Universidad de Valladolid

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería en Organización Industrial

Problemas de Localización de Servicios Públicos y Privados. Métodos Heurísticos Basados en Relajación Lagrangiana

Autor:

Sierra García, Rubén

Tutor:

Sáez Aguado, Jesús

Dpto. Estadística e Investigación Operativa

Valladolid, Julio, 2018

Agradecimientos

Quiero agradecer todo el apoyo que he recibido en la carrera en general y en este Trabajo Fin de grado en particular.

En primer lugar, a mi tutor, Jesús Sáez, sin su ayuda, entrega y paciencia este Trabajo Fin de Grado no lo podría haber realizado.

A mis padres, que me han proporcionado los instrumentos necesarios para que fuera capaza de llegar hasta aquí, además de algo mucho más importante que son los valores que me han infundido que hacen que sea la persona que soy hoy. Y a mi primo Juan Carlos por aguantarme en los momentos de agobio.

A mis amigos y compañeros, los cuales han hecho que esta etapa de mi vida sea inolvidable.

Para finalizar, a todos los profesores que en estos años me han dado clase y me han enseñado los conocimientos que ellos atesoraban.

Resumen

En una sociedad tan globalizada como la de hoy en día, la localización supone uno de los factores claves para las empresas. Gracias a los modelos de localización intentaremos dar respuesta a varias preguntas, cómo cuántas empresas localizar, donde situarlas, que tamaño deben tener, que demanda deben satisfacer para que los costes sean los menores posibles, etc.

En este Trabajo Fin de Grado vamos a exponer los diferentes problemas de localización que existen tanto en el sector público como en el sector privado y nos centraremos en resolver el problema de localización sin capacidades con el programa Xpress-MS.

Palabras clave

Localizar: Determinar o señalar el emplazamiento que debe tener alguien o algo (RAE).

Heurística: Definiremos la heurística como un método, estrategia, truco o criterio que utilizaremos para que conseguir el resultado de un problema difícil sea más sencillo.

Relajación: Es el problema de programación lineal que obtenemos al prescindir de las condiciones de integridad de las variables. Ante un problema difícil de resolver de programación entera, usamos las relajaciones, para que con ellas el problema sea más fácil de resolver.

Algoritmo: Podemos definir a un algoritmo cómo un grupo de instrucciones ordenadas metodológicamente con las que podemos calcular y obtener la respuesta a un tipo de problema al que nos enfrentemos.

Restricción: Condición que se tiene que cumplir en el problema que la introducimos.

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN 13

1.1 MOTIVACIÓN 15

1.2 ORIGEN 16

1.3 ALCANCE DEL TRABAJO 17

1.4 OBJETIVOS 18

1.5 ESTRUCTURA DE LA MEMORIA 19

2 PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN 21

2.1 LOCALIZACIÓN 23

2.2 PROBLEMAS EN EL SECTOR PÚBLICO 24

2.2.1 PROBLEMA DE CUBRIMIENTO TOTAL O DE SET COVERING ... 24

2.2.2 PROBLEMA DE CUBRIMIENTO MÁXIMO 25

2.2.3 PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN P-MEDIANAS 27

2.3 PROBLEMAS EN EL SECTOR PRIVADO 30

2.3.1 PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN SIN CAPACIDADES (UFLP) ... 31

2.3.2 MODELOS BASADOS EN EL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN SIN CAPACIDADES (UFLP) 33

2.3.3 PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN CON CAPACIDADES (CFLP) .. 34

2.3.4 PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN CON CAPACIDADES Y FUENTE ÚNICA (SSCFLP) 36

2.4 ESTUDIO COMPUTACIONAL CON XPRESS 38

2.4.1 LIBRERÍAS WEB DE DATOS 38

2.4.2 REJACIÓN LINEAL DÉBIL Y FUERTE 39

2.4.3 MÉTODO BRANCH AND BOUND 41

2.4.4 RESULTADOS PREVIOS 43

3 RELAJACIÓN LAGRANGIANA EN PROGRAMACIÓN ENTERA 49

3.1 RELAJACIÓN LAGRANGIANA 51

3.2 CONSTRUCCIÓN Y RELAJACIÓN DE RESTRICCIONES DIFÍCILES 53

3.3 PROBLEMA DUAL LAGRANGIANO 55

3.4 MÉTODO DEL SUBGRADIENTE 57

3.4.1 ALGORITMO ASCENDENTE 57

3.4.2 OPTIMIZACIÓN DEL SUBGRADIENTE 57

3.4.3 PASOS DEL MÉTODO SUBGRADIENTE 61

3.5 RELAJACIÓN LAGRANGIANA APLICADA AL PROBLEMA UFLP 63

4 MÉTODOS HEURÍSTICOS 65

4.1 INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS HEURÍSTICOS 67

4.2 SOLUCIONES HEURÍSTICAS 69

4.2.1 Método Greedy 69

4.2.2 Algoritmo ADD 70

4.2.3 Algoritmo DROP 71

4.2.4 Heurística Lagrangiana 72

4.3 RESULTADOS COMPUTACIONALES 74

4.3.1 Resultados Obtenidos 76

4.3.2 Conclusiones sobre los resultados obtenidos 77

5 ESTUDIO ECONÓMICO 79

5.1 INTRODUCCIÓN 81

5.2 ETAPAS DEL TRABAJO FIN DE GRADO 82

5.2.1 RECOPILAR INFORMACIÓN Y DEFINIR LOS REQUISITOS 83
5.2.2 ESTUDIO DE LOS PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN EN EL SECTOR PÚBLICO Y PRIVADO 83
5.2.3 CONSEGUIR EL SOFTWARE PARA SU RESOLUCIÓN 83
5.2.4 IMPLEMENTACIÓN Y RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN DE LOS PROBLEMAS SELECCIONADOS 84
5.2.5 ANALIZAR LOS RESULTADOS OBTENIDOS 84
5.2.6 REALIZAR LA DOCUMENTACIÓN 84
5.3 COSTES DEL TRABAJO FIN DE GRADO 85
5.3.1 COSTES DIRECTOS 85
5.3.2 COSTES INDIRECTOS 90
5.4 COSTES TOTALES DEL TRABAJO FIN DE GRADO 91
5.5 EVALUACIÓN DEL PRECIO DE VENTA 92

6 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS 93
6.1 CONCLUSIONES 95
6.2 LÍNEAS FUTURAS 97

BIBLIOGRAFÍA 99

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1 RESULTADOS DESPUÉS DE APLICAR LA RELAJACIÓN LINEAL DÉBIL.....45

TABLA 2.2 RESULTADOS DESPUÉS DE APLICAR LA RELAJACIÓN LINEAL FUERTE.....46

TABLA 4.1 RESULTADOS HEURÍSTICA UFLP 76

TABLA 5.1 COSTES MATERIALES CONSUMIBLES 85

TABLA 5.2 COSTE APLICACIONES Y EQUIPOS UTILIZADOS.....86

TABLA 5.3 AMORTIZACIÓN APLICACIONES Y EQUIPOS UTILIZADOS 86

TABLA 5.4 COSTE AMORTIZACIÓN APLICACIONES Y EQUIPOS UTILIZADOS 87

TABLA 5.5 SEGURIDAD SOCIAL A CARGO DE LA EMPRESA.....88

TABLA 5.6 COSTE ANUAL DE UN INGENIERO 88

TABLA 5.7 DÍAS EFECTIVOS TRABAJADOS POR AÑO 89

TABLA 5.8 COSTE DEL PERSONAL 89

TABLA 5.9 COSTES DIRECTOS 90

TABLA 5.10 COSTES DIRECTOS.....90

TABLA 5.11 COSTES TOTALES.....91

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

ILUSTRACIÓN 1- PROTOTIPO DE COSTES DE INSTALACIONES, TRANSPORTE Y TOTALES (DASKIN, 1995) 30

ILUSTRACIÓN 2- DIAGRAMA DE FLUJO MÉTODO BRANCH Y BOUND 43

ILUSTRACIÓN 3 - APLICACIONES RELAJACIÓN LAGRANGIANA 51

ILUSTRACIÓN 4 - FORMA DE ZDu EN PROBLEMA DE MINIMIZACIÓN 56

ILUSTRACIÓN 5 - ITERACIONES EN BUSCA DE LA SOLUCIÓN ÓPTIMA EN DIRECCIÓN ASCENDENTE 59

ILUSTRACIÓN 6 - PROTOTIPO DE COSTES DE INSTALACIONES, TRANSPORTE Y TOTALES (DASKIN, 1995) 69

ILUSTRACIÓN 7 - DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO ADD PARA PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN SIN CAPACIDADES 70

ILUSTRACIÓN 8 - DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO DROP PARA PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN SIN CAPACIDADES 71

ILUSTRACIÓN 9 - ETAPAS DE TRABAJO FIN DE GRADO 82

1 INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN

He decidido realizar este trabajo fin de grade debido a varios motivos que expondré en este apartado a continuación.

Una vez realizado el grado en Ingeniería de organización Industrial, uno de los temas que más me ha llamado la atención en estos años de estudio han sido los problemas que nos encontramos a la hora de producir, secuenciar máquinas y los problemas logísticos en general.

En los últimos años estamos viendo que la logística se está volviendo un campo fundamental y que las empresas están invirtiendo en su desarrollo, tenemos que destacar que esta inversión está siendo sobre todo en tecnologías de la información, las cuales están evolucionando rápidamente y en un mundo competitivo como en el que vivimos están resultando un factor clave para serlo. Ya que con estas nuevas tecnologías somos capaces de reducir costes y mejorar los procesos que teníamos establecidos.

También un factor importante para que se realizara este trabajo fin de grado fue que el profesor del Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Valladolid Jesús Sáez Aguado me lo propuso.

1.2 ORIGEN

La logística proviene de ámbito militar y apareció por primera vez en el Imperio Romano, en dicho imperio, al hombre que estaba encargado de la administración de las tropas se le denominaba “logista”.

En el siglo XVII, en Francia, surgió una figura importante para el transcurso de las guerras, a esta persona se la conocía por “maître de logis” y tenía el cometido de organizar el traslado de tropas, dónde debían alojarse, que tuvieran avituallamiento, así como que dispusieran de todos los útiles de guerra como armas, munición, etc. A este conglomerado de funciones es lo que denominaban “logistique”.

Hasta el siglo XX el término de logística no salió del ámbito militar y se extendió al ámbito popular. Este término se usó para denominar a los trabajos que se hacían en las compañías que trataban de una forma racional los recursos.

Hasta la crisis de los años 70 las empresas no se preocuparon de mejorar los procesos para aumentar su productividad y reducir costes para ser competitivos, ya que hasta entonces la demanda era mayor que la oferta.

Además, en las décadas posteriores los clientes e vuelven más exigentes y ya no exigen que el producto sea de una mejor calidad sino que todos los servicios que rodean a dicho producto mejoren.

Por todo esto la logística ha ido evolucionando y continúa haciéndolo, ya que actualmente la logística tiene un papel fundamental en las empresas porque es uno de los factores claves para poder ser competitivos como podemos ver en el libro Introduction to Logistics Systems Planning and control de Gianpaolo Ghiani, Gilbert Laporte y Roberto Musmanno (2004).

Por último, según la RAE, la definición de logística es el conjunto de medios y método necesarios para llevar a cabo la organización de una empresa o de un servicio, especialmente de distribución.

1.3 ALCANCE DEL TRABAJO

La logística es un ámbito muy amplio del que existen multitud de libros, artículos, investigaciones y que está en un continuo desarrollo. Al ser un tema tan amplio los problemas y modelos existentes son múltiples como también la manera de resolverlos. Por lo que tendremos que acotar el alcance que va a tener este trabajo fin de grado.

Entre la multitud de temas que atañen a la logística, nos vamos a centran en la localización. Vamos a diferenciar entre los problemas que nos encontramos en el sector público y los problemas que nos encontramos en el sector privado, nos centraremos en estos últimos haciendo un mayor desarrollo del problema de localización sin capacidades, además explicaremos el problema de localización con capacidades y este con la variante de fuente única. Pero también explicaremos los problemas del sector público como el problema de cubrimiento total, el problema de cubrimiento máximo y el problema de localización de Pmedianas.

Como hemos dicho en el párrafo anterior solo desarrollaremos ampliamente el problema de localización sin capacidades, ya que de no ser así el trabajo sería de una extensión demasiado amplia.

El problema de localización sin capacidades aparte de exponerlo teóricamente, lo resolveremos de forma óptima con el programa Xpress-Mossel y de forma heurística usando una serie de métodos como son el método Greedy, el método del subgradiente y utilizando la heurística Lagrangiana. Todo esto se explicará detalladamente a lo largo de este Trabajo Fin de Grado.

1.4 OBJETIVOS

A continuación, vamos a exponer los principales objetivos que nos hemos marcado para este trabajo fin de grado:

- Adentrarnos en ámbito de la localización.
- Exponer varios modelos de localización y los problemas de la localización.
- Estudiar con mayor detenimiento y profundidad el problema del sector privado de localización sin capacidades.
- Resolver el problema de localización sin capacidades.
- Analizar los resultados obtenidos y ver el funcionamiento del método de resolución del problema.
- Comparar los resultados.

1.5 ESTRUCTURA DE LA MEMORIA

La memoria de este trabajo fin de grado se compone de 6 capítulos, ahora vamos a pasar a explicar brevemente cada uno de ellos.

1. Introducción

En este capítulo, que es en el que estamos, exponemos los motivos por los que hemos realizado el trabajo fin de grado, el origen del tema principal de este trabajo, que es la logística, los objetivos y el alcance que nos hemos marcado en la realización del trabajo y que estructura vamos a seguir a lo largo de esta memoria.

2. Problemas de localización

Después de la introducción del capítulo anterior, en este pasamos a explicar lo que es la localización y exponemos los problemas del sector público (problemas de cubrimiento total, cubrimiento máximo y problemas de localización Pmedianas) y del sector privado (problemas de localización sin capacidades, con capacidades y con capacidades y fuente única). Por último hacemos un estudio computacional y analizamos los resultados previos a los que llegamos.

3. Relajación Lagrangiana

En este capítulo, se explica uno de los métodos más utilizados para conseguir cotas como es la relajación Lagrangiana. Después de explicar el método se expone la construcción y relajación de las restricciones difíciles. Posteriormente nos surge el Problema dual Lagrangiano, lo analizamos y aplicamos el método del Subgradiente para resolverlo.

4. Métodos heurísticos

Después para resolver el problema de localización sin capacidades aplicaremos primero el algoritmo exacto Branch and Bound, para obtener los valores óptimos, a partir de dos formulaciones: la débil y la fuerte. A continuación, aplicamos una heurística Greedy ADD y la heurística basada en Relajación Lagrangiana y el método DROP. Finalmente, obtenemos los resultados que analizaremos al final de este capítulo.

5. Estudio económico

En este capítulo hemos realizado un estudio económico sobre los costes que nos ha generado la realización de este trabajo fin de grado.

6. Conclusiones y líneas futuras

Después de realizar este trabajo fin de grado, se ha procedido a resumir, reunir y analizar las conclusiones a las que hemos llegado mientras llevábamos a cabo este trabajo. Uno de los elementos importantes y que realizamos en este capítulo es que cuando ya hemos acabado el trabajo es ver y analizar si hemos cumplido los objetivos que marcamos al inicio de este proyecto. Por último en este capítulo proyectamos las líneas de investigación que se pueden seguir en el futuro y las ampliaciones que se podrían realizar de este trabajo fin de grado.

2 PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN

2.1 LOCALIZACIÓN

En el mundo globalizado en el que vivimos hoy en día, la localización supone uno de los mayores problemas para las empresas. Para cualquier tipo de localización ya sean privadas (tiendas, almacenes, plantas industriales…) o públicas (comisarías de policía, estaciones de bomberos, hospitales…) se necesitan de unas destrezas adecuadas para conseguir el objetivo deseado. Por lo que podemos afirmar que los resultados que obtienen las empresas están directamente relacionados con la localización de estas.

