



# MÁSTER EN INGENIERÍA DE AUTOMOCIÓN

## ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

### TRABAJO FIN DE MÁSTER

### ANÁLISIS Y DESARROLLO DEL SISTEMA DE FRENOS PARA UN FÓRMULA STUDENT

Autor: D. Alejandro García Nicieza

Tutor: D. Andrés Melgar Bachiller

Tutor Colaborador: D. Ismael de la Cruz Ceinos – Safran Engineering Services

Valladolid, febrero de 2019

**Escuela Ingenierías Industriales**

Depto. Ing<sup>a</sup> Energética y Fluidomecánica

Paseo del Cauce 59

47011 Valladolid  
(España)

**Fundación Cidaut**

Parque Tecnológico de Boecillo, 209

47151 Boecillo (Valladolid)

España



# ANÁLISIS Y DESARROLLO DEL SISTEMA DE FRENOS PARA UN FÓRMULA STUDENT

## RESUMEN BREVE

**Palabras clave:** Sistema de frenos, Formula Student, dinámica de vehículos, cálculo, diseño.

En este Trabajo Final de Máster se presentan detalladamente los procedimientos necesarios para llevar a cabo el análisis y desarrollo de un sistema de frenos para un monoplaza de competición *Formula Student*. En este caso, el vehículo objeto del proyecto es el prototipo de *Formula Student* que el equipo *Pisuerga Sport*, asociación de estudiantes de la Universidad de Valladolid, está desarrollando.

El proceso seguido para lograr desarrollar completamente el sistema de frenos se ha basado en procedimientos de cálculo y diseño robustos que han permitido optimizar el sistema para el vehículo objetivo. Esto ha permitido conocer cómo se comportará el vehículo ante una situación de frenado. En base a estos conocimientos, se ha desarrollado el mapa de comportamiento dinámico del prototipo *Formula Student*.

## BRAKE SYSTEM ANALYSIS AND DEVELOPMENT FOR A FORMULA STUDENT

### SHORT ABSTRACT

**Keywords:** Brake system, Formula Student, vehicle dynamics, calculation, design

This Master's Thesis presents in detail the procedures necessary to carry out the analysis and development of a brake system for a *Formula Student* single-seater race car. In this case, the vehicle target of the project is the prototype of *Formula Student* that the *Pisuerga Sport* team, a student association of the University of Valladolid, is developing.

The process followed to fully develop the brake system has been based on robust design and calculation procedures that has allowed to optimize the system for the target vehicle. This procedure has allowed to know how the vehicle will behave in a braking situation. Based on this knowledge, the dynamic behaviour map of the vehicle has been developed.



# ANÁLISIS Y DESARROLLO DEL SISTEMA DE FRENOS PARA UN FÓRMULA STUDENT

## RESUMEN EJECUTIVO

El presente Trabajo Final de Máster tiene por objetivo principal el análisis y desarrollo del sistema de frenos para un *Formula Student*. El vehículo objeto de este proyecto es el prototipo de *Formula Student* que la asociación de estudiantes *Pisuerga Sport* está desarrollando bajo el amparo de la Universidad de Valladolid. El desarrollo y construcción de este prototipo tiene por objetivo final la participación en la competición internacional denominada *Formula Student*, cuyo inicio data del año 1981 y la cual es organizada por la Sociedad de Ingenieros de Automoción (SAE). Para lograr a cabo tal fin, se establecen una serie de objetivos parciales que marcarán el desarrollo de este proyecto: cálculo, diseño, verificación e integración del sistema de frenos.

El planteamiento inicial parte de dos aspectos fundamentales que supondrán una fuente de entradas al desarrollo del sistema de frenos. El primero de ellos hace referencia a la normativa específica que rige la competición *Formula Student*. Esta normativa está desarrollada y redactada por la SAE. Es imprescindible conocer y cumplir todos y cada uno de los aspectos normativos impuestos para garantizar la validez del sistema durante la competición. Por otro lado, también se debe conocer el estado inicial del prototipo, ya que a partir de este surgirán una serie de restricciones y requisitos que el sistema de frenos deberá cumplir.

Una vez realizado el análisis preliminar previo, es posible comenzar a desarrollar los objetivos parciales. El primero de ellos se corresponde con el cálculo del sistema de frenos. El objetivo final del proceso de cálculo es alcanzar el predimensionado de los elementos que intervienen directamente en la generación de las fuerzas de frenado, todo ello cumpliendo con las restricciones y requisitos impuestos. El proceso de cálculo se divide en 4 pasos principales de tal forma que cada uno de ellos suponga una fuente de entradas para el siguiente:

- 1- Determinar la deceleración máxima del vehículo y el reparto óptimo de frenada en base a:
  - Comportamiento del neumático
  - Configuración básica del vehículo (Dimensiones y pesos)
- 2- Determinar los parámetros básicos del sistema de frenos analizando la situación de frenado más crítica:
  - Índice de frenado crítico
  - Pares máximos de frenado requeridos en cada rueda
  - Energía máxima disipada en cada rueda
- 3- Determinar los parámetros básicos de los frenos analizando la situación de frenado más crítica:
  - Tamaño mínimo necesario de los discos y pastillas de freno
  - Masa térmica requerida en el disco
- 4- Establecer las dimensiones y configuración de los elementos del sistema de actuación en base a los cálculos anteriores:
  - Pedal de freno
  - Cilindros maestros o bombas de freno
  - Pinzas de freno

Una vez que ha finalizado el proceso de cálculo es posible proceder al diseño del sistema de frenos. El objetivo del proceso de diseño es establecer físicamente los elementos del sistema a partir de los valores predimensionados en el proceso de cálculo. Se siguen dos líneas de actuación para lograr tal objetivo. Una de ellas consiste en realizar una selección comercial de aquellos componentes que se decida adquirir en el mercado. La otra línea de actuación está orientada a diseñar todos aquellos elementos que se decida fabricar de forma interna. A la finalización del proceso de diseño, el sistema de frenos estará completamente caracterizado.

El siguiente paso consiste en la verificación y análisis del sistema de frenos caracterizado en el proceso de diseño. En este paso se tienen dos objetivos principales. Por un lado, se debe verificar que los elementos físicos que forman el sistema de frenos cumplen todas las restricciones y requisitos impuestos al inicio del proyecto. Por otro lado, una vez verificado lo anterior, se debe analizar el comportamiento dinámico del sistema. Para ello se estudia cómo se comportará el vehículo ante distintas situaciones de frenado. El resultado de esto se refleja en el mapa de comportamiento dinámico. En este mapa se representa la deceleración del vehículo en función de las dos variables que depende: fuerza aplicada en el pedal de freno y posición del repartidor de frenada. Este mapa será de gran utilidad durante la competición, especialmente para el piloto, que será quién finalmente establezca la configuración del sistema de frenos que mejor se ajuste a sus sensaciones y su estilo de conducción.

Finalmente, se procede a integrar en el prototipo *Formula Student* el sistema de frenos desarrollado anteriormente. Se debe garantizar la compatibilidad entre sistemas dentro del monoplace, evitando que existan interferencias entre ellos que afecten a su comportamiento. Para llevar a cabo la integración del sistema se ha empleado el software de modelado paramétrico *CatiaV5R21* aplicando la metodología de diseño “*Up to down*”.

## BRAKE SYSTEM ANALYSIS AND DEFINITION FOR A FORMULA STUDENT

### EXECUTIVE ABSTRACT

The main objective of this Master's Thesis is the analysis and development of the brake system for a *Formula Student* single-seater race car. The vehicle target of this project is the prototype of *Formula Student* that the *Pisuerga Sport* team is developing with the support of the University of Valladolid. The prototype's development and construction has as last goal the participation in the international competition called *Formula Student*, whose beginning dates from 1981 and which is organized by the Society of Automotive Engineers (SAE). In order to achieve this goal, a series of partial objectives are established that will mark the project's development: calculation, design, verification and integration of the brake system.

The initial approach is based on two main issues that will provide a source of input information to the braking system's development. The first of these refers to the specific regulations governing the *Formula Student* competition. These regulations are developed and drafted by the SAE. It is essential to know and comply with each one of the regulatory issues imposed in order to ensure the validity of the system during the competition. On the other hand, the prototype's initial state must also be known, since from this a series of restrictions and requirements will arise that the brake system will have to comply with.

Once the preliminary analysis has been carried out, it is possible to begin to develop the partial objectives. The first of these corresponds to the brake system's calculation. The main objective of the calculation process is to achieve the elements' pre-dimensioning directly involved in the braking forces' generation, all in compliance with the restrictions and requirements imposed previously imposed. The calculation process is divided into 4 main steps in such a way that each of them is a source of input information for the next one:

- 1- Determine the vehicle's maximum deceleration and the optimum braking force distribution based on:
  - Tyre behaviour
  - Basic vehicle configuration (Dimensions and weights)
- 2- Determine the braking system's basic parameters by analysing the most critical braking situation:
  - Critical braking rate
  - Maximum braking torques required on each wheel
  - Maximum energy dissipated at each wheel
- 3- Determine the brakes' basic parameters by analysing the most critical braking situation:
  - Minimum required size of brake discs and brake pads
  - Thermal mass required in the disc
- 4- Establish the dimensions and configuration of the action system's elements based on the previous calculations:
  - Brake pedal
  - Master cylinders
  - Brake calipers

Once the calculation process has been completed, it is possible to proceed with the brake system's design process. The design process's main target is to physically establish the system's elements from the pre-dimensioned values in the calculation process. Two action lines are followed to achieve that. One of them consists of making a commercial selection of those components that are going to be acquired in the market. The other action line is aimed at designing all those elements that are going to be manufactured internally by the team. On completion of the design process, the braking system shall be fully characterised.

Next step is the brake system's verification and analysis previously characterized. This step has two main objectives. On the one hand, it must be verified that the physical elements that make up the braking system meet all the restrictions and requirements imposed at the project's beginning. On the other hand, once this has been verified, the system's dynamic behaviour must be analysed. For this purpose, it is

studied how the vehicle will behave in different braking situations. The result of this is reflected in the dynamic behaviour map. This map shows the vehicle's deceleration depending on two variables: the force applied to the brake pedal and the position of the brake balance bar. This map will be very useful during the competition, especially for the driver, who is the one that will finally establish the brake system's configuration that best suits his driving style.

Finally, the brake system previously developed is integrated into the *Formula Student* prototype. Compatibility between systems within the single-seater race car must be guaranteed, avoiding interference between them that affects their behaviour. The parametric modelling software *CatiaV5R21* has been used to carry out the system's integration. It has been applied the "Up to down" design methodology.



## **AGRADECIMIENTOS**

A mi familia y amigos, por su paciencia y dedicación tanto en los buenos como en los malos momentos y, especialmente, durante los meses de desarrollo de este proyecto.

A Ismael de la Cruz, por su plena dedicación a la hora de guiarme y aconsejarme en cada una de las fases de este proyecto. También por ofrecerme la primera oportunidad laboral en el ámbito de la ingeniería. En esta etapa ha sido capaz de formarme y transmitirme multitud de conocimientos y aptitudes, sin los cuales este proyecto no habría sido posible.

A Andrés Melgar, por su total dedicación a la hora de ayudarme y aconsejarme en la redacción de documentos y presentación de este proyecto.

A mis profesores del Máster, por su esfuerzo y dedicación en las clases teórico-prácticas de este. Sin duda, gran parte de los conocimientos adquiridos entonces han sido fundamentales para el desarrollo de este proyecto.

A mis compañeros del Máster, especialmente a Eva, Maksym y Elsa, por haber compartido tantos momentos juntos y haber podido aprender tanto de ellos en el último año y medio.



## ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN .....	1
1.1	Antecedentes y justificación del TFM.....	1
1.2	Objetivos.....	1
1.2.1	Cálculo del sistema de frenos .....	1
1.2.2	Diseño del sistema de frenos.....	1
1.2.3	Verificación del diseño .....	1
1.2.4	Integración del sistema de frenos en el prototipo.....	2
1.3	Alcance y desarrollo del TFM.....	2
2	ESTADO DE LA TÉCNICA.....	3
3	ANÁLISIS PREVIO.....	7
3.1	Normativa Formula SAE 2019.....	7
3.2	Datos de partida: características del vehículo.....	9
3.3	Evaluación y selección de alternativas.....	10
3.3.1	Circuito hidráulico.....	10
3.3.2	Accionamiento sistema frenos .....	11
3.3.3	Frenos.....	14
3.3.4	Síntesis de alternativas .....	17
4	CÁLCULO DEL SISTEMA DE FRENOS.....	19
4.1	Deceleración máxima y reparto óptimo de frenada.....	19
4.2	Parámetros básicos del sistema de frenos .....	23
4.2.1	Índice de frenado crítico.....	23
4.2.2	Pares de frenado máximos .....	29
4.2.3	Energía máxima disipada en cada freno.....	30
4.3	Parámetros básicos de los frenos.....	32
4.3.1	Tamaño de los discos .....	32
4.3.2	Masa térmica del disco .....	33
4.3.3	Pastillas de freno.....	34
4.4	Sistema de actuación.....	36
5	DISEÑO DEL SISTEMA DE FRENOS.....	43
5.1	Selección de componentes comerciales.....	43
5.2	Diseño de componentes no comerciales .....	48
5.3	Resultados: Comportamiento del sistema de frenos.....	50
5.4	Integración del sistema en el prototipo Formula Student .....	54
6	CONCLUSIONES.....	63
6.1	Conclusiones .....	63
6.2	Principales aportaciones del autor del TFM .....	63
6.3	Sugerencias para trabajos futuros .....	64

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	65
ESTUDIO ECONÓMICO.....	67
ANEXO I: MONTAJE DE LATIGUILLOS .....	69

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig 1.	Distribución de la fuerza de frenado (DIN, 1992) .....	3
Fig 2.	Elementos básicos de un sistema de frenos hidráulico (Day (I), 2014).....	5
Fig 3.	Distribución circuitos hidráulicos: Sistema II (izq) VS Sistema X (dcha) (Day (I), 2014) .....	10
Fig 4.	“Variable ratio brake pedal mechanism” (Horvath, 1986) .....	11
Fig 5.	“Master cylinder pressure vs booster input force” (Limpert (I), 1999).....	13
Fig 6.	Diagrama de cuerpo libre de un repartidor de frenada (Hamilton, 2009) .....	14
Fig 7.	Configuraciones típicas de los frenos traseros.....	15
Fig 8.	Diagrama de cuerpo libre de un vehículo turismo .....	20
Fig 9.	Adherencia longitudinal máxima (P=1,1 bar) (Michélin, 2018).....	21
Fig 10.	Comportamiento de un turismo ante distintas situaciones de bloqueo .....	25
Fig 11.	Evolución de la fuerza de frenado en función del deslizamiento (Pacejka (II), 2002) .....	25
Fig 12.	Evolución de la adherencia en función del deslizamiento (Day (III), 2014) .....	26
Fig 13.	Cálculo del índice de frenado crítico para Fórmula Student.....	28
Fig 14.	Potencia disipada en función del tiempo bajo la hipótesis SSTR (Day (I), 2014).....	31
Fig 15.	Integración del conjunto disco de freno-caliper en la rueda .....	32
Fig 16.	Valores típicos del parámetro SSTR en función del tipo de freno (Day (I), 2014) .....	34
Fig 17.	Coefficiente de fricción de una pastilla de compuesto de resina .....	35
Fig 18.	Representación esquemática del sistema de actuación .....	37
Fig 19.	Estudio ergonómico del pedal de freno (Dreyfuss, 1969) .....	40
Fig 20.	Diseño del pedal de freno .....	49
Fig 21.	Equiadherencia vs sistema de frenos .....	52
Fig 22.	Comportamiento ideal del sistema de frenos .....	52
Fig 23.	Comportamiento real del sistema de frenos.....	54
Fig 24.	Estado inicial del prototipo Formula Student.....	55
Fig 25.	Conjunto de la pedalera .....	56
Fig 26.	Interruptor Toggle Switch 5000 Series .....	56
Fig 27.	Conjunto disco-pinza.....	57
Fig 28.	Líneas hidráulicas: salida de las bombas.....	57
Fig 29.	Líneas hidráulicas: entorno suspensión-dirección.....	58
Fig 30.	Líneas hidráulicas: conexión a las pinzas de freno .....	59
Fig 31.	Líneas hidráulicas: geometría línea rígida circuito trasero .....	59
Fig 32.	Integración del sistema de frenos en el vehículo (I) .....	60
Fig 33.	Integración del sistema de frenos en el vehículo (II) .....	60
Fig 34.	Integración del sistema de frenos en el vehículo (III) .....	61



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Technical Requirements: Brake System (SAE (II), 2018).....	7
Tabla 2.	Technical Inspection: Brake Test (SAE (II), 2018) .....	8
Tabla 3.	Datos del prototipo Formula Student Pisuerga Sport .....	9
Tabla 4.	Cálculo de la deceleración máxima del vehículo.....	23
Tabla 5.	Pares de frenado máximos requeridos en cada rueda.....	30
Tabla 6.	Energía máxima disipada en cada freno según método SSTR.....	32
Tabla 7.	Pre-dimensionado de los discos de freno .....	33
Tabla 8.	Espesor mínimo de los discos de freno .....	34
Tabla 9.	Superficie mínima de las pastillas de freno .....	36
Tabla 10.	Restricciones para las variables de salida .....	41
Tabla 11.	Entradas al proceso de cálculo .....	41
Tabla 12.	Salidas del proceso de cálculo.....	42
Tabla 13.	Resultados del proceso de cálculo.....	42
Tabla 14.	Síntesis del predimensionado de componentes.....	43
Tabla 15.	Selección de elementos comerciales (I).....	44
Tabla 16.	Selección de elementos comerciales (II).....	46
Tabla 17.	Dimensiones definitivas del pedal de freno .....	48
Tabla 18.	Estudio económico (I): Coste de elementos para la generación de fuerzas de frenado.....	67
Tabla 19.	Estudio económico (II): Coste de elementos auxiliares del sistema de frenos.....	68
Tabla 20.	Estudio económico (III): Coste total de elementos comerciales .....	68
Tabla 21.	Instrucciones de montaje de los latiguillos .....	69





## NOMENCLATURA

$i$	Subíndice que hace referencia al eje del vehículo: delantero (d) o trasero (t)
$j$	Subíndice que hace referencia al lado del vehículo: izquierdo (i) o derecho (d)
$B$	Batalla del vehículo
$A_{vi}$	Ancho de vía del eje $i$
$h$	Altura del centro de gravedad respecto al suelo
$B_1$	Distancia del centro de gravedad al eje delantero
$B_2$	Distancia del centro de gravedad al eje trasero
$r_{ni}$	Radio de los neumáticos del eje $i$
$\mu$	Adherencia en el contacto neumático-asfalto
$\mu_{ij}$	Adherencia del neumático $ij$
$D_{llanta}$	Diámetro de la llanta
$r_{llanta}$	Radio de la llanta
$b_{llanta}$	Ancho de la llanta
$r_{ei}$	Radio exterior de un disco de freno del eje $i$
$r_{ii}$	Radio interior de un disco de freno del eje $i$
$r_{efi}$	Radio efectivo de un disco de freno del eje $i$
$b_i$	Ancho de un disco de freno del eje $i$
$A_i$	Área de fricción de un disco del eje $i$
$V_i$	Volumen del material de un disco del eje $i$
$e_{caliper}$	Espesor del caliper o pinza de freno
$A_{past}$	Área de una pastilla de freno
$\mu_p$	Coefficiente de fricción de las pastillas de freno
$d$	Distancia inicial entre una pastilla y su disco de freno
$v_{past}$	Compresibilidad de una pastilla de freno
$A_{pi}$	Área de los pistones de una pinza de freno del eje $i$
$x_{pi}$	Desplazamiento de los pistones de una pinza de freno del eje $i$
$V_{pi}$	Volumen desplazado por los pistones de una pinza de freno del eje $i$
$\eta_p$	Rendimiento mecánico de los pistones de una pinza de freno
$n$	Número de superficies de fricción por cada cara de un disco de freno
$A_{bi}$	Área de la bomba de freno del circuito hidráulico $i$
$x_{bi}$	Carrera de la bomba de freno del circuito hidráulico $i$
$V_{bi}$	Volumen desplazado por la bomba de freno del circuito hidráulico $i$
$\eta_b$	Rendimiento mecánico de una bomba de freno
$L_1$	Longitud total del pedal de freno
$L_2$	Longitud desde el punto de articulación del pedal a la posición del repartidor
$C_{ped}$	Relación de palanca del pedal de freno
$x_{ped}$	Desplazamiento del pedal de freno
$D_{e\_línea\_i}$	Diámetro exterior de la línea hidráulica $i$
$L_{línea\_i}$	Longitud de la línea hidráulica $i$

$t_{línea_i}$	Espesor de la línea hidráulica $i$
$E_{línea_i}$	Módulo elástico de la línea hidráulica $i$
$V_{línea_i}$	Volumen expandido por la línea hidráulica $i$
$A_f$	Área frontal del vehículo
$C_d$	Coefficiente aerodinámico de arrastre
$v$	Velocidad del vehículo
$\omega$	Velocidad de rotación de una rueda
$a$	Deceleración del vehículo
$g$	Aceleración de la gravedad
$z$	Deceleración del vehículo en unidades $g$
$m$	Masa del vehículo
$P$	Peso del vehículo
$P_{0i}$	Peso en condiciones estáticas del eje $i$
$P_i$	Peso en condiciones dinámicas del eje $i$
$P_{ij}$	Peso en condiciones dinámicas de la rueda $ij$
$\Delta F_z$	Transferencia de carga en condiciones dinámicas
$F_f$	Fuerza de frenado total del vehículo
$F_{fi}$	Fuerza de frenado en el eje $i$
$F_{fij}$	Fuerza de frenado en la rueda $ij$
$X_1$	Reparto de la fuerza de frenado sobre el eje delantero
$X_2$	Reparto de la fuerza de frenado sobre el eje trasero
$M_{fi}$	Par de frenado en una rueda del eje $i$
$M_{inercia}$	Par necesario para frenar la inercia de los elementos en rotación
$F_{pi}$	Fuerza aplicada por un pistón de una pinza de freno del eje $i$
$N$	Fuerza normal resultante de la fuerza $F_{pi}$
$F_{bi}$	Fuerza entregada por la bomba de freno del circuito hidráulico $i$
$F_{ped}$	Fuerza aplicada en el pedal de freno
$p_i$	Presión en el circuito hidráulico $i$
$p_0$	Pérdidas hidráulicas en un pistón o bomba hidráulica
$\tau_{pi}$	Esfuerzos cortantes en una pastilla del eje $i$
$\dot{Q}_i$	Potencia térmica disipada en una rueda del eje $i$
$E_i$	Energía térmica disipada en una rueda del eje $i$
$\dot{Q}_{pi}$	Densidad de potencia en una pastilla del eje $i$
$\Delta T_i$	Incremento de temperatura en un disco del eje $i$
$K1$	Posición del repartidor de frenada hacia el circuito delantero
$K2$	Posición del repartidor de frenada hacia el circuito trasero
$\rho$	Densidad del acero
$C_p$	Calor específico del acero

# 1 INTRODUCCIÓN

Este proyecto consiste en el análisis, cálculo y desarrollo del **sistema de frenos** que se implantará en el prototipo *Formula Student* que el equipo **Pisuerga Sport**, perteneciente a la Universidad de Valladolid, está desarrollando. En este primer capítulo, se presentarán los antecedentes del proyecto, sus objetivos principales y el alcance de este.

## 1.1 Antecedentes y justificación del TFM

El contexto general de este proyecto se enmarca en la **competición Formula Student**, también conocida como **Fórmula SAE**. Esta competición está promovida por la Sociedad de Ingenieros de Automoción (SAE-Society of Automotive Engineers). Tal y como define este organismo ([SAE \(I\), 2018](#)), este tipo de competición tiene por objetivo retar a los estudiantes universitarios de todo el mundo a organizarse en equipos con la meta de concebir, diseñar, fabricar y competir con vehículos pequeños de tipo monoplace. Las competiciones de la serie Fórmula SAE ofrecen una gran oportunidad a los equipos de demostrar su creatividad y sus habilidades ingenieriles compitiendo con universidades de todo el mundo.

La Universidad de Valladolid, a través del equipo de desarrollo **Pisuerga Sport**, compuesto fundamentalmente por alumnos de la Escuela de Ingenierías Industriales, comenzó su andadura en esta competición en años atrás. Durante meses, el equipo trabajó en el cálculo, diseño y desarrollo de un prototipo de *Formula Student* con el objetivo final de competir en uno de los eventos que la SAE organiza. Si bien no se llegó a alcanzar este objetivo por diversos motivos, se logró **desarrollar** en aproximadamente un **60-70% el diseño del prototipo**, llegando incluso a fabricar y adquirir algunos componentes como por ejemplo el chasis, las llantas o los neumáticos. Actualmente, el proyecto se está retomando, partiendo de los avances que se realizaron años atrás.

En este proyecto, se procederá al **análisis y desarrollo del sistema de frenos** de este prototipo. Se aprovecharán los desarrollos realizados anteriormente por el equipo Pisuerga Sport con el objetivo de dar continuidad al proyecto.

## 1.2 Objetivos

Tal y como se ha comentado anteriormente, el **objetivo principal** de este proyecto es dar **continuidad al desarrollo** del prototipo de *Formula Student* que el equipo *Pisuerga Sport* llevó a cabo años atrás. En este caso, se procederá al desarrollo del sistema de frenos, uno de los sistemas del prototipo que se encuentra sin desarrollar. Para ello, se plantean los siguientes **objetivos secundarios**:

### 1.2.1 Cálculo del sistema de frenos

Dado que este proyecto no parte de cero, no basta con calcular un sistema de frenos genérico, sino que es necesario **adaptarlo** y **optimizarlo** a las características del prototipo ya definidas en anteriores desarrollos. Será fundamental analizar los inputs del prototipo para lograr un sistema de frenos efectivo y eficiente para el mismo.

### 1.2.2 Diseño del sistema de frenos

Una vez se haya optimizado el modelo de cálculo, el siguiente paso será **diseñar** los componentes o bien realizar una **selección comercial** de los mismos según proceda, de acuerdo con los resultados obtenidos en el paso anterior.

### 1.2.3 Verificación del diseño

En este caso, una vez se tenga definido el sistema con todos sus componentes, será necesario llevar a cabo una etapa de **verificación** del diseño. El objetivo es corroborar que los componentes diseñados y/o seleccionados cumplen con las **especificaciones** determinadas en el modelo de cálculo.

#### 1.2.4 Integración del sistema de frenos en el prototipo

Por último, se debe **integrar** el sistema en el prototipo existente. Para ello, se procederá a la modelización en 3D del sistema empleando el software de modelado paramétrico de sólidos *Catia V5R21*. Este paso tiene por objetivo integrar el sistema en el prototipo, verificando que no existen interferencias entre los distintos sistemas.

### 1.3 Alcance y desarrollo del TFM

Anteriormente se han presentado los objetivos principales y secundarios que se abordarán en este proyecto. A modo de resumen, el alcance del proyecto se limita al **cálculo, diseño, verificación e integración** de todos los **subsistemas y partes mecánicas** que forman parte del sistema de frenos en el prototipo de *Fórmula Student*.

El alcance del proyecto se limita a los objetivos anteriormente mencionados. El diseño de los **circuitos eléctricos o electrónicos** que puedan ser necesarios en el sistema de frenos queda **fuera** del alcance de este proyecto. Su implementación se pospone a **etapas** de desarrollo **futuras** que se deben abordar en **colaboración** con los miembros del departamento de sistemas eléctricos y electrónicos del equipo *Pisuerga Sport*. No obstante, si fuera necesario integrar algún componente eléctrico o electrónico en algún subsistema mecánico de forma aislada, se realizará.

Asimismo, la **adquisición, fabricación y montaje** de los componentes del sistema de frenos también queda **fuera** del alcance de este proyecto por falta de recursos económicos. Sin embargo, se desea que en el futuro se puedan implementar todos los desarrollos que en este proyecto se definen.

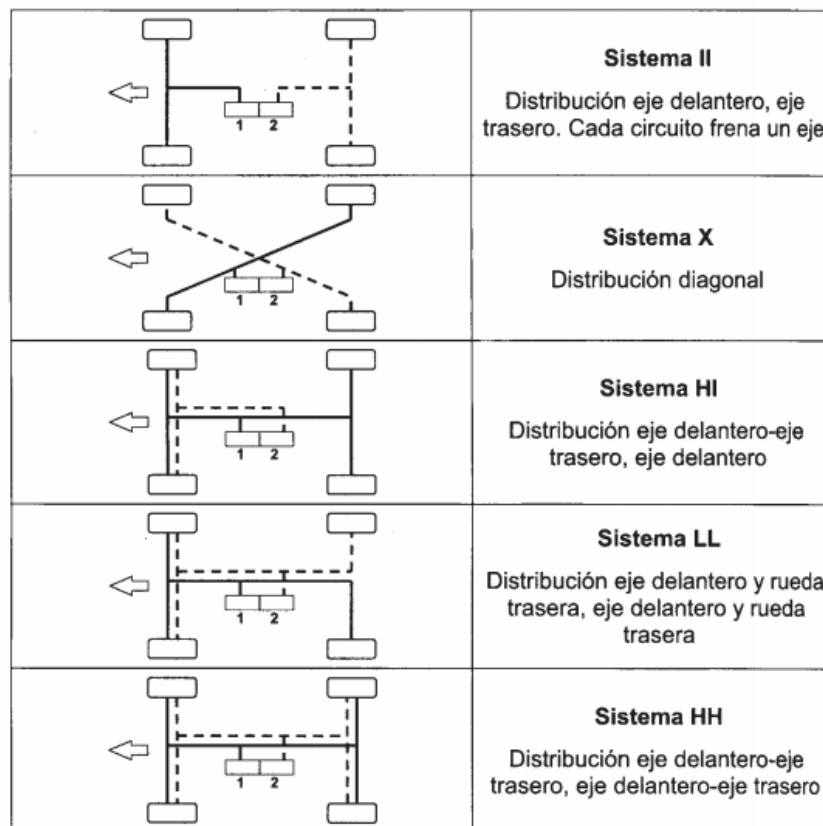
## 2 ESTADO DE LA TÉCNICA

En este capítulo se llevará a cabo un **breve resumen** del estado de la técnica en los sistemas de frenos de los vehículos. El objetivo es presentar brevemente los **elementos** que componen el sistema de frenos de un vehículo genérico, así como explicar sus **principios generales de funcionamiento**.

La Directiva 98/12/CE data del 27 de enero de 1998, actualizada en el año 2002 al progreso de la técnica (CEE, 2002), establece el marco normativo sobre los dispositivos de frenado de las distintas categorías de los vehículos a motor. Esta directiva define **dispositivo de frenado** como el conjunto de órganos que tienen por función **disminuir** progresivamente la velocidad de un vehículo en marcha, **detenerlo** o **mantenerlo** inmóvil si ya se encuentra parado. El dispositivo se compone del mando, la transmisión y el freno propiamente dicho.

Las reglamentaciones estipulan que el sistema de frenado de un turismo debe incluir un equipo formado por: freno de servicio, freno de socorro y freno de estacionamiento. Debido a la naturaleza de este proyecto, orientado fundamentalmente a la competición y, regido por tanto por una **normativa específica** enunciada por la SAE presentada más adelante, el estado de la técnica se centrará **únicamente** en el **freno de servicio**, cuyo desarrollo se llevará a cabo.

El freno de servicio se suele accionar mediante un pedal y tiene por **objetivo** lograr la deceleración del vehículo. El pedal permite el control de un modo preciso de un sistema que **actúa** sobre **todas** las ruedas del vehículo. Existen distintas configuraciones del sistema de frenos en función de los circuitos que se implementen en el vehículo. Tal y como se presenta en la Fig 1, la norma DIN 74000 (DIN, 1992) establece las distintas opciones que existen para **distribuir** las fuerzas de frenado en un vehículo. Todas ellas son configuraciones basadas en sistemas de frenos de **circuito dual**, esto es, que el dispositivo de transmisión del sistema de frenos incorpora dos circuitos.



**Fig 1. Distribución de la fuerza de frenado (DIN, 1992)**

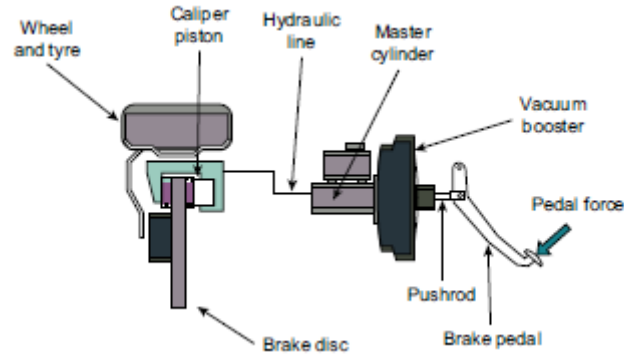
Cada una de las cinco configuraciones del sistema de frenos presentadas en la figura anterior tiene su aplicación. Las dos configuraciones **más habituales** en turismos son el Sistema II y el sistema X. Tal y

como explica (Day (I), 2014) la configuración **más simple** para un vehículo de dos ejes es el **Sistema II** donde cada uno de los circuitos hidráulicos da servicio a un eje. Sin embargo, este diseño tiene sus **limitaciones**, ya que en caso de fallo del circuito que da servicio al eje delantero en una acción de frenada, la escasa adherencia disponible en el eje trasero debido a la transferencia de carga puede no ser suficiente para proporcionar la deceleración exigida al vehículo. Es por esto por lo que el **Sistema X** es **más seguro** en este sentido ya que da servicio a las ruedas de forma diagonal, de tal forma que siempre existirá fuerza de frenado en ambos ejes aún en el caso de fallo de uno de los circuitos. (Day (I), 2014) concluye que la elección del tipo de configuración **dependerá del reparto de pesos** que se tenga en el vehículo. Para vehículos con **tracción delantera** (*FWD-Front Wheel Drive*) cuyo reparto de pesos entre ejes ronda el 70-30 en condiciones estáticas pudiendo alcanzar picos de hasta el 85-15 en condiciones dinámicas debido a la transferencia de carga, la configuración **más adecuada** es la distribución **diagonal** (Sistema X). La justificación es clara, no se debe exponer al vehículo a la ausencia de fuerza de frenado en el eje delantero en caso de fallo en este circuito, pues el eje trasero no sería capaz de entregar la fuerza de frenado necesaria. En cambio, para los vehículos con **tracción trasera** (*RWD-Rear Wheel Drive*) y **tracción total** (*4WD-4 Wheel Drive*), cuyo reparto de pesos en condiciones estáticas es mucho más equitativo (próximos al 50-50 dependiendo del vehículo), la distribución eje delantero-eje trasero (**Sistema II**) es **aceptable**. El resto de las configuraciones, aunque tienen su ámbito de aplicación, no es habitual emplearlas en turismos.

En función del tipo de actuación, existen fundamentalmente dos **tipos** de sistemas de frenos: **hidráulicos** y **neumáticos**. El primer tipo, es empleado en la mayoría de los turismos y vehículos comerciales ligeros, siendo el segundo tipo más adecuado para vehículos de carga. Por tanto, el estudio se centrará en los sistemas de frenos hidráulicos. Este tipo de sistemas requieren de la energía “muscular” del conductor, es decir, del esfuerzo que éste realiza sobre el pedal de freno para generar presión hidráulica en el líquido de frenos que se encuentra en los circuitos para lograr la fuerza de frenado necesaria. De forma genérica, tal y como presenta (Day (I), 2014), el sistema de frenos de un vehículo está compuesto por:

- *Pedal de freno*: Es la palanca sobre la que el conductor aplica la fuerza, generalmente presionándola con el pie. Esta palanca, **multiplica** la fuerza realizada por el conductor.
- *Servofreno*: Dispositivo que **multiplica** el esfuerzo realizado por el conductor.
- *Cilindro maestro*: Sobre su pistón actúa la fuerza que el conductor ha realizado, multiplicada tanto por la relación de pedal como por el servofreno. En función de la sección del cilindro, se obtendrá una determinada **presión** en el circuito.
- *Línea hidráulica*: Transmite la **presión hidráulica** generada por el cilindro maestro hasta el *caliper*.
- *Caliper*: Este elemento no es más que un cilindro hidráulico sobre el que actúa la presión hidráulica del circuito. En función de su sección, dicha presión hidráulica se **transforma** en fuerza sobre su pistón. Este pistón es el que actúa sobre las **pastillas de freno** generando una fuerza de fricción sobre el freno.
- *Freno*: Es el órgano del sistema de frenado donde se desarrollan las **fuerzas de frenado** que se oponen al movimiento del vehículo. La mayoría de los vehículos están equipados con frenos de fricción, siendo los frenos de **tambor** y los frenos de **disco** los más habituales.

En la **Fig 2** se puede ver de forma esquemática el conjunto de todos estos elementos.



**Fig 2. Elementos básicos de un sistema de frenos hidráulico (Day (I), 2014)**

Además de los elementos básicos, es habitual disponer de distintos elementos en el sistema de frenos de un vehículo, tanto mecánicos como electrónicos. Los componentes de un sistema de frenos deben diseñarse para aprovechar al **máximo** la presión aplicada por el conductor. Como se comentó anteriormente, en una acción de frenada existe una transferencia de carga del eje trasero al eje delantero debido a la deceleración sufrida por el vehículo. Esta transferencia de carga hace que la adherencia disponible  **aumente** en los neumáticos del eje delantero y  **disminuya** en los traseros, y, por tanto, así lo haga también la fuerza de frenado. Dado que en los **turismos** lo habitual es disponer de un único cilindro maestro que proporciona la misma presión a los dos circuitos hidráulicos, para evitar bloquear las ruedas traseras, es necesario **limitar la fuerza de frenado** que actúa sobre las mismas en determinadas condiciones. Para ello, se implementan los **reguladores** de presión o correctores de frenado en el circuito hidráulico. Estos dispositivos son **válvulas hidráulicas** que impiden que la presión hidráulica en un circuito aumente en caso de que se cumpla una determinada condición. De acuerdo con lo expuesto por (Luque, 2005) existen **tres diseños** principales de reguladores de presión:

- *Regulador de presión dependiente de la carga:* Este regulador se fija a la carrocería del vehículo y se conecta a la **suspensión trasera** mediante una unión mecánica. El desplazamiento relativo se transmite a un pistón, el cual comprime un muelle que modifica el **punto de conmutación**, de tal forma que el sistema **adapta** la presión en los frenos traseros compensando las variaciones de carga.
- *Regulador de la fuerza de frenado dependiente de la presión:* Este tipo de regulador **limita** la presión que llega al eje posterior a un **valor máximo**, de tal forma que cuando se alcanza dicho valor máximo, la presión se mantiene constante.
- *Regulador de la fuerza de frenado dependiendo de la aceleración:* En este caso, la fuerza de frenado en el eje trasero se **limita** en función de la **deceleración**. La medida de la deceleración se realiza de forma indirecta, a través del **cabeceo** del vehículo.

Otros elementos adicionales que se pueden encontrar en un sistema de frenos son los dispositivos electrónicos, como por ejemplo los **sistemas antibloqueo (ABS-Antilock Braking System)**. Estos sistemas son dispositivos de regulación en el sistema de frenos que **evitan** el bloqueo de las ruedas maximizando la eficiencia de frenado en situaciones de conducción críticas como por ejemplo: asfalto deslizante, frenada de emergencia, situaciones imprevistas...

En líneas generales, el ABS está formado por **tres subsistemas** principales: sensor de velocidad, centralita electrónica de control y válvula reguladora de presión. El funcionamiento del ABS es el siguiente: los sensores de velocidad, situados habitualmente uno en cada rueda, son capaces de detectar la **velocidad de rotación** individual de cada una de las ruedas mediante **señales eléctricas**. Esta información es transmitida a la unidad electrónica de control (*ECU-Electronic Control Unit*). La ECU utiliza la **variación** en la velocidad de cada rueda que se produce en una acción de frenado para calcular la deceleración de cada una. Este dispositivo también calcula la **velocidad de referencia** del vehículo partiendo de la velocidad de dos ruedas diagonalmente opuestas. La situación de bloqueo se produce cuando el neumático está en situación de **deslizamiento**, es decir, cuando la velocidad de referencia es

**superior** a la velocidad de rotación de alguna de las ruedas. Si la *ECU* detecta que alguna de las ruedas se encuentra a punto de bloquear, es decir, en situación de deslizamiento, envía una señal eléctrica a la válvula reguladora de presión. Esta válvula, **limita** la presión en el circuito que alimenta a la/s rueda/s donde se esté produciendo el deslizamiento. De este modo, aun cuando el usuario continúa aplicando fuerza sobre el pedal, la **presión** en el circuito hidráulico **no aumenta** y tampoco lo hace la fuerza de frenado en la rueda. De este modo, la rueda es capaz de **evitar** el bloqueo.



### 3 ANÁLISIS PREVIO

En este capítulo se llevará a cabo un análisis previo de las **restricciones** y **requisitos** que se tienen al **inicio** del proyecto, tanto a nivel normativo como a nivel formal. Lo expuesto en los sucesivos apartados suponen un preámbulo que permitirá desarrollar tanto el proceso de **cálculo** como el de **diseño**, ya que para comenzar estas etapas es fundamental identificar correctamente las entradas que se tienen al proceso. También se llevará a cabo un análisis de posibles **alternativas** a desarrollar e implementar y una **selección justificada** de estas para, posteriormente, proceder a su desarrollo en sucesivos capítulos.

#### 3.1 Normativa Formula SAE 2019

En el capítulo anterior se presentó brevemente el funcionamiento y los **componentes genéricos** que forman parte del sistema de frenos habitualmente implementados en **turismos**. Se ha hecho referencia a distintas normas que rigen este tipo de sistemas para la comercialización de vehículos de pasajeros en Europa. Sin embargo, no se debe olvidar que el **objetivo** de este proyecto es diseñar un sistema de frenos para un *Formula Student* que competirá en los eventos que la *Formula SAE* organiza. Este tipo de eventos poseen una **normativa específica** que es fundamental conocer para desarrollar los sistemas de manera adecuada.

La *SAE* actualiza anualmente su normativa, haciéndola de dominio público para la libre consulta de los equipos interesados en inscribirse en estas competiciones. En este apartado se va a presentar los **aspectos normativos** que afectan directa e indirectamente al sistema de frenos y que, por tanto, se deben tener en cuenta a posteriori. Los artículos presentados a continuación se han extraído de la versión 1.0 del documento *Fórmula SAE Rules 2019* publicada el 25 de julio de 2018 ([SAE \(II\), 2018](#)).

Los primeros aspectos normativos que hacen referencia al sistema de frenos se encuentran en el capítulo “*T-Technical Requirements*” dentro del apartado “*T.5 Brake System*”, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 1. Technical Requirements: Brake System (SAE (II), 2018)**

T.5.1	Aspectos generales
T.5.1.1	El vehículo debe estar equipado con un sistema de frenos que: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Actúe sobre las cuatro ruedas</li> <li>- Sea activado por un único control</li> <li>- Sea capaz de bloquear las cuatro ruedas</li> </ul>
T.5.1.2	El sistema de frenos debe tener dos circuitos hidráulicos independientes, de tal forma que, en caso de fallo o pérdida en algún punto del sistema, se disponga de potencia de frenado sobre al menos dos ruedas
T.5.1.3	Cada circuito hidráulico debe tener su propio líquido de reserva, bien sea empleando depósitos separados o un único depósito dividido internamente
T.5.1.4	Se puede emplear un único freno que actúe sobre el diferencial
T.5.1.5	Se prohíbe el uso de frenado electrónico (“ <i>Brake by Wire</i> ”)
T.5.1.6	Se prohíbe el uso de líneas de plástico sin armadura en el circuito
T.5.1.7	El sistema de frenos debe estar protegido de impactos o fallos en el tren de potencia mediante armaduras metálicas
T.5.1.8	En vista lateral cualquier parte del sistema de frenos montada sobre la masa no suspendida del vehículo no se debe proyectar por la cara inferior del chasis
T.5.1.9	Cualquier unión atornillada empleada en el sistema de frenos debe cumplir las normas T.10.2 y T.10.3
T.5.1.10	El pedal de freno debe: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estar fabricado en acero o aluminio o mecanizado en acero, aluminio o titanio</li> </ul>

	- Estar diseñado para soportar una fuerza de 2000 N sin producirse ningún fallo en el sistema de frenos o la pedalera
<b>T.5.2</b>	<b>Interruptor tope desplazamiento pedal (BOTS-Brake Over Travel Switch)</b>
T.5.2.1	Se debe instalar un interruptor de seguridad que sea activado en caso de exceder el desplazamiento máximo del pedal
T.5.2.2	El BOTS debe ser un interruptor mecánico de dos posiciones
T.5.2.3	La activación del interruptor en posición de apagado (OFF) debe: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Apagar el motor y la bomba de gasolina</li> </ul>
T.5.2.4	No se debe restablecer la potencia en el vehículo al actuar repetidamente sobre el interruptor
T.5.2.5	El BOTS debe ser diseñado de tal forma que el piloto no pueda resetearlo
T.5.2.6	El interruptor debe ser implementado a base de componentes analógicos, quedando prohibido el uso de lógica programable, controladores, unidades de control motor o similares
<b>T.5.3</b>	<b>Luz de freno</b>
T.5.3.1	El vehículo debe estar equipado con una luz de freno que sea fácilmente visible desde la parte posterior del vehículo en condiciones de alta luminosidad solar
T.5.3.2	La luz de freno debe: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ser de color rojo sobre un fondo negro</li> <li>- Ser rectangular, triangular o de forma redonda con al menos una superficie luminosa de 15 cm<sup>2</sup></li> <li>- Debe estar montada en el centro del eje, a la altura de los hombros del conductor y aproximadamente en la línea central del vehículo en vista lateral</li> </ul>
T.5.3.3	En caso de emplear luces LED sin difusor, no debe haber más de 20 mm entre ellas
T.5.3.4	Si se emplea una línea de LED's única, la longitud mínima de esta es de 150 mm

Por otro lado, la SAE establece en sus normas las inspecciones técnicas que se llevarán a cabo en el vehículo durante la competición. En la siguiente tabla se presenta el extracto de normas que hacen referencia al sistema de frenos. Están disponibles en el capítulo “*IN-Technical Inspection*” dentro del apartado “*IN.12-Brake Test*”.

**Tabla 2. Technical Inspection: Brake Test (SAE (II), 2018)**

<b>IN.12.1</b>	<b>Objetivo</b>
	El sistema de frenos será probado dinámicamente y debe demostrar la capacidad de bloquear las cuatro ruedas en una acción de frenada lineal al final de una carrera de aceleración programada por los inspectores técnicos de la prueba
<b>IN.12.2</b>	<b>Prueba de comportamiento</b>
IN.12.2.1	Procedimiento <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aceleración hasta alcanzar una cierta velocidad (habitualmente en 2ª marcha) hasta alcanzar el área designada</li> <li>- Activar los frenos con la fuerza suficiente para demostrar el bloqueo de las cuatro ruedas</li> </ul>
IN.12.2.2	La prueba de frenado se supera cuando: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Las cuatro ruedas bloquean</li> <li>- El motor permanece en funcionamiento durante toda la prueba</li> </ul>

De los aspectos normativos presentados anteriormente se pueden extraer unas **primeras conclusiones** que se tratarán como **entradas** al diseño. A modo de resumen, se debe diseñar un sistema de frenos que posea **dos circuitos hidráulicos**, de tal forma que cada uno de ellos actúe sobre dos ruedas. Dado que se impone como restricción el **bloqueo** de las cuatro ruedas, queda descartado automáticamente el uso de ayudas electrónicas como puede ser el ABS. También cabe destacar que tal y como se definió

en el [alcance del proyecto](#), el diseño de los sistemas eléctricos o electrónicos que forman parte del sistema de frenos a los que se hace referencia en la normativa (T.5.2 y T.5.3), queda reducido **únicamente** a la selección de los componentes comerciales, sin abordar su conexionado eléctrico.

### 3.2 Datos de partida: características del vehículo

Como se comentó al inicio de este documento, el prototipo de *Formula Student* al que está dirigido este proyecto cuenta con notables desarrollos en muchos de sus sistemas. El chasis, el motor y la transmisión, las suspensiones y el *cockpit* son los sistemas que cuentan con **mayor desarrollo**. Además, también se dispone de algunos elementos comerciales que fueron adquiridos en el pasado como pueden ser los neumáticos y las llantas. Todo esto supone una fuente de **entradas** al proceso de diseño que se deben tener en cuenta. Por un lado, esto supone una **ventaja** ya que facilitará el proceso de cálculo al conocer con certeza algunos datos del vehículo que son **fundamentales** para desarrollar un sistema de frenos adecuado para el vehículo. Sin embargo, este nivel de desarrollo supone un **esfuerzo extra** a la hora de **integrar** el sistema en el vehículo. El sistema de frenos debe ser adaptado perfectamente al prototipo existente, cumpliendo con todas las restricciones, asegurando la **compatibilidad** entre sistemas y el correcto **funcionamiento** de estos.

En la siguiente tabla se presentan brevemente todos los datos que se conocen del vehículo y que se emplearán en el desarrollo del sistema de frenos.

**Tabla 3. Datos del prototipo Formula Student Pisuegra Sport**

PARÁMETRO	SÍMBOLO	UNIDADES	VALOR
Batalla	B	[m]	1,600
Ancho de vía delantero	$A_{vd}$	[m]	1,300
Ancho de vía trasero	$A_{vt}$	[m]	1,300
Altura cdg	h	[m]	0,275
Distancia eje delantero-cdg	$B_1$	[m]	0,800
Distancia eje trasero-cdg	$B_2$	[m]	0,800
Masa del vehículo	m	[kg]	300,0
Peso del vehículo	P	[N]	2943,0
Peso estático eje delantero	$P_{0d}$	[N]	1471,5
Peso estático eje trasero	$P_{0t}$	[N]	1471,5
Radio neumáticos delanteros	$r_{nd}$	[m]	0,267
Radio neumáticos traseros	$r_{nt}$	[m]	0,267
Diámetro de la llanta	$D_{llanta}$	[in]	13
Anchura de llanta	$b_{llanta}$	[mm]	203
Área frontal	$A_f$	[m <sup>2</sup> ]	1,305
Coficiente aerodinámico de arrastre	$C_d$	[-]	1,687
Velocidad máxima vehículo	$V_{max}$	[km/h]	170,0

En cuanto a los **elementos comerciales** adquiridos, se dispone de dos referencias. Por un lado, se dispone de los **neumáticos** que se emplearán en el prototipo, así como de sus **curvas de comportamiento** en función de distintos parámetros como pueden ser la presión de inflado, la caída del neumático (*"camber"*) o la carga que gravita sobre los mismos. Se trata del neumático *Michelin 16/53-13 Slick*. Tal y como especifica su fabricante ([Michelin, 2018](#)), se trata de unos neumáticos de **altas prestaciones** específicamente diseñados para la **competición de monoplazas en circuito**, por lo que

se trata de una buena elección para el vehículo y su propósito. Cabe destacar que este modelo en concreto está concebido para trabajar en condiciones de **asfalto seco**. Más adelante se presentará con detalle su **comportamiento** en estas condiciones, el cual será fundamental conocer y prever para diseñar adecuadamente el sistema de frenos. También se dispone de las **llantas** que se montarán en el vehículo y que son **compatibles** con los neumáticos seleccionados. El modelo es *8x13 Al Rim BRAID Formrace* (Braid, 2018) y están diseñadas y fabricadas por *Braid*, uno de los referentes en la fabricación de **ruedas** para distintos tipos de **competiciones**. Este modelo en concreto está concebido para la competición *Formula Student*.

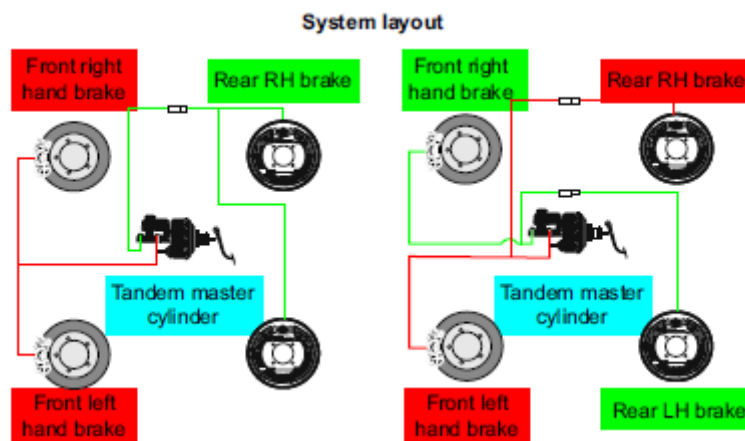
### 3.3 Evaluación y selección de alternativas

Una vez han sido presentadas las restricciones normativas y los requisitos de los que se dispone en el vehículo, se procede a plantear las **alternativas** que se podrían implementar en el prototipo. El **objetivo** de este apartado es **identificar** aquellas partes o subsistemas del sistema de frenos que están sujetas a distintas posibilidades de diseño para llevar a cabo una **selección justificada** de soluciones técnicas.

#### 3.3.1 Circuito hidráulico

El primer subsistema sobre el que se identifica la posibilidad de implementar distintas alternativas es el **circuito hidráulico**. Tal y como exige la normativa de la Formula SAE, el sistema de frenos debe disponer de dos circuitos hidráulicos independientes que actúen sobre dos ruedas cada uno. En la **Fig 1** se presentaron las distintas posibilidades que existen para realizar la distribución de los circuitos hidráulicos según la DIN 74000 (DIN, 1992).

Tal y como expone (Day (I), 2014), la selección de la **distribución** de los circuitos hidráulicos **depende** fuertemente del **tipo de vehículo**. Para llevar a cabo una selección justificada, basada en este criterio, se debe analizar fundamentalmente qué **tipo de tracción** tiene el vehículo y, como consecuencia, qué reparto de pesos en condiciones estáticas presenta. En este caso, se trata de un monoplaza con **tracción trasera (FWD)**, con un reparto de pesos entre ejes 50-50 en condiciones estáticas (Ver **Tabla 3**). Ante estas características, es conveniente seleccionar una configuración de **Sistema II**, esto es, cada circuito hidráulico actúa sobre las ruedas de un eje. Esta decisión permitirá **independizar** las fuerzas de frenado sobre cada eje sin comprometer la seguridad del vehículo. En condiciones dinámicas durante el frenado, el reparto de pesos en el vehículo variará, pero siempre existirá un peso significativo en el eje trasero que permitirá frenar el vehículo en caso de fallo en el circuito delantero. Por otro lado, no se debe olvidar que se está diseñando un vehículo de competición, donde cada sistema debe trabajar al **máximo rendimiento**. Tener independizadas las fuerzas de frenado en cada eje permitirá maximizar estas en las situaciones más exigentes, donde el eje delantero requiere de pares de frenado más elevados que el trasero. De esta forma, se podrá enfocar el diseño hacia el **aprovechamiento máximo** de la adherencia disponible en los neumáticos y, por tanto, se optimizará al máximo el funcionamiento del sistema de frenos.



**Fig 3. Distribución circuitos hidráulicos: Sistema II (izq) VS Sistema X (dcha) (Day (I), 2014)**

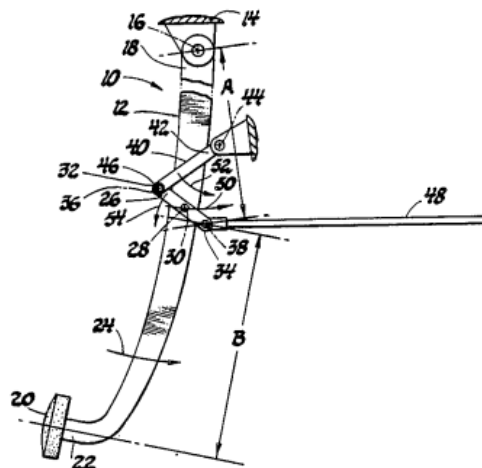
### 3.3.2 Accionamiento sistema frenos

El accionamiento del sistema de frenos es quizás la parte del sistema que admite mayores posibilidades y alternativas técnicas a implementar, las cuales se deben tener en cuenta. En primer lugar, se debe acotar el significado al que se hace referencia en este apartado por **accionamiento** del sistema. En la discusión que se llevará a continuación, se entiende por el accionamiento del sistema al **conjunto de elementos** que, definidos desde el **pedal de freno**, donde el piloto aplica la fuerza, hasta la salida de la bomba de freno, es decir, el punto de **entrega de presión** a los circuitos.

En el [Capítulo 2](#) se presentaron los elementos que habitualmente componen un sistema de frenos genérico. Centrando la discusión en el accionamiento, un **sistema de frenos genérico** habitualmente está compuesto por un pedal de freno, un servofreno y un único cilindro maestro con dos salidas que proporciona presión a los circuitos hidráulicos (Ver [Fig 2](#)).

El primer análisis sobre el accionamiento del sistema de frenos se enfoca hacia el primer elemento, el **pedal de freno**. El pedal de freno no es más que una **palanca**, la cual se encuentra articulada en un extremo siendo el otro extremo el punto donde el conductor aplica la fuerza. En un **punto intermedio** determinado se encuentra articulado el **vástago**, el cual entrega la fuerza realizada por el conductor y multiplicada por la relación de palanca del pedal, al servofreno, o a la bomba directamente, en caso de no disponer de este último. A la relación de palanca se le denomina comúnmente “*pedal ratio*” o **relación de pedal**. Tal y como discute ([Deepa, 2018](#)) la relación de pedal debe ser cuidadosamente seleccionada ya que permite lograr una **mayor eficiencia** en el sistema de frenos; cuanto mayor sea la proporción de pedal, **mayor** será la **fuerza entregada** a la bomba y, por tanto, **mayor fuerza de frenado** se logrará para una misma fuerza aplicada por el piloto. Sin embargo, la proporción de pedal no puede crecer “*ad infinitum*”. Conforme aumenta la proporción de pedal, también lo hace su longitud, por lo que, por **restricciones de espacio** dentro del vehículo, su longitud máxima estará restringida, lo cual supone un problema o limitación.

Durante años han sido desarrollados múltiples diseños para tratar de dar **solución** a la limitación que presenta la relación de pedal. Aunque cada uno tiene sus particularidades, todos ellos tratan de alcanzar un objetivo común: lograr una **relación de pedal variable**. Uno de los primeros diseños propuestos en esta línea fue patentado por ([Horvath, 1986](#)) bajo el amparo del grupo *General Motors Corporation* en 1986. Su diseño se basa en un conjunto de **brazos articulados**, también conocido como pedal multibrazo o “*multilink*”. El sistema incluye un primer brazo el cual está articulado en sus dos extremos: por un lado, al **vástago** de la bomba y, por otro, al segundo brazo pivotante. En su punto intermedio ([Punto 28-Fig 4](#)), se encuentra articulado en el pedal. El segundo brazo debe estar unido al chasis del vehículo, para lograr la fijación del sistema. En función de las **longitudes** de los **brazos articulados**, se consigue que la relación de pedal sea **variable** para cada valor de **desplazamiento** del pedal. En la [Fig 4](#) se puede ver un esquema de este ingenioso invento.



**Fig 4.** “Variable ratio brake pedal mechanism” (Horvath, 1986)

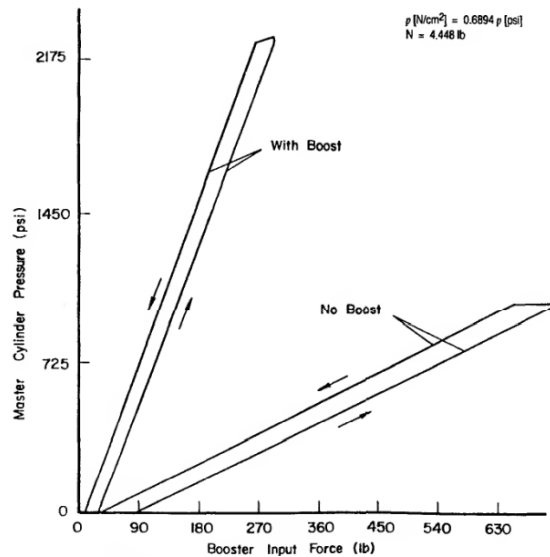
No obstante, este diseño no fue el único. Existen muchos otros **inventos patentados** en esta línea, la gran mayoría basadas en **mecanismos** de este estilo. Otro ejemplo que es posible consultar es el patentado por (Willemsen, 2006), el cual trata de dar **solución** a algunos problemas que presenta el modelo patentado por (Horvath, 1986).

Para poder tomar una **decisión** sobre si es apropiado diseñar un pedal de relación variable para un *Formula Student*, se debe entender **por qué** surgen estos diseños y **qué** buscan mejorar. Es algo que discute de forma muy acertada (Deepa, 2018). Aunque es innegable que este tipo de diseños permiten **aumentar la efectividad** del sistema de frenos, su propósito principal es el de **mejorar la seguridad vial**. (Deepa, 2018) demuestran que ante una situación de frenado imprevista donde el conductor desea frenar el vehículo lo más rápido posible, este tipo de diseños permiten **reducir** el tiempo de frenado ya que ante una misma fuerza de entrada requieren un **menor desplazamiento** y son capaces de entregar un **mayor par de frenado**. No obstante, este tipo de solución requiere de un **mayor espacio** en el vehículo lo cual, supone un inconveniente. Además, al incluir más elementos que un pedal convencional, el **peso** de este se ve **incrementado**.

Ante esta situación, aunque se ha valorado la posibilidad de implementar un diseño de pedal “*multilink*”, se ha **decidido** diseñar un **pedal de freno convencional**. El propósito final del vehículo es la competición, por lo que no es justificable llevar a cabo un diseño en base a criterios de seguridad vial, que es la principal ventaja que presenta el pedal de freno de multibrazo. Además, se debe tratar de reducir al máximo el peso del vehículo, por lo que no es conveniente introducir en el diseño más elementos de los estrictamente necesarios.

Una vez se ha discutido y decidido qué tipo de pedal implementar, el siguiente paso es decidir si es conveniente emplear un **servofreno** o no. (Limpert (I), 1999) explica claramente qué **motivos** deben llevar a plantearse emplear un servofreno en un sistema de frenos. Dado que los sistemas de frenos emplean generalmente la **fuerza del conductor** como única energía para detener el vehículo, existen situaciones en las que el conductor puede **ser incapaz** de entregar toda la fuerza necesaria. El servofreno, tal y como se introdujo en el **Capítulo 2**, es un elemento **multiplicador** de fuerza, que **suma** su efecto a la propia multiplicación de fuerza que tiene lugar en el pedal de freno. En la **Fig 5**, se puede ver una gráfica que representa la **presión** entregada por la bomba en función de la **fuerza aplicada** por el conductor. Se representan dos casos: con y sin uso de servofreno (“*brake boost*”). En esta gráfica se aprecia fácilmente cómo ante la presencia de **servofreno**, se alcanzan **elevadas presiones** en el circuito hidráulico con **esfuerzos muy bajos** por parte del conductor. El objetivo de este elemento está enfocado a permitir al conductor detener **vehículos pesados** sin tener que realizar esfuerzos excesivos que le supongan **fatiga** durante la tarea de conducción. El uso de este componente ha permitido aumentar la **seguridad** durante la conducción y, principalmente, el **confort** del conductor. De hecho, la normativa europea para los dispositivos de frenado (CEE, 2002) **no obliga** en ningún caso a utilizar servofreno en los vehículos. Es más, todo sistema de frenos que se implemente en un vehículo debe estar diseñado para poder **detener** este bajo una fuerza de pedal máxima de 450 N **sin** la ayuda de **servofreno**, bien sea por carecer de él o por un supuesto fallo en el mismo.

Por tanto, analizando lo expuesto por (Limpert (I), 1999), parece claro que ninguno de los motivos que discute se ajustan a las especificaciones del diseño. Por un lado, el prototipo de *Formula Student* hacia el que va dirigido el sistema de frenos tiene un **peso reducido** (Ver **Tabla 3**), por lo que las fuerzas de frenado necesarias no serán muy elevadas y podrán ser asumidas por el piloto sin ayuda de servofreno. Pero, además, se entiende que, con una competición como propósito final, el **confort** del piloto en las acciones de frenado tiene un peso reducido a la hora de tomar esta decisión. Por todo esto se decide **no emplear servofreno** en el sistema de frenos propuesto. De esta forma, únicamente se dispondrá del pedal de freno como elemento multiplicador de la fuerza que aplique el piloto.



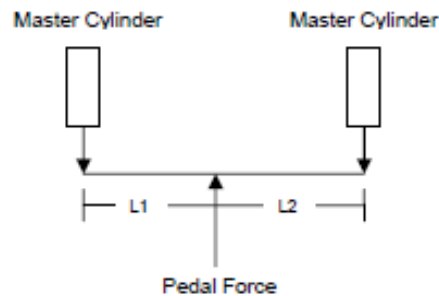
**Fig 5. “Master cylinder pressure vs booster input force” (Limpert (I), 1999)**

La última discusión que se debe llevar a cabo sobre el accionamiento del sistema de frenos es relativa a la **bomba de freno**. En los vehículos convencionales, es habitual emplear una **única** bomba de freno o cilindro maestro (“*master cylinder*”) como elemento **presurizador** de los circuitos hidráulicos. Este elemento está dividido internamente en dos cámaras, cada una de ellas con una salida propia, una para cada circuito hidráulico. No obstante, aunque disponga de dos salidas independientes, dado que la fuerza de entrada al cilindro maestro y la sección de este son únicas, la **presión** entregada será **igual** para ambos circuitos. Ante esta situación cabe preguntarse si realmente es **adecuado** presurizar los dos circuitos hidráulicos por igual. (Limpert (I), 1999) expone de forma clara qué **consecuencias** tiene esta solución. Como ya se ha comentado anteriormente, conforme aumenta la deceleración del vehículo, el eje trasero se va aligerando, transfiriendo parte de su peso al eje delantero. Esto implica que la **fuerza de frenado** necesaria en el **eje trasero** será cada vez **menor** en relación con la fuerza requerida en el eje delantero. Es por esto por lo que, la **presión hidráulica** necesaria en el circuito trasero será siempre **menor** que la necesaria en el eje delantero para evitar el bloqueo de las ruedas traseras. Además, esta diferencia se ve acrecentada conforme **más exigentes** sean las condiciones de frenado. Si se utiliza una única bomba para presurizar ambos circuitos por igual, serán necesarios **elementos adicionales** en el circuito hidráulico (Ver [Capítulo 2](#)) que **limiten** la presión en el circuito trasero en las condiciones de frenado más exigentes.

La **alternativa principal** al uso de un único cilindro maestro es emplear dos, uno para cada circuito hidráulico. Esta solución implica una serie de ventajas con respecto a la anterior. En primer lugar, se logra **independizar** la presión en los circuitos hidráulicos, lo cual **evita** introducir elementos de corte de presión en el circuito que limiten dicha presión en condiciones desfavorables. Pero, además, el hecho de poder obtener presiones distintas en los circuitos permite alcanzar un **reparto óptimo** de frenada entre ejes, ajustando los elementos del circuito para alcanzar las fuerzas de frenado requeridas en cada eje de forma independiente.

No obstante, dado que la **fuerza de entrada** al sistema es **única**, este diseño requiere de un elemento adicional que reparta la fuerza de entrada del pedal a los cilindros maestros. Este elemento se denomina **repartidor de frenada** (“*balance bar*”). (Hamilton, 2009) explica el funcionamiento de este elemento, así como su aplicación en su artículo “*Design of Formula SAE Brake Systems*”. Tal y como expone, el repartidor de frenada no es más que una **palanca** que **une** el **pedal de freno** con los **cilindros maestros**, repartiendo la fuerza de entrada al sistema entre ambos. En la [Fig 6](#) se presenta el diagrama de cuerpo libre de este sistema. Una de las grandes **ventajas** que presenta este elemento es su **capacidad de regulación**. Modificando las distancias  $L_1$  y  $L_2$  se pueden obtener distintos repartos de fuerza para cada cilindro. De esta forma, es posible **primar** la fuerza entregada a un circuito hidráulico en **detrimento** de su homólogo. Es importante recalcar que este elemento **no multiplica** en ningún caso la fuerza de

entrada, **solamente la reparte**. En todo momento, la suma de las fuerzas que recibe cada cilindro será igual a la fuerza de entrada.



**Fig 6. Diagrama de cuerpo libre de un repartidor de frenada (Hamilton, 2009)**

En base a lo expuesto anteriormente, se decide implementar la segunda de las soluciones propuestas, es decir, **dos bombas** o cilindros maestros gobernados por un **repartidor de frenada**. La justificación es clara: tal y como se ha comentado, esta solución otorga la posibilidad de diseñar cada **circuito hidráulico** de forma **independiente** en base a las exigencias de cada eje, de forma que el sistema de frenos será fácilmente **optimizable**. Además, el uso de un repartidor de frenada, tal y como expone (Hamilton, 2009), es la forma más **efectiva** y sencilla de **ajustar** las fuerzas de frenado del coche durante la competición frente a distintas situaciones, por ejemplo, ante condiciones de lluvia. Basta con girar el vástago roscado del repartidor de frenada que une los cilindros maestros para **modificar** las distancias L1 y L2, obteniendo de esta forma **distintas condiciones** de frenada en función de las necesidades.

### 3.3.3 Frenos

Una vez han sido decididas y justificadas las soluciones técnicas a implementar del sistema de frenos aguas arriba, es el momento de discutir qué **frenos** emplear. Históricamente, en los vehículos convencionales han predominado dos soluciones técnicas, las cuales se basan en lograr la fuerza de frenado necesaria mediante el **mecanismo de fricción**. Son los frenos de **tambor** y los frenos de **disco**. (Day (II), 2014) explica los **fundamentos básicos** de cada solución. Así, los frenos de tambor basan su principio de funcionamiento en la **fricción** de dos **zapatas** que son forzadas **radialmente** contra la cara interna de un **tambor**, el cual gira solidariamente con la rueda. Este tipo de frenos presentan una elevada superficie de fricción, siendo habitual que las **zapatas** abarquen aproximadamente el **70%** de la **superficie** interna del **tambor**. Su principal ventaja radica en su **durabilidad**. Las zapatas se encuentran en el interior del tambor, lo que permite que se encuentren **aisladas** de la suciedad y de la humedad. Sin embargo, presenta **desventajas** importantes. De forma general, su **potencia de frenado** es **menor** en comparación con los **frenos de disco**, siendo **superior** el **volumen** que ocupan en el vehículo. Además, presentan problemas de **refrigeración** del calor generado por fricción durante las frenadas, a pesar de que el tambor se encuentra aleteado en su exterior para facilitar la transmisión de calor al entorno.

Los **frenos de disco** también basan su principio de funcionamiento en el mecanismo de **fricción**. En este caso, en lugar de zapatas, se disponen al menos dos **pastillas de freno**, una por cada cara del disco, que son forzadas **axialmente** contra la superficie del disco de freno, el cual gira de forma solidaria con la rueda. Al contrario que los frenos de tambor, la superficie de fricción que abarcan las **pastillas** apenas alcanza el **15%** de la **superficie** total del **disco**. Sin embargo, la **potencia de frenado** que alcanzan este tipo de frenos es **superior** a la lograda por los **frenos de tambor**. Por otro lado, el disco de freno se encuentra en contacto con el aire que le rodea lo que le proporciona una **gran capacidad** de **refrigeración** incluso en las situaciones más exigentes. Como **desventajas** principales, se pueden citar la **durabilidad** de las pastillas y el **aumento de peso** de la masa no suspendida. En cuanto a la primera de ellas, a diferencia de los frenos de tambor, las pastillas de freno se encuentran **expuestas** al entorno por lo que sufren un **mayor desgaste** debido principalmente a la suciedad y a la humedad del entorno, por lo que su durabilidad es menor. En cuanto al peso, generalmente los discos de freno están fabricados en acero debido a las excelentes propiedades térmicas que este material le confiere al disco, pero esto



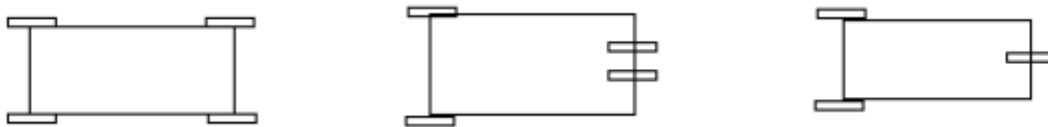
hace que **aumente su peso** de forma notable en relación con los discos de tambor. Tal y como expone (Day (II), 2014), aumentar en exceso la masa suspendida del vehículo tiene **consecuencias** directas en la **dinámica vehicular** que deben ser tenidas en cuenta en el proceso de diseño.

En definitiva, los frenos de disco por su excelente **capacidad de refrigeración**, unida a su elevada **potencia de frenado** han hecho que se conviertan en la principal alternativa implementada en los vehículos, tanto turismos como de competición. Los **frenos de tambor** han quedado relegados a un segundo plano y su **uso** está quedando **limitado** a los ejes traseros de vehículos ligeros de tipo utilitario, donde las exigencias de frenado son relativamente bajas. Por todo esto, se ha decidido adoptar como solución técnica para los frenos del *Formula Student* objeto de este proyecto **frenos de disco** en todas las ruedas.

Conocido el tipo de freno que se implementará, el siguiente paso es determinar su **configuración** en el vehículo. En cuanto al eje delantero, debido a la presencia del sistema de dirección con el que el sistema de frenos debe coexistir no existen muchas alternativas a implementar. La solución pasa por situar un **freno de disco** y demás elementos necesarios para el sistema en **cada rueda** de forma que giren solidariamente. En cambio, para el **eje trasero** existen distintas **alternativas** de diseño, las cuales se presentarán a continuación.

Históricamente los equipos que han competido en los eventos Formula SAE se han decantado por desarrollar **tres alternativas** principales en cuanto a la configuración de los frenos traseros (Fig 7):

- 1- Dos discos exteriores unidos solidariamente a cada rueda respectivamente.
- 2- Dos discos interiores ensamblados cada uno sobre un palier a la salida del diferencial.
- 3- Un único disco de freno que actúa sobre el diferencial



Alt. 1: Dos discos exteriores

Alt. 2: Dos discos interiores

Alt. 3: Disco único

**Fig 7. Configuraciones típicas de los frenos traseros**

Cada una de las tres alternativas presentadas anteriormente cuenta con **ventajas e inconvenientes** que se deben analizar con el objetivo de tomar una decisión de forma justificada. Se han tenido en cuenta distintas **experiencias y puntos de vista** que compañeros de otros equipos han plasmado en artículos y proyectos. (Criado, 2012) perteneciente al equipo *UC3M Competición*, discute de forma muy clara los pros y contras de las distintas alternativas en su proyecto fin de carrera “*Diseño y cálculo del sistema de frenado para un prototipo Formula Student*”. También discute estos aspectos en profundidad (Pérez, 2013), perteneciente al equipo de la *Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Sevilla*.

La *Alternativa 1* se basa en situar un **disco de freno** en cada **rueda**, al igual que se realiza en el eje delantero. Esta configuración no supone ninguna “revolución” en el diseño, ya que se trata de la **solución** que **habitualmente** se utiliza en los turismos y la mayoría de los vehículos de competición. De forma general, las ventajas que presenta este tipo de solución se pueden resumir en las siguientes. En primer lugar, con esta alternativa se logra una **mayor capacidad de refrigeración** que con otras ya que los discos se encuentran **más expuestos** al ambiente, lo que facilita la **disipación** de calor al propio ambiente por **convección**. Además, durante las acciones de frenada se actúa dinámicamente sobre cada una de las ruedas lo que confiere al vehículo una **mayor estabilidad** durante la frenada, especialmente en **curva** como se discutirá más adelante. Por otro lado, la **construcción** y el **mantenimiento**, tanto preventivo como correctivo, del sistema de frenos se ven favorecidos con esta alternativa, pues los elementos se encuentran fácilmente **accesibles** desde el exterior del vehículo. Sin embargo, se debe tener en cuenta el principal inconveniente que presenta esta alternativa: el **aumento** de la **masa no suspendida** del vehículo. La masa no suspendida del vehículo es el resultado de la suma

de las masas de todos aquellos elementos cuyo peso no está soportado por la **suspensión**. Por ejemplo, las ruedas, los neumáticos o, en esta alternativa, los discos de freno y sus elementos complementarios. Tal y como se explica a continuación, aumentar en exceso la masa no suspendida provoca un **peor comportamiento dinámico** del vehículo. En condiciones dinámicas, el neumático de un vehículo está sometido a continuas compresiones debido a las **irregularidades** del perfil del asfalto. Estas compresiones inducen de forma directa **fuerzas** sobre la masa no suspendida, la cual responde con un **movimiento propio** que depende fundamentalmente de su **masa**. Cuanto **mayor** sea esta **masa**, la rueda se **moverá** en **menor** medida y de forma más **lenta**, lo que implica directamente un **peor agarre** sobre el asfalto ya que al neumático le resulta más difícil seguir el perfil del asfalto. Este efecto sólo se puede mejorar **reduciendo** al máximo la **masa no suspendida**.

La *Alternativa 2* consiste en emplear **dos discos de freno interiores** que se sitúen a la salida del diferencial del vehículo. En este caso, a diferencia de la alternativa anterior, el objetivo es **frenar** de forma independiente cada uno de los **semiejes traseros** o palieres del vehículo en lugar de las ruedas. Esta alternativa comparte alguna de las ventajas con la anterior. Aunque no se actúe directamente sobre las ruedas, formalmente la idea principal de esta configuración proporciona una **buena estabilidad** en la frenada ya que se actúa de **forma independiente** sobre cada **rueda**. Además, aunque la **capacidad de refrigeración** se ve **reducida** con respecto a la alternativa anterior, ésta continúa siendo aceptable. Sin embargo, existen factores que se ven perjudicados. De nuevo, este tipo de solución implica un **aumento** de la **masa no suspendida**, lo que obliga a realizar un exhaustivo diseño para no aumentar ésta de forma excesiva. Por otro lado, la **dificultad** de las labores tanto de **construcción** como de **mantenimiento** se ve aumentada, debido principalmente a la mayor presencia de componentes intermedios, como la suspensión o transmisión, que hacen de la accesibilidad a los elementos del sistema de frenos una tarea más compleja.

Por último, se tiene la *Alternativa 3*, la cual se basa en emplear un **único disco de freno** que, acoplado directamente al **diferencial**, actúe frenando el eje de transmisión. Esta alternativa es relativamente novedosa y, tal y como se presentó en el [Apartado 3.1](#) (Ver [Tabla 1](#)) está contemplada y aceptada por la normativa de la Formula SAE. El motivo principal que ha llevado a muchos equipos participantes en la competición a desarrollar este tipo de sistema ha sido la **mejora** en el comportamiento de la **masa no suspendida** que este tipo de solución aporta al vehículo. Este tipo de solución permite no aumentar en ningún momento la masa no suspendida del vehículo, lo que **mejora** de forma notable la **capacidad de agarre** del **neumático** sobre el asfalto. Este aspecto supone una gran ventaja con respecto a las otras alternativas, especialmente tratándose de un vehículo de tracción trasera (*RWD-Rear Wheel Drive*). No obstante, mejorar este aspecto implica **comprometer** y/o **dificultar** de forma notable **otras funciones** clave del sistema. Por un lado, al disponer de un único elemento de frenado, es evidente que su **tamaño** deberá ser **mayor** y, por tanto, se deberá proceder al diseño del **chasis** teniendo en cuenta este aspecto. Por otro lado, no se debe olvidar que este tipo de solución pretende actuar directamente sobre la corona en rotación del diferencial, y esta a su vez sobre el resto de los engranajes, satélites y planetarios, que constituyen el mismo, con el objetivo final de detener los semiejes o palieres del vehículo. Por tanto, en una acción de frenado se producirán unos **elevados esfuerzos** adicionales en la **transmisión** que no se producen con las otras alternativas. ([Hamilton, 2009](#)) cuenta bajo su experiencia las **dificultades** de implementar este tipo de solución. En situaciones de frenada en curva, se produce un **momento** sobre el eje vertical del vehículo que afecta directamente sobre el **diferencial** aumentando los esfuerzos, lo que complica tremendamente su diseño. En su equipo, *WolfPack Motorsports*, trataron de implementar este tipo de alternativa, pero no lograron un **ajuste óptimo** del diferencial que permitiese un correcto funcionamiento de esta solución, por lo que finalmente optaron por declinarla.

Una vez que se han discutido de forma general las principales ventajas e inconvenientes que presentan las tres alternativas, se está en condiciones de tomar una **decisión**. En este caso, se ha optado por la *Alternativa 1*, es decir, una configuración basada en el uso **dos discos de freno exteriores**. Son tres los motivos que han llevado a esta decisión:

- Por un lado, esta alternativa es la que proporciona la **mejor capacidad de refrigeración**, lo que supone una función clave en un vehículo destinado a la competición.
- Por otro lado, la **fácil accesibilidad** a los elementos del sistema constituye otro de los aspectos clave, especialmente si se considera el **mantenimiento correctivo** que pueda ser necesario llevar a cabo durante la competición.
- Para finalizar, aunque es cierto que se **aumenta** la **masa no suspendida** del vehículo, con los inconvenientes que esto supone, no se debe olvidar que se trata de un **vehículo de peso reducido** (Ver [Tabla 3](#)). Por tanto, se entiende que los elementos que formen parte del sistema de frenos no serán demasiado voluminosos ni pesados para lograr las especificaciones de frenado, por lo que el **aumento** de la **masa no suspendida no comprometerá** en exceso el **comportamiento dinámico**.

### 3.3.4 Síntesis de alternativas

En este apartado se presenta una **síntesis** de las **alternativas** que se han discutido y seleccionado en apartados anteriores. Todas estas alternativas definen formalmente el sistema de frenos que se ha decidido implementar en el vehículo. El conjunto de soluciones que se presenta a continuación será una de las entradas o *inputs* clave para los siguientes capítulos donde se presentará el cálculo y diseño del sistema.

- *Sistema hidráulico II*: Dos circuitos hidráulicos que alimentan a cada eje de forma independiente.
- *Pedal de freno*: Articulado únicamente en un punto.
- *Servofreno*: Se prescinde del uso de servofreno.
- *Cilindros maestros*: Dos cilindros maestros para presurizar cada uno de los circuitos. Estarán gobernados por el repartidor de frenada.
- *Frenos*: Se emplearán discos de freno exteriores en cada una de las ruedas.



## 4 CÁLCULO DEL SISTEMA DE FRENOS

En este capítulo se abordará el **cálculo** del sistema de frenos del vehículo. Dado que se trata de un sistema tecnológicamente maduro sobre el que se han llevado a cabo múltiples desarrollos a lo largo de la historia, existen distintos **procesos de diseño** que permiten alcanzar **soluciones óptimas**. Uno de estos procesos es el propuesto por (Day (I), 2014). Este autor propone un proceso de diseño del sistema de frenos dividido en **cuatro pasos** que permite alcanzar una solución óptima:

- 1- *Determinar los parámetros básicos del sistema de frenos:* índice de frenado crítico, pares máximos de frenado en cada rueda y energía máxima disipada en cada freno.
- 2- *Especificar la configuración básica de los frenos:* determinar el tipo y tamaño de frenos a emplear, la masa térmica de los frenos y el tamaño de las pastillas de freno.
- 3- *Diseñar el sistema de actuación:* especificar el sistema de actuación, diseñar los pistones y los cilindros maestros, determinar el servofreno y el pedal.
- 4- *Verificar el diseño y comprobar aspectos normativos*

Se trata de un proceso de diseño potente que se ajusta perfectamente a las necesidades de este proyecto. No obstante, se debe remarcar que este **proceso de diseño** está orientado al diseño del sistema de frenos de un vehículo **turismo** genérico, por lo que tanto a nivel de componentes como a nivel normativo existen **diferencias notables** que difieren fuertemente de los objetivos de este proyecto. Por tanto, aunque este proceso se ha tomado como **guía** para realizar el diseño, se ha procedido a **adaptarlo** a las **necesidades** del sistema de frenos del *Formula Student*. De esta forma, el proceso de diseño que se ha seguido y que regirá este capítulo es el siguiente:

- 1- *Determinar la deceleración máxima del vehículo y el reparto óptimo de frenada.*
- 2- *Determinar los parámetros básicos del sistema de frenos:* índice de frenado crítico, pares máximos de frenado en cada rueda y energía máxima disipada en cada freno.
- 3- *Determinar los parámetros básicos de los frenos:* tamaño de los discos y pastillas de freno, y masa térmica del disco.
- 4- *Determinar los elementos del sistema de actuación:* pedal de freno, cilindros maestros y pinzas de freno.

Una vez se hayan completado todos los pasos del proceso de diseño y realizado todos los cálculos necesarios, se dispondrá de la totalidad de los datos para proceder a la selección de elementos comerciales o, en su defecto, diseño de aquellos componentes de los que se decida llevar a cabo una fabricación propia.

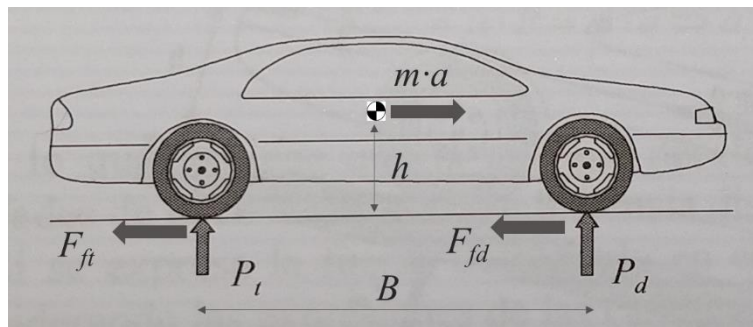
### 4.1 Deceleración máxima y reparto óptimo de frenada

El primer paso para calcular el sistema de frenos de un vehículo pasa por determinar la **deceleración máxima** que se puede alcanzar en dicho vehículo. Conocer este parámetro al inicio del proceso de cálculo permitirá llevar a cabo un **diseño robusto** del sistema de frenos, calculando los elementos del sistema de forma adecuada para lograr este **objetivo**.

Para poder determinar la deceleración de un vehículo se debe plantear un modelo físico de **dinámica longitudinal** vehicular. Uno de los modelos más empleados en el cálculo de este tipo de sistemas es el conocido como "*Modelo de la bicicleta*". Se trata de un modelo que, a pesar de realizar algunas **simplificaciones e hipótesis**, es **muy empleado** en este tipo de estudios, pues permite alcanzar resultados próximos a la realidad sin ser demasiado complejo. (Luque, 2005) presenta de forma muy acertada la filosofía y el desarrollo matemático de este modelo. Por tanto, se tomará como guía para llevar a cabo el cálculo de la deceleración máxima.

Como se ha comentado anteriormente, el “*Modelo de la bicicleta*” asume una serie de simplificaciones e hipótesis, que, tal y como expone (Luque, 2005), son las siguientes:

- El movimiento del vehículo se produce en **recta y sin pendiente**.
- No se consideran **acciones laterales**.
- Se desprecian los efectos de la **suspensión** del vehículo.
- Se considera un modelo de vehículo plano donde cada **rueda** representa su **eje**.
- Se desprecian los efectos **aerodinámicos** y de **rodadura**, ya que, aun favoreciendo el frenado del vehículo, su contribución al mismo es **despreciable**.
- Se consideran fuerzas **positivas** aquellas que **contribuyen** al frenado y **negativas** las que lo **dificultan**. Por tanto, la aceleración será positiva cuando se produzca deceleración.



**Fig 8. Diagrama de cuerpo libre de un vehículo turismo.**

Una vez conocidas las simplificaciones del modelo, se procede a la presentación matemática del mismo. La deceleración del vehículo se puede calcular fácilmente a partir de la *2ª Ley de Newton* considerando las fuerzas de frenado en los ejes delantero y trasero y la masa del vehículo:

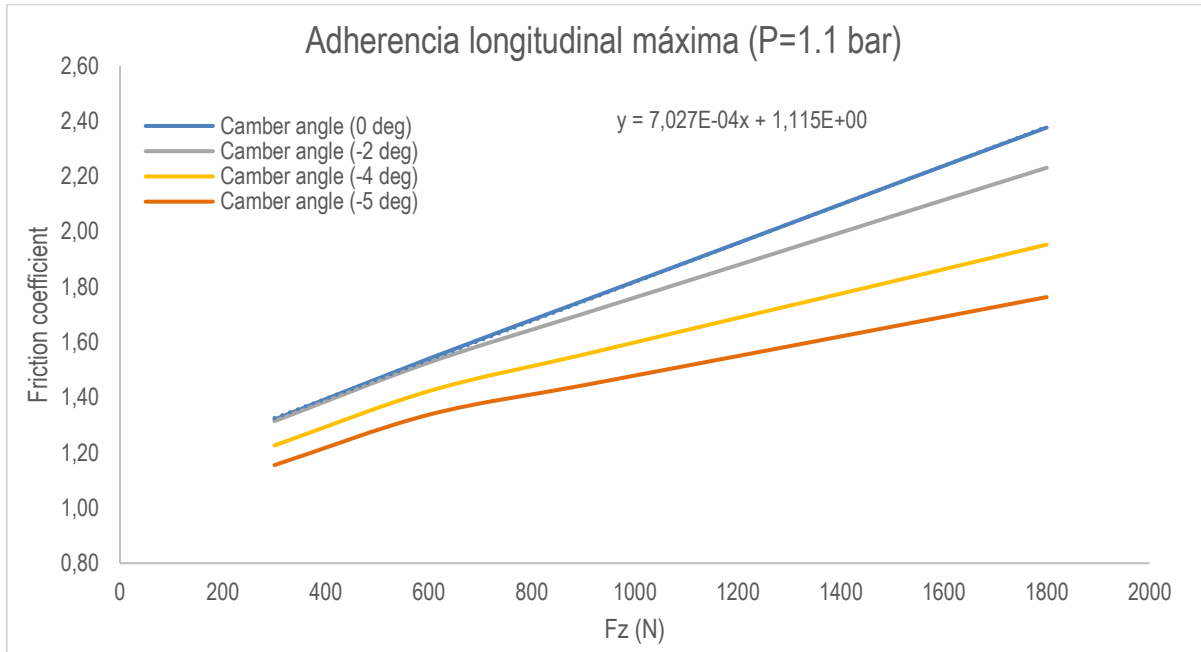
$$a = \frac{F_{fd} + F_{ft}}{m} \quad \text{Ec 4. 1}$$

La masa del vehículo es un valor conocido como dato de entrada al proceso, por tanto, únicamente es necesario determinar las **fuerzas de frenado** en cada eje. Estas fuerzas de frenado se consideran aplicadas en el **punto de contacto** entre el neumático y el suelo (Ver Fig 8). La fuerza de frenado que se tenga en cada momento dependerá de la **adherencia** entre el neumático y el suelo, y del peso que gravita sobre el neumático, tal y como se presenta en la siguiente ecuación:

$$F_{fi} = 2 \cdot \mu_{ij} \cdot P_{ij} \quad \text{Ec 4. 2}$$

Como se desprende de la ecuación anterior, para poder llegar a conocer de forma precisa las fuerzas de frenado es **necesario** conocer la **adherencia** del neumático con el suelo en cada momento. Esto no es tarea fácil, pues el comportamiento del neumático no es fácilmente predecible. La adherencia depende de múltiples factores que son muy complejos de determinar, por lo que habitualmente se recurre a la **experimentación** para conocer de forma precisa su comportamiento. Sin duda alguna, *Hans B. Pacejka* ha sido uno de los expertos que más ha investigado el comportamiento del neumático. En su libro (Pacejka (I), 2002) presenta un **modelo semi-empírico** del **comportamiento del neumático** con el que desarrolla la conocida “*Magic Formula*” que permite determinar los **esfuerzos longitudinales y laterales** en el neumático a partir de una serie de coeficientes que él mismo determinó a partir de su modelo. Este modelo permite lograr una **buena aproximación** al cálculo. No obstante, lo ideal es **conocer** de forma más exacta el **comportamiento del neumático** para lograr un **diseño robusto**. En el **Capítulo 3** se presentaron los neumáticos que se utilizarán en el prototipo de Formula Student objeto de este proyecto: *Michelin 16/53-13 Slick*. Gracias a (Michelin, 2018), se ha podido tener acceso a las **curvas de**

**comportamiento** del neumático ante distintas situaciones. Tal y como se puede ver en la Fig 9, la **adherencia longitudinal máxima** del neumático varía de forma notable con la **presión** de inflado, la **caída del neumático** (“*camber*”) y la **carga vertical** que gravita sobre el mismo.



**Fig 9. Adherencia longitudinal máxima (P=1,1 bar) (Michélin, 2018)**

Se ha decidido que la **presión** de inflado en el neumático será de **1,1 bar** y la caída de este, que vendrá dada por el diseño de la **suspensión**, será **nula** ( $0^\circ$ ) ya que bajo estas condiciones se consigue **maximizar la adherencia** del neumático. Por tanto, ante estas condiciones es posible **caracterizar** el comportamiento del neumático, lo cual supone una aportación **clave** al proceso de cálculo. De la Fig 9 se obtiene el comportamiento de la adherencia longitudinal máxima del neumático con la carga sobre el mismo:

$$\mu_{ij} = 7,027 \cdot 10^{-4} \cdot P_{ij} + 1,115 \quad \text{Ec 4. 3}$$

El siguiente paso es determinar el **peso** que gravita sobre el neumático. Como se ha comentado en ocasiones anteriores, este peso es variable ante una situación dinámica debido a la **transferencia de carga** que se produce. Esta transferencia de carga es debida al **movimiento de cabeceo** que se produce en el vehículo ante una situación de dinámica longitudinal, en este caso de frenado. La **fuerza de inercia** debido a la deceleración del vehículo, aplicada en el centro de gravedad de este, y las **fuerzas de frenado**, aplicadas en el contacto neumático-asfalto son **contrarias**. Además, sus **líneas de acción no coinciden**, lo que produce un **par de fuerzas** cuyo efecto es una **transferencia de carga** entre los ejes delantero y trasero (Ver Fig 8). La formulación matemática para determinar el peso del neumático en cada eje se expone en las ecuaciones siguientes. Nótese que, para el caso particular de una acción de frenado, el **peso** en el eje **delantero** se verá **incrementado** y, por tanto, la transferencia de carga se sumará al peso en estático de dicho eje. En cambio, en el eje **trasero** sucederá el efecto **contrario**.

$$P_{ij} = \frac{P_i}{2} \quad \text{Ec 4. 4}$$

$$P_i = P_{0i} \pm \Delta F_z \quad \text{Ec 4. 5}$$

$$\Delta F_z = \frac{m \cdot a \cdot h}{B} \quad \text{Ec 4. 6}$$

El conjunto de ecuaciones 4.1 a 4.6 permite calcular la **deceleración máxima** del vehículo. No obstante, como se puede observar en estas, la aceleración que se desea calcular se tiene al mismo tiempo como incógnita para determinar la transferencia de carga. Por tanto, para resolver este sistema, se debe acudir a un **proceso iterativo**. Para ello, se utiliza la herramienta de cálculo *Solver* incluida en la aplicación de hojas de cálculo *Microsoft Excel*. Esta herramienta permite obtener el **valor óptimo** (máximo o mínimo) de una función a partir de una serie de **restricciones** o limitaciones **impuestas**. *Solver* permite resolver este tipo de funciones mediante tres métodos distintos: *GRG Nonlinear*, *Simplex LP* y *Evolutionary*.

El método *GRG Nonlinear* se basa en el algoritmo de *Newton Raphson* y permite obtener el valor óptimo de una función. No obstante, este método tiene sus **limitaciones**, pues en función de la **semilla** de partida y del número de máximos y mínimos de la función puede encontrar un valor mínimo o máximo de dicha función, deteniendo el proceso de cálculo, sin que éste sea el valor óptimo buscado. Por tanto, antes de proceder a calcular el valor óptimo de la función mediante *GRG Nonlinear*, una buena **estrategia** es utilizar previamente el método *Evolutionary*. Este otro método se basa en **algoritmos genéticos** y, si bien puede no alcanzar el valor óptimo de la función, logra obtener una **buena aproximación** al resultado buscado. Por tanto, la estrategia general que se seguirá en este y otros cálculos donde se empleen procesos iterativos mediante *Solver* es la siguiente: se realizará un **primer cálculo de aproximación** mediante el método *Evolutionary* para acercarse al valor óptimo buscado. Posteriormente, se toma este valor como **semilla** para aplicar el método *GRG Nonlinear* que, en este caso, sí que logrará obtener el **valor óptimo** de la función al encontrarse próximo a él.

Para el caso particular del cálculo de la deceleración máxima del vehículo, el **proceso** que se ha seguido es el siguiente:

- Se emplean como **datos de partida** las dimensiones y pesos del vehículo. (Ver [Tabla 3](#))
- Se ha **supuesto** una **deceleración inicial** para calcular la **transferencia de carga**.
- Mediante el conjunto de ecuaciones 4.1 a 4.6 se ha calculado la **deceleración máxima** del vehículo.
- La diferencia entre la deceleración máxima y la deceleración supuesta constituye el **error de deceleración**.
- Se emplea la herramienta *Solver* para **minimizar** el error de deceleración, permitiendo al programa que modifique únicamente el valor de la celda de deceleración supuesta.
- Como restricciones, se impone que el **peso dinámico** en cada uno de los ejes sea siempre **positivo**.

Los resultados obtenidos se presentan en la [Tabla 4](#). Nótese que se ha logrado que el **error de deceleración** sea **nulo**, es decir, se el valor de deceleración supuesta coincide con el valor de deceleración máxima.



**Tabla 4. Cálculo de la deceleración máxima del vehículo.**

INPUT			RESULTADOS		
Parámetro	Símbolo	Valor	Parámetro	Símbolo	Valor
Deceleración supuesta	$a$ [ $m/s^2$ ]	18,04	Transferencia de carga	$\Delta F_z$ [N]	930,0
Masa vehículo	$m$ [kg]	300	Peso dinámico delantero	$P_d$ [N]	2401,5
Peso estático eje delantero	$P_{0d}$ [N]	1471,5	Peso dinámico trasero	$P_t$ [N]	541,5
Peso estático eje trasero	$P_{0t}$ [N]	1471,5	Peso dinámico rueda delantera	$P_{id}$ [N]	1200,7
Altura cdg	$h$ [m]	0,275	Peso dinámico rueda trasera	$P_{it}$ [N]	270,8
Batalla	$B$ [m]	1,6	Fuerza frenado eje delantero	$F_{fd}$ [N]	4703,9
			Fuerza frenado eje trasero	$F_{ft}$ [N]	706,8
OUTPUT			Deceleración máxima	$a_{max}$ [ $m/s^2$ ]	18,04
Parámetro	Símbolo	Valor	Deceleración máxima	$z_{max}$ [g]	1,84
Error deceleración	-	0,00	Reparto frenada eje delantero	$X_1$	0,87
			Reparto frenada eje trasero	$X_2$	0,13

Por tanto, la **deceleración máxima** que el vehículo podrá alcanzar en base a su configuración básica y los neumáticos que se emplearán será de:

$$a_{max} = 18,04 \frac{m}{s^2} = 1,84 g$$

Para dar por finalizado este apartado, es necesario determinar el **reparto óptimo de frenada** del vehículo. El reparto de frenada de un vehículo en un eje determinado se define como la **proporción** entre la **fuerza de frenado** en dicho **eje** y la **fuerza de frenado total** del vehículo. Por definición, el reparto de frenada en el eje delantero ( $X_1$ ) y el reparto de frenada en el eje trasero ( $X_2$ ) son **complementarios** y, por tanto, la suma de ambos nunca podrá superar la unidad. Una vez calculada la deceleración máxima del vehículo, las fuerzas de frenado en cada eje son conocidas y, por tanto, el cálculo del reparto óptimo es inmediato:

$$X_1 = \frac{F_{fd}}{F_{fd} + F_{ft}} \quad \text{Ec 4. 7}$$

$$X_2 = \frac{F_{ft}}{F_{fd} + F_{ft}} \quad \text{Ec 4. 8}$$

En el apartado de resultados de la [Tabla 4](#) se puede consultar el reparto de frenada óptimo que se ha obtenido y que corresponde con un **87%** de la fuerza de frenado total actuando sobre el **eje delantero** frente a un **13%** actuando sobre el **eje trasero**. Todo ello con el objetivo de llegar a alcanzar la deceleración máxima calculada.

## 4.2 Parámetros básicos del sistema de frenos

Una vez se ha determinado la deceleración máxima del vehículo y su reparto óptimo de frenado, el siguiente paso es determinar los **parámetros básicos** del sistema de frenos. Tal y como expone ([Day \(I\), 2014](#)) en su proceso de diseño, una de las claves para lograr un diseño exitoso pasa por determinar los parámetros básicos del sistema de frenos al comienzo del proceso para dimensionar adecuadamente los elementos del sistema. Estos parámetros son tres y, el cálculo de estos constituye el **objetivo** de este apartado: índice de frenado crítico, pares de frenado máximos en cada eje y potencia máxima disipada en cada freno.

### 4.2.1 Índice de frenado crítico

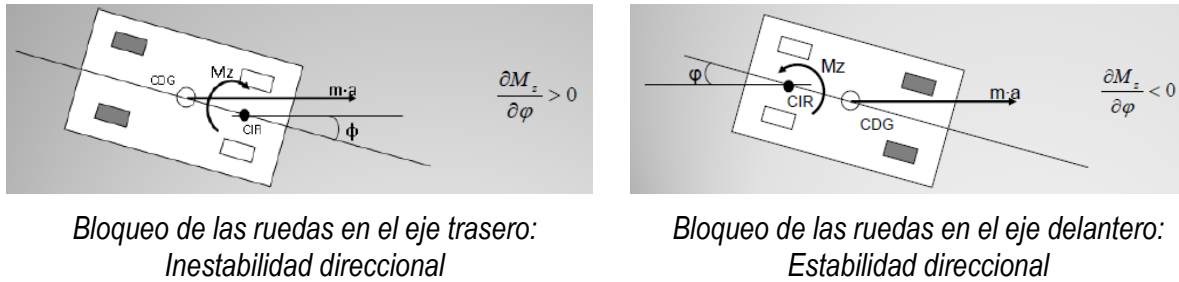
El **índice de frenado crítico** se define como el valor de **deceleración** del vehículo para el cual se produce el **bloqueo simultáneo** de los neumáticos de los ejes **delantero** y **trasero**. Para llevar a cabo

este estudio no se considera la presencia de elementos electrónicos que actúen sobre el sistema de frenos modificando su comportamiento como pueda ser el ABS. Esta **hipótesis es adecuada** para el caso del *Formula Student*, pues tal y como se presentó en el apartado de normativa (Ver [Tabla 1](#)), el uso de sistemas de ayuda electrónica al frenado no está permitido.

En el apartado anterior se presentó de forma detallada el concepto de transferencia de carga y, tal y como se desprende de las ecuaciones que rigen su comportamiento, esta transferencia de carga es función del peso del vehículo y de la deceleración. Además, esta transferencia de carga incide de forma directa sobre las fuerzas máximas de frenado que se pueden desarrollar sobre el neumático antes de que se produzca el bloqueo de este. Por todo esto, es fácilmente comprensible que el **índice de frenado crítico** en un vehículo no toma un valor único, sino que en función del **caso de carga** bajo el que se encuentre el vehículo, será **diferente**. (Day (III), 2014) explica este concepto y presenta los dos **casos de carga** a estudiar en vehículos tipo turismo: **vehículo en vacío** (*driver only weight-DoW*) y **vehículo a plena carga** (*gross vehicle weight-GVW*). Para este tipo de vehículos es necesario considerar los dos casos de carga, pues el dimensionado adecuado de los elementos del sistema de frenado requiere contemplar las dos **situaciones extremas**. Desde el punto de vista del **bloqueo** de los **neumáticos**, la **situación crítica** se produce para el caso de **vehículo en vacío** (*DoW*). En este caso el peso del vehículo es mínimo y conforme se desarrolla la acción de frenado, el efecto de la transferencia de carga producirá una pérdida de peso en el eje trasero. El momento crítico en el que el eje trasero pierda todo su peso se producirá antes que en el caso de vehículo a plena carga (*GVW*). De esta forma las prestaciones de frenado se ven notablemente reducidas y es por esto por lo que para el cálculo del índice de frenado crítico el peor caso es el *DoW*.

Para el caso del *Fórmula Student* no tiene sentido diferenciar entre las dos situaciones de carga presentadas anteriormente. Este vehículo funcionará en todo momento bajo el **mismo estado de carga**, por lo que, de ahora en adelante, se considerará **un único caso de carga** y los cálculos y estudios se llevarán a cabo para este.

El índice de frenado crítico constituye el punto de diseño básico para el sistema de frenos de vehículos tipo turismo. En cualquier situación, el bloqueo de los neumáticos no es deseable, pues el valor de adherencia en el neumático se ve reducido con respecto a su valor máximo como se explicará más adelante. No obstante, tal y como presenta (Luque, 2005), en caso de que se produzca el **bloqueo** de los **neumáticos**, es **preferible** que se bloqueen los **delanteros**. La justificación es la siguiente: cuando un vehículo está circulando, por muy recto que sea el trazado, siempre existirá un **pequeño ángulo** ( $\Phi$ ) entre la dirección de dicho trazado y el eje longitudinal del vehículo. En una situación de frenado donde se produzca el bloqueo de los neumáticos, en función de del eje dónde se produzca este bloqueo, las **consecuencias** producidas sobre el vehículo son muy **distintas**. Si se produce el **bloqueo** en el **eje trasero**, la diferencia de fuerzas entre el eje trasero y delantero provoca un momento de guiñada ( $M_z$ ) sobre el centro instantáneo de rotación del vehículo que, en esta situación, se encuentra por delante del centro de gravedad. Conforme aumenta este par de guiñada, también lo hará el ángulo  $\Phi$ , lo cual no es deseado pues provocará una situación de **inestabilidad direccional**. De forma gráfica, en la [Fig 10](#) se puede ver este efecto. El momento de guiñada tiene sentido horario y provocará que el eje trasero tienda a “adelantarse” al eje delantero. Este efecto se conoce comúnmente como “trompo”. Por el contrario, si se produce el **bloqueo** en el **eje delantero** la diferencia de fuerzas entre ambos ejes también produce un momento de guiñada, pero en este caso el centro instantáneo de rotación se encuentra por detrás del centro de gravedad del vehículo. Esto hace que el par de guiñada se produzca en sentido antihorario y, conforme aumente éste, se reduzca el ángulo  $\Phi$  manteniendo la **estabilidad direccional** del vehículo. Según esto, resulta **menos desfavorable** que el bloqueo se produzca antes en las ruedas del eje delantero, ya que, aunque se pierde el control direccional del vehículo, el sistema mantiene la estabilidad. Este criterio es de **obligado cumplimiento** para los fabricantes que deseen comercializar sus vehículos en Europa y está recogido en la normativa correspondiente ([CEE, 2002](#)).



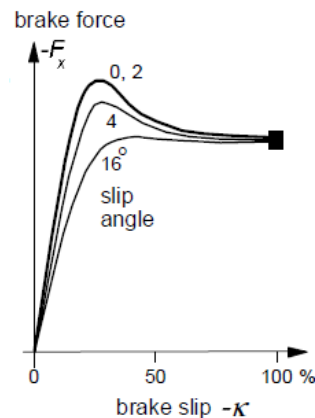
**Fig 10. Comportamiento de un turismo ante distintas situaciones de bloqueo**

Aunque la normativa de la Formula SAE que rige el diseño del *Formula Student* **no impone** este criterio, resulta **interesante** tenerlo en cuenta. Sin duda el **principal objetivo** para el sistema de frenos es lograr la **máxima deceleración** posible sobre el vehículo, tal y como se presentó en el apartado anterior. Sin embargo, es interesante comprobar y **asegurar** la **estabilidad direccional** del sistema diseñado de tal forma que, durante la competición, el **piloto** pueda concentrarse al máximo en el trazado del circuito y no en posibles pérdidas de prestaciones del comportamiento dinámico del vehículo. Es por esto por lo que el **objetivo** de este apartado es el siguiente: determinar el **índice de frenado crítico** del vehículo y **compararlo** con el valor de **deceleración máxima** calculado en el apartado anterior. En caso de que el primero sea menor que el segundo, se deberá tener en cuenta en pasos futuros del diseño para tomar **medidas preventivas** que impidan el bloqueo prioritario del eje trasero. En caso contrario, se verificará el diseño y se continuará el proceso de diseño manteniendo como valor objetivo la deceleración máxima anteriormente calculada. A continuación, se procede a presentar el modelo matemático que (Day (III), 2014) propone para determinar dicho índice.

Retomando expresiones del apartado anterior, la **máxima fuerza de frenado** obtenida en una rueda determinada tiene lugar para la máxima adherencia que se tiene en el neumático:

$$F_{fij\_max} = \mu_{max} \cdot P_{ij} \quad \text{Ec 4. 9}$$

Sin embargo, se debe tener en cuenta que el **comportamiento del neumático** ante esfuerzos longitudinales es **variable**, por lo que la **adherencia también** lo será. (Pacejka (II), 2002) presenta el comportamiento longitudinal del neumático y su evolución (Fig 11). Fundamentalmente el comportamiento del neumático **depende** de dos factores: el ángulo de **deriva** (“*slip angle*”) y el **deslizamiento** del neumático (“*brake slip*”). El ángulo de **deriva** de un neumático está relacionado con el nivel de sollicitación ante **esfuerzos laterales** del mismo, típicamente dados al tomar una curva o en trazados rectos con fuerte viento lateral. En estos casos el ángulo de deriva tendrá un efecto notable sobre el neumático. Conforme **más sollicitado** esté **lateralmente** dicho neumático, las **prestaciones** ante esfuerzos **longitudinales** se verán fuertemente **reducidas**. No obstante, dado que en el *Modelo de la bicicleta* que se está considerando para llevar a cabo el proceso de cálculo no se consideran acciones laterales, se **obviará** la influencia de este ángulo de **deriva**.



**Fig 11. Evolución de la fuerza de frenado en función del deslizamiento (Pacejka (II), 2002)**

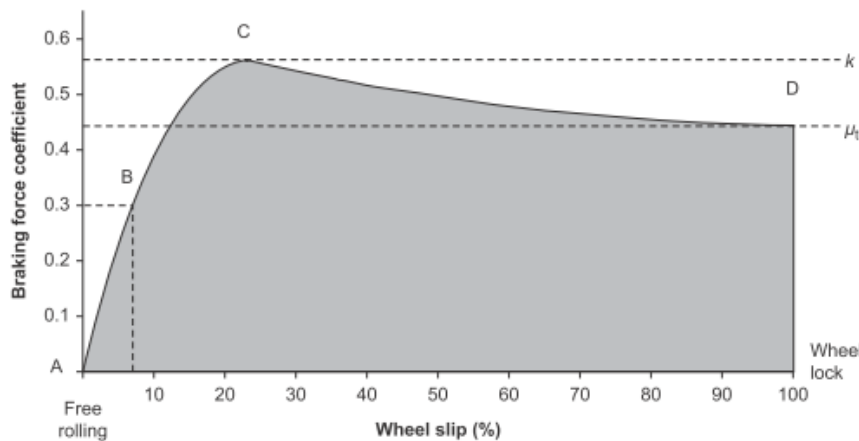
El **deslizamiento** del neumático viene dado por la siguiente expresión que relaciona la velocidad lineal del vehículo con la velocidad lineal del neumático, producto de su velocidad angular y su radio:

$$k = \frac{v_x - \omega \cdot r}{v_x} \quad \text{Ec 4. 10}$$

En situaciones de **rodadura libre**, las velocidades lineales del vehículo y neumático coinciden y el valor de **deslizamiento** es **nulo**. Conforme se produce la acción de frenado el sistema de frenos actúa sobre las ruedas reduciendo su velocidad y, de forma instantánea, comienza a haber diferencias entre las velocidades lineales de vehículo y rueda. El **caso límite** se produce cuando el **neumático se bloquea**. Su velocidad toma valor nulo pero el vehículo sigue avanzando y, por tanto, el valor de deslizamiento es máximo, tomando el valor 1. Tal y como se puede ver en la Fig 11, existe un valor de deslizamiento para el cual se tiene el mejor comportamiento posible del neumático, es decir la fuerza de frenado desarrollada por la rueda es máxima. A partir de ese punto, a **mayor deslizamiento**, la **fuerza de frenado** se ve **reducida** de forma notable.

Dado que la fuerza de frenado rige su comportamiento según la ecuación 4.9, la evolución de la **adherencia** en el neumático es **análoga** a la evolución de la **fuerza de frenado** presentada por (Pacejka (II), 2002) (Fig 11). En la Fig 12 propuesta por (Day (III), 2014) se puede ver este efecto y son fácilmente diferenciables las distintas **zonas de trabajo** del neumático:

- A → Rodadura libre. No tiene lugar acción de frenado
- B → Deslizamiento estable. Comienzo de la acción de frenado
- C → Adherencia máxima. Tiene lugar la máxima adherencia entre neumático y asfalto
- D → Punto de bloqueo. La rueda se bloquea y la adherencia se ve reducida



**Fig 12. Evolución de la adherencia en función del deslizamiento (Day (III), 2014)**

Esta figura indica el **valor máximo** de **adherencia** que se tiene para cualquier valor de deslizamiento. El punto C representa el valor máximo de adherencia en el neumático y tiene lugar para un valor único de deslizamiento. Este punto representa el **límite** a partir del cual no es posible aumentar la fuerza de frenado transmitida al asfalto a través del neumático. En el **punto D**, la rueda está **bloqueada** por completo y el valor de adherencia se corresponde con la **adherencia dinámica** o de **deslizamiento** ( $\mu_t$ ), cuyo valor es típicamente **0,1-0,2** unidades **menor** a la **adherencia máxima**. Cabe destacar que el paso del punto C al punto D es **instantáneo**, sin que exista una evolución progresiva. Si se aumenta en exceso la fuerza de frenado de tal forma que se supere la adherencia máxima del neumático, este se satura y comienza a bloquear, pasando directamente al punto D. En este caso, la forma de desbloquear el neumático pasa únicamente por **reducir** la **fuerza de frenado** aplicada, bien sea mediante ayudas electrónicas como el ABS o mediante la acción del conductor.

Según lo anterior, dado que la máxima fuerza de frenado se desarrolla justo en el punto de adherencia máxima (C), para plantear el cálculo del **índice de frenado crítico** se considerará que **todas las ruedas**

se encuentran trabajando en este **punto C**. Por tanto, la **fuerza de frenado** que se tiene en el vehículo bajo estas condiciones será:

$$F_{fmax} = F_{fd} + F_{ft} = \mu_{max} \cdot P_d + \mu_{max} \cdot P_t = \mu_{max} \cdot P \quad \text{Ec 4. 11}$$

Por otro lado, la fuerza de frenado en el vehículo se puede modelar según la *2ª Ley de Newton*. De ahora en adelante se trabajará con la deceleración del vehículo en unidades g, tal y como se presenta en la siguiente expresión:

$$F_{fmax} = m \cdot a_{max} = \frac{P}{g} \cdot a = P \cdot z_{max} \quad \text{Ec 4. 12}$$

Combinando las ecuaciones anteriores se concluye que, cuando todas las ruedas están a punto de bloquear, la **máxima deceleración** que se produzca en el vehículo **nunca podrá superar** el valor de **adherencia máxima** en los neumáticos. Este valor máximo de deceleración se corresponde con el **índice de frenado crítico** que se pretende calcular en este apartado.

$$z_{max} = \mu_{max} \quad \text{Ec 4. 13}$$

Continuando con la hipótesis anteriormente propuesta, donde todas las ruedas del vehículo se encuentran a punto de bloquear, la **fuerza de frenado** que actúa sobre cada rueda debe ser **proporcional** al **peso** que gravita sobre cada una de ellas. Haciendo extensible este concepto a **nivel de eje**, se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{F_{fd}}{F_{ft}} = \frac{P_d}{P_t} \quad \text{Ec 4. 14}$$

En el apartado anterior se presentó el concepto de **reparto de frenada** en un vehículo como la proporción entre la fuerza de frenado en un determinado eje y la fuerza de frenado total del vehículo. A partir de las ecuaciones 4.8 y 4.9 es posible relacionar las fuerzas de frenado de ambos ejes a partir de este reparto de frenada mediante la siguiente expresión:

$$\frac{F_{fd}}{F_{ft}} = \frac{X_1}{X_2} \quad \text{Ec 4. 15}$$

Combinando las ecuaciones 4.11 a 4.15, todas ellas desarrolladas a partir de la hipótesis que asume que todas las ruedas están en el punto de bloqueo, la **fuerza de frenado total** del vehículo se puede expresar de la siguiente forma:

$$F_f = F_{fd} + F_{ft} = P \cdot z \cdot X_1 + P \cdot z \cdot X_2 = P \cdot z \cdot (X_1 + X_2) = P \cdot z \quad \text{Ec 4. 16}$$

Por otro lado, se debe tener en cuenta el efecto de la **transferencia de carga** del que ya se ha hablado en otras ocasiones y que se recuerda a continuación:

$$P_d = P_{0d} + \frac{P \cdot z \cdot h}{B} \quad ; \quad P_t = P_{0t} - \frac{P \cdot z \cdot h}{B}$$

Considerando el efecto de la **transferencia de carga**, se aplica y desarrolla la **ecuación 4.11** para presentar la expresión global de la **fuerza de frenado** que se tendrá en **condiciones dinámicas**. Nótese que la fuerza de frenado en el eje trasero se ha puesto en función de la fuerza de frenado en el eje delantero, a partir de la relación que existe entre ambas impuesta por el reparto de frenada (Ecuación 4.15). Esto se realiza para poder **caracterizar** el **índice de frenado crítico** para el **eje delantero**. Para caracterizar el índice de frenado crítico para el eje trasero se debe seguir el **procedimiento inverso**, es decir, expresar la fuerza de frenado en el eje delantero como función de la del eje trasero a través del reparto de frenada.

$$F_f = F_{fd} + F_{ft} = \mu \cdot P_d + \mu \cdot P_t = \mu \left( P_{0d} + \frac{P \cdot z \cdot h}{B} \right) + \mu \cdot \left( P_{0d} + \frac{P \cdot z \cdot h}{B} \right) \cdot \frac{X_2}{X_1} \quad \text{Ec 4. 17}$$

Las ecuaciones 4.16 y 4.17 presentan dos formas distintas de calcular la fuerza de frenado en un vehículo. Igualando ambas se obtiene la **expresión general** que permite calcular el **índice de frenado crítico** de un vehículo, es decir, el valor de  $z$ . En este caso, este valor se ha caracterizado para el eje delantero:

$$P \cdot z = \mu \cdot \left(1 + \frac{X_2}{X_1}\right) \cdot \left(P_{0d} + \frac{P \cdot z \cdot h}{B}\right) \quad \text{Ec 4. 18}$$

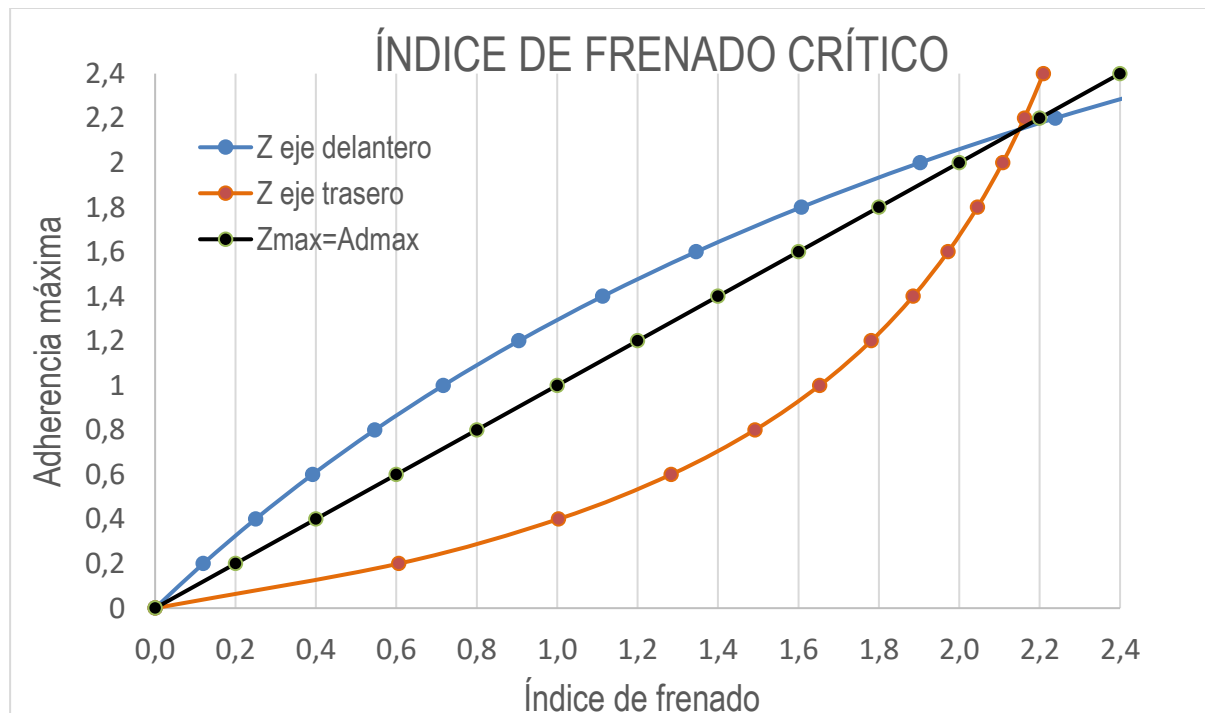
Reordenando términos y operando, es posible despejar el valor del índice de frenado crítico ( $z$ ) sobre el eje delantero, considerando que todas las ruedas se encuentran en el punto de bloqueo. Tal y como se desprende de la siguiente expresión, se puede ver que este valor sólo depende de la **configuración básica** del vehículo, es decir, de sus **dimensiones** (batalla y altura del centro de gravedad), **pesos** y su **reparto de frenada**. En este caso, al contrario que en el apartado anterior, no es necesario conocer el comportamiento del neumático. Basta con dar valores a la adherencia para determinar en cada caso, a partir de la configuración básica del vehículo, el índice de frenado crítico que se tiene:

$$z = \frac{\mu \cdot B \cdot P_{0d}}{P \cdot (B \cdot X_1 - \mu \cdot h)} \quad \text{Ec 4. 19}$$

Tal y como se ha comentado anteriormente, para determinar el **índice de frenado crítico caracterizado** para el **eje trasero**, es necesario operar de forma análoga a la anterior el conjunto de ecuaciones 4.17 a 4.19. La diferencia se encuentra en la ecuación 4.17 donde se debe expresar la fuerza de frenado en el eje delantero como función de la fuerza de frenado en el eje trasero. De esta forma, se llega a una expresión similar a la anterior donde el índice de frenado crítico para el eje trasero será:

$$z = \frac{\mu \cdot B \cdot P_{0t}}{P \cdot (B \cdot X_2 + \mu \cdot h)} \quad \text{Ec 4. 20}$$

Una vez que se han desarrollado y presentado las expresiones que permiten calcular el índice de frenado crítico en cada uno de los ejes, se procede al cálculo de este. Dado que todos los parámetros básicos del vehículo son conocidos (ver [Tabla 3](#)), basta con dar valores a la adherencia para obtener el resultado buscado. En este caso, se ha decidido variar la adherencia máxima desde 0 hasta 2,4 en intervalos de 0,2. A continuación, se han calculado los valores correspondientes al índice de frenado crítico en cada uno de los ejes. Los **resultados** se presentan en la [Fig 13](#):



**Fig 13. Cálculo del índice de frenado crítico para Fórmula Student**

Anteriormente en este apartado se explicó que cuando todas las ruedas están a punto de bloquear, la **máxima deceleración** que se produzca en el vehículo **nunca podrá superar** el valor de **adherencia máxima** en los neumáticos. Este efecto está representado por la curva negra de la Fig 13 que representa la **bisectriz** del gráfico. Como se puede ver, existe un **punto de corte** entre las 3 curvas que representa el valor del **índice de frenado crítico** buscado. A la **izquierda de este punto**, se puede comprobar que el índice de frenado en el **eje trasero** está siempre por **debajo del límite**. Esto quiere decir que, en este eje, la adherencia necesaria para poder alcanzar una determinada deceleración siempre será **mayor** a dicha **deceleración** y, por tanto, **nunca** se producirá el **bloqueo** sobre las ruedas de dicho eje. En cambio, para el **eje delantero** sucede el efecto **contrario**. Es decir, la **adherencia** necesaria para alcanzar la máxima deceleración posible siempre es **menor** a dicha **deceleración** y, por tanto, aun disfrutando de la máxima adherencia, en este caso las ruedas de este eje siempre tendrán **tendencia al bloqueo**. Nótese que a la **derecha del punto** de corte se aprecia como el **efecto** en cada uno de los ejes se **invierte**. Por tanto, se puede concluir que este gráfico tiene dos zonas bien diferenciadas: a la **izquierda** del punto de corte se tiene la zona de **bloqueo prioritario del eje delantero** mientras que, a la **derecha**, se tiene la zona de **bloqueo prioritario del eje trasero**.

Por lo explicado en este apartado, el objetivo del **diseño** es encontrarse en la zona de **bloqueo prioritario del eje delantero**, donde se asegura en todo momento la **estabilidad direccional**. A partir de la Fig 13 es posible determinar el valor del **índice de frenado crítico**, es decir, la intersección de las 3 curvas:

$$z_{cri} = 2,15 g = 21,08 \frac{m}{s^2}$$

En el apartado anterior se calculó la deceleración máxima que el vehículo podrá alcanzar en base a su configuración básica y los neumáticos que se emplearán, la cual es:

$$a_{max} = 1,84 g = 18,04 \frac{m}{s^2}$$

Comparando estos resultados se puede ver que, aun llevando a cabo una acción de frenado en las condiciones de **deceleración más exigentes**, esta deceleración siempre será **menor** al **índice de frenado crítico**. Por tanto, se puede asegurar que en este vehículo **siempre** se producirá el **bloqueo prioritario** de los neumáticos **delanteros**, **asegurando** de esta forma la **estabilidad direccional** del mismo. De esta forma se da luz verde al cálculo y diseño del sistema de frenos en base a la deceleración máxima que el vehículo podrá alcanzar.

#### 4.2.2 Pares de frenado máximos

Habitualmente todo freno, bien sea destinado a un vehículo o a cualquier otra aplicación industrial, se caracteriza por el **máximo par de frenado** que puede desarrollar. En este caso, el par de frenado máximo que cada freno de este vehículo debe desarrollar se debe calcular a partir de la **deceleración máxima** que se pretende alcanzar.

Dado que la deceleración máxima del vehículo ya se ha calculado y, de este modo se conoce la **fuerza de frenado máxima** en cada eje, el cálculo del par de frenado máximo en cada rueda es inmediato. En este caso se ha asumido que se tiene un freno por rueda y dos ruedas por eje.

$$M_{fi\_max} = \frac{F_{fi\_max}}{2} \cdot r_{ni} = \frac{m \cdot a_{max} \cdot X_i}{2} \cdot r_{ni} \quad \text{Ec 4. 21}$$

La expresión anterior supone una buena aproximación al valor de par necesario. Sin embargo, esta expresión no tiene en cuenta algunos factores importantes que es necesario valorar. Uno de ellos es el **radio del neumático**. Para facilitar el análisis es habitual emplear el valor del **radio** del neumático **en vacío**, esto es, sin carga. No obstante, se debe tener en cuenta que en **realidad** esto no es **estrictamente correcto** y dependerá de factores como la **presión** de inflado o la **carga** que gravita sobre este. Sin embargo, la **rigidez** del **neumático** es lo suficientemente **alta** como para que la variación de su

radio en función de estos factores sea **despreciable**. Otro factor que se debe tener en cuenta es la **inercia de rotación** de los componentes del eje considerado. Se debe tener en cuenta que existe un **par adicional** al de frenado para poder decelerar estas **masas en rotación**. El valor de este par **no es despreciable** y es aconsejable considerarlo en los cálculos. Sin embargo, el cálculo de este par no es trivial, ya que es necesario conocer la **inercia de las masas en rotación**. (Day (I), 2014) explica las distintas alternativas que existen para calcular este par adicional. Por ejemplo, mediante cálculos por elementos finitos o mediante mediciones es posible conocer la **inercia** de las masas en rotación y, por ende, el **par** necesario para **decelerarlas**. Sin embargo, para llevar a cabo un **cálculo preliminar** es una buena **aproximación** computar el par necesario asociado a la inercia de los elementos que componen el eje como un **5% adicional** al par de frenado correspondiente, de tal forma que:

$$M_{inercia_i} = 0,05 \cdot M_{fi\_max} \quad \text{Ec 4. 22}$$

Bajo estas consideraciones el par máximo requerido en cada rueda vendrá dado por la siguiente expresión:

$$M_{fi\_max}' = 1,05 \cdot \frac{m \cdot a_{max} \cdot X_i}{2} \cdot r_{ni} \quad \text{Ec 4. 23}$$

En la [Tabla 5](#) se presentan los **pares máximos** necesarios en cada rueda del eje correspondiente, todo ello en base al análisis anterior:

**Tabla 5. Pares de frenado máximos requeridos en cada rueda**

Rueda del eje i	$M_{fd\_max}$ [Nm]	$M_{inercia}$ [Nm]	$M_{fd\_max}'$ [Nm]
Delantera	626,79	31,3	658,1
Trasera	94,2	4,7	98,9

### 4.2.3 Energía máxima disipada en cada freno

El **dimensionamiento** adecuado de un **disco de freno** viene dado a partir de dos parámetros característicos. El primero de ellos, calculado en el apartado anterior, es el par de frenado máximo que debe desarrollarse en él. El segundo se corresponde con la **energía máxima** que será **disipada** en el disco de freno durante las acciones de frenado. En este apartado se abordará el cálculo de este parámetro.

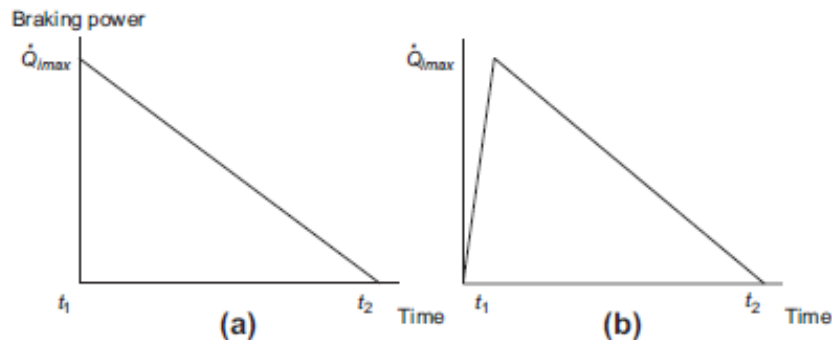
El frenado por fricción basa su funcionamiento en la **transformación** de la **energía cinética** que el vehículo tiene cuando está en movimiento en **energía térmica** que se disipa, en este caso en el disco de freno, por medio de la **fricción** entre disco y pastilla. Por tanto, el disco de freno debe dimensionarse adecuadamente para ser capaz de disipar la energía térmica generada en las acciones de frenado.

Debido a la complejidad física del frenado por fricción, es **difícil predecir** con exactitud mediante modelos matemáticos el **comportamiento térmico** del sistema, especialmente al inicio del proceso de diseño. No obstante, es necesario **estimar** de algún modo la **energía máxima** que se disipará en el disco de freno. Para ello, tal y como justifica (Day (I), 2014), uno de los métodos más aceptados en este punto del diseño es el conocido como “*SSTR-Single Stop Temperature Rise*”. Este método propone estimar el aumento máximo de temperatura en un disco de freno, dado por la energía máxima disipada en este, a partir de una **única operación de frenado muy exigente**. Esta acción de frenado supone la **detención total** del vehículo, a **deceleración máxima constante**, cuando este se encuentra circulando al **90%** de su **velocidad máxima**. En este método se asume como **hipótesis** que toda la energía cinética que el vehículo posee al inicio de la acción de frenado es convertida por completo en energía térmica en la interfaz disco-pastilla y, esta energía a su vez, absorbida por el disco. En la práctica, el par de frenado que actúa sobre el disco está limitado por la adherencia entre el neumático y el suelo. Si la rueda se bloquea, la velocidad angular del disco decrece hasta cero y la energía disipada en este también toma este valor. Cuando esto ocurre, la energía cinética del vehículo se está disipando en el contacto neumático-suelo y no en el disco, lo cual no es deseado. No obstante, en el proceso de diseño el **peor**



**caso** estudiado se corresponde con la hipótesis que asume que **no hay bloqueo** y, por tanto, el 100% de la energía se disipa en el disco.

Bajo las hipótesis comentadas anteriormente, la **máxima potencia** disipada tiene lugar al comienzo de la acción de frenado. Inicialmente, existe un **intervalo de tiempo** hasta que se **estabiliza el par de frenado** (Fig 14 b). No obstante, este intervalo de tiempo es **despreciable** con respecto al **tiempo total** de frenado y, por tanto, para el estudio que se está realizando no se tendrá en cuenta. En este caso se utilizará el modelo representado en la Fig 14 a. Una vez alcanzado el máximo par de frenado, dado que se supone una deceleración constante del vehículo, la **velocidad** de este y la **potencia** disipada se **reducen linealmente** con el tiempo.



**Fig 14. Potencia disipada en función del tiempo bajo la hipótesis SSTR (Day (I), 2014)**

De forma general, la **potencia disipada** se puede calcular a partir del par de frenado aplicado y de la velocidad angular del disco de la siguiente forma:

$$\dot{Q}_i = M_{fi} \cdot \omega_i \quad \text{Ec 4. 24}$$

Bajo las hipótesis asumidas en el método SSTR, la potencia disipada decrece linealmente con el tiempo. Por tanto, para conocer la **potencia** disipada en un **instante de tiempo t** determinado, basta con conocer el tiempo total de la frenada y, el par de frenado y la velocidad angular al comienzo de dicha acción:

$$\dot{Q}_i = M_{f1} \cdot \omega_1 \cdot \left(1 - \frac{t_i}{(t_2 - t_1)}\right) \quad \text{Ec 4. 25}$$

La **energía disipada** durante la acción de frenado se puede calcular fácilmente como el área encerrada bajo la curva (Fig 14 a) mediante integración:

$$E_i = \int_{t_1}^{t_2} \dot{Q}_i \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot Q_{i,max} \cdot (t_2 - t_1) \quad \text{Ec 4. 26}$$

Por último, tal y como se desprende de la ecuación anterior, es necesario conocer el tiempo total de frenado. Dado que se trata de un **movimiento uniformemente decelerado**, el **tiempo total** que se tarda en frenar el vehículo desde el 90% de su velocidad máxima hasta velocidad nula a deceleración máxima constante será de:

$$\Delta t = (t_2 - t_1) = \frac{v_1 - v_2}{a} = \frac{0,9 \cdot v_{max}}{a_{max}} \quad \text{Ec 4. 27}$$

El conjunto de ecuaciones presentadas en este apartado permite calcular la **energía máxima** disipada en cada freno del vehículo. El par de frenado máximo y la deceleración máxima del vehículo ya se han calculado en apartados anteriores. Además, la velocidad máxima del vehículo también es conocida (Ver [Tabla 3](#)). Por tanto, el cálculo de la energía máxima disipada es inmediato. En la [Tabla 6](#) se presentan los **resultados** para los frenos de cada eje.

**Tabla 6. Energía máxima disipada en cada freno según método SSTR**

Eje i	$M_{fi\_max}$ [Nm]	$v_1$ [km/h]	$v_2$ [km/h]	$\omega_1$ [rad/s]	$\omega_2$ [rad/s]	$t1$ [s]	$t2$ [s]	$Q_{i\_max}$ [kW]	$E_i$ [kJ]
Delantero	658,1	153	0	159,5	0	0	2,36	105,0	123,8
Trasero	98,9	153	0	159,5	0	0	2,36	15,8	18,6

### 4.3 Parámetros básicos de los frenos

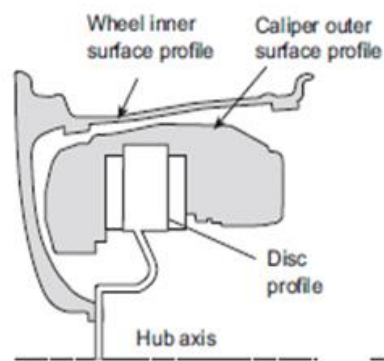
En apartados anteriores se han determinado parámetros característicos del sistema de frenos como la deceleración máxima del vehículo, los pares máximos de frenado requeridos para dicha deceleración o la energía máxima disipada correspondiente. Todos estos parámetros se emplearán como **entradas** para llevar a cabo el **predimensionado** de los elementos del sistema de frenos. En este apartado se abarcará el predimensionado los **elementos de fricción** del sistema, es decir, de los **discos** y **pastillas de freno**.

#### 4.3.1 Tamaño de los discos

Para dimensionar adecuadamente un disco de freno se deben contemplar los **factores** que **afectan** al **tamaño** de este. Estos factores se pueden resumir en los siguientes aspectos:

- Par de frenado objetivo
- Energía máxima disipada y aumento máximo de temperatura permitido
- Restricciones de montaje

Aunque el objetivo principal del sistema de frenos es lograr la máxima deceleración del vehículo, durante el diseño del sistema se debe **contemplar** la **integración** de este en el vehículo. Este aspecto supone una serie de **restricciones**. Una de ellas afecta al tamaño de los discos de freno. Idealmente, cuanto más grande sea el disco, mayor será el par de frenado que este entregue para una misma fuerza de entrada. Sin embargo, estos discos irán integrados en la rueda de tal forma que giren de forma solidaria. Por esto, el **diámetro exterior** del disco debe ser **inferior** al **diámetro** de la **llanta**. Además, también se debe contemplar el **espacio** que ocupará el **caliper** donde se alojarán las pastillas de freno (Fig 15). Estos aspectos imponen el **límite superior** al **diámetro exterior** del **disco**.


**Fig 15. Integración del conjunto disco de freno-caliper en la rueda**

Según lo anterior, el **radio exterior máximo** del disco vendrá dado por el radio de la llanta y el espesor del caliper. Dado que en este punto del diseño aún se desconoce el tamaño del caliper, se **supondrá** un valor de **espesor** de este en base a distintos **elementos comerciales** para poder continuar con el proceso de cálculo. El tamaño de la llanta sí es conocido (Ver [Tabla 3](#))

$$r_{e\_max} = r_{llanta} - e_{caliper} \quad \text{Ec 4. 28}$$

Una vez determinado el radio exterior del disco, se debe proceder al cálculo del **radio interior** y del **radio efectivo** de este. Durante una acción de frenado, la **pastilla de freno** entra en contacto con el disco al ser **desplazada axialmente** debido a la fuerza que ejerce el **pistón**, situado en el caliper, sobre ella. Por tanto, la fuerza que ejerce el pistón sobre la pastilla es perpendicular al disco y genera una **distribución**

**de presiones** sobre la superficie de fricción de la pastilla cuando esta entra en contacto con el disco. Esta distribución de presiones se puede representar por una **fuerza normal** que actúa en el **centro de presiones** (“*centre of pressure-CoP*”) del área de contacto disco-pastilla y que es perpendicular al plano del disco. El **punto radial** en el que se sitúa el **CoP** es lo que se conoce como **radio efectivo** del disco y es este radio el que se emplea para determinar el par de frenado efectivo sobre el disco.

Existen distintos modelos para estimar el radio efectivo del disco. Uno de los más aceptados es el propuesto por (Newcomb, 1967). Estos autores establecieron que, cuando la **pastilla de freno** está **nueva**, es decir, no presenta **desgaste**, y además se **desprecian** los posibles **defectos de forma** o **deformaciones térmicas** en el **disco**, se puede asumir que el **CoP** en el contacto disco-pastilla se encuentra situado en el **radio medio** del **camino de fricción** del disco, tal y como se presenta en la siguiente ecuación:

$$r_{ef} = \frac{r_e + r_i}{2} \quad \text{Ec 4. 29}$$

No obstante, (Newcomb, 1967) recalcan que esta relación **no es válida** para **cualquier situación**. Como se comentó anteriormente, se está considerando que la pastilla de freno no presenta desgaste. Esta situación es **demasiado ideal** y dejará de ser válida una vez que el vehículo comience a rodar. Para ello estos autores remarcan que, para **minimizar** el **efecto** que supone el **desgaste** de las pastillas en el modelo de cálculo y, por tanto, la expresión anterior sea aceptable, una **buena regla práctica** es tomar como referencia la siguiente **relación de radios**:

$$\frac{r_e}{r_i} = 1,5 \quad \text{Ec 4. 30}$$

De esta forma, (Newcomb, 1967) concluyen que, mientras se siga esta **regla práctica**, se podrá asumir que el **radio efectivo** del disco se encuentra sobre el **radio medio** del disco, cometiendo un error inferior al 5%. Según la teoría expuesta por estos autores, si la relación de radios del disco de freno se aleja del valor propuesto, el radio efectivo se aleja del radio medio del disco. Si esto sucede, es necesario introducir un **factor correctivo** ( $K_f$ ) que ellos mismos establecieron en base a los radios del disco y al ángulo abarcado por la pastilla de freno.

En este caso, dado que se está llevando a cabo un **pre-dimensionado** se toma la teoría de (Newcomb, 1967) como **válida**. Por tanto, conociendo el **radio exterior máximo** del disco y aplicando la **regla práctica** anteriormente presentada, es inmediato calcular el **radio interior** del disco. Según lo anterior, una vez conocidos los radios del disco, el **radio efectivo** de este se establece sobre el **radio medio**. En la **Tabla 7** se presentan los resultados correspondientes.

**Tabla 7. Pre-dimensionado de los discos de freno**

Eje i	$r_{llanta}$	$E_{caliper}$	$r_{e\_max}$	$r_{i\_max}$	$r_{ef\_max}$	Uds	
Delantero	165,1	50	115,1	76,7	95,9	[mm]	
Trasero	165,1	50	115,1	76,7	95,9	[mm]	

### 4.3.2 Masa térmica del disco

Ya se tienen caracterizados los **discos de freno** en lo que a **dimensiones radiales** se refiere. El siguiente paso es determinar el **espesor mínimo** de estos discos. Para ello, tal y como propone (Day (I), 2014) una buena manera es emplear **criterios térmicos**.

Como ya se ha comentado en otras ocasiones, el frenado por fricción basa su funcionamiento en la transformación de la energía cinética del vehículo en energía térmica disipada en el contacto disco-pastilla. Habitualmente los **materiales de fricción** que componen la **pastilla** tienen unas **malas propiedades térmicas** y tienden a actuar como una **barrera** en la **disipación de calor**, por lo que la mayor parte de la transferencia de calor tiene lugar en el disco de freno. Es por esto por lo que los **materiales del disco** de freno deben poseer unas **buenas propiedades térmicas**, es decir, una elevada

conductividad térmica, un calor específico alto y una elevada densidad para facilitar una rápida absorción y disipación del calor generado. La masa térmica de un disco se define como el producto entre la densidad y el calor específico.

En este punto se empleará nuevamente el parámetro *SSTR* presentado en el apartado del [cálculo de la máxima energía disipada](#). Tal y como se comentó entonces, este parámetro representa el aumento de temperatura que se produce en un disco de freno ante una única situación de frenado muy exigente. El **objetivo** es, imponiendo un **valor máximo** a este parámetro, determinar el **espesor mínimo** del disco de freno, todo ello asumiendo que este estará fabricado en **acero** y, por tanto, sus propiedades térmicas son conocidas.

Es habitual que los fabricantes de discos de freno caractericen estos a través del parámetro *SSTR*. De hecho, existen **tablas “guía”** que establecen un **límite al valor máximo de *SSTR*** en función del tipo de freno ([Fig 16](#)). La experiencia ha demostrado que, si el valor de ***SSTR*** está por **debajo** de los **límites** mostrados en la [Fig 16](#), es **improbable** que se produzcan **fallos térmicos** en el disco de freno durante el servicio. No obstante, este parámetro es un **indicador básico, aceptable** en las **fases previas de diseño** como es el caso. Sin embargo, **no exime** de realizar más adelante un **análisis térmico más exhaustivo** del sistema, donde se contemplen tanto el disco como sus elementos adyacentes que influyen en el comportamiento térmico de este.

Rotor Type	SSTR (°C)
Drum	350–400
Solid disc	550
Vented disc	600–650

**Fig 16. Valores típicos del parámetro *SSTR* en función del tipo de freno (Day (I), 2014)**

Según lo anterior, el **aumento máximo de temperatura** o *SSTR* se puede calcular a partir de la energía máxima disipada, la masa del disco y el calor específico del material de este, que como se ha comentado, se presupone de acero:

$$\Delta T_i = SSTR_i = \frac{E_i}{m \cdot C_p} \quad \text{Ec 4. 31}$$

Dado que la energía máxima disipada ya se ha calculado y el valor de *SSTR* se impone según la [Fig 16](#) para un disco sólido (550°C), la única incógnita es la masa del disco. Esta masa se determina fácilmente a partir del producto de la densidad y el volumen del disco. De esta forma, se obtiene el valor de **espesor mínimo** buscado que se empleará posteriormente en la selección comercial de componentes:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot A = \rho \cdot b \cdot \pi \cdot (r_e^2 - r_i^2) \quad \text{Ec 4. 32}$$

En la [Tabla 8](#) se presentan los **resultados** a lo expuesto anteriormente.

**Tabla 8. Espesor mínimo de los discos de freno**

Propiedades térmicas		Eje i	SSTR <sub>i</sub> [°C]	E <sub>i</sub> [kJ]	r <sub>ei</sub> [mm]	r <sub>ii</sub> [mm]	b <sub>i_min</sub> [mm]
Cp [J/kg·K]	445	Delantero	550	105,90	115,1	76,7	2,38
ρ [kg/m <sup>3</sup> ]	7850	Trasero	550	15,91	115,1	76,7	0,36

### 4.3.3 Pastillas de freno

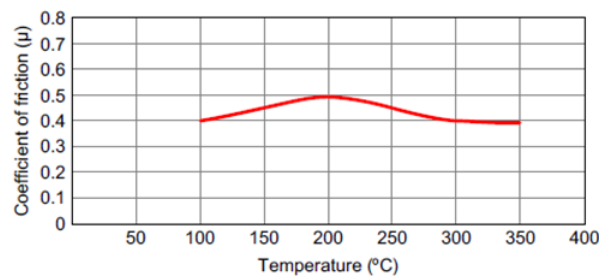
De acuerdo con lo expuesto en apartados anteriores los discos de freno se pueden caracterizar por el par de frenado máximo que entregan. Sin embargo, tal y como expone ([Limpert \(II\), 1999](#)), dado que el **par de frenado no** es un **parámetro adimensional** y depende del **diámetro** del disco, **no es adecuado** emplearlo para caracterizar también las **pastillas de freno**. Por ello, es conveniente caracterizar la **efectividad** de un freno, a partir de un **parámetro adimensional**. Este parámetro se conoce como **factor**

**de frenado** (“*Brake Factor-BF*”). Para cualquier tipo de freno de fricción (disco, tambor...), el *BF* se define como la **relación** que existe entre la **fuerza de fricción** generada en el contacto disco-pastilla (o el que corresponda para el tipo de freno de fricción estudiado) entre la **fuerza total de actuación** aplicada sobre la propia pastilla.

Particularizando la definición del *BF* para un freno de disco, cabe recordar que la **fuerza ejercida** por el **pistón** sobre la pastilla genera una **fuerza resultante o normal** en la interfaz disco-pastilla que se puede asumir del mismo valor. Conocida esta fuerza normal y, considerando un **coeficiente de fricción** de la pastilla de freno, el cálculo de la fuerza de fricción generada es inmediato. Si además se tiene en cuenta que para un mismo freno puede haber **n contactos** disco-pastilla (al menos 2, uno por cada lado del disco), la expresión del *BF* particularizada para un freno de disco queda de la siguiente manera:

$$BF = \frac{F_{fij}}{F_{pi}} = \frac{n \cdot \mu_p \cdot N}{n \cdot N} = \mu_p \quad \text{Ec 4. 33}$$

Por tanto, se concluye que para un freno de disco el **valor de BF** coincide con el **coeficiente de fricción** de la **pastilla de freno**. Es habitual que los fabricantes de elementos de fricción proporcionen el comportamiento del coeficiente de fricción de las pastillas de freno. Tal y como se puede ver en la [Fig 17](#), este **coeficiente de fricción evoluciona** con la **temperatura** de funcionamiento. Como se puede ver, existe una temperatura de funcionamiento que maximiza el coeficiente de fricción. Si esa temperatura es inferior o superior el coeficiente de fricción se ve reducido. En esta fase de cálculo aún no se conoce qué pastilla de freno se utilizará, pero dado que el comportamiento del **coeficiente de fricción varía** en un **margen estrecho** (típicamente 0,35 a 0,5), se ha decidido **suponer** un valor de 0,4 para llevar a cabo los cálculos.



**Fig 17. Coeficiente de fricción de una pastilla de compuesto de resina**

Para completar la caracterización de las pastillas de freno, es necesario evaluar el **tamaño mínimo** necesario de estas. Aunque según las **leyes de la fricción**, propuestas por *Guillaume Amontons* en 1699 y recogidas por ([Hutchings, 1992](#)), establecen que la **fuerza de fricción** es **independiente** del **área de fricción**, sin embargo, el **material** que compone la pastilla de freno puede sufrir **fallos mecánicos o térmicos** si es **demasiado pequeño**. Por tanto, asumiendo la propuesta de ([Day \(I\), 2014](#)), se debe **evaluar** el **tamaño mínimo** que requiere cada **pastilla de freno** en base a estos dos criterios.

El **criterio de fallo mecánico** considera los **esfuerzos cortantes** a los que se encuentra sometida la pastilla de freno durante una acción de frenado. Asumiendo que no se produce bloqueo en la rueda, el **esfuerzo cortante** en la pastilla se puede **calcular** a partir de la **fuerza de frenado** generada en el contacto neumático-asfalto. Considerando un eje con dos discos de freno y dos contactos disco-pastilla el esfuerzo cortante en esta se puede expresar como:

$$\tau_p = F_{fi} \cdot \left( \frac{r_{ni}}{r_{ef} \cdot 4 \cdot A_{past}} \right) \quad \text{Ec 4. 34}$$

El **criterio térmico** evalúa la **densidad de potencia máxima** a la que puede ser sometida la pastilla de freno sin que se produzca su fallo. Esta densidad de potencia no es más que el **cociente** entre la **potencia disipada** en una acción de frenado y el **área** de la pastilla. Al igual que para el criterio mecánico, se supone un eje con cuatro superficies de fricción:

$$\dot{Q}_p = \frac{\dot{Q}_i}{4 \cdot A_{past}}$$

Ec 4. 35

Para determinar el **tamaño mínimo** necesario de las pastillas de freno, se deben **estudiar** los **casos más desfavorables**. Estos vendrán dados por la **máxima fuerza de frenado** y la **máxima potencia disipada** en una acción de frenado, valores que ya han sido determinados con anterioridad. Por otro lado, es necesario **imponer valores máximos** al **esfuerzo cortante** y a la **densidad de potencia**. Para ello se utilizan los valores propuestos por (Day (I), 2014), que estima que para **vehículos de competición** los valores máximos se sitúan en  $1,75 \text{ MPa}$  y  $20 \text{ W/mm}^2$  respectivamente sobre cada pastilla de freno.

En la **Tabla 9** se presentan los **resultados** obtenidos. Nótese que la **superficie mínima** en cada pastilla de freno vendrá dada por el **criterio más exigente** de los estudiados, en este caso el **criterio térmico** para ambos ejes.

**Tabla 9. Superficie mínima de las pastillas de freno**

Eje i	$F_{fi}$ [N]	$r_{ni}$ [mm]	$r_{efi}$ [mm]	$\tau_p$ [Mpa]	$A_{pasti}$ [mm <sup>2</sup> ]
Delantero	4703,9	266,5	95,9	1,75	1867,1
Trasero	706,8	266,5	95,9	1,75	280,6

*A-Criterio mecánico basado en esfuerzos cortantes*

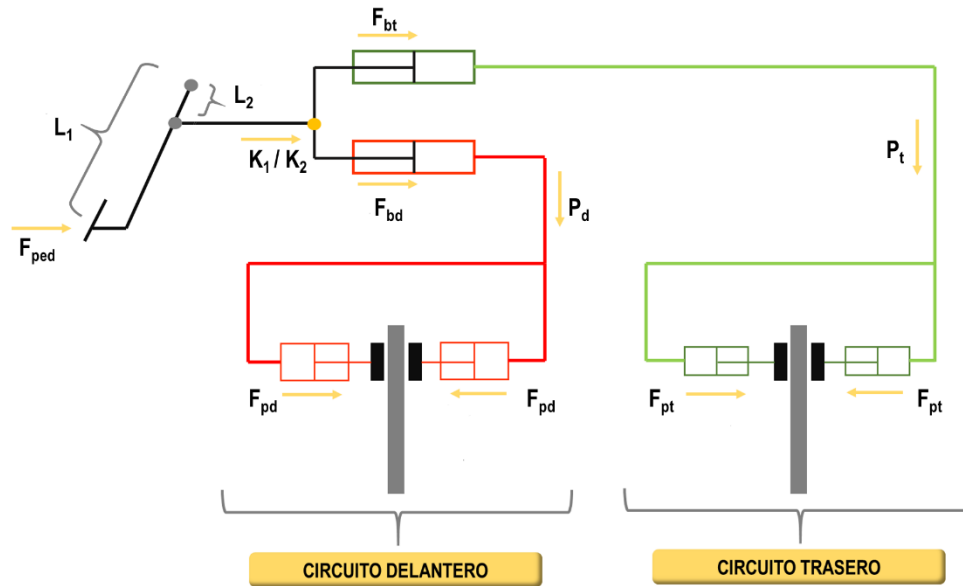
Eje i	$Q_i$ [kW]	$Q_p$ [W/mm <sup>2</sup> ]	$A_{pasti}$ [mm <sup>2</sup> ]
Delantero	105,0	20	2623,9
Trasero	15,8	20	394,3

*B-Criterio térmico basado en potencia disipada*

#### 4.4 Sistema de actuación

En los apartados anteriores se han calculado todos los **parámetros básicos** del sistema de frenos. También se ha **predimensionado** el **conjunto disco-pastilla** para cada rueda. En este último apartado se emplearán estos **resultados** para proceder a **predimensionar** todos los **demás elementos** del sistema (pedal de freno, cilindros maestros y pinzas de freno). Dado que se trata de un **proceso complejo** donde coexisten **varias incógnitas** dependientes unas de otras, la mejor **estrategia** para alcanzar una **solución óptima** es proceder a una **resolución** basada en **procesos iterativos**. Por esto, a continuación, se va a presentar de forma detallada el **modelo matemático** que **relaciona todos los elementos** del sistema de actuación entre sí. Posteriormente, se explicará el **proceso resolutivo** que se ha llevado a cabo y se presentarán los **resultados finales** correspondientes al predimensionado del sistema de frenos.

En la **Fig 18** se puede ver de forma esquemática una representación de todos los elementos que forman parte del sistema de actuación y que, por tanto, se deben calcular. El proceso de cálculo se realizará de "abajo hacia arriba". Es decir, se partirá del disco de freno y se irá dimensionando elemento a elemento hasta llegar al pedal de freno.



**Fig 18. Representación esquemática del sistema de actuación**

El **funcionamiento general** del sistema de actuación se puede resumir en lo siguiente: cuando se aplica una **fuerza** sobre el **pedal de freno**, la **presión hidráulica** generada por el **cilindro maestro** es **transmitida** por las **líneas hidráulicas** hasta los cilindros esclavos o **pistones**, contenidos en la **pinza de freno** o *caliper*. En primer lugar, se debe determinar qué **fuerza** deben realizar los **pistones** para satisfacer la demanda de **par máximo** calculada en apartados anteriores. Para ello, se debe modelar la relación que existe entre el **par máximo necesario** y la **fuerza ejercida por el pistón** que, asumiendo la hipótesis de apartados anteriores, se considera **igual** a la **normal** generada en el contacto disco-pastilla. Dado que el conjunto disco-pastilla ya se ha predimensionado, esta **relación** se puede expresar de la siguiente forma:

$$M_{fi\_max} = 2 \cdot \mu_p \cdot F_{pi} \cdot r_{ef} - 0,05 \cdot M_{fi\_max} \rightarrow F_{pi} = \frac{1,05 \cdot M_{fi\_max}}{2 \cdot \mu_p \cdot r_{ef}} \quad \text{Ec 4. 36}$$

De esta forma ya es posible conocer la **fuerza requerida en los pistones**. Nótese que en este caso se está considerando una **pinza de freno** compuesta únicamente por **una pareja de pistones**, uno a cada lado del disco. Esta configuración de pinza de freno es comúnmente como "*Caliper 1x1*". No obstante, en función del **número de pistones** existen **otras configuraciones**. De forma genérica esto sería "*Caliper NxN*". Dado que aún se **desconoce** qué **configuración** se empleará, este efecto se deberá tener en cuenta más adelante para facilitar el predimensionado.

Conocida la fuerza que debe entregar cada pistón, el siguiente paso es modelar su **comportamiento hidráulico**. De forma general, la **fuerza que entrega un pistón** es función de la **presión hidráulica** que recibe y de la **sección circular** de su cámara hidráulica. No obstante, tal y como expone (González, 1997) se debe tener en cuenta que todo **cilindro hidráulico** está sujeto a dos tipos de **pérdidas** principales. Por un lado, se tienen las **pérdidas hidráulicas** que relacionan la **presión efectiva** con la **presión existente** a la **entrega de potencia**. Son las conocidas como **pérdidas por estrangulaciones**. Para **facilitar** el **predimensionado** de estos elementos, es habitual modelar este tipo de pérdidas incluyendo un **valor de presión constante** que **reduce** la **presión existente** a la **entrada del pistón**. Por otro lado, se tienen las **pérdidas mecánicas**, las cuales cuantifican las **pérdidas por rozamiento** de las **partes móviles**. En este caso, este tipo de pérdidas se **cuantifican** habitualmente por medio de un **rendimiento**. Para establecer los valores de pérdidas en el pistón se tomarán los valores propuestos por (Day (I), 2014) para este tipo de aplicaciones: *0,05 MPa* y *95%* respectivamente. De esta forma la **expresión general** se expresa a continuación. Nótese que en este caso ya se ha tenido en cuenta el tipo de **configuración de pinza de freno** introduciendo el coeficiente *n*, que representa el número de pistones que hay en cada lado del disco (*n*):

$$F_{pi} = (p_i - p_0) \cdot A_{pi} \cdot n \cdot \eta_p \rightarrow p_i = \frac{F_{pi}}{A_{pi} \cdot n \cdot \eta_p} + p_0 \quad \text{Ec 4. 37}$$

Conocida la presión necesaria en el circuito a partir de la expresión anterior, es posible **predimensionar** el **cilindro maestro**. De nuevo se trata de un **cilindro hidráulico**, por lo que la expresión general sigue el mismo patrón, esto es, considerando las **pérdidas hidráulicas** y **mecánicas**. En este caso, se podrá calcular la **fuerza necesaria a entregar por la bomba** o cilindro maestro de la siguiente forma:

$$(p_i + p_0) = \frac{F_{bi}}{A_{bi}} \cdot \eta_b \rightarrow F_{bi} = \frac{(p_i + p_0) \cdot A_{bi}}{\eta_b} \quad \text{Ec 4. 38}$$

En este punto ya es conocida la **fuerza** que **cada una de las bombas**, delantera y trasera, **deben entregar** para **satisfacer** los **requisitos** del sistema de frenos. Sumando estas y considerando la **relación de palanca** del pedal de freno, es posible determinar la **fuerza** que deberá **aplicar el conductor** sobre este elemento:

$$F_{ped} = \frac{F_{bd} + F_{bt}}{C_{ped}} \quad \text{Ec 4. 39}$$

$$C_{ped} = \frac{L_1}{L_2} \quad \text{Ec 4. 40}$$

Por último, falta por determinar la **posición del repartidor de frenada** para satisfacer estas condiciones. Como se comentó en la [presentación de este elemento](#), su misión es **repartir la fuerza entregada** por el **pedal** entre cada una de las bombas. Desde que la fuerza que requiere cada una y la fuerza que debe realizar el piloto son conocidos, este cálculo es trivial:

$$K1 = \frac{F_{bd}}{F_{ped} \cdot C_{ped}} \quad \text{Ec 4. 41}$$

$$K2 = \frac{F_{bt}}{F_{ped} \cdot C_{ped}} \quad \text{Ec 4. 42}$$

El conjunto de ecuaciones 4.36 a 4.42 permiten **dimensionar** directamente **todos los elementos** del sistema de actuación para lograr la **deceleración máxima** del vehículo deseada. No obstante, para llevar a cabo un dimensionado adecuado de estos elementos no se debe enfocar únicamente desde el punto de vista de las fuerzas. Se debe tener en cuenta que el **recorrido del pedal** está **limitado** y debe ser **compatible** con los **volúmenes desplazados** por los elementos hidráulicos del sistema. Este aspecto se cubrirá a continuación.

Como ya se ha comentado en otras ocasiones, durante una acción de frenado las pastillas de freno entran en contacto con el disco empujadas por los pistones. Por tanto, cada **pistón** debe cubrir un **desplazamiento** o **carrera** determinada que **asegure el contacto disco-pastilla**. Esta carrera es función de dos factores. Por un lado, se considera la **distancia** que existe entre el **disco** y la **pastilla** en **condiciones de rodadura libre**. Esta distancia típicamente toma el valor de  $0,5 \text{ mm}$ . Por otro lado, se debe tener en cuenta que debido a la **presión** que actúa sobre la **pastilla** durante la acción de frenado, esta se **deformará** según su **compresibilidad**. Esta deformación también se debe considerar como **distancia a cubrir por el pistón**. Para una pastilla de [compuesto de resina](#), su compresibilidad es de  $0,033 \text{ mm/MPa}$ . De esta forma el **desplazamiento de cada pistón** será:

$$x_{pi} = (p_i \cdot v_{past}) + d \quad \text{Ec 4. 43}$$



El **volumen desplazado** por cada **pistón** no es más que el producto de la **carrera** y el **área** de este. Considerando que cada circuito hidráulico proporciona fluido a dos ruedas, cada una de ellas con dos superficies de fricción y  $n$  pistones por cara, el **volumen desplazado** por los **pistones** de un **circuito** será:

$$V_{pi} = 2 \cdot (2 \cdot n \cdot A_{pi} \cdot x_{pi}) \quad \text{Ec 4. 44}$$

Además del volumen desplazado por los pistones, tal y como explica (Limpert (I), 1999) se debe considerar la **expansión** en las **líneas hidráulicas** debido a la **presión** del circuito. Esta expansión supone un **volumen extra** que debe ser **suministrado** por la **bomba** correspondiente. Este volumen se puede modelar en función del diámetro, longitud y espesor de la línea teniendo en cuenta el módulo de Young del material de esta y la presión en el circuito:

$$V_{linea} = \frac{0,79 \cdot D_{e\_linea}^3 \cdot L_{linea} \cdot p_i}{t_{linea} \cdot E_{linea}} \quad \text{Ec 4. 45}$$

De la ecuación anterior sólo se conoce, a priori, la presión del circuito. No obstante, los parámetros de la línea se pueden asumir conocidos, pues se tiene **decidido** qué **componente comercial** se empleará, el cual se presentará en el siguiente capítulo. En cuanto a la **longitud**, debido a la configuración de los circuitos hidráulicos, se ha supuesto una longitud aproximada igual al **ancho de vía delantero** para este **circuito** y, para el **circuito trasero**, la suma de la **batalla** y el **ancho de vía trasero**.

Ahora que ya se conocen los volúmenes desplazados por los pistones y las líneas, es inmediato conocer el **volumen desplazado por las bombas** y su **carrera** correspondiente:

$$V_{bi} = V_{pi} + V_{linea} \quad \text{Ec 4. 46}$$

$$x_{bi} = \frac{V_{bi}}{A_{bi}} \quad \text{Ec 4. 47}$$

El valor de **carrera de la bomba** obtenido anteriormente supondrá una **línea roja** a la hora de realizar la selección comercial. Es decir, la **bomba comercial** seleccionada deberá disponer de una **carrera útil superior** a la calculada, con el objetivo de **asegurar** en todo momento el **volumen desplazado necesario**.

Por otro lado, el **desplazamiento o carrera** de cada bomba está relacionado con el **desplazamiento del pedal de freno** según la siguiente relación:

$$x_{ped} = \frac{x_{bi}}{C_{ped}} \quad \text{Ec 4. 48}$$

Este aspecto supone otra **restricción** más, pues el **desplazamiento del pedal** de freno **no es ilimitado**. Se debe tener en cuenta que el conductor se encuentra sentado en una determinada posición que **limitará** el **desplazamiento máximo** que pueda realizar con su pie en base a **criterios ergonómicos**. Todos estos criterios están estudiados en detalle por (Dreyfuss, 1969). Este autor realizó un minucioso estudio acerca del **factor humano** en los **procesos de diseño**. En la **Fig 19** se puede ver el caso particular del **pedal de freno**. Tal y como se puede ver, el **desplazamiento máximo** del pedal está **limitado** a  $4 \text{ in}$ , esto es,  $101,6 \text{ mm}$ . Este aspecto se tendrá en cuenta para llevar a cabo los cálculos de volúmenes desplazados presentados en el conjunto de ecuaciones 4.43 a 4.48.

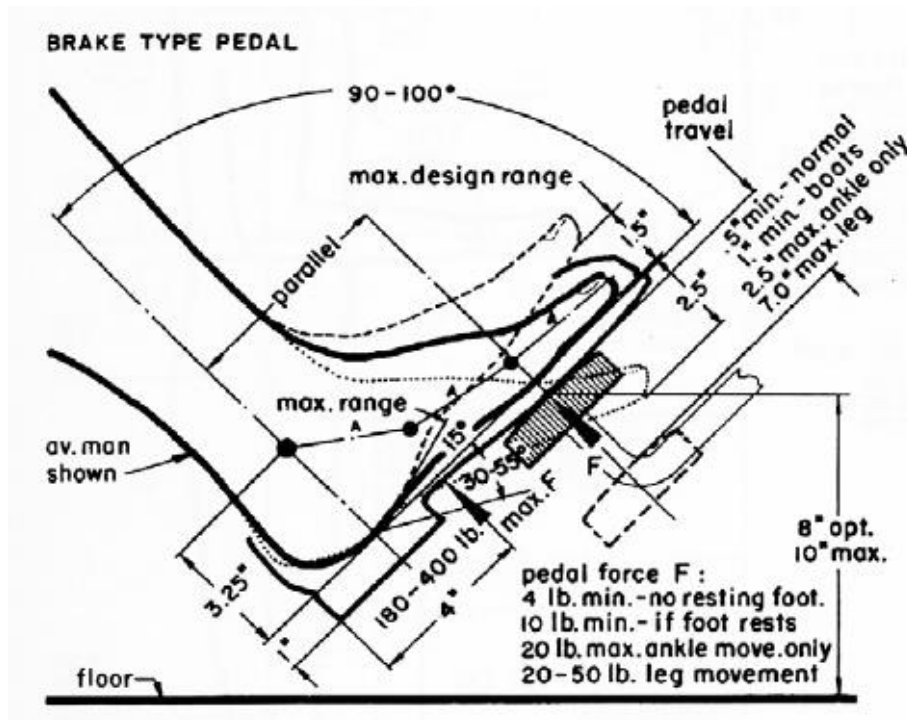


Fig 19. Estudio ergonómico del pedal de freno (Dreyfuss, 1969)

Como se comentó al inicio de este apartado, para alcanzar una **solución óptima** considerando todas las incógnitas simultáneamente se procederá a implementar un **proceso iterativo**. Para ello se empleará de nuevo la herramienta *Solver* de *Microsoft Excel*. La **estrategia de cálculo** que se seguirá es la misma que se explicó anteriormente en el [Apartado 4.1](#). El conjunto de ecuaciones 4.36 a 4.48 representan el **modelo de cálculo** que se implementará en la hoja *Excel*, la cual está configurada en 4 tablas distintas.

La primera tabla es la de [Entradas al proceso de cálculo](#). En esta tabla se recogen todas aquellas **variables** del modelo que son **conocidas antes de llevar a cabo los cálculos**; bien sea porque **ya se han calculado** en apartados anteriores, porque son **valores propuestos** por otros autores y **aceptados** para el modelo o porque **se han impuesto** al inicio del proceso de cálculo. Nótese que en esta tabla se ha impuesto un **valor máximo** para la **fuerza del pedal**. Dado que la **única energía de entrada** al sistema es la que proporciona el **piloto muscularmente**, esta fuerza **está limitada**. Para ello se ha tomado el **criterio ergonómico propuesto** por ([Limpert \(III\), 1999](#)) que establece que la **máxima fuerza** que una **mujer** perteneciente al **5º percentil** puede realizar con el **pie derecho** es de aproximadamente **500 N**. Este criterio se tendrá en cuenta a la hora de optimizar el modelo, tal y como se explicará más adelante.

En la segunda tabla se representan las Salidas del proceso de cálculo. En esta tabla se recogen todas aquellas **variables** cuyo **valor se desea conocer** a partir de la herramienta *Solver*. Estas variables se corresponden con el tamaño de las bombas, los pistones y el pedal de freno. Los **resultados** obtenidos al finalizar el proceso de cálculo equivalen al **predimensionado** de estos elementos, que se deberán **utilizar** para llevar a cabo la **selección comercial** o el **diseño** de estos componentes. Dado que al **comienzo del proceso** de cálculo estas variables son **incógnitas**, **inicialmente** se les debe proporcionar una **semilla** para poder **dar comienzo al proceso iterativo**. Además, como las variables recogidas en esta tabla serán las que *Solver* irá **modificando** hasta alcanzar una **solución óptima**, se les debe **imponer** una serie de **restricciones** para obtener una **solución físicamente lógica**. Estas restricciones se recogen la [Tabla 10](#). Como se puede ver, se ha limitado el tamaño máximo y mínimo de las bombas y pistones teniendo en cuenta los márgenes comerciales que estos componentes tienen. También se han impuesto límites razonables a las dimensiones del pedal para asegurar en todo momento tanto que sea posible integrarlo en el vehículo como que su tamaño no sea excesivamente reducido.

**Tabla 10. Restricciones para las variables de salida**

ELEMENTO	VARIABLE	RESTRICCIÓN	CRITERIO
Bomba (Delantera/Trasera)	Diámetro	$\geq 12$ mm	Límite comercial
Bomba (Delantera/Trasera)	Diámetro	$\leq 75$ mm	Límite comercial
Pistón (Delantero/Trasero)	Diámetro	$\geq 20$ mm	Límite comercial
Pistón (Delantero/Trasero)	Diámetro	$\leq 40$ mm	Límite comercial
Pedal freno	Longitud total ( $L_1$ )	$\geq 150$ mm	Tamaño mínimo
Pedal freno	Longitud total ( $L_1$ )	$\leq 230$ mm	Tamaño máximo
Pedal freno	Longitud articulación ( $L_2$ )	$\geq 40$ mm	Tamaño mínimo
Pedal freno	Longitud articulación ( $L_2$ )	$\leq 60$ mm	Tamaño máximo

Cabe destacar que en la tabla de Salidas del proceso de cálculo también se encuentra la **variable a optimizar** en el modelo. En este caso, se ha decidido que la variable a optimizar sea el **error de la fuerza de pedal**. Este error se define como la **diferencia** entre la **fuerza de pedal resultado** del proceso de cálculo (presentada a continuación) y la **fuerza de pedal máxima impuesta** en la tabla de Entradas al proceso de cálculo. Se ha configurado *Solver* para que alcance el **mínimo valor** posible para el **error de frenado**. De esta forma, se enfoca el dimensionamiento de los elementos hacia el **aprovechamiento máximo** de la **fuerza** que el **piloto puede realizar**, asegurando que en ningún momento se superará.

Las últimas dos tablas se pueden agrupar en una tabla única, ya que se corresponden con los Resultados del proceso de cálculo. Por un lado, se tienen los **resultados** correspondientes al **circuito hidráulico** y, por otro, los **resultados** del **conjunto del pedal**. En esta tabla se recogen todas aquellas **variables** que únicamente **dependen** de las **variables de entrada y salida**.

A continuación, se presentan los **resultados** según lo expuesto anteriormente.

**Tabla 11. Entradas al proceso de cálculo**

ENTRADAS			
Parámetro	Símbolo	Eje delantero	Eje trasero
Coeficiente fricción pastilla	BF ( $\mu_p$ )	0,4	0,4
Par de frenado máximo	$M_{fi\_max}$ [Nm]	626,8	94,2
Radio efectivo disco	$r_{ef\_max}$ [mm]	95,9	95,9
Nº pistones por cara	n	2	2
Rendimiento pistón	$\eta_p$	0,95	0,95
Presión umbral pistón	$p_0$ [MPa]	0,05	0,05
Rendimiento bomba	$\eta_b$	0,95	0,95
Compresibilidad pastilla	$v_{past}$ [mm/MPa]	0,033	0,033
Distancia pastilla-disco	d [mm]	0,5	0,5
Diámetro exterior línea	$D_{e\_linea}$ [mm]	6,45	6,45
Diámetro interior línea	$D_{i\_linea}$ [mm]	3,50	3,50
Espesor línea	$t_{linea}$ [mm]	0,76	0,76
Longitud línea	$L_{linea}$ [mm]	1300	2900
Módulo elástico línea	$E_{linea}$ [MPa]	206000	206000
Fuerza pedal máxima	$F_{ped\_max}$ [N]	500	500

**Tabla 12. Salidas del proceso de cálculo**

SALIDAS		
Parámetro	Símbolo	SOLVER
Diámetro pistón delantero	$D_{pd}$ [mm]	24,44
Diámetro bomba delantera	$D_{bd}$ [mm]	13,78
Diámetro pistón trasero	$D_{pt}$ [mm]	22,56
Diámetro bomba trasera	$D_{bt}$ [mm]	21,48
Longitud total pedal	L1 [mm]	200,10
Longitud articulación-bomba	L2 [mm]	45,81
Error fuerza pedal	-	0,00

**Tabla 13. Resultados del proceso de cálculo**

RESULTADOS CIRCUITO HIDRÁULICO			
Parámetro	Símbolo	Eje delantero	Eje trasero
Fuerza pistón máxima	$F_{pi\_max}$ [N]	8576,9	1288,8
Área pistón	$A_{pi}$ [mm <sup>2</sup> ]	469,1	399,8
Presión circuito máxima	$p_{i\_max}$ [MPa]	9,67	1,75
Área bomba	$A_{bi}$ [mm <sup>2</sup> ]	149,1	362,3
Fuerza bomba máxima	$F_{bi\_max}$ [N]	1518,0	666,2
Desplazamiento pistón	$x_{pi}$ [mm]	0,82	0,56
Volumen total pistones	$V_{pi}$ [mm <sup>3</sup> ]	3074,5	1783,5
Volumen expansión línea	$V_{linea}$ [mm <sup>3</sup> ]	17,0	6,9
Volumen entregado bomba	$V_{bi}$ [mm <sup>3</sup> ]	3091,5	1790,4
Carrera mínima bomba	$x_{bi}$ [mm]	20,74	4,94

RESULTADOS CONJUNTO PEDAL		
Parámetro	Símbolo	Valor
Palanca pedal	$C_{ped}$	4,37
Desplazamiento máx pedal	$x_{ped}$ [mm]	90,58
Fuerza pedal	$F_{ped}$ [N]	500,00
Reparto frenada circuito del K1		0,69
Reparto frenada circuito tras K2		0,31

## 5 DISEÑO DEL SISTEMA DE FRENOS

En el [Capítulo](#) anterior se ha llevado a cabo el **proceso de cálculo** del sistema de frenos, cubriendo el **predimensionado** de los elementos que lo componen. En este [Capítulo](#) se abordará el **diseño del sistema**. En primer lugar, se procederá a realizar la **selección** de todos aquellos **componentes** que se vayan a adquirir **comercialmente**, todo ello en base al **predimensionado** realizado. Seguidamente se realizará el **diseño** de aquellos **componentes** que se decida **fabricar internamente**. A continuación, una vez que se tengan definidos todos los elementos del sistema, se presentarán los **resultados definitivos** que representen el **comportamiento** del sistema de frenos ante distintas situaciones. Por último, se llevará a cabo la **integración del sistema** en el vehículo mediante el software de modelado paramétrico *Catia V5R21*.

### 5.1 Selección de componentes comerciales

En este apartado se procederá a realizar la **selección comercial** de componentes. Se ha decidido adquirir **todos los elementos** que componen el sistema de frenos **comercialmente**, a **excepción del pedal de freno**. Este elemento se **diseñará** y **fabricará** internamente. Aunque existen pedales comerciales, estos modelos no permiten modificaciones y sus dimensiones vienen impuestas por el fabricante. Es por esto por lo que se ha tomado esta decisión, con el **objetivo** de poder **adaptar** las **dimensiones** del pedal de acuerdo con las **necesidades**.

Antes de proceder a presentar los elementos comerciales seleccionados, se realizará una breve **síntesis** del **predimensionado** que se ha llevado a cabo en el capítulo anterior. Cabe destacar que los resultados obtenidos entonces sirven como guía para realizar la selección comercial. No obstante, desde que se decide acudir al mercado, se debe ser **flexible** a la hora de llevar a cabo **modificaciones** sobre el **predimensionado inicial**. En la [Tabla 14](#) se presentan los **valores guía** que se emplearán en el **proceso de selección**.


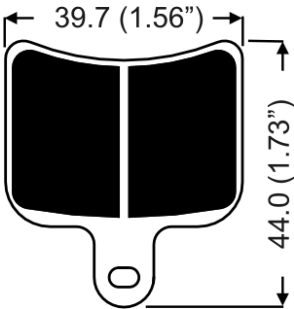


Tabla 14. Síntesis del predimensionado de componentes

	EJE	PARÁMETRO	PREDIMENSIONADO
DISCO DE FRENO	Delantero/Trasero	Diámetro exterior	$\leq 230,2$ mm
	Delantero/Trasero	Diámetro interior	$\geq 153,4$ mm
	Delantero/Trasero	Radio efectivo	95,9 mm
	Delantero	Espesor	$\geq 2,38$ mm
	Trasero	Espesor	$\geq 0,36$ mm
PASTILLA	Delantero/Trasero	BF ( $\mu_p$ )	0,4
	Delantera	Área	$\geq 2623,9$ mm <sup>2</sup>
	Trasera	Área	$\geq 394,3$ mm <sup>2</sup>
PINZA DE FRENO	Delantera/Trasera	Configuración de pistones	2x2
	Delantera	Diámetro de pistón	24,44 mm
	Trasera	Diámetro de pistón	22,56 mm
BOMBA DE FRENO	Delantera	Diámetro	13,78 mm
	Delantera	Carrera	$\geq 20,74$ mm
	Trasera	Diámetro	21,48 mm
	Trasera	Carrera	$\geq 4,94$ mm

La **selección comercial** se ha dividido en **dos etapas**. En primer lugar, se han seleccionado todos aquellos componentes que tienen **influencia directa** en la **generación** de las **fuerzas de frenado**, es decir, discos, pinzas, bombas, etc. (Ver [Tabla 15](#)). Una vez fijados estos componentes, se ha procedido a seleccionar todos aquellos elementos que permiten **ensamblar** los anteriores, pero que **no tienen influencia** directa en el **funcionamiento del sistema**. Principalmente se trata de los **componentes** para la **conducción de fluidos** (Ver [Tabla 16](#)).

Para la **primera etapa** se ha trabajado principalmente con el fabricante inglés **AP-Racing**. Este fabricante está **especializado** en la fabricación, comercialización y distribución de **elementos del sistema de frenos** orientados a la **competición**, tanto de **automóviles** como de **motocicletas**. Toda la información que se mostrará a continuación es accesible a través de su catálogo online ([AP-Racing, 2018](#)). Únicamente se ha **prescindido** de este **fabricante** para seleccionar los **discos de freno**. Esto es porque **AP-Racing** únicamