Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Marketing e Investigación de Mercados

Análisis teórico y empírico del factor de descuento subjetivo

Presentado por:

Carla Prados Aparicio

Valladolid, 24 de julio, de 2018

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

RESUMEN

El comportamiento del consumidor ha sido objeto de estudio desde una perspectiva económica a lo largo del tiempo. Para describir este comportamiento hay que explicar por qué un consumidor decide ahorrar o consumir y de ello se encarga la teoría del comportamiento intertemporal del consumidor, analizada en este trabajo.

A lo largo del trabajo se parte de la idea de que el presente es más valorado que el futuro; esto es debido a que una renta hoy genera unos intereses en el futuro que aumentan su valor.

En sus decisiones intertemporales de consumo los individuos se enfrentan a una restricción de recursos, la cual han de tener en cuenta a la hora de elegir si dedican su renta a ahorrar o a consumir.

Para hacer frente a este problema de elección del consumidor se han analizado sus preferencias, restricciones y posibles variaciones de renta y tipos de interés hasta abordar distintas estrategias para solucionar el problema de los individuos.

Por último, muchos autores han tratado de estimar el factor de descuento subjetivo de los individuos, que indica si son más o menos pacientes respecto a su consumo; por ello en el capítulo final de este trabajo también se ha realizado un estudio empírico.

Consumer behavior has been studied from an economic perspective over time. To describe this behavior it is necessary to explain why a consumer decides to save its money or waste it, which is analyzed in this study.

Throughout this study we share the idea that the present has more value tan the future because the money that people have today its worth more in the future.

In their decisions, consumers have to take into account their resource constraint to chose between save or waste money.

To deal with this election problem different strategies have been analyzed to find a solution.

Finally, an empirical study has been made to observe how patient or impatient consumers are.

1. INTRODUCCIÓN: EQUIVALENCIAS ENTRE FUTURO Y PRESENTE

Para describir el comportamiento del consumidor en el tiempo hay que elaborar una teoría que explique por qué un consumidor opta por ahorrar y consumir menos hoy para tener más mañana, y alternativa y complementariamente, por qué se endeuda para lo contrario, es decir para consumir más hoy con cargo a devoluciones futuras de riqueza. De estos aspectos se ocupa la teoría del comportamiento intertemporal del consumidor, que explica cómo se decide cuánto gastar y cuánto ahorrar a lo largo del tiempo explicando los vínculos entre el presente y el futuro. Como es evidente, en esta teoría el tiempo no puede ser ignorado, lo que constituye su característica fundamental.

Para empezar, partiremos de la idea de que el presente es más valorado que el futuro. ¿Por qué? Porque si observamos la evidencia, constatamos que si se recibe un euro hoy, este euro en el futuro reporta unos intereses y va a ser equivalente a una cantidad mayor.

Desde el punto de vista puramente financiero, la equivalencia de valores entre elegir aceptar hoy una renta I_1 o una renta I_2 el segundo año supone calcular el valor actual de esa renta I_2, y el procedimiento para calcularlo se llama descuento[1]. Así, el valor actual de la renta I_2 es I_1 porque se recibe en el presente, y se calcula de acuerdo al siguiente razonamiento:

El valor actual de la renta I_2 es aquella cantidad presente I_1 por la cual es indiferente recibir I_2 el segundo año, lo que supone que $I_1=I_2/(1+i)$ es la renta que se aceptaría en el presente. Suponemos que I_2 =1000€ y el tipo de interés es del 5%, entonces sería indiferente recibir 1000€ el segundo año o 1000/(1+0.05) = 952,38€ en el primer año.

[1] El valor actual de una renta es la cantidad que recibida en el presente equivale al capital recibido en un año futuro.

Generalizando, el valor actual de una renta futura I_n se calcula como $I_n/(1+i)^{n-1}$ donde n representa los años o periodos transcurridos, e i el tipo de interés para el periodo.

Tabla 1.1 Valor descontado de la renta

Año	Renta	Valor actual de la renta
1	I_1	I_1
2	I_2	$\frac{I_2}{1+i}$
3	I_3	$\frac{I_3}{(1+i)^2}$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	I_n	$\frac{I_n}{(1+i)^{(n-1)}}$

Para calcular el valor actual de una corriente de renta se suma el valor actual de las rentas de cada año, de forma que:

$$\textbf{(1.1)} \quad \textbf{Valor actual} = I_1 + \frac{I_2}{1+i} + \frac{I_3}{1+i^2} + \ldots + \frac{I_n}{(1+i)^{(n-1)}}$$

En la ecuación 1.1 suponemos que el tipo de interés es constante. Si cambiase de un año a otro, a cada tipo de interés le acompañaría un subíndice indicativo del año correspondiente.

La fórmula del valor actual de una corriente de rentas se reduce a una expresión concisa y útil cuando la corriente de renta es constante. Si $I=I_1=I_2=I_3=\ldots=I_n$, el valor actual de la corriente de rentas es:

$$(1.2) \quad \mathrm{VA}=\frac{\mathbf{1}-[\mathbf{1}/(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}}\,]}{\mathbf{1}-[\mathbf{1}/(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})]}$$

Es evidente que si el tipo de interés no fuese constante cuanto mayor i menor valor actual de un pago más distante en el tiempo; es decir menor cantidad de dinero equivalente recibimos en el presente. Si los tipos de interés son diferentes cada periodo, tendremos

$$(1.3) \quad \text{Valor actual}= \mathbf{I_1}+\frac{\mathbf{I_2}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{i_2}}+\frac{\boldsymbol{I_3}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{i_3}^{\mathbf{2}}}+\ldots+\frac{\mathbf{I_n}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i_n})^{(\boldsymbol{n}-\mathbf{1})}}$$

2. GASTO DE CONSUMO A LO LARGO DEL TIEMPO

Este concepto de valor actual que hemos introducido nos sirve para estudiar las decisiones intertemporales de consumo del individuo.

Como punto de partida, si para explicar el comportamiento del consumidor se utiliza únicamente el modelo estático de maximización de la utilidad dada una renta y unos precios, nos encontramos con que se plantean varias limitaciones: en primer lugar, porque en un modelo de un único periodo de tiempo no hay decisión de ahorro o endeudamiento en el tiempo; y en segundo lugar, porque la renta futura debería afectar al gasto de consumo actual como se observa en la realidad.

Por ello, para analizar el gasto de consumo a lo largo del tiempo vamos a introducir una teoría del comportamiento intertemporal del consumo desarrollando un modelo de dos periodos, donde la renta del consumidor difiere en cada uno de ellos. De esta manera, podremos explicar cómo deciden los consumidores cuánto ahorrar y cuánto endeudarse a lo largo del tiempo.

2.1 La restricción presupuestaria intertemporal

Es uno de los componentes básicos de esta segunda teoría, que nos permite relacionar las posibilidades del gasto de consumo futuro con las posibilidades de gasto de consumo presente.

Consideraremos que I_1 es la renta del consumidor en el año 1, y que I_2 es la renta del consumidor en el año 2.
Dadas I_1 y I_2 y un tipo de interés i podemos establecer la relación ya estudiada entre el gasto de consumo en el segundo año y en el primer año.

El ahorro en el año 1 es igual a la renta menos el gasto de consumo, esto es: $S_1= I_1-C_1$.

S_1= Ahorro en el año 1
I_1= Renta en el año 1
C_1= Gasto de consumo en el año 1

Como es lógico, el consumidor ahorra si $I_1>C_1$ y se endeuda si $I_1<C_1$.
El gasto en consumo del año 2 está relacionado con el gasto de consumo del año 1 a través de la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{Consumo\ en\ el\ año\ 2 = Renta\ en\ el\ año\ 2 + Ahorro\ en\ el\ año\ 1 + \ Intereses\ del\ ahorro\ en\ el\ año\ 1}$$

Matemáticamente: $C_2= I_2 + (I_1 - C_1) + i(I_1 - C_1)$

Reescribiendo la ecuación resulta:

$C_2= I_2 + (1+i)\ (I_1 - C_1)$

$= [I_2 + (1+i)I_1] - (1+i)C_1 \rightarrow$ **Restricción presupuestaria intertemporal (2.1)**

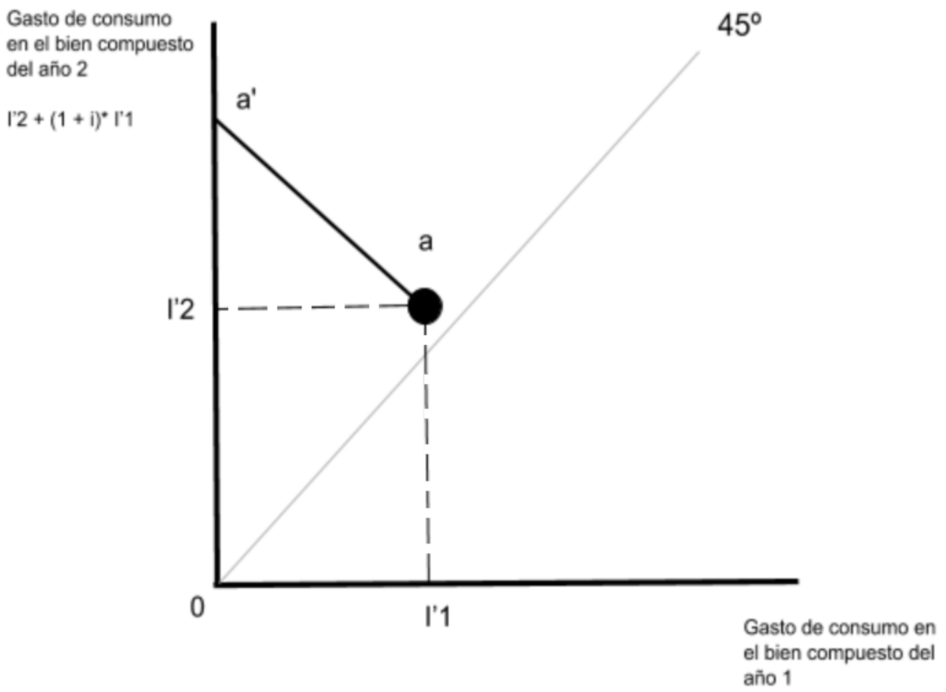
La ecuación 2.1 es la restricción presupuestaria intertemporal del consumidor y muestra cómo el gasto en consumo del año 2 se relaciona con el gasto en consumo del año 1. Existen varios casos especiales:

-Si el endeudamiento no fuese posible, la restricción presupuestaria del consumidor sólo sería válida para $I_1 \geq C_1$.

-Al endeudarse en el año 1, el gasto de consumo excederá el ingreso del año 1 y, por tanto, $I_1-C_1 < 0$. La ecuación 2.1 nos indica que el gasto de consumo en el año 2 se reduce en 1+i por cada dólar de endeudamiento[2] en el año 1 para incrementar C_1.

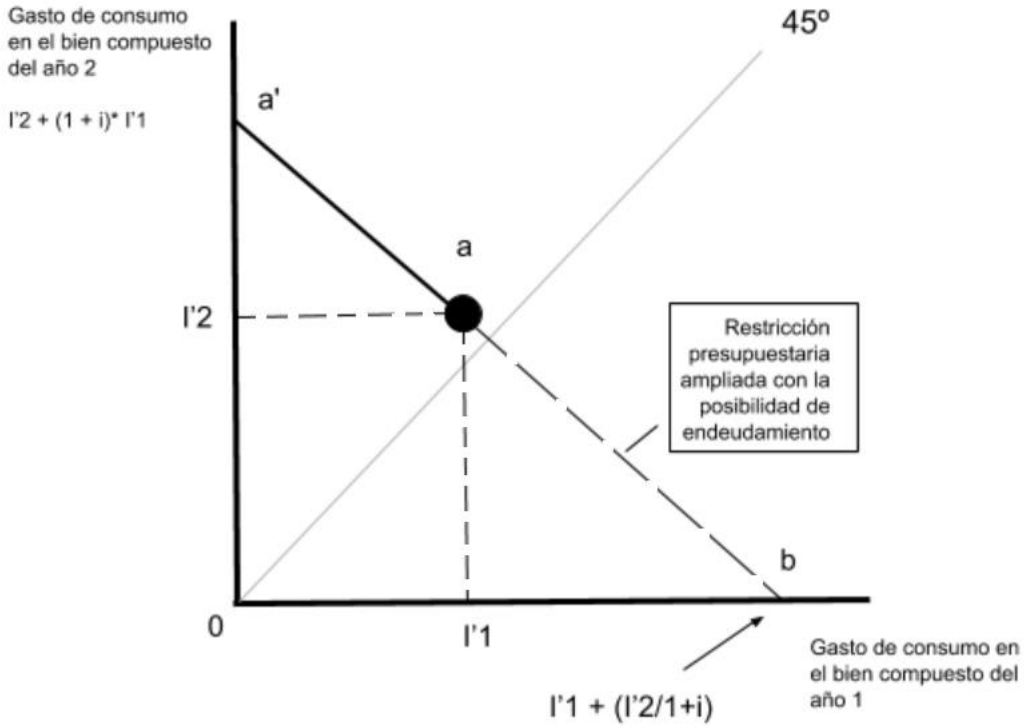
La ecuación 2.1 nos muestra las posibilidades de intercambio entre el consumo futuro (C_2) y el consumo presente (C_1).

Figura 2. 1 Restricción presupuestaria intertemporal sin endeudamiento



[2] A lo largo del análisis suponemos que el tipo de interés acreedor y deudor es el mismo.

Figura 2. 2 Restricción presupuestaria intertemporal con endeudamiento



3. MODELOS DE ELECCIÓN INTERTEMPORAL

Como se ha visto, los hogares pueden destinar su renta disponible a consumo presente o ahorro. En una situación de ahorro positivo los hogares pueden reasignar sus recursos intertemporalmente y transferir renta presente hacia el futuro; por el contrario, en una situación de ahorro negativo los hogares pueden transferir renta del futuro hacia el presente. Esto explica por tanto las situaciones en las que los hogares deciden ahorrar y no gastar en bienes de consumo toda su renta presente, o, alternativamente, en la que piden préstamos para consumir más hoy renunciando a renta futura.

Además, existen otros motivos por los cuales las familias deciden ahorrar, como por ejemplo el incentivo a dejar una cuantía de riqueza a las generaciones futuras (herencias), o, si el entorno es de incertidumbre, también para asegurar ciertos ingresos futuros. Son muchas las razones por las cuales los hogares pueden decidir por tanto ahorrar, pero el propósito de este capítulo se centrará en las decisiones de ahorro desde una perspectiva de reasignación temporal de los ingresos en un entorno de certidumbre, utilizando un marco de equilibrio parcial donde los precios relativos y la renta en cada periodo están dados.

3.1 Formulación secuencial del problema

3.1.1 Preferencias

Las preferencias de los individuos cuando se incorpora el tiempo, es decir las preferencias intertemporales, pueden representarse mediante infinitas funciones de utilidad a través de transformaciones monótonas crecientes como ocurría con sus homólogas estáticas. Por ello, para este análisis se ha elegido una función sencilla del tipo:

(3.1) $$U\ (C_t, C_{t+1}) = u\ (C_t) + \beta u\ (C_{t+1})$$

Esta función de utilidad cumple los siguientes supuestos:

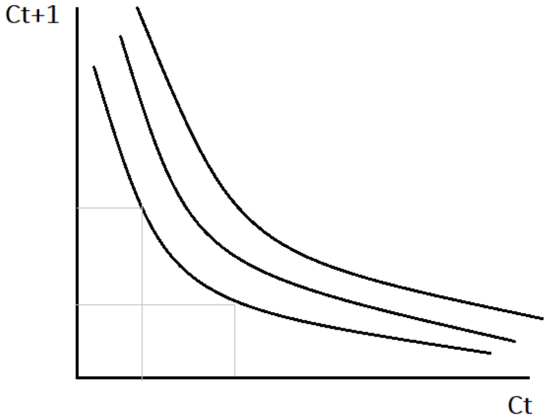
- Es aditivamente separable en el tiempo. Esto implica que la utilidad de hoy no afecta a la utilidad de mañana, aunque sí afecta a la utilidad total del individuo.
- Es una función continua, diferenciable, creciente y estrictamente cóncava en la utilidad de cada periodo.
- La utilidad futura está descontada por un factor de descuento $\beta \in (0,1)$. Significa que los individuos valoran más el consumo presente que el consumo futuro, es decir, son impacientes. Un factor de descuento β cercano a 0 implica que el individuo es muy impaciente, valorando muy poco el consumo futuro; en cambio, un factor de descuento cercano a 1 implica que el individuo es muy paciente, valorando el consumo futuro igual que el consumo presente.

  La tasa a la cual el individuo descuenta el futuro viene dada por $R=1/\beta-1$, que es la tasa subjetiva de descuento. De esta forma se podría describir la función de utilidad de la siguiente forma:

$$U\ (C_t, C_{t+1}) = u\ (C_t) + \frac{1}{1+R} *\ u(C_{t+1})$$

Se pueden representar gráficamente las preferencias sobre el consumo presente y el consumo futuro mediante la utilización de un mapa de curvas de indiferencia como el siguiente:

Figura 3. 1 Conjunto elección consumo presente y futuro



La pendiente de las curvas de indiferencia en cada punto se define como la relación marginal de sustitución (RMS), entendiendo esta como la cantidad de consumo futuro que el individuo cedería por obtener una unidad más de consumo presente cuando la utilidad es constante. Viene dada por la utilidad marginal del consumo presente dividida por la utilidad marginal futura descontada. En este caso es:

$$RMS_{t,t+1} = \frac{u'(C_t)}{\beta u'(C_{t+1})}$$

Podemos comprobar que cuanto más alto es β, esto es cuanto más valora el consumo futuro, menor será la RMS, esto es menor será la cantidad de consumo futuro que está dispuesto a ceder por una unidad de consumo presente. Como es lógico, lo contrario ocurre cuando el individuo es más impaciente y tiene un menor valor de β.

3.1.2 Restricción de recursos

A continuación, se analizan las restricciones a las que se enfrentan los individuos en la elección intertemporal de recursos. En cada momento de tiempo disponen de una determinada cantidad de recursos que pueden dedicar a consumir o a ahorrar. La cantidad ahorrada en el primer periodo (t) será parte de la renta de los individuos en el siguiente periodo (t+1), pero capitalizada a la tasa de interés del mercado.

Los individuos tienen un comportamiento precio-aceptante con respecto a los precios, de forma que vienen dados.

Las restricciones presupuestarias en el hogar en el periodo t y en el periodo t+1 vienen dadas, en términos reales, por:

(3.2) $C_t + a_{t+1} \leq w_t$

(3.3) $C_{t+1} \leq (1+ r_{t+1}) * a_{t+1} + w_{t+1}$

C_t y C_{t+1} son el consumo en el periodo t y en el periodo t+1 respectivamente., y w_t y w_{t+1} constituyen la dotación de bienes de que los individuos disponen en cada momento del tiempo. En estas restricciones, a_{t+1} son los activos financieros (ahorro/inversión si es un valor positivo, o desahorro/endeudamiento si es un valor negativo) que el individuo decide en relación el periodo siguiente, y que suponen un rendimiento de r_{t+1}. Como hemos comentado, sobre el ahorro no se pone ninguna restricción, y por lo tanto los individuos pueden endeudarse (si $a_{t+1} < 0$).

A estas dos restricciones se las conoce como restricciones secuenciales, ya que son a las que se enfrenta el individuo en cada momento del tiempo. Es posible sustituir una restricción en la otra obteniendo así la restricción intertemporal de recursos:

(3.4) $C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_{t+1}} \leq w_t + \frac{w_{t+1}}{1+r_{t+1}}$ → **Restricción intertemporal de recursos**

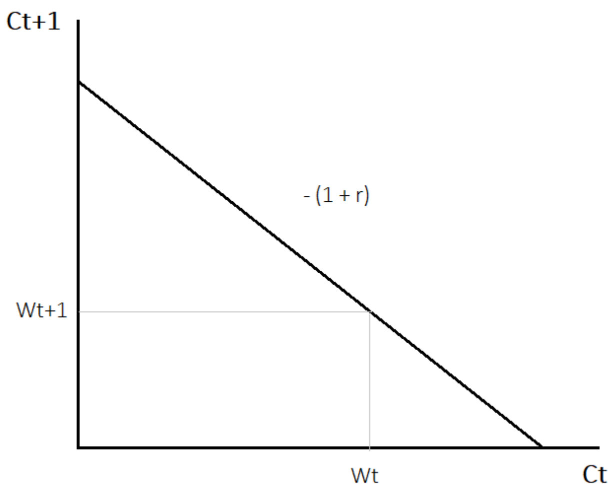
Esta restricción nos dice que el valor presente del consumo a lo largo de ambos periodos debe ser igual al valor presente de la dotación de recursos a lo largo de los dos periodos. El ahorro es la forma en la cual un individuo puede transformar consumo presente en consumo futuro y viceversa. El factor $1/(1 + r_{t+1})$ representa el coste de oportunidad de una unidad adicional de consumo mañana a precios de hoy, que depende del tipo de interés del mercado (r_{t+1}).

En valor futuro podríamos reescribir la ecuación de la siguiente forma:

(3.5) $(1 + r_{t+1}) * C_t + C_{t+1} \leq (1 + r_{t+1}) * w_t + w_{t+1}$

El tipo de interés del mercado r_t refleja la capacidad para intercambiar unidades de consumo de hoy por unidades de consumo mañana, es decir, refleja el intercambio de la capacidad adquisitiva.

Figura 3. 2 Conjunto de elección intertemporal



El consumo del individuo en cada momento del tiempo es estrictamente no negativo, es decir, C_t, $C_{t+1} \geq 0$. La pendiente de la restricción presupuestaria es $-(1 + r_{t+1})$. La motivación de los individuos para ahorrar o pedir prestado es sincronizar el flujo de ingresos con el flujo de consumo deseado. Si el patrón de la dotación de recursos coincidiera con el patrón deseado de consumo de los individuos, estos no tendrían ningún incentivo para ahorrar ni pedir prestado.

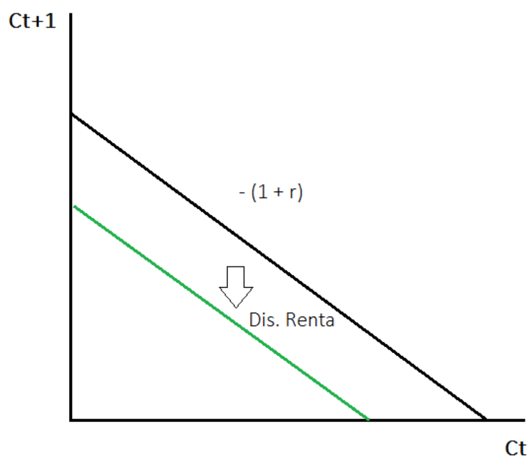
3.1.3 Estática comparada

Si se producen cambios en el nivel de ingresos en cada uno de los periodos o en los tipos de interés se modifica el conjunto de elección de los individuos.

1) Variaciones de renta

Los aumentos en la dotación de bienes desplazan el conjunto de elección paralelamente al original sin modificar la pendiente. De manera que variaciones en la renta aumentan o disminuyen la capacidad de consumo o ahorro con independencia del periodo de tiempo en el que se produzcan.

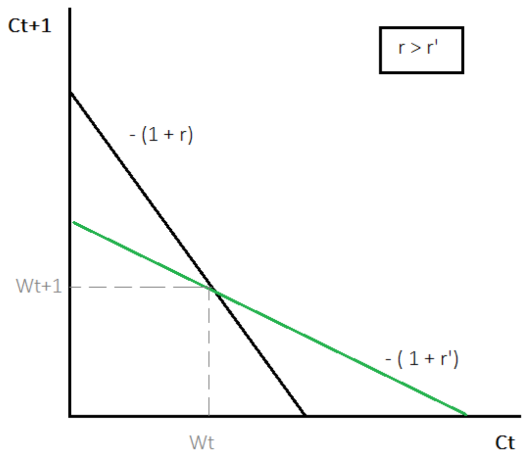
Figura 3. 3 Variaciones de renta



2) Variaciones en los tipos de interés reales

Afectan al coste de las decisiones de prestar o pedir prestado en el mercado financiero. Un incremento en los precios aumenta la rentabilidad y disminuye la capacidad de endeudamiento de los individuos, mientras que una disminución de la rentabilidad incrementa la capacidad para endeudarse y disminuye la rentabilidad futura de este ahorro.

Figura 3. 4 Variaciones de tipo de interés

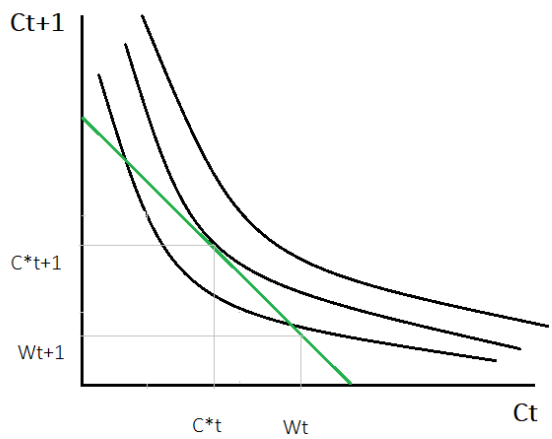


3.1.4 Elección óptima

Solución gráfica

La solución al problema de elección del individuo se encuentra en el punto de tangencia entre la restricción intertemporal de recursos y las curvas de indiferencia, que representan las preferencias del individuo.

Figura 3. 5 Elección intertemporal óptima



La elección óptima implica que $\mathrm{RMS} = (1 + \mathrm{r}_{t+1})$; es decir, que la relación marginal de sustitución entre consumo presente y consumo futuro sea igual al tipo de interés del mercado. Esta condición únicamente es necesaria ya que existen infinitos puntos donde se cumple esta relación, por tanto, la solución al problema de elección debe pertenecer a la frontera del conjunto presupuestario.

En este caso dadas las preferencias del individuo y la dotación inicial de recursos se observa que la elección óptima implica ahorrar recursos en el primer periodo (t) para así poder consumir más en el segundo periodo (t+1). Al tipo de interés vigente el individuo tiene una renta superior en el primer periodo en relación con el segundo periodo. A pesar de este hecho, hay que tener en cuenta que la elección óptima es una combinación de las preferencias de los individuos y los precios del mercado que delimitan lo factible y no factible.

Solución formal

El problema formal consiste en solucionar el siguiente problema de optimización con restricciones.

$$\max_{C_t, C_{t+1}, a_{t+1}} \quad u(C_t) + \beta u(C_{t+1}),$$

$$s.a. \ \ C_t + a_{t+1} \leq w_t$$

$$C_{t+1} \leq (1 + r_{t+1})a_{t+1} + w_{t+1}$$

$$C_t, C_{t+1} \geq 0$$

Dadas las propiedades comentadas de las funciones de utilidad instantáneas, la función objetivo es estrictamente cóncava y el conjunto de elección es un conjunto compacto (cerrado y acotado) y convexo. Por tanto, según el **Teorema de Weierstrass** este problema tiene solución, y como las curvas de indiferencia son estrictamente cóncavas esto garantiza que la solución sea única.

Para poder solucionar formalmente el problema se van a plantear distintas estrategias que son equivalentes.

3.1.4.1 Optimización unidimensional

Para solucionar el problema se sustituyen las restricciones en la función objetivo. Esto sólo es posible si las soluciones son interiores, por lo que por ahora supondremos que es así. Al sustituir en la función objetivo el nuevo problema de optimización es el siguiente:

$$\max_{a_{t+1}} \quad u(w_t - a_{t+1}) + \beta u(w_{t+1} + (1 + r_{t+1})a_{t+1})$$

La única variable de elección es el ahorro o nivel de activos puesto que el consumo no aparece de manera explícita, por lo que el problema de elección multidimensional queda reducido únicamente a una dimensión. Para encontrar el óptimo se deriva con respecto al nivel de activos y se iguala a 0:

$$u'(w_t - a_{t+1})(-1) + \beta u'(w_{t+1} + (1 + r_{t+1})a_{t+1})(1 + r_{t+1}) = 0$$

Colocando términos se obtiene:

$$u'(w_t - a_{t+1}) = \beta u'(w_{t+1} + (1 + r_{t+1})a_{t+1})(1 + r_{t+1})$$

La solución depende del nivel de activos y se puede interpretar de la siguiente forma:

-Si el nivel de activos es positivo $a_{t+1} > 0$ entonces el individuo iguala el coste marginal de ahorrar una unidad adicional al beneficio marginal de obtener una unidad adicional mañana.

-Si el nivel de activos es negativo $a_{t+1} < 0$ el individuo iguala el beneficio marginal de consumir una unidad adicional en el presente, endeudándose, al coste marginal futuro descontado por el tipo de interés real del mercado.

-Si el nivel de activos es igual a 0 $a_{t+1} = 0$ la estrategia óptima es la de consumir en cada momento la dotación de recursos del periodo.

Para ver si la condición necesaria de primer orden es también condición suficiente hay que comprobar el signo de la segunda derivada:

$$u''(w_t - a_{t+1}) + \beta u''(w_{t+1} + (1 + r_{t+1})a_{t+1})(1 + r_{t+1})^2 < 0$$

Las segundas derivadas son negativas ya que hemos supuesto que la utilidad marginal es decreciente. Si el tipo de interés es positivo $(1 + r_{t+1}) > 0$ entonces la expresión resultará siempre negativa. De esta forma las condiciones necesarias son también suficientes para solucionar el problema.

3.1.4.2 Método de Lagrange

Otra de las soluciones consiste en transformar el problema original en un nuevo utilizando el método de Lagrange. El nuevo problema de elección es:

$$\max_{C_t, C_{t+1}, a_{t+1}, \lambda_t, \lambda_{t+1}}$$

$$\mathcal{L} = u(C_t) + \beta u(C_{t+1}) + \lambda_t(w_t - C_t - a_{t+1}) + \lambda_{t+1}(w_{t+1} + (1 + r_{t+1})a_{t+1})$$

$$s.a. \quad C_t \geq 0, \qquad \lambda_t, \lambda_{t+1} \geq 0$$

donde λ_t y λ_{t+1} son los multiplicadores de Lagrange asociados a cada restricción, que son números no negativos.

En una solución interior las condiciones de primer orden se cumplen con igualdad (C_t, $C_{t+1} > 0$). El hecho de que la utilidad marginal tienda a infinito cuando el consumo tiende a 0 garantiza que siempre estaremos en una solución interior. Por tanto, como la utilidad marginal es siempre estrictamente positiva, los multiplicadores de Lagrange son también estrictamente positivos, lo que garantiza que λ_t y λ_{t+1} también se satisfacen con igualdad, de forma que los individuos gastan toda su renta.

Combinando las dos primeras ecuaciones:

$$\frac{u'(C_t)}{\beta u'(C_{t+1})} = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}}$$

Esta expresión muestra la valoración subjetiva de consumo en cada periodo realizada por el individuo; iguala la relación marginal de sustitución al ratio de precios sombra[3] (representados por los multiplicadores de Lagrange). La relación entre los precios sombra de cada periodo se refleja en la siguiente expresión que se obtiene derivando respecto el nivel de activos:

$$\lambda_t = \lambda_{t+1}\,(1 + r_{t+1})$$

Mide el efecto de sacrificar una unidad de consumo presente, que en el futuro valdrá $(1 + r_{t+1})$ o lo que es lo mismo, mide cuantas unidades de consumo futuro

[3] Un precio sombra el precio de referencia que tendría un bien en condiciones de competencia perfecta. Representa el coste de oportunidad de consumir un bien o servicio.

serían necesarias para obtener una de consumo presente. Por tanto, mide el coste de oportunidad del consumo de cada periodo a precios del mercado.

Sustituyendo esta expresión en la anterior se obtiene la **Ecuación de Euler**:

$$u'(C_t) = \beta u'(C_{t+1})\ (1 + r_{t+1})$$

Esta ecuación iguala la utilidad marginal de una unidad consumida hoy a la utilidad marginal de una unidad ahorrada. Una unidad ahorrada hoy genera 1 + r_{t+1} unidades de consumo mañana, y estas generan al individuo una utilidad marginal de $\beta u'(C_{t+1})$. La ecuación de Euler determina las decisiones de consumo o ahorro de los individuos.

-Si $u'(C_t) > \beta u'(C_{t+1})\ (1 + r_{t+1})$ lo óptimo sería consumir más en el presente y disminuir el ahorro.

- Si $u'(C_t) < \beta u'(C_{t+1})\ (1 + r_{t+1})$ lo óptimo sería incrementar el ahorro.

En el equilibrio ambas partes de la ecuación se igualan.

Interpretación de la Ecuación de Euler

A partir de la ecuación de Euler es posible determinar cúal es el consumo que se realizará en cada periodo, en función de cuál sea la relación entre el factor de descuento subjetivo del individuo y el tipo de interés del mercado:

$$\underbrace{u'(C_t)/\beta u'(C_{t+1})}_{\text{Relación Marginal de sustitución}} = \underbrace{(1 + r_{t+1})}_{\text{Precios relativos}}$$

Reescribiendo esta ecuación obtenemos el consumo relativo de cada periodo:

$$\frac{u'(C_t)}{u'(C_{t+1})} = \beta\ (1 + r_{t+1})$$

- Si $\beta\ (1+ r_{t+1}) > 1$ entonces la utilidad marginal del consumo presente es mayor que la del consumo futuro $u'(C_t) > u'(C_{t+1})$. Por tanto, debido a la relación inversa entre consumo y utilidad, el consumo en el periodo t es menor que en el periodo t+1. El consumo es creciente.

- Si β (1+ r_{t+1}) < 1 la utilidad marginal del consumo presente es menor que la del consumo futuro u' (C_t) < u' (C_{t+1}) y por tanto el consumo en el periodo t es mayor que en el periodo t+1. El consumo es decreciente.
- Si β (1+ r_{t+1}) = 1 la utilidad marginal en cada periodo se iguala u' (C_t) = u' (C_{t+1}), y también el consumo en ambos periodos.

3.2 Formulación Arrow-Debreu

La formulación Arrow-Debreu implica que dos bienes del mismo tipo consumidos en distintos periodos de tiempo son considerados como bienes distintos con precios asociados diferentes. Para este modelo se tienen en cuenta los bienes no sólo por el tipo si no por el momento en que se consumen. De esta forma se puede reescribir el modelo de elección intertemporal como un modelo estático, donde las elecciones se realizan en un periodo t=0.

Para este modelo, al igual que para el resto, los individuos son precio aceptantes y eligen una cesta de bienes de consumo.

La restricción intertemporal de recursos en la formulación Arrow-Debreu:

$$C_t + \frac{1}{1 + r_{t+1}} C_{t+1} \leq W_t + \frac{1}{1 + r_{t+1}} W_{t+1}$$

A continuación, se tiene en cuenta p_t, siendo este el precio de una unidad de consumo en el periodo base t=0. Se multiplica la restricción intertemporal por p_t y se obtiene:

$$P_t C_t + P_{t+1} C_{t+1} \leq P_t W_t + P_{(t+1)} W_{t+1}$$

Esta restricción viene a decir que el valor actual neto del gasto en consumo en ambos periodos no puede superar el valor actual neto de la renta en ambos periodos.

Según la forma en que se han definido los precios en la formulación Arrow-Debreu el precio del periodo t es el valor actual neto de una unidad de consumo del periodo t en el periodo base 0. Por tanto, el resto de precios se convierten al valor actual neto del periodo 0 de forma que:

$$P_0 = 1$$

$$P_t = \frac{1}{(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_t)}$$

Con los precios definidos de esta manera el problema de elección se convierte en uno semejante al problema secuencial:

Este problema se entiende como un problema de elección estándar donde el individuo elige dos bienes (consumo de hoy y consumo de mañana) medidos a precios reales en el periodo 0, dada su renta y los precios de ambos bienes.

4. ESTUDIO EMPÍRICO

Hemos visto anteriormente que el consumo relativo para cada periodo se puede expresar de la siguiente manera, donde r_{t+1} es el tipo de interés real, que viene dado como un dato.

$$\frac{u'(C_t)}{u'(C_{t+1})} = \beta\,(1 + r_{t+1})$$

Si suponemos una función de utilidad de Bernoulli tal que u (C_t) = In (C_t), la expresión:

$$u\,(C_t, C_{t+1}) = In\,(C_t) + \beta\, In\,(C_{t+1})$$

$$= u\,(C_t) + \beta\, u(C_{t+1})$$

A partir de este ejemplo se puede estimar el factor de descuento β conociendo los consumos para el periodo t y el periodo t+1 y el tipo de interés real:

$$\frac{u'(C_t)}{u'(C_{t+1})} = \frac{1/C_t}{1/C_{t+1}} = \frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta\,(1 + r_{t+1})$$

Se ha elegido para realizar este estudio el gasto de consumo total de los hogares españoles entre 2011 y 2016 para estimar el factor de descuento.

Tabla 4. 1 Estimación factor de descuento

Año	Consumo total	Interés real r_{t+1}	Factor descuento β
2011	533.437.725	1%	0.530
2012	509.407.513	0.8%	0.745
2013	493.513.605	0.3%	0.794
2014	431.245.772	0.1%	0.933
2015	442.653.396	0.1%	1.040
2016	460.759.861	0%	-

Para calcular el factor de descuento β se obtienen datos del consumo de los hogares a lo largo de este periodo del INE, así como los tipos de interés oficiales de cada año.

Si observamos estos datos vemos que las partidas donde, en términos generales, gastan más los hogares son vivienda, agua, electricidad y combustibles, seguido de alimentos y bebidas no alcohólicas; así como el gasto en transportes.

- Para el año 2011:

$$\frac{509.407.513}{533.437.725} = \beta\,(1 + 0.8)$$

El factor de descuento para este periodo es β= 0.530

- Para el año 2012:

$$\frac{493.513.605}{509.407.513} = \beta\,(1 + 0.3)$$

El factor de descuento para este periodo es β= 0.745

- Para el año 2013:

$$\frac{431.245.772}{493.513.605} = \beta\,(1 + 0.1)$$

El factor de descuento en este caso es β= 0.794

- Para el año 2014:

$$\frac{442.653.396}{431.245.772} = \beta\,(1 + 0.1)$$

El factor de descuento se estima β= 0.933

- Para el año 2015:

$$\frac{460.759.861}{442.653.396} = \beta\,(1 + 0)$$

El factor de descuento en este periodo es β= 1.040

Los resultados que se obtienen de este estudio empírico son los siguientes: durante los años 2011, 2012 y 2013 los individuos son más impacientes y valoran menos el consumo futuro, gastando en consumo presente; mientras que los siguientes años los individuos son más pacientes y también tienen muy presente el consumo futuro. Si esto lo quisiéramos relacionar con la situación económica de España durante estos años podríamos pensar que, en 2011, 2012 y 2013 los individuos valoraban más el consumo presente porque eran años en plena crisis económica donde lo que importaba era salir del paso en el momento, mientras que los siguientes años fueron más positivos económicamente hablando y por tanto podrían pensar también en el consumo futuro.

5. CONCLUSIONES

El modelo de consumo intertemporal permite conocer las preferencias del consumidor a lo largo del tiempo. Existen infinitas funciones de utilidad con las que se pueden representar las preferencias de los individuos, pero cualquiera que sea su decisión, ahorrar o consumir; esta se encuentra sujeta al factor tiempo. Aunque existen varias estrategias para resolver el problema de elección del consumidor, la solución es única.

La preferencia del consumidor puede representarse a través del factor de descuento subjetivo β, que permite conocer cómo de paciente o impaciente es un individuo. Si un consumidor valora más el consumo presente que el consumo futuro, es decir, es impaciente; este factor de descuento toma valores cercanos a 0. Si, por el contrario, es un individuo paciente el factor β toma valores cercanos a 1.

A lo largo de los años han sido muchos los autores que han tratado de estimar este factor de descuento a través de datos de comportamiento de los consumidores. Por ello, en este trabajo también se ha realizado un estudio empírico a partir de datos de consumo anual de los hogares españoles durante los años 2011 a 2016. En base a los resultados de este estudio se ha podido observar que en función del año en el que se encuentren los individuos son más o menos pacientes respecto a su consumo ya que están influenciados por la situación económica que les rodea.

6. BIBLIOGRAFÍA

- PASHIGIAN (1994). *Teoría de los precios y aplicaciones*. Mc Graw Hill.

- RESEARCHGATE (2008). *Teorías del consumo y el ahorro*. [online]. Disponible en https://www.researchgate.net/profile/Richard_Roca/publication/228779336_Teorias_del_Consumo_y_el_Ahorro/links/54be5a7e0cf218da9391e6c9/Teorias-del-Consumo-y-el-Ahorro.pdf

- UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA (2009). El consumo intertemporal. [online]. Disponible en Pareto.uab.cat/xmg/Docencia/MicroAv1/Curs0809/ConsInt14.ppt

- UNIVERSIDAD DE MÁLAGA (2018). *La decisión consumo-ahorro.* [online]. Disponible en http://webpersonal.uma.es/de/jtorres/pdf/MA-Clase-7.pdf

- UNIVERSIDAD DE VALENCIA (2013). *Notas de Macroeconomía Avanzada.* [online]. Disponible en https://www.uv.es/rdomenec/ma/ma2.pdf

- VARIAN (1999). *Microeconomía intermedia*. Antoni Bosch Editor.