de software utilizados

- Matlab. Versiones 6.5, 7.0 y 7.1
- Simulink. Versiones 5.0 y 6.3

Referencias de Internet

www.cea-ifac.es/actividades/jornadas/XXIV/documentos/.../78.pdf

Contribuciones presentadas en congresos

- Villegas T., Fuente M.J. and W. Colmenares (2006). Robust Applications for Fault Detection and Diagnosis in a Nonlinear System. XI Latin American Congress on Automatic Control (CLCA06), p.p. 390-395.
- Villegas T. and M.J. Fuente (2006). Fault Diagnosis using an observer bank of dynamic neural network. Intelligent Engineering System through Artificial Neural Networks 16 (ANNIE06), p.p. 587-592.
- Villegas T., Fuente M.J. and G.I. Sainz-Palmero (2010). Fault diagnosis in a wastewater treatment plant using dynamic independent component analysis. 18th Mediterranean Conference on Control Automation (MED2010), p.p. 874-879.
- Villegas T., Fuente M.J. and M. Rodriguez (2010). Principal Component Analysis for Fault Detection and Diagnosis. Experience with a pilot plant. Advances in Computational Intelligence, Man-Machine Systems and Cybernetics, 9th WEAS International conference on Computational Intelligence, Man-Machine Systems and Cybernetics (WEAS10), p.p. 147-152.