Como solución a este problema encontramos diferentes modelos de localización, pero dichos modelos tienen algunas limitaciones. Una de las limitaciones es que en la mayoría de las ocasiones hay factores que no podemos cuantificar y que influyen en la toma de decisiones de las empresas. Además, en el buen devenir de una empresa influyen más factores a parte de la localización.

Por lo que, para modelizar los problemas de localización necesitaremos conocer cómo funcionan los factores y operaciones en el entorno en el que se van a desarrollar después para así poder introducirlos en el modelo.

A través de estos modelos se intentará dar la solución a varias preguntas como son cuántas empresas debemos localizar, dónde debemos situarlas, el tamaño que deben tener las mismas y la demanda que debemos satisfacer para que los costes y tiempos totales sean los mínimos esto lo podemos ver en libros como “M.S. Daskin, Network and Discrete Location Models,Algorithms and Applications” o también en “Foundations of Location Analysis” por citar algunos libro de referencia en este tema que vamos a abordar.

2.2 PROBLEMAS EN EL SECTOR PÚBLICO

Los problemas en el sector público son aquellos en los que no solo consideramos los costes y los beneficios de lo que invertimos, sino que tenemos en cuenta además otras condiciones exigidas a los servicios públicos dependiendo de normativas estatales, autonómicas o locales. En general, estas condiciones se refieren a los tiempos o distancias a los que deben ser situados los servicios para servir a la población.

2.2.1 PROBLEMA DE CUBRIMIENTO TOTAL O DE SET COVERING

Este tipo de problema se emplea para hallar el coste mínimo de un grupo de instalaciones elegidas de una cifra finita de ellas, de forma que todos los puntos de demanda vayan a ser cubiertos a una distancia o tiempo de servicio máximo, fijado para cada tipo de servicio.

Para este problema de cubrimiento total o set covering utilizaremos la siguiente notación:

Denotaremos con $M = \{1,2, \dots m\}$ a la agrupación de puntos de demanda y con $N = \{1,2, \dots n\}$ a los lugares donde podrá colocarse una instalación. Necesitaremos saber para cada $i \in M$ la agrupación $N_i \subseteq N$ de los centros que pueden abastecer o cubrir al punto i. El caso más común es en el sabemos o podemos hallar, la distancia d_{ij} entre los puntos de demanda i y los centros j, y asignamos la distancia de cubrimiento d_C que necesitemos, con lo que nos queda:

$$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq d_C\}$$

Entonces, la formulación del modelo será la siguiente:

Entradas

a_{ij} 1 si la instalación j puede abastecer la demanda del punto i

0 si la instalación j no puede abastecer la demanda del punto i

f_j Coste de localizar una instalación en j

Variables de decisión

X_j 1 si situamos la instalación en j

0 si no situamos la instalación en j

Función objetivo

$$\text{Min} \sum_j f_j X_j$$

Con la función objetivo obtendremos el mínimo coste total de las instalaciones seleccionadas.

Restricciones

$$\sum_j a_{ij} X_j \geq 1 \qquad \forall i$$

$$X_j = 0,1 \qquad \forall j$$

Con las restricciones decimos que cada punto de demanda i tiene que ser abastecido por una instalación mínimo.

Algunos ejemplos de este tipo de problemas son:

- Problema de localización de servicios de emergencia
- Problema de localización de ambulancias
- Problema de localización de alarmas de emergencia
- Problema de programación de rutas de los aviones de una compañía aérea

2.2.2 PROBLEMA DE CUBRIMIENTO MÁXIMO

En los problemas de cubrimiento nos encontramos con que uno de los problemas clave es que no podemos construir el número de instalaciones que necesitamos. Otro problema añadido es que en este tipo de modelos tratamos a todos los puntos de demanda de igual manera, es decir, damos la misma importancia a un punto de 10 que a otro punto que nos demanda 1000.

Los problemas que acabamos de mencionar en el párrafo de arriba nos hacen que pensemos en un número fijo de instalaciones que van a ser instaladas y a

encontrar el máximo de la demanda que podemos cubrir, a esto es a lo que llamamos modelo de cubrimiento máximo.

Entonces, la formulación del modelo será la siguiente:

Entradas

h_i Demanda en el punto i

P Instalaciones que tenemos que ubicar

Variables de decisión

Z_j 1 el punto i está abastecido

0 el punto i no está abastecido

Función objetivo

$$\text{Max} \sum_i h_i Z_i$$

Con la función objetivo obtendremos el máximo de la demanda suministrada.

Restricciones

$$Z_i \leq \sum_j a_{ij} X_j \qquad \forall i$$

$$\sum_j X_j \leq P$$

$$X_j = 0{,}1 \qquad \forall j$$

$$Z_j = 0{,}1 \qquad \forall i$$

1ª Restricción

$$Z_i \leq \sum_j a_{ij} X_j \qquad \forall i$$

Con esta restricción decimos que la demanda del punto i no se abastece a no ser que se seleccione una de las instalaciones que abastecen el punto i.

2ª Restricción

$$\sum_j X_j \leq P$$

Con esta restricción delimitamos las instalaciones que podemos localizar a P.

3ª Restricción y 4ª Restricción

$$X_j = 0,1 \qquad \forall j$$

$$Z_j = 0,1 \qquad \forall i$$

Con estas restricciones decimos que tanto X_j como Z_j solo pueden valer o 0 o 1, son las restricciones de integridad.

Algunos ejemplos de este tipo de problemas son:

- Problemas de localización de almacenes
- Problemas de localización de centros de salud
- Problemas de localización de estaciones de bomberos

2.2.3 PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN P-MEDIANAS

En este tipo de problemas, problemas de cubrimiento, asumimos que los puntos de demanda serán suministrados si la distancia de cubrimiento es mayor a la distancia que hay entre la instalación y el punto de demanda, en cambio, no se le suministrará si la distancia es mayor a la distancia de cubrimiento.

Tenemos que tener en cuenta que en muchos casos el coste de suministrar de una instalación a un punto de demanda irá incrementando conforme aumente la distancia. En los problemas de localización normalmente estableceremos una relación lineal entre la relación instalación-demanda y la relación entre la distancia entre los puntos de demanda e instalaciones y el coste que llevan asociados estos.

En el problema de P-mediana lo que tratamos de halla es la mejor localización de P instalaciones para que el coste total sea mínimo. El coste de suministrar al punto i lo proporcionará el producto del punto de demanda i y la distancia entre la instalación más próxima y el punto i.

Entonces, la formulación del modelo será la siguiente:

Entradas

h_i Demanda en el punto i

d_{ij} Distancia entre el punto i y la localización aspirante j

P Instalaciones que tenemos que ubicar

Variables de decisión

X_j 1 si situamos la instalación en j

0 si no situamos la instalación en j

Y_{ij} 1 si la demanda del punto i es abastecida por la instalación j

0 si la demanda del punto i no es abastecida por la instalación j

Función objetivo

$$\text{Min} \sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij}$$

Con la función objetivo obtendremos el mínimo del sumatorio de la distancia entre el punto de demanda y la instalación por la demanda del punto.

Restricciones

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

$$\sum_j X_j = P$$

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \qquad \forall i, j$$

$$X_j = 0{,}1 \qquad \forall j$$

$$Y_{ij} = 0{,}1 \qquad \forall i, j$$

1ª Restricción

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

Con esta restricción decimos que todos los puntos de demanda i deben asignarse a una instalación j.

2ª Restricción

$$\sum_j X_j = P$$

Con esta restricción establecemos que las instalaciones que vamos a localizar son P.

3ª Restricción

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \qquad \forall i, j$$

Con esta restricción nos aseguramos de que el punto de demanda se abastezca por una instalación, solo si hemos escogido esa localización.

4ª Restricción y 5ª Restricción

$$X_j = 0{,}1 \qquad \forall j$$

$$Z_j = 0{,}1 \qquad \forall i$$

Con estas restricciones decimos que tanto X_j como Z_j solo pueden valer o 0 o 1, son las restricciones de integridad.

Algunos ejemplos de este tipo de problemas son:

- Problemas de localización de bancos
- Problemas de localización de escuelas
- Problemas de localización de servicios de asistencia médica
- Problemas de localización de centrales telefónica

2.3 PROBLEMAS EN EL SECTOR PRIVADO

Los problemas en el sector privado son aquellos en los que los factores clave serán los costes y el beneficio que nos proporcionarán las inversiones.

En los problemas de localización con costos fijos (problemas en el sector privado) no asumiremos que el coste de hacer una instalación es igual en todas las localizaciones. Es estos modelos cada punto de demanda $i \in M$ tiene asociado una demanda d_i de cierto servicio, y para cada instalación probable $j \in N$ tendrá un coste fijo f_i de abertura o mantenimiento de instalación que no dependerá de la demanda servida. También tendrá un costo variable c_{ij} que será lo que nos cueste servir una unidad desde la instalación j al punto de demanda i.

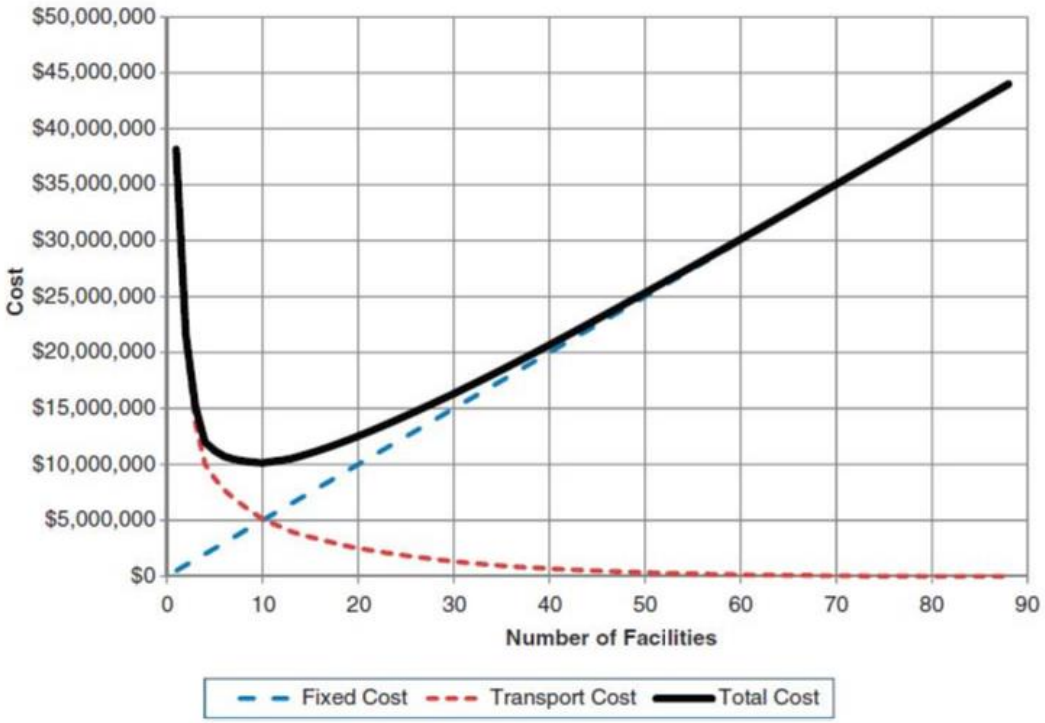

Ilustración 1- Prototipo de costes de instalaciones, transporte y totales (Daskin, 1995)

En la ilustración 1 podemos ver, que cuanto más incrementan las instalaciones, los costes de transporte son menores, en cambio los costes fijos son mayores. En el inicio del gráfico, conforme incrementamos las instalaciones construidas el coste total va disminuyendo, hasta que llega a un punto de inflexión en el que incrementar las instalaciones construidas lo único que hace es que incremente el coste total.

2.3.1 PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN SIN CAPACIDADES (UFLP)

En este tipo de problemas, Uncapacitated Facility Location Problems (UFLP), supondremos que cada instalación puedo suministrar cualquier demanda. Hallaremos la carga que tiene que tener cada instalación y las adecuaremos a esa carga establecida.

Entonces, la formulación del modelo será la siguiente:

Entradas

f_j Coste de localizar una instalación en j

h_i Demanda en el punto i

d_{ij} Distancia entre el punto i y la localización aspirante j

α Costo por cada unidad demandada por cada unidad de distancia

Variables de decisión

X_j 1 si situamos la instalación en j

0 si no situamos la instalación en j

Y_{ij} Fracción de la demanda del punto i que es suministrada por la instalación j

Función objetivo

$$\text{Min } \sum_j f_j X_j + \alpha \sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij}$$

Con la función objetivo obtendremos el mínimo coste total de la suma de los costes fijos de localizar las instalaciones más el coste asociado al transporte el cual se halla mediante la multiplicación de la demanda por la distancia por el coste transportar cada unidad por la unidad de espacio. Consideraremos los costes de transporte iguales para que sea más fácil de entender.

Restricciones

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

$$Y_{ij} \leq X_j \qquad \forall i, j$$

$$X_j = 0,1 \qquad \forall j$$

$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i,j$$

1ª Restricción

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

Con esta restricción decimos que todos los puntos de demanda i deben abastecerse.

2ª Restricción

$$Y_{ij} \leq X_j \qquad \forall i,j$$

Con esta restricción nos aseguramos de que un punto de demanda i no se abastezca de una instalación j si no está localizada una instalación j.

3ª Restricción

$$X_j = 0,1 \qquad \forall j$$

Con esta restricción decimos que X_j solo pueden valer o 0 o 1, de forma que si localizamos una instalación en la localización j valdrá 1 y si no valdrá 0, es una restricción de integridad.

4ª Restricción

$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i,j$$

Es una restricción de no negatividad. No puede suceder que la fracción de demanda del punto i que suministra la instalación j sea negativa.

Algunos ejemplos de este tipo de problemas son:

- Problemas de localización de instalación de gas
- Problemas de localización del transporte
- Problemas de localización de instalación de petróleo
- Problemas de localización de almacenes y fábricas
- Diseño de redes (telefónicas, informáticas, televisivas…)

2.3.2 MODELOS BASADOS EN EL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN SIN CAPACIDADES (UFLP)

Después de explicar la interpretación clásica del problema de localización sin capacidades que hemos hecho en el punto anterior vamos a pasar a explicar alguna de las múltiples aplicaciones que tiene.

- **Problema de Clustering**

El análisis clúster se basa en la clasificación de centros por clases, que denominamos clústeres, los cuales, tienen elementos con un gran grado de asociación, mientras que los clústeres en cambio son comparativamente distintos.

Este tipo de análisis clúster se utilizan en medicina, psicología, biología, investigación de mercados, inteligencia artificial, estadística, etc.

Un ejemplo donde se usa el problema clustering es en la localización de sensores wireless en redes. Clasificamos los sensores en clústeres, dependiendo de cuál sea la mejor asociación para que la jerarquía de red sea óptima y disipemos la menor energía posible.

- **Problema de localización de cuentas bancarias (Bank Account Location Problem)**

En 1977 Gerard Cornuejols estableció un modelo en el que las instalaciones querrían cobrar sus facturas en el menor tiempo posible.

Si queremos cobrar un cheque en un banco que se encuentra en la ciudad j, dependeremos del banco que se encuentra en la ciudad i de donde retiraremos el dinero. Por lo que si queremos maximizar los fondos que tenemos y cobramos facturas de clientes en varias instalaciones, podría ser ventajoso para nosotros abrir varias cuentas bancarias en los bancos que elijamos estratégicamente para que el tiempo de cobro de la factura sea el mínimo posible.

