



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería en Organización Industrial

**Creación de modelos para la ayuda a la
toma de decisiones en el ámbito empresarial
mediante GeoGebra**

Autor:

Galicia Celemín, Miguel Ángel

Tutor:

**Poza García, David Jesús
Departamento de
Organización de Empresas y CIM**

Valladolid, junio 2018.

Agradecimientos

A mi familia, amigos y todas las personas que me han acompañado hasta llegar aquí por su comprensión y su apoyo incondicional.

A mi tutor, David J. Poza García por su confianza, dedicación, disposición y continuo interés en el presente trabajo.

Al departamento de Organización de Empresas y Comercialización e Investigación de Mercados por todas sus lecciones ofrecidas durante el grado. Así mismo, hago extensivo este agradecimiento a todos los profesores que han contribuido a mi formación a lo largo de esta etapa.

Resumen

Actualmente, las empresas toman constantemente decisiones económicas dentro de un entorno dinámico y cambiante; para tomar las decisiones de forma correcta, estas demandan la mayor información posible en el menor tiempo posible. Por ello es necesaria la existencia de herramientas dinámicas e interactivas que faciliten esta toma de decisiones.

Debido a esta necesidad, en el presente trabajo de fin de grado se implementarán una serie de modelos desarrollados mediante el software de tratamiento geométrico y algebraico GeoGebra, y que supondrán un paso hacia adelante en el desarrollo de nuevos modelos de ayuda a la toma de decisiones.

Finalmente, a modo de síntesis, se expondrán las futuras vías de estudio de este trabajo, y se extraerán las conclusiones finales del mismo.

Palabras claves

GeoGebra, Modelos, Toma de Decisiones, Microeconomía, Inversión.

Abstract

Currently, companies are constantly making economic decisions within a dynamic and changing environment; To make the right decisions, they demand as much information as possible in the shortest possible time. Therefore, the existence of dynamic and interactive tools that facilitate this decision making is necessary.

Due to this need, a series of models developed through GeoGebra's geometric and algebraic treatment software will be implemented on the present end-of-degree project, and will represent a step forward in the development of new models for decision-making.

Finally, as a synthesis, the future study routes of this work will be exposed, and the final conclusions of it will be extracted.

Keywords

GeoGebra, Models, Decision-Making, Microeconomics, Inversion.

Índice

| | |
|--|-----------|
| <i>Agradecimientos</i> | 3 |
| Resumen | 5 |
| Palabras claves | 5 |
| Abstract..... | 5 |
| Keywords | 6 |
| Índice | 7 |
| Índice de figuras..... | 11 |
| Capítulo 1. Introducción | 15 |
| 1.1. Justificación..... | 15 |
| 1.2. Objetivo..... | 15 |
| 1.3. Estructura | 15 |
| Capítulo 2. Estado del Arte: Software de ayuda a la toma de decisiones .. | 19 |
| 2.1. Hojas de cálculo (<i>Excel</i>) | 19 |
| 2.2. Árboles de decisiones (<i>TreeAge Pro</i>)..... | 20 |
| 2.3. Lenguajes de programación adaptados..... | 21 |
| 2.4. Herramientas de gestión de proyectos | 22 |
| Capítulo 3. Marco teórico | 25 |
| 3.1. La economía como ciencia..... | 25 |
| 3.1.1. ¿Qué es la economía?..... | 25 |
| 3.1.1. Problemas básicos de la economía..... | 26 |
| 3.1.2. El estado del bienestar (economía mixta) | 26 |
| 3.2. La frontera de posibilidades de producción y el comercio .. | 28 |
| 3.2.1. La frontera de posibilidades de producción | 28 |
| 3.2.2. El comercio como generador de riqueza | 29 |
| 3.3. La Oferta y la Demanda en los mercados competitivos | 30 |
| 3.3.1. ¿Qué es un mercado? | 30 |
| 3.3.2. Mercados competitivos | 30 |
| 3.3.3. Demanda..... | 31 |
| 3.3.4. Oferta..... | 32 |

| | | |
|--------------------|---|-----------|
| 3.3.5. | El equilibrio competitivo | 32 |
| 3.3.6. | Variaciones del equilibrio | 33 |
| 3.4. | Valoración económica de un proyecto de inversión | 34 |
| 3.4.1. | Flujo neto de caja..... | 34 |
| 3.4.2. | Equivalencia de capitales en el tiempo..... | 34 |
| 3.4.3. | Valor Actual Neto (VAN) | 35 |
| 3.4.4. | Tasa Interna de Retorno (TIR) | 36 |
| Capítulo 4. | Introducción a GeoGebra | 39 |
| 4.1. | ¿Qué es GeoGebra? | 39 |
| 4.2. | Historia, evolución y comunidad actual..... | 39 |
| 4.3. | ¿Qué tipo de programa es GeoGebra? | 41 |
| 4.4. | ¿Qué nos permite realizar GeoGebra? | 42 |
| 4.5. | Interfaz de usuario | 43 |
| 4.5.1. | Vistas..... | 43 |
| 4.5.2. | Otros componentes de la interfaz de usuario..... | 45 |
| 4.6. | ¿Por qué hemos elegido GeoGebra? | 47 |
| Capítulo 5. | Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio | 51 |
| 5.2. | Sin especialización..... | 51 |
| 5.2.1. | Introducción al modelo | 51 |
| 5.2.2. | Experimentación con el modelo..... | 54 |
| 5.3. | Con especialización e intercambio | 60 |
| Capítulo 6. | Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos..... | 69 |
| 6.2. | Situación sin importaciones | 70 |
| 6.2.1. | Mercado sin regular | 70 |
| 6.2.2. | Políticas de control de precios | 72 |
| 6.2.3. | Regulación mediante el establecimiento de un impuesto... | 75 |
| 6.2.4. | Regulación mediante subvenciones..... | 79 |
| 6.3. | Situación con importaciones (comercio internacional) | 82 |
| 6.3.1. | Mercado sin regular | 82 |
| 6.3.2. | Regulación mediante arancel | 85 |

| | | |
|--------------------|--|------------|
| 6.3.3. | Regulación mediante contingente..... | 89 |
| 6.4. | Modelo completo | 92 |
| Capítulo 7. | Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión | 97 |
| 7.1. | Valoración económica de un proyecto de inversión..... | 98 |
| 7.1.1. | Proyecto económicamente viable | 101 |
| 7.1.2. | Indiferencia en la inversión..... | 102 |
| 7.1.3. | Proyecto NO viable económicamente | 102 |
| 7.2. | Selección de proyectos de inversión | 103 |
| Capítulo 8. | Vías futuras de estudio | 109 |
| 8.1. | Applets | 109 |
| 8.2. | Hojas de trabajo dinámicas | 110 |
| 8.3. | Grupos de GeoGebra | 113 |
| 8.4. | Modo examen | 114 |
| 8.5. | Aplicaciones móviles | 115 |
| 8.6. | Complemento para PowerPoint | 115 |
| 8.7. | Módulo para Moodle..... | 116 |
| Capítulo 9. | Conclusiones finales | 119 |
| | Bibliografía y referencias..... | 123 |
| | Anexo: Otros modelos en proceso de desarrollo | 125 |
| A.1. | Mercado competitivo | 125 |
| A.1.1. | Modelo a corto plazo | 125 |
| A.1.2. | Modelo a largo plazo | 126 |
| A.1.3. | Modelo conjunto (corto y largo plazo) | 128 |
| A.2. | Monopolio..... | 128 |
| A.2.1. | Situación con una planta de producción y dos mercados (demandas) | 129 |
| A.2.2. | Situación con dos plantas de producción y un mercado (demanda) | 130 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| Figura 2.1: Interfaz gráfica del programa Excel | 19 |
| Figura 2.2: Interfaz gráfica del programa TreeAge Pro..... | 20 |
| Figura 2.3: Interfaz gráfica del programa MATLAB..... | 21 |
| Figura 2.4: Logo del lenguaje de programación R..... | 22 |
| Figura 2.5: Vista gráfica de todos los módulos incluidos en el programa Odoos | 24 |
| Figura 3.1: Proceso de decisión económica | 26 |
| Figura 3.2: Flujo circular de la renta en una economía mixta | 28 |
| Figura 3.3: Frontera genérica de posibilidades de producción para dos productos (1 y 2) | 29 |
| Figura 3.4: Curva de demanda lineal genérica..... | 31 |
| Figura 3.5: Curva de oferta lineal genérica..... | 32 |
| Figura 3.6: Equilibrio del mercado..... | 33 |
| Figura 3.7: Valoración económica de un proyecto de inversión, interpret. Gráfica..... | 36 |
| Figura 3.8: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión | 36 |
| Figura 3.9: Ejemplo de valoración económica de un proyecto de inversión, interpret. Gráfica | 37 |
| Figura 4.1: Logo de GeoGebra | 39 |
| Figura 4.2: Markus Hohenwarter (creador y director del proyecto GeoGebra) | 39 |
| Figura 4.3: Localización de todos los institutos de GeoGebra | 40 |
| Figura 4.4: Figura 4.5: Logos de todos y cada uno de los institutos de GeoGebra..... | 41 |
| Figura 4.6: Gráfico de las funciones incluidas en GeoGebra 6.0..... | 42 |
| Figura 4.7: Interfaz gráfica de usuario de GeoGebra 6.0 | 43 |
| Figura 4.8: Vistas presentes en la versión 6.0 de GeoGebra | 44 |
| Figura 4.9: Herramientas presentes dentro de la barra de herramientas de la vista gráfica | 46 |
| Figura 4.10: Premios recibidos por el proyecto GeoGebra | 48 |
| Figura 5.1: Tiempos de fabricación de los productos semielaborados | 52 |
| Figura 5.2: Modelo tipo I: Casillas de entrada para el caso práctico en situación sin especialización..... | 52 |
| Figura 5.3: Modelo tipo I: Hoja de cálculo para el caso práctico en situación sin especialización | 52 |
| Figura 5.4: Modelo tipo I: Fronteras de producción para el caso práctico en situación sin especialización..... | 53 |

| | |
|--|----|
| Figura 5.5: Modelo tipo I: Ejemplo 1 para el caso práctico en situación sin especialización | 55 |
| Figura 5.6: Modelo tipo I: Ejemplo 2 para el caso práctico en situación de sin especialización | 56 |
| Figura 5.7: Modelo tipo I: Ejemplo 3 para el caso práctico en situación sin especialización | 57 |
| Figura 5.8: Modelo tipo I: Ejemplo 4 para el caso práctico en situación sin especialización | 58 |
| Figura 5.9: Modelo tipo I: Ejemplo 5 para el caso práctico en situación de sin especialización | 59 |
| Figura 5.10: Modelo tipo I: Fronteras de producción para el caso práctico en situación de comercio | 60 |
| Figura 5.11: Modelo tipo I: Hoja de cálculo para el caso práctico en situación de comercio | 61 |
| Figura 5.12: Modelo tipo I: Ejemplo 1 para el caso práctico en situación de comercio..... | 63 |
| Figura 5.13: Modelo tipo I: Ejemplo 2 para el caso práctico en situación de comercio..... | 65 |
| Figura 5.14: Modelo tipo I: Ejemplo 3 para el caso práctico en situación de comercio..... | 66 |
| Figura 6.1: Modelo tipo II sin importaciones y sin regulación..... | 71 |
| Figura 6.2: Modelo tipo II sin importaciones y política de precio máximo | 73 |
| Figura 6.3: Modelo tipo II sin importaciones y política de precio mínimo | 74 |
| Figura 6.4: Modelo tipo II sin importaciones y con impuesto a los productores | 76 |
| Figura 6.5: Modelo tipo II sin importaciones y con impuesto a los consumidores | 77 |
| Figura 6.6: Modelo tipo II sin importaciones y con subvención a los productores..... | 79 |
| Figura 6.7: Modelo tipo II sin importaciones y con subvención a los consumidores | 81 |
| Figura 6.8: Modelo tipo II con importaciones y sin regulación..... | 83 |
| Figura 6.9: Modelo tipo II con importaciones y sin regulación (2)..... | 84 |
| Figura 6.10: Modelo tipo II con importaciones y sin regulación (3)..... | 85 |
| Figura 6.11: Modelo tipo II con importaciones y con arancel | 86 |
| Figura 6.12: Modelo tipo II con importaciones y con arancel (2) | 88 |
| Figura 6.13: Modelo tipo II con importaciones y con arancel (3) | 89 |
| Figura 6.14: Modelo tipo II con importaciones y con contingente..... | 90 |
| Figura 6.15: Modelo tipo II con importaciones y con contingente (2) | 91 |
| Figura 6.16: Modelo tipo II con importaciones y con contingente (3) | 92 |
| Figura 6.17: Modelo tipo II completo, sin importaciones y sin regulación..... | 93 |
| Figura 6.18: Modelo tipo II completo, sin importaciones y política de precio máximo | 94 |

| | |
|---|-----|
| Figura 6.19:: Modelo tipo II completo, sin importaciones y política de precio mínimo | 94 |
| Figura 7.1: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión, tabla de cálculo de los flujos de caja..... | 99 |
| Figura 7.2: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión, cálculo del VAN..... | 100 |
| Figura 7.3: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión (VAN>0)..... | 101 |
| Figura 7.4: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión (VAN=0)..... | 102 |
| Figura 7.5: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión (VAN<0)..... | 103 |
| Figura 7.6: Modelo tipo III: Selección de proyectos de inversión, comparación 1 | 104 |
| Figura 7.7: Modelo tipo III: Selección de proyectos de inversión, comparación 1 (bis)..... | 105 |
| Figura 7.8: Modelo tipo III: Selección de proyectos de inversión, comparación 2 | 106 |
| Figura 8.1: Ejemplo de applet embebido en una página web (web de GeoGebra)..... | 110 |
| Figura 8.2: Tipos de elementos admitidos en una hoja de trabajo dinámica | 110 |
| Figura 8.3: Ejemplo de Hoja de Trabajo Dinámica | 112 |
| Figura 8.4: Ejemplo de grupo de GeoGebra..... | 113 |
| Figura 8.5: Interfaz de GeoGebra en Modo Examen | 114 |
| Figura 8.6: Ejemplo de registro del Modo Examen de GeoGebra | 115 |
| Figura 8.7: Aplicaciones desarrolladas para iPhone y dispositivos Android. | 115 |
| Figura 8.8: Ejemplo de complemento de GeoGebra en presentación de PowerPoint..... | 116 |
| Figura A.1: Modelo a corto plazo en mercado perfectamente competitivo.. | 126 |
| Figura A.2: Modelo a largo plazo en mercado perfectamente competitivo.. | 127 |
| Figura A.3: Modelo a corto y largo plazo en mercado perfectamente competitivo | 128 |
| Figura A.4: Modelo para una planta de producción y dos mercados, sin discriminación de precios y en situación de monopolio..... | 129 |
| Figura A.5: Modelo para una planta de producción y dos mercados, con discriminación de precios y en situación de monopolio..... | 130 |
| Figura A.6: Modelo para dos plantas de producción y un mercado | 131 |

Capítulo 1. Introducción

1.1. Justificación

Las situaciones reales son dinámicas y cambiantes. Las personas, las empresas y los Estados toman constantemente decisiones económicas; para tomar las decisiones de forma correcta, estos demandan la mayor información posible. Desde el punto de vista económico, nos interesa aislar cada una de las tomas de decisiones, para poder así analizar sus efectos y sopesar las ventajas e inconvenientes que esta genera. Por esta razón se procede a elaborar en el presente proyecto distintos modelos que servirán de apoyo a la toma de decisiones económicas en el ámbito empresarial.

1.2. Objetivo

El presente Trabajo de Fin de Grado fue realizado durante el curso 2017/18 por Miguel Ángel Galicia Celemín, alumno del Grado en Ingeniería en Organización Industrial de la Escuela de Ingenierías Industriales de la Universidad de Valladolid, siendo su tutor David J. Poza García, perteneciente al Departamento de Organización de Empresas y Comercialización e Investigación de Mercados.

El título del Trabajo es “Creación de modelos para la ayuda a la toma de decisiones en el ámbito empresarial mediante GeoGebra”.

El principal objetivo del presente trabajo de fin de grado se fundamenta en la creación de una serie de modelos para **facilitar la toma de decisiones en el ámbito empresarial**.

Para alcanzar dicho objetivo, construiremos una serie de modelos elaborados mediante la utilización de un software llamado GeoGebra, dicho programa reúne geometría y álgebra de forma dinámica e interactiva, en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.

1.3. Estructura

Este trabajo de fin de grado se estructurará en 9 capítulos:

- Capítulo 1:

En el actual capítulo se muestran la justificación, el objetivo y estructura del TFG.

- Capítulo 2:

Se desarrollará el contexto y el estado del arte en cuanto a los distintos programas de ayuda a la toma de decisiones que existen, y que son utilizados por las distintas empresas como soporte en la toma de las distintas decisiones económicas, así como aquellos utilizados por otro tipo de organizaciones.

- Capítulo 3:

Se expondrán ciertos conceptos económicos necesarios para la posterior comprensión de los modelos presentados en el núcleo de este trabajo. Se presenta un marco teórico general común al presente trabajo a modo de introducción, prosiguiendo con los marcos teóricos específicos en los que se basan cada uno de los modelos desarrollados en GeoGebra.

- Capítulo 4:

Se realizará una breve descripción del programa utilizado (GeoGebra) y se describirá su gran aportación al mundo de las matemáticas, y a la enseñanza de las mismas en particular. También se comprobará su utilidad en la elaboración de distintos modelos que favorecerán la toma de decisiones en el ámbito empresarial.

- Capítulo 5:

Describiremos el primer tipo de nuestros modelos (Modelo Tipo I) desarrollados con GeoGebra, el cual trata los conceptos de frontera de posibilidades de producción y coste de oportunidad para finalmente servir como una herramienta de apoyo a la toma de decisiones en una empresa en particular. Se mostrará la resolución de un caso práctico, tanto en una situación sin especialización, como con especialización e intercambio.

- Capítulo 6:

Continuaremos con la presentación del segundo tipo modelo desarrollado (Modelos Tipo II), el cual analiza la oferta y la demanda en mercados competitivos en diferentes situaciones y contextos

económicos, así como la reacción del mercado al establecimiento de diversas políticas económicas por parte del Estado.

- Capítulo 7:

Proseguiremos en este capítulo con el tratamiento del riesgo en el contexto de elección de proyectos de inversión con la máxima rentabilidad y con el mínimo riesgo asumible (Modelo Tipo III).

Mostraremos como decidir si una inversión concreta es aconsejable o, por el contrario, no es recomendable para, finalmente ofrecernos un resultado gráfico e intuitivo de la decisión que se recomienda tomar. Por otro lado, también describiremos cómo elegir aquel proyecto más viable económicamente hablando (dentro de varios proyectos viables).

- Capítulo 8:

Se procederá a una valoración de las diferentes posibilidades de estudio que nos ofrece GeoGebra en sí mismo mediante el uso de otros recursos/materiales que implica dicho proyecto.

- Capítulo 9:

Como síntesis, se describen las conclusiones obtenidas tras la realización del presente trabajo.

Finalmente, se podrá encontrar la bibliografía y las referencias consultadas para la elaboración de este trabajo.

Capítulo 2. Estado del Arte: Software de ayuda a la toma de decisiones

Hoy en día, las empresas utilizan cada vez más herramientas y programas dedicados a facilitar la toma de decisiones. El volumen, su complejidad técnica y el rango de implementación de los mismos también se ha incrementado en los últimos años.

A continuación, presentamos diferentes programas existentes actualmente y que facilitan la toma de decisiones en empresas y otras organizaciones:

2.1. Hojas de cálculo (*Excel*)

Excel es un programa dedicado al manejo de hojas de cálculo (Figura 2.1). Tiene una serie de características valiosas como son el soporte para una gran variedad de funciones estadísticas, y la capacidad de ampliar sus capacidades a través de la grabación o programación directa de macros. Estas macros hacen que este software sea altamente flexible y compatible con otros tipos de aplicaciones, ya que están programadas en *Visual Basic*.

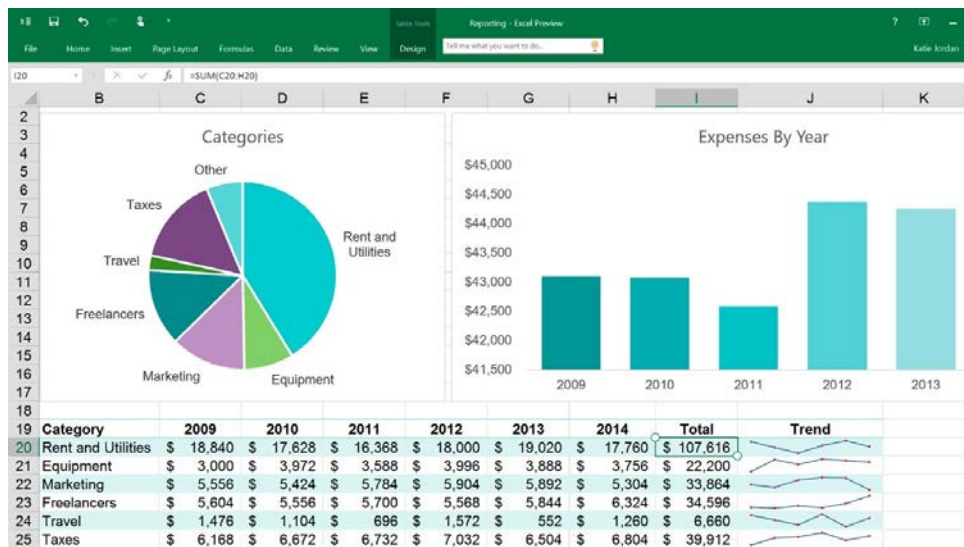


Figura 2.1: Interfaz gráfica del programa Excel

Por otra parte, Excel está estrechamente relacionado con otros componentes de *MS Office Suite*, como son *Word* o *PowerPoint*. Además, posee amplias opciones estéticas que permiten una rica presentación de modelos y sus resultados.

Excel es un programa de pago, aunque también existen programas de hojas de cálculo de código abierto: *LibreOffice* y *OpenOffice*.

2.2. Árboles de decisiones (*TreeAge Pro*)

Se trata de una herramienta que facilita la toma de decisiones mediante el manejo y la implementación de árboles de toma de decisiones (Figura 2.2) (representación cronológica del proceso de decisión, mediante una red que utiliza dos tipos de nodos: los nodos de decisión representados por medio de un cuadrado, y los nodos de estado, representados por círculos).

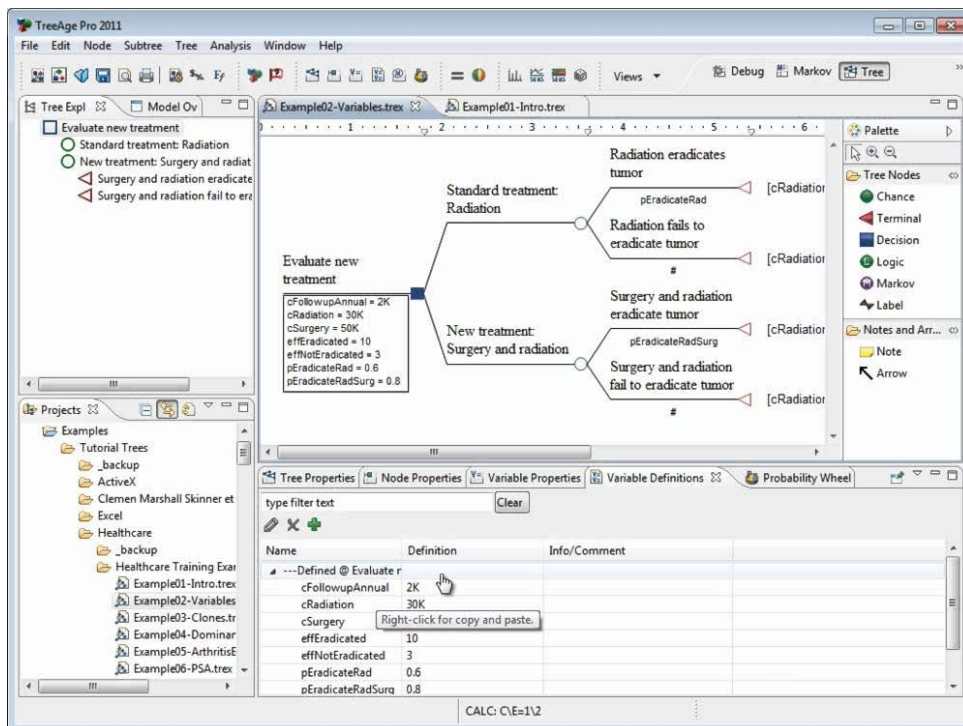


Figura 2.2: Interfaz gráfica del programa *TreeAge Pro*

Se utiliza asiduamente en el ámbito sanitario como herramienta de gestión de tratamientos médicos, facilitando a los profesionales la elección del mejor tratamiento posible para cada paciente.

Las ventajas de este software radican en la facilidad de implementación del modelo y en la flexibilidad de su interfaz (admite “copia y pega” de modelos completos, así como de partes de los modelos).

TreeAge ofrece varias licencias dependiendo de la industria y de su uso, aunque existe una versión de prueba disponible.

2.3. Lenguajes de programación adaptados

MATLAB y *R* son lenguajes de programación de uso general con un énfasis en las matemáticas y en la estadística. Permiten la creación de algoritmos complejos para tomar una decisión en base a las estimaciones realizadas por el usuario. Ambos son lenguajes de programación de alto nivel, es decir soportan todo tipo de modelos. Además, incorporan una identificación visual de errores de sintaxis y herramientas de gestión y depuración del código introducido.

- *MATLAB*:

MATLAB (*MATrix LABoratory*) es una combinación de un lenguaje de programación de alto nivel (**lenguaje M**) con un entorno de desarrollo integrado (IDE). *MATLAB* es una plataforma informática de propósito general que facilita el desarrollo y manejo de matrices, funciones, algoritmos numéricos... (Figura 2.3)

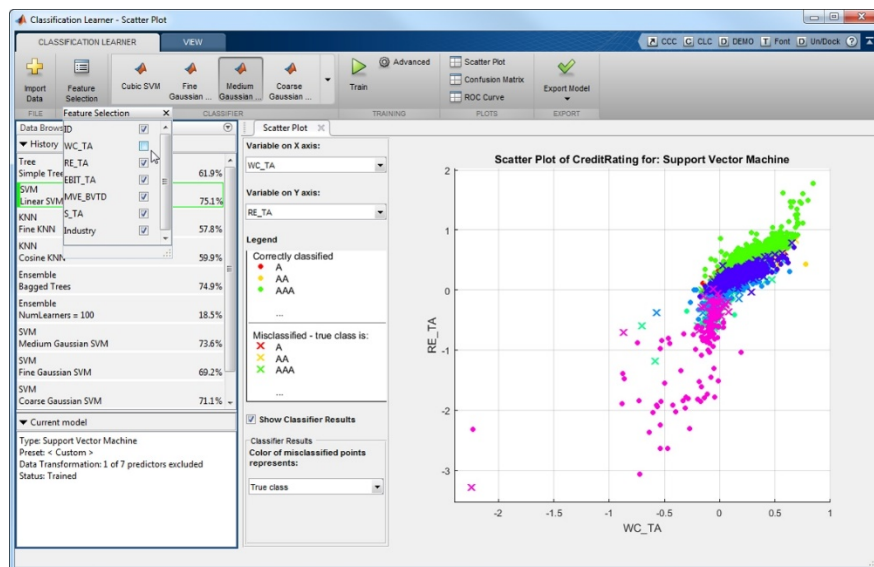


Figura 2.3: Interfaz gráfica del programa *MATLAB*

Para analizar el rendimiento de los programas e identificar áreas potenciales de mejora, el editor de *MATLAB* proporciona una identificación visual en tiempo real de la sintaxis y errores de programación e ineficiencias, permitiéndole al programador revisar el programa línea por línea para inspeccionar problemas. Además, los mensajes de error proporcionan una indicación de la ubicación de los errores de programación y su origen.

- Lenguaje *R*:

Es un lenguaje de programación de alto nivel enfocado al diseño y desarrollo de programas estadísticos. Se trata de una implementación de software libre del **lenguaje S**, pero con un mayor alcance estadístico. Actualmente se utiliza en campos como la minería de datos o la investigación biomédica.



Figura 2.4: Logo del lenguaje de programación R

2.4. Herramientas de gestión de proyectos

A continuación, se describen brevemente algunos de los programas de gestión de proyectos más conocidos en la actualidad:

- MyCollab:

Es una solución multipropósito que presenta herramientas para la gestión de relaciones con clientes (CRM), gestión de documentos y gestión de proyectos (*MyCollab-Project*).

- Odoo:

Es un conjunto completo de aplicaciones comerciales (Figura 2.5), en su interior contiene un gestor de proyectos. En este gestor se incluyen diagramas de Gantt, vistas de Kanban, gráficos...

- Taiga:

Plataforma de código abierto de gestión de proyectos para startups, desarrolladores y diseñadores. Posee integración con GitHub, por lo que resulta una herramienta interesante para los desarrolladores.

- OrangeScrum:

Es una herramienta de gestión de proyectos para autónomos y pequeñas y medianas empresas. Incluye características tales como planificación de recursos, seguimiento del progreso y vistas de diagramas Kanban y Gantt.

- Tuleap Open ALM:

Enfocado a proyectos de desarrollo de software, ofrece una plataforma que incluye funciones de administración de proyectos como Kanban, administración de documentos y otras herramientas de colaborativas.

- Redmine:

Esta herramienta de gestión de proyectos posee funciones sólidas como una wiki, un repositorio y un rastreador de problemas. Una de las ventajas de *Redmine* reside su disponibilidad, tanto para los gerentes del proyecto u otros miembros del equipo de proyecto, como para los clientes.

- Project-Open:

Herramienta de gestión de proyectos empresariales lanzada bajo un modelo de "licencia dual", lo que significa que en su núcleo es de código abierto, con módulos adicionales publicados bajo una licencia comercial.

- OpenProject:

Está diseñado para apoyar a equipos de proyecto durante todo el ciclo de vida del mismo. Algunos aspectos de *OpenProject*, que hacen que esta herramienta destaque, son su interfaz de usuario, su extensa documentación, y una gran cantidad de funciones, lo que la convierte en una buena opción para afrontar las necesidades de la empresa.

- LibrePlan:

Aplicación que permite que la gestión del proyecto esté disponible no sólo para el administrador del proyecto, sino también para todo el equipo del proyecto y, si es necesario, para todas las organizaciones implicadas en el mismo. Se trata de otra completa herramienta que admite asignación de recursos, diagramas de Gantt, finanzas... Estas características, junto con una aplicación basada en la web, hacen de *LibrePlan* una gran plataforma colaborativa. Además, proporciona un diseño moderno y una interfaz de usuario equilibrada, así como una documentación buena y completa, creación de informes y soporte profesional.

- ProjectLibre:

Es una herramienta con funciones como el soporte para la administración y seguimiento de tareas, asignación de recursos y diagramas de Gantt.

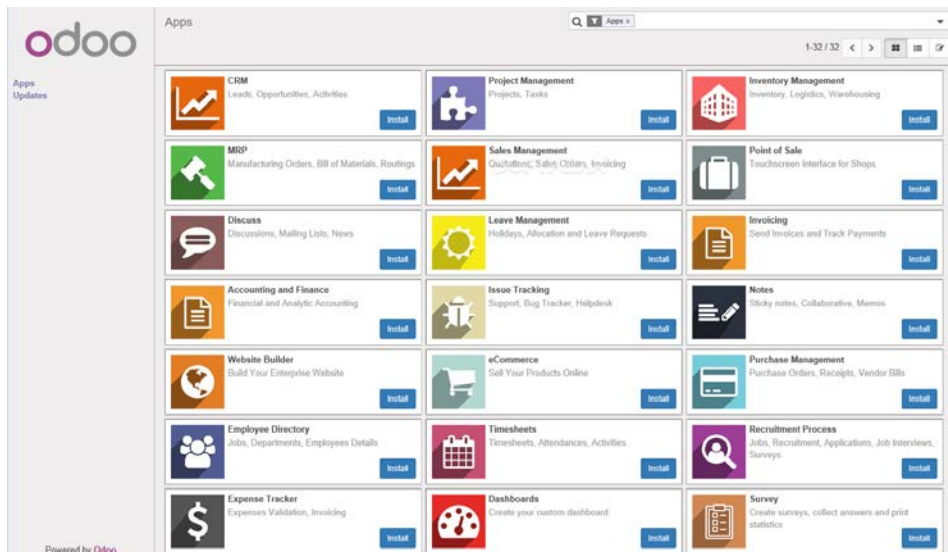


Figura 2.5: Vista gráfica de todos los módulos incluidos en el programa Odoo

Como conclusión a este capítulo cabe destacar que la gran variabilidad de programas existente hace que el mercado del software dedicado a la ayuda a la toma de decisiones sea bastante competitivo, esto origina a su vez que los desarrolladores deban de ser flexibles y dinámicos a la hora de desarrollar sus programas y aumentar su usabilidad.

Para la realización de los modelos de ayuda a la toma de decisiones que presentaremos a lo largo de este trabajo emplearemos un programa llamado **GeoGebra**. Las razones por las que se ha elegido este software se describirán a lo largo del Capítulo 4.

Capítulo 3. Marco teórico

En este capítulo desarrollaremos ciertos conceptos económicos necesarios para la posterior comprensión de los modelos presentados en el núcleo de este trabajo. Comenzaremos por un marco teórico general común al presente trabajo a modo de introducción, para proseguir con los marcos teóricos específicos en los que se basan cada uno de los modelos desarrollados en GeoGebra.

3.1. La economía como ciencia

3.1.1. ¿Qué es la economía?

Dado el concepto tan amplio que posee la economía, existen multitud de definiciones que intentan explicar en qué consiste:

“La Economía trata de explicar desde el método científico los fenómenos sociales relacionados con la generación de riqueza”
(Adam Smith)

“La Economía es la ciencia social que trata de explicar la generación de riqueza y su distribución” (Marshall)

“Ciencia que estudia el comportamiento humano como la relación entre unos fines y unos recursos escasos que tiene usos alternativos”
(Lionel Robbins)

“Ciencia que trata de explicar la generación de riqueza, el intercambio y el valor de los bienes” (Milton Friedman)

Al margen de estos “intentos” para explicar en qué consiste esta ciencia, en lo sucesivo trataremos la economía como el **estudio de la toma de decisiones** (Cepeda et al., 2004) (Figura 3.1), cualquier decisión basada en la escasez (entendida como la limitación que nos impide realizar más acciones de las que somos capaces de desarrollar) se considera una decisión económica. Estas decisiones son tomadas por los diferentes agentes económicos (individuos, empresa y Estado) con el fin de mejorar su situación.

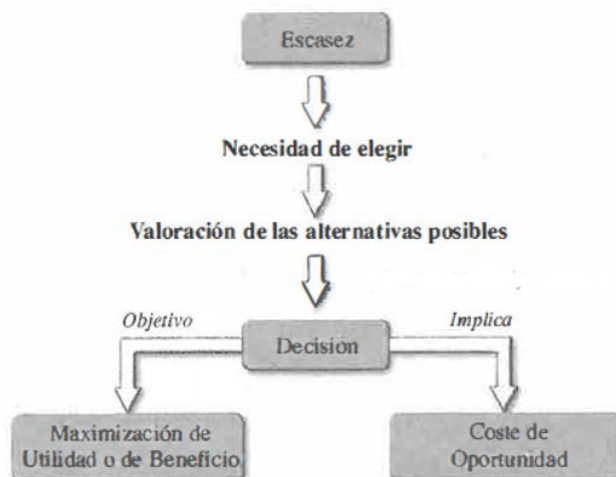


Figura 3.1: Proceso de decisión económica

3.1.1. Problemas básicos de la economía

Cuestiones económicas objeto de estudio para lograr el bienestar de la sociedad:

- **¿Qué producir?** En la producción de qué bien/es hay que especializarse.
- **¿Cómo producir?** Cada bien o servicio puede producirse de muchas formas. Se puede optar por procesos productivos que utilicen preferentemente un tipo de recursos (factores productivos) u otros: mano de obra, capital, naturales... Esta elección influye tanto en la calidad y cantidad final del producto (output), como en los costes de producción.
- **¿Para quién producir?** (o bien) ¿Cuántas unidades queremos producir y a qué precio queremos vender nuestro producto? El precio de venta de un bien debe ser tal que propicie su venta en cantidad suficiente para cubrir los costes de producción y generar beneficios. Cada productor decide si prefiere vender muchas unidades a un precio bajo, o pocas unidades a un precio alto. Así, el precio de venta de un producto determina si lo va a poder adquirir una mayor o menor proporción de sus potenciales compradores.

3.1.2. El estado del bienestar (economía mixta)

Aunque existen otros tipos de organización económica: **economía capitalista o libre mercado** (los productores y los consumidores “autorregulan” el mercado por sí mismo, sin la necesidad de que el

Estado intervenga) y **economía planificada/intervenida** (el Estado supervisa todas las decisiones económicas), no se desarrollarán en este trabajo, ya que supondremos en lo sucesivo un sistema de **economía mixta**.

El estado del bienestar (economía mixta) defiende la necesidad de un poder protector y regulador que trate de suavizar los fallos del mercado, que redistribuya la renta de forma más equitativa y que se preocupe de buscar para la sociedad el bienestar que el libre mercado no logra.

Para explicar el funcionamiento de este tipo de organización económica, desarrollamos el modelo del **flujo circular de la renta**:

- Empresas (productores):

Ofrecen a los individuos (consumidores) bienes y servicios que estos demandan a cambio de dinero. Por otro lado, remuneran los factores de producción (trabajo, tierra y capital) aportados por los individuos.

- Individuos (consumidores):

Ofrecen a las empresas sus factores de producción a cambio de una remuneración económica. Esta remuneración es utilizada por los individuos para pagar los bienes y servicios que demandan a las empresas.

- Estado:

Recauda impuestos (tanto a las empresas como a los individuos) y a su vez ofrece servicios públicos, por lo que termina actuando como un regulador de la economía que reparte la riqueza.

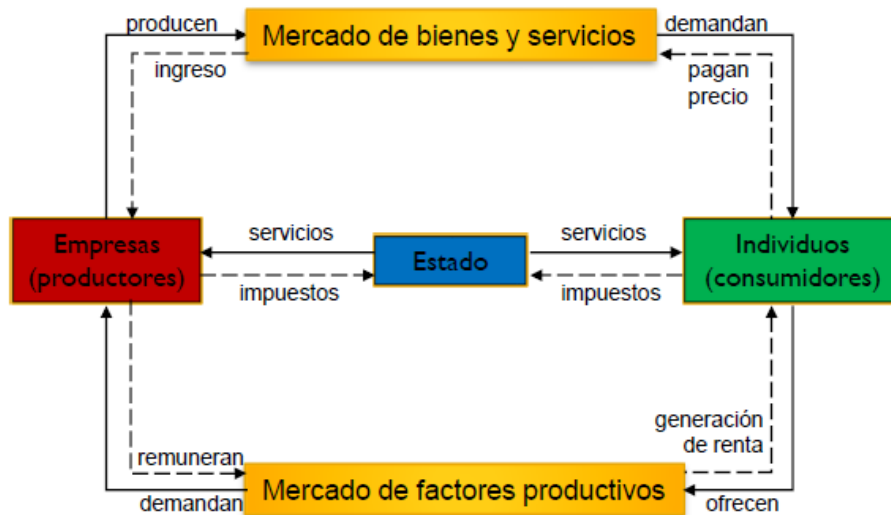


Figura 3.2: Flujo circular de la renta en una economía mixta

3.2. La frontera de posibilidades de producción y el comercio

3.2.1. La frontera de posibilidades de producción

Suponiendo que una economía produce únicamente dos bienes, la **frontera de posibilidades de producción** muestra las diferentes combinaciones de producción que la economía está en posibilidades de producir, dados los factores de producción de los que dispone y utilizando la tecnología existente (Figura 3.3).

Debido a que los recursos son escasos, no todas las combinaciones son viables. Dada la tecnología disponible para fabricar dichos productos, sólo puede producirse cualquier punto que esté dentro o sobre la línea de la frontera de posibilidades, pero no puede producirse ningún punto que esté fuera de ella.

Se dice que un resultado es **eficiente** si la economía obtiene el mayor provecho posible de los recursos de que dispone. Los puntos que están sobre la línea de la frontera de posibilidades son los que representan niveles eficientes de producción, y no aquellos que se encuentran dentro de la frontera (nivel de producción ineficiente).

Para una tecnología dada, una vez que se han alcanzado los puntos de eficiencia en la frontera, la única manera de aumentar la cantidad de un bien es si se reduce la cantidad del otro. Desde el punto de vista del coste de oportunidad, definido como el valor de la mejor

alternativa posible a la que se renuncia cuando se toma una decisión económica, la frontera de posibilidades de producción muestra el coste de oportunidad de un bien, medido en términos de otro bien.

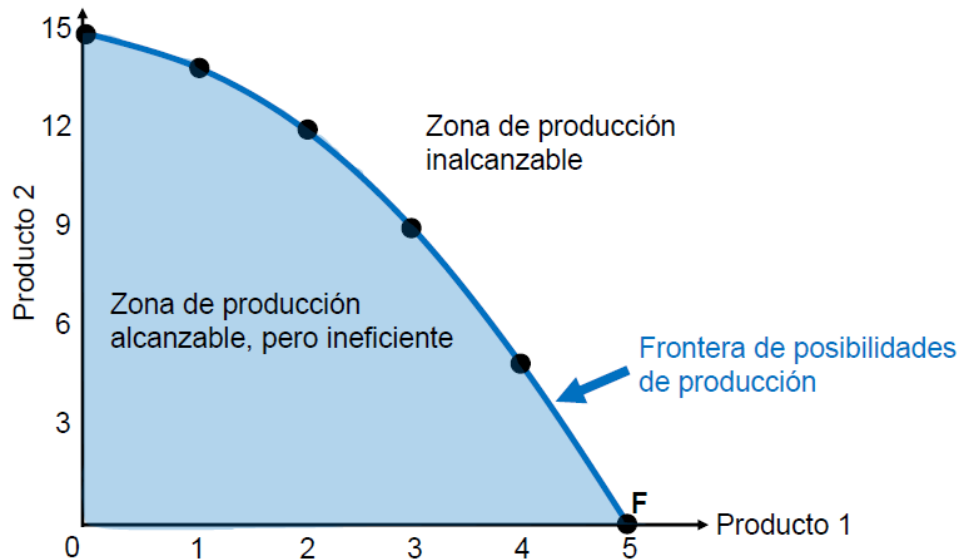


Figura 3.3: Frontera genérica de posibilidades de producción para dos productos (1 y 2)

La frontera de posibilidades de producción simplifica el análisis de una economía compleja para evidenciar algunas ideas básicas, pero con mucho significado: escasez, eficiencia, disyuntivas y coste de oportunidad.

3.2.2. El comercio como generador de riqueza

La **frontera de posibilidades de consumo** representa las combinaciones alternativas de bienes que puede consumir una economía; para una situación en la que no existe comercio, esta coincide con la frontera de posibilidades de producción.

El **principio de la ventaja comparativa** establece que gracias a la especialización y al comercio se obtienen beneficios: cuando las personas se especializan en producir aquel bien para el que tienen ventaja comparativa (habilidad para producir un bien con un coste de oportunidad más bajo que otro productor) y se produce un intercambio de estos productos, el total de la producción de la economía se incrementa, la frontera de posibilidades de consumo aumenta y se mejora el bienestar de todos los implicados.

Es necesario señalar que para que una transacción comercial sea mutuamente ventajosa para ambas partes, el precio al que

comercian se debe situar entre los costes de oportunidad de cada una de dichas partes.

3.3. La Oferta y la Demanda en los mercados competitivos

3.3.1. ¿Qué es un mercado?

Un mercado es un conjunto de agentes económicos que, por medio de sus interacciones, determinan el precio de un producto o de un conjunto de productos.

Estos agentes económicos se pueden dividir en dos grandes grupos según su función:

- Los compradores:

Son los consumidores, que compran bienes y servicios, y las empresas, que compran trabajo, capital y materias primas que utilizan para producir bienes y servicios.

- Los vendedores:

Son las empresas, que venden sus bienes y servicios; los trabajadores, que venden sus servicios de trabajo; y los propietarios de recursos, que arriendan la tierra o venden recursos minerales a las empresas.

Es evidente que la mayoría de las personas y de las empresas actúan como compradoras y como vendedoras al mismo tiempo, pero resultará útil concebirlas simplemente como compradoras cuando compran algo y como vendedoras cuando venden algo.

Juntos, los compradores y los vendedores se interrelacionan formando mercados.

3.3.2. Mercados competitivos

Un mercado perfectamente competitivo es aquel que posee numerosos compradores y vendedores, por lo que ninguno de ellos influye significativamente en el precio (son precio-aceptantes). Otras características de este tipo de mercados son:

- Homogeneidad del producto (los bienes a la venta son todos iguales).
- Alto número de compradores y vendedores (cada uno ejerce una influencia insignificante en el precio de mercado).
- Información sobre precios y costes.
- Libertad de entrada y salida en el mercado.

3.3.3. Demanda

La curva de demanda del mercado (Figura 3.4) muestra la relación entre el precio de un bien y la cantidad demandada total por todos los compradores potenciales.

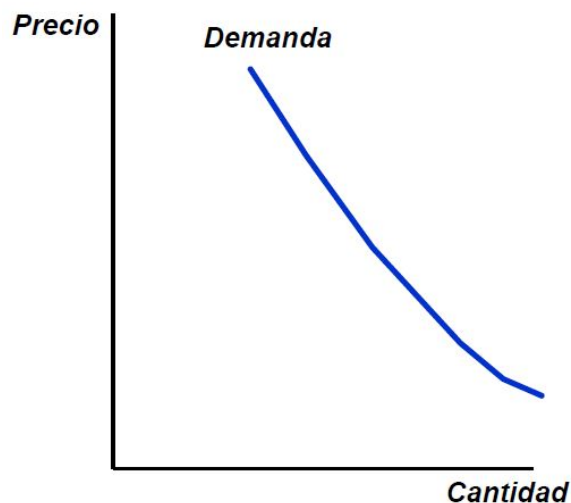


Figura 3.4: Curva de demanda lineal genérica

La curva de demanda del mercado tiene pendiente negativa debido a que la mayoría de los individuos, en su conjunto, comprarán más cuando disminuya el precio de un bien.

Cabe destacar que la cantidad demandada también puede depender de otras variables como:

- La renta de los consumidores.
- Los precios de otros productos relacionados (bienes complementarios y bienes sustitutivos).
- El tamaño del mercado.
- Los gustos de los consumidores.

- Las expectativas futuras sobre la evolución de los precios.

3.3.4. Oferta

La curva de oferta del mercado muestra la cantidad total que están dispuestos los productores a vender para cada nivel de precios.

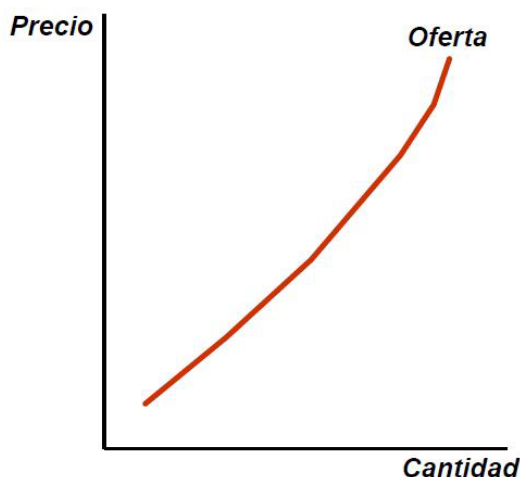


Figura 3.5: Curva de oferta lineal genérica

Tiene pendiente positiva; cuanto más alto es el precio, más pueden y quieren las empresas producir y vender (relación positiva).

Cabe destacar que la cantidad que los productores están dispuestos a vender depende no sólo del precio que perciben sino también de otros factores como:

- Los costes de producción.
- El tamaño del mercado.
- Las expectativas futuras sobre la evolución de los precios.

3.3.5. El equilibrio competitivo

La oferta y la demanda son las dos fuerzas que hacen que las economías de mercado funcionen. Estas fuerzas determinan la cantidad que se produce de cada bien y el precio al que debe venderse. Cuando unimos estas fuerzas sólo existirá un precio y una cantidad compatibles con las intenciones de consumidores y de productores. Ese punto de coordenadas es la intersección entre la curva de oferta y la curva de demanda y se denomina **punto de equilibrio competitivo** (Figura 3.6).

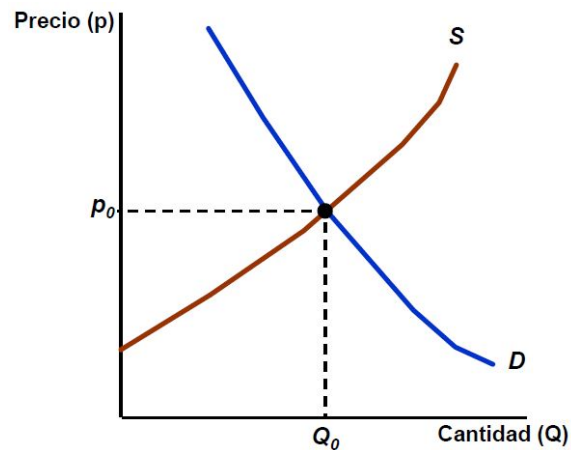


Figura 3.6: Equilibrio del mercado

En el punto de equilibrio, la cantidad del bien que los compradores están dispuestos y son capaces de comprar equivale exactamente a la cantidad que los vendedores están dispuestos y son capaces de vender.

Independientemente de que el precio empiece en un nivel demasiado alto o demasiado bajo, las actividades de muchos compradores y vendedores empujan automáticamente el precio de mercado hacia el precio de equilibrio (mecanismo del mercado). La rapidez con la que se llega al equilibrio varía de un mercado a otro, dependiendo de la rapidez con la que se ajusten los precios.

3.3.6. Variaciones del equilibrio

El precio y la cantidad de equilibrio dependen de la posición de las curvas de la oferta y la demanda. Cuando algún acontecimiento desplaza alguna de estas curvas, el equilibrio del mercado cambia y da por resultado un nuevo precio y una nueva cantidad intercambiada entre compradores y vendedores.

Uno de los acontecimientos que puede provocar este desplazamiento del punto de equilibrio es la intervención del Estado en el mercado. En lo sucesivo a este trabajo y al desarrollo de los modelos posteriores, consideraremos diferentes tipos de intervenciones:

- Fijación de un precio máximo o un precio mínimo para el bien en cuestión.
- Establecimiento de impuestos y subvenciones a los productores o a los consumidores.

- Fijación de un arancel (impuesto) a la importación del bien.
- Limitación de la cantidad del bien que se puede importar (contingente).

3.4. Valoración económica de un proyecto de inversión

En la actualidad los directivos y los ejecutivos técnicos son los encargados de tomar las decisiones en las empresas, de forma que satisfagan los intereses de los accionistas maximizando el precio de las acciones. El precio de estas acciones depende, entre otras cosas, del riesgo. En la presente sección trataremos el riesgo en el contexto de elección de proyectos de inversión con la máxima rentabilidad y con el mínimo riesgo asumible.

3.4.1. Flujo neto de caja

Diferencia entre los cobros generados por la inversión (dinero que entra en caja) en ese momento y los pagos (dinero que sale de caja) que esa inversión requiere en ese mismo instante. Es decir, las entradas y salidas efectivas de dinero.

3.4.2. Equivalencia de capitales en el tiempo

- Valor futuro de un capital actual:

Para resolver el problema de manejar flujos netos de caja obtenidos en distintos momentos del tiempo necesitamos una ley que financieramente haga equivalentes los capitales en distintos instantes. Para hallar el valor futuro (C_n) (al cabo de n años) de un capital actual, se aplica la siguiente fórmula:

$$C_n = C_o(1 + i)^n$$

C_o = Capital inicial

$(1 + i)^n$ = Factor de capitalización (factor por el que hay que multiplicar el capital inicial para conocer su valor equivalente en otro momento futuro)

i = tipo de interés

- Valor actual de un capital futuro:

Visto cómo podemos trasladar un capital de hoy a cualquier momento futuro, ahora estamos interesados en el proceso contrario: trasladar capitales del futuro al instante actual. Este proceso, de hecho, es el más utilizado para actualizar los flujos de caja futuros al presente, y así poder comparar inversiones. Para hallar el valor actual (C_0) a partir del valor del capital en el futuro (C_n), es decir, el **Valor Actual Descontado (VAD)**:

$$VAD = \sum_{n=0}^n \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$(1+i)^{-n}$ = Factor de actualización (factor por el que hay que multiplicar el capital futuro para conocer su equivalente en el instante inicial.

3.4.3. Valor Actual Neto (VAN)

¿Cómo averigua una empresa si merece la pena o no realizar una determinada inversión? Debe calcular el valor actual de los futuros flujos monetarios que espera que genere y compararlo con el coste de la inversión. Este método se conoce con el nombre de criterio del **Valor Actual Neto (VAN)**. El VAN se basa en el cálculo del valor actual descontado (valor actual de un capital futuro) de todos los flujos de caja que se espera se produzcan a lo largo del proyecto. Numéricamente, el VAN es la suma del valor descontado/actualizado de los flujos de caja:

$$VAN = -I_0 + \sum_{i=1}^n \frac{FC_i}{(1+k)^i}$$

Donde:

FC_i = Flujos de caja del ejercicio económico i .

k = Coste del capital al que se actualizan los flujos de caja (tasa de descuento, r).

I_0 = Coste inicial de la inversión.

3.4.4. Tasa Interna de Retorno (TIR)

Otro concepto clave en este análisis es la denominada **Tasa Interna de Retorno (TIR)**, la cual se define como la tasa de descuento a la que habría que actualizar los flujos de caja generados por el proyecto para que su VAN sea nulo (Figura 3.7).

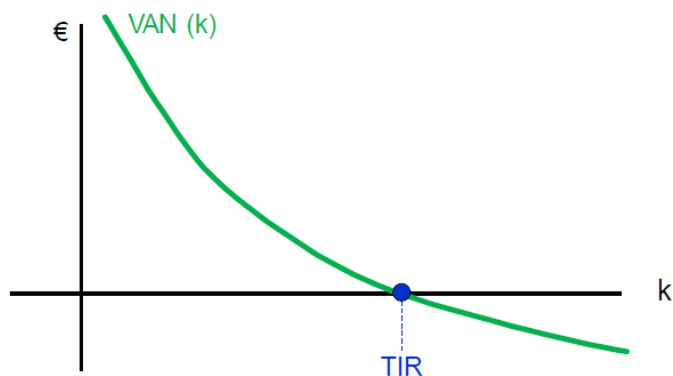


Figura 3.7: Valoración económica de un proyecto de inversión, interpret. Gráfica

Resumiendo, en base a estos dos conceptos, podemos valorar la viabilidad económica de un proyecto (Figura 3.8 y Figura 3.9):

- Si $VAN > 0$ (o $TIR > k$) → El proyecto es viable económicamente.
- Si $VAN < 0$ (o $TIR < k$) → El proyecto NO es viable económicamente.

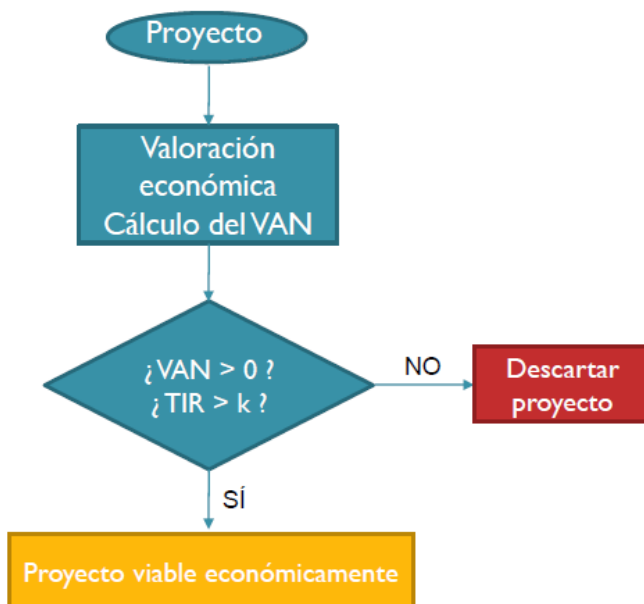


Figura 3.8: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión

Ejemplo gráfico con el fin de facilitar la comprensión de los conceptos básicos de VAN y TIR, así como la relación existente entre ambos (Figura 3.9):

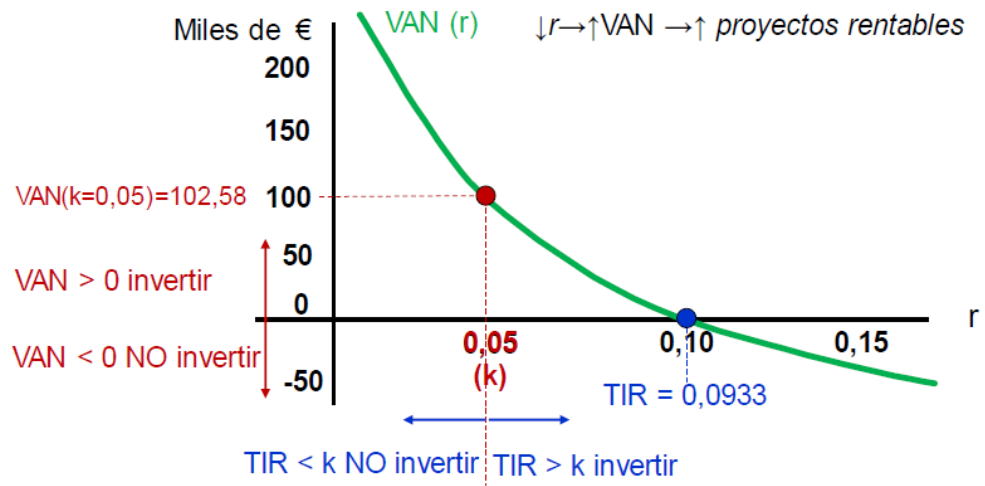


Figura 3.9: Ejemplo de valoración económica de un proyecto de inversión, interpret. Gráfica

Capítulo 4. Introducción a GeoGebra

En este capítulo realizaremos una breve descripción del software que utilizaremos, se describirá su gran aportación al mundo de las matemáticas, y a la enseñanza de las mismas en particular. En lo sucesivo comprobaremos su utilidad en la elaboración de distintos modelos que favorecerán la toma de decisiones en el ámbito empresarial.

4.1. ¿Qué es GeoGebra?



Figura 4.1: Logo de GeoGebra

“GeoGebra es un software libre, de matemática para educación en todos sus niveles, disponible en múltiples plataformas. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo e incluso recursos de probabilidad y estadística, en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraica general y simbólica, estadísticas y de organización en tablas y hojas de datos dinámicamente vinculadas.” (Markus Hohenwarter, creador de GeoGebra)

4.2. Historia, evolución y comunidad actual

El programa GeoGebra fue creado por **Markus Hohenwarter** (Figura 4.2) en el marco de su trabajo de tesis de Máster, presentada en el año 2002 en la Universidad de Salzburgo (Austria), como herramienta para la enseñanza y aprendizaje de matemáticas para la enseñanza secundaria. Este proyecto ha sido continuado posteriormente por el mismo Hohenwarter en la Universidad



Figura 4.2: Markus Hohenwarter (creador y director del proyecto GeoGebra)

Atlántica de Florida (2006-2008), en la Universidad Estatal de Florida (2008-2009) y en la actualidad, en la Universidad de Linz (Austria).

La idea de diseñar un nuevo software surgió a partir de la siguiente problemática: los docentes no utilizaban los programas de cálculo existentes, pues estos eran excesivamente complejos; en cambio, sentían una clara atracción hacia los programas de geometría, debido a su facilidad de manejo y a su interfaz (mucho más visual). Ante esta situación Hohenwarter decidió crear GeoGebra como una combinación de las tres partes matemáticas: Cálculo, Álgebra y Geometría.

Con el tiempo este programa fue ganando popularidad y consolidándose, tras ello un gran número de voluntarios se fue uniendo al proyecto y participando en su desarrollo. Actualmente, existe una gran comunidad de docentes, investigadores, desarrolladores de software, estudiantes y otras personas interesadas en la temática, que se agrupan en los distintos Institutos GeoGebra locales y regionales (Figura 4.3) que se articulan entre sí a través del **Instituto Internacional de GeoGebra**. Estas agrupaciones permiten que este programa y su desarrollo continúen en la actualidad.



Figura 4.3: Localización de todos los institutos de GeoGebra



Figura 4.4: Figura 4.5: Logos de todos y cada uno de los institutos de GeoGebra

Cabe destacar el gran progreso de este software informático desde sus inicios hasta la actualidad (GeoGebra 6.0), ampliándose su uso a distintos campos de las Matemáticas. A continuación, se muestran todas las **versiones** disponibles actualmente junto con sus fechas e idiomas de lanzamiento:

- Versión 1.0, enero 2002 (inglés y alemán)
- Versión 2.0, enero 2004 (inglés y alemán)
- Versión 3.0, marzo 2009 (39 idiomas incluido español)
- Versión 3.2, junio 2009 (45 idiomas incluido español)
- Versión 4.0, octubre 2011 (50 idiomas incluido español)
- Versión 4.2, diciembre 2012 (50 idiomas incluido español)
- Versión 4.4, diciembre 2013 (50 idiomas incluido español)
- Versión 5.0, 2017
- Versión 6.0, 2018 (con la que trabajaremos en lo sucesivo a este proyecto)

4.3. ¿Qué tipo de programa es GeoGebra?

La principal particularidad de este programa interactivo y dinámico reside en la **combinación**, por partes iguales, del **tratamiento geométrico y algebraico**:

- GeoGebra posee ciertas particularidades de los **programas de Geometría Dinámica** (DGS, en inglés), los cuales permiten la introducción directa en la ventana gráfica de objetos geométricos y la representación dinámica de los mismos (Ejemplos de este tipo de programas: Cabri, Cinderella...).
- Por otra parte, también posee características propias de los **programas de cálculo simbólico** (CAS, en inglés), permitiendo la realización de cálculos simbólicos y numéricos, así como representaciones simbólicas (Ejemplos de este tipo de programas: Derive, Mapple, Mathematica, Matlab...).

El verdadero potencial de este programa es la fuerte interrelación entre ambas partes. Cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geométrica) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas.



Figura 4.6: Gráfico de las funciones incluidas en GeoGebra 6.0

4.4. ¿Qué nos permite realizar GeoGebra?

Entre otras funcionalidades permite al usuario realizar las siguientes cuestiones:

- Permite construir figuras con cierta propiedad (objetos dependientes) a partir de puntos, segmentos, rectas, vectores, funciones, ecuaciones de rectas... (objetos independientes) y, además, construir gráficas que se pueden transformar mediante el ratón de manera dinámica.
- Proporciona diferentes imágenes de los objetos desde diversos puntos de vista: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas, y hojas de datos activamente relacionadas.

Mediante GeoGebra se puede visualizar cualquier cambio o edición en las expresiones y representaciones. Es decir, un cambio sobre el objeto afectará a su expresión matemática, mientras que cualquier modificación en su expresión matemática modificará también su representación gráfica.

- Tiene implementado distintas funciones como la localización de máximos, mínimos, puntos de inflexión, función derivada, raíces de una función, integral definida, recta tangente en un punto...
- Incorpora su propia hoja de cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

4.5. Interfaz de usuario

La interfaz de usuario de GeoGebra en su versión 6.0 consta de una serie de vistas principales, así como de otros componentes que sirven de herramientas de interacción del usuario con dichas vistas (Figura 4.7):

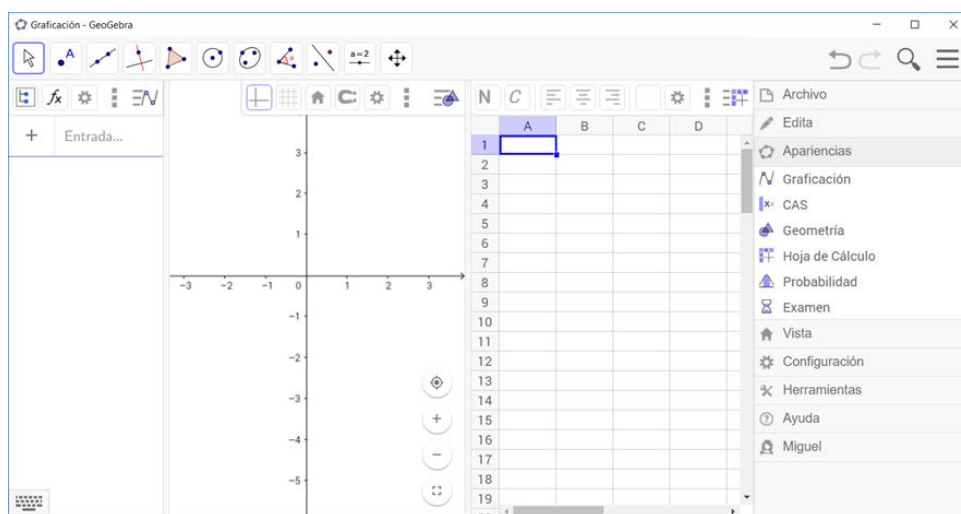


Figura 4.7: Interfaz gráfica de usuario de GeoGebra 6.0

4.5.1. Vistas

GeoGebra, en su última versión (6.0) ofrece diversas vistas vinculadas dinámicamente (Figura 4.8): vista algebraica, vista gráfica, vista CAS, vista de hoja de cálculo, vista de calculadora de probabilidades y hasta una vista gráfica 3D (incorporada en la última versión).



Figura 4.8: Vistas presentes en la versión 6.0 de GeoGebra

Cada una de ellas presenta su propia barra de herramientas con un repertorio de herramientas y comandos, así como operadores y funciones que permiten al usuario crear construcciones dinámicas con diferentes representaciones de los objetos matemáticos.

En lo referente a este trabajo nos centraremos únicamente en tres de estas vistas: Vista gráfica, vista algebraica y vista de hoja de cálculo; todas ellas ofrecen tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente.

- Vista gráfica:

Se localiza en el centro de la Figura 4.7. Contiene un panel de dibujo en el que se muestran las representaciones geométricas de los objetos. En esta vista, a través de la utilización de las herramientas de geometría dinámica proporcionadas en la barra de herramientas, se pueden crear nuevas construcciones geométricas utilizando puntos, rectas, segmentos, polígonos, cónicas, etc. También se pueden realizar otras operaciones como intersección entre objetos, traslaciones, rotaciones, etc. Además, se pueden graficar funciones, curvas expresadas en forma implícita, regiones planas definidas mediante desigualdades, etc. Por otra parte, se pueden ocultar los ejes de coordenadas y el usuario puede mostrar una cuadrícula de coordenadas.

- Vista algebraica:

Se encuentra en la parte izquierda de la Figura 4.7. En ella se muestran las representaciones numéricas y algebraicas de los

objetos representados en otras vistas del programa, estos se organizan en dos grupos:

- **Objetos independientes:** pueden ser modificados directamente por el usuario y no dependen de ningún otro objeto.
- **Objetos dependientes:** son el resultado de procesos de construcción y dependen de “objetos independientes”. Aunque no se pueden modificar directamente, cambiar los objetos independientes de los que dependen influye en los mismos.

Además, ambos tipos de objetos se pueden definir como objetos auxiliares, lo que significa que se pueden eliminar de la ventana de álgebra para mantener la lista de objetos claramente organizada.

- Vista de hoja de cálculo:

Vista localizada en la parte derecha de la Figura 4.7. Presenta una plantilla con celdas ordenadas en filas y columnas en las cuáles es posible introducir y operar datos numéricos. También ofrece herramientas para el tratamiento estadístico de los datos. En dichas celdas de la hoja de cálculo, pueden ingresarse tanto números como cualquier otro tipo de objeto matemático. Si procede, también aparecerá de inmediato, en la vista gráfica del programa, la representación del objeto ingresado en la celda, coincidiendo su nombre con el de la celda de a partir de la cual fue creado.

4.5.2. Otros componentes de la interfaz de usuario

- Barra de menú:

Se encuentra en el margen derecho de la Figura 4.7. Proporciona una amplia gama de elementos de menú que permiten al usuario guardar, imprimir y exportar construcciones, así como cambiar configuraciones predeterminadas del programa, crear herramientas personalizadas y personalizar la barra de herramientas.

- Barras de herramientas:

Cada vista (gráfica, algebraica y de hoja de cálculo) posee una diferente. Se sitúa en la cabecera del programa (Figura 4.7).

Consisten en un conjunto de cajas de herramientas en las que se organizan las herramientas de geometría dinámica de GeoGebra. Las herramientas se pueden activar y aplicar usando el cursor de una manera muy intuitiva.

Tanto el nombre de la herramienta activada como la ayuda de la barra de herramientas, que se encuentra justo al lado de la barra de herramientas, brindan información útil sobre cómo manejar la herramienta correspondiente y, por lo tanto, cómo crear objetos nuevos. En la esquina derecha de la barra de herramientas, se pueden encontrar los botones Deshacer y Rehacer, que permiten al usuario deshacer los errores paso a paso.

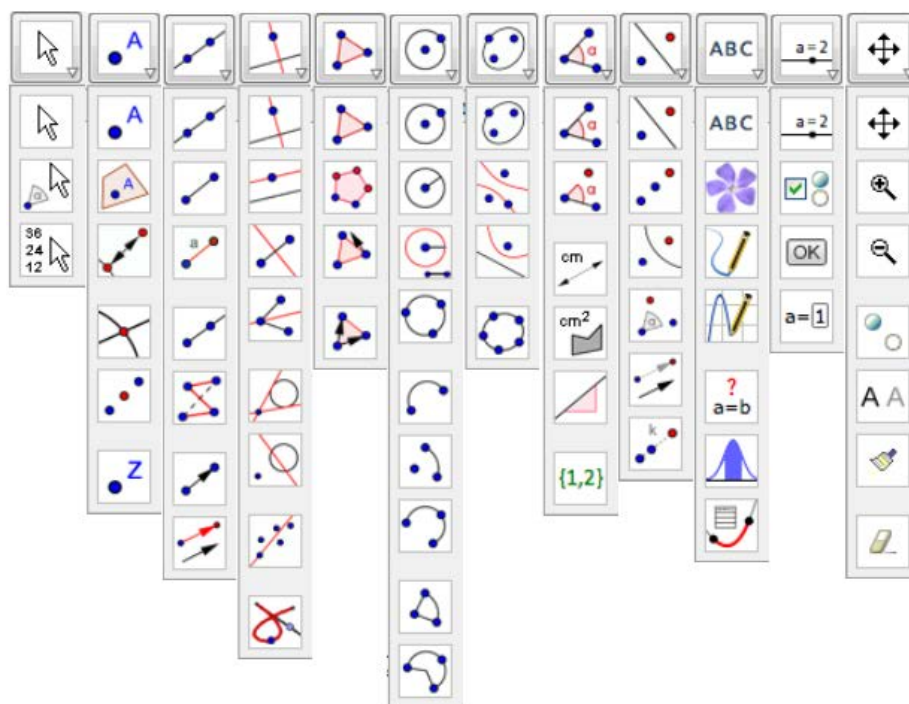


Figura 4.9: Herramientas presentes dentro de la barra de herramientas de la vista gráfica

- Barras de estilo:

Cada vista (gráfica, algebraica y de hoja de cálculo) posee una diferente, por ello se sitúan en las cabeceras de cada una de ellas (Figura 4.7).

Permiten cambiar fácil y rápidamente algunas propiedades básicas de las vistas (cada vista tiene una propia) y de los objetos. Según la herramienta en uso o el objeto seleccionado, la barra de

estilo presentará un conjunto de opciones para modificar las propiedades del objeto seleccionado o para el objeto que se creará con la herramienta seleccionada.

4.6. ¿Por qué hemos elegido GeoGebra?

Además de todos los aspectos mencionados anteriormente, GeoGebra posee unas particularidades que han provocado su elección como software para desarrollar el presente proyecto:

- **KISS:** Está basado en el principio “Keep It Short and Simple” (“Mantenlo corto y simple”). Este principio establece que la mayoría de sistemas funcionan mejor si se mantienen simples que si se hacen complejos; por ello, la simplicidad debe ser mantenida como un objetivo clave del diseño, y cualquier complejidad innecesaria debe ser evitada. Esta “filosofía” da lugar a un software que puede ser usado de forma intuitiva y no requiere de ningún tipo de habilidad informática excesivamente avanzada.
- Como se ha mencionado anteriormente, el software es **gratuito** y se puede distribuir libremente, siempre y cuando, no sea para uso comercial. Además, se trata de una plataforma de **código abierto**. Esta característica permite su instalación en casi cualquier equipo actual sin la necesidad de pagar por una licencia.
- Cabe destacar que GeoGebra está escrito en lenguaje de programación **Java**. Java permite crear aplicaciones que destacan frente otros entornos de programación por su velocidad, interactividad con el usuario, su independencia de un hardware específico, o numerosas posibilidades de combinación con distintos medios (texto, gráficos, animaciones y sonidos). Lo que hace de este tipo de aplicaciones accesibles y atractivas. Todo esto provoca que GeoGebra esté actualmente en las siguientes plataformas:
 - Windows: todas.
 - macOS: 10.6 en adelante.
 - Linux: compatible con Debian, Ubuntu, Red Hat y OpenSUSE.



- Android: depende del dispositivo.
- iOS: 6.0 o posterior.
- Existe una gran **comunidad internacional de usuarios** detrás de este software, lo que ha permitido la existencia de foros, wikis y numerosos tutoriales en la red. Este hecho facilita la comprensión del funcionamiento de este programa, además, una vez realizadas nuestras creaciones, tendremos la posibilidad de compartirlas de una forma rápida y sencilla con otros usuarios.
- Las realizaciones son fácilmente **exportables** a páginas web (incluso en la propia página web de GeoGebra), por lo que podemos crear páginas dinámicas en pocos segundos y poder acceder a las mismas en cualquier momento y lugar desde cualquier equipo con conexión a internet sin la necesidad de instalar el programa en dicho equipo.
- GeoGebra puede ser utilizado tanto **online**, como instalado en el ordenador (**offline**).
- A lo largo de su breve historia, ha obtenido una serie de prestigiosos premios que abalan este proyecto (Figura 4.10):



Figura 4.10: Premios recibidos por el proyecto GeoGebra

- A todas estas ventajas hay que sumar el hecho de que actualmente está **disponible en español**, incluido el manual de ayuda.

Como conclusión, el principio KISS, la gran comunidad de usuarios y el manual de ayuda en español nos facilitarán una fácil y rápida comprensión del uso de GeoGebra a la hora de desarrollar los diferentes modelos económicos.

Por otra parte, la gratuidad de este software, su portabilidad a todas las plataformas y la posibilidad de su utilización tanto online como offline, nos permitirán poder utilizar dicho programa en casi cualquier situación, en cualquier lugar y desde cualquier sistema operativo.

Capítulo 5. Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

En el siguiente capítulo se presentará un modelo desarrollado con GeoGebra, el cual trata los conceptos de frontera de posibilidades de producción y coste de oportunidad para finalmente servir como una herramienta de apoyo a la toma de decisiones en una empresa en particular.

Para facilitar la comprensión del modelo y de su funcionamiento, se mostrará la resolución de un caso práctico en diferentes situaciones:

- Sin especialización: No se produce ningún intercambio comercial de los bienes considerados con ninguna otra empresa del exterior.
- Con especialización e intercambio: Existe un intercambio de los bienes considerados entre las dos empresas que mostraremos.

5.2. Sin especialización

Supongamos que en un mismo mercado existen dos empresas ficticias (*EUtire* y *UStire*) cuya actividad principal es la fabricación de neumáticos. Para la fabricación de los mismos necesitan de dos productos semielaborados: el caucho sintético y el caucho natural. La cantidad que cada una de las empresas puede producir es limitada, pues los recursos de los que disponen son escasos. Este hecho provoca que ambas sólo pueden producir una cantidad adicional de un bien si renuncian a la cantidad producida del otro bien.

En este caso, el modelo aportará información a las empresas sobre las diversas combinaciones de bienes que podrían producir (y consumir), sin recurrir al mercado, para unos determinados niveles de tecnología y factores de producción existentes.

5.2.1. Introducción al modelo

Continuando con el ejemplo anteriormente citado, sabemos que se disponen de 2000 horas de trabajo en cada una de las empresas

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

para repartir entre la producción de caucho natural y la producción de caucho sintético, además los tiempos de fabricación (h/kg) de ambos cauchos en las dos empresas son los siguientes (Figura 5.1):

| h/kg | Caucho sintético | Caucho natural |
|--------|------------------|----------------|
| EUtire | 6 | 7 |
| UStire | 3 | 2 |

Figura 5.1: Tiempos de fabricación de los productos semielaborados

Introduciremos estos datos en el programa mediante la utilización de las casillas de entrada de las que dispone su interfaz (Figura 5.2):

Rellene la siguiente tabla:

Comercio

| | Producto1 | Producto2 |
|-------------------------------|------------|------------|
| Tiempo/unidad (Ej: h/kg) h/kg | Sintético | Natural |
| Productor1 EUtire | 6 | 7 |
| Productor2 UStire | 3 | 2 |
| Horas totales | 2000 | |
| Producción actual: | Producto 1 | Producto 2 |

Figura 5.2: Modelo tipo I: Casillas de entrada para el caso práctico en situación sin especialización

En la hoja de cálculo de la que dispone este software se procesarán los datos introducidos (Figura 5.3):

| | A | B | C | D |
|----|---|-----------------|-----------|---------|
| 1 | | | | |
| 2 | | h/kg | Sintético | Natural |
| 3 | | EUtire | 6 | 7 |
| 4 | | UStire | 3 | 2 |
| 5 | | | | |
| 6 | | Horas totales | 2000 | |
| 7 | | | | |
| 8 | | Unid producidas | Sintético | Natural |
| 9 | | EUtire | 333.33 | 285.71 |
| 10 | | UStire | 666.67 | 1000 |
| 11 | | | | |

Figura 5.3: Modelo tipo I: Hoja de cálculo para el caso práctico en situación sin especialización

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

Esta vista, por otro lado, nos permite visualizar otros datos calculados a partir de los introducidos, como por ejemplo el número de unidades producidas: unidades totales producidas de cada uno de los productos fabricados por parte de cada empresa (productor), durante las horas totales trabajadas, para el caso en el que sólo se produjera ese tipo de producto. Se han obtenido multiplicando cada uno de los valores de la Figura 5.1 por las horas totales.

De ahora en adelante nos centraremos en la vista gráfica del programa, pues es la que nos aportará una información más intuitiva, lo que nos facilitará el proceso de toma de decisiones. Para este modelo en concreto, nos mostrará en pantalla información visual acerca de las zonas de producción y las fronteras de posibilidades de producción (y de comercio) (Figura 5.4):

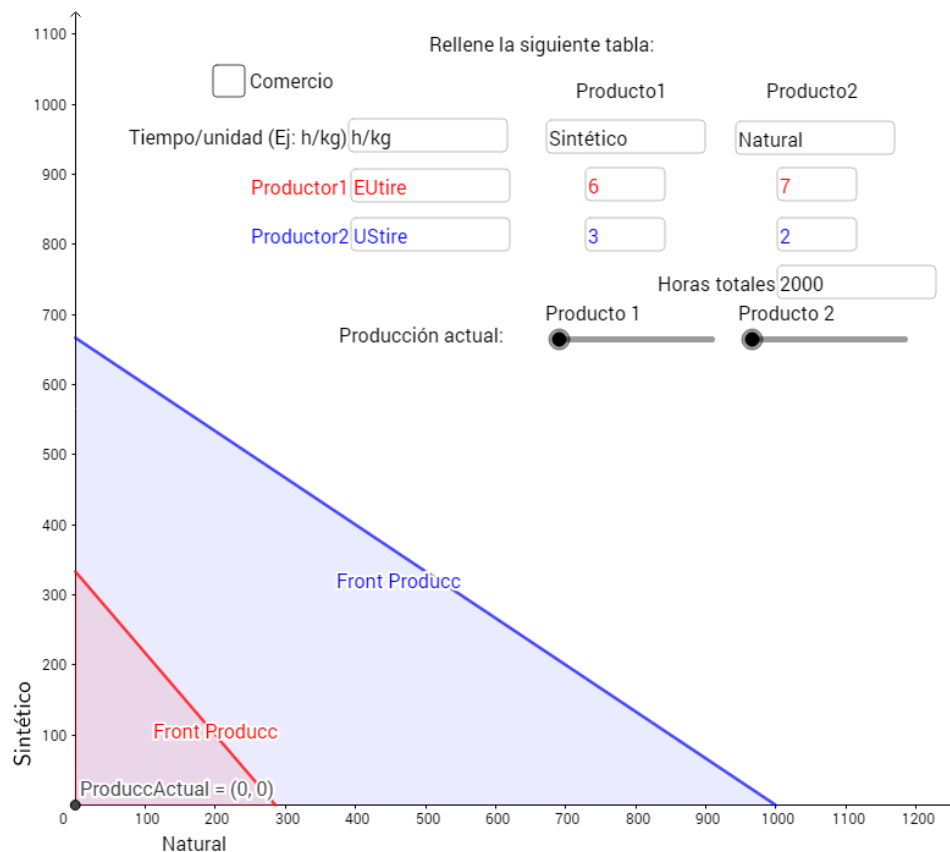


Figura 5.4: Modelo tipo I: Fronteras de producción para el caso práctico en situación sin especialización

El cálculo de la ecuación de la frontera de posibilidades de producción del productor 1 (EUtire) se ha realizado de la siguiente manera:

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

$$\begin{aligned} \text{Horas totales}_{\text{productor1}} \\ = T_{\text{producto2,productor1}} \cdot x + T_{\text{producto1,productor1}} \cdot y \end{aligned}$$

Para nuestro caso particular:

$$\text{Horas totales}_{EUTire} = T_{\text{natural,EUTire}} \cdot x + T_{\text{sintético,EUTire}} \cdot y$$

Numéricamente:

$$2000 = 7 \cdot x + 6 \cdot y$$

Análogamente para el productor 2 (*USTire*):

$$2000 = 2 \cdot x + 3 \cdot y$$

5.2.2. Experimentación con el modelo

Las rectas de color rojo y azul nos muestran las **fronteras de posibilidades de producción** de las empresas *EUTire* y *USTire*, respectivamente. Por debajo de ellas, se sitúan las denominadas **zonas de producción alcanzable**, esta zona representa todas las combinaciones posibles de los dos productos (caucho natural y caucho sintético) que cada empresa es capaz de producir; aunque de una forma “**ineficiente**” (con los mismos recursos podrían producir más). Por encima de la frontera se encuentra la **zona de producción inalcanzable**, es decir, con los recursos y tecnología existentes, las empresas no son capaces de conseguir esos niveles de producción.

Mediante la utilización de los deslizadores presentes en la interfaz, podremos introducir diferentes cantidades producidas de ambos productos. De esta forma, evaluaremos gráfica y visualmente si la empresa en cuestión es capaz de alcanzar (o no) el nivel de producción introducido.

Evaluaremos, a continuación, diferentes casos prácticos:

- Ejemplo 1: La producción actual de caucho natural es de 88 kg y la producción actual de caucho sintético es de 168.

Manejando ambos deslizadores obtenemos la Figura 5.5:

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

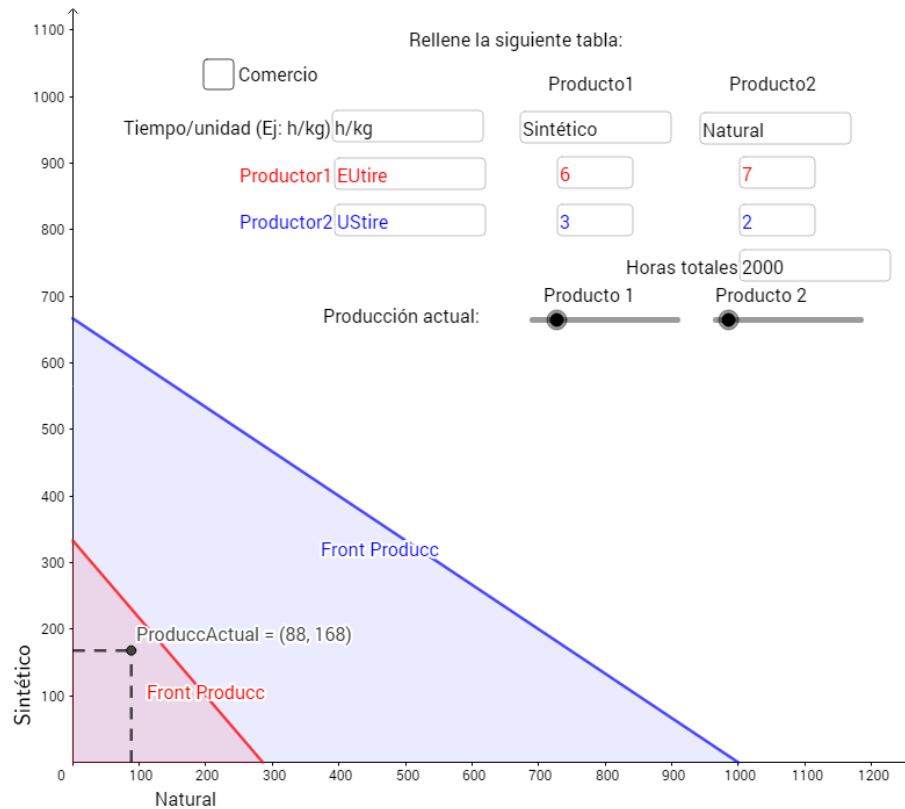


Figura 5.5: Modelo tipo I: Ejemplo 1 para el caso práctico en situación sin especialización

Observamos a primera vista que el punto se sitúa dentro de la zona de producción alcanzable (pero ineficiente) de ambas empresas, es decir, ambas empresas pueden alcanzar este nivel de producción. Sin embargo, se sitúan en una zona de producción ineficiente, ya que, con los mismos recursos, podrían producir más (existe una infrutilización de los recursos).

- **Ejemplo 2:** La producción actual de caucho natural es de 104 kg y la producción actual de caucho sintético es de 208 (Figura 5.6).

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

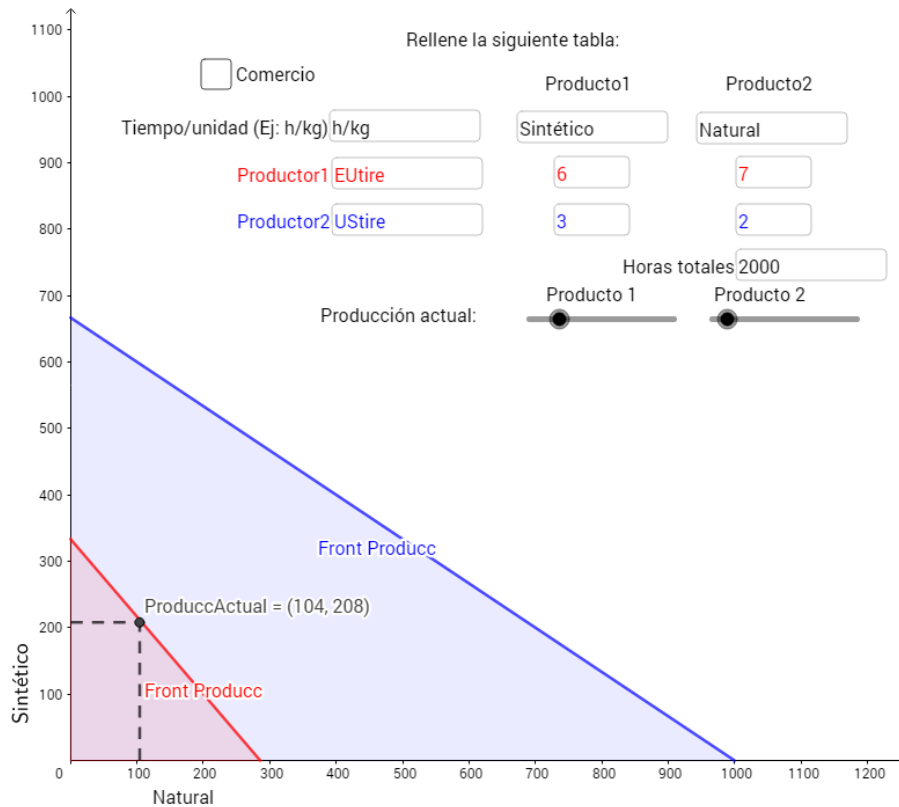


Figura 5.6: Modelo tipo I: Ejemplo 2 para el caso práctico en situación de sin especialización

En esta ocasión, el punto se sitúa dentro de la zona de producción alcanzable (pero ineficiente) de la empresa *UStire*, lo que significa, al igual que en el caso anterior, que esta empresa sería capaz de producir más cantidad de bienes. Por otra parte, el punto se sitúa exactamente sobre la frontera de posibilidades de producción de *EUtire* por lo que es un nivel de producción alcanzable y eficiente, es decir, se está alcanzando la máxima producción posible con los recursos disponibles.

- Ejemplo 3: La producción actual de caucho natural es de 248 kg y la producción actual de caucho sintético es de 392 (Figura 5.7).

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

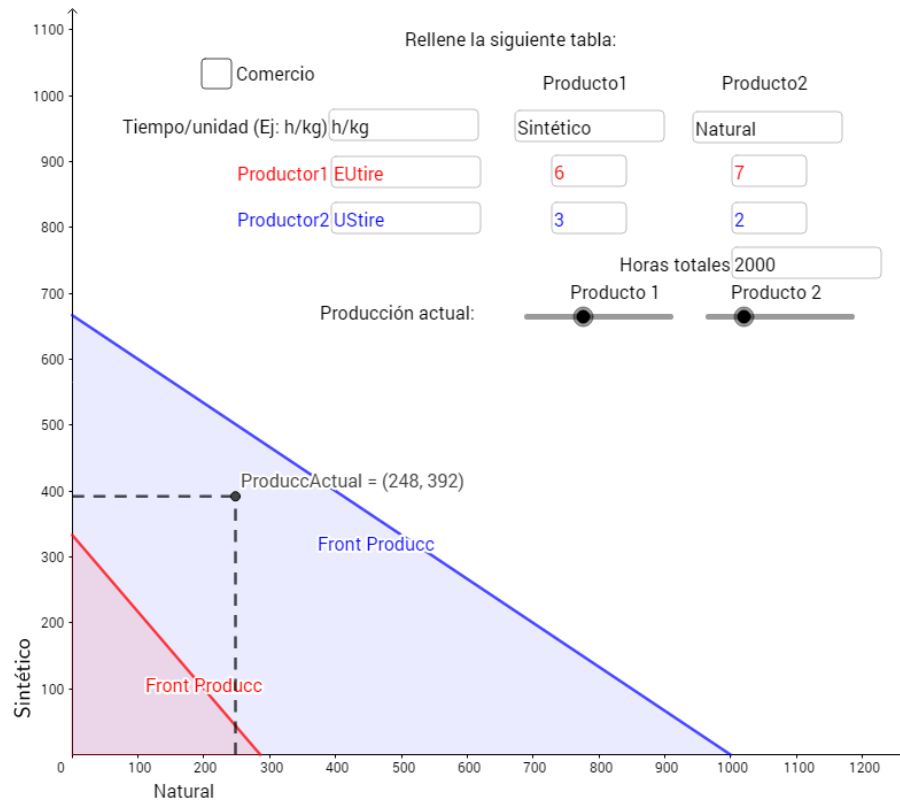


Figura 5.7: Modelo tipo I: Ejemplo 3 para el caso práctico en situación sin especialización

Este nivel de producción no es alcanzable para la empresa *EUtire*, pues no posee los recursos suficientes para llegar a esta combinación de bienes producidos (zona de producción inalcanzable). Para la empresa *UStire* la situación es la misma que en los dos ejemplos anteriores: esta empresa sería capaz de producir una mayor cantidad de bienes.

- **Ejemplo 4:** La producción actual de caucho natural es de 312 kg y la producción actual de caucho sintético es de 456 (Figura 5.8).

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

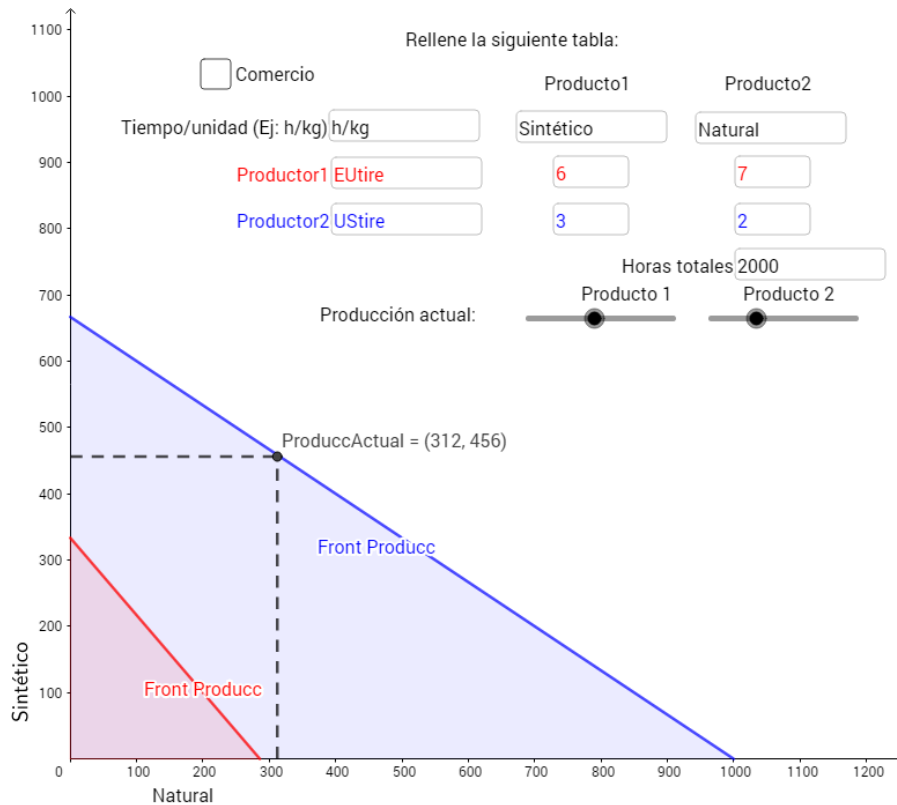


Figura 5.8: Modelo tipo I: Ejemplo 4 para el caso práctico en situación sin especialización

El nivel de producción se sitúa exactamente en la frontera de posibilidades de producción de *UStire*, lo que significa que es un nivel de producción alcanzable y eficiente para esta empresa, es decir, se están aprovechando al máximo los recursos disponibles.

- **Ejemplo 5:** La producción actual de caucho natural es de 360 kg y la producción actual de caucho sintético es de 520 (Figura 5.9).

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

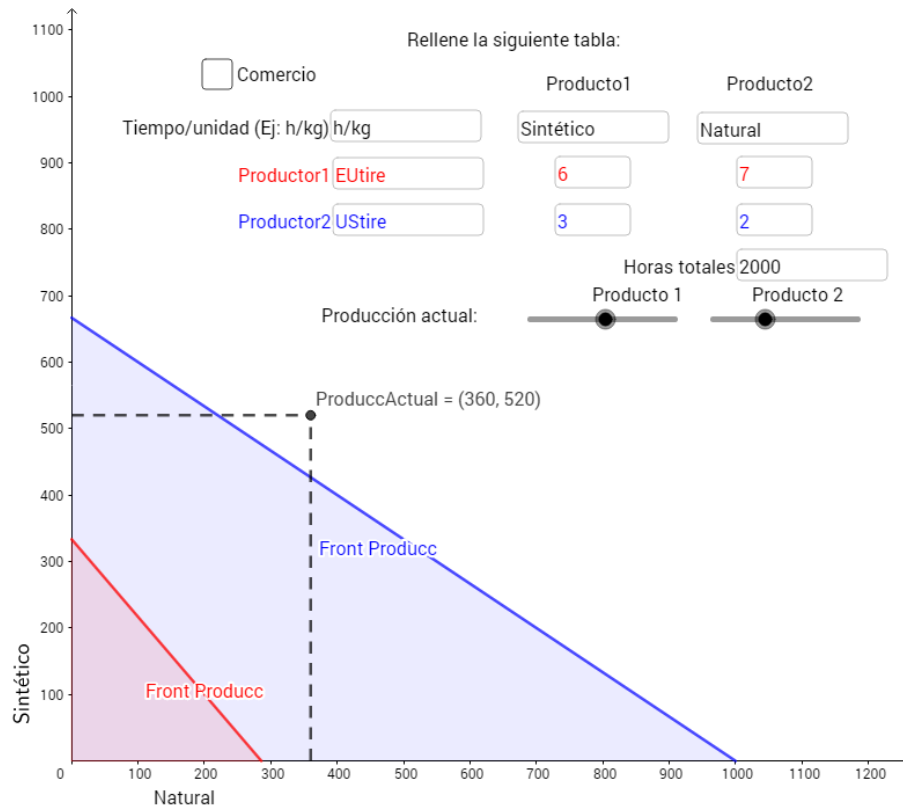


Figura 5.9: Modelo tipo I: Ejemplo 5 para el caso práctico en situación de sin especialización

Finalmente, para este último ejemplo, el nivel de producción mostrado es inalcanzable para ambas empresas con la tecnología y los factores de producción existentes.

Tal y como se ha presentado a través de los ejemplos anteriores, el modelo resulta útil para comparar, de forma rápida e intuitiva, diferentes niveles de producción con las posibilidades de producción de empresas concretas; pudiendo determinar así, si estas son capaces de alcanzar ciertos de niveles productivos. Por otra parte, puede emplearse para elegir cuál o cuáles son las mejores combinaciones para producir ambos bienes, que son aquellos que se sitúan sobre la frontera de posibilidades de producción.

Es importante destacar que la frontera de producción representa “lo máximo” que cada uno de los productores está dispuesto a producir (y, por tanto, a vender al consumidor final). Para el caso actual en el que no existe especialización ni tampoco ningún tipo de intercambio, la frontera de posibilidades de producción coincide con la frontera de posibilidades de

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

consumo. Por esta razón, en este modelo no se ha representado gráficamente la frontera de posibilidades de consumo.

En el modelo siguiente, mostraremos cómo podemos aumentar la frontera de posibilidades de consumo a través del comercio (intercambio de bienes) entre ambas empresas.

5.3. Con especialización e intercambio

En esta sección, trataremos el caso práctico anteriormente planteado desde una nueva situación en la que ambas empresas intercambian sus dos productos semielaborados con el fin de disponer una mayor cantidad de su producto final, el neumático.

A los datos suministrados en el apartado anterior (2000 horas de trabajo y los tiempos de producción de la Figura 5.1) añadimos al modelo la condición de “comercio” (Figura 5.10):

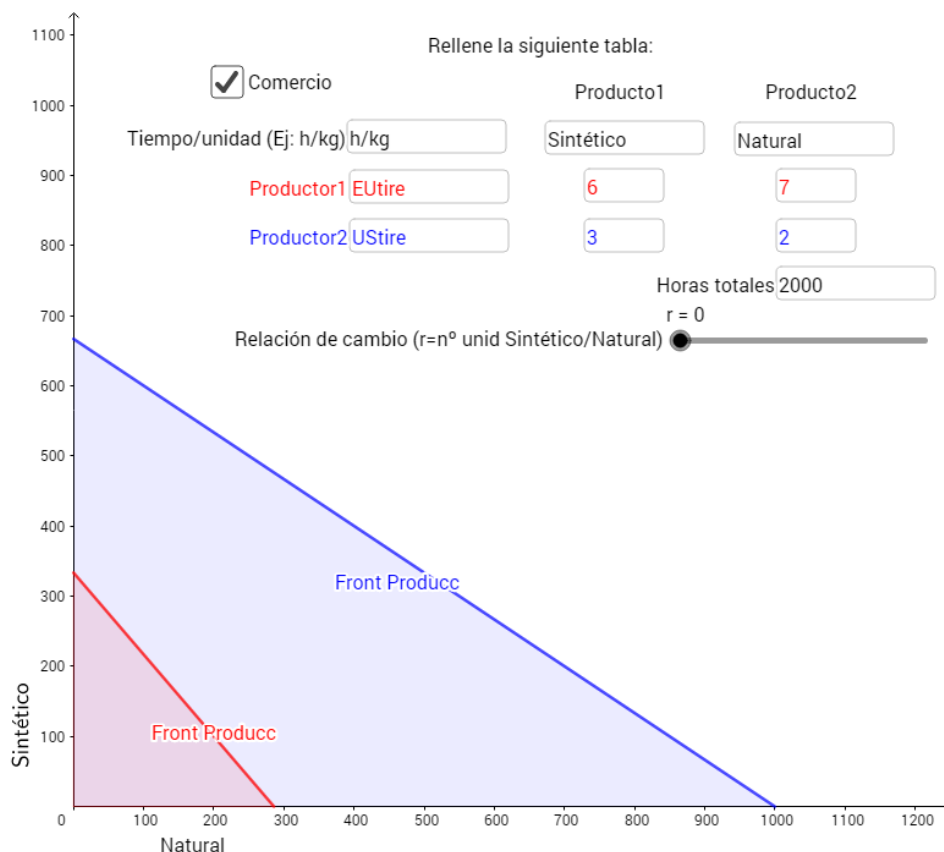


Figura 5.10: Modelo tipo I: Fronteras de producción para el caso práctico en situación de comercio

En este modelo aplicaremos la **Teoría de la Ventaja Comparativa** de David Ricardo, esta afirma que si cada productor se especializa en la producción del bien en el que tiene la ventaja comparativa (habilidad para producir un bien con un coste de oportunidad más bajo que otro productor) y se produce un intercambio (comercio) entre ambos, puede existir un valor de relación de cambio (r) que favorezca a ambos productores.

Se procederá a comparar la frontera de posibilidades de consumo tras la especialización y el intercambio, con su frontera de posibilidades de consumo en caso de ausencia de las mismas.

Para poder realizar esta comparación, es necesario obtener primero una serie de valores (además de los calculados para la situación sin especialización), los cuáles han sido calculados por el modelo en su hoja de cálculo (Figura 5.11):

| | | | |
|----|--------------------------------|-----------|---------|
| 12 | Coste de oportunidad | Sintético | Natural |
| 13 | EUtire | 0.86 | 1.17 |
| 14 | UStire | 1.5 | 0.67 |
| 15 | | | |
| 16 | Tiene ventaja comparativa | EUtire | UStire |
| 17 | | | |
| 18 | ¿Qué fabricará cada productor? | | |
| 19 | EUtire | Sintético | |
| 20 | UStire | Natural | |
| 21 | | | |

Figura 5.11: Modelo tipo I: Hoja de cálculo para el caso práctico en situación de comercio

- Coste de oportunidad:

Es el valor de la mejor alternativa posible a la que se renuncia cuando se toma una decisión económica. Concretamente, en el caso presentado:

- El coste de oportunidad, para la empresa *EUtire*, de producir una unidad de caucho sintético es de 0,86 unidades de caucho natural.

$$\frac{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Sintético para EUtire}}{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Natural para EUtire}} = \frac{6}{7} \approx 0,86$$

- El coste de oportunidad, para la empresa *EUtire*, de producir una unidad de caucho natural es de 1,17 unidades de caucho sintético.

$$\frac{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Natural para } EUtire}{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Sintético para } EUtire} = \frac{7}{6} \approx 1,17$$

- El coste de oportunidad, para la empresa *UStire*, de producir una unidad de caucho sintético es de 1,5 unidades de caucho natural.

$$\frac{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Sintético para } UStire}{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Natural para } UStire} = \frac{3}{2} \approx 1,5$$

- El coste de oportunidad, para la empresa *UStire*, de producir una unidad de caucho natural es de 0,67 unidades de caucho sintético.

$$\frac{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Natural para } UStire}{T^{\circ} \text{ fabric. Caucho Sintético para } UStire} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

- Ventaja comparativa:

A partir de los costes de oportunidad calculados, podemos definir para qué producto tendrá una ventaja comparativa cada uno de los dos productores y así definir la producción de qué bien se especializará cada uno de ellos:

- La empresa *EUtire* tendrá una ventaja comparativa sobre la empresa *UStire* en cuanto a la fabricación de caucho sintético, ya que debe renunciar a una menor cantidad de caucho natural (0,86 frente a 1,5) por cada cantidad adicional de caucho sintético que decide producir. Dicho de otra manera, para el caucho sintético el coste de oportunidad de *EUtire* es menor que el de *UStire*.

Esto significa que, según la Teoría de la Ventaja Comparativa, la empresa *EUtire* se debería especializar en la producción de **caucho sintético**.

- Procediendo de la misma forma, pero esta vez considerando la fabricación de caucho natural: La empresa *UStire* tendrá una ventaja comparativa sobre la empresa *EUtire* en cuanto a la fabricación de caucho natural, ya que debe renunciar a una menor cantidad de caucho sintético (0,67 frente a 1,17) por cada cantidad adicional de caucho natural que decide producir. Dicho de otra manera, para el caucho natural el coste de oportunidad de *UStire* es menor que el de *EUtire*.

Aplicando nuevamente la Teoría de la Ventaja Comparativa, la empresa **UStire** se debería especializar en la producción de **caucho natural**.

Una vez sabemos en qué producto se especializará cada una de las empresas, y definiendo la relación de intercambio (r) como los kgs de caucho sintético intercambiados por cada kg de caucho natural; estudiaremos el caso para distintos valores de la relación de intercambio (r) y, finalmente, definiremos un intervalo de valores de r para el cual el comercio es beneficioso para ambas empresas.

Utilizaremos el deslizador de la interfaz para comprobar cómo varían las fronteras de posibilidades de consumo de ambos países al modificar la relación de cambio r :

- Ejemplo 1: Sólo EUtire sale beneficiada: ($r = 0,5$)

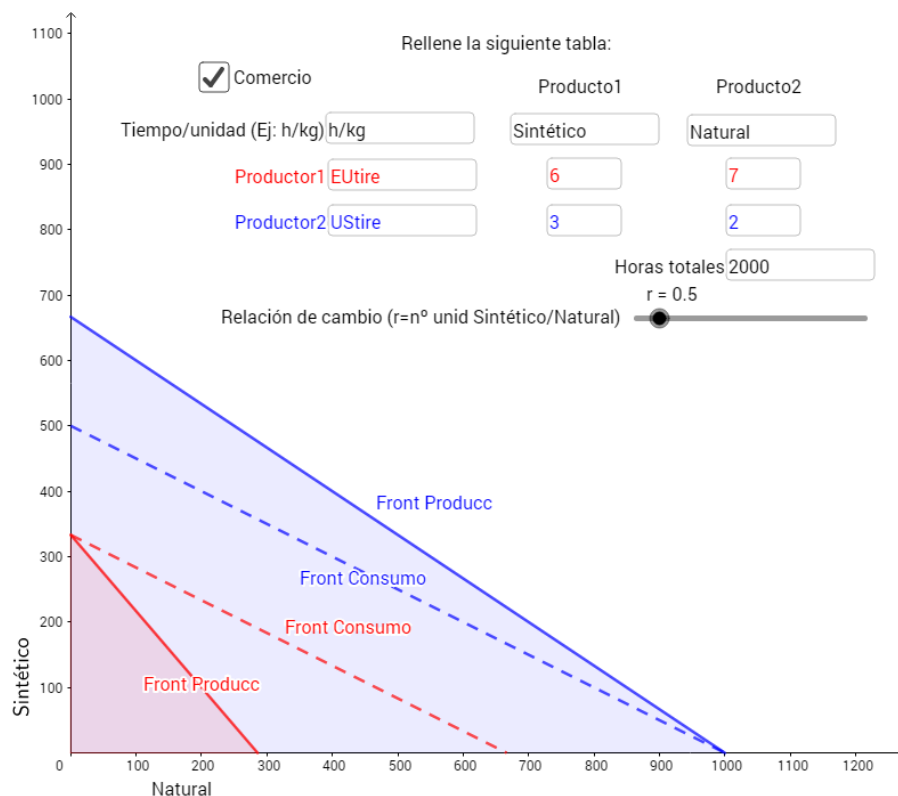


Figura 5.12: Modelo tipo I: Ejemplo 1 para el caso práctico en situación de comercio

Si la relación de intercambio toma un valor $r=0,5$ (Figura 5.12) nos encontraremos en la siguiente situación:

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

- *EUtire*: La frontera de posibilidades de consumo se sitúa por encima de la frontera de posibilidades de producción, por lo que a esta empresa **le interesará el intercambio** (interpretación gráfica).

Para este valor de r , *EUtire* intercambiará caucho sintético por caucho natural, ya que el coste del intercambio (0,5 kg de caucho sintético por cada kg de caucho natural) es inferior al coste de fabricar ella misma el caucho natural (interpretación analítica).

- *UStire*: La frontera de posibilidades de consumo se sitúa por debajo de la frontera de posibilidades de producción, es decir, en la zona de producción alcanzable e ineficiente, por lo que a esta empresa **NO le interesará el intercambio** (interpretación gráfica).

Para este valor de r , *UStire* NO intercambiará caucho natural por caucho sintético, ya que el coste del intercambio (0,5 kg de caucho sintético por cada kg de caucho natural) es superior al coste de fabricar ella misma el caucho sintético (interpretación analítica).

- Ejemplo 2: Las dos empresas salen beneficiadas: ($r = 0,8$)

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

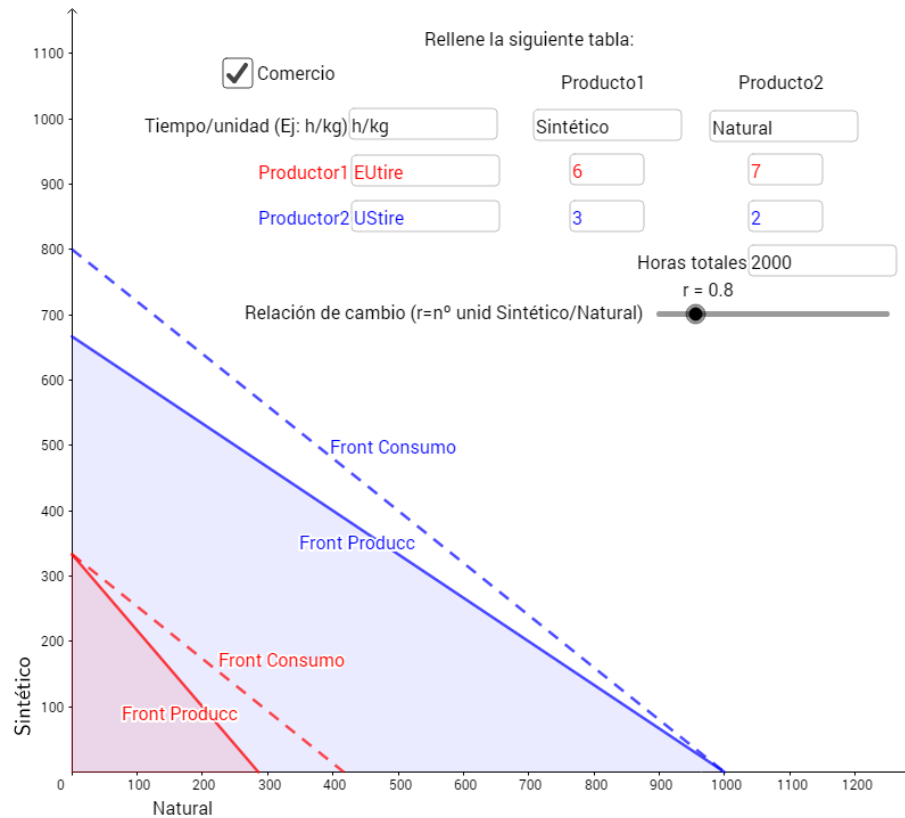


Figura 5.13: Modelo tipo I: Ejemplo 2 para el caso práctico en situación de comercio

Para un valor $r=0,8$ (Figura 5.13) nos encontraremos en la siguiente situación:

- EUtire*: De la misma forma que para el ejemplo anterior, la frontera de posibilidades de consumo se sitúa por encima de la frontera de posibilidades de producción, es decir, en la zona inalcanzable de producción, por lo que a esta empresa **le interesará el intercambio** (interpretación gráfica).

Si $r=0,8$, *EUtire* intercambiará caucho sintético por caucho natural, ya que el coste del intercambio (0,8 kg de caucho sintético por cada kg de caucho natural) es inferior al coste de fabricar ella misma el caucho natural (interpretación analítica).

- UStire*: Para el presente ejemplo, la postura de esta empresa cambia. La frontera de posibilidades de consumo se sitúa por encima de la frontera de posibilidades de producción, es decir, en la zona de producción inalcanzable, por lo que **le interesará el intercambio** (interpretación gráfica).

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

Para $r=0,8$, *UStire* intercambiará caucho natural por caucho sintético, ya que el coste del intercambio (0,8 kg de caucho sintético por cada kg de caucho natural) es inferior al coste de fabricar ella misma el caucho sintético (interpretación analítica).

- Ejemplo 3: Sólo *UStire* sale beneficiada: ($r = 1,4$)

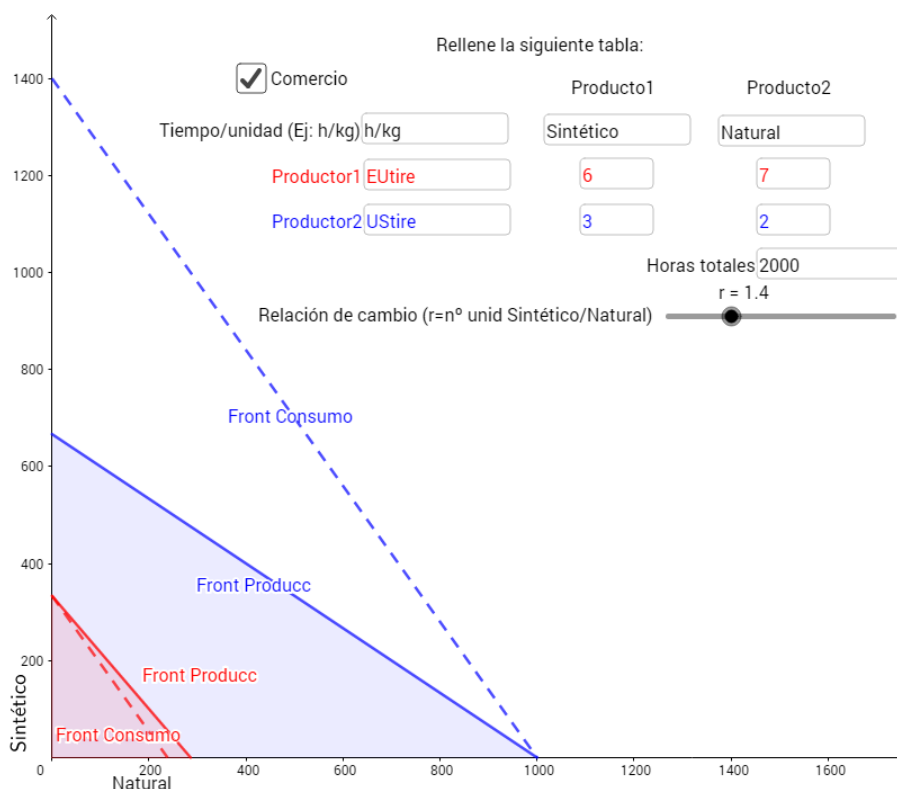


Figura 5.14: Modelo tipo I: Ejemplo 3 para el caso práctico en situación de comercio

Finalmente, si $r=1,4$ (Figura 5.14) la situación originada será:

- *EUtire*: En esta ocasión, la frontera de posibilidades de consumo se localiza por debajo de la frontera de posibilidades de producción, es decir, en la zona de producción alcanzable e ineficiente, por lo que esta empresa NO está interesada en el intercambio (interpretación gráfica).

Con $r=1,4$, *EUtire* NO intercambiará caucho sintético por caucho natural, ya que el coste del intercambio (1,4 kg de caucho sintético por cada kg de caucho natural) es superior al coste de fabricar ella misma el caucho natural (interpretación analítica).

- *UStire*: Finalmente, y al igual que para el caso anterior, su frontera de posibilidades de consumo se sitúa por encima de la frontera de posibilidades de producción, es decir, en la zona de producción inalcanzable, por lo que le interesará el intercambio (interpretación gráfica).

UStire intercambiará caucho natural por caucho sintético, ya que el coste del intercambio (1,4 kg de caucho sintético por cada kg de caucho natural) es inferior al coste de fabricar ella misma el caucho sintético (interpretación analítica).

Como resumen a los ejemplos presentados, si seguimos moviendo la posición del deslizador r , encontraremos finalmente, los rangos de valores exactos para los que se originan las diversas posturas de los productores con respecto al intercambio:

- Para $r < 0,67$: Sólo *EUtire* saldrá beneficiada del intercambio.
- Para $0,67 < r < 1,17$: Ambas empresas saldrán beneficiadas.
- Para $r > 1,17$: Sólo *UStire* saldrá beneficiada.

De esto se puede extraer la conclusión de que, suponiendo que ambos productores son racionales, sólo llegarán a un acuerdo para comerciar si $0,67 < r < 1,17$, es decir, cuando ambas salgan beneficiadas.

De forma analítica:

- Dada la relación de intercambio como: $r = \text{kgs de caucho sintético} / \text{kg de caucho natural}$.
- Para *EUtire*: $r = (\text{kgs de caucho sintético que entrega}) / (\text{kg de caucho natural que recibe})$. Para que salga beneficiado del intercambio, el coste del intercambio (r kgs de caucho sintético a cambio de un kg de caucho natural) debe ser inferior al coste de fabricar ella misma el caucho natural (1,17 kgs de caucho sintético). Por tanto, siempre que $r < 1,17$ (es decir, siempre que tenga que dar menos de 1,17 kgs de caucho sintético a cambio de un kg de caucho natural) a *EUtire* le resulta más barato el intercambio que producir caucho natural ella misma.
- Para *UStire*: $r = (\text{kgs de caucho sintético que recibe}) / (\text{kg de caucho natural que entrega})$. Para que salga beneficiado del intercambio, el

Modelo tipo I: Modelo de fronteras de posibilidades de producción y de comercio

coste del intercambio debe ser inferior al coste de producir ella misma caucho sintético. A esta empresa, 1 kg de caucho natural le cuesta 0,67 kgs de caucho sintético. Por tanto, siempre que reciba más de 0,67 kgs de caucho sintético a cambio de un kg de caucho natural ($r > 0,67$) a *UStire* le resulta más barato el intercambio que producir el alimento ella misma.

- Por tanto, la relación de intercambio que beneficia a ambas empresas se sitúa en el rango: $0,67 < r < 1,17$.

Sintetizando el capítulo presentado, hemos comprobado gráfica y analíticamente, a través de la presentación de un caso práctico, la utilidad de este modelo a la hora de ayudar a una determinada empresa a tomar decisiones relacionadas con las siguientes problemáticas: qué y en qué cantidades puede y/o debe producir, y qué debería hacer para mejorar su situación actual mediante el intercambio de bienes con otras empresas. Además, el modelo desarrollado facilita encontrar el rango de la relación de intercambio (r) que interesa a ambas empresas y visualizar gráficamente lo que ocurre al modificar cualquiera de los factores incluidos en el modelo (tiempos de fabricación de cada producto por parte de cada productor y relación de intercambio).

Capítulo 6. Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

En el capítulo que se presenta a continuación se describirá un modelo desarrollado con GeoGebra, el cual analiza la oferta y la demanda en mercados competitivos en diferentes situaciones y contextos económicos, así como la reacción del mercado al establecimiento de diversas políticas económicas por parte del Estado.

Para facilitar la comprensión del modelo y de su funcionamiento, se mostrará la resolución de un caso práctico en diferentes situaciones:

- Situación sin importaciones: No se produce ninguna importación de bienes similares a los suministrados por la empresa. Además, dentro de esta situación distinguimos tres casos:
 - Caso 1: Sin regulación alguna por parte del Estado.
 - Caso 2: El Estado fija un precio máximo o un precio mínimo para el bien en cuestión.
 - Caso 3: El Estado establece impuestos y subvenciones a los productores o a los consumidores.
- Situación con importaciones (comercio internacional): Existen importaciones de bienes similares a los producidos por la empresa. Además, dentro de esta situación distinguimos tres casos:
 - Caso 1: Sin regulación alguna por parte del Estado.
 - Caso 2: El Estado fija un arancel (impuesto a la importación del bien).
 - Caso 3: El Estado limita la cantidad del bien que se puede importar (contingente).

Para una mejor facilidad de computación, se han desarrollado modelos, independientes entre ellos, para cada uno de los casos presentados. Aun así, se mostrará al final del capítulo un modelo único y completo que incluye todos los casos en un sólo archivo de GeoGebra, este modelo requiere un esfuerzo

extra de computación para el equipo informático y es por ello por lo que finalmente no se desarrollará de una forma tan exhaustiva.

Hay que tener en cuenta que, para los siguientes ejercicios, se han realizado algunas suposiciones: se aproximarán las curvas de oferta y demanda a sendas rectas; además, puesto que el mercado es competitivo, los compradores y vendedores serán precio-aceptantes (aceptan el precio que fija el propio mercado).

De ahora en adelante, para los siguientes ejemplos, supondremos un mercado donde *la demanda de un producto viene dada por la ecuación: $Q(p) = 10.000 - 1.000p$, y la oferta de dicho producto por: $Q(p) = 1.000p$ (precio expresado en €).*

6.2. Situación sin importaciones

Tal y como se ha reflejado, en esta situación no existe comercio internacional del bien en cuestión. Bajo esta suposición, y teniendo en cuenta las anteriores ecuaciones de las curvas de oferta y demanda, desarrollaremos los casos enumerados en la introducción del presente capítulo:

6.2.1. Mercado sin regular

Mediante la utilización de los deslizadores, ajustamos los términos de las ecuaciones de las curvas de oferta y demanda hasta alcanzar los valores del enunciado propuesto (Figura 6.1):

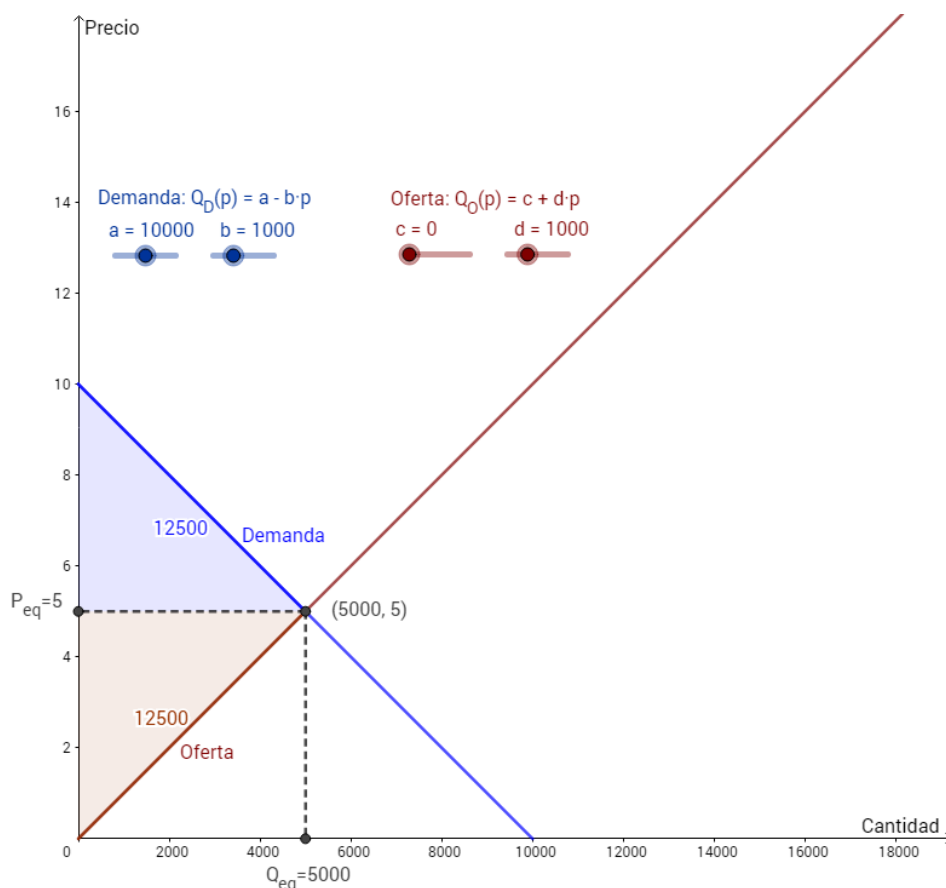


Figura 6.1: Modelo tipo II sin importaciones y sin regulación

Observamos gráficamente a simple vista que la pendiente de la demanda es negativa, pues los consumidores están dispuestos a comprar más a menor precio; por otro lado, la pendiente de la oferta es positiva, pues las empresas aumentarán su producción si los precios aumentan.

En un mercado competitivo como el mostrado, el precio de mercado y la cantidad intercambiada en el mismo quedan definidos por el corte de ambas rectas (**punto de equilibrio competitivo**). Para este ejemplo, se puede observar como este precio es de 5€/unidad y la cantidad intercambiada es de 5.000 unidades. Este hecho significa que los consumidores (productores) gastarán (recibirán) 5€ x 5.000 unidades = 25.000€.

La zona sombreada en color azul nos muestra la diferencia entre la cantidad que los consumidores están dispuestos a pagar por el bien y la que pagan realmente, es decir, el beneficio que obtienen al participar en este mercado. A esta cantidad se le denomina **excedente del consumidor**.

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

Gráficamente, el excedente del consumidor es el área situada por debajo de la curva de demanda y por encima del precio del mercado. Para este ejemplo concreto, el modelo nos muestra el valor exacto de esa área: 12.500€.

Para finalizar, la zona sombreada en marrón representa el beneficio total o ingreso que reciben los productores por encima de los costes de la producción del bien en cuestión, en otras palabras, es el beneficio que obtienen los productores al participar en este mercado. A este beneficio se le denomina **excedente del productor**.

De forma gráfica, el excedente del consumidor es el área situada por encima de la curva de oferta y por debajo del precio de mercado. Para el ejemplo en cuestión, el modelo nos indica el valor de dicha área: 12.500€.

Podemos observar que, para una situación sin importaciones y sin regulación, las fuerzas de la oferta y la demanda definen el precio de bien y la cantidad vendida del mismo; además, se maximizan los beneficios totales (**excedente social o total**) que obtienen tanto compradores como vendedores. Para este ejemplo concreto este excedente social valdrá $12.500€ + 12.500€ = 25.000€$.

6.2.2. Políticas de control de precios

Supongamos ahora que los responsables de las políticas económicas, en este caso el Estado, consideran que el precio del mercado del bien es injusto para los compradores (o para los vendedores), por lo que se regulará el precio del mismo de las siguientes formas:

- Política de precio máximo:

El Estado considera que el precio que se forma es abusivo para los compradores, por lo que decide intervenir e imponer un precio máximo legal al que puede venderse el bien.

Fijamos un precio máximo de 3€ utilizando el deslizador del modelo (Figura 6.2):

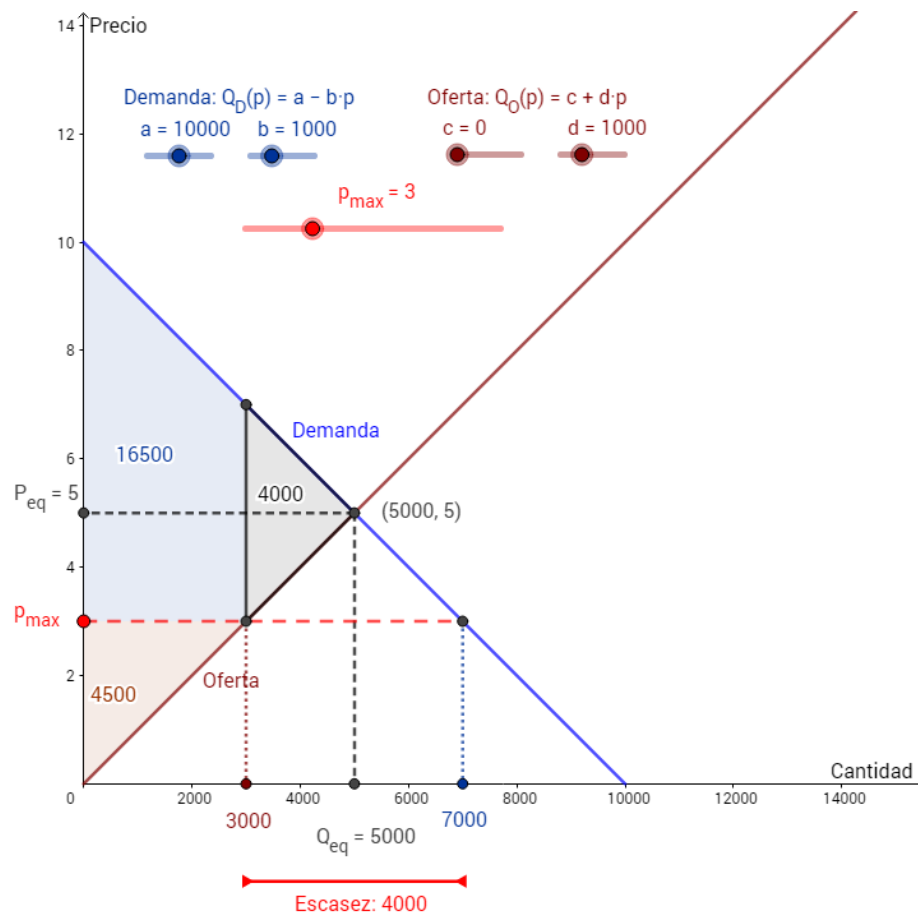


Figura 6.2: Modelo tipo II sin importaciones y política de precio máximo

Al imponer un precio máximo inferior al precio de mercado anterior para la situación de equilibrio sin regulación, originaremos un movimiento a lo largo de las curvas (rectas) de demanda y oferta.

En esta situación, el nuevo **precio de mercado** es el establecido por el Estado (3€), para dicho precio las **cantidades demandadas** (7.000 unidades) y las **ofertadas** (3.000 unidades) ya no coinciden como en el caso en el que el Estado no interviene. Esta diferencia de cantidades se traduce en una **escasez** del bien (se demanda más bien del que los productores están dispuestos a producir), cuyo valor es la diferencia entre ambas (4.000 unidades).

El nuevo **excedente del productor** es de 4.500€, lo que significa que se ha reducido en $12.500€ - 4.500€ = 8.000€$ con respecto a la situación de mercado libre. Esto se traduce en una disminución de su bienestar tal y como era de esperar.

En cuanto al **excedente del consumidor**, su nuevo valor es de 16.500€, habiendo aumentado con respecto a la situación sin

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

regulación en $16.500€ - 12.500€ = 4.000€$. Lo que significa que su bienestar ha aumentado.

Finalmente, puesto que existe una regulación del mercado por parte del Estado, existirá también una reducción del excedente social que se traducirá en una **pérdida irrecuperable de eficiencia** del mercado. El valor de esta pérdida se corresponde con el área sombreada en color negro, y cuyo valor es de $4.000€$.

- Política de precio mínimo:

El Estado impone un precio mínimo legal al que puede venderse el bien, superior al precio de mercado para la situación de equilibrio sin regulación, ya que considera que este era abusivo para los productores.

