



Universidad de Valladolid

DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES, SOCIALES Y DE LA
MATEMÁTICA

TRABAJO FIN DE GRADO: LOS PRIMEROS PASOS CON ABN

Presentado por **MARÍA DEL ROCÍO HERVÁS MORENO** para optar al Grado de Educación
Infantil por la Universidad de Valladolid.

Tutelado por **TOMÁS ORTEGA.**

Contenido

CAPÍTULO I	1
I.1 INTRODUCCIÓN	1
I.1.1 Introducción:	1
I.1.2 Currículo del segundo ciclo de educación infantil en la comunidad de castilla y león:	2
CAPÍTULO II	5
II.1 DESCRIPCIÓN DEL MARCO TEÓRICO	5
II.1.1 Dificultades de las matemáticas.....	5
II.1.2 Potencialidades del alumno de Educación Infantil	7
II.1.3 El sentido del número en el método ABN.....	9
II.1.4 La actividad de contar en ABN	10
II.1.5 Subitización	20
II.1.6 Estimación	22
II.1.7 Introducción de la decena en ABN.....	23
II.1.8 Representación de los números con método ABN	23
II.1.9 Ordenación y comparación de números con ABN	25
II.1.10 Las transformaciones de los números en ABN.....	26
II.1.11 El cálculo mental	28
II.1.12 Relación entre cálculo mental y método abierto basado en números.....	31
CAPÍTULO III	33
III.1 MARCO METODOLÓGICO.....	33
CAPÍTULO IV:	37
IV.1 DESARROLLO DE LA DOCENCIA Y APORTACIONES.....	37
CAPÍTULO V	47
V.1 VALORACIÓN DE LA PROFESORA	47
CAPÍTULO VI	49
VI.1 CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN PERSONAL.....	49
CAPÍTULO VII.....	51
VII.1 BIBLIOGRAFÍA.....	51

CAPÍTULO I

I.1 INTRODUCCIÓN

En este primer punto, se muestra una introducción acerca de este trabajo de Fin de Grado, y los objetivos y contenidos en relación a la etapa de Educación Infantil.

I.1.1 Introducción:

Para la realización del Trabajo de Fin de Grado, he escogido el área de las matemáticas, más concretamente la utilización del Método Abierto Basado en Números (ABN), creado por Jaime Martínez Montero, estudiando su utilización en la etapa de Educación Infantil.

Las matemáticas es un ámbito que se encuentra en la vida de todos los niños, que se aplica continuamente en diversas situaciones de su entorno, por ello es algo natural que los niños empiezan a tratar con los números y formas geométricas desde edades muy tempranas. Por ejemplo se encuentran con triángulos, círculos en las señales de tráfico, el colegio está más lejos o más cerca que la casa de los abuelos, el autobús va vacío o lleno, debe de repartir golosinas con los amigos o familiares, cuántos años tiene él o su hermanito, conteo de elementos de conjuntos habituales... Por ello, las propias vivencias del alumno tienen que ser la fuente que dé sentido a las matemáticas y, la enseñanza debe partir de ellas.

En esta etapa de Educación Infantil, aún nos encontramos en el campo de los aprendizajes informales, que surgen de las experiencias espontaneas de los niños y son las que se deben aprovechar en la docencia. Son muy relevantes porque se basan en hechos vividos por los niños y están interiorizadas de manera natural.

En el entorno escolar, aparte de surgir las matemáticas de manera espontánea, es preciso hacer matemáticas preparadas y sistemáticas, siendo así más controladas por los docentes para llegar a potenciar todos los aprendizajes que los niños son capaces de crear.

He querido centrarme en este método de enseñanza, puesto que en mis primeras prácticas, he podido observar las primeras pinceladas que la profesora introducía a sus alumnos trabajando con ABN.

El método ABN pretende sustituir las tareas de cálculo que se realizan de manera repetitiva, suavizar las dificultades matemáticas que se presentan, evitar el aprendizaje memorístico vacío sin adquirir un conocimiento del número fundamentado. Siendo conscientes que sí es posible calcular de otra manera más motivadora que capte la atención de los más pequeños, más fácil, más conectada con el pensamiento que tienen los niños en la edad que se encuentran, más adaptada a sus futuras necesidades, es decir, llevando a cabo la práctica más eficaz para que los niños alcancen la competencia matemática y sepan llevarla a cabo de manera natural.

I.1.2 Currículo del segundo ciclo de educación infantil en la comunidad de castilla y león:

El Decreto 122/2007, (BOCYL del 27/12/2007), describe el currículo de la etapa de Educación Infantil. A continuación se exponen los objetivos y contenidos de las áreas correspondientes en cuanto al tema propuesto en este TFG tomados del citado BOCYL.

II: Conocimiento del entorno:

Objetivos:

- 1) Identificar las propiedades de los objetos y descubrir las relaciones que se establecen entre ellos a través de comparaciones, clasificaciones, seriaciones y secuencias.
- 2) Iniciarse en el concepto de cantidad, en la expresión numérica y en las operaciones aritméticas, a través de la manipulación y la experimentación.

Contenidos:

Bloque 1. Medio físico: elementos, relaciones y medida.

1.1. Elementos y relaciones.

- 1) Colecciones, seriaciones y secuencias lógicas e iniciación a los números ordinales.

1.2. Cantidad y medida.

- 1) Utilización de cuantificadores de uso común para expresar cantidades: mucho-poco, alguno-ninguno, más-menos, todo-nada.

- 2) Aproximación a la serie numérica mediante la adición de la unidad y expresión de forma oral y gráfica de la misma.
- 3) Utilización de la serie numérica para contar elementos de la realidad y expresión gráfica de cantidades pequeñas.
- 4) Composición y descomposición de números mediante la utilización de diversos materiales y expresión verbal y gráfica de los resultados obtenidos.
- 5) Realización de operaciones aritméticas, a través de la manipulación de objetos, que impliquen juntar, quitar, repartir, completar...
- 6) Identificación de situaciones de la vida cotidiana que requieren el uso de los primeros números ordinales.
- 7) Reconocimiento de algunas monedas e iniciación a su uso.
 - 8) Utilización de las nociones espaciales básicas para expresar la posición de los objetos en el espacio (arriba-abajo, delante detrás, entre ...).
 - 9) Reconocimiento de algunas figuras y cuerpos geométricos e identificación de los mismos en elementos próximos a su realidad

CAPÍTULO II

II.1 DESCRIPCIÓN DEL MARCO TEÓRICO

En este apartado se describen los aspectos del marco teórico relacionados con las dificultades de la materia, con las potencialidades del alumnado, todos los contenidos en relación al método ABN, el cálculo mental, y por último, una relación entre el método ABN y el cálculo mental.

II.1.1 Dificultades de las matemáticas

A continuación se exponen las dificultades que tienen que ver con la materia y con su enseñanza. Para ello se va a utilizar las reflexiones de varios autores.

- **De la materia**

En la actualidad, poco a poco se está consiguiendo cambiar el pensamiento sobre las matemáticas, pero existen gran cantidad de comentarios que critican esta disciplina, y socialmente les llevan a considerar otros contenidos y proyectos de vida porque según estos planteamientos el sujeto se tiene que enfrentar a otros planteamientos educativos más asequibles.

Servais, W (1980) expuso diferentes razones por las que algunos autores consideran que la matemática es tan difícil para algunos niños. Tales razones se describen a continuación:

1. Nivel de abstracción: los niños tienen que estudiarla cuando su nivel de desarrollo mental está aún lejos de alcanzar la capacidad de abstracción.
2. Carácter acumulativo: cualquier estadio de dominio que se alcance requiere tener activos y sabidos todos los estadios anteriores. Al ser una materia tan acumulativa requiere una gran memoria sintética.

3. Necesidad de un maestro: en Educación Infantil, se vivió una época ingenua, en la que se extendió la moda de que el niño de cuatro y cinco años podía aprender matemáticas solo, y que con ponerle en el rincón de las matemáticas era suficiente. Se creía que con la libertad que tenían los alumnos de manipular materiales, iban a generar saberes y conceptos, y que con esa manipulación los conceptos se instalarían en su cerebro. Desgraciadamente, esto no fue así, y hoy en día está claro que no solo hace falta un iniciador en el campo de las matemáticas, sino que si queremos que la educación que reciba el niño sea buena, el docente debe de ser un buen profesional en este campo.
4. El vivir diario aporta poco material para el estudio de la matemática: si es verdad, que la manipulación de objetos de la vida cotidiana, favorece la adquisición de estos conceptos. Pero no es como el uso del lenguaje, que se está trabajando continuamente. Nos encontramos con menos situaciones que favorezcan el uso de combinaciones matemáticas.
5. Elevado nivel de concreción: esta materia no es como otras, que se puede inflar el contenido, en las matemáticas, o se sabe o no se sabe.

- **De su enseñanza**

Enseñar matemáticas influye notablemente en el aprendizaje de esta materia y en este sentido Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) exponen algunas de las prácticas escolares poco recomendables. En este trabajo se consideran importantes y, por esta razón, se transcriben a continuación:

1. La arreferencialidad: la tendencia de estudiar la matemáticas al margen de la experiencia del alumno. Es igual que enseñar a hablar a base de ejercicios sintácticos. Los alumnos deben de estar en contacto y hacer referencia a datos, hechos, materiales y acciones de la vida diarios y de sus experiencias.

2. Cálculo ciego y memorístico: el niño aprende de memoria los números, sus combinaciones básicas, las reglas de las operaciones y las aplica sin ninguna reflexión.
3. Carencia de flexibilidad: la forma tradicional de trabajar los números y operar es absolutamente rígida, idéntica para todos, sean cual sea las capacidades de cálculo de un alumno o de otro.
4. Uso inadecuado de las fichas, los libros de texto y los cuadernos de trabajo.
5. Uso de técnicas de cálculo completamente obsoletas ya que no se enseña a calcular, sino a hacer cuentas. No se desarrollan las destrezas innatas de cálculo con las que venimos al mundo los seres humanos, sino que se aprenden instrucciones de memoria para hacer cuentas.
6. Escasa atención a las posibilidades de la numeración: los niños no saben distinguir entre cifra de las decenas y número de decenas, cuando hacen las operaciones tratan los diversos órdenes como si fueran unidades simples. No saben descomponer o componer un número si no es de la forma rutinaria de unidades-decenas-centenas.