- **Tamaño de lote óptimo**

En 1977 Kraup y Blide establecieron una formulación para problemas de tamaño de lote sin capacidades. Lo que hicieron fue ampliar la forma en la que estaban formulados los problemas UFL y expusieron que la relajación lineal que tenía esta formulación siempre daba un óptimo con variables enteras.

- **Gestión de carteras (Portfolio Managment)**

Para la gestión de carteras Beck y Mulvey crean un modelo. Este modelo busca, teniendo en cuenta algunas restricciones, el máximo beneficio de las inversiones que hacemos.

- **Secuenciación de máquinas (Machine Scheduling)**

El problema más estudiado de localización sin capacidades es el problema de secuenciación de una sola máquina (The Single Machine Scheduling Problem). Trataremos de encontrar en este problema la secuencia que minimice el tiempo de trabajo de la máquina, para lo cual tendremos en cuenta el tiempo de preparación de la máquina, el tiempo de cada tarea y el tiempo de liberación de la máquina.

Una variante del problema que acabamos de ver sería la introducción del tiempo de entrega y penalizar el retraso en la entrega. En esta variante lo que buscamos será que la penalización por los retrasos sea la mínima posible.

2.3.3 PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN CON CAPACIDADES (CFLP)

En este tipo de problemas, Capacitated Facility Location Problems (CFLP), añadimos que cada instalación $j \in N$ solo tiene una capacidad de suministro k_j de la demanda total que hay que suministrar.

Entonces, la formulación del modelo será la siguiente:

Entradas

f_j Coste de localizar una instalación en j

h_i Demanda en el punto i

d_{ij} Distancia entre el punto i y la localización aspirante j

α Costo por cada unidad demandada por cada unidad de distancia

k_j Cantidad de demanda que puede suministrar la instalación j

Variables de decisión

X_j 1 si situamos la instalación en j

0 si no situamos la instalación en j

Y_{ij} Fracción de la demanda del punto i que es suministrada por la instalación j

Función objetivo

$$\text{Min} \sum_j f_j X_j + \alpha \sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij}$$

Con la función objetivo obtendremos el mínimo coste total de la suma de los costes fijos de localizar las instalaciones más el coste asociado al transporte el cual se halla mediante la multiplicación de la demanda por la distancia por el coste transportar cada unidad por la unidad de espacio. Consideraremos los costes de transporte iguales para que sea más fácil de entender.

Restricciones

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

$$Y_{ij} \leq X_j \qquad \forall i, j$$

$$\sum_i h_i Y_{ij} \leq k_j X_j \qquad \forall j$$

$$X_j = 0{,}1 \qquad \forall j$$

$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j$$

1ª Restricción

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

Con esta restricción decimos que todos los puntos de demanda i deben abastecerse.

2ª Restricción

$$Y_{ij} \leq X_j \qquad \forall i, j$$

Con esta restricción nos aseguramos de que un punto de demanda i no se abastezca de una instalación j si no está localizada una instalación j.

3ª Restricción

$$\sum_i h_i Y_{ij} \leq k_j X_j \qquad \forall j$$

4ª Restricción

$$X_j = 0{,}1 \qquad \forall j$$

Con esta restricción decimos que X_j solo pueden valer o 0 o 1, de forma que si localizamos una instalación en la localización j valdrá 1 y si no valdrá 0, es una restricción de integridad.

5ª Restricción

$$Y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j$$

Es una restricción de no negatividad. No puede suceder que la fracción de demanda del punto i que suministra la instalación j sea negativa.

Los ejemplos de los problemas de localización con capacidades serían los mismo que los del problema sin capacidades lo único que los diferencia es este tenemos una capacidad de suministro para cada instalación.

2.3.4 PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN CON CAPACIDADES Y FUENTE ÚNICA (SSCFLP)

Surge como variante a al problema de localización con costos fijos en este caso los puntos de demanda serán suministrados únicamente por una instalación, a esto es a lo que llamamos fuente única. En el modelo sin capacidades esta condición se verificará siempre en cambio en el modelo con capacidades no lo podemos asegurar. Por lo que llegamos al problema de localización con capacidades y fuente única (Single Source Capacitated Facility Location Problem).

Entonces, la formulación del modelo será la siguiente:

Entradas

f_j Coste de localizar una instalación en j

h_i Demanda en el punto i

d_{ij} Distancia entre el punto i y la localización aspirante j

α Costo por cada unidad demandada por cada unidad de distancia

k_j Cantidad de demanda que puede suministrar la instalación j

Variables de decisión

X_j 1 si situamos la instalación en j

0 si no situamos la instalación en j

Y_{ij} Fracción de la demanda del punto i que es suministrada por la instalación j

Función objetivo

$$\text{Min } \sum_j f_j X_j + \alpha \sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij}$$

Con la función objetivo obtendremos el mínimo coste total de la suma de los costes fijos de localizar las instalaciones más el coste asociado al transporte el cual se halla mediante la multiplicación de la demanda por la distancia por el coste transportar cada unidad por la unidad de espacio. Consideraremos los costes de transporte iguales para que sea más fácil de entender.

Restricciones

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

$$\sum_i h_i Y_{ij} \leq k_j X_j \qquad \forall j$$

$$X_j = 0{,}1 \qquad \forall j$$

$$Y_{ij} = 0{,}1 \qquad \forall i, j$$

Como podemos ver en este caso las variables X_j y Y_{ij} son binarias. Este problema es mucho más complicado de resolver que el CFLP por lo que normalmente se resuelve con heurísticas para obtener una solución aproximada.

2.4 ESTUDIO COMPUTACIONAL CON XPRESS

Hemos decidido emplear Mossel en el entorno de desarrollo Xpress IVE 8.0 para la realización de esta parte del trabajo fin de grado por las características que nos proporciona.

Xpress IVE es un entorno de desarrollo para Mossel el cual solo se puede usar con Windows y que tiene compilador, editor, depurador y entorno de ejecución. Además, cuenta con visualizadores del avance de los resultados y ejecución, además de asistentes de desarrollo.

Xpress es un entorno para modelizar óptima y matemáticamente, el cual nos facilita herramientas para el análisis, solución y formulación de problemas de programación entera, lineal, no lineal y cuadrática. Las partes más importantes son los módulos para optimización de modelos (Xpress-Optimizer) y el lenguaje de formulación de modelos (Mossel), este último nos provee de un lenguaje de alto nivel, que es de modelización y programación. A su vez nos permite definir un modelo que tiene una notación muy parecida a la algebraica.

2.4.1 LIBRERÍAS WEB DE DATOS

Después de hacer una breve introducción sobre el programa que vamos a utilizar para la resolución de nuestros problemas de localización, ahora pasaremos a explicar los datos que hemos utilizado para el estudio computacional.

Los datos que se han utilizado en los problemas han sido extraídos de la Or-Library, que es una recopilación de datos para problemas de investigación de operaciones.

Para la resolución práctica de los problemas de localización sin capacidades hemos utilizado conjuntos de datos de la referencia Or-Library y M* sacados del Max Planck Institut Informatik que podemos consultar y descargar en la página http://resources.mpiinf.mpg.de/departments/d1/projects/benchmarks/UflLib/packages.html. Los datos de referencia de la Or-library posiblemente sean los datos más utilizados para resolución de algoritmos de problemas de localización sin capacidades y fueron creados por J.E. Beasley. Por otro lado, los datos de referencia M* fueron creados por Laurent Michel y hemos usado la carpeta de archivos O.

Son problemas que proceden de problemas de localización de almacenes con capacidades por lo que incluyen demandas y capacidades.

Estos archivos tienen el siguiente formato:

En la primera línea nos encontramos n y m, donde n serán las instalaciones y m los puntos de demanda: $[n][m]$

En las n líneas posteriores se encuentran tanto los costos fijos como la capacidad que tiene la instalación i: Entonces para $i(i = 1 \dots m)[cap][f_i]$

En las restantes m líneas se encuentran la demanda de los puntos de demanda y el coste de servir desde la instalación al punto de demanda j: Entonces para $j(j = 1 \dots m)[dem\ j]\left[c_{ij}\right](i = 1 \dots n)$

2.4.2 REJACIÓN LINEAL DÉBIL Y FUERTE

Antes de pasar a ver y analizar los datos previos que hemos obtenido, tenemos que explicar algunos instrumentos que hemos utilizado para resolver los problemas. Estos instrumentos son las relajaciones, en nuestro caso serán la relajación débil y la relajación fuerte.

Un problema relajado o relajación es el problema de programación lineal que obtenemos al prescindir de las condiciones de integridad de las variables. Ante un problema difícil de resolver de programación entera, usamos las relajaciones, para que con ellas el problema sea más fácil de resolver.

Tenemos que decir que elegir una buena relajación puede provocar que el tiempo de solución se reduzca drásticamente. Y como veremos en las conclusiones de los resultado para problemas como el nuestro sin capacidades si comportará mejor la relajación fuerte frente a la débil.

Relajación Lineal débil

La relajación lineal débil es un modelo de relajación de restricciones el cual conseguimos cuando eliminamos las restricciones de las variables enteras. Tras realizar la relajación el problema que nos quedará será el siguiente:

Relajación Lineal fuerte

Entendemos que una relajación lineal es fuerte cuando obtenemos una solución óptima que se acerca mucho a la solución óptima del modelo completo.

Obtendremos la relajación lineal fuerte cuando a la relación lineal débil la añadimos adicionalmente unas restricciones a las que denominamos planos de corte o desigualdades válidas.

Hora vamos a ver la relajación lineal débil y lineal fuerte para el problema de localización sin capacidades según el artículo de Joao C. Teixeira, Antonio P. Antunes, Joaquín J. Júdice, Pedro C. Martins "Solving facility location models with modern optimization software: the weak and strong formulations revisited":

Relajación débil (UFLP)

$$Min \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_j f_j y_j$$

$$s.a. \sum_j x_{ij} = 1, \forall i \ (1º\ restricción)$$

$$\sum_i x_{ij} \leq n \cdot y_j, \forall j \ (2º\ restricción)$$

$$y_j \in \{0,1,\}, \forall j \ (3º\ restricción)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall ij \ (4º\ restricción)$$

La primera restricción establece que toda la demanda debe ser satisfecha, la segunda restricción relaciona las variables x e y, y establece que si un sitio posee una instalación abierta puede atender cualquier número de centros, de no ser así no se podrá asignar ningún centro, la tercera y cuarta restricción son las restricciones de integridad y de no negatividad.

La segunda restricción la podemos sustituir por la siguiente restricción:

$$x_{ij} \leq y_{j,} \forall ij$$

La cual nos dice que cada centro solo puede ser abastecido por una instalación si está abierto. Con esta restricción lograremos la formulación fuerte.

Relajación fuerte (UFLP)

$$Min \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_j f_j y_j$$

$$s.a. \sum_j x_{ij} = 1, \forall i \ (1º\ restricción)$$

$$x_{ij} \leq y_{j,} \forall ij \ (2º \ restricción)$$

$$y_j \in \{0,1,\}, \forall j \ (3º \ restricción)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall ij \ (4º \ restricción)$$

Como hemos visto ya, la primera restricción establece que toda la demanda debe ser satisfecha, la segunda restricción cada centro solo puede ser abastecido por una instalación si está abierto, la tercera y cuarta restricción son las restricciones de integridad y de no negatividad.

Podemos decir que las formulaciones débiles y fuertes son equivalentes, en el sentido de que las dos definen las mismas soluciones enteras. Pero las relajaciones LP que obtenemos remplazando la segunda restricción no son equivalentes. Decimos que la relajación fuerte como su propio nombre indica es más fuerte o más estricta, debido a que el conjunto de soluciones para su relajación LP está contenido en él. Asimismo, la restricción que añadimos tiene la propiedad teórica de ser una definición de faceta para el politopo del problema de localización sin capacidades (Cornuejols et al., 1990). Si nos vamos a la práctica, tenemos que decir que sabemos que la relajación LP fuerte dará soluciones enteras que no requieren ramificación (Kraup y Pruzan, 1983)

2.4.3 MÉTODO BRANCH AND BOUND

El método exacto es el algoritmo Branch and Bound, que es el que tienen implementados los solvers comerciales. Para su uso se requiere una licencia profesional, muy costosa. En nuestro caso, se usará la suite de optimización Xpress-MP para encontrar los valores óptimos y poder compararlos con los valores obtenidos por nuestros métodos.

A este tipo de métodos también se los conoce como métodos de ramificación y acotación. Estos algoritmos lo que hacen es combinar las relajaciones con una estrategia de enumeración parcial para encontrar el óptimo. El algoritmo radica en una enumeración en árbol donde el espacio entre las distintas variables enteras las dividimos sucesivamente, lo que origina subproblemas lineales que resolveremos en los diferentes nodos del árbol.

Lo primero que haremos con este método será resolver la relajación. En caso de que la solución que encontremos cumpla las condiciones de integridad, habremos obtenido la solución al problema, de no ser así, empezaremos a ramificar el problema.

Cuando resolvemos el problema relajado y nos encontramos que una variable que el problema original era entera y ahora nos da fraccionaria, crearemos dos

subproblemas de este nodo en los cuales añadiremos una restricción a mayores, $x_i \geq [x_{Bi}] + 1$ en un nodo y en el otro $x_i \leq [x_{Bi}]$.

Un ejemplo de esto sería, si el óptimo de la relajación es $x_1 = 9{,}5$ y en el problema original es entero, creamos dos nuevos subproblemas metiendo $x_1 \geq 10$ en un nodo y $x_1 \leq 9$ en el otro nodo.

Así mantenemos que la variable pueda tomar todos los posibles valores enteros, pero tendremos que resolver 2 subproblemas en vez de uno. Esto se repite continuamente en forma de árbol, hasta que tanteemos todos los subproblemas y hallemos el óptimo.

Utilizaremos la acotación (Bound) para no solucionar el árbol completo. Este método de acotación se fundamenta en un problema de minimización como el nuestro (UFLP), añadirá cada vez al problema una restricción nueva, lo que conllevara que el valor de la función objetivo sea o igual o peor que el que teníamos. Por lo que con la acotación lo que haremos será quedarnos como cota superior con solución entera que de menor valor de la función objetivo hasta ese instante y descartaremos de las ramificaciones posteriores todos los subproblemas que den un óptimo mayor, o lo que es lo mismo peor.

Con esto lo que provocaremos será que el número de subproblemas que tenemos que estudiar sea mucho menor, lo que hará que tengamos un ahorro computacional muy importante.

Hemos realizado un diagrama de flujo con el método Branch and Bound que podemos ver en la Ilustración 2 para ayudar a su comprensión.

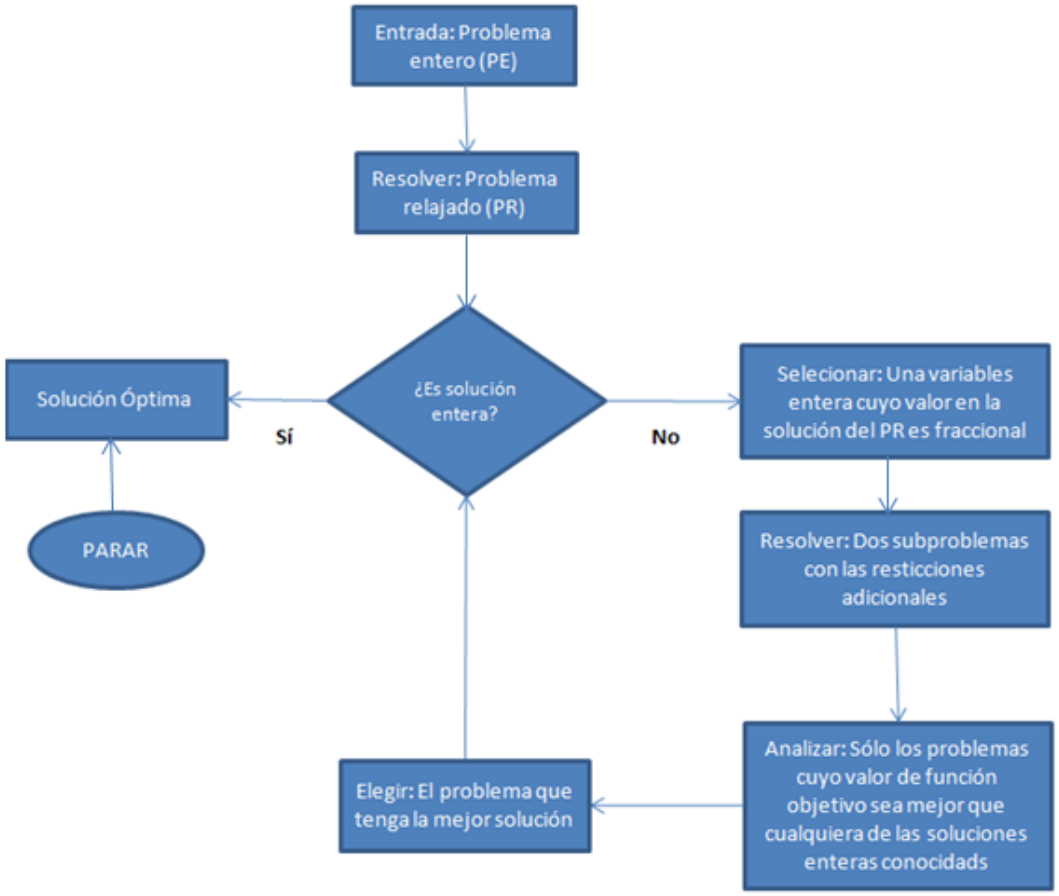

Ilustración 2- Diagrama de flujo Método Branch y Bound

2.4.4 RESULTADOS PREVIOS

En este punto vamos a exponer y explicar los resultamos que hemos obtenido tras realizar el estudio del método exacto, es decir, relajación lineal débil o fuerte más Branch y Bound.

Antes de mostrar la tabla con los resultados que hemos hallado por estos métodos, vamos a explicar la estructura que tiene la tabla, es decir, vamos a explicar el significado que tiene cada columna:

- **Problema**

Grupo de datos que hemos ejecutado en el programa Xpress-MS para obtener el óptimo.

- **Nº Variables**

Cantidad de variables que tiene el problema que se ha ejecutado.

- **Nº Restricciones**

Número de restricciones que se han usado para obtener el óptimo. Dependerán del tamaño que tenga el problema que estemos estudiando.

- LP^W

Resultado obtenido tras aplicar la Relajación lineal débil.

- LP^S

Resultado obtenido tras aplicar la Relajación lineal débil.

- $t^{LP}(s)$

Cantidad de tiempo, en segundos, que se ha necesitado para encontrar la relajación lineal, en caso será la débil y en el otro la fuerte.

- Z

Resultado de la cota superior después de aplicar el algoritmo DROP.

- t (Tiempo)

Cantidad de tiempo, en segundos, que se ha necesitado para encontrar el óptimo del problema.

En la tabla 2.1 podremos encontrar los resultados obtenidos tras la relajación lineal débil en el caso del problema de localización sin capacidades.

Formulación Débil	N.º Variables	N.º Restricciones	LP^W	$t^{LP}(s)$	Z	t(s)
Cap71	816	66	844807,59	0,03	932615,75	0,07
Cap72	816	66	849169,04	0,03	977799,40	0,06
Cap73	816	66	853434,98	0,03	1010641,45	0,07
Cap74	816	66	859463,45	0,03	1024976,98	0,08
Cap101	1275	75	659341,15	0,04	796648,44	0,08
Cap102	1275	75	664015,90	0,04	854704,20	0,12
Cap103	1275	75	668503,01	0,04	893782,11	0,12
Cap104	1275	75	674734,59	0,03	928941,75	0,11
Cap131	2550	100	631421,45	0,06	793439,56	0,23
Cap132	2550	100	636321,45	0,06	851495,32	0,22
Cap133	2550	100	641221,45	0,06	893076,71	0,30
Cap134	2550	100	648426,30	0,07	928941,75	0,25
Capa	100100	2075	4801483,12	1,75	21055945,05*	100
Capb	100100	2075	3668833,37	1,81	17098552,19*	100
Capc	100100	2075	3300869,23	1,77	14143008,13*	100
MO1	10100	1219	705,23	0,19	1310,63*	99,79
MO2	10100	1219	790,16	0,19	1452,85*	99,81
MO3	10100	1219	810,52	0,19	1516,77*	100,37
MO4	10100	1219	790,34	0,19	1442,24*	99,87
MO5	10100	1219	755,14	0,19	1415,48*	100,30

Tabla 2.1 Resultados después de aplicar la Relajación Lineal Débil

En la tabla 2.2 podremos encontrar los resultados obtenidos tras la relajación lineal fuerte en el caso del problema de localización sin capacidades.

Formulación Fuerte	N.º Variables	N.º Restricciones	LP^S	$t^{LP}(s)$	Z	t(s)
Cap71	816	850	932615,75	0,03	932615,75	0,05
Cap72	816	850	977799,40	0,03	977799,40	0,05
Cap73	816	850	1010641,45	0,03	1010641,45	0,05
Cap74	816	850	1034976,98	0,03	1034976,98	0,05
Cap101	1275	1325	796648,44	0,05	796648,44	0,08
Cap102	1275	1325	854704,20	0,05	854704,20	0,08
Cap103	1275	1325	893782,11	0,05	893782,11	0,07
Cap104	1275	1325	928941,75	0,05	928941,75	0,08
Cap131	2550	2600	793439,56	0,08	793439,56	0,13
Cap132	2550	2600	851495,32	0,08	851495,32	0,13
Cap133	2550	2600	893076,71	0,08	893076,71	0,14
Cap134	2550	2600	928941,75	0,08	928941,75	0,13
Capa	100100	101100	17156454,48	3,29	17156454,48	5,25
Capb	100100	101100	12979071,58	3,17	12979071,58	5,11
Capc	100100	101100	11500104,96	3,53	11505594,33	8,33
MO1	10100	10200	1267,06	0,54	1305,95	11,57
MO2	10100	10200	1383,67	0,47	1432,36	11,93
MO3	10100	10200	1467,45	0,55	1516,77	11,39
MO4	10100	10200	1417,26	0,49	1442,24	8,86
MO5	10100	10200	1367,72	0,54	1408,77	8,69

Tabla 2.2 Resultados después de aplicar la Relajación Lineal Fuerte

Ahora vamos a pasar a comparar las soluciones que hemos obtenido tanto después de realizar la relajación débil como después de realizar la relajación fuerte.

Rápidamente nos damos cuenta de que existen grandes diferencias cuando aplicamos una u otra relajación lineal.

Una de las mayores diferencias que vemos son el número de restricciones que tenemos en un caso y en otro. En la relajación lineal fuerte como ya hemos visto añadimos nuevas restricciones lo que provoca que sean mucho mayores en este tipo de relajación que en la relajación lineal débil.

Por otro lado vemos que el número de variables tanto en una relajación como en la otra es el mismo. Y el tiempo para los problemas pequeños de pocas variables es prácticamente el mismo, pero conforme vamos aumentando el tamaño de los problemas nos damos cuenta que la relajación lineal fuerte tarda más que la débil, algo normal por otra parte al tener que resolver el problema con un número de restricciones muy superior.

Por último y lo que realmente es lo que nos importa, es que mientras que con la relajación lineal débil tenemos una solución muy lejana del óptimo en todos los casos, además en los problemas muy grandes tenemos el tiempo de resolución del problema entero es muy elevado, y hemos tenido que limitar el tiempo de resolución y que nos dé la mejor solución que ha encontrado hasta ese momento ya que si no tardaría mucho tiempo en encontrar la mejor a la que pudiese llegar. Sin embargo, en la relajación lineal fuerte llegamos a unas soluciones que o son el óptimo o están muy próximas a él y en un tiempo relativamente corto es posible encontrar el óptimo entero.

3 RELAJACIÓN LAGRANGIANA EN PROGRAMACIÓN ENTERA

3.1 RELAJACIÓN LAGRANGIANA

Uno de los métodos más utilizados para conseguir cotas en problemas de programación entera es la Relajación Lagrangiana. Para nuestro caso, problemas de minimización, el procedimiento de acotación que tendremos que realizar será primero obtener un límite inferior (LB). Y por otro lado con la utilización de métodos heurísticos obtener cotas superiores (UB) del óptimo Z del problema, que no conocemos. Con esto tenemos la acotación básica para un problema de programación entera.

$$LB \leq Z \leq UB$$

Las cotas que alcanzaremos con el método de Relajación Lagrangiana serán muy precisas. Esta precisión de la acotación la podremos medir con el hueco absoluto o relativo o también denominado gap.

$$gap = UB - LB$$

$$gap\ relativo\ (\%) = \frac{UB - LB}{UB} * 100$$

En La Ilustración podemos ver algunas de las aplicaciones que tiene la Relajación Lagrangiana:

Problema	Autor/es y año
Traveling Salesman (Problema viajero)	Zamani, R., Kim Lau, S. (2010) Lorena, L. A. N., Narciso, M. G. (2002)
Routing (Rutas)	Imai, A., Nishimura, E., Current, J. (2007) Stewart Jr., W. R., Golden, B. L. (1984)
Scheduling (1 máquina, máquinas en paralelo, job-shop...)	Mukherjee, A. K., Gilbert, K. C. (1997) Dauzère-Pérès, S., Sevaux, M. (2003) Avella, P., Boccia, M., D´Auria, B. (2005)
Diseño de redes (logísticas, telecomunicaciones, ...)	Crainic, T., Gendron, B., Hernu, G. (2004) Holmberg, K., Hellstrand, J. (1998)
Localización	Daskin, M.S.(1995)
Set-Covering	Ceria, S., Nobili, P., Sassano, A. (1998) Caprara, A., Fischetti, M., Toth, P. (2006)
Timetabling	Caprara, A., Monaci, M., Toth, P. (2006)
Lot Sizing	Toledo, F. M.B., Armentano, V. A. (2006)
Asignación generalizada	Jeet, V., Kutanoglu, E. (2007)

Ilustración 3 - Aplicaciones Relajación Lagrangiana

En la tabla podemos ver que existen heurística Lagrangiana para multitud de problemas, podríamos decir que para casi cualquier problema.

3.2 CONSTRUCCIÓN Y RELAJACIÓN DE RESTRICCIONES DIFÍCILES

Teniendo formulado un problema de optimización de la siguiente manera:

$$Z = \min f(x)$$

$$s.a\ g(x) \leq 0$$

$$x \in X \subseteq \mathbb{R}^n \qquad \text{(P)}$$

En el cual f(x) es la función objetivo, x será el vector de las variables de decisión, x= (x_1, x_2,..., x_n) con x ⊆ $\mathbb{R}^n$ y g(x) ≤ 0 que será una restricción del tipo Ax-b≤ 0. Esta formulación es lo que denominaremos problema original (P).

El problema que tenemos sería mucho más fácil de solo tener las restricciones x ∈ X ya que estas restricciones contienen variables enteras o binarias o restricciones de no negatividad que hacen que se construya una estructura especial que sea mucho más fácil de resolver. Por otro lado, tenemos las restricciones g(x) $= Ax - b \leq 0$ que son a las que llamamos restricciones complicantes o difíciles, por lo que estas restricciones serán las que trataremos de eliminar. Con la relajación lo que trataremos de hacer es eliminar estas restricciones difíciles.

Nos quedará un problema relajado que tendrá la siguiente forma:

$$Z_D(u) = min_{x \in X}\{f(x) + u * g(x)\} \qquad (LR_u)$$

Denominaremos (LR_u) al problema relajado o subproblema Lagrangiano del problema original (P), siendo $Z_D(u)$ la función Lagrangiana. Lo que hemos hecho no es eliminar las restricciones difíciles, sino que las hemos incluido en la función objetivo del problema, o lo que es lo mismo, las hemos dualizado al incluir unos coeficientes $u_i \geq 0, i, \dots$, m, a estos coeficientes los llamaremos multiplicadores de Lagrange, estos multiplicadores lo que hacen es penalizar el no cumplimiento de las restricciones.

Este subproblema Lagrangiano que tenemos ahora será más fácil de resolver que el problema original que teníamos.

Propiedad de acotación

Lo que dice la propiedad de acotación es que para cualquier $u \geq 0$, tenemos que $Z_D(u) \leq Z$.

Con esta propiedad vemos claramente que el valor de la función Lagrangiana $Z_D(u)$ es una cota inferior (LB) del óptimo del problema original (P), que en nuestro caso hemos denominado Z. Lo podremos ver de una forma más fácil aceptando como solución óptima x^* de (P) como ya sabemos $u \geq 0$ y $g(x) \leq 0$, entonces tendremos:

$$Z_D(u) = min\{f(x) + u \cdot g(x)\} \leq f(x^*) + u \cdot g(x^*) \leq Z = f(x^*); u \geq 0, g(x) = Ax - b \leq 0$$

De igual forma, si $g(x) = Ax - b \leq 0$, entonces los multiplicadores Lagrangianos tendrán que ser negativos para que $Z_D(u) \leq Z$

Por lo general no podemos garantizar que vayamos a encontrar un vector de multiplicadores Lagrangianos, en los que $Z_D(u) = Z$, con lo que encontraríamos el óptimo del problema original. Es más, en la práctica esto se da en raras ocasiones.

3.3 PROBLEMA DUAL LAGRANGIANO

En la propiedad de acotación, hemos visto, que $Z_D(u)$ es un acota inferior (LB) del óptimo del problema original (P), que hemos llamado Z. Cuando ya hemos obtenido una cota inferior, como es nuestro caso, tenemos que tratar de obtener la mejor cota inferior posible, es decir, la cota inferior más cercana al óptimo, esto implica que hueco absoluto ó GAP absoluto (UB-LB) sea mínimo y la solución tendrá una mayor calidad ya que estaremos más próximos al óptimo.

Obtendremos la mejor cota inferior si conseguimos resolver el Problema Dual Lagrangiano:

$$Z_D = max\ Z_D(u) \qquad \text{(D)}$$

Z_D será la mejor cota inferior LB o también la podemos llamar cota Lagrangiana, y con la propiedad de acotación tenemos:

Propiedad de dualidad débil

$$Z_D = max\ Z_D(u) \leq Z$$

Denominamos hueco de dualidad a la diferencia $Z - Z_D$, por lo general se cumple que el hueco de dualidad es positivo. De la definición de hueco de dualidad deducimos que si la cota inferior (LB) es mayor, la diferencia entre el óptimo Z y esta será menor, por lo que estrecharemos el hueco de dualidad consiguiendo una mayor precisión y calidad del acotamiento de la solución.

Forma de la función Lagrangiana $\boldsymbol{Z_D(u)}$

El problema Dual Lagrangiano (D) tiene varias propiedades importantes que hace que la solución que hallemos sea factible.

En la figura que se muestra a continuación podemos ver, que la $Z_D(u)$, función Lagrangiana, tiene unas propiedades que hacen que aplicar los algoritmos de búsqueda local ascendente en ella sea más fácil, excepto la propiedad de diferenciabilidad, ya que a la función Lagrangiana no la podemos diferenciar para cualquier u donde el problema Lagrangiano posee varios óptimos. No obstante podemos diferenciarla en casi todas partes pero generalmente en el punto óptimo no.

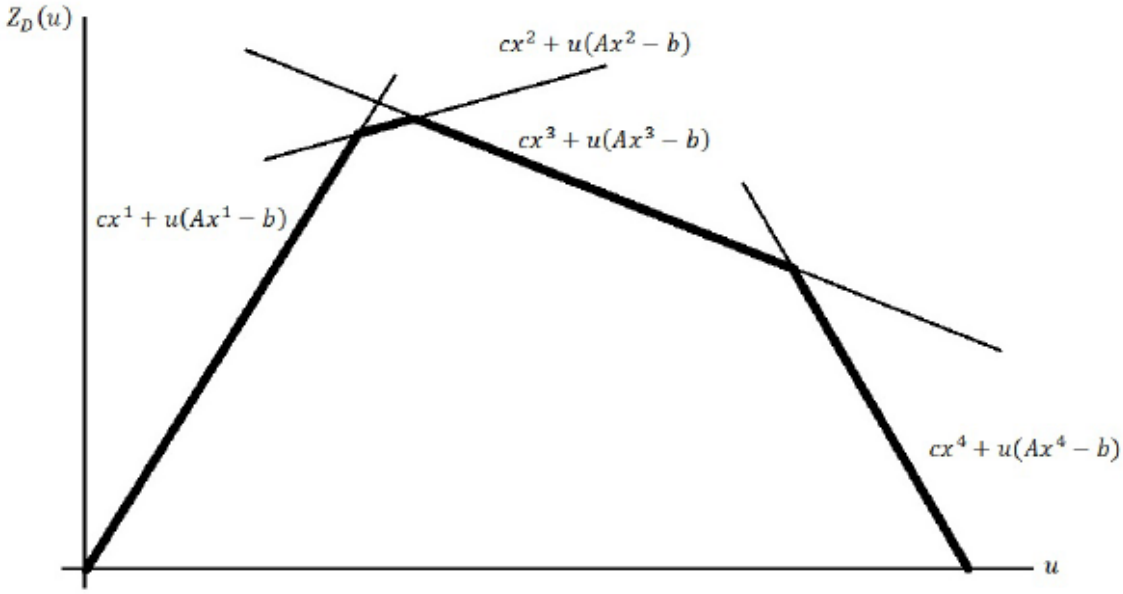

Ilustración 4 - Forma de $\boldsymbol{Z_D(u)}$ en problema de minimización

Aun así, la función Lagrangiana $Z_D(u)$ es subdiferendiable en todas partes.

Definición de subgradiente

Primero vemos que el subgradiente en la función Lagrangiana, $Z_D(u)$, en u^0 es un vector γ tal que para todo u se cumple:

$$Z_D(u) \leq Z_D(u^0) + (u - u^0)\gamma$$

Siendo $\gamma = g(x)$ cualquier subgradiente de la función cóncava $Z_D(u)$ en u^0, por lo que el conjunto $\{u|(u - u^0)\gamma \geq 0\}$ contiene las soluciones óptimas del problema de maximización cóncavo.

De tal forma que si $\gamma = 0 \rightarrow Z_D(u) \leq Z_D(u^0)$ y por tanto $Z_D(u)$ es el máximo.

Asimismo, la función Lagrangiana tiene otra propiedad significativa que está relacionada con el subgradiente. Si x es una solución óptima del subproblema Lagrangiano que comprende al vector de multiplicadores u, entonces $g(x) = Ax - b$ es subgradiente en Z_D en u, ya que el subgradiente se da en u n punto determinado. Esta propiedad es muy importante ya que nos permite conseguir, sin más operaciones, el subgradiente, haciendo que este método sea sencillo de implementar.

El problema Dual en nuestro caso lo vamos a resolver con el método del subgradiente.

3.4 MÉTODO DEL SUBGRADIENTE

Vamos a proceder a explicar el método más utilizado para resolver el Problema Dual Lagrangiano, este método es el método Subgradiente, que es una variante del método del Gradiente, ya que lo que cambia de un método a otro son los gradientes por subgradientes. En este apartado vamos a explicar cómo aplicar el algoritmo Subgradiente maximizando la función $Z_D(u)$, en un problema de minimización como es el problema de localización sin capacidades.

3.4.1 ALGORITMO ASCENDENTE

Lo primero que tenemos que saber es que el algoritmo subgradiente se encuentra dentro de un grupo de algoritmos llamados algoritmos ascendentes. En este tipo de algoritmos si no estamos ante el óptimo, en cada iteración, el método nos dice una dirección de incremento de la función cóncava objetivo, con esto sabemos hacia dónde se encuentra la solución óptima, por lo que decimos que vamos "ascendiendo" o lo que es lo mismo acercando la cota inferior (LB), que es la que estamos maximizando en el Problema Dual al óptimo del problema primal, Z, ya que en el máximo global todas las factibles direcciones provocan que disminuya la función.

Vamos a considerar Problema Dual $Z_D = max\, Z_D(u)$, el procedimiento de iterar el algoritmo ascendente en un punto u consta de:

- Lo primero que tenemos que hacer es encontrar la dirección factible ascendente d en u, que hace que mejore $Z_D(u)$.
- Lo siguiente será establecer el tamaño de paso, $\theta > 0$, con el que tendremos el siguiente punto de iteración, $u^{k+1} = u^k + \theta_k \cdot d^k$.

3.4.2 OPTIMIZACIÓN DEL SUBGRADIENTE

El método del subgradiente es un algoritmo ascendente aproximado.

Es aproximado porque solo si cumple algunas condiciones converge al óptimo del Problema Dual. Las condiciones que debe cumplir son:

- Podemos suponer, matemáticamente hablando, que las normas de los subgradientes que encontramos por el método están acotadas uniformemente.

- Conocer en el Problema Dual el valor máximo de la función $Z_D(u)$, Z_D, para que podamos usarlo para calcular en cada iteración el tamaño de paso.

Claramente vemos que la segunda condición no la podemos cumplir, porque Z_D no la podemos conocer, salvo en contadas ocasiones. Así que en la práctica no podemos asegurar que el método converja. Pero, aunque no cumpla esta condición es un método que funciona muy bien en la práctica, por lo que es tan usado a la hora de solucionar el Problema Dual.

Tomando un valor inicial u^0, el método del Subgradiente creará las soluciones u^k por la norma:

$$u^{k+1} = u^k + \theta_k \cdot (Ax^k - b) = u^k + \theta_k \cdot \gamma^k$$

Donde:

- u^{k+1} : valor del vector de multiplicadores Lagrangianos en la iteración siguiente
- u^k : valor del vector de multiplicadores Lagrangianos en la iteración en la que estamos
- θ_k : tamaño de paso en la iteración en la que estamos, es un escalar positivo.
- $(Ax^k - b) = \gamma^k$: cualquier Subgradiente de la función $Z_D(u)$ en u^k
- x^k : óptimo del subproblema Lagrangiano en la iteración en la que estamos.

Para el método del Subgradiente solemos tomar como valor inicial $u^0 = 0$. Al ser un algoritmo ascendente, el Subgradiente tendrá como función indicarnos la dirección de incremento de la función Lagrangiana, por lo que se desplazará y tendrá sentido hacia la solución óptima en cada iteración, como podemos apreciar en la figura.

Por lo que al optimizar el subgradiente lo que estaremos haciendo es producir una serie de puntos que convergerán al óptimo.

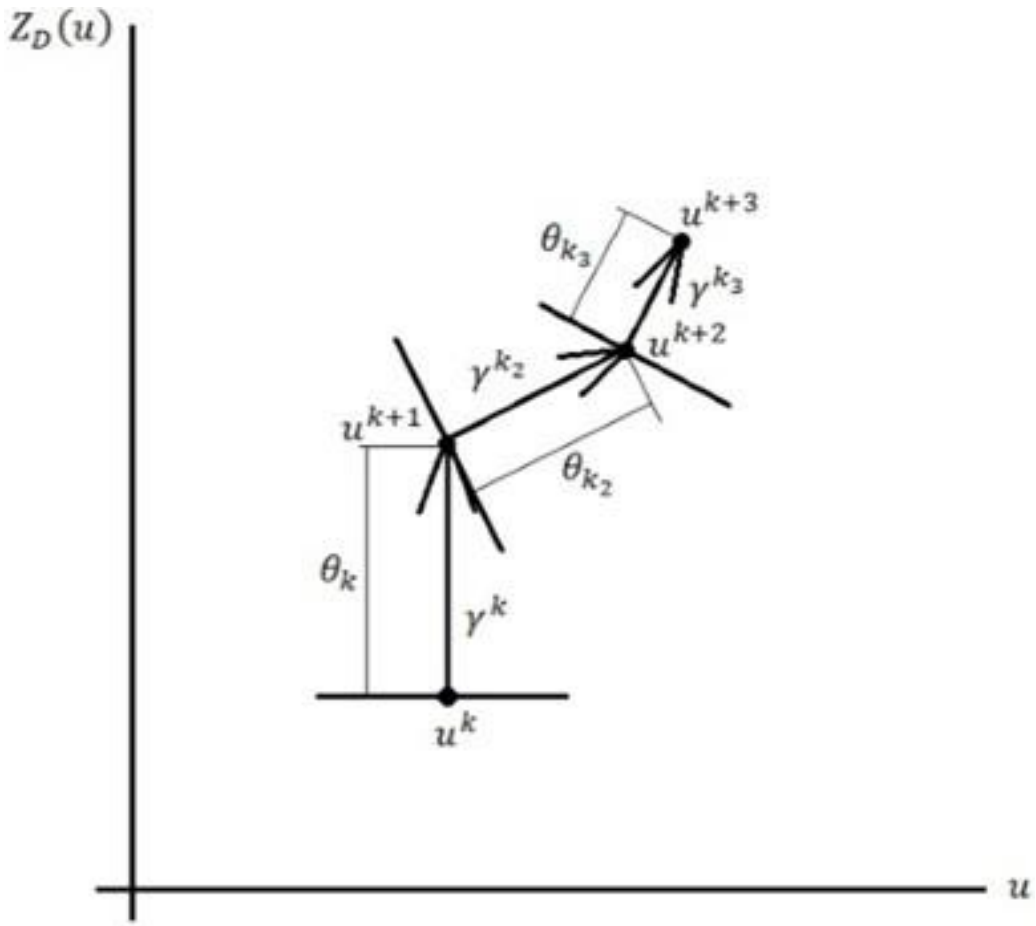

Ilustración 5 - Iteraciones en busca de la solución óptima en dirección ascendente

Cuando el subgradiente γ^k de un multiplicador u^k de los que hemos producido sea 0, es decir, $\gamma^k = 0$, ese multiplicador será la solución óptima del Problema Dual:

$$u^{k+1} = u^k + \theta_k \cdot \gamma^k \rightarrow u^{k+1} = u^k$$

No habría dirección del subgradiente, porque ya habríamos encontrado la solución óptima, o lo que es lo mismo, ya tendríamos la mejor cota inferior, LB.

Tamaño de paso $(\boldsymbol{\theta_k})$

Una de las prioridades que tenemos que tener cuando utilizamos el método del Subgradiente es elegir bien la serie de tamaños de paso para que la sucesión de puntos converja hacia el óptimo

La forma clásica de ver si la serie de puntos u^k es ver si cumple la regla de ser una serie divergente, $\lim_{k\to\infty} \theta_k = 0$ y $\sum_{k=0}^{\infty} \theta_k = \infty$, por lo que entonces verificamos que $Z_D(u^k) \rightarrow Z_D$. Esta regla tiene un gran problema y es que converge demasiado lenta para que sea útil usarla en casos prácticos. Por lo que para el

tamaño de paso lo vamos a halla a través del método de relajación de Held, Wolfe y Crowder:

$$\theta_k = \varepsilon_k \cdot \frac{Z_{UB} - Z_D(u^k)}{\| \gamma_i{}^k \|^2}$$

Donde:

- ε_k: escalar que está entre 0 y 2. $0 \leq \varepsilon_k \leq 2$
- Z_{UB}: solución posible del problema (P), por lo que será la cota superior UB de la solución óptima que desconocemos. Podríamos empezar con una cota superior que fuera∞, pero para que converja más rápido aplicaremos una heurística Greedy y con ella sacaremos una primera solución factible que usaremos como cota superior.
- $Z_D(u^k)$: valor en la iteración en la que estamos de la función Lagrangiana, será nuestra cota inferior.
- $\| \gamma_i{}^k \|^2$: norma del Subgradiente al cuadrado, $\gamma_i = ax - b$.

Tenemos que aclarar que en la utilización de este algoritmo encontraremos cualquier dirección ya que el algoritmo selecciona cualquier subgradiente y no busca que Z_D incremente en la dirección del subgradiente. Además el tamaño de paso solo se halla con la fórmula que hemos escrito anteriormente por lo que tampoco hemos buscado que Z_D aumente en cada iteración en la función cóncava, $Z_D(u^{k+1}) > Z_D(u^k)$. Por lo que no podemos decir que el método del subgradiente sea estrictamente ascendente, será aproximadamente ascendente. Por lo que no podemos asegurar que en cada nueva iteración la función crezca pudiéndose dar el caso que $Z_D(u^{k+1}) < Z_D(u^k)$. Por lo que en caso práctico nos quedaremos con el mayor $Z_D(u)$ que hayamos encontrado hasta ese momento.

Si el método del subgradiente no funciona correctamente puede ser debido a que hemos tomado un valor inicial y/o un escalar ε_k malos. Por ello para que $\lim_{k\to\infty} \theta_k = 0$, Held, Wolfe y Crowder crearon una regla que sea ha usado en multitud de problemas, esta regla consiste en tomar primero un $\varepsilon = 2$ y después de K iteraciones que determinemos nosotros si es valor $Z_D(u)$ que hemos hallado no mejora el que teníamos más la tolerancia, entonces pasamos a dividir ε por 2, por lo que $\varepsilon_{k+1} = {}^{\varepsilon_k}/_2$.

Criterios de parada

Con los criterios de parada lo que decimos es que si el método en la iteración actual cumple alguna condición que determinamos, el método para, si no cumple ninguna sigue trabajando, tomando $k = k + 1$.

El primer criterio de parada será que si el subgradiente (γ^k) de algún multiplicador (u^k) es igual a 0, tendremos que $\gamma^k = 0$ por lo que el vector de multiplicares será la solución óptima del Problema Dual y el método parará.

Algunas condiciones de parada que se pueden dar son que el método sobrepase un número máximo de iteraciones que nosotros decidimos, o que el tamaño de paso sea más pequeño que una tolerancia que pongamos...

Para que el método funcione correctamente tenemos que ajustar algunos parámetros, estos parámetros son:

- Tol_tita que lo utilizaremos para controlar el tamaño de ε (si $\varepsilon \leq tol1$, acabamos)
- Tol_subg que la utilizaremos para controlar la norma del subgradiente (si $\| \gamma_i{}^k \|^2 \leq tol2$, acabamos)
- Pasadas será el número fijo de iteraciones del subgradiente en las que ε se mantiene.
- Max_iter_subg es el máximo número de iteraciones.

3.4.3 PASOS DEL MÉTODO SUBGRADIENTE

1. Inicialización, tomamos:
   1.1. Primera iteración (iteración inicial) $k = 0$,
   $u^0 \geq 0$, Multiplicadores $u_i{}^0, i = 1, \dots, m$.
   1.2. Cota inicial superior, UB^0.
   Encontraremos una solución factible aplicando el método Greedy, que producirá un valor Z_{UB}, tal que $Z_{UB} \geq Z$, por lo que Z_{UB} será la cota superior del óptimo desconocido.

2. Fase general. Dado u^k:
   2.1. Resolvemos el subproblema Lagrangiano (LR_{uk}), sacando el óptimo $x^k \in X$, por lo que:

$$Z_D(u^k) = f(x^k) + u^k(Ax^k - b)$$

2.2. Actualizamos la cota inferior. Después de obtener la cota Lagrangiana $Z_D(u^k)$:

$$si\ Z_D(u^k) > LB \rightarrow LB = Z_D(u^k)$$

2.3. Después aplicamos la heurística Lagrangiana. Tomando la solución anterior x^k, buscamos la factible solución del problema (P) lo más cercano de Z_{UB}.

2.4. Actualizamos la cota superior. Si la solución mejora la cota del punto anterior, entonces la solución factible que hemos encontrado pasa a ser la nueva cota superior, tal que:

$$si\ Z_{UB} < UB \rightarrow UB = Z_{UB}$$

Además actualizaremos la mejor solución x^*.

2.5. Ahora realizaremos la iteración del subgradiente:

Siendo $\gamma^k = \left(Ax^k - b\right)$ el Subgradiente de $Z_D(u)$ en u^k. Si $\gamma^k = 0$, acabamos y podemos decir si ninguna duda que hemos encontrado el máximo de la función $Z_D(u^k)$, con lo que tendríamos la mejor cota inferior posible. De no ser así:

$$u_i{}^{k+1} = max\{(u_i{}^k + \theta_k \cdot \gamma_i{}^k), 0\}$$

Donde

$$\theta_k = \varepsilon_k \cdot \frac{Z_{UB} - Z_D(u^k)}{\| \gamma_i{}^k \|^2}; con\ Z_{UB} = UB$$

2.6. Parada o finalización.

Si cumplimos algunas de las condiciones de parada, paramos y tomamos como solución la mejor solución factible hasta el momento. Si no se cumple ninguna condición de parada volvemos al punto 2.1. con $k = k + 1$.

3.5 RELAJACIÓN LAGRANGIANA APLICADA AL PROBLEMA UFLP

Partiendo del modelo del problema de localización sin capacidades (UFLP), problema original P:

$$Z = min \sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij}$$

$$s.a. \sum_j Y_{ij} = 1 \qquad \forall i$$

$$\sum_j X_j = P$$

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \qquad \forall i,j$$

$$X_j = 0,1 \qquad \forall j$$

$$Y_{ij} = 0,1 \qquad \forall i,j$$

Tendremos que elegir las restricciones que queremos relajar para crear la Relajación Lagrangiana del problema de localización sin capacidades y posteriormente añadir los multiplicadores de Lagrange para incluir en la función objetivo dichas restricciones.

Restricción que vamos a relajar:

$$Y_{ij} - X_j \leq 0$$

Entonces el problema Lagrangiano para un vector de multiplicadores u no quedará:

$$L(u) = \sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij} + \sum_j f_j X_{ij} + \sum_i u_i (1 - \sum_i Y_{ij})$$

$$L(u) = \sum_i \sum_j h_i d_{ij} - u, + \sum_j f_j X_{ij} + \sum_i u_i$$

La optimización de $L(u)$ la podemos efectuar de la siguiente forma:

Para cada j calculamos el coeficiente:

$$v_j = f_j + \sum_{i=1}^{m} \min(0, h_i d_{ij} - u_i)$$

Entonces si $v_j < 0$, tomamos $X_j = 1$, en caso contrario tomaremos $X_j = 0$. Y para las variables y:

$$Y_{ij} \qquad 1 \text{ si } X_j = 1 \qquad h_i d_{ij} - u_i < 0$$

0 en caso contrario

De esta forma calcularemos la cota inferior (LB) $L(u)$.

En este caso el subgradiente nos quedaría de la siguiente forma:

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^{m} y_{ij} - 1 \text{ , } i = 1 \dots m$$

Entendemos que las iteraciones subgraiente las resolveremos como se ha explicado en apartados anteriores.

4 MÉTODOS HEURÍSTICOS

4.1 INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS HEURÍSTICOS

Una buena alternativa para resolver problemas que tienen un tamaño considerable son los métodos heurísticos, ya que para estos problemas tan grandes los métodos exactos no son aconsejables porque necesitan mucho tiempo para encontrar la solución. Adenso Díaz en 1996 definía el método heurístico como "un procedimiento para resolver un problema de optimización bien definido mediante una aproximación intuitiva, en la que la estructura del problema se utiliza de forma inteligente para obtener una buena solución".

Normalmente utilizaremos los métodos heurísticos para conseguir una buena solución, no teniendo por qué ser la óptima y posteriormente encontrar soluciones mejores con otros métodos.

Vamos a enumerar algunas de las razones del por qué debemos aplicar métodos heurísticos en la resolución de problemas.

- Si no conocemos como resolver el problema mediante un método exacto.
- Resolver el problema con un método exacto nos supone un coste computacional muy elevado.
- Necesitamos un método más flexible, es decir, los métodos heurísticos son más flexibles que el método exacto.
- Podemos utilizar los métodos heurísticos como un paso intermedio para obtener posteriormente con otro método el óptimo, ya que con los métodos heurísticos conseguiremos una solución bastante buena que nos podrá servir de partida.

En 2003 Rafael Martí Cunquero clasificaba los métodos heurísticos de la siguiente forma:

- Métodos de descomposición

Descomponemos el problema primal en métodos más sencillos de resolver.

- Métodos Inductivos

En este tipo de métodos el objetivo que tenemos es el de trasladar propiedades en casos más simples de estudiar de lo que es el problema completo.

- Métodos de reducción

En estos métodos trataremos de ir introduciendo propiedades que se cumplan en la mayoría de los casis como restricciones del problema. Trataremos de hacer un problema más simple con este método.

- Métodos constructivos

Como su propio nombre indica en estos métodos tratamos de ir construyendo paso a paso, eligiendo en cada iteración la mejor opción, una solución del problema.

- Métodos de búsqueda local

Con estos métodos tenemos una solución inicial del problema y la vamos mejorando progresivamente

4.2 SOLUCIONES HEURÍSTICAS

Primero examinaremos las heurísticas de construcción como son las heurísticas de Greedy, ADD y DROP que las utilizamos solamente para hallar una solución inicial del problema. Y después de ello explicaremos la heurística Lagrangiana, basada en la metodología de la heurística DROP.

4.2.1 Método Greedy

El algoritmo Greedy es un método de aproximación el cual trabaja haciendo una secuencia de decisiones, en la que cada decisión se toma para optimizar en ese instante de tiempo la solución y con las cuales obtenemos los óptimos locales, pero en la mayoría de las ocasiones estos óptimos locales no nos llevan al óptimo.

La mayor ventaja que posee el método Greedy es que se implementa muy fácilmente y asimismo es un algoritmo muy potente.

El algoritmo Greedy ADD para problemas de localización sin capacidades comienza sin instalaciones abiertas, lo que hace la heurística Greedy es ir añadiendo a S las instalaciones que $j \notin S$ cuyo valor incremental $\rho_j(S) = z(S \cup \{j\}) - z(S)$ sea el valor positivo y mayor posible. Si estas instalaciones no existieran, se acaba con el conjunto S que tengamos de instalaciones abiertas.

En este trabajo fin de grado hemos utilizado dos tipos de algoritmos, los algoritmos ADD y DROP, que son algoritmos que siguen la curva de costes totales (Ilustración 5). Por el lado izquierdo de la curva empezará el algoritmo ADD, es decir, con 0 instalaciones. Y por el lado derecho empezará el algoritmo DROP, es decir, con el número de instalaciones posibles.

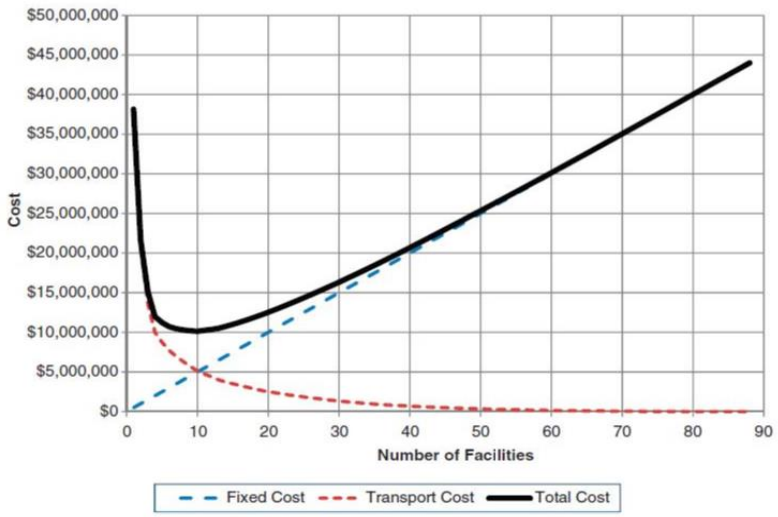

Ilustración 6 - Prototipo de costes de instalaciones, transporte y totales (Daskin, 1995)

Para inicializar la cota superior en el método de relajación Lagrangiana se ha usado la heurística clásica ADD.

4.2.2 Algoritmo ADD

Como hemos dicho anteriormente el algoritmo ADD empezará por el lado izquierdo de la curva de costes y lo que hará es ir añadiendo instalaciones a la solución para que el coste total disminuya (Ilustración 5). Como norma habitual el coste total irá decreciendo, al principio, conforme vayamos añadiendo a la solución instalaciones. Como estamos en un algoritmo Greedy cada vez que añadimos una instalación a la solución, reduciremos en cada iteración el máximo posible el costo, manteniendo las instalaciones que hemos elegido en la solución anteriormente.

Hemos realizado un diagrama de flujo con el algoritmo ADD que podemos ver en la Ilustración 6 para ayudar a su comprensión.

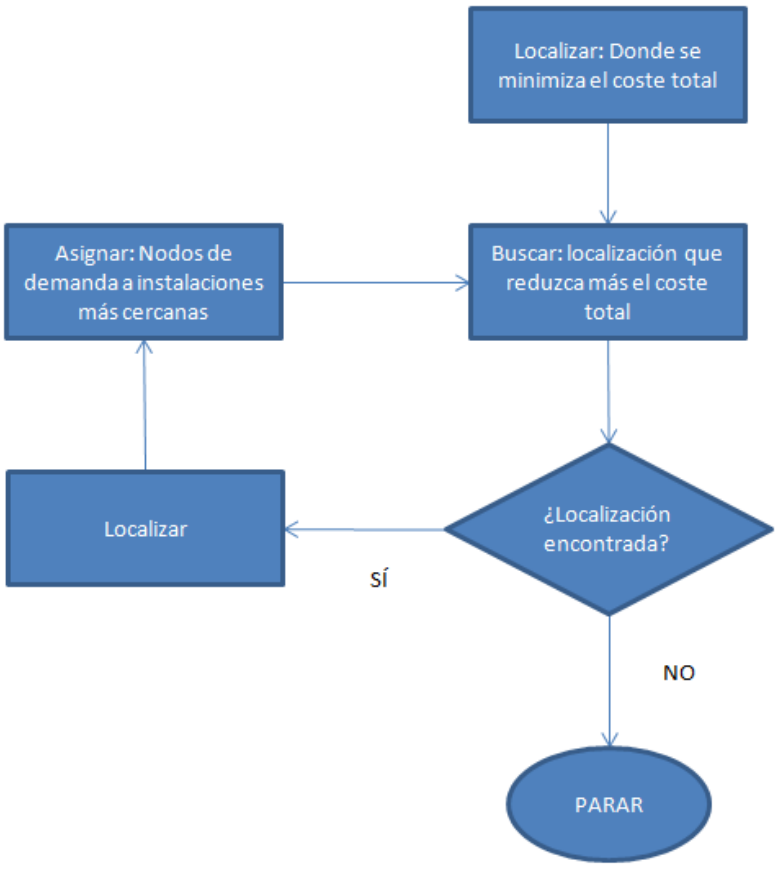

Ilustración 7 - Diagrama de flujo del algoritmo ADD para problemas de localización sin capacidades

4.2.3 Algoritmo DROP

Como hemos dicho anteriormente el algoritmo DROP empezará por el lado derecho de la curva de costes totales. Por lo que este algoritmo comenzará con una solución en la que cada localización candidata tiene una instalación. Iremos quitando instalaciones buscando la reducción máxima de coste total.

Hemos realizado un diagrama de flujo con el algoritmo DROP que podemos ver en la Ilustración 7 para ayudar a su comprensión.

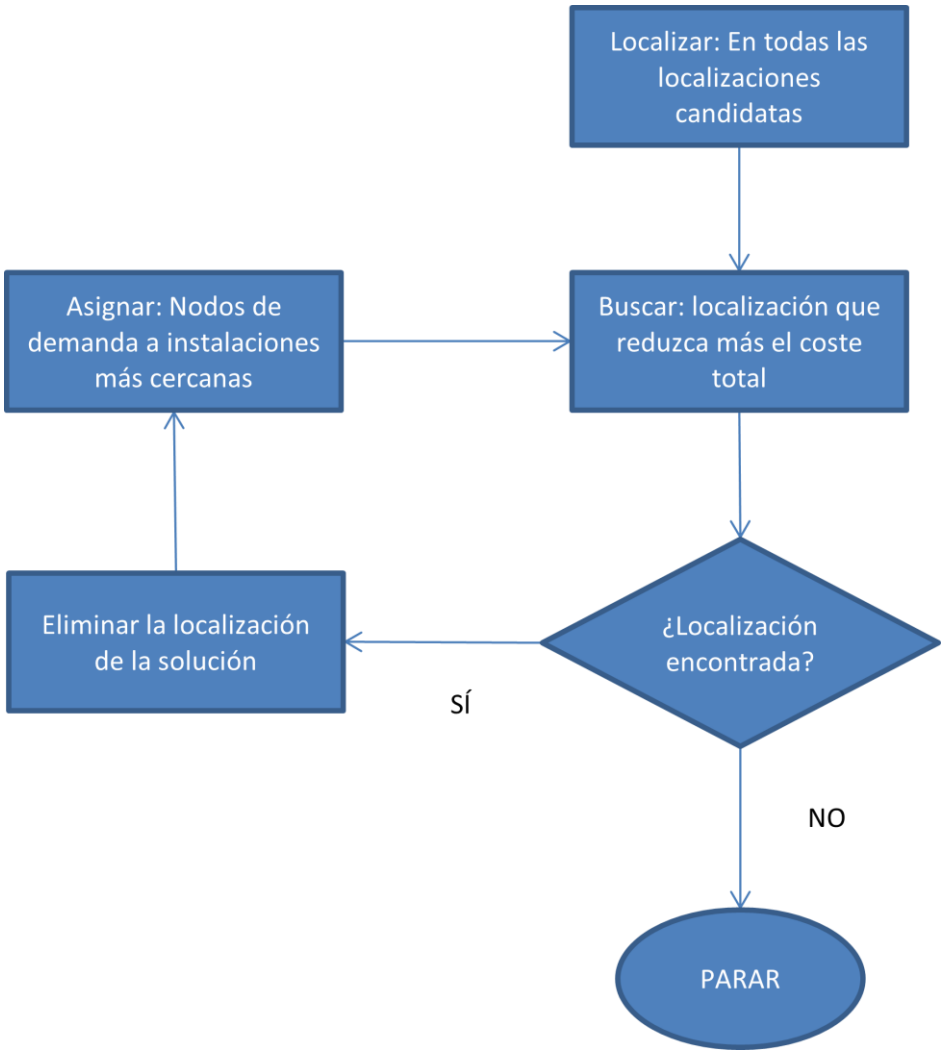

Ilustración 8 - Diagrama de flujo del algoritmo DROP para problemas de localización sin capacidades

4.2.4 Heurística Lagrangiana

Como hemos dicho anteriormente nosotros hemos utilizado este método en la heurística Lagrangiana, pero no hemos comenzado con todas las instalaciones abiertas si no que hemos empezado con la solución actual que teníamos y vamos cerrando de forma Greedy hasta que el costo total aumenta.

La heurística Lagrangiana la utilizaremos para encontrar una solución que sea factible y la usaremos como cota superior (UB) del problema primal. Tendrá una importancia vital en la resolución del método subgradiente, ya que la usaremos tanto al calcular el tamaño de paso como en la solución acotada del problema que obtendremos y que llamaremos GAP.

Cada vez que iteremos, tendremos que resolver el subproblema Lagrangiano y aplicaremos la heurística para obtener la solución factible como hemos dicho en el párrafo anterior, esta solución factible será otra cota superior que sustituiremos por la que tenemos si la mejora, es decir si la nueva cota superior es menor que la cota que ya teníamos.

Al principio del método nos encontraremos con dos caminos por los que podremos ir:

- El primer camino que pode elegir es tomar como $Z_{UB} = \infty$, en tal caso, la solución factible de la primera iteración siempre mejorará.

- El segundo será emplear una heurística en problema prima y la solución factible Z_{UB} que hallemos, la usaremos como la primera cota superior, pudiendo darse el caso que cuando realicemos la primera iteración la cota no mejore.

Para cada tipo de problema que nos enfrentemos podemos resolverlo con una gran variedad de heurísticas, véase a Adenso Díaz y Rafael Martí. En este trabajo fin de grado hemos utilizado una de las más comunes, fáciles y que da muy buenos resultados que es el método Greedy y la heurística Lagrangiana.

Por otra parte, para la heurística Lagrangiana, hemos usado la heurística DROP, pero en vez de comenzar con todas las instalaciones abiertas, se comienza con las instalaciones abiertas en la solución actual, y se van cerrando de forma Greedy hasta que el costo total comienza a aumentar. De esta forma la heurística Lagrangiana puede verse como un método multistart basado en la filosofía Greedy DROP.

La existencia de métodos de resolución heurísticos que podemos aplicar a los problemas de localización sin capacidades es muy grande, pero con este método conseguimos encontrar el óptimo en la mayor parte de los casos.

Como ya dijimos en el punto de librerías de datos, el conjunto de datos que hemos utilizado para llevar a cabo el estudio computacional son de la librería OR-Library y M* los cuales se han usado para multitud de trabajos.

4.3 RESULTADOS COMPUTACIONALES

En este punto vamos a exponer y explicar los resultamos que hemos obtenido tras realizar el estudio computacional de los problemas de localización sin capacidades.

En los resultados previos expusimos los resultados del método exactos tanto con relajación lineal débil como relajación lineal fuerte. Ahora vamos a pasar a exponer los resultados del método Greedy y de la heurística Lagrangiana que hemos realizado.

Antes de mostrar la tabla con los resultados que hemos hallado por estos métodos, vamos a explicar la estructura que tiene la tabla, es decir, vamos a explicar el significado que tiene cada columna:

- **Problema**

Grupo de datos que hemos ejecutado en el programa Xpress-MS para obtener el óptimo.

- **Nº Variables**

Cantidad de variables que tiene el problema que se ha ejecutado.

- **Nº Restricciones**

Número de restricciones que se han usado para obtener el óptimo. Dependerán del tamaño que tenga el problema que estemos estudiando.

- **Z Greedy**

Resultado obtenido tras aplicar el algoritmo Greedy

- **LB (Lower Bound / Cota inferior)**

Resultado de la cota inferior después de aplicar el algoritmo ADD.

- **UB (Upper Bound / Cota superior)**

Resultado de la cota superior después de aplicar el algoritmo DROP.

- **Iter (Iteraciones)**

Número de iteraciones que se han necesitado para encontrar la solución del problema.

- **T (Tiempo)**

Cantidad de tiempo, en segundos, que se ha necesitado para encontrar la solución del problema.

- **GAP (Hueco)**

Diferencia en % que hay entre la cota inferior y la cota superior. Nos indica como de buena es la solución que hemos obtenido.

4.3.1 Resultados Obtenidos

Problema	Nº Variables	NºRestricciones	Z Greedy	LB	UB	Iter	T	GAP
Cap71	816	850	932615.75	932615.75	932615.75	280	0.434	0,0000%
Cap72	816	850	981538.85	977799.38	977799.40	320	0.432	0,0000%
Cap73	816	850	1012476.98	1009597.78	1010641.45	400	0.435	0,1033%
Cap74	816	850	1034976.98	1034949.26	1034976.98	500	0.363	0,0027%
Cap101	1275	1325	797508.72	796648.44	796648.44	280	0.968	0,0000%
Cap102	1275	1325	855971.75	854704.20	854704.20	260	0.742	0,0000%
Cap103	1275	1325	895027.1	893782.11	893782.11	240	0.551	0,0000%
Cap104	1275	1325	928941.75	928941.75	928941.75	60	0.317	0,0000%
Cap131	2550	2600	794299.85	793439.56	793439.56	320	3.679	0,0000%
Cap132	2550	2600	852762.88	851495.32	851495.33	320	2.957	0,0000%
Cap133	2550	2600	894095.76	893076.71	893076.71	280	2.847	0,0000%
Cap134	2550	2600	928941.75	928941.75	928941.75	60	2.209	0,0000%
Capa	100100	101000	17902353.24	17156454.48	17156454.48	220	92.117	0,0000%
Capb	100100	101000	13131893.84	12979071.58	12979071.58	80	91.354	0,0000%
Capc	100100	101000	11947717.76	11496038.75	11509361.66	280	119.614	0,1158%
MO1	10100	10200	1479.26	1266.23	1305.95	220	22.939	3,0414%
MO2	10100	10200	1587.79	1382.44	1432.36	260	25.361	3,4850%
MO3	10100	10200	1674.45	1466.24	1521.47	220	24.574	3,6304%
MO4	10100	10200	1617.50	1415.43	1442.24	240	19.717	1,8587%
MO5	10100	10200	1592.34	1366.00	1408.77	240	23.189	3,0359%

Tabla 4.1 Resultados Heurística Lagrangiana UFLP

4.3.2 Conclusiones sobre los resultados obtenidos

Viendo la tabla 4.1 podemos decir que tanto para los problemas de la ORLIB como para los problemas de la M* las soluciones que hemos obtenido son muy buenas, en el caso de la ORLIB llegamos al óptimo en todos los casos menos en el capc y en los de M* llegamos al óptimo en todos los casos menos MO3, es decir, de los 20 casos estudiados llegamos al óptimo en 18 de ellos.

Aunque los problemas que hemos implementado no son reales podemos afirmar que el algoritmo que hemos realizado da buenos resultados, una de las líneas de mejora que veremos en el punto correspondiente será el aplicar nuestro algoritmo a un problema real.

En primer lugar, vamos a hablar de los resultados de los datos de ORLIB, en la mayor parte de las veces en estos datos hemos encontrado el óptimo, que acata todas las restricciones que tiene el problema y el cual opera como cota superior en la acotación y sería el valor que tomaríamos como solución final, pero debemos darnos cuenta de que en todas las ocasiones se encuentra cerca del óptimo, siendo en la mayoría de veces el mismo óptimo por lo que GAP nos da 0, esto nos indica que tanto la cota inferior, como la superior, como el óptimo son iguales ($UB = LB = Z$).

En segundo lugar, vamos a ver los resultados de los datos de M*, los cuales no nos arrojan resultados tan precisos como los anteriores, pero nos dan resultados bastante buenos y que para un problema real nos podrían valer, ya que al tener como el mayor GAP un 3,7% en un problema, esto implicaría que sería el porcentaje de error máximo en el problema real.

También tenemos que mencionar que bastantes casos el algoritmo Greedy que hemos usado nos ha proporcionado soluciones bastante buenas como solución inicial, dada su sencillez,

Una de las cosas que tendríamos que tener en cuenta si quisiéramos implementar el algoritmo creado en un problema real sería, que no tendríamos forma de conocer el óptimo para poder hacer una comparación con la solución que obtenemos con nuestro método. Al enfrentarnos a un problema real nuestras referencias para la toma de decisiones serán la cota superior (UB) y el GAP. Por lo que cuanto menor hueco o GAP seamos capaces de lograr mejores decisiones podremos tomar, de ahí su importancia.

Con los resultados que hemos obtenido y hemos reflejado en la tabla 4.1, podemos decir que nuestro algoritmo genera unas cotas bastante buenas por lo general, es decir, son pequeñas y por consiguiente fiables. Esta fiabilidad solo la hemos demostrado en un ámbito de pruebas como en el que hemos desarrollado este Trabajo Fin de Grado, ya que las soluciones que hemos obtenido han sido

cercanas al óptimo. Estas soluciones de las que hablamos las hemos obtenido en unos tiempos de ejecución razonables lo que señala que el algoritmo trabaja bien ya que da buenas soluciones en tiempos coherentes.

Otra de las cosas que tenemos que tener en cuenta a la hora de enfrentarnos a un problema real será que el óptimo estará comprendido entre las dos cotas, inferior y superior, por lo que el margen de error, que es lo que estamos midiendo con el GAP, será normalmente menor, o poniéndonos en peor de los casos igual. Ya que en un problema real daríamos por buena una solución comprendida entre las cotas por lo que el GAP tendría que ser menor al teórico que hallaríamos.

5 ESTUDIO ECONÓMICO

5.1 INTRODUCCIÓN

En este apartado, vamos a realizar el estudio económico de proyecto final de grado, ya que hoy en día para la realización de cualquier proyecto es necesario saber su viabilidad económica.

Este proyecto ha consistido en el estudio de los problemas en el sector público en especial el problema de la p-mediana y el estudio de los problemas del sector privado, en este caso nos hemos centrado en el estudio de problemas de localización sin capacidades.

De forma que sea más fácil calcular los costes que lleva asociados este trabajo fin de grado, vamos a distinguir las diferentes etapas que tiene. Estas etapas serán la base para instaurar el tiempo, los materiales y los recursos humanos necesarios para su realización.

Podemos dividir las etapas de este trabajo en:

1. Recopilar información y definir los requerimientos
2. Estudiar los problemas de localización en el sector público y privado
3. Conseguir el software necesario para su resolución
4. Implementación y resolución de los problemas de localización de los casos seleccionados
5. Analizar los resultados obtenidos
6. Realizar la documentación

En los apartados que vamos a desarrollar en este capítulo, vamos a tener en cuenta todos los costes relacionados con las personas necesarias para llevar a cabo el trabajo fin de grado, los equipos que necesitaremos y el coste del material consumido al ejecutarlo, como los costes indirectos que derivan de la ejecución del mismo.

5.2 ETAPAS DEL TRABAJO FIN DE GRADO

En la siguiente figura podemos observar un esquema con las diferentes etapas que hemos llevado a cabo en el trabajo fin de grado.

Ilustración 9 - Etapas de Trabajo Fin de Grado

5.2.1 RECOPILAR INFORMACIÓN Y DEFINIR LOS REQUISITOS

Como en cualquier trabajo que vayamos a realizar, lo primero que debemos hacer es un estudio del problema que tenemos que resolver. Para resolver el problema que nos planteen, tendremos que entenderlo y realizar un primer esquema con el que podamos establecer los requisitos que va a tener el trabajo.

Cuando ya tenemos todos los requisitos del trabajo que vamos a realizar, tenemos que reunir toda la información que esté a nuestro alcance relacionada con el trabajo. Después de reunir la información tendremos que seleccionar la que nos sirve para este trabajo y nos va a ayudar a cumplir los requisitos que hemos establecido para solucionar el trabajo.

Recapitulando, en esta etapa llevaremos a cabo el estudio y formulación de los requisitos. Además buscaremos, recopilaremos y seleccionaremos la información que nos pueda ayudar a la realización del trabajo fin de grado.

5.2.2 ESTUDIO DE LOS PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN EN EL SECTOR PÚBLICO Y PRIVADO

Cuando ya hemos establecido los objetivos y requisitos del trabajo fin de grado y tenemos una visión general sobre el trabajo que tenemos que realizar, pasaremos al estudio de los problemas de localización del sector público y privado y las diferentes formas de las que podemos resolverlos.

Como en la anterior etapa ya hemos seleccionado la información más relevante, ahora nos será mucho más fácil encontrar los problemas y sus formas de resolución. Por otra parte en esta etapa tendremos que estudiar y comprender las formulaciones de los diferentes modelos.

5.2.3 CONSEGUIR EL SOFTWARE PARA SU RESOLUCIÓN

Después de realizar el estudio de los problemas de localización y sus métodos de resolución, necesitamos conseguir el programa con el que hemos realizado el trabajo fin de grado.

El programa que necesitábamos era Xpress-Mosel, la Universidad de Valladolid posee licencia de este software y a través de un ordenador remoto y el programa TeamViewer hemos podido trabajar con este software desde cualquier lugar.

En relación a la formación que hemos necesitado para usarlo, no ha sido necesario hacer una formación complementaria a la que ya se tenía, ya que este programa se utiliza en la asignatura de Métodos Cuantitativos en Ingeniería de Organización I y a la ayuda del tutor de este trabajo fin de grado el cual imparte dicha asignatura.

5.2.4 IMPLEMENTACIÓN Y RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN DE LOS PROBLEMAS SELECCIONADOS

En esta etapa del proyecto se llevara a cabo la implementación y resolución de los problemas que hemos decidido resolver, en el caso del sector público el problema de la pmediana y en el caso del sector privado el problema de costos fijos sin capacidades.

Los dos problemas de localización se han resuelto con el programa Xpress-Mosel. Los resultados obtenidos se han llevado a tablas, para hacer posteriormente un análisis.

5.2.5 ANALIZAR LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Después de realizar las tablas, procederemos a su estudio y comparación de los resultados que hemos obtenido para posteriormente llegar a unas conclusiones finales del trabajo fin de grado.

5.2.6 REALIZAR LA DOCUMENTACIÓN

En último lugar, después de extraer las conclusiones a las que hemos llegado del trabajo fin de grado, procedemos a escribir una memoria en la cual se explica la resolución del mismo. Además hay algún capítulo del trabajo con una gran parte teórica para que se puedan entender mejor los métodos y problemas que se han utilizado.

5.3 COSTES DEL TRABAJO FIN DE GRADO

En esta parte nos vamos a centrar en estudiar y hallar los diferentes costes que hemos podido tener a lo largo de la realización del trabajo.

Estos diferentes tipos de costes que hemos tenido a lo largo de la elaboración del trabajo fin de grado han sido:

- Costes directos
  - Costes de materiales consumibles
  - Costes de amortización
  - Costes de personal
  - Costes totales directos
- Costes indirectos

Vamos a proceder a explicar pormenorizadamente cada uno de los costes para poder calcular el coste total del trabajo fin de grado.

5.3.1 COSTES DIRECTOS

En esta sección vamos a calcular todo lo relacionado con los costes directos, es decir, todos aquellos costes que varíen directamente con el volumen de producción.

5.3.1.1 COSTES DE MATERIALES CONSUMIBLES

Para la realización de este trabajo fin de grado hemos necesitado también otros materiales a los que denominamos materiales consumibles, como son el papel, tinta, etc. En la siguiente tabla podemos ver la relación de costes que nos han supuesto estos materiales.

COSTE MATERIALES CONSUMIBLES	
MATERIAL	COSTE (€)
Papel	37
Tinta impresora	91
Otros	56
COSTE TOTAL	184

Tabla 5.1 Costes Materiales Consumibles

5.3.1.2 COSTES DE AMORTIZACIÓN

Para realizar el trabajo fin de grado hemos necesitado, como ya hemos visto en capítulos anteriores, de algunas tecnologías. En la siguiente tabla podemos ver un resumen del software y equipo utilizados y su coste.

COSTE APLICACIOBES Y EQUIPOS UTILIZADOS	
EQUIPO	COSTE (€)
SOFTWARE	
Microsoft Office 2010	350
Xpress-Mossel	4200
HARDWARE	
Ordenador Inter Core I7	1020

Tabla 5.2 Coste Aplicaciones y Equipos Utilizados

Podemos observar en la tabla que el coste total del Software es de 4550€ y el coste del Hardware es de 1020€.

Para decidir la amortización más adecuada para nuestro caso hemos consultado las tablas oficiales y hemos decidido que nuestra amortización sea tanto para el Software como para el Hardware una amortización a 4 años y el método de amortización será de cuota lineal y con valor residual cero. Por lo que, las aplicaciones y equipo se amortizaran un 25% anual durante los siguientes 4 años como podemos ver en la siguiente tabla.

AMORTIZACIÓN APLICACIONES Y EQUIPOS UTILIZADOS			
CONCEPTO	DURACIÓN	%	AMORT./Año
SOFTWARE			
Microsoft Office 2010	4 años	25	87,5
Xpress-Mossel	4 años	25	1050
HARDWARE			
Ordenador Inter Core I7	4 años	25	255

Tabla 5.3 Amortización Aplicaciones y Equipos Utilizados

La amortización anual del Software será de 1137,50€ y la del Hardware será de 255,00€. Por lo que la amortización anual total ascenderá a 1392,50€.

En la siguiente tabla vamos a calcular los costes de amortización, pero ahora tendremos en cuenta las horas que hemos trabajado para la realización del trabajo fin de grado y supondremos que las herramientas que hemos citado antes se necesitan sobre las 350 horas que ha durado el trabajo.

COSTES AMORTIZACIÓN APLICACIONES Y EQUIPOS UTILIZADOS		
CONCEPTO	TIPO	COSTE (€)
Amortización Software	Año	1137,5
	Día	5,218
	Hora	0,652
Amortización Hardware	Año	255
	Día	1,170
	Hora	0,146
Cuota de Amortización Total	Año	1392,5
	Día	6,388
	Hora	0,798

Tabla 5.4 Coste Amortización Aplicaciones y Equipos Utilizados

Con esta amortización de 0.798€/hora que hemos hallado y las 350 horas de duración que ha tenido este trabajo fin de grado, tendremos los siguientes costes de amortización totales:

$$Costes\ de\ Amortización\ Totales = 350h \cdot \frac{0{,}798€}{h} = 279{,}30€$$

5.3.1.3 COSTES DE PERSONAL

En este trabajo fin de grado necesitamos para su realización de un Ingeniero de Organización Industrial, el trabajo que ha tenido que realizar ha sido el análisis, planteamiento y resolución del problema al que nos enfrentábamos. Para calcular el coste que nos supone la contratación de un Ingeniero de Organización Industrial, hemos tenido en cuenta el coste anual de un ingeniero y con este coste hemos calculado el coste que hemos tenido en el proyecto al calcular el coste horario por el número de horas que ha trabajado.

No hemos necesitado de la contratación de más empleados de otras áreas de trabajo, ya que un ingeniero de Organización industrial tiene las capacidades necesarias para afrontar este trabajo fin de grado.

Costes de contratar a un ingeniero

Lo primero que haremos será el cálculo de los costes de la seguridad social de los que se tiene que hacer cargo la empresa. En la siguiente tabla podremos ver estos costes desglosados. Tomando como salario bruto del ingeniero 23500€.

SEGURIDAD SOCIAL A CARGO DE LA EMPRESA		
RAZÓN	TIPO	COSTE (€)
Cotización por contingencias comunes	22,5	5287,5
Desempleo de tipo general	6	1410
Fogasa	0,3	70,5
Formación profesional	0,6	141
AT y EP	1	235
TOTAL	30,4	7144

Tabla 5.5 Seguridad Social a Cargo de la Empresa

Como ya tenemos calculado la seguridad social a cargo de la empresa y sabemos el salario bruto podremos saber el coste anual que tiene el trabajador. Este coste total lo mostramos en la siguiente tabla.

COSTE ANUAL DEL INGENIERO	
RAZÓN	COSTE(€)
Salario bruto	23500
Seguridad Social a cargo de la empresa	7144
TOTAL	30644

Tabla 5.6 Coste Anual de un Ingeniero

Después de tener el coste anual que nos supone la contratación de un Ingeniero de Organización Industrial, necesitaremos conocer su coste horario. Para hallar este coste horario necesitaremos saber las horas reales que trabaja un ingeniero por año, este lo hemos calculado en la siguiente tabla.

DÍAS EFECTIVOS TRABAJADOS POR AÑO	
RAZÓN	TIEMPO (días)
Días año	365
Sábados y Domingos	-105
Días de vacaciones	-22
Días festivos	-12
Días perdidos	-8
Total días efectivos trabajados	218
HORAS EFECTIVAS TRABAJADAS POR AÑO	
Días efectivos trabajados*8h/día	1744

Tabla 5.7 **Días Efectivos Trabajados por Año**

Después de hallar las horas efectivas que trabaja un ingeniero en un año podemos proceder a calcular el coste horario que tiene.

$$Coste\ horario\ Ingeniero = \frac{30644}{1744} = 17{,}57€/hora$$

Horas que trabaja en la realización del trabajo fin de grado

Una vez tenemos el coste horario que tiene contratar a un Ingeniero de Organización Industrial, podemos hacer una estimación de los costes que hemos tenido en la realización del proyecto y posteriormente calcular el coste total de contratar a dicho ingeniero.

COSTE PERSONAL		
FASE	TIEMPO (HORAS)	COSTE (€)
Recopilar información y definir los requerimientos	42	737,94
Estudiar los problemas de localización en el sector público y privado	60	1054,20
Conseguir el software necesario para su resolución	20	351,40
Implementación y resolución de los problemas de localización de los casos seleccionados	85	1493,45
Analizar los resultados obtenidos	48	843,36
Realizar la documentación	95	1669,15
TOTAL	350	6149,50

Tabla 5.8 **Coste del Personal**

Como podemos en la tabla el coste total de contratar a un Ingeniero de Organización Industrial para la realización de este trabajo fin de grado asciende a 6149,50€.

5.3.1.4 COSTES TOTALES DIRECTOS

Llegamos a la última fase del cálculo de los costes directos, es decir, ahora tenemos que calcular cuales han sido nuestro costes directos totales. En la siguiente tabla podemos ver el desglose de costes directos y su suma total.

COSTES DIRECTOS	
RAZÓN	COSTE (€)
Materiales consumibles	184,00
Amortizaciones	279,30
Coste persona	6149,50
TOTAL	6612,80

Tabla 5.9 Costes Directos

Por lo que los Costes Directos Totales suman la cifra de 6612,80€.

5.3.2 COSTES INDIRECTOS

Llamamos costes indirectos a los gastos que necesitamos para llevar a cabo el trabajo fin de grado, pero que no podemos sumar a los costes por la producción del mismo. En la tabla que se muestra a continuación se encuentran desglosados todos los costes indirectos que ha habido para la realización de este trabajo fin de grado.

COSTES INDIRECTOS	
RAZÓN	COSTE (€)
Electricidad	150
Alquiler oficina	600
Conexión internet	105
Otros	150
TOTAL	1005

Tabla 5.10 Costes Directos

Entonces los costes indirecto totales son 1005€.

5.4 COSTES TOTALES DEL TRABAJO FIN DE GRADO

Los costes totales que tiene el trabajo fin de grado serán la suma de los costes indirectos y los costes directos. Esta suma la podemos en la siguiente tabla.

COSTES TOTALES	
RAZÓN	COSTE (€)
Costes directos	6612,80
Costes indirectos	1005,00
COSTES TOTALES	7617,80

Tabla 5.11 Costes Totales

Por lo tanto el Coste Total de realizar el trabajo fin de grado asciende a un total de 7617,80€.

5.5 EVALUACIÓN DEL PRECIO DE VENTA

Como ya hemos calculado el coste total que nos va a suponer la realización del trabajo fin de grado, vamos a proceder a estimar el precio por el cual lo venderíamos. Para calcular este precio de venta vamos a incluir un beneficio de un 17% además de añadir el IVA.

$$Precio\ de\ Venta = 7617{,}80 \cdot 1{,}17 \cdot 1{,}21 = 10517{,}14€$$

6 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

6.1 CONCLUSIONES

Una vez realizado el estudio computacional y el posterior análisis del problema de localización sin capacidades, hemos examinado los datos que nos ha proporcionado el programa en los diferentes programas que hemos introducido en él y las conclusiones que tenemos de este Trabajo Fin de Grado son:

- Los métodos exactos solo son eficientes para problemas de un tamaño pequeño, debido a que en problemas más grandes, tardan mucho en ejecutarse y necesitan gran cantidad de memoria de almacenamiento.

- Los diferente métodos que hemos realizado han dado muy buenos resultados para problemas de un tamaño pequeño. Siendo los métodos exactos los que han obtenido mejores resultados.

- En los métodos exactos el que mejor resultados obtiene es el realizado con Relajación lineal fuerte más Brach and Bound, en detrimento de la Relajación lineal débil.

- En los problemas más grandes necesitamos de los métodos heurísticos ya que conseguimos resultados bastantes buenos y en un tiempo mucho menor y no necesitan tanta capacidad de almacenamiento.

- Todos los métodos no nos cuestan lo mismo económicamente hablando. Ya que para los métodos exactos necesitamos poseer un Solver como en nuestro caso Xpress donde implementarlos y ejecutarlos, además del mayor tiempo que requiere su ejecución. Estos softwares son bastante caros y poco asequibles para las compañías. En cambio, para implementa y ejecutar los métodos heurísticos existen herramientas y tecnologías gratuitas y de fácil adquisición.

- Además en los métodos exactos necesitamos conocer un lenguaje específico y menos común como es Mossel. En cambio para implementar los métodos heurísticos lo podemos hacer en leguajes mucho más comunes como c.

Conforme hemos ido avanzando en la realización del Trabajo Fin de Grado, hemos ido cumpliendo los diferentes objetivos que nos propusimos:

- Hemos profundizado y desarrollado la gran importancia de la logística en el mundo de hoy en día.

- Hemos hecho una introducción a los modelos de localización del sector público y privado

- Hemos estudiado detenidamente y en profundidad el problema del sector privado de localización sin capacidades, elaborado un método para su posterior solución.

- Hemos resuelto el problema de localización sin capacidades.

- Hemos conseguido unos buenos resultados del método que hemos resuelto, analizando los resultados obtenidos y exponiendo a las conclusiones que hemos llegado tras la resolución de dicho método.

6.2 LÍNEAS FUTURAS

Algunas de las futuras líneas de investigación que pueden estar relacionadas con este Trabajo Fin de Grado pueden ir enfocadas a ampliar el estudio que se ha realizado o a compararlo con otros métodos con los que poder resolverlo. En este Apartado vamos a resumir varias de las mejoras que pueden realizarse en este Trabajo Fin de Grado o alguna alternativa interesante:

- Se puede mejorar este Trabajo Fin de Grado introduciendo otros métodos de resolución, como podrían ser: búsqueda local, algoritmos genéticos, redes neuronales, búsqueda tabú, recocido simulado…
- Se podría mejorar el estudio realizando en este trabajo, resolviendo y haciendo paralelamente un estudio de los problemas de localización con capacidades para posteriormente compararlos con los resultados que hemos tenido ahora.
- Otra mejora podría ser el resolver alguno de los problemas del sector público (set covering, cubrimiento total o Pmediana) y posteriormente hacer una comparación entre los métodos resueltos y los resultados obtenidos en este Trabajo Fin de Grado.
- Otra alternativa podría ser intentar resolver algún problema real con el algoritmo que hemos creado en este Trabajo Fin de Grado.

BIBLIOGRAFÍA

Ballou, R.H. (2004) "Logística: Administración de la cadena de suministro" México: Pretice Hall, INC.

Beasley J.E. (1993) "Lagrangean heuristics for location problems" European Journal of Operational Research, 65: 383-399

Bosque, J. y Moreno A. (2004), "Sistemas de Información Geográfica y localización de instalaciones y equipamientos, Ra-Ma Editorial.

Chan, Y (2005), "Location, Transport and Land-Use. Modelling Spatial-Temporal Information" Springer.

Cornuejols, G., Nemhauser. G.L. y Wolsey, L.A. (1990) "The Uncapacitated Facility Location Problem" en P.B. Mirchandani y R.L. Francia (eds), Discrete Location Theory, 119-171, Willey

Daskin, M.S. (2010) "Service Science" John Wiley & Sons.

Daskin, M.S. (2013) "Network and Discrete Location, Models, Algorithms and Applications" Second editionNew York: John Wiley & Sons, INC.

David Corne, Marco Dorigo, Fred Golver. (1999) "New Ideas in Optimization" McGraw Hill,

Díaz, A. et al. (1996) "Optimización Heurística y Redes Neuronales" España: Editorial Paraninfo S.A.

Eiselt, H.A. y Marianov, V. (2011) "Foundations of Location Analysis" Springer.

Farahani, R.Z and Hekmatfar, M (2009) "Facility Location. Concepts, Models, Algorithms and Case Studies" Physica-Verlag

FICO Xpress-Mossel. Lo encontramos en: http://www.fico.com/en/products/fico-xpress-optimization. Último acceso: Junio de 2018

Gianpaolo Ghiani, Gilbert Laporte y Roberto Musmanno (2004) "Logistics Systems Planning and control"John Wiley & Sons

Guta, Berhanu, (2003)" Subgradient Optimization Methods in Integer Programming with an Application to a Radiation Therapy Problem" University os Kaiserslautern, Ph. D. Thesis

Held, M., Wolfe, P., Crowder, H.P. (1974) "Validation of Subgradient Optimization" Mathematical Programming

Joao C. Teixeira, Antonio P. Antunes, Joaquín J. Júdice, Pedro C. Martins "Solving facility location models with modern optimization software: the weak and strong formulations revisited"

Kratica, J., Tosic, D., Filipovic, V. and Ljubic, I. (2001) "Solving the simple plant location problema by genetic algorithm" RAIRO Operations Research 35:127-142

Li, I.H., Liao, I.E y Wu, F.N. (2010) "An Uncapacitated Facility Location Based Cluster Hierarchy Scheme on Wireless Sensor Networks" WSEAS Transactions on Communications

López Nestar, Alberto (2011) "Problemas de localización con costos fijos: algotitmos exactos y heurísticos. Estudio computacional comparativo"

Lozano Rojo, J.R. (2002) "Cómo y dónde optimizar los costes logísticos" España: Fundación Confemetal

Martí Cunquero, R. (2003) "Algoritmos Heurísticos en Optimización Combinatoria" Universitat de Valencia

Max Planck Institut Informatik. Disponible en: "http://resources.mpiinf.mpg.de/departments/d1/projects/benchmarks/UflLib/index.html" Último acceso: Julio 2018

Moustakas, Clark (1990) "Heuristic Research: Design, Methodology and Applications" Sage Publications

OR-Library. Lo encontramos en: http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html. Último acceso: Junio de 2018

Pardalos, P.M., Resende, M.G.C (2001) "Handnook of Applied Optimization" Oxford University Press

Rardin, R.L. (1998) "Optimización in Operations Research" U.S.A: Prentice Hall

Real Academia Española. Lo encontramos en: http://www.rae.es/. Último acceso: Julio de 2018

Resende, M.G.C. y Feo, T.A. (1995) "Greedy Randomized Adaptive Search Procedures" Journal of Global Optimization, 6: 109-133

Seguridad Social. Lo encontramos en: http://www.seg-social.es/Internet_1/index.htm. Último acceso: Junio de 2018

Thizy, J.M., Van Wassenhove, L.N. y Khumawala, B.M (1985) "Comparison of Exact and Approximate Methods of Solving the Uncapacitated Plant Location Problem" Journal of Operations Management, 6(1):23-34

Ulukan, Z. y Demircioglu, E. (2015) "A Survey of Discrete Facility Location Problems" Word Academy of Science, Engineering and Technology Internacional Journal of Industrial and Manufacturing Engineering Vol: 9, No: 7