Fijamos un precio mínimo de $7€$ utilizando el deslizador del modelo (Figura 6.3):

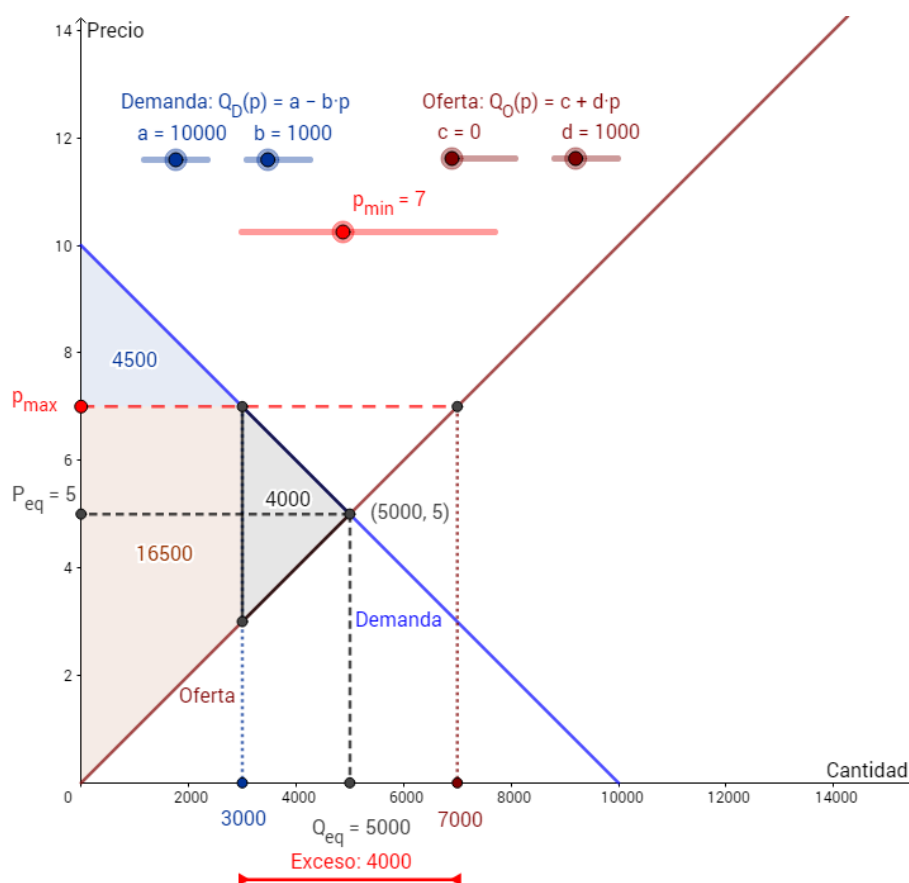


Figura 6.3: Modelo tipo II sin importaciones y política de precio mínimo

Al variar el precio, originaremos un movimiento a lo largo de las curvas (rectas) de oferta y demanda.

En esta situación, el nuevo **precio de mercado** es el establecido por el Estado (7€), para dicho precio las **cantidades demandadas** (3.000 unidades) y las **ofertadas** (7.000 unidades) ya no coinciden como en el caso sin regulación. Esta diferencia de cantidades se traduce en un **exceso** de oferta (se oferta más bien del que los compradores están dispuestos a comprar), cuyo valor es la diferencia entre ambas (4.000 unidades).

El nuevo **excedente del productor** es de 16.500€, lo que significa que se ha aumentado en $16.500€ - 12.500€ = 4.000€$ con respecto a la situación de mercado sin regular. Esto se traduce en un aumento de su bienestar tal y como era de esperar.

En cuanto al **excedente del consumidor**, su nuevo valor es de 4.500€, habiéndose reducido con respecto a la situación sin regulación en $12.500€ - 4.500€ = 8.000€$. Lo que significa que su bienestar ha disminuido.

Finalmente, al igual que en la política de precio máximo, y puesto que existe una regulación del mercado por parte del Estado, existirá también una reducción del excedente social que se traducirá en una **pérdida irrecuperable de eficiencia** del mercado. El valor de esta pérdida se corresponde con el área sombreada en color negro, y cuyo valor es de 4000€.

6.2.3. Regulación mediante el establecimiento de un impuesto

Para este caso, el Estado toma la decisión de establecer un impuesto, ya sea sobre los consumidores (por cada unidad comprada) o sobre los productores (por cada unidad vendida):

- Impuesto a los productores:

El Estado fija un impuesto por cada unidad de producto vendida. Para este tipo de impuesto es el vendedor quien deberá rendir cuentas ante el Estado (Hacienda) haciéndole llegar la cantidad recaudada. En este ejemplo concreto, estableceremos un valor de 2€/unidad mediante el deslizador del modelo (Figura 6.4), previamente hemos seleccionado la casilla “impuesto a los productores”:

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

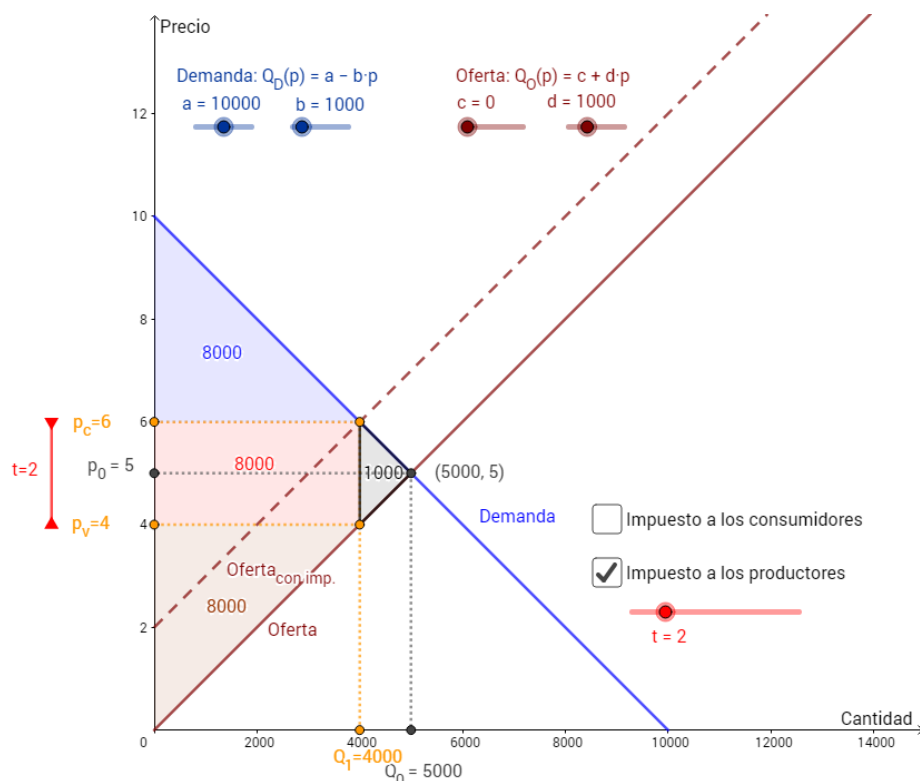


Figura 6.4: Modelo tipo II sin importaciones y con impuesto a los productores

El impuesto fijado (t) desplaza la **oferta** hacia la izquierda (en sentido descendente) exactamente en la cuantía del impuesto ($2\text{€}/\text{unidad}$), mientras que la curva de **demanda** no se ve afectada, ya que los compradores tienen el mismo incentivo para adquirir el bien en el mercado.

En esta situación los vendedores ofertan menos cantidad del bien a todos y cada uno de los precios; concretamente para este valor del impuesto se ofertarán 4.000 unidades. Además, el precio que recibirán estará $2\text{€}/\text{unidad}$ (t) por debajo del precio de compra $6\text{€}/\text{unidad}$ (p_c), es decir, $4\text{€}/\text{unidad}$ (p_v).

El **excedente del consumidor** tras la inclusión de dicho impuesto pasaría a valer 8.000€ , luego se ha reducido en $12.500\text{€} - 8.000\text{€} = 4.500\text{€}$, es decir, su nivel de bienestar ha disminuido.

En cuanto al **excedente del productor**, su nuevo valor también es de 8.000€ y se ha reducido en 4.500€ respecto a la situación sin regulación, al igual que para el consumidor, su bienestar disminuye.

Podemos concluir entonces, que se produce una disminución del **excedente social** en 9.000€ .

Uno de los objetivos que persigue el **Estado** con el establecimiento de impuestos es su financiación, en este ejemplo el Estado obtendría unos ingresos de $2\text{€}/\text{unidad} \times 4.000 \text{ unidades} = 8.000\text{€}$ con el establecimiento de este impuesto (área sombreada en color rojo).

Finalmente, toda regulación del mercado va acompañada de una **pérdida irre recuperable de eficiencia**, su valor para este ejemplo es de 1.000€ .

- Impuesto a los consumidores:

El Estado fija un impuesto por cada unidad comprada, para este ejemplo estableceremos un valor de $2\text{€}/\text{unidad}$ mediante el deslizador del modelo (Figura 6.5), previamente hemos seleccionado la casilla “impuesto a los consumidores”:

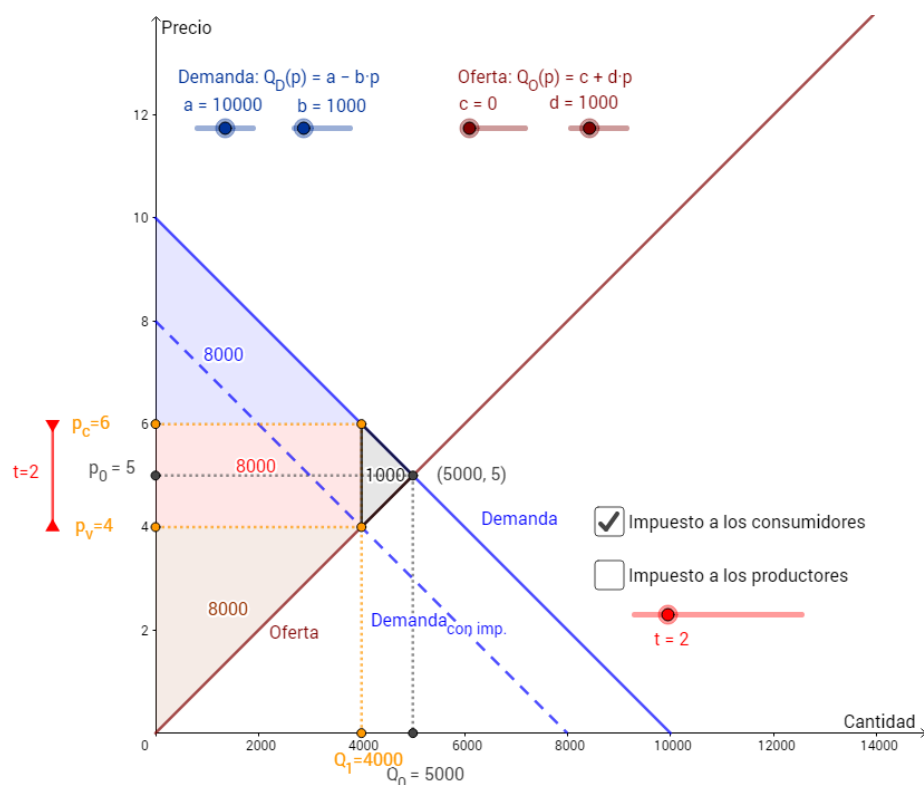


Figura 6.5: Modelo tipo II sin importaciones y con impuesto a los consumidores

El impuesto fijado (t) desplaza la **demanda** hacia la izquierda (en sentido descendente) exactamente en la cuantía del impuesto ($2\text{€}/\text{unidad}$), mientras que la curva de **oferta** no se ve afectada, ya que los productores tienen el mismo incentivo para suministrar el bien al mercado.

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

Ahora, los compradores demandan menos cantidad del bien a todos y cada uno de los precios; concretamente para este valor del impuesto se demandarán 4.000 unidades. Además, el precio que pagarán estará 2€/unidad (t) por encima del precio de venta 4€/unidad (p_v), es decir, 6€/unidad (p_c).

El **excedente del consumidor** tras la inclusión de dicho impuesto pasaría a valer 8.000€, luego se ha reducido en 12.500€ - 8.000€ = 4.500€, es decir, su nivel de bienestar ha disminuido.

En cuanto al **excedente del productor**, su nuevo valor también es de 8.000€ y se ha reducido en 4.500€ respecto a la situación sin regulación, al igual que para el consumidor, su bienestar disminuye.

En este caso, podemos observar que se ha producido entonces, una disminución del **excedente social** en 9.000€.

Uno de los objetivos que persigue el **Estado** con el establecimiento de impuestos es su financiación, en este ejemplo el Estado obtendría unos ingresos de 2€/unidad x 4.000 unidades = 8.000€ con el establecimiento de este impuesto (área sombreada en color rojo).

Finalmente, toda regulación del mercado va acompañada de una **pérdida irrecuperable de eficiencia**, su valor para este ejemplo es de 1.000€.

Como conclusión a este apartado, puede afirmarse que un impuesto reduce la actividad del mercado. En el nuevo equilibrio se consumen y se producen menores cantidades de bienes que en el equilibrio sin regular, los compradores pagan más por el bien y los vendedores reciben menos por el bien; esto acaba provocando que el nivel de bienestar de ambos se reduzca.

El modelo presentado, puede resultar muy útil para una empresa a la hora de tomar futuras decisiones en función de la política económica que establezca el gobierno en cuanto a impuestos. A través de la interfaz, se permite el establecimiento de un impuesto de forma rápida e intuitiva, y las respuestas del modelo a este cambio se visualizan al instante de una forma clara y limpia; también es posible modificar las curvas de oferta y demanda en el momento que se estime oportuno.

6.2.4. Regulación mediante subvenciones

Supongamos que el Estado en esta ocasión toma la decisión de conceder una subvención para incentivar la actividad del mercado, ya sea a los consumidores (por cada unidad comprada) o a los productores (por cada unidad vendida):

- Subvención a los productores:

El Estado concede una subvención por cada unidad de producto vendida. Para este tipo de subvención son los productores quienes reciben del Estado el dinero asociado a la subvención y son quienes deberán informar al Estado del número de unidades de producto vendidas para que este le reintegre la cantidad de dinero asociada a la subvención. En este ejemplo concreto estableceremos un valor de 2€/unidad mediante el deslizador del modelo (Figura 6.6), previamente hemos seleccionado la casilla “subvención a los productores”:

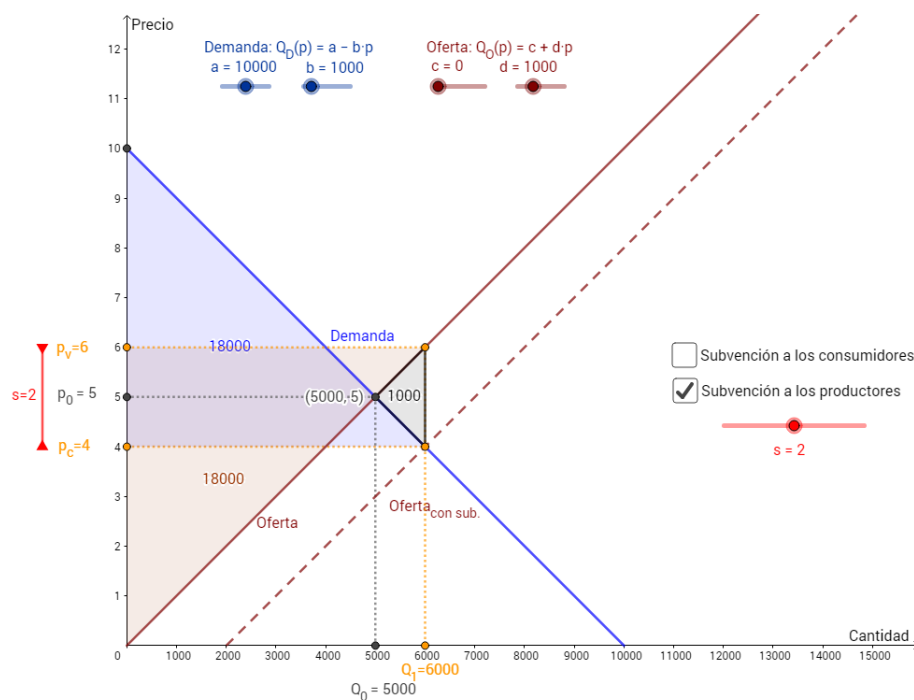


Figura 6.6: Modelo tipo II sin importaciones y con subvención a los productores

La subvención concedida (s) desplaza la **oferta** hacia la derecha (en sentido ascendente) exactamente en la cuantía de la subvención (2€/unidad), mientras que la curva de **demanda** no se ve afectada, ya que los compradores tienen el mismo incentivo para adquirir el bien en el mercado.

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

Para esta situación, los productores ofertan más cantidad del bien a todos y cada uno de los precios; concretamente para este valor de la subvención se ofertarán 6.000 unidades. Además, el precio que recibirán estará 2€/unidad (s) por encima del precio de compra 4€/unidad (p_c), es decir, 6€/unidad (p_v).

El **excedente del consumidor** tras la inclusión de dicha subvención pasaría a valer 18.000€, luego ha aumentado en $18.000€ - 12.500€ = 5.500€$, es decir, su nivel de bienestar ha mejorado.

En cuanto al **excedente del productor**, su nuevo valor también es de 18.000€ y ha aumentado en 5.500€ respecto a la situación sin regulación, al igual que para el consumidor, su bienestar es mayor.

Podemos concluir entonces, que existe un aumento del **excedente social** de 11.000€.

En este ejemplo, el **Estado** gastaría en esta subvención un total de $2€/unidad \times 6.000 \text{ unidades} = 12.000€$.

Finalmente, toda regulación del mercado va acompañada de una **pérdida irrecuperable de eficiencia**, su valor para este ejemplo es de 1.000€.

- Subvención a los consumidores:

El Estado concede una subvención por cada unidad de producto comprada. Para este ejemplo en concreto estableceremos un valor de 2€/unidad mediante el deslizador del modelo (Figura 6.7), previamente hemos seleccionado la casilla “subvención a los consumidores”:

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

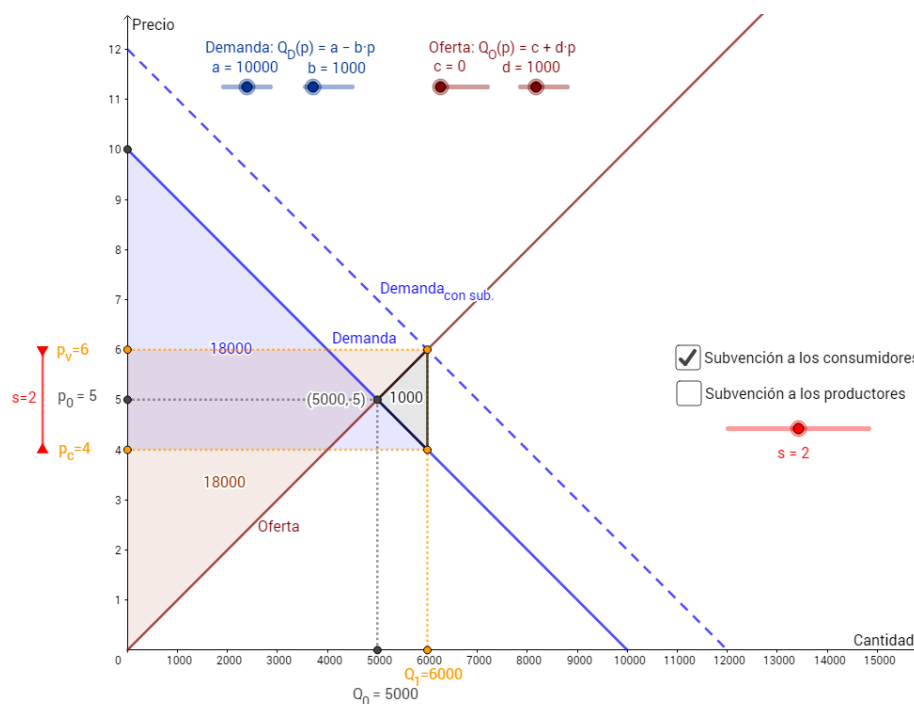


Figura 6.7: Modelo tipo II sin importaciones y con subsidio a los consumidores

La subvención concedida (s) desplaza la **demanda** hacia la derecha (en sentido ascendente) exactamente en la cuantía de la subvención (2€/unidad), mientras que la curva de **oferta** no se ve afectada, ya que los vendedores tienen el mismo incentivo para suministrar el bien al mercado.

En esta ocasión, los compradores demandan más cantidad del bien a todos y cada uno de los precios; concretamente para este valor de la subvención se demandarán 6.000 unidades. Además, el precio que pagarán estará 2€/unidad (s) por debajo del precio de venta 6€/unidad (p_v), es decir, 4€/unidad (p_c).

El **excedente del consumidor** tras la inclusión de dicha subvención pasaría a valer 18.000€, luego ha aumentado en $18.000€ - 12.500€ = 5.500€$, es decir, su nivel de bienestar ha mejorado.

En cuanto al **excedente del productor**, su nuevo valor también es de 18.000€ y ha aumentado en 5.500€ respecto a la situación sin regulación, al igual que para el consumidor, su bienestar es mayor.

Concluimos entonces que se produce un aumento del **excedente social** en 11.000€.

En este ejemplo, el **Estado** gastaría en esta subvención un total de $2\text{€}/\text{unidad} \times 6.000 \text{ unidades} = 12.000\text{€}$.

Finalmente, toda regulación del mercado va acompañada de una **pérdida irrecuperable de eficiencia**, su valor para este ejemplo es de 1.000€ .

Como conclusión a este apartado, somos capaces de afirmar el hecho de que una subvención aumenta la actividad del mercado. En el nuevo punto equilibrio las cantidades demandadas (consumidas) y ofertadas (producidas) son mayores que en el punto de equilibrio de mercado sin regular; además, los consumidores (compradores) deben pagar menos por el bien y los ofertantes (vendedores) reciben más por dicho bien. Todo ello termina por originar una situación en la que el nivel de bienestar de ambos aumenta.

6.3. Situación con importaciones (comercio internacional)

Hasta ahora, los ejercicios propuestos de este modelo no contemplaban la posibilidad de que existieran importaciones de bienes similares a los suministrados por la empresa, en esta situación existe comercio internacional del bien en cuestión. Bajo esta suposición, y teniendo en cuenta las ecuaciones de las curvas de oferta y demanda iniciales, desarrollaremos los casos enumerados en la introducción del capítulo:

6.3.1. Mercado sin regular

Utilizando los deslizadores, ajustamos los términos de las ecuaciones de las curvas de oferta y demanda hasta alcanzar los valores del enunciado propuesto (Figura 6.8), además fijamos un precio mundial del bien en cuestión $p_w=2\text{€}$:

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

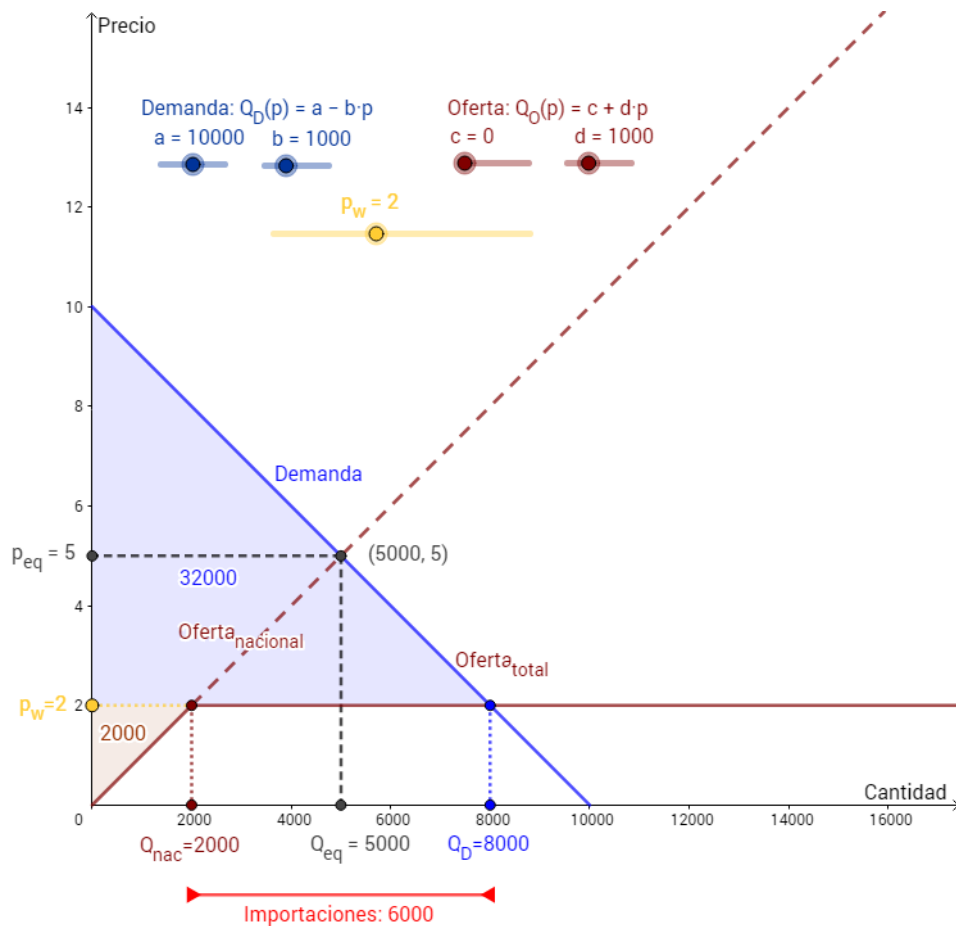


Figura 6.8: Modelo tipo II con importaciones y sin regulación

Ante esta situación, observamos que la curva de **oferta** total será la menor de las curvas de oferta entre los productores nacionales y los extranjeros para las distintas cantidades, pues los vendedores nacionales no podrán competir contra los extranjeros para un precio de del bien superior precio mundial.

Por otra parte, la curva de **demanda** no se ve afectada, ya que los compradores tienen el mismo incentivo para adquirir el bien en el mercado.

En este contexto el excedente de los productores nacionales disminuye a 2.000€. Los **productores nacionales**, en su conjunto, están peor que una situación sin importaciones, pues algunos de ellos “han sido expulsados del mercado” al ser sus costes de producción excesivamente elevados como para vender a un precio tan bajo; esto se traduce en una reducción de la cantidad ofertada por los productores nacionales ($Q_{nac}=2.000$ unidades). Además, los pocos que quedan en el mercado ingresan menos por cada unidad de producto vendida (2€/unidad).

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

Los **consumidores** están mejor que en la situación sin importaciones (su excedente aumenta hasta 32.000€), pues en su conjunto son capaces de comprar un número mayor de unidades del bien ($Q_D=8.000$ unidades) y, además, a un precio inferior ($p_w=2\text{€/unidad}$).

La diferencia entre la cantidad demandada por los consumidores y la cantidad que los productores nacionales están dispuestos a producir es la cantidad de **importaciones** (8.000 unidades - 2.000 unidades = 6.000 unidades).

Si continuamos variando el precio mundial del bien, nos daremos cuenta de que cuanto menor sea este, menor será el excedente del productor nacional (y mayor el del consumidor), menor será la cantidad producida por estos, más aumentarán las importaciones y menor será también el precio de mercado (Figura 6.9).

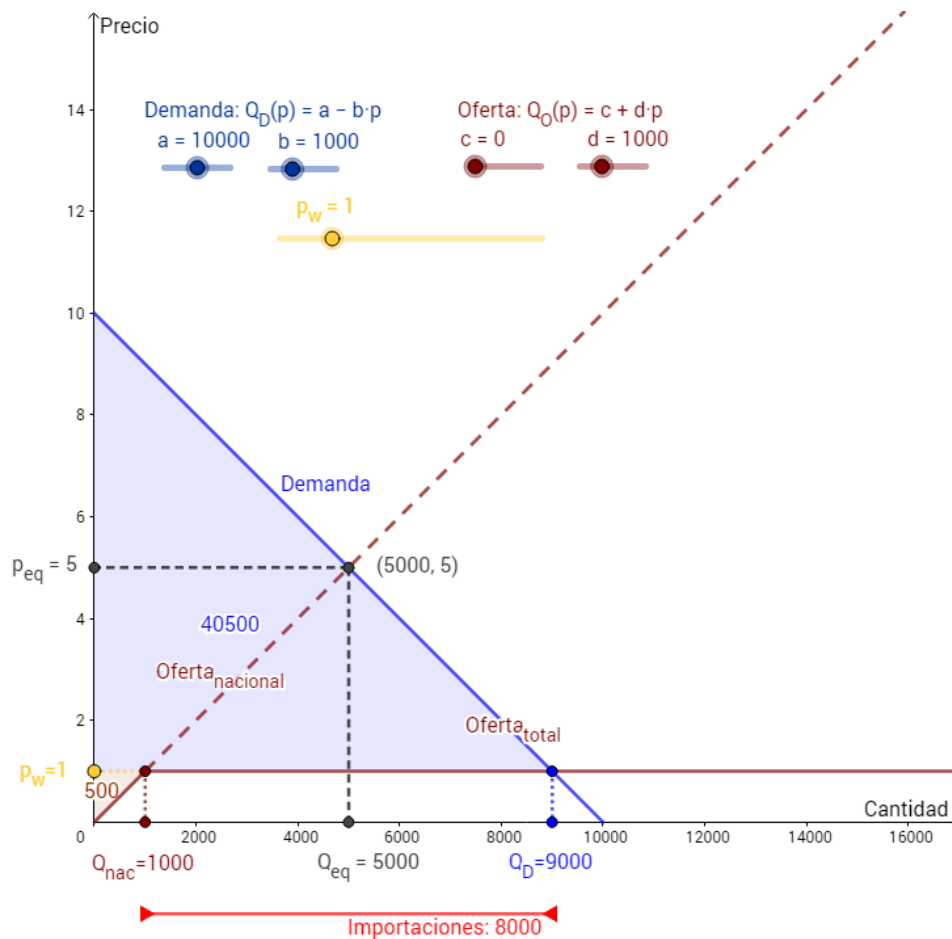


Figura 6.9: Modelo tipo II con importaciones y sin regulación (2)

Finalmente, para un precio mundial del bien igual o mayor que el precio de equilibrio del mercado en situación sin importaciones, no se importará ninguna unidad del bien (Figura 6.10).

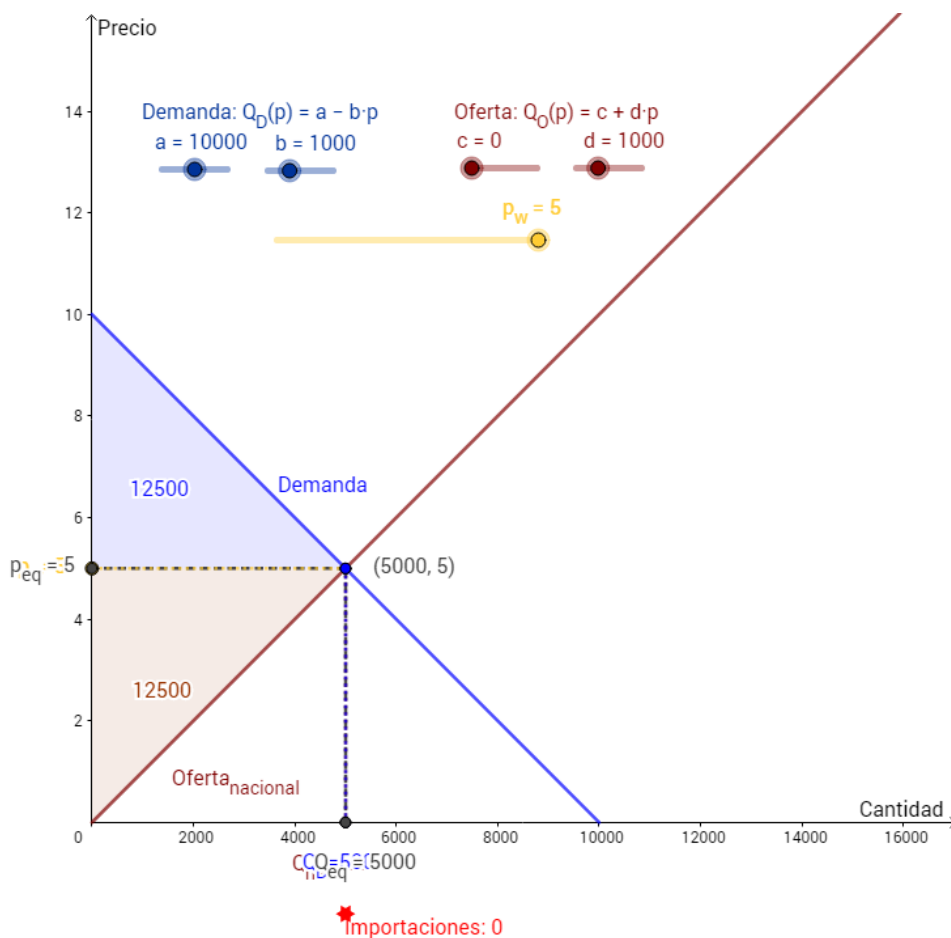


Figura 6.10: Modelo tipo II con importaciones y sin regulación (3)

6.3.2. Regulación mediante arancel

El Estado decide intervenir para proteger los intereses de los productores nacionales mediante la imposición de un arancel, es decir, gravarán con un impuesto aquellos bienes importados en el país.

Utilizando el deslizador de “arancel” y teniendo en cuenta la situación del apartado anterior, establecemos un arancel por valor de 1,7€/unidad importada (Figura 6.11):

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

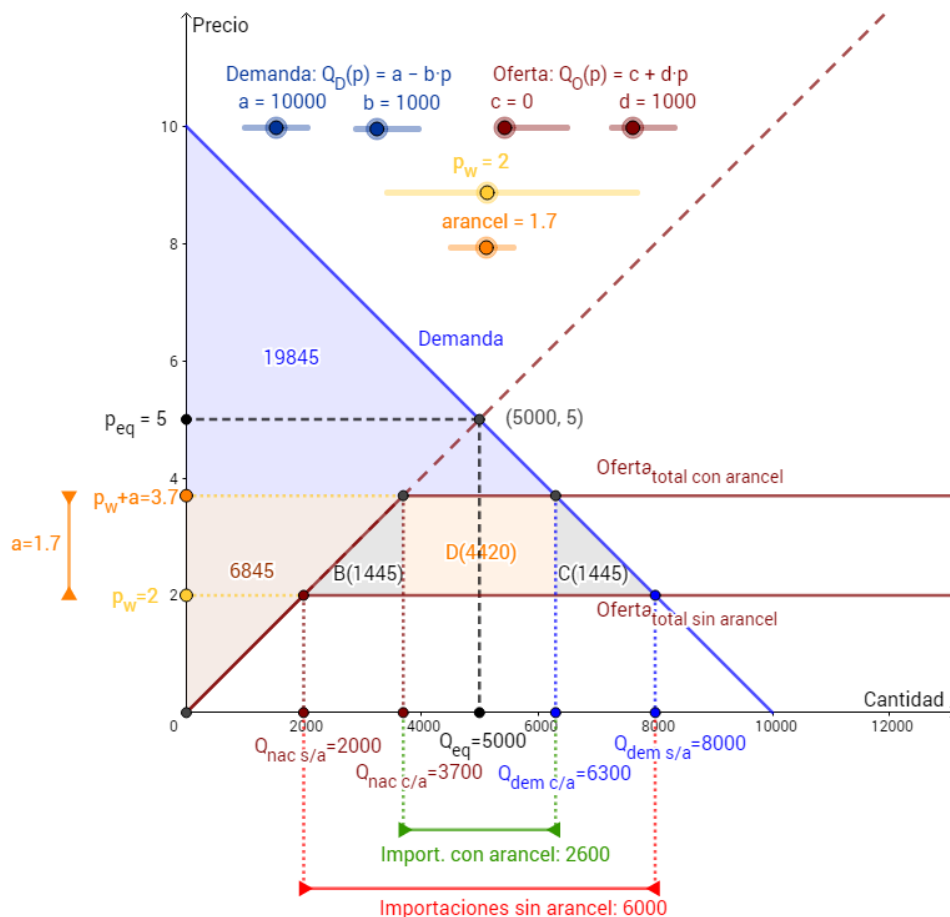


Figura 6.11: Modelo tipo II con importaciones y con arancel

A continuación, compararemos esta situación con la situación con importaciones y sin ningún tipo de regulación por parte del Estado (ver apartado anterior).

Ante esta situación, observamos que la curva de **oferta** total se verá modificada, mientras que la curva de **demanda** no se ve afectada, ya que los compradores tienen el mismo incentivo para adquirir el bien en el mercado.

En este contexto el excedente de los productores nacionales aumenta de 2.000€ a 6.845€. Los **productores nacionales**, en su conjunto, están mejor que una situación con importaciones y sin regulación, algunos de ellos “han sido expulsados del mercado” (al ser sus costes de producción excesivamente elevados como para vender a un precio tan bajo) pero este número será menor, ya que al precio mundial del bien habrá que sumarle el arancel (3,7€/unidad); esto se traduce en un aumento de la cantidad ofertada por los productores nacionales ($Q_{nac\ c/a} = 3.700$ unidades). Además, ahora los productores

nacionales pasan a ingresar más por cada unidad de producto vendida (3,7€/unidad).

Los **consumidores** están peor que en la situación con importaciones y sin regulación (su excedente se reducirá hasta 19.845€), pues compran un número menor de unidades del bien ($Q_{dem} = 6.300$ unidades) y, además, a un precio superior ($p_w = 3,7€/unidad$).

La diferencia entre la cantidad demandada por los consumidores y la cantidad que los productores nacionales están dispuestos a producir es la cantidad de **importaciones**, esta ahora pasa a tener un valor de: $6.300 \text{ unidades} - 3.700 \text{ unidades} = 2.600 \text{ unidades}$. Como es lógico, al establecer el arancel, las importaciones se reducen

El **Estado** (Hacienda), a través de este impuesto a las importaciones, recaudará una cantidad igual a 4.420€. Mientras que la **pérdida irrecuperable de eficiencia** debida a su intervención en el mercado es de $1.445€ + 1.445€ = 2.890€$.

Si continuamos variando el arancel, nos daremos cuenta de que cuanto mayor sea este, mayor será el excedente del productor nacional (y menor el del consumidor), mayor será la cantidad producida por estos, más se reducirán las importaciones y mayor será también el precio de mercado (Figura 6.12).

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

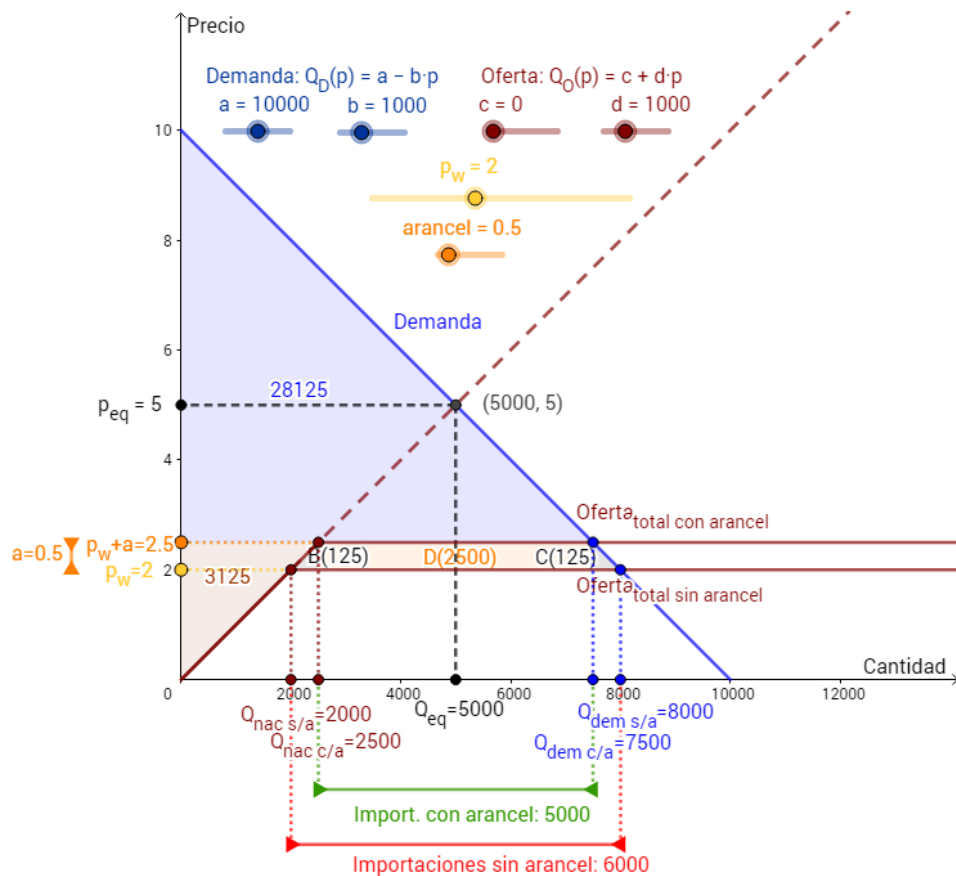


Figura 6.12: Modelo tipo II con importaciones y con arancel (2)

Finalmente, para una suma del arancel y el precio mundial del bien igual o mayor que el precio de equilibrio del mercado en situación sin importaciones, no se importará ninguna unidad del bien (Figura 6.13).

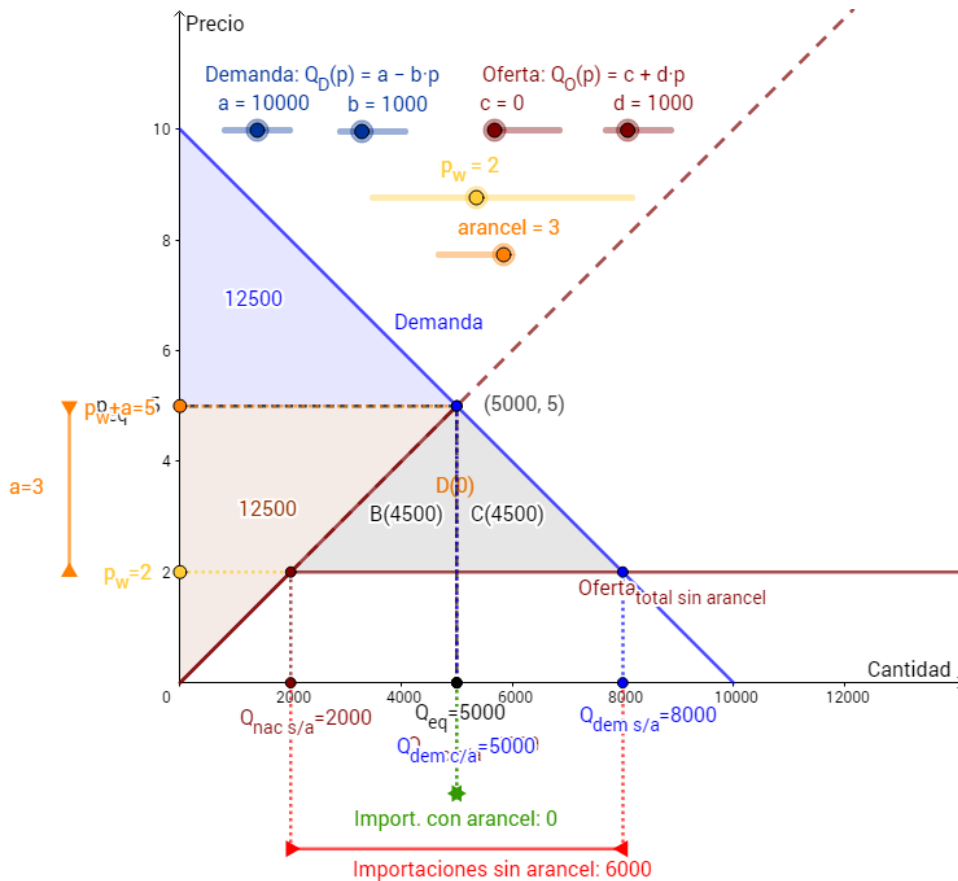


Figura 6.13: Modelo tipo II con importaciones y con arancel (3)

6.3.3. Regulación mediante contingente

El Estado decide intervenir para proteger los intereses de los productores nacionales mediante la imposición de un contingente, es decir, se establece un límite máximo legal de mercancía que se permite importar en el país durante un cierto período de tiempo.

Utilizando el deslizador de “contingente” y teniendo en cuenta la situación de comercio internacional sin regulación, establecemos un contingente por valor de 2500 unidades importadas (Figura 6.14):

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

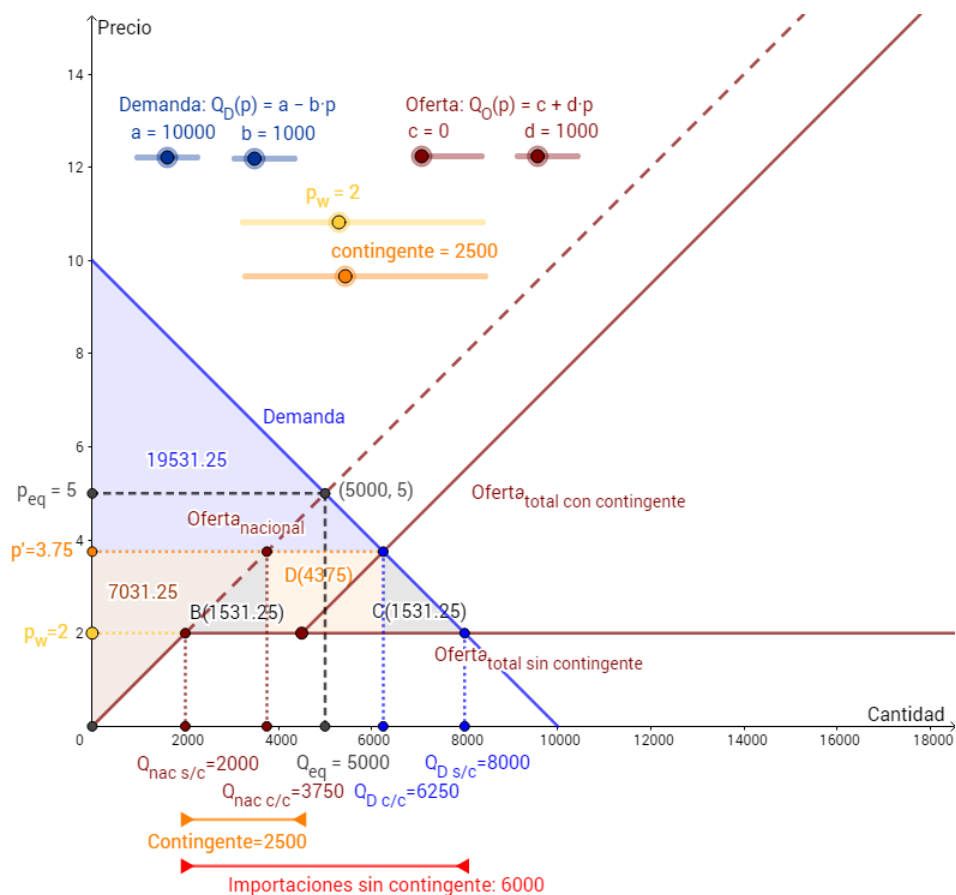


Figura 6.14: Modelo tipo II con importaciones y con contingente

Al igual que en el apartado anterior, compararemos esta situación con la situación con importaciones y sin ningún tipo de regulación por parte del Estado.

Ante esta situación, observamos que la curva de **oferta** total se verá modificada, mientras que la curva de **demanda** no se ve afectada, ya que los compradores tienen el mismo incentivo para adquirir el bien en el mercado.

En este contexto el excedente de los productores nacionales aumenta de 2.000€ a 7.031,25€. Los **productores nacionales**, en su conjunto, están mejor que una situación con importaciones y sin regulación, algunos de ellos “han sido expulsados del mercado” pero este número será menor, ya que se han reducido el número de importaciones a lo máximo legal (2.500 unidades); esto se traduce en un aumento de la cantidad ofertada por los productores nacionales ($Q_{nac\ c/c} = 3.750$ unidades). Además, ahora los productores nacionales pasan a ingresar más por cada unidad de producto vendida (3,75€/unidad).

Los **consumidores** están peor que en la situación con importaciones y sin regulación (su excedente se reducirá hasta 19.531,25€), pues compran un número menor de unidades del bien ($Q_{dem\ c/a}=6.250$ unidades) y, además, a un precio superior ($p_w=3,75€/unidad$).

La diferencia entre la cantidad demandada por los consumidores y la cantidad que los productores nacionales están dispuestos a producir es la cantidad de **importaciones**, que se corresponde a su vez con el contingente establecido (2.500 unidades).

El área D, sombreada en color naranja, forma parte de los ingresos de los productores extranjeros. Mientras que la **pérdida irre recuperable de eficiencia** debida a su intervención en el mercado es de $1.531,25€ + 1.531,25€ = 3.062,5€$.

Si continuamos variando el contingente, nos daremos cuenta de que cuanto mayor sea este, menor será el excedente del productor nacional (y mayor el del consumidor), menor será la cantidad producida por estos, más aumentarán las importaciones y menor será también el precio de mercado (Figura 6.15).

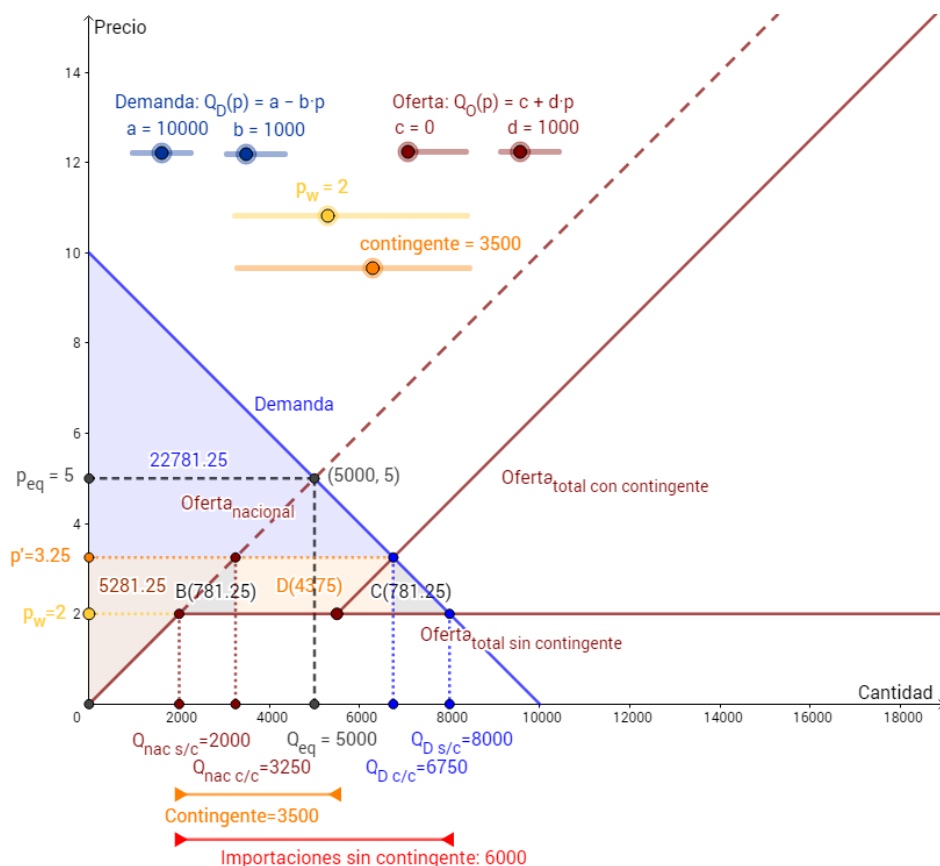


Figura 6.15: Modelo tipo II con importaciones y con contingente (2)

Finalmente, para un contingente nulo, no se importará ninguna unidad del bien (Figura 6.16).

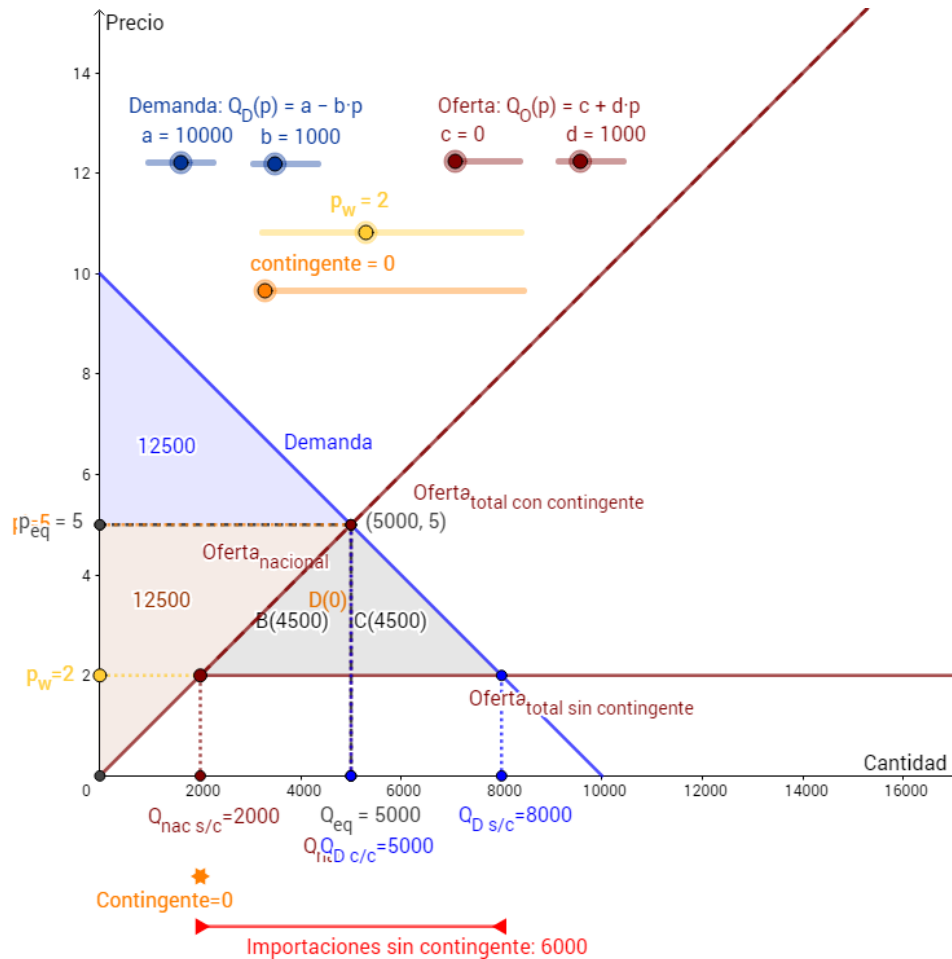


Figura 6.16: Modelo tipo II con importaciones y con contingente (3)

6.4. Modelo completo

En los apartados anteriores hemos tratado modelos que consideraban diferentes situaciones que se pueden dar en el entorno económico de una empresa, estos modelos eran independientes unos de otros. Como ya se señaló al inicio del presente capítulo, con esta independencia de los modelos se busca una mayor facilidad de computación, al ser más modelos más sencillos.

En este apartado presentamos (de forma complementaria) un modelo único y completo que incluye todos los casos desarrollados a lo largo de los Modelos de Tipo II, en un sólo archivo de GeoGebra. Como

puede observarse en las imágenes que presentamos a continuación, a través de las casillas de selección que nos ofrece la interfaz del modelo, podemos cambiar entre todas y cada una de las distintas situaciones que se han mostrado a lo largo de este capítulo. Además, las casillas de introducción de valores y los deslizadores nos permiten modificar otros parámetros del modelo, entre otros, los parámetros de las ecuaciones de las rectas de oferta y demanda.

Mostramos en este apartado algunas de las situaciones que se contemplan (al igual que en los modelos anteriores) en este modelo, no nos detendremos en su análisis, pues es similar a los modelos ya presentados anteriormente:

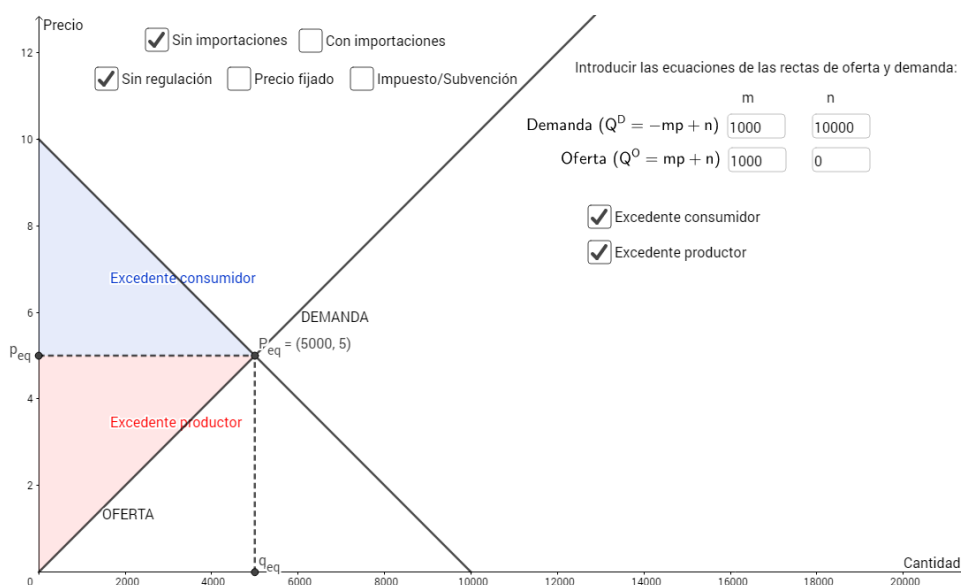


Figura 6.17: Modelo tipo II completo, sin importaciones y sin regulación

Modelos tipo II: Modelos de análisis de la Oferta y la Demanda en mercados competitivos

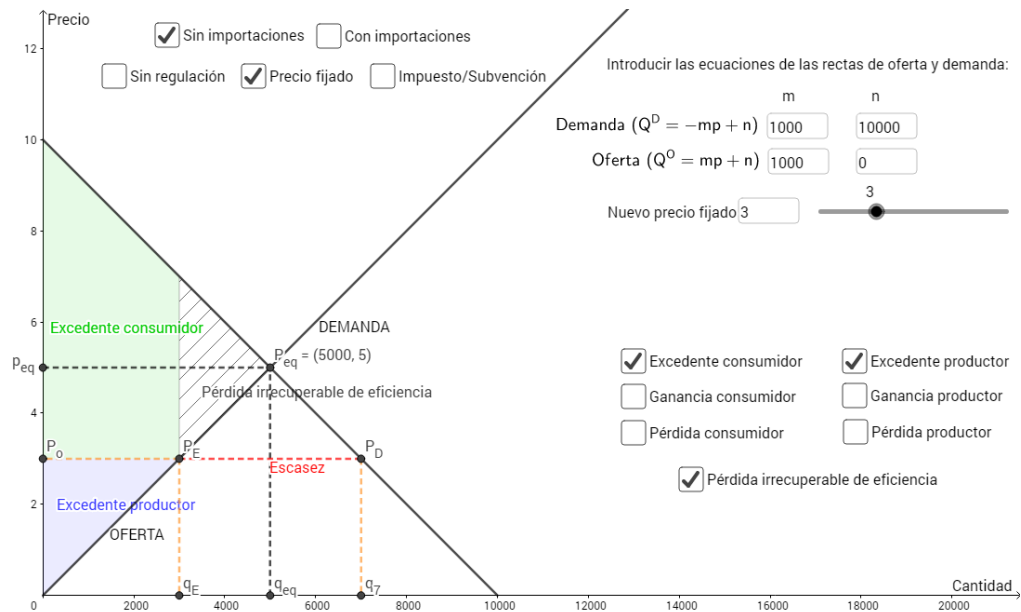


Figura 6.18: Modelo tipo II completo, sin importaciones y política de precio máximo

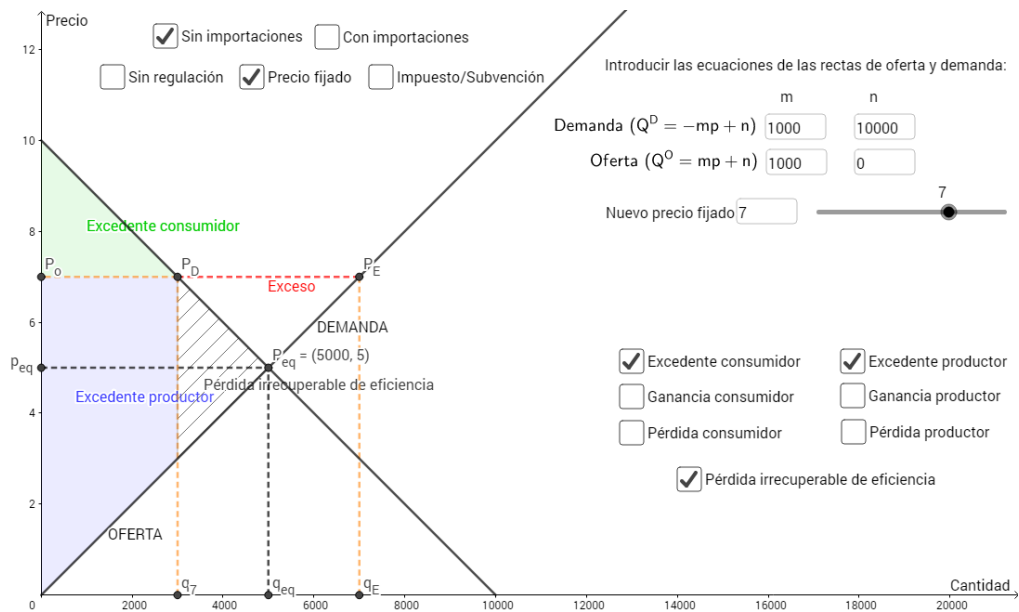


Figura 6.19: Modelo tipo II completo, sin importaciones y política de precio mínimo

En la Figura 6.18 y en la Figura 6.19 podemos observar como este modelo completo nos permite seleccionar, mediante la utilización de cuadros de selección, si queremos visualizar (o no) varios datos:

- Excedente del consumidor
- Excedente del productor.
- Ganancia del consumidor con respecto a la situación sin regulación.

- Ganancia del productor con respecto a la situación sin regulación.
- Pérdida del consumidor con respecto a la situación sin regulación.
- Pérdida del productor con respecto a la situación sin regulación.
- Pérdida irrecuperable de eficiencia del mercado.

A lo largo de este capítulo hemos descrito varios modelos, los cuáles, analizando la oferta y la demanda en mercados competitivos en diferentes situaciones y contextos económicos, así como la reacción del mercado al establecimiento de diversas políticas económicas por parte del Estado; pueden facilitar la toma de decisiones futuras de una empresa, pues estos modelos “prevén” las posibles fluctuaciones del mercado ante posibles actuaciones de los distintos agentes implicados (Estado, otras empresas...).

Además, dichos modelos permiten realizar un análisis de las determinadas situaciones económicas en las que se encuentra un determinado mercado. Finalmente, cabe destacar cómo nos ofrecen información sobre diferentes datos y parámetros económicos de forma exacta e intuitiva al mismo tiempo, lo cual representa una de las principales ventajas de estos modelos desarrollados mediante GeoGebra.

Capítulo 7. Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

En el presente capítulo trataremos el riesgo en el contexto de elección de proyectos de inversión con la máxima rentabilidad y con el mínimo riesgo asumible.

Partiendo de los conceptos presentados en el marco teórico del Capítulo 3 (subapartado 3.4 “Valoración económica de un proyecto de inversión”) y considerando las siguientes hipótesis, describiremos el funcionamiento del modelo diseñado mediante GeoGebra.

Hipótesis a considerar de ahora en adelante en este modelo:

- Los recursos se financian con capital propio, es decir, no existe deuda con coste.
- Las entradas del dinero en el proyecto se producen en el mismo momento que se genera el derecho de cobro, es decir, los ingresos coinciden con los cobros.
- De igual forma, las salidas de dinero del proyecto se llevan a cabo en el momento en el que se genera la obligación de pago, en otras palabras, los gastos coinciden con los pagos.
- Como simplificación, se considerarán los siguientes tipos de flujos de caja:
 - Ingresos de explotación (por ventas).
 - Gastos de explotación (por consumos)
 - Inversiones (compra de activos).
 - Pago de impuestos.
 - Ingresos extraordinarios.

7.1. Valoración económica de un proyecto de inversión

A continuación, mostraremos como decidir si una inversión concreta es aconsejable o, por el contrario, no es recomendable. Para ayudarnos a tomar esta decisión utilizaremos un modelo creado con GeoGebra, el cual evalúa distintas variables como: flujos de caja, VAN, TIR... para, finalmente ofrecernos un resultado gráfico e intuitivo de la decisión que se recomienda tomar.

Para presentar el funcionamiento del modelo de una forma más minuciosa y visual, planteamos el siguiente proyecto que presenta las siguientes previsiones:

La inversión inicial requerida (año 0) es de 500€ en terrenos, 400€ en edificios, 200€ en equipos (amortizables linealmente en 5 años) y 100€ en activo circulante. Otras inversiones son:

- *Al inicio del 2º año se compra un equipo a mayores cuyo valor es de 100€ (amortizable linealmente en 5 años). Lo mismo sucede al comienzo del 4º año.*
- *El capital circulante necesario previsto pasará a tener un valor de 120€ el 2º y el 3º año, y de 100€ el 4º año.*

Considerar que la tasa impositiva (t) es del 30% y que el capital circulante coincide con las necesidades operativas de fondos.

Al final del año 4 se espera poder vender el proyecto por un precio de 1200.

Además, sabemos que:

- *Unidades vendidas por año (del 1º año al 4º): 100, 100, 200 y 300.*
- *Precio de venta en €/unidad (del 1º año al 4º): 30, 20, 10, 10.*
- *Costes de explotación en € (del 1º año al 4º): 2900, 1840, 1760, 2700.*

Introduciremos estos datos en la tabla creada a tal uso en la ventana de la hoja de cálculo del modelo (Figura 7.1), esta tabla está diseñada con el fin último de calcular los flujos de caja en cada uno de los periodos de los que es objeto la inversión:

Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

| | A | B | C | D | E | F | G |
|----|---|---------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | Periodos a estudiar | 4 | | | | |
| 3 | | Tasa impositiva | 0.3 | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | V. Cont A.F. (ult. año) | 1100 | | | | |
| 6 | | V. Venta A. F. (ult. año) | 5060 | | | | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | Años | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 9 | | Unidades vendidas | ? | 100 | 100 | 200 | 300 |
| 10 | | Precio de venta | ? | 30 | 20 | 10 | 10 |
| 11 | | Ingresos por ventas | ? | 3000 | 2000 | 2000 | 3000 |
| 12 | | -Costes | ? | 2900 | 1840 | 1760 | 2700 |
| 13 | | BAAIT | ? | 100 | 160 | 240 | 300 |
| 14 | | -Amortizacion | ? | 40 | 60 | 60 | 80 |
| 15 | | BAIT | ? | 60 | 100 | 180 | 220 |
| 16 | | -Intereses | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | | BAT | ? | 60 | 100 | 180 | 220 |
| 18 | | | | | | | |
| 19 | | BAAIT | ? | 100 | 160 | 240 | 300 |
| 20 | | -t x BAT | ? | 18 | 30 | 54 | 66 |
| 21 | | -Δ Inversion A. F. | 1100 | 0 | 100 | 0 | 100 |
| 22 | | -Δ NOF | 100 | 0 | 20 | 0 | -20 |
| 23 | | FCF | -1200 | 82 | 10 | 186 | 154 |
| 24 | | +FCF residual | 0 | 0 | 0 | 0 | 1188 |
| 25 | | FCF final | -1200 | 82 | 10 | 186 | 1342 |
| 26 | | | | | | | |

Figura 7.1: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión, tabla de cálculo de los flujos de caja

Es necesario definir brevemente ciertos conceptos que aparecen en la tabla:

- **BAAIT:**

Beneficios antes de amortizaciones, intereses e impuestos, se calculan como los ingresos menos los gastos, omitiendo de los gastos las amortizaciones, los intereses y los impuestos que debe pagar la empresa. También se denomina resultado bruto de explotación o EBITDA por sus siglas en inglés.

- **BAIT:**

Beneficios antes de intereses e impuestos, se calculan como los ingresos menos los gastos, omitiendo de los gastos los intereses y los impuestos que la empresa debe abonar. También se denomina EBIT por sus siglas en inglés.

- **BAT:**

Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

Beneficios antes de impuestos, calculados como los ingresos menos los gastos, en los que no se incluyen el gasto producido por los impuestos que debe pagar la empresa. También se conoce como EBT por sus siglas en inglés.

- Δ Inversión A. F.:

Variación de la inversión en activos fijos (bienes tangibles o intangibles que no se pueden convertir en efectivo en un corto plazo, normalmente son imprescindibles para el correcto funcionamiento de la empresa, ejemplos: maquinaria, bienes inmuebles, material de oficina...).

- Δ NOF:

Variación de las Necesidades Operativas de Fondos, también conocidas como capital corriente, son los fondos necesarios para financiar las operaciones corrientes de la empresa.

- FCF:

“Free Cash Flow” (Flujo de Caja Libre). Es la cantidad de dinero que tiene disponible la empresa para hacer frente a deudas o para repartir los dividendos. En el ámbito de un proyecto de inversión, representa los flujos de fondos que se generan en el proyecto de inversión sin considerar cómo se ha financiado.

- V. Cont. A. F.:

Valor contable de los activos fijos (maquinaria, bienes inmuebles, material de oficina...), es decir, el valor reflejado en la contabilidad de la empresa de estos activos.

- V. Venta A. F.:

Valor de venta de los activos fijos, en otras palabras, por cuánto dinero se ha vendido el activo.

Una vez hemos calculado todos los FCF, el modelo realiza el cálculo de la ecuación del Valor Actual Neto (VAN) del proyecto en cuestión (Figura 7.2):

| | | | | | | |
|----|--|------------|-------|--------------------|----------------------|------------------------|
| 27 | | | | | | |
| 28 | | VAN | -1200 | $\frac{82}{(1+x)}$ | $\frac{10}{(1+x)^2}$ | $\frac{186}{(1+x)^3}$ |
| 29 | | | | | | $\frac{1342}{(1+x)^4}$ |

Figura 7.2: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión, cálculo del VAN

Todos los datos que el programa ha calculado aparecen de forma más intuitiva en la vista gráfica (Figura 7.3):

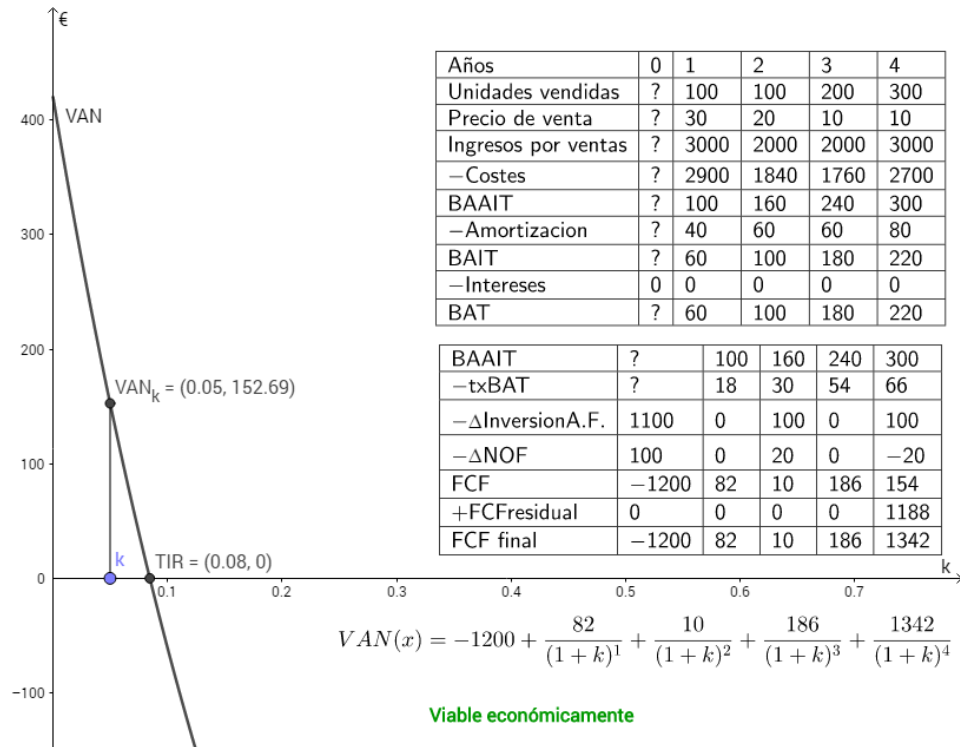


Figura 7.3: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión (VAN>0)

Podemos observar la gráfica definida por la ecuación del VAN calculada anteriormente (definida en función del coste de capital). En el punto de corte de esta gráfica con el eje x (es decir, el punto donde VAN es nulo) encontramos la TIR.

En función del precio del capital (k) que establezcamos, podrán producirse varios casos, los cuáles provocarán una u otra decisión en los responsables de evaluar el proyecto:

7.1.1. Proyecto económicamente viable

Si fijáramos un $k < TIR$ (Figura 7.3), es decir, si el $VAN > 0$; la conclusión obtenida sería que el proyecto es económicamente viable, en otras palabras, todo lo que nos “cuesta” el proyecto, lo recuperaremos una vez hayan pasado esos 4 años y además obtendríamos beneficios con su realización. Nos interesaría realizar la inversión.

7.1.2. Indiferencia en la inversión

En el caso de que eligiéramos fijar un $k=TIR$ ($VAN=0$), la conclusión extraída indicaría que nos es indiferente realizar o no la inversión. Lo que cuesta la inversión lo recuperaríamos, pero no obtendríamos ningún beneficio (ni pérdida) económico (Figura 7.4):

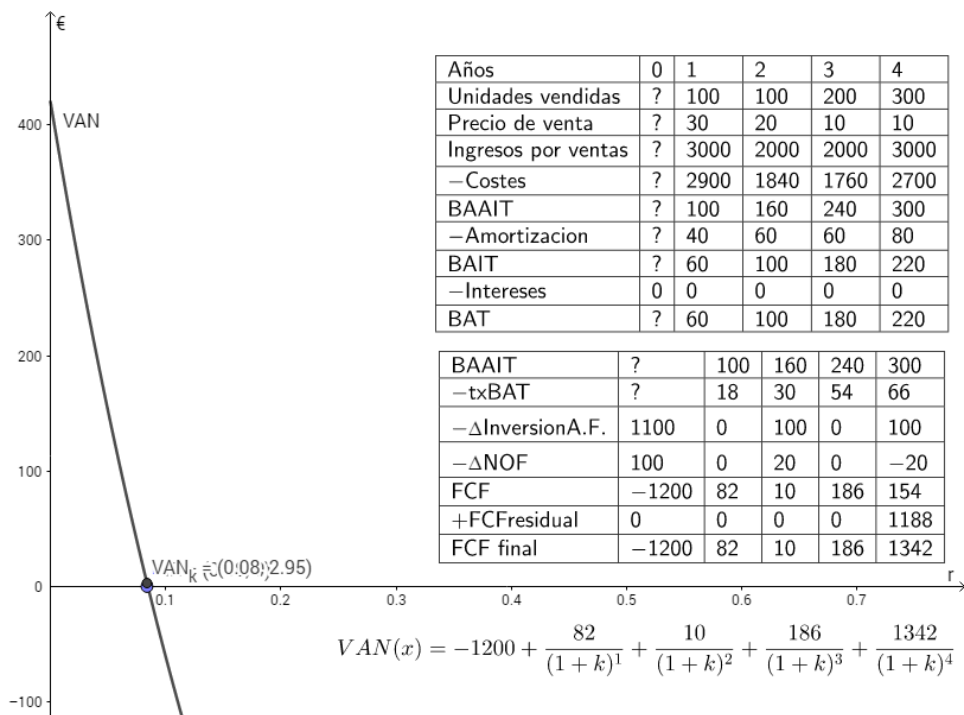


Figura 7.4: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión ($VAN=0$)

7.1.3. Proyecto NO viable económicamente

Finalmente, si consideramos un $k>TIR$ ($VAN<0$), el proyecto no es económicamente viable, en otras palabras, todo lo que nos “cuesta” el proyecto, no lo recuperaríamos tras la ejecución del proyecto y obtendríamos pérdidas. No es recomendable, por lo tanto, llevar a cabo la inversión (Figura 7.5):

Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

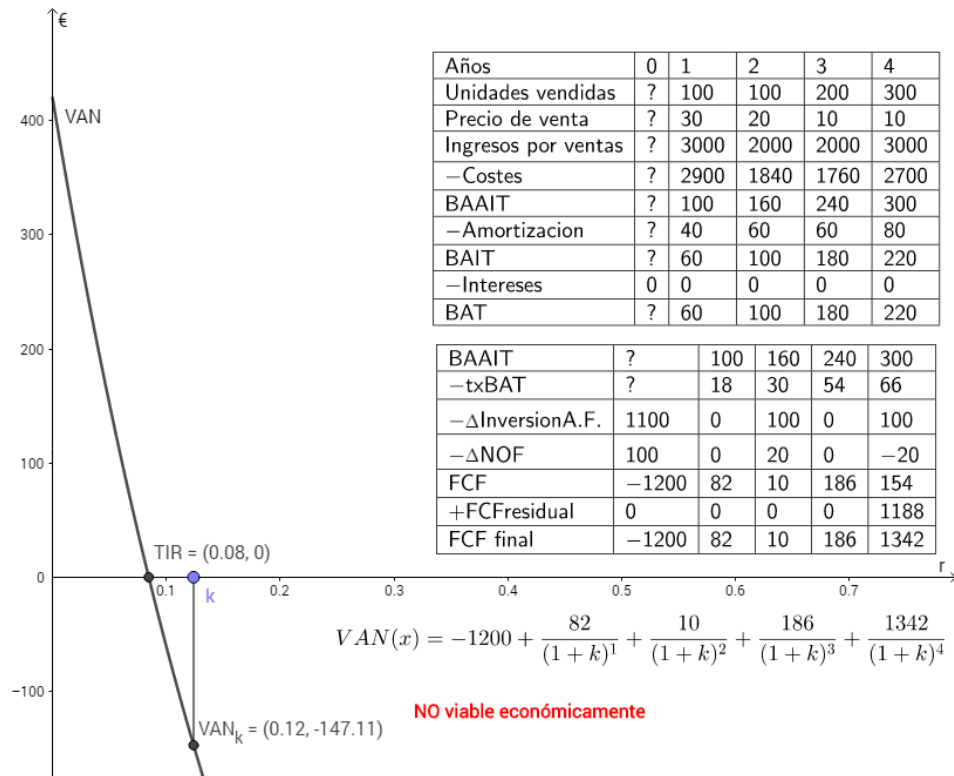


Figura 7.5: Modelo tipo III: Valoración económica de un proyecto de inversión ($VAN < 0$)

7.2. Selección de proyectos de inversión

Hasta ahora, la problemática consistía en decidir si un proyecto concreto era viable (o no) económicamente, pero ¿Qué pasa cuando tenemos varios proyectos que son viables económicamente?

Para resolver esta otra problemática, deberemos comparar las gráficas de los proyectos en cuestión.

A continuación, compararemos otros proyectos ejemplo con el proyecto tratado en el apartado anterior:

- Comparación 1:

El nuevo proyecto a comparar con el ya presentado es similar, la única diferencia es que ahora el precio de los terrenos adquiridos inicialmente es de 100€ (y no de 500€).

Gráfica que nos ofrece el modelo sobre el nuevo proyecto (Figura 7.6):

Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

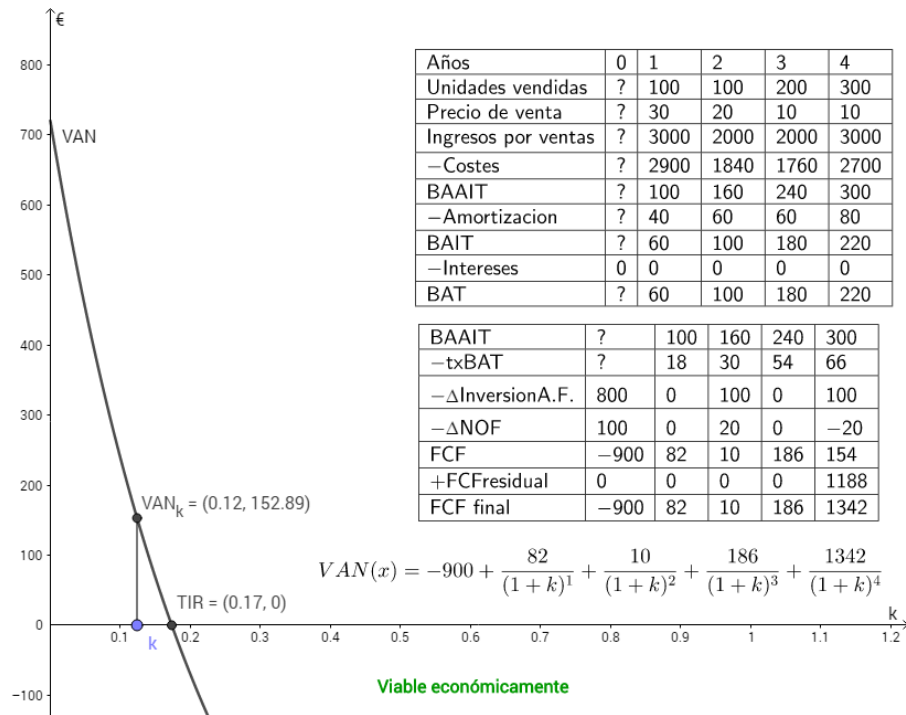


Figura 7.6: Modelo tipo III: Selección de proyectos de inversión, comparación 1

Si superpusiéramos ambas gráficas (Figura 7.7), observaríamos que la nueva gráfica está en todo momento por encima de la anterior. En términos económicos esto significa que, para cualquier valor de k que establezcamos, el VAN del nuevo proyecto es superior al VAN del proyecto anterior; luego la conclusión obtenida es que el nuevo proyecto es más rentable. Además, el TIR del nuevo proyecto también es mayor.

Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

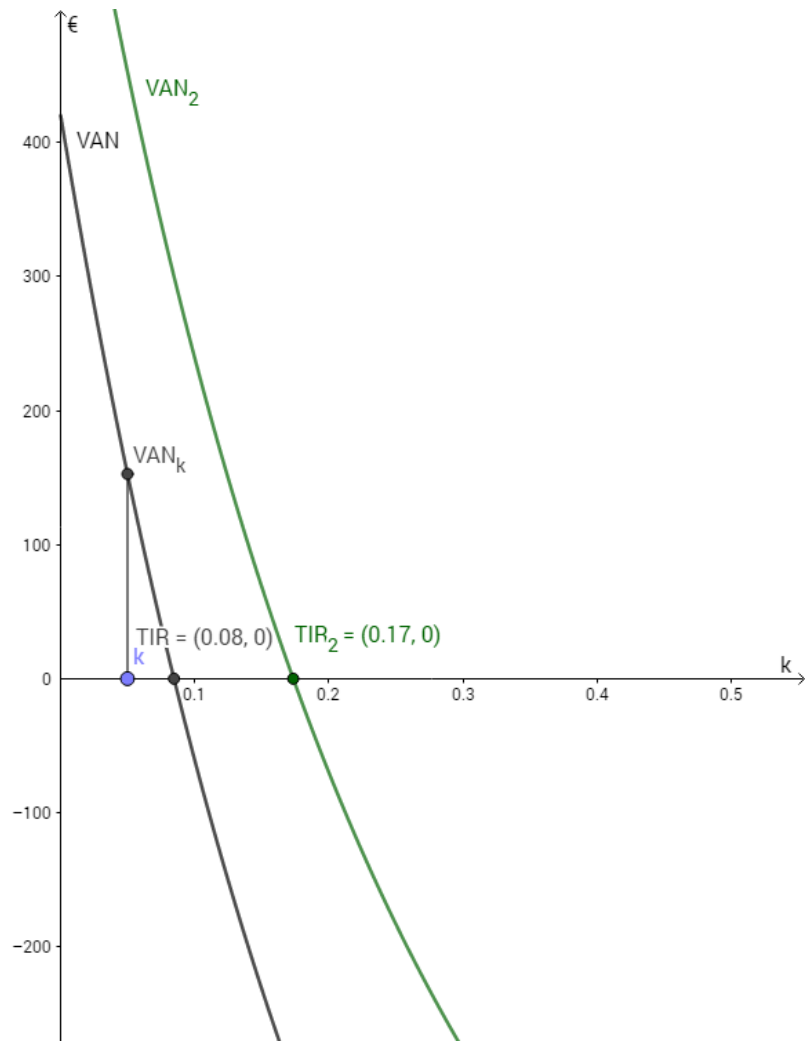


Figura 7.7: Modelo tipo III: Selección de proyectos de inversión, comparación 1 (bis)

Recomendaríamos **ejecutar el nuevo proyecto** en detrimento del anterior.

- Comparación 2:

Podría darse el caso de que la selección de un proyecto u otro dependiera del valor que tomara el capital (k) (Figura 7.8):

Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

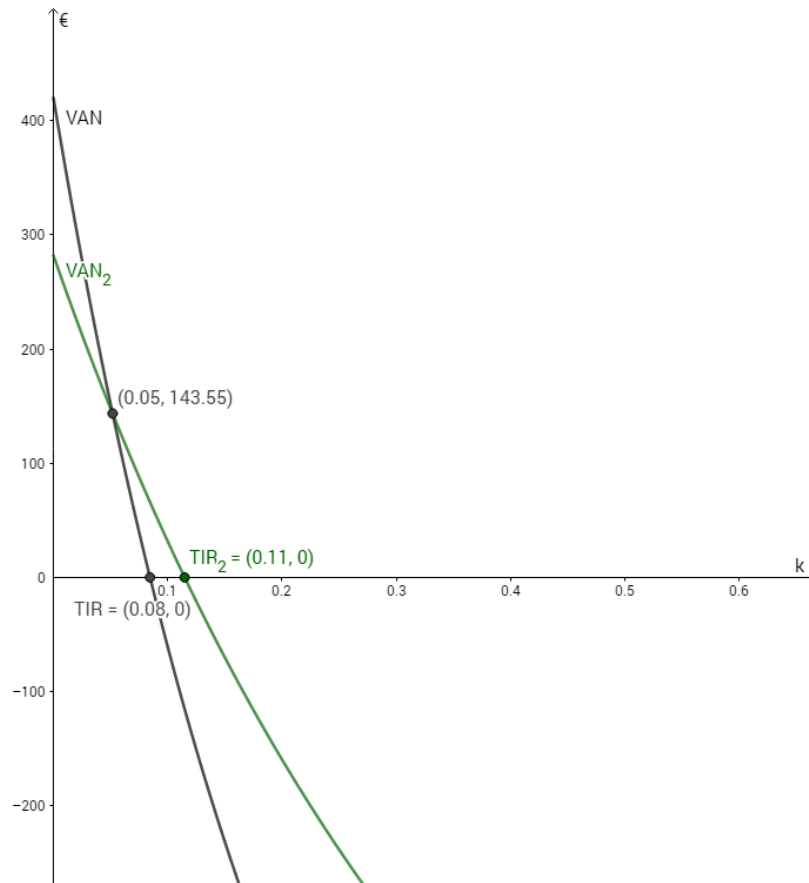


Figura 7.8: Modelo tipo III: Selección de proyectos de inversión, comparación 2

Si superpusiéramos ambas gráficas, obtendríamos distintas conclusiones:

- Para un valor de $k < 0.05$ (intersección de ambas gráficas): Seleccionaremos el primer proyecto, ya que su VAN toma valores mayores que el del nuevo proyecto.
- Para $k = 0.05$: Nos es indiferente elegir un proyecto u otro.
- Si $k > 0.05$: Elegiremos el nuevo proyecto, pues su VAN toma valores mayores que el proyecto inicial.

Como síntesis del modelo planteado en este capítulo (Modelo tipo III), hemos comprobado cómo dicho modelo aporta información de forma gráfica e intuitiva, la cual ayuda en la toma de decisiones en dos aspectos principales:

- Valoración económica de proyectos: Apoyo para decidir si una inversión en un determinado proyecto es aconsejable o, por el contrario, no es recomendable desde un punto de vista económico.

Modelo tipo III: Modelo de valoración económica y selección de proyectos de inversión

- Selección de proyectos: Una vez que hemos descartado los proyectos que no son viables económicamente, decidir en qué proyecto (o proyectos) invertir de entre todos los económicamente viables.

Capítulo 8. Vías futuras de estudio

En el siguiente capítulo valoraremos distintas posibilidades de estudio que nos ofrece GeoGebra en sí mismo mediante el uso de otros recursos/materiales que implica dicho proyecto. Por otra parte, se hará hincapié en las aplicaciones reales que posee este software en el ámbito de la enseñanza.

8.1. Applets

“Un applet es un componente de una aplicación que se ejecuta en el contexto de otro programa. El applet debe ejecutarse en un contenedor, que lo proporciona un programa anfitrión, mediante un plug in, o en aplicaciones como teléfonos móviles que soportan un modelo de programación por applets” (Colaboradores de Wikipedia).

En nuestro caso particular el applet es una aplicación creada en GeoGebra y que permite ilustrar, de manera interactiva y visual, uno o más conceptos matemáticos. Estos applets, como ya se reflejó en el Capítulo 1, permiten que las realizaciones sean fácilmente exportables a páginas web, por lo que podemos crear páginas dinámicas en pocos segundos y poder acceder a las mismas en cualquier momento y lugar desde cualquier equipo con conexión a internet sin la necesidad de instalar el programa en dicho equipo.

El uso de estos applets es más rápido y cómodo que otros recursos, además, su contenido no es estático, sino que permite la interacción por parte del usuario en escenas donde se pueden manipular diversos elementos, observar los cambios generados y extraer conclusiones o aprender a partir de estas interacciones.

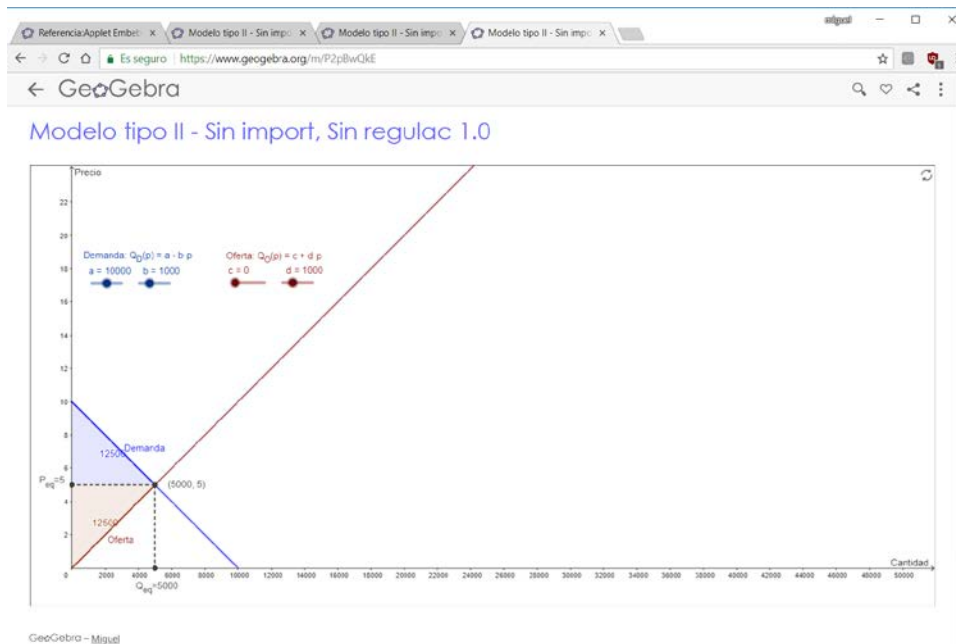


Figura 8.1: Ejemplo de applet embebido en una página web (web de GeoGebra)

8.2. Hojas de trabajo dinámicas

Una Hoja de Trabajo Dinámica (HTD) (*Dynamic Worksheet*) es una página web interactiva, de edición online, que combina diferentes recursos web (texto, applets, videos, páginas web, imágenes, archivos pdf, preguntas y tareas) en un diseño flexible.

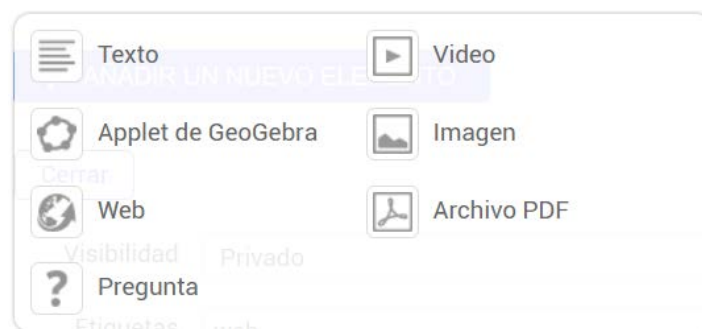


Figura 8.2: Tipos de elementos admitidos en una hoja de trabajo dinámica

Estos materiales interactivos se pueden usar tanto en forma offline como a través de Internet y requieren de la instalación de algún navegador, así como de Java.

Otra de las ventajas de estos recursos es el hecho de que los usuarios no necesitan saber nada sobre el uso de GeoGebra para trabajar con estos materiales y no necesitan tener instalado GeoGebra en sus ordenadores. Dado que las hojas de trabajo dinámicas también se pueden

proporcionar en línea, los usuarios pueden utilizarlas tanto en la escuela como en el hogar.

En el ámbito docente, pueden contribuir a una mejor comprensión de los conceptos al permitir manipulaciones interactivas de la figura dinámica proporcionada, y pueden fomentar el aprendizaje activo. Con el fin de aumentar la interactividad de las hojas de trabajo dinámicas, así como para permitir a los estudiantes una mayor libertad en la exploración de conceptos, GeoGebra permite a sus creadores personalizar la barra de herramientas para limitar el número de herramientas disponibles. Esta característica es especialmente útil para los profesores que sólo desean introducir una selección de herramientas de geometría dinámica a la vez y limitar la cantidad de información técnica que se debe proporcionar a los alumnos.

Para finalizar, cabe destacar que estas HTDs se pueden agrupar en libros de trabajo.

A continuación, se muestra una hoja de trabajo dinámica planteada a los alumnos en el laboratorio de la asignatura de “Empresa” (primer curso) (Figura 8.3). Este tipo de hojas se han implementado de forma exitosa en esta asignatura de forma paralela a la realización de este trabajo, por ello considero que su uso podría ampliarse en el futuro.

← GeoGebra
< 1.2. >

Sesión 1 Laboratorio de Empresa

1. Tema 1. Principios básicos de Economía

1. Frontera de posibilidades de producción

2. El comercio como generador de riqueza

2. Tema 2. Oferta y demanda en los mercados competitivos

El comercio como generador de riqueza

La siguiente tabla indica el número de horas necesarias para fabricar una unidad de producto en Portugal y en Inglaterra:

| | Vino | Ropa |
|------------|------|------|
| Portugal | 3 | 4 |
| Inglaterra | 2 | 1 |

Cada país dispone de una dotación de 600 horas que pueden repartirse para la producción de vino y de ropa.

El siguiente gráfico muestra las fronteras de posibilidades de producción de ambos países. En caso de no existir comercio entre ambos, sus fronteras de posibilidades de consumo coincidirán con sus fronteras de posibilidades de producción.

La Teoría de la Ventaja Comparativa afirma que si cada país se especializa en la producción del bien en el que tiene la ventaja comparativa y se produce un intercambio (comercio) entre ambos, puede existir un valor de relación de cambio que favorezca a ambos países. En este modelo, para medir el incremento en el bienestar de un país, comparamos la frontera de posibilidades de consumo tras la especialización y el intercambio (comercio) con su frontera de posibilidades de consumo en caso de ausencia de comercio exterior (autarquía).

En este ejercicio definiremos la relación de cambio (r) como el número de unidades de vino a cambio de una unidad de ropa.

Localice la casilla "Comercio" en el gráfico anterior. Cuando esta casilla está desactivada, se muestran, con trazo continuo, las fronteras de posibilidades de consumo cuando no hay comercio entre ambos países (coinciden con sus fronteras de posibilidades de producción). Cuando esta casilla está activada, se muestran, con un trazo discontinuo, las fronteras de posibilidades de consumo de ambos países cuando cada uno de ellos se especializa en la producción del bien en el que tiene la ventaja comparativa y se produce un intercambio entre ellos, según la relación de cambio r , cuyo valor puede modificar utilizando el deslizador correspondiente.

Responda a las siguientes preguntas:

- ¿Quién tiene la ventaja comparativa en la producción de vino?
 - Inglaterra
 - Portugal
- ¿Quién tiene la ventaja comparativa en la producción de ropa?
 - Portugal
 - Inglaterra
- Si Portugal se especializa en la producción del bien en el que tiene la ventaja comparativa, ¿cuántas unidades de dicho bien producirá?
 - 600
 - 150
 - 300
 - 200

✓ Comprobación de respuestas

GeoGebra - David Pota

Figura 8.3: Ejemplo de Hoja de Trabajo Dinámica

8.3. Grupos de GeoGebra

Un grupo de GeoGebra permite a sus miembros distintas posibilidades:

- Compartir materiales (applets, hojas dinámicas, libros...).
- Comunicarse entre ellos a través de diversas publicaciones y comentarios de las mismas.
- Crear y editar materiales de forma conjunta.
- Administrar tareas para otros miembros del grupo (Ejemplo: para los estudiantes).
- Dar evoluciones sobre las tareas realizadas y conservar un registro del trabajo de los miembros.

Además, estos grupos pueden ser utilizados desde dos enfoques diferentes:

- **Espacio colaborativo:** Grupo en el que sus usuarios trabajan de forma conjunta, compartiendo, coleccionando y creando materiales.
- **Aula virtual:** Destinado como una plataforma de aprendizaje en línea en la que un administrador (profesor) promueve la colaboración entre sus estudiantes compartiendo materiales.



Figura 8.4: Ejemplo de grupo de GeoGebra

8.4. Modo examen

El modo examen ha sido desarrollado para ofrecer una solución simple a los exámenes escritos tradicionales. Este modo supervisa permanentemente que el dispositivo se encuentre fuera de línea y que solamente GeoGebra esté en uso. Una barra de color claramente visible (azul = está todo en orden, rojo = es posible que el estudiante no esté siendo honesto) muestra constantemente si el estudiante ha abandonado la aplicación GeoGebra o no (Figura 8.5).

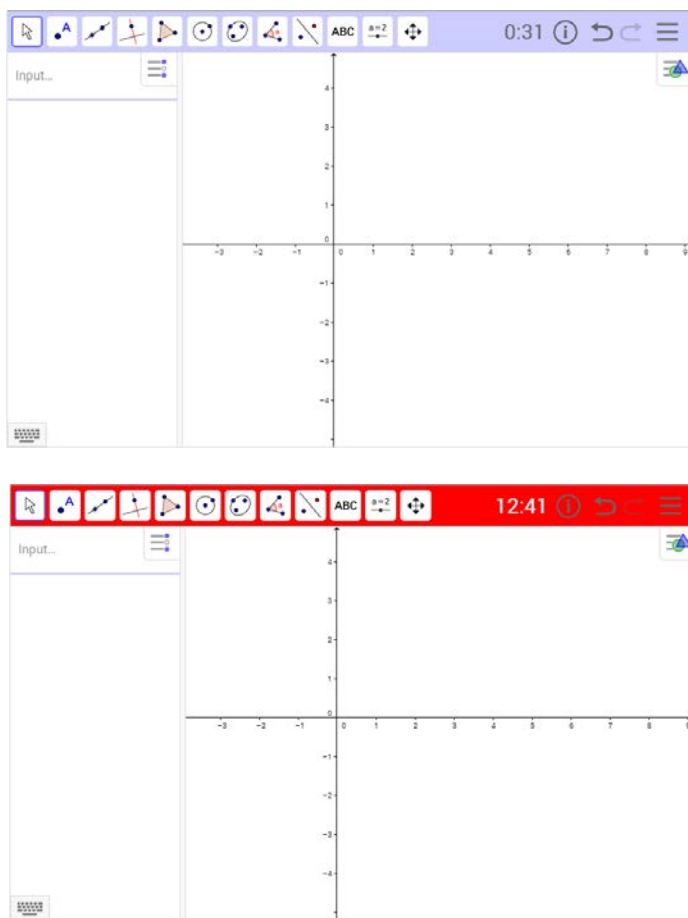


Figura 8.5: Interfaz de GeoGebra en Modo Examen

Además, un cronómetro va registrando todos los eventos relevantes. Por tanto, el estudiante no puede abandonar el modo examen y reiniciarlo sin que el profesor lo detecte, pues su registro evidenciará que su examen duró menos tiempo que el de sus compañeros. El registro de examen puede ser chequeado por el profesor en cualquier momento (Figura 8.6).

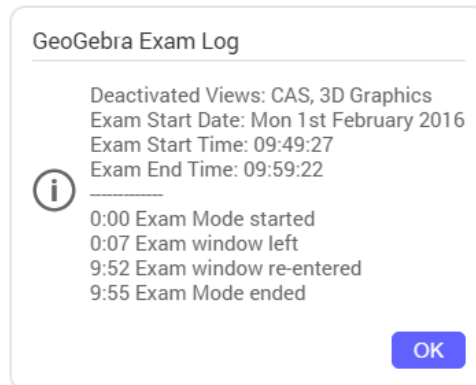


Figura 8.6: Ejemplo de registro del Modo Examen de GeoGebra

8.5. Aplicaciones móviles

En este trabajo se ha tratado GeoGebra como una aplicación desarrollada para ordenadores, pero actualmente existen varias aplicaciones para dispositivos móviles y que vale la pena nombrar como posibles futuras evoluciones/caminos a seguir.

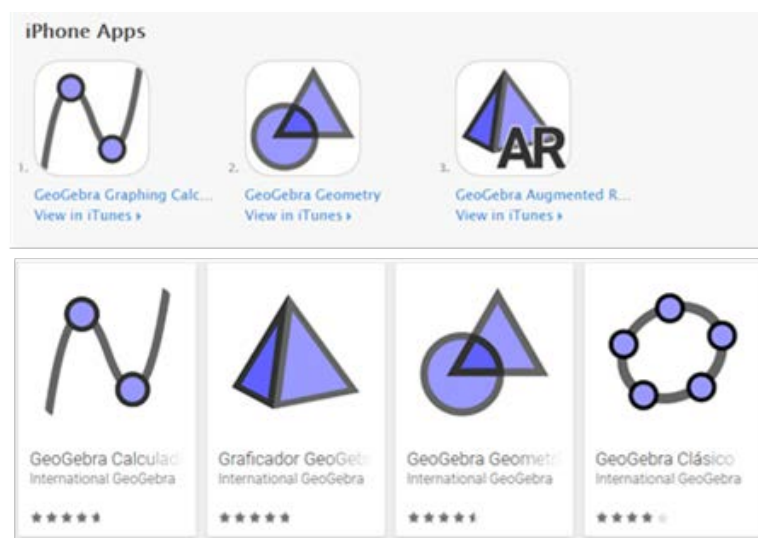


Figura 8.7: Aplicaciones desarrolladas para iPhone y dispositivos Android

8.6. Complemento para PowerPoint

El complemento de GeoGebra para PowerPoint permite insertar materiales interactivos GeoGebra en presentaciones. Cualquier cambio que realice en estos materiales de GeoGebra, se guarda en el archivo de PowerPoint (Figura 8.8):

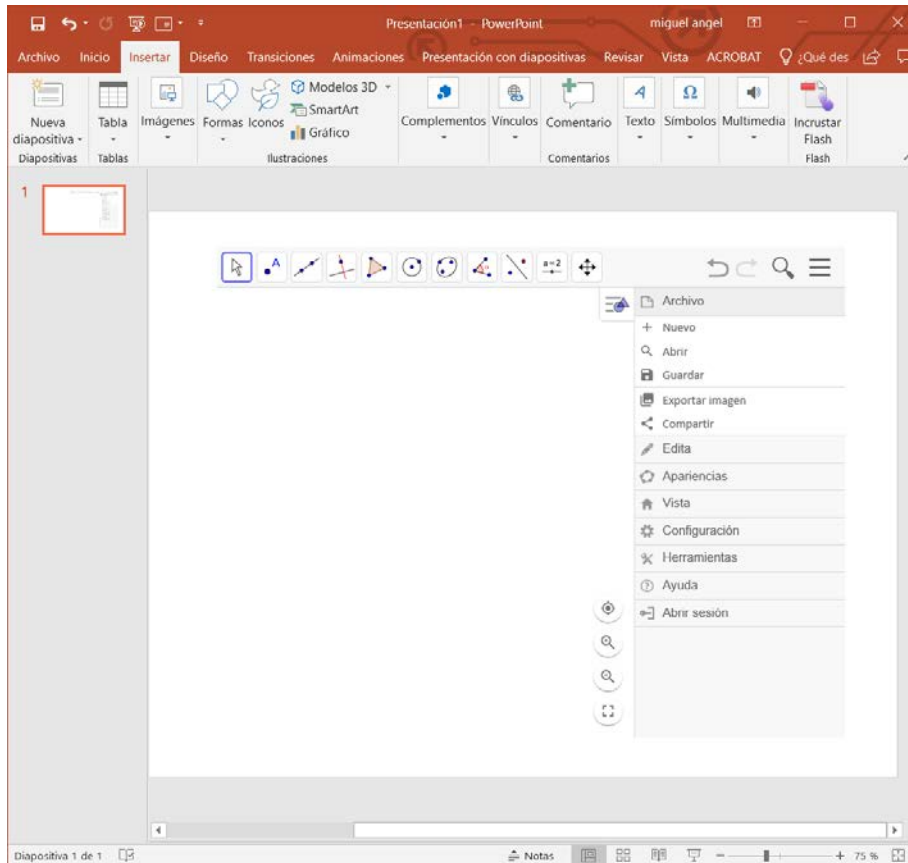


Figura 8.8: Ejemplo de complemento de GeoGebra en presentación de PowerPoint

8.7. Módulo para Moodle

Este módulo, desarrollado por la Asociación Catalana de GeoGebra, permite la creación e incorporación, de forma sencilla, de actividades de GeoGebra en Moodle. Sus principales características son:

- Facilita el rastreo de los estudiantes ya que almacena la puntuación, la fecha, la duración y la construcción de cada uno de los intentos realizados por los alumnos. Además, estas pueden ser consultadas por el profesor en cualquier momento.
- Los estudiantes pueden guardar y entregar el applet o bien guardar y continuar en otro momento con la actividad.
- Se pueden introducir objetos aleatorios para que los alumnos no puedan copiar el resultado de sus compañeros y para que puedan repetir la actividad varias veces.
- También se contempla la realización de actividades autocorrectivas, en las cuales el profesorado no interviene en la calificación.

Como conclusión, este nuevo módulo aporta una gran potencialidad al entorno virtual de aprendizaje Moodle, pues permite la creación de una forma sencilla de actividades basadas en GeoGebra, pudiendo incorporar, en ocasiones, aleatoriedad e incluso autoevaluación.

Capítulo 9. Conclusiones finales

Como último apartado de este trabajo, conviene analizar cuáles son las conclusiones finales que se pueden extraer del mismo.

A lo largo de este estudio, comenzamos por contextualizar el trabajo realizado: presentamos un examen del estado del arte en cuanto a la situación de los actuales métodos de ayuda a la toma de decisiones, continuamos por explicar los conceptos fundamentales que, posteriormente, utilizarían los modelos desarrollados, y finalizamos con una introducción al programa utilizado para la creación de los modelos económicos (GeoGebra).

Posteriormente se desarrollaron los modelos en sí mismos, siendo los mismos de tres tipos: el Modelo Tipo I trataba los conceptos de frontera de posibilidades de producción y costes de oportunidad, el Modelo Tipo II analizaba la oferta y la demanda en mercados competitivos en distintos contextos económicos; para terminar, el Modelo Tipo III nos permitía diferenciar los proyectos de inversión rentables económicamente.

Durante el presente trabajo hemos sido capaces de extraer una serie de conclusiones finales:

- Ha podido apreciarse la **sencillez de utilización del programa** empleado, cuya curva de aprendizaje es, en mi opinión, francamente asequible para la mayor parte de la población que posea ciertos conocimientos matemáticos, así como de informática a nivel usuario.
- El carácter interactivo de los modelos, así como la interfaz limpia del GeoGebra, permiten realizar modificaciones en los mismos de forma rápida e intuitiva.
- El dinamismo de los modelos desarrollados permite la adaptación, de una forma ágil y rápida, a cualquier cambio surgido en la situación económica de un determinado mercado.
- Hemos desarrollado modelos que facilitan la comprensión de los conceptos económicos presentados en el Capítulo 3. Marco teórico.
- Si extraemos conclusiones particulares para cada modelo:
 - Modelo Tipo I:

Conclusiones finales

- Modelo sin especialización: El modelo resulta útil para comparar, de forma rápida e intuitiva, diferentes niveles de producción con las posibilidades de producción de empresas concretas; pudiendo determinar así, si estas son capaces de alcanzar ciertos niveles productivos. Por otra parte, puede emplearse para elegir cuál o cuáles son las mejores combinaciones para producir ambos bienes, que son aquellas que se sitúan sobre la frontera de posibilidades de producción.
- Modelo con especialización e intercambio: Facilita a una determinada empresa tomar decisiones relacionadas con las siguientes problemáticas: qué y en qué cantidades puede y/o debe producir, y qué debería hacer para mejorar su situación actual mediante el intercambio de bienes con otras empresas (comercio). Además, simplifica la tarea de encontrar el rango de la relación de intercambio (r) que interesa a ambas empresas y visualizar gráficamente lo que ocurre al modificar cualquiera de los factores incluidos en el modelo (tiempos de fabricación de cada producto por parte de cada productor y relación de intercambio).
- Modelos Tipo II: Permiten prever la reacción del mercado al establecimiento de diversas políticas económicas por parte del Estado; pueden facilitar la toma de decisiones futuras de una empresa, pues estos modelos “anticipan” las posibles fluctuaciones del mercado ante posibles actuaciones de los distintos agentes implicados (Estado, otras empresas...).

Además, dichos modelos permiten realizar un análisis de las determinadas situaciones económicas en las que se encuentra un determinado mercado. Finalmente cabe destacar cómo nos ofrecen información sobre diferentes datos y parámetros económicos de forma exacta e intuitiva al mismo tiempo, lo cual representa una de las principales ventajas de estos modelos desarrollados mediante GeoGebra.

- Modelo Tipo III: Comprobamos como aporta información **de forma gráfica e intuitiva**, la cual ayuda en la toma de decisiones en dos aspectos principales:

- **Valoración económica de proyectos:** Apoyo para decidir si una inversión en un determinado proyecto es aconsejable o, por el contrario, no es recomendable desde un punto de vista económico.
- **Selección de proyectos:** Una vez que hemos descartado los proyectos que no son viables económicamente, decidir en qué proyecto (o proyectos) invertir de entre todos los económicamente viables.
- Finalmente, en el Capítulo 8. Vías futuras de estudio, hemos podido comprobar el trabajo que queda por realizar en el ámbito de GeoGebra, en gran medida en su utilización como herramienta educativa.

Como conclusión, considero que hemos podido cumplir el objetivo principal establecido al inicio de este trabajo: desarrollar modelos que faciliten la ayuda a la toma de decisiones en el ámbito empresarial mediante GeoGebra.

Para finalizar, quiero referirme de forma breve a lo aprendido en la realización de este trabajo:

Por una parte, he aumentado considerablemente mis conocimientos de GeoGebra, un programa muy potente que ofrece grandes posibilidades (a la par que contiene una interfaz sencilla y amigable) a las empresas y que, como he podido comprobar, resulta muy útil en el campo de la toma de decisiones en el ámbito empresarial.

Por otra parte, he podido desarrollar los conceptos de economía adquiridos durante el grado, así como explicar las actuales herramientas disponibles para la ayuda a la toma de decisiones y aportar mi “granito de arena” a las mismas.

En resumen, debo asegurar que me ha parecido realmente interesante su realización ya que he tenido la posibilidad de aplicar conocimientos adquiridos durante el grado.

Bibliografía y referencias

Brealey, R. A., & Myers, S. C. (s.f.). *Fundamentos de financiación empresarial*. McGraw-Hill.

Cepeda et al. (2004). *Economía para ingenieros*. Thomson.

Empresa. (2018). *Ingeniería en Organización Industrial (1º Curso)*. Universidad de Valladolid.

Fernández de Castro y Tugores. (1992). *Fundamentos de Microeconomía (2ª ed.)*. McGraw-Hill.

Frank. (2005). *Microeconomía y conducta (5ª ed.)*. McGraw-Hill.

Hohenwarter, M., & et al. (2008). *Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra*. Obtenido de Research and development in the teaching and learning of calculus: <https://pdfs.semanticscholar.org/8e86/ebd402abe3fd37b45206c359a77c92d3e09f.pdf>

Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2009). *Documento de Ayuda de GeoGebra*. Obtenido de <https://app.geogebra.org/help/docues.pdf>

Hollman et al. (s.f.). *A comparison of four software programs for implementing*. Obtenido de http://paceomics.org/wp-content/uploads/2016/05/PACEOMICS-Working-Paper-2016_01-1.pdf

International GeoGebra Institute. (2018). *Manual de GeoGebra*. Obtenido de <https://wiki.geogebra.org/es/Manual>

Losada Liste, R. (2005). *GEOGEBRA: la eficiencia de la intuición*. Obtenido de http://www.iespravía.com/mates/software/2005/geogebra/_ayuda_para_Geogebra/geogebra.pdf

Mankiw. (2004). *Principios de Economía (3ª ed.)*. McGraw-Hill.

Microsoft. (s.f.). *GeoGebra for PowerPoint*. Obtenido de <https://appsource.microsoft.com/en-us/product/office/WA104363477?tab=Overview>

Mochón, F. (2006). *Principios de Economía (3ª ed.)*.

Bibliografía y referencias

- Moodle Plugins: GeoGebra. (s.f.). Obtenido de https://moodle.org/plugins/mod_geogebra
- Nicholson. (2004). *Teoría microeconómica. Principios básicos y ampliaciones*. (8ª ed.). Thomson.
- OpenSource.com: *Top 11 project management tools for 2016*. (s.f.). Obtenido de <https://opensource.com/business/16/3/top-project-management-tools-2016>
- Pindyck, & Rubinfeld. (2001). *Microeconomía* (5ª ed.). Prentice Hall.
- Preiner, J. (2008). *Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra*. Salzburg: University of Salzburg.
- Rostozky et al. (s.f.). *Decision-making software: tools and tips*. Obtenido de http://www.minddecider.com/Articles.Decision-making_software_review.htm
- Suárez Suárez, A. (s.f.). *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.
- University of Baltimore. (s.f.). *Tools for Decision Analysis: Analysis of Risky Decisions*. Obtenido de <http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/Business-stat/opre/partIX.htm>

Anexo: Otros modelos en proceso de desarrollo

Los modelos presentados a continuación no han podido ser desarrollados como para ser incluidos en el núcleo de este TFG, pero sí se ha considerado su inclusión en este anexo. Estos modelos, dentro del contexto “Mercado y Estrategia de la Empresa”, están pensados con la finalidad de poder dar respuesta a las siguientes cuestiones:

- Calcular de forma justificada la función de oferta de una empresa competitiva a partir de su función de costes.
- Resolver cualitativa y cuantitativamente problemas de equilibrio esperado en mercados competitivos a corto y a largo plazo.
- Determinar gráfica y analíticamente los niveles de producción y precios adecuados para maximizar el beneficio en empresas con uno o varios mercados (con demandas conocidas) y una o varias fábricas (con funciones de costes conocidas).

A continuación, se presentan los diferentes modelos que explican estas cuestiones en distintas situaciones del mercado:

A.1. Mercado competitivo

Los mercados perfectamente competitivos, como ya hemos visto, son aquellos en los que todas las empresas producen un producto idéntico y todas ellas son tan pequeñas en relación con la industria que sus decisiones de producción no afectan al precio de mercado. Este es determinado por las fuerzas de mercado de la oferta y la demanda. Cada empresa considera dado el precio de mercado cuando decide la cantidad que va a producir y vender y los consumidores también lo consideran dado cuando deciden la cantidad que van a comprar.

A.1.1. Modelo a corto plazo

Las empresas de una industria eligen el nivel de producción que maximiza sus beneficios (Figura A.1):

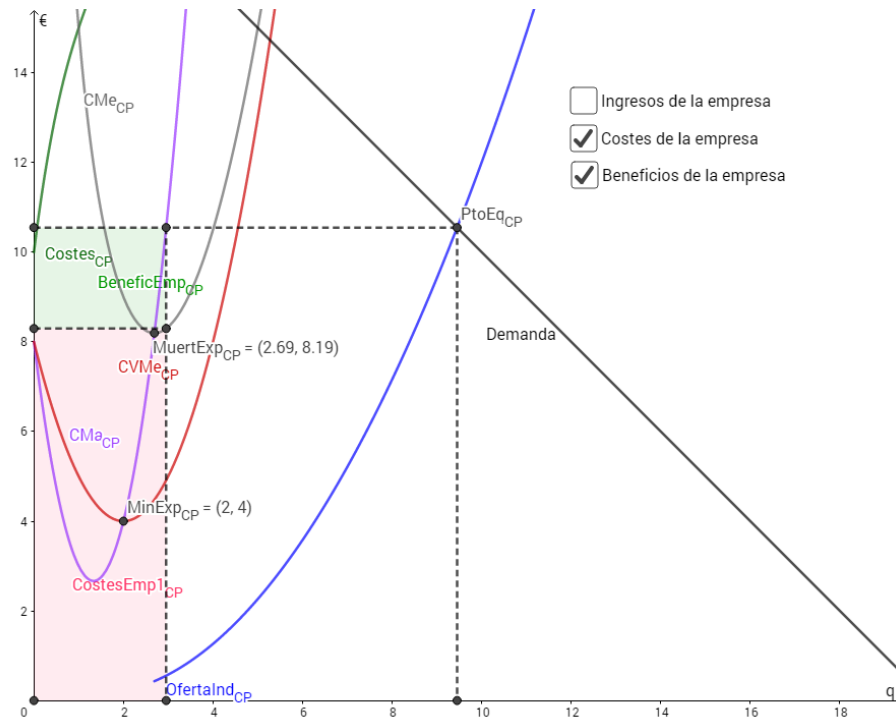


Figura A.1: Modelo a corto plazo en mercado perfectamente competitivo

A.1.2. Modelo a largo plazo

En esta situación no sólo eligen el nivel de producción, sino que también deciden permanecer o no en un mercado. Las perspectivas de obtener elevados beneficios inducen a las empresas a entrar en la industria, mientras que las pérdidas las animan a abandonarlo (Figura A.2):

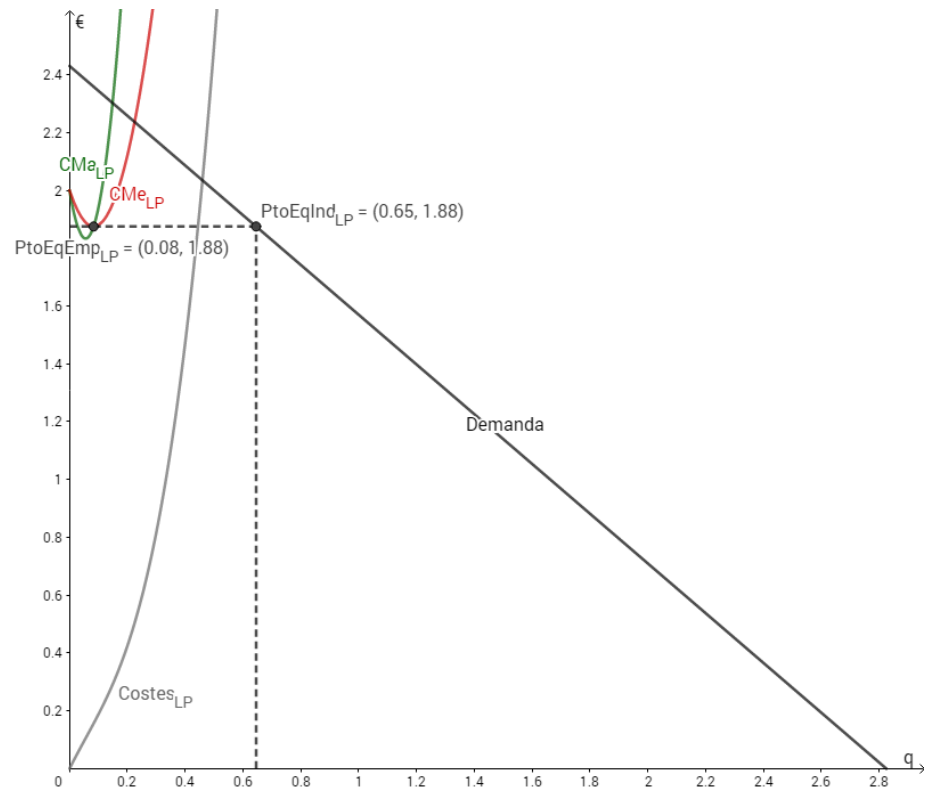


Figura A.2: Modelo a largo plazo en mercado perfectamente competitivo

A.1.3. Modelo conjunto (corto y largo plazo)

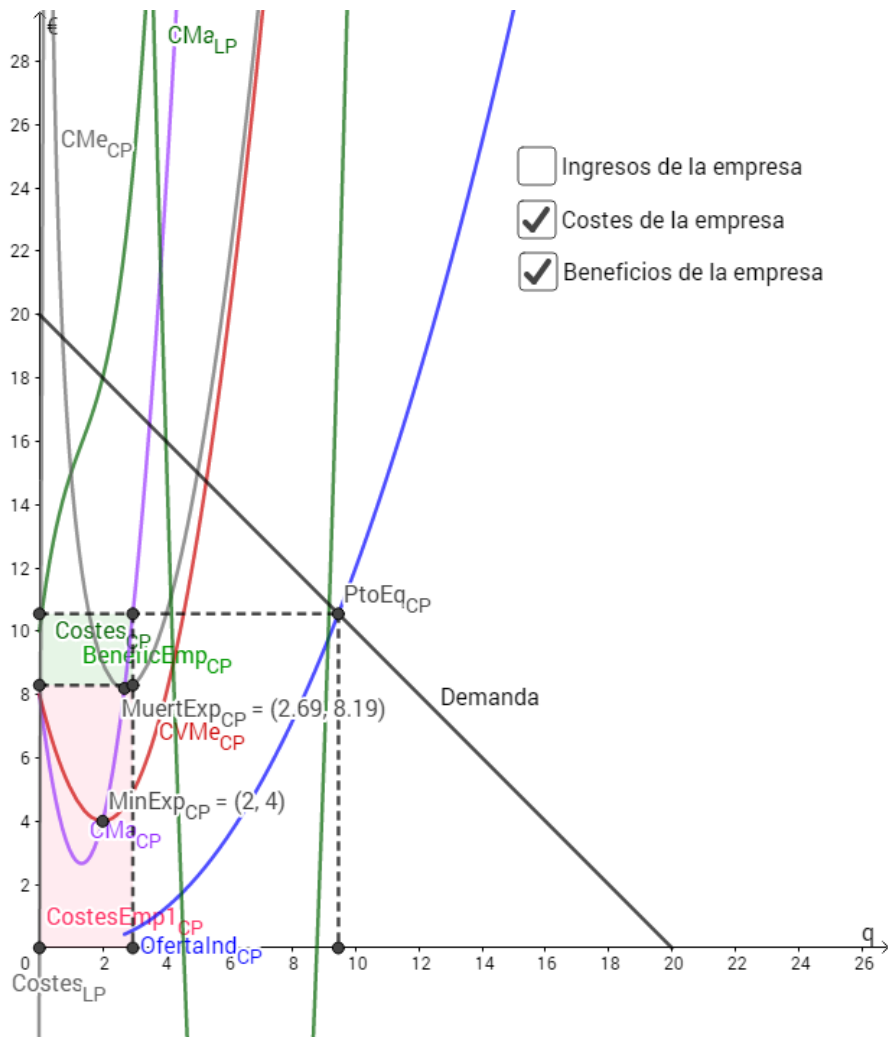


Figura A.3: Modelo a corto y largo plazo en mercado perfectamente competitivo

A.2. Monopolio

Es aquel mercado que sólo posee un vendedor, pero muchos compradores. El monopolista es el mercado y controla absolutamente la cantidad de producción que pone en venta. Utilizando el conocimiento de su curva de demanda, el monopolio toma la decisión de cuánto debe producir. A diferencia de la decisión productiva de las empresas en competencia perfecta (decisión que no tiene ningún efecto sobre el precio de mercado), la decisión productiva del monopolista determinará, de hecho, el precio del bien.

A.2.1. Situación con una planta de producción y dos mercados (demandas)

Dentro de esta situación pueden darse situaciones en las que la empresa pueda realizar una discriminación de precios o no:

- SIN discriminación de precios:

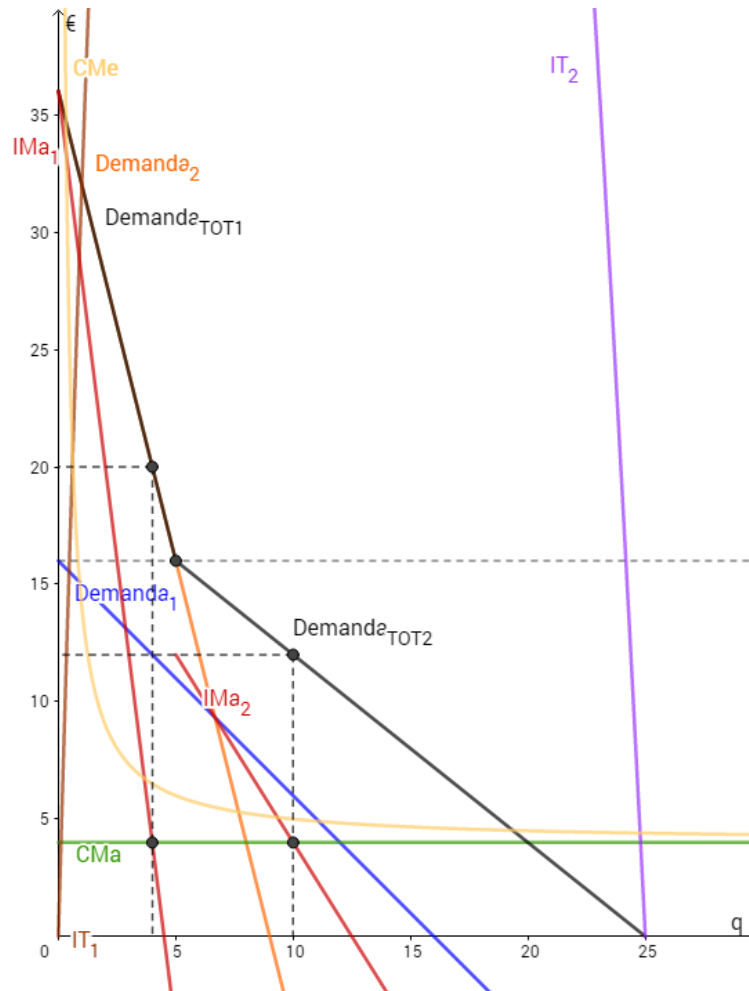


Figura A.4: Modelo para una planta de producción y dos mercados, sin discriminación de precios y en situación de monopolio

- CON discriminación de precios:

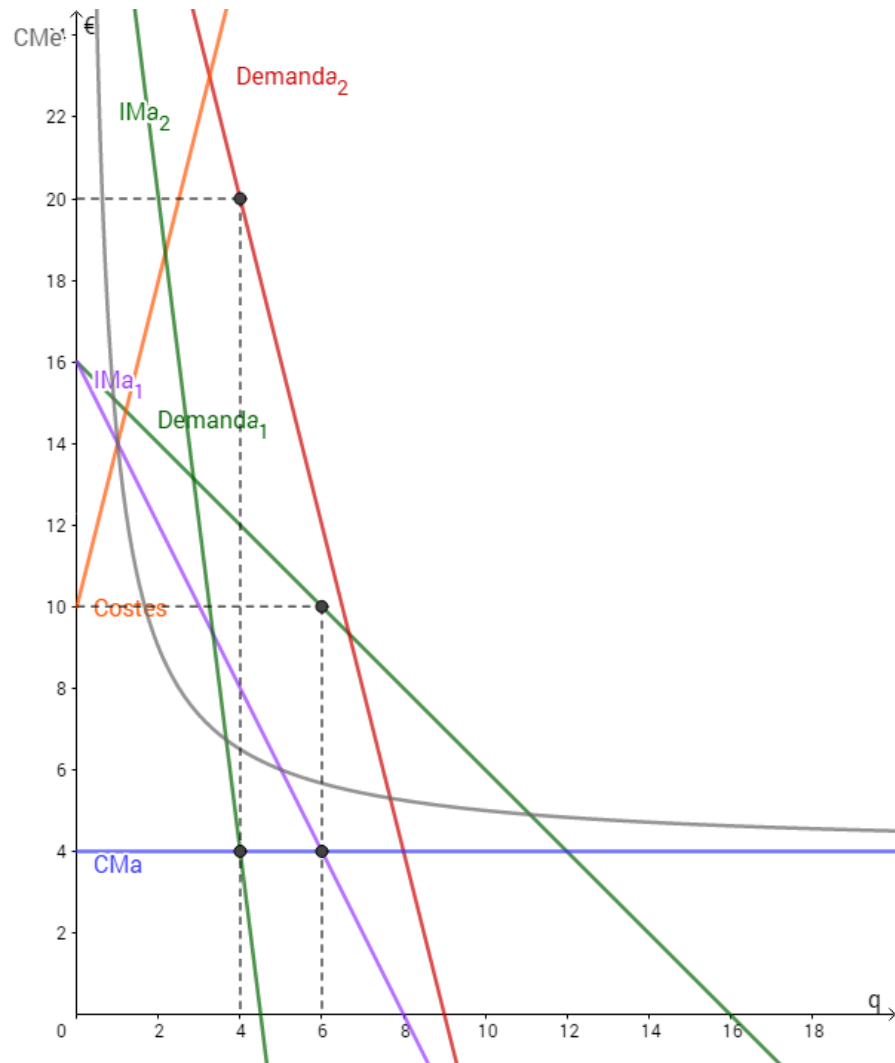


Figura A.5: Modelo para una planta de producción y dos mercados, con discriminación de precios y en situación de monopolio

A.2.2. Situación con dos plantas de producción y un mercado (demanda)

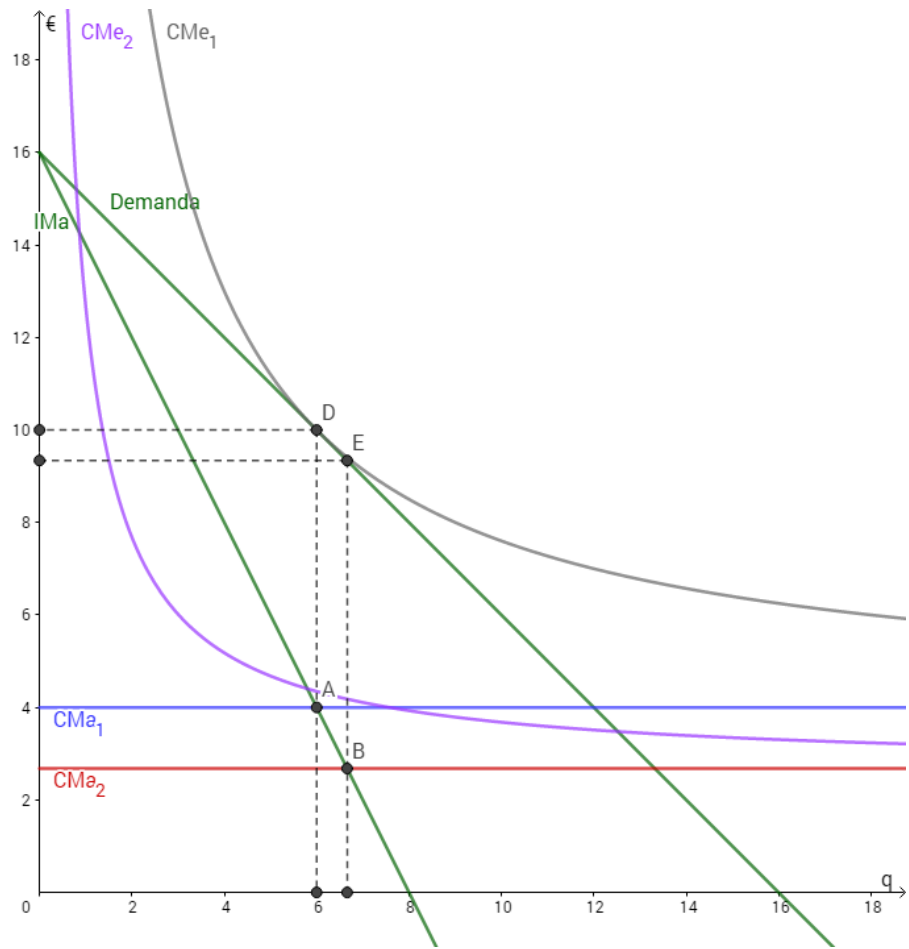


Figura A.6: Modelo para dos plantas de producción y un mercado