II.1.2 Potencialidades del alumno de Educación Infantil

Los años en el que un niño está en educación infantil supone el máximo crecimiento a nivel cognitivo. Por ello, es una etapa para ser aprovechada, especialmente, porque en los años posteriores el niño no dispone de estas condiciones tan favorables.

En estos primeros años, el niño de Educación Infantil es un precoz y hábil matemático, teniendo un nivel superior de lo que solemos imaginar, saben más de lo que son capaces de expresar, comprenden más de lo que a veces captan sus educadores, Los alumnos traen al colegio muchos conocimientos, que deben de ser descubiertos para pasarles de lo informal a lo formal., es decir, se debe de ir abriendo el círculo relacional del niño.

Hay en ocasiones, que el maestro observa que un niño no sabe, y cree que es irremediable, pero antes de llegar a esta conclusión el maestro se debe de plantear otras actuaciones

docentes. Martínez Montero y Sánchez Cortés, C (2011) consideran las siguientes situaciones que debieran ser tenidas en cuenta por los profesores y se transcriben a continuación:

1. La falta de madurez: si los ritmos de maduración no coinciden con los periodos cronológicos establecidos en el calendario, en Educación Infantil se dan diferencias en el tiempo vivido que hace que aumenten estas diferencias.
2. La falta de capacidad de expresión: el niño sí puede saber lo que se le pregunta, si puede entender que se espera de él o que se espera que diga, pero no es capaz de expresarlo, de decirlo, de hacerlo.

DIFERENCIAS	
Falta de madurez	Falta de capacidad de expresión
Implica la imposibilidad absoluta de realizar la tarea o cumplir el encargo o desarrollar la conducta requerida.	Es el insuficiente dominio del instrumento verbal para contar o expresar algo que si sabe hacer.

3. La falta de oportunidades de aprendizaje: en muchas ocasiones el niño no sabe hacer algo no porque no sea capaz de ello, sino porque no ha tenido nunca oportunidad de aprenderlo. Por ello, antes de decir que un niño no sabe hacer una cosa, debemos de darle la oportunidad de que la aprenda.
4. La enseñanza inadecuada: el niño no sabe algo que debería dominar porque cuando se le enseñó y no lo aprendió se desarrolló ese proceso de manera inadecuada. Cuando un niño no aprende, lo primero que nos debemos de plantear es si se lo hemos enseñado bien.
5. El niño tiene dificultades para aprender: los niños con menos capacidad no son incapaces de aprender. Lo que ocurre es que requieren más tiempo, más desmenuzamiento de la tarea, requiere, más esfuerzo la fijación de las destrezas o las conductas que se quiera inculcar.

II.1.3 El sentido del número en el método ABN

Para Doman (1981), todas sus actividades propuestas en su libro, iban orientadas para que fuesen desarrolladas por niños desde edades muy tempranas. Todas tenían algo en común, y es que no eran las grafías de los números lo que llamaban la atención de los niños, sino cantidades concretas que aparecían representadas en círculos.

Según Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011, pág 37), podemos entender como número, a “una capacidad intuitiva numérica que nos acompaña y se manifiesta en todo nuestro desarrollo”. Esto permitirá:

- Ser conscientes del número de objetos que se presentan. Esta manifestación aparece desde edades muy tempranas.
- Poder comparar dos o más conjuntos. Esto se manifiesta desde bebés, puesto que ya son capaces de elegir entre dos colecciones, la que tiene más.

Para que se pongan en manifiesto estas capacidades, deben participar tres características que acompañan a todo acto de intuición:

- La instantaneidad.
- La automaticidad: cuando se produce la conducta sin procesos previos de liberación.
- La inaccesibilidad a la capacidad de poder explicar lo que se hace

El entendimiento de la numerosidad se da a través de tres procesos de carácter cognitivo:

- La subitización: es la capacidad de entender de manera refleja el cardinal de un conjunto. Ocurre de manera espontánea y se manifiesta cuando el cardinal de un conjunto es muy reducido y cuando sus elementos se presentan con una determinada configuración. Sólo es posible hasta 5 elementos.
- La estimación o aproximación.
- El conteo. Los principios de este proceso fue establecido por Gelman y Gallistel (1978), y se refieren a la destreza de los alumnos para establecer una correspondencia uno a uno de cada uno de los elementos que contiene un conjunto con la lista de los números naturales. Como por ejemplo la utilización de los dedos señalando los objetos de uno en uno a la vez que pronuncian los nombres de la lista numérica.

II.1.4 La actividad de contar en ABN

a) Iniciación en el número. El lugar del conteo

Existen grandes cantidades de hitos que se siguieron hasta llegar al sistema de numeración que tenemos hoy en día. Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) consideran los siguientes:

1. Etapa de los cuantificadores gruesos: con ello, hace referencia a lo que ahora conocemos como muchos, pocos... en esta primera etapa no se creía que el pensamiento numérico tuviera muchos más matices. Existían un predominio de las dimensiones perceptibles, es decir, si había muchos el bulto tenía que ser mayor.
2. Etapa de los nombres: los objetos se iban a ir enumerando por sus nombres, es decir, los conjuntos de diferentes clases se empezaba diciendo el nombre de uno, luego el de otro... esto era sencillo si el conjunto era pequeño, ya se complicaba si el conjunto era más grande.
3. Etapa de las comparaciones: restringidas y amplias: su finalidad fue determinar el número de las colecciones por comparación con otras. La fase restringida se refiere a cuando el conjunto a comparar solo era conocido por algunos miembros, y la fase amplia, cuando ya el conjunto era conocido por toda la comunidad.
4. Etapa de las marcas: esto ya supuso un salto cualitativo, y se estableció el cardinal de grandes colecciones. Consistía en hacer una marca por cada objeto.
5. Etapa de las abreviaciones de las marcas: consistía en introducir una señal especial que simplificaba el recuento. Por ejemplo, cuando tenían 5 cantos pequeños, le sustituían por uno mayor.
6. Etapa de la sustitución de las marcas por los signos: cada marca se sustituye por un signo determinado, en el caso de Roma, los signos correspondían a las letras. Lo que conocemos como números romanos: I, V, X...
7. Sistema posicional e invención del cero: es la etapa de los números arábigos, traídos desde la India. El hallazgo del cero, supuso redefinir el valor posicional.

Para Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011), la secuencia de aprendizaje de los primeros números consta de los siguientes pasos. Éstos se interpretan a continuación:

- 1) Búsqueda de conjuntos equipotentes: buscar conjuntos coordinables entre sí (que tengan el mismo número de elementos). Para ello se puede trabajar de tres maneras diferentes:
 - a. Emparejamiento de conjuntos equivalentes (coordinables): se presentan conjuntos de distintos objetos, pero que a cada conjunto tengan el mismo número de objetos, y ellos deberán de unir los equivalentes. Como se puede apreciar en la figura II.1.

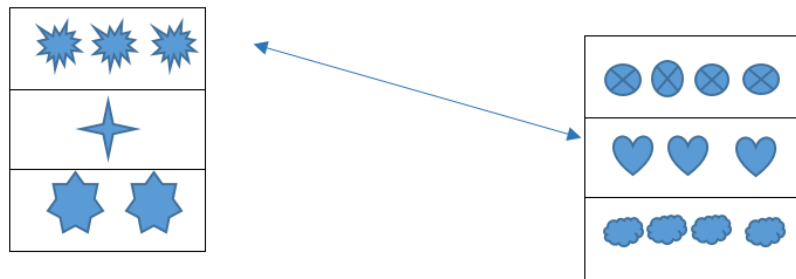


Figura II.1 Emparejamientos equivalentes.

- b. Búsqueda de conjuntos equivalentes a uno dado: el niño observará un conjunto, y con un material diferente deberá de hacer una equivalencia. Esto se puede observar en la figura II.2.

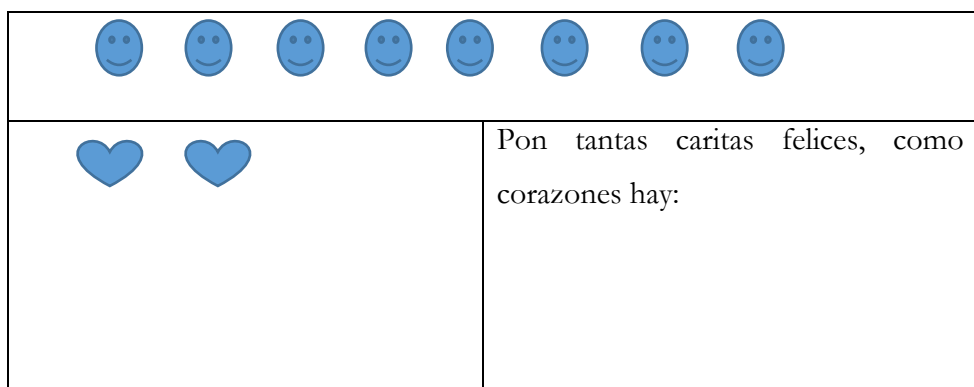


Figura II. 2 Búsqueda de conjuntos equivalentes.

- c. Creación de un conjunto y búsqueda de su equivalente (coordinables): debe de crear dos conjuntos con diferentes materiales. Como se observa en la figura II.3.

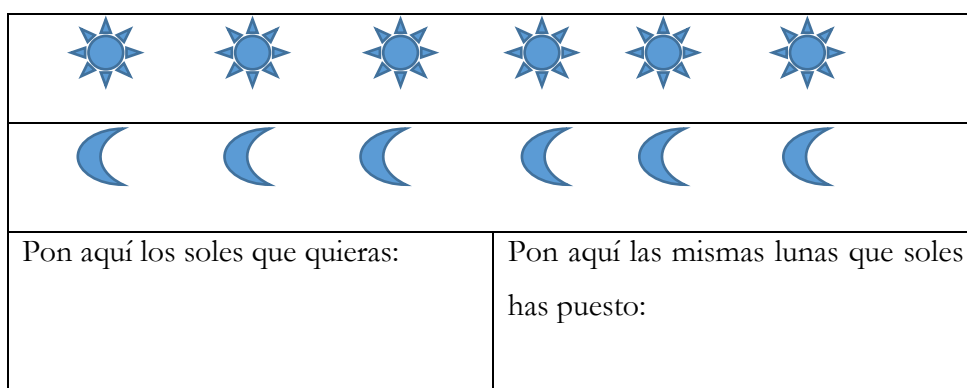


Figura II. 3 Creación de conjuntos.

- 2) Establecimiento de un patrón físico:
 - a. Establecimiento de referentes físicos comunes con significado: consiste en sustituir el ejercicio anterior por cualquier cosa del mundo que le rodea. Por ejemplo: 4 las patas de un perro, 5 los dedos de una mano...
 - b. Establecimiento de referentes físicos comunes sin significado: crear un patrón, pero sin significado. Por ejemplo atar a una cuerda un cartel indicando un número, y deberán de meter las bolas correspondientes.
- 3) Ordenamiento de patrones:
 - a. Equivalencias entre conjuntos-patrones: saber diferenciar cuales son iguales y cuáles no. Y observar que los no iguales, se pueden diferenciar por muy poco.
 - b. Búsqueda de conjuntos-patrones vecinos: lo que se llama “vecinos”. Se conoce como vecino a aquel conjunto que tenga un elemento más o un elemento menos. Pueden ser “vecinos del piso de arriba”, o “vecinos del piso de abajo”.
 - c. Encadenamiento de patrones vecinos: consiste en buscar todos los “vecinos de abajo” y todos los “vecinos de arriba”, y ser capaces de ordenarlo.
- 4) Diversidad de apariencias en patrones: en la etapa de educación infantil, son muy diversos los tipos de patrones que se pueden emplear para trabajar los primeros números. Algunos ejemplos son: los dados para trabajar hasta el 6, las manos que nos permiten recorrer del 0 al 10 o las cartas, que podemos encontrarlos números del 1 al 7, e incluso ver distintos entre sí como son las copas, oros, espadas y bastos.

- 5) Aplicación de la cadena numérica: en este paso, ya se le asigna el nombre de un número a cada elemento.

b) Introducción al conteo

Desde edades muy tempranas, los niños tienen un gran interés por contar, llegan a contar hasta lo que no saben. Este deseo de estar continuamente contando, es lo que representa su capacidad intuitiva, y que está lista para desarrollarse, por ello, nosotros como docentes, debemos de presentarles las situaciones favorables para desarrollarlo adecuadamente. Por ejemplo con preguntas de cuantos ojos, cuantas orejas, cuantas manos....

El dominio de la cadena numérica, pasa por cinco niveles, que deben de desarrollarse progresivamente. Éstos son descritos por Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) y se reinterpretan a continuación:

- Nivel cuerda: en este nivel, se encuentran los alumnos que pueden llegar a recitar un trozo de la cadena numérica pero siempre empezando desde el número uno, y sin saltarse ningún número, es decir, en orden. No tienen el significado del sentido de la acción de contar, y les da igual decir siete, que techo, uniendo el final de un número con otro, puesto que no llegan a hacer distinciones.
- Nivel cadena irrompible: en este nivel, los niños ya diferencian la frontera entre un número y otro, sin mezclar sílabas de diferentes números. Sigue necesitando empezar a contar desde el número uno, si no lo hace así, no es capaz. Para llegar a conseguir un resultado, se debe de trabajar mucho con ese ejercicio, por ejemplo, lo observamos cuando se le pide contar cinco dedos de una mano más tres de la otra, aunque sabe que en una mano completa se tienen cinco dedos, el niño les contará uno a uno.
- Nivel cadena rompible: en este nivel, ya es capaz de empezar a contar desde cualquier número que se indique.
- Nivel de cadena numerable: es capaz de contar desde cualquier número, y contar los eslabones determinados y paras cuando corresponde, es decir, se le pide que cuente desde el número dos, tres eslabones, y cuando llega al cinco, se para. En este momento es cuando están preparados para contar de manera salteada, por ejemplo de dos en dos, o iniciarse en las sumas....

— Nivel cadena bidireccional: es el último nivel al que pueden llegar. Es como el nivel anterior, pero puede aplicarlo de arriba abajo, o de abajo arriba.

Existen cinco principios básicos del conteo, que gracias a esto se puede construir el concepto de número de una manera adecuada. Estos principios fueron desarrollados por los autores Gelman y Gallistel (1978) y se reinterpretan a continuación:

1. Correspondencia uno a uno: los objetos se tienen que contar una sola vez, y nombrando al objeto estableciendo una correspondencia con el número que le corresponde en la secuencia.
2. Irrelevancia del orden: el orden que ocupa cada objeto en el espacio, no influye para saber cuántos hay. Los niños deben de saber, que no importa si empezamos a contar por arriba, por abajo, por la derecha o por la izquierda, porque siempre en la misma colección habrá el mismo número de objetos.
3. Orden estable: se deben adjudicar las mismas etiquetas del nombre del número de la misma manera. Es decir, el primero que contamos siempre será el uno, el siguiente el dos y así sucesivamente. Los niños desde los tres o cuatro años son conscientes si se ha variado la secuencia, cuando por ejemplo escuchan uno, tres, dos, cuatro... en edades anteriores pueden variar el orden sin importarles.
4. Cardinalidad: el último número nombrado es el que indica cuantos objetos tiene la colección. Se puede hacer más énfasis al nombrar dicho número para que se den cuenta de ello.
5. Abstracción: el número de la serie es independiente a las cualidades que tenga el objeto. Esto quiere decir, que dará igual contar mesas, que animales.

Para que los niños cuenten de manera adecuada, se debe comenzar por un primer paso, como es la asignación del nombre de un número a un objeto. Y en Educación Infantil se debe de disponer los objetos de tal manera que se les permita a los alumnos ir ampliando el grado de dificultad, a esto nos referimos, que el alumno debe de pasar por cuatro etapas de disposición de los objetos, para Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011), son las siguientes:

ETAPA 1: los objetos están alineados, y saben cuál es el principio y cuál es el final.

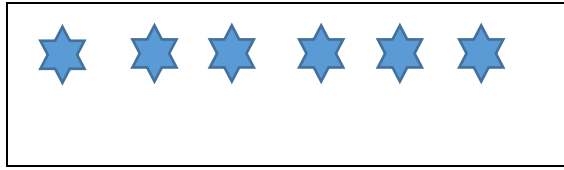


Figura II. 4 Etapa 1 sobre la disposición de los objetos.

ETAPA 2: la alineación debe de estar bien expresada, como la anterior, pero no está marcado cual es el principio y cuál es el final, es decir, pueden empezar por donde deseen y acordarse donde empezaron para acabar en él.

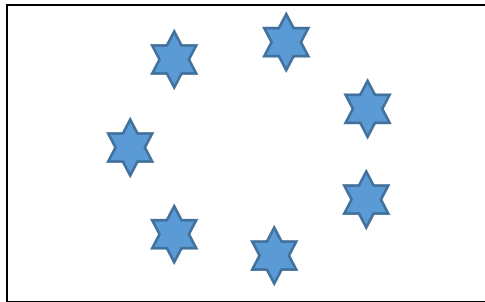


Figura II. 5 Etapa 2 sobre la disposición de los objetos.

ETAPA 3: se añade una nueva dificultad y son dos alineaciones que se cruzan, una horizontalmente y otra vertical. Deben de ser conscientes, que comparten un mismo objeto y que solo debe de ser contado una vez.

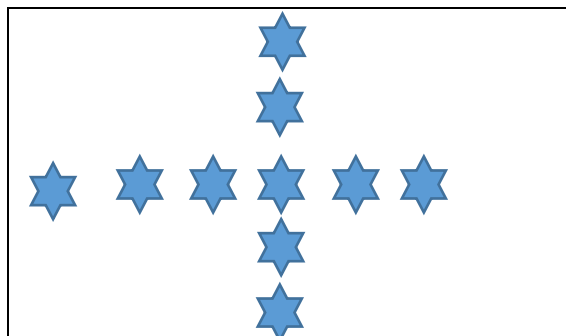


Figura II. 6 Etapa 3 sobre la disposición de los objetos.

ETAPA 4: los objetos ya no aparecen en ningún orden, y deben de determinar donde empiezan, y diseñar un plan para estructurar la imagen y no repetir los elementos ya contados.

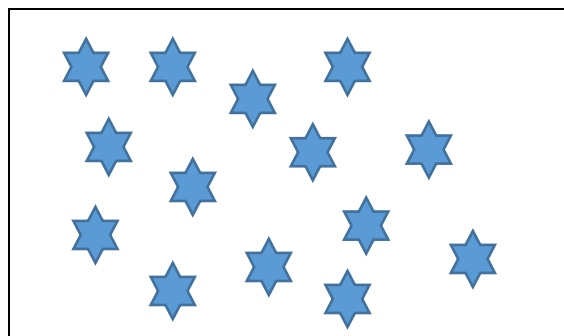


Figura II. 7 Etapa 4 sobre la disposición de los objetos.

c) El conteo: cadena numérica

- Dominio de los niveles 2 y 3 de la cadena numérica:

Debemos de recordar que el nivel 2 o cadena irrompible es aquel en el que ya son capaces de superar la sucesión ininterrumpida de sonidos y recitan los números de manera correcta. Aunque todavía el niño para decir la cadena numérica debe de empezarla desde el número 1.

Se deben de proporcionar muchísimas situaciones en las que los niños tengan oportunidades de contar, ya que los niños aprenden a contar contando. Podemos distinguir dos tipos de actividades según Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011):

1. Contar objetos o sucesos de la vida real:

ACTIVIDAD	CURSO
<u>Control de asistencia:</u> Cada día debe de ser un niño el encargado de contarlos asistentes y saber a partir de ello, cuantos han faltado.	<u>Primer curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.
<u>Inventario de la clase:</u> Contar las mesas, las sillas, los libros	

cuando se reparten, cuantas pinturas tiene cada equipo... además con ello comprobará si hay o no para todos. Se va aumentando las cantidades dependiendo el curso.	<u>Primer curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.
<u>Calendarios:</u> Para contar los días que quedan del mes, los días que hemos pasado de la semana, los días en rojo (fin de semana)... En el primer curso, sólo hay que centrarse en los días de la semana.	<u>Primer curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.
<u>Votaciones:</u> Saber a qué juego van a jugar.	<u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.
<u>Los latidos del corazón:</u> En actividades de relajación contar los latidos que sienten en su corazón.	<u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.

2. Iniciación a la simulación y representación:

ACTIVIDAD	CURSO
<u>La recta o franja numérica:</u> Es aconsejables que cada niño tenga la suya, y a mayores una en gran tamaño para el grupo.	<u>Primer curso</u> del segundo ciclo de E.I. (hasta el número 10) <u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. (hasta el 30 o 40) <u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I. (hasta el 100)
<u>Iniciación en la retrocuenta: (a partir del nivel 3):</u> A través de los dedos de su mano, comenzar del 1 al 5, para volver del 5 al 1.	<u>Primer curso</u> del segundo ciclo de E.I.
<u>Retrolectura de números:</u> Ya no necesitan el objeto en concreto a contar. Colocar la recta numérica de	<u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. (desde el 5)

manera inversa.	<u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I. (desde el 10)
<u>Adivinanza y comprobación:</u> Todos los números están colocados del 5 al 1 y tapados. Sólo estará destapado el 5, lo leerá y deberá adivinar el siguiente, se destapa para saber si es el dicho.	<u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.
<u>Retrocuenta sin apoyo:</u> Hacer lo anterior, pero sin el apoyo visual.	<u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.

- Adquisición de los niveles 4 y 5 de la cadena numérica:

1. Nivel 4 de la cadena:

<u>Contarse a ellos mismos:</u> Sentados en círculo uno de ellos va señalando al primero y dice uno en voz alta, el segundo le toca la cabeza se agacha y dice dos muy bajito...así con todos. Y a la inversa, diciendo los pares en alto. Y poco a poco se baja la intensidad de los número que nos saltamos hasta no pronunciarlos.	<u>Primer curso</u> del segundo ciclo de E.I. (comenzarán con los dedos de sus manos) <u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. <u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.
<u>Contar de 2 en 2, 3 en 3, 5 en 5, de 10 en 10... partir de cualquier número:</u> Mediante la tabla numérica, de manera manipulativa. Se irá aumentando la dificultad progresivamente. Y comprobaremos cuanto hemos avanzado.	<u>Segundo curso</u> del segundo ciclo de E.I. (final del curso) <u>Tercer curso</u> del segundo ciclo de E.I.

2. Nivel 5 de la cadena:

- Contando hacia atrás:

Subiendo y bajando la cadena numérica:

Simple lectura:

Decir los números de manera inversa. Se puede ir aumentando la dificultad, primero teniendo apoyo visual, y luego tapar los números.

Adivinación y comprobación:

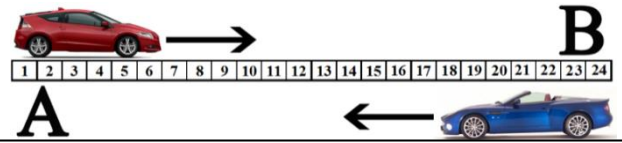
Aquí ya no debe de tener el número a la vista. Comienza desde el primer número que está a la vista, y deberá adivinar el siguiente y ya ahí se descubrirá si era el correcto.

Enumeración:

Es capaz de realizar la inversa de la recta numérica sin problemas.

Retro cuenta de forma salteada:

Como ejercicios anteriores de pensar el número pero no se dice en alto, pero a la inversa.



Reconocimiento de si se produce o no la intersección:

Saber si se llegarán a cruzar o no, si uno avanza 6 posiciones y otro 8, por ejemplo.

Identificación del punto de intersección:

Saber el punto exacto en el que se van a cruzar, sabiendo que uno avanza 15 posiciones y el otro 16, por ejemplo.

Determinación de recorridos comunes:

Saber cuáles son las paradas que comparten, es decir cuáles son los números que ambos coches pasan por él.

II.1.5 Subitización

Existe cantidad de ocasiones, en las que el niño no necesita establecer el cardinal de un conjunto por conteo, puesto que tal cardinal aparece en la mente del niño de manera directa, esto es el concepto de subitización.

Para llevar a cabo la subitización, existe en proceso de cuatro fases que se deben de tratar en cada número para comprenderlo. Pero ya los niños de tres años de edad son capaces de descubrir el cardinal de los conjuntos menores de cuatro (que es el tope cardinal de la docencia numérica según el currículo). Los ejercicios de subitización empezarán a partir de número tres (ya que dos objetos sólo se pueden presentar en una disposición lineal, mientras que a partir del tres, los elementos se pueden presentar de múltiples formas). Deber tener en cuenta la dificultad, comenzar por las disposiciones más sencillas y con conjuntos de cardinales más pequeños. Se deben tratar de manera que ellos puedan tener un soporte visual directamente.

Las cuatro fases del proceso para la secuencia didáctica de enseñanza-aprendizaje, según Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) son:

- 1) Presentación de configuraciones fijas por cada número, con sus variantes.
- 2) Presentación combinada de configuraciones fijas, pertenecientes a los números que se hayan estudiado.
- 3) Presentación de configuraciones difusas.
- 4) Presentaciones combinada de configuraciones difusas pertenecientes a números distintos.

Para entender estas cuatro fases anteriores, observaremos cómo se trabaja con el número cuatro:

- 1) Presentación de configuraciones fijas por cada número, con sus variantes.

Se puede utilizar el proyector, carteles con las configuraciones o fichas con esta cantidad. La finalidad es que los niños al verlo, identifiquen el conjunto con el número cuatro. En este momento no se deben de mezclar las configuraciones y tener claro que tienen asegurado la primera para seguir a la siguiente como aparece en la figura 8.

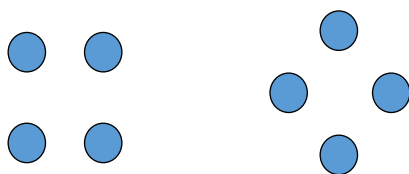


Figura II.8 Muestra de dos configuraciones

- 2) Presentación combinada de configuraciones fijas, pertenecientes a los números que se hayan estudiado.

Los alumnos deben de identificar las dos configuraciones que se muestran, como pertenecientes al mismo número, cuatro en este caso. Podemos incluso utilizar la misma tarjeta del mismo conjunto, únicamente girándola, para que ellos comprueben que se trata del mismo cardinal. En esta fase, se deben de alternar las configuraciones desde el uno, hasta el cuatro, para que los niños las identifiquen y no tengan un patrón fijo. Esto se puede observar en la figura II.9.

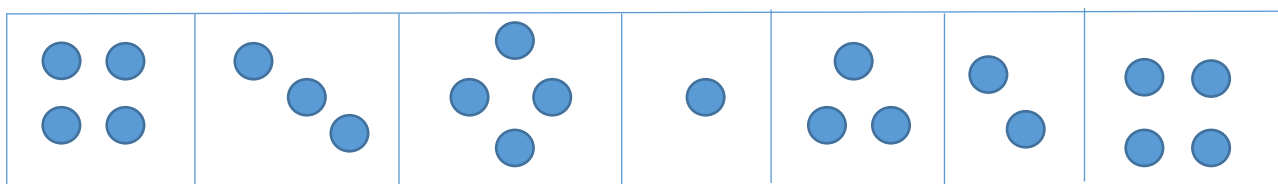


Figura II. 9 Configuraciones combinadas

- 3) Presentación de configuraciones difusas.

En esta fase, pasamos a mostrarles las configuraciones del número cuatro de manera difusa, como por ejemplo con objetos de su vida cotidiana.

- 4) Presentaciones combinada de configuraciones difusas pertenecientes a números distintos.

Se mezclan estas configuraciones difusas del número cuatro, junto con los números uno, dos y tres, para conseguir lo mismo que en la fase dos, pero ya con imágenes de la vida cotidiana.

II.1.6 Estimación

Como en el punto anterior, existen también ocasiones, en las que establecer de manera exacta el cardinal de un conjunto, no es importante, esto sería la estimación.

Para ayudar al aprendizaje de la estimación, se debe ofrecer como en casos anteriores, materiales de todo tipo y hacer experiencias que permitan el desarrollo y codificación numérica conforme a las posibilidades que ofrece el sistema numérico, en principio oralmente.

Los ejercicios deben de dejar a los alumnos descubrir, dentro de un conjunto con los elementos dispuestos en distintos órdenes hasta llegar a que los niños asimilen una configuración que le permita establecer inmediatamente su cardinal. Estos ejercicios deben desprenderse del proceso de subitización, es decir, conviene que sea una prolongación de la subitización, por ello, las fases explicadas en este proceso, se completan con las tres que se exponen a continuación, según Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011):

- 1) Identificación de configuraciones: discriminar entre distintos conjuntos, la disposición de los elementos de los conjuntos que coincidan con una configuración dada. Tiene el apoyo visual de la configuración, para encontrar la que corresponde.
- 2) Estimación en colecciones con elementos diferenciados: es el momento en el que aparecen conjuntos con variaciones de numerosidades para que el niño no automatice la respuesta y ya no tiene el apoyo visual de la configuración. Existen criterios de diferenciación como puede ser: el tamaño, diferentes elementos, elementos partidos, un conjunto dividido en subpartes...
- 3) Estimación en colecciones con elementos indiferenciados:
 - a. Series que contienen diferencias de tres o más elementos entre los conjuntos (4-7-10).
 - b. Series que contienen diferencias de dos elementos entre los conjuntos (8-10-12)
 - c. Series que contienen diferencias de un elemento entre los conjuntos (4-5-6)

II.1.7 Introducción de la decena en ABN

Para Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) se pueden diferenciar cuatro modelos para trabajar la decena en el sistema numérico decimal. Éstos se comentan a continuación:

- Modelos de sustitución y reversibilidad: por el que se debe de empezar. Se debe de partir de unos palillos separados, donde contamos 10 y les juntamos con una goma. Y se puede trabajar al revés, de 10 palillos juntos por la goma, se sacan 10 sueltos.
- Modelos de equivalencia o conservación de la cantidad: exige un nivel de abstracción mayor que el anterior. A través de las regletas de Cuisenaire, se debe hacer entender que la regleta que equivale a 10, y no se ha formado a través de las pequeñas regletas de 1 unidad. Es decir, como expone Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011 pág 154): “la decena no es el agregado de 10 unidades, sino una representación equivalente de los mismos”.
- Modelos con contenido figurativo distinto: representado por el dinero. Una clara diferencia, es el billete de 10 euros con la moneda de 1 euro. El billete de 10 euros corresponde a una decena porque somos nosotros quien le damos ese significado, pero no porque su constitución se consiga con 10 monedas de un euro.
- Modelos de asignación de posición: ya las decenas y las unidades se representan a través del mismo signo, y su diferencia es la posición, es decir, el situado a la izquierda es el 10.

II.1.8 Representación de los números con método ABN

a) Reparto regular

Se pueden diferenciar dos tipos de ejercicios para el reparto uniforme con un número fijo de recipientes/montones: darles dos o tres recipientes, o preguntarles en cuantos montes se pueden hacer.

En el primer caso, para explicar un ejemplo, me centrar en dos recipientes: se debe de ir variando el número de objetos a repartir, pero mantener de manera fija los recipientes. El objetivo es conocer la estructura de los números y averiguar los patrones que obtienen a medida que el número es mayor. Ayuda también con el sentido de par e impar, puesto que los números pares se reparten perfectamente entre dos, y los impares siempre sobra uno.

Primero los niños deberán de trabajar esto con objetos y una vez adquirido este conocimiento se podrá pasar a realizar ejercicios con símbolos numéricos.

NÚMERO	NÚMERO DE OBJETOS	EN DOS MONTONES	SOBRA
3	● ● ●	● ●	●
4	● ● ● ●	● ● ● ●	

En el caso de preguntar cuántos recipientes hay, es el ejercicio inverso a lo anterior. Deben de establecer el número de recipientes conociendo los objetos que hay en cada montón, por ejemplo se les enseña cuatro caramelos, y les decimos que a cada niño se le ha dado dos, entonces ¿cuántos niños hay?

b) Reparto irregular

Es el reparto con el que mayor frecuencia nos podemos encontrar en la realidad. Permite representarse en todas las descomposiciones posibles. Para Para Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) pueden darse tres tipos de ejercicios:

- Reparto en partes establecidas previamente: se deben de repartir todos los elementos en las partes que se digan: dos, tres... (Imaginamos que los puntos son objetos manipulables, puesto que primero deben de hacerlo con objetos)



- Reparto de todas las maneras posibilidades o libre: se puede descomponer el número sin ninguna limitación.

- Representación simbólica: una vez realizado los ejercicios anteriores, se puede pasar a realizar los ejercicios con símbolos numéricos, en lugar que con objetos.

Todos estos ejercicios son de estructura aditiva, ya que tiene el total de objetos y crea los sumandos, pero también se puede ofrecerle los elementos ya distribuidos en x montones y pedirle que nos diga cuantas piezas tenía antes de dividirlo, que sería la resolución directa, o la resolución inversa, que sería darle el resultado y un montón colocado y que nos diga cuando elementos debería de haber en el otro montón.

c) Reparto proporcional

Antes de introducir los símbolos numéricos, se debe de trabajar con la relación de manera manipulativa, y con ello en Educación Infantil se puede empezar a trabajar los dobles y mitades, triples, tercios...

Por ejemplo se tienen dos tartas, una es el doble de la otra, por lo que el reparto en una daría 8 y en la otra 4.

II.1.9 Ordenación y comparación de números con ABN

a) Ordenación

Para Montero y Sánchez Cortés (2011, pág. 202) se entiende como ordenación la “clasificación, por sus cardinales, de un conjunto de colecciones”

- Ordenación de conjuntos desordenados: se debe de pasar por tres etapas. Lo primero trabajar con las diferencias perceptibles, por ejemplo ordenar de mayor a menor. La segunda etapa apenas presenta diferencias perceptibles, pero es interesante la ayuda de la recta numérica. Por ejemplo, colocar en orden del 1 al 10 los cubitos encajables con apoyo de la recta numérica para que sirva como referencia. Aquí observarán que el resultado forma una escalera. Y la última es ordenar estos conjuntos sin la ayuda de la cadena numérica.

- Intercalación de elementos perdidos: con los policubos, se colocará una serie ordenada del uno al diez por ejemplo, y se retiran diferentes cardinales, siendo observable puesto que se queda ese hueco vacío, y deben de rellenar esos huecos de dichos cardinales desaparecidos.

- Ordenación con material no manipulable: cartas, fotos...las cuales muestran conjuntos de elementos, pero de forma no manipulable y deben de ordenarlo con la indicación dada.

b) Comparación

Para educación infantil existe gran cantidad de dificultades en cuanto saber cuántos elementos más o menos tiene una colección respecto a otra. Sin embargo para ayudar a alcanzar la comprensión de este concepto, debemos de proporcionarles material preparado para ello. Los policubos deben de utilizarse al comienzo del aprendizaje de este concepto, y

más adelante se pueden utilizar palillos, ya que los materiales que aparecen de manera discontinua presentan mayor dificultad.

II.1.10 Las transformaciones de los números en ABN

a) Suma o adición

Esta operación para los niños de Educación Infantil, es sencilla, puesto que se resuelve avanzando en la recta numérica. Por ello, la utilización de la recta numérica en gran tamaño colocada en el suelo, es esencial, para que avancen sobre ella. Cuando estos niños acaban esta etapa, son capaces de dominarlos hechos numéricos de la suma correspondiente a los diez primeros números. Por ejemplo se pide a un alumno que se sitúe en el número 1, y que sume tres, es decir que de tres saltitos en la recta numérica. Por lo que se colocaría en el número 4, siendo el resultado de la suma $1+3$.

- Procesos mentales de la adición según Martínez Monteo y Sánchez Cortés (2011):

-Contar todo: es la primera estrategia a trabajar con los alumnos. Por ejemplo se le pide que sume $3 + 2$, el niño coge una mano y extiende tres de sus dedos, y en su otra mano dos de sus dedos. Cuando acaba de terminar de contar los dedos extendidos de una mano, pasa a la siguiente mano continuando con la numeración. Lo mismo pasa si tiene dos montones y debe de contar cuantos hay en total.

Para Martínez Montero y Sánchez Cortés (201, pág. 219) esta estrategia es básica:

“Consiste en poner en correspondencia los objetos del primer montón con la cadena numérica. A continuación del último objeto del primer montón continúa esa correspondencia con el primero del siguiente montón. El número que corresponda al último objeto del segundo montón será el número total de objetos.”

- Contar a partir de un sumando: ya no cuenta todo, sino que lo hace a partir del primer sumando. Por ejemplo, si se le pide $4 + 3 =$ comienza en el cuatro y suma tres: 5 6 7.

- Contar a partir del sumando mayor: este proceso comienza una vez adquirido el anterior. Y es cuando se dan cuenta de lo que “se ahorra” comenzando desde el sumando mayor. Por ejemplo: $3+5 = 5+ 3 = 6 7 8$.

- Recuperar hechos básicos: a través de la memoria a largo plazo, la cual ha introducido la tabla de sumar.
- Descomponer: es una manera fundamental que utiliza este método. Existen gran variedad de estrategias en cuanto a este proceso, la más común, complementario hasta 10. Por ejemplo para la etapa de educación infantil: $7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 12$.
- Abreviación: dentro de ellas, se puede utilizar el redondeo, se utiliza una vez que los niños ya estén introducidos en el cálculo y tengan gran destreza. Lo que se quiere conseguir es mover las piezas de los sumandos para que uno de los sumandos quede en decenas completas. $9 + 3 = 10 + 2 = 12$.

Lógicamente ABN no impone ninguna regla para descomponer uno de los sumandos, existen variedad de formas como se muestra a continuación con un mismo ejemplo: $6+5=$

$$6 + 4 + 1 = 10 + 1 = 11$$

$$5 + 5 + 1 = 11$$

$$6 + 2 + 2 + 1 = 11$$

Otro aspecto a tener en cuenta en relación a la suma son las fases que se deben de seguir, no sobrepasando nunca del cinco, puesto que al principio se utilizan siempre las manos, y no podemos sacar más de 5 dedos en cada mano. Y se debe el seguir un orden, el que representa la tabla de sumar básica.

b) Resta o sustracción

La resta es lo mismo que la suma, pero contando hacia atrás. Este proceso resulta más complicado para los niños de Educación Infantil. Existen dos estrategias, la primera requiere un recuento material, y superado esto, no requieren ese apoyo. Como en el ejemplo de la suma, el alumno se sitúa en un número de la recta numérica, el 3 por ejemplo, y se le pide que reste 1, es decir, de un saltito hacia atrás, colocándose en el 2, siendo el resultado de la resta 3-1.

- Estrategias de sustracción:

- Incluyen recuento material: teniendo al alcance los objetos. Para Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) se deben de seguir dos estrategias: retirar directamente el sustraendo que se pide, y la segunda retirar los elementos hasta que quede sobre la mesa el sustraendo.
- No requieren manipulación directa: aquí Martínez Montero y Sánchez Cortés (2011) también explica tres estrategias que se deben de trabajar una vez adquirido lo

anterior, y de manera progresiva: contar hacia atrás, desde el minuendo, tantas como os indica el sustraendo (si a 5 le quito 2 parte del dedo 5 y cuenta dos hacia atrás: 4,3), la segunda contar hasta llegar al sustraendo (tienes 5 caramelos y te comes 2, ¿Cuántas te quedan?: parte del número 5 y baja hasta que dice el número 2: 4,3,2, así que ha contado 3 dedos abajo) y por último contar desde el sustraendo hasta el minuendo (5 -2, parte del número dos y son 3 hasta llegar al 5)

II.1.11 El cálculo mental

Para entender que es el cálculo mental, los autores Ortiz Vallejo y Ortega del Rincón (2009), proponen distinguir los tipos de cálculo para trabajar con el cálculo mental:

- Cálculo de lápiz y papel: ese cálculo de tipo algorítmico escrito y con datos exactos.
- Cálculo mental: es un cálculo que se realiza de cabeza o de memoria, sin tener una ayuda externa y con datos exactos. Podemos diferenciar dos tipos:
 - Cálculo mecánico o de estímulo-respuesta: se realiza a través de una técnica automática, pudiéndose olvidar con el tiempo cuando no se utiliza, por ejemplo las tablas de multiplicar.
 - Cálculo reflexivo o pensado: para realizar este cálculo se necesita tomar decisiones y seleccionar la estrategia más adecuada, porque cada vez el cálculo es distinto. Para conseguir realizar este cálculo se necesita ciertas habilidades, entre las que destacan conteos, recolocaciones, dominio de tablas, composiciones y descomposiciones...
- Cálculo aproximado: se toma como modalidad de este cálculo, puesto que hay veces en nuestra vida diaria que no disponemos de lápiz ni de papel y no es necesario obtener el resultado justo, sino una aproximación. Por ejemplo cuando vamos al supermercado y vemos un producto con un % de descuento, hacemos una aproximación del precio que se queda dicho producto.

Para Ortiz Vallejo y Ortega del Rincón (2009), dentro del aula, el trabajo del cálculo mental “debe ser un cálculo sin ayuda externa, basado en la exploración y reflexión, con autonomía, flexibilidad de acción, intercambio de procedimientos, y en donde la velocidad de respuesta no deba ser una componente necesaria”.

a) Enseñanza-aprendizaje de contenidos

Para desarrollar adecuadamente el cálculo mental en las aulas, se debe de partir de unos componentes básicos según Ortiz Vallejo y Ortega del Rincón (2009), como son:

- Relacionados con el número: en la etapa de educación infantil, se centra en la numeración únicamente.
 - Numeración: se debe de conocer en número en profundidad para cualquier cálculo mental y el cálculo mental favorece la comprensión del número. En educación infantil, se puede trabajar esto haciendo saltos por los pares, es decir, empezamos en el dos, luego el cuatro, el seis...de dos en dos. Nombrar el número anterior y posterior o la decena anterior y posterior...
 - Equivalencias: sustituir unos números por otros de distinto campos numéricos. Por ejemplo $5 = 10/2$.
- Relacionados con las operaciones:
 - Las tablas: debe hacerse todas aquellas complementarias juntas, es decir, los alumnos de educación primaria deberán elaborarse tanto el $8+7= 15$, como $15- 8= 7$ o $15-7= 8$. E igual en las multiplicaciones y divisiones.
 - Propiedades: identidad, conmutativa, asociativa, invarianza, distributiva, otras aditivas y otras multiplicativas.
 - Productos notables: manejar los dobles, mitades...

b) Estrategias más habituales

Para llevar a cabo el cálculo mental, existen diversas estrategias para las distintas operaciones con las que se encuentren los alumnos. Esto ayuda a que el alumno aprenda o las adapte a él según su esquema mental.

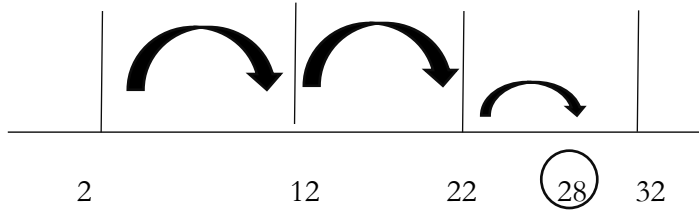
Ortiz Vallejo y Ortega del Rincón (2009) han seleccionado algunas de estas estrategias de tipo aditivo y multiplicativo. Desarrollaré las más fáciles, las posibles utilizadas en la etapa de Educación Infantil, viéndose adaptados los números dependiendo el aula:

- Aditivas: se agrupan en diferentes apartados según el grado de dificultad, las primeras son las más fáciles y van aumentando su grado.
 - Artificios:
 $10+12 \rightarrow 0+2 =2, 1+1 =2$. Total 22.

15-4 → del 4 al 5, 1, del 0 al 1, 1. Total 11.

- Línea numérica o saltos de diez: se utiliza para calcular sumas o restas de forma gradual.

- Suma sin llevadas: $2 + 26$, se haría $2, 12, 22 + 6 = 28$.



- Resta, sin llevadas: $25 - 12$: $12, 22$ (me llevo 10), de 22 a 25, $3 + 10 = 13$

- Descomposiciones: uso de cantidades menores que las dadas.

- De un dato, suma: $14 + 12 = 14 + 10 + 2 = (14 + 10) + 2 = 26$
- De un dato a complementar, suma: $14 + 12 = 14 + 11 + 1 = 25 + 1 = 26$
- De un dato por defecto, suma: $14 + 12 = (14 + 20) - 8 = 26$.
- De los dos datos, suma: $14 + 12 = 10 + 4 + 10 + 2 = (10 + 10) + (4 + 2) = 20 + 6 = 26$.
- De un dato, resta: $21 - 11 = 20 + 1 - 11 = (20 - 11) + 1 = 10$
- De un dato segregado, resta: $21 - 11 = 21 - 10 - 1 = (21 - 10) - 1 = 11 - 1 = 10$.
- De un dato, segregado, resta haciendo la misma terminación: $21 - 13 = 21 - 11 - 2 = (21 - 11) - 2 = 10 - 2 = 8$.

- Recolocación: colocar los números de tal manera que resulte 10 unidades. $4 + 5 + 6 + 5 = (4 + 6) + (5 + 5) = 10 + 10 = 20$.

- Compensaciones: incrementar uno o los datos compensando el resultado. Añadiendo o quitando: suma con llevadas y resta con llevadas.

c) Aspectos metodológicos

Para que el proceso de enseñanza- aprendizaje sea el adecuado, se deben de seguir una serie de pasos, como exponen Ortiz Vallejo y Ortega del Rincón (2009):

- a) Presentar el profesor, paso a paso, la estrategia.
- b) Que el alumnado entienda el desarrollo de la misma y las propiedades de las que se hace uso.

- c) Propuesta de resolución, con este método, de otros ejercicios.
- d) Resolución y explicación a toda la clase, por parte del alumno (o grupo) que lo ha efectuado correctamente, de los pasos realizados.

II.1.12 Relación entre cálculo mental y método abierto basado en números

Después de la explicación de los puntos anteriores, he podido observar que existen unas características comunes entre el Cálculo Mental y el Método Abierto basado en Números, llegando así a la conclusión, que no son métodos completamente diferentes y que el método ABN, utiliza estrategias ya utilizadas desde tiempos anteriores con el cálculo mental.

Algunas de las características comunes son:

- Se da con la solución correcta a través de diferentes estrategias y adaptándolo a otros ejercicios.
- Son métodos globalizadores donde toma el número como una totalidad que se puede descomponer, es decir, las unidades, las decenas, las centenas, se componen y descomponen aplicando diferentes reglas.
- Se realiza a través de la exploración y la reflexión.
- Se busca la estrategia adecuada para trabajar con los números de manera más fácil.
- Reversibilidad de operaciones: en la resta aparece en juego la suma, y en la suma se trabaja la resta.

CAPÍTULO III

III.1 MARCO METODOLÓGICO

En el siguiente apartado se muestra los estudios de casos que se pueden dar, según los diferentes autores citados, y más concretamente con él que se va a trabajar.

III.1.1 Estudio de casos

Stake (1998) se refiere a los estudios de caso como una forma común de hacer investigaciones cualitativas. Este estudio es una elección de qué es lo que va a ser estudiado. Un caso puede ser simple o complejo, un niño o una clase de niños, incluso un evento, un suceso... Pero siempre se estará absolutamente concentrados y comprometidos en el estudio de ese caso.

Stake (1998) identifica tres tipos diferentes de estudios de casos pensando en el propósito que se quiere conseguir:

- Estudio de caso intrínseco: desde el principio hasta el final, se quiere una comprensión del caso particular. El caso por sí mismo es de interés. Por ejemplo analizar los aprendizajes de un niño.
- Estudio de caso instrumental: se utiliza cuando un caso particular es examinado para proporcionar ideas sobre una cuestión o para trazar alguna generalización. Es decir, para conseguir información clara sobre un tema. La elección del caso es hecha para avanzar en la comprensión de otros intereses, y el caso tiene un interés secundario. Por ejemplo analizar los aprendizajes de un grupo de alumnos.
- Estudio de casos múltiple o estudio de casos colectivo: se lleva a cabo cuando hay menos interés en un único caso particular y existen una serie de casos que pueden ser estudiados conjuntamente para investigar un fenómeno. Es decir, es el estudio instrumental extendido a varios casos. Por ejemplo analizar los aprendizajes de los centros de una ciudad o de una provincia.

Existe otras tipologías para el estudio de casos, Harrison White (1992) clasificó los trabajos de casos individuales de las ciencias sociales en tres diferentes propósitos, según cita Stake (1998):

- Estudio de caso para la identidad.
- Estudio de caso para la explicación.
- Estudio de caso para el control.

Para llevar a cabo un adecuado estudio de casos, se debe de recopilar información acerca de la naturaleza del caso, particularmente su actividad y funcionamiento, también los antecedentes históricos, el entorno físico, económico, político, legal y estético...

Otra de las clasificaciones posibles para el estudio de casos, es la que expone Castro (2010), según el objetivo de la estrategia de investigación, expuesta por Yin (1994):

- Descriptivos: analiza como ocurre el fenómeno organizativo dentro de su contexto real.
- Exploratorio: se busca familiarizarse con un fenómeno o una situación sobre la que no existe un marco teórico bien definido.
- Ilustrativo: ponen de manifiesto las prácticas de gestión de las empresas más competitivas.
- Explicativos: desarrollan y depuran teorías, por lo que revelan las causas y los procesos de un determinado fenómeno organizativo.

Para la realización de este trabajo de fin de grado, me he centrado en la clasificación de Stake. El caso ha podido ser elegido, para así alcanzar el mayor entendimiento posible. Por lo que nos podremos basar en un caso instrumental. En este caso, se llevará a cabo en un aula de Educación Infantil; así pues, la modalidad que mejor se adapta es el estudio de caso instrumental, puesto que se van a analizar los aprendizajes de los alumnos que componen el grupo de alumnos en el que centraré la experimentación. Es el grupo de mi tutora de mis primeras prácticas en el colegio y se aplicará el método ABN, para así analizar las dificultades con las que se encuentran y si el aprendizaje a través de este método es positivo y desarrollan de manera adecuada el sentido de número. Teniendo en cuenta la clasificación de Castro, en nuestra investigación, el caso instrumental se puede abordar desde una perspectiva exploratoria e ilustrativa. Por una parte se busca una familiarización con el

marco implícito en el ABN y, por otra, será ilustrativo al poner de manifiesto las prácticas de gestión asociadas a dicho marco.

La exploración se realizó en el centro privado, en un aula del segundo ciclo de Educación Infantil, más concretamente en Primero de Educación Infantil, con 21 alumnos de 3 años. Esta aula cuenta con 10 niñas y 11 niños, todos ellos han acudido a la escuela infantil de primer ciclo correspondiente a la etapa de 0-3, con lo que favorece el trabajo con ellos, puesto que tienen ya muchos conceptos matemáticos adquiridos. Esta aula no presenta ningún alumno que requiera una atención especializada, por lo que las actividades no precisarán de ninguna adaptación especial.

A pesar de no adaptar ninguna de las actividades, sí que he tenido que tener en cuenta el nivel individual de cada alumno, puesto que cada alumno es independiente a otro y tienen el sentido del número desarrollado a distintos niveles. No es mucho la diferencia, pero sí que se puede percibir, que los alumnos trabajadores, ordenados y exigentes con ellos mismos, influye en su capacidad para desarrollar esta competencia matemática de manera más positiva, y por ello se nota un nivel un poquito más elevado, que un alumno desordenado, perezoso e impaciente.

A pesar de estas pequeñas diferencias, el método ABN, es favorecedor, puesto que atiende la diversidad de cada alumno, y si no consigue los objetivos propuestos por el profesor en un nivel, lo conseguirá en el siguiente, requiriendo mayor esfuerzo por parte de los alumnos y también de la profesora, quién debe de exigir a esos alumnos, lo que realmente pueden conseguir.

CAPÍTULO IV:

IV.1 DESARROLLO DE LA DOCENCIA Y APORTACIONES

La docencia puesta en práctica por la maestra de este centro, se puede centrar en un trabajo colaborativo. Donde también deja que el alumno sea el protagonista de sus aprendizajes, puesto que la maestra les ofrece el material de manera muy manipulable, y ellos son los encargados de resolver el problema con el que se encuentran, a través de unas indicaciones básicas de la maestra, con esto me refiero, que si una actividad tiene varias soluciones, deja que los alumnos las encuentren, y no sólo resolver la actividad de una sola forma como manda la profesora. Esto servirá para que los alumnos a través de la innovación, y la manipulación construyan mejor el aprendizaje.

En cuanto al trabajo con el método ABN, lo trabaja de forma muy lúdica, en todo momento ofrece materiales manipulables consiguiendo que los alumnos tengan interés por la actividad que se va a realizar. También es importante en este método, que los alumnos se sientan seguros realizando las actividades, por ello la maestra realiza la misma actividad varias veces para que sus alumnos se sientan seguros y adquieran confianza en sí mismos. Al realizar las actividades en gran grupo, los alumnos son participes tanto de los aciertos como de los errores de sus compañeros, pudiendo así buscar el error e intentar solucionarlo.

A continuación explicaré brevemente algunas de las actividades que se iban realizando, y mis aportaciones para trabajar esos contenidos de otra manera distinta para que los alumnos dentro de su rutina adquieran nuevos aprendizajes.

- **El número protagonista**

El número protagonista se trabaja a partir de un mural colocado en la zona de la asamblea. Cada vez, el número protagonista es uno, y va por orden. Al principio trabajaron el uno, después el dos y se encuentran en el número tres.

En este mural se coloca: la grafía del número, con los cubitos correspondientes, su escritura en español e inglés, la manera de colocar los dedos y los palitos correspondientes.



Figura IV.1. Número Protagonista

A mayores, se incluye los vecinos del tres: esto es una técnica para descomponer el número tres en todas sus formas posibles, simulando que unos viven en el piso A y el otro en el B. Como se puede observar en la figura IV.1.

Para completar este mural, elaboré dos maneras más para trabajar en la asamblea este número: la percha y los amigos del tres, como se expone a continuación en las figuras IV.2 y VI.3.



Figura IV.2. La percha del tres



Figura IV.3. Amigos del tres

Esta última con el objetivo de ir introduciendo poco a poco el número siguiente a trabajar, y reforzar el anterior visto.

- **La lista de clase**

A la hora de la asamblea, la maestra trabajaba el método ABN pasando lista, y colocando lo alumnos que habían venido a clase en el colegio, y los que no habían asistido en casa, para así después contar y trabajar la cadena numérica, nombrando el número cada vez que señalaba una foto. Como se observa en la figura VI.4

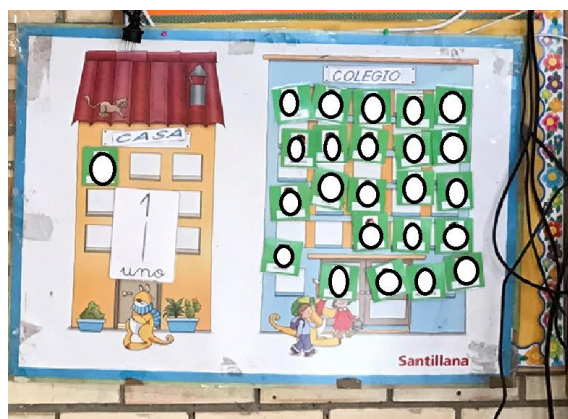


Figura VI.4. Mural de las fotos de la clase

Después de esto, eran los propios alumnos quien pasaba lista, con la mano apuntadora, la cual se puede ver en la figura VI.5, el encargado del día iba uno por uno contando a sus compañeros.

Para ir un paso más allá, quise introducir dentro de la tarea de pasar lista, intercalar los números. A continuación desarrollo dicha actividad:

- Tiempo: todos los días.
- Recursos didácticos: mano-puntero.



Figura VI.5. Mano-puntero

- Organización del aula: los alumnos estarán colocados sentados en el lugar de la asamblea, orientados a la corchera de las fotos de los alumnos.

- Objetivo: desarrollar la cadena numérica dando más énfasis a los pares/impares.

- Desarrollo: esta actividad se realizará cuando los alumnos sean capaces de asignar a cada alumno un número en el momento de pasar lista. Primero lo trabajaremos con los dedos de la mano, es decir: sacaremos uno y diremos en alto 1, a continuación extendemos otro dedo y diremos 2 de manera muy muy bajita, seguiremos con el tres en voz alta, el 4 en voz muy bajita...así día tras día, hasta que sean capaces de realizar esta misma actividad pero cuando cuenten a los niños que han venido a clase.

- **El calendario**

Al igual que pasar lista, otra actividad que se realizaba todos los días para trabajar la cadena numérica es el calendario, en el cual redondeaban el número en el que se encontraban y cogían de la pared el número correspondiente. Para ampliar esto, propuse:

- Tiempo: todos los días.

-Recursos didácticos: calendario.

- Organización del aula: en el mismo lugar que pasamos lista, disponemos de un calendario para hacerlo a continuación.

- Objetivo: desarrollarla cadena numérica a través del calendario, para así organizar sus días a través de los días de la semana.

- Desarrollo: aprovechando que en las aulas de infantil, se trabaja con el calendario. Podemos aprovechar este momento, para contar y reforzar la cadena numérica. Contaremos los días que han pasado del mes hasta el día que nos encontremos y también los días que quedan para el fin de semana o para un acontecimiento marcado en el calendario.

- **Coordinación de conjuntos**

Otro de los contenidos trabajados que he podido observar son los conjuntos equipotentes, trabajándolo a través de las tres fases: emparejamientos, búsqueda y creación. Las tres actividades son trabajadas a partir de platos y de tapones.

- En la primera fase (emparejamientos) ambas filas de platos contienen conjuntos de tapones, del uno al tres, y deben de escoger de la segunda fila el plato que corresponda con el de la primera que les toque emparejar.
- En la búsqueda fase (búsqueda) los platos están colocados formando un círculo, y el alumno que salga, debe de buscar dos platos que contengan la misma cantidad de tapones.
- Y en la fase tercera (creación) deben de colocar en la segunda fila de platos, la cual esta vacía, el mismo número de elementos que el plato de la primera fila.

Para trabajar esto anterior, propuse la actividad de ¿Cuántos ojos tiene el monstruo?:

- Tiempo: hasta que lo realicen todos los alumnos de la clase.
- Recursos didácticos: ojos móviles, monstruos y tarjetas de puntos.
- Organización del aula: los alumnos estarán colocados en círculo, en el lugar de la asamblea.
- Objetivo: ser capaces de crear conjuntos equipotentes.



Figura VI.6. Monstruos

- Desarrollo: Los niños, deberán de meter la mano en una bolsita, la cual contiene tarjetas con puntitos que representan los números del uno al tres. La tarjeta que salga, deberán de contar dichos puntitos y serán los ojos que deberán de colocar en el monstruo que previamente ha elegido y que se puede observar en la figura VI.6.

- **El simbolismo numérico**

Con los mismos materiales que estas actividades anteriores (platos y tapones), se trabajan la correspondencia grafía-cantidad: todas las actividades iguales, pero en una fila de platos en vez de colocar también tapones, se coloca una tarjeta que contiene el número de la cantidad correspondiente a la otra fila o a la pareja que deben de buscar o crear.

Para ampliar este concepto de la grafía asociada a la cantidad, propuse la siguiente actividad:

- Tiempo: 15 minutos.
- Recursos didácticos: tarjetas de elementos y grafías, pinzas.
- Organización del aula: los alumnos estarán colocados cada uno en su sitio de las mesas de trabajo individual.
- Objetivo: conseguir a través de la motricidad fina y de manera individual, la reproducción correcta de grafía-cantidad.
- Desarrollo: se les repartirán tarjetas en las que aparece una cantidad de elementos, y debajo diferentes grafías, esto se puede ver en la figura VI.7. Deberán de contar los elementos de su tarjeta y con una pinza ponerla encima de la grafía que corresponda.



Figura VI.7. Tarjetas elementos + grafías

Otra actividad propuesta para trabajar la correspondencia de grafías-cantidad, es mediante la elaboración de collares:

- Tiempo: 15 minutos.
- Recursos didácticos: tarjetas grafías, cordeles, bolas.

- Organización del aula: los alumnos estarán en sus lugares de trabajo individual.
- Objetivo: conseguir a través de la motricidad fina y de manera individual, la reproducción correcta de grafía-cantidad.
- Desarrollo: cada niño tendrá un cordel y en el centro de cada mesa una cajita con bolas de collares. La maestra irá repartiendo tarjetas de grafías por las mesas, de manera grupal, o individualmente, y deberán crear el collar con el número de bolas que indica.

- **Subitización**

Puede observar como trabajaba la subitización, lo hacía pasando tarjetas a modos de bits, con todas las posibles combinaciones de un número. Primero lo trabajaba de manera individual de ese número, y después de trabajarlo varios días ya mezclaba las barajas, en este caso del uno, dos y tres. Atendiendo así a las fases de presentación de configuraciones fijas por cada número con sus variantes y la presentación combinada de configuraciones del número uno, dos y tres mezcladas.

- **Ordenación**

Para aprovechar este material y los platos con los tapones, trabajaba la ordenación, colocando primero los platos con tapones de manera desordenada por el círculo, e iban saliendo alumnos de uno en uno, para ordenarlos con el orden correspondiente de la cadena numérica, de menor a mayor. Y después con las posibles combinaciones del número y después con la grafía de los números.

Observando a través de todas las actividades, que los niños sí que eran capaces de reconocer las grafías-cantidad y saber qué número del uno al tres era mayor que el otro y le colocaban en el lugar correspondiente, planteo la siguiente actividad:

- Tiempo: 20 minutos.

Recursos didácticos: cartas de las grafías.



Figura VI.8 Cartas de grafías

- Organización del aula: los alumnos estarán colocados en círculo, en el lugar de la asamblea, mirando a la profesora.
- Objetivo: ser capaz de comparar las cantidades de las cartas.
- Desarrollo: la profesora irá sacando a su sitio a dos niños cada vez. Se repartirá a cada niño una carta de las grafías, como las que aparecen en la figura VI.8. Y a la de tres cada niño dará la vuelta su carta. Entre todos diremos que carta es la mayor. Saldrán a jugar otros dos niños. Estas grafías serán en principio del uno al tres, pudiendo verse ampliado si los alumnos la desarrollan con facilidad.

- **Sumas simbólicas**

Y por último, pude observar algunas pinceladas de la manera que introducía las sumas. Primero trabajándolo poco a poco con sus propias manos, cantidades muy sencillitas, como $1 + 1$, y también a través de tapones colocados en diferentes platos, y colocando el resultado en otro plato, sin quitar los tapones de los dos platos anteriores.

Para facilitar esta actividad, y que estuviera reflejado mientras lo intentaban de esta manera, planteo un material muy sencillo aprovechando los materiales de tarjetas anteriores, y era plasmar las sumas que debían de realizar en el “mural de la suma” como se puede observar en la figura VI.9, donde aparece la suma que deben de realizar reflejada con las manos, y debajo de estas, la misma suma reflejada con la grafía. Para así en caso de olvido, poder recurrir a que debían de sumar.

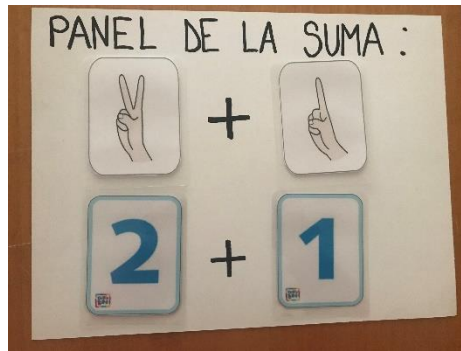


Figura VI.9 Panel de la suma

Quise realizar para la primera parte de las sumas, cuando la profesora lo trabajaba con los dedos, un gran mural con manos, como aparece en la figura VI.10, donde poder extender los dedos que nos pedía la tarjeta y para la segunda parte un monstruo come números, como se ve en la figura VI.11, para que en él metiesen los tapones y al finalizar ver cuantos tapones salían de su boca.

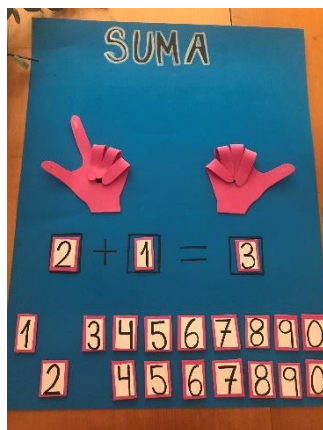


Figura VI.10 Gran mural de la suma con manos

Figura VI.11 Monstruo come números

- Tiempo: 15 minutos.
- Recursos didácticos: tarjetas de sumas y monstruo come números.
- Organización del aula: los alumnos estarán colocados en círculo, en el lugar de la asamblea.
- Objetivo: Iniciarse en la realización de sumas simbólicas.

- Desarrollo: Sacarán de la bolsa de los tapones, la cantidad indicada en la primera mano de la tarjetas de las sumas, y después los indicados en la segunda mano. Estos tapones les introducirá en la boca del monstruo como números, para ver el resultado de esta suma. Cada vez que coja un tapón irán contando en alto.

CAPÍTULO V

V.1 VALORACIÓN DE LA PROFESORA

Llevo ya varios años trabajando el método ABN (algoritmos Abiertos Basados en Números) con alumnos/as de 2º ciclo de E.I. A través de mi experiencia he podido comprobar como mi alumnado comprende diferentes conceptos matemáticos a través del juego y la manipulación, siendo ellos mismos los creadores de su propio aprendizaje.

Me enorgullece comprobar que mi alumna también ha comprendido lo que es este método, al leer su trabajo fin de grado he podido observar lo bien estructurado que tiene la secuencia de contenidos que son necesarios para trabajar en el 2º Ciclo de E.I. Además de la coherencia con la que ha planteado las actividades.

Es imprescindible saber que la competencia matemática se logra cuando su aprendizaje permite su utilidad en diversas ocasiones en las que las matemáticas son necesarias fuera del aula.

CAPÍTULO VI

VI.1 CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN PERSONAL

A continuación voy a escribir unas líneas sobre las conclusiones que he sacado con la elaboración de este TFG, plasmando lo que he aprendido gracias a la investigación de este método.

De manera personal, me ha resultado muy interesante investigar sobre este método, porque siempre ha sido un tema que tenía curiosidad en saber cómo funcionaba, puesto que oía hablar de él, y ya él detonante fue cuando un primo de ocho años, me enseñó la forma de sumar y multiplicar que le habían enseñado en clase, coincidiendo con este método, y a partir de ahí tuve mucho más claro que quería saber más de él y como se podría aplicar en la etapa que a mí me representa para trabajar en un futuro.

El método ABN tiene como principales aspectos que parte de lo que el niño sabe y va ofreciendo poco a poco a cada alumno lo que él va necesitando y éste va consiguiendo un avance en la abstracción. Otro aspecto favorable, son los materiales que utiliza, no son materiales muy elaborados, pudiendo acercarse así más a la realidad en la que se encuentran los niños. Con esto conseguimos que el alumno a través de la manipulación, desarrollan el sentido del número, y no solo lo aprende, sino que lo comprenden y pueden ponerlo en práctica en situaciones de la vida cotidiana. Porque al ser materiales muy manipulativos son ellos los protagonistas de su aprendizaje.

Con todo ello, el método ABN en infantil permite que el niño, no sólo aprenda el sentido del número, sino que aprende a razonar y comprenderlo. Facilita la resolución de problemas, ya que al no utilizar algoritmos cerrados, el niño puede buscar diferentes formas de resolver los problemas con los que se encuentran.

Aunque sea un método diferente al tradicional utilizado por la mayoría de los maestros, este método tiene una fundamentación teórica, y su justificación se ajusta a los objetivos del currículo que se deben de conseguir en la etapa de Educación Infantil.

He podido observar, que no es un método novedoso, sino que el cálculo mental, tiene muchas cosas en común a este método. Puesto que se trabaja buscando estrategias favorables para que los niños comprendan de manera sencilla el concepto del número. Cada vez más son los centros que utilizan este método en sus aulas, y poco a poco se va haciendo cada vez más conocido, puesto que a veces cuando un método que se lleva utilizando muchos años no da el resultado esperado, se debe de cambiar, y este método es muy recurrido puesto que es muy visual y práctico.

En definitiva, he podido observar que el alumnado a través de este método consigue un aprendizaje positivo, adaptado a las necesidades y los ritmos de cada uno. Viendo muy importante la participación de los profesores para plantear las actividades concretas que se ajusten a lo que se desea trabajar.

Valoro de manera muy positiva este trabajo, dejando una buena experiencia y queriendo continuarla en un futuro como maestra aplicando dicho método.

CAPÍTULO VII

VII.1 BIBLIOGRAFÍA

Algoritmos ABN. Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas. Recuperado de: <https://algoritmosabn.blogspot.com/>

Castro, E (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas. Revista nacional de administración.

Doman, G. (1981). Cómo enseñar matemáticas a su bebé. Madrid: Aguilar.

Gelman, R y Gallistel, C.R (1978). The child's understanding of number. Cambridge, Massachusetts: Harvard university press.

Martínez Montero, C y Sánchez Cortés, C. (2011). Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en Educación Infantil. Wolters Kluwer Educación. Madrid.

Ortiz Vallejo, M y Ortega del Rincón, T. (2009). Cálculo mental. Primer ciclo de Educación Primaria. Becedario, Badajoz.

Servais, W. (1980). Humanizar la enseñanza de la matemática. Revista de Bachillerato, 13 (Monográfico 4), pág. 3-22.

Stake, R.E. (1998). Investigación con estudio de casos. Morata, Madrid.

Xochipa, W. (2013) Principios del conteo. Recuperado en noviembre de 2018 de: <http://principiosdeconteo.blogspot.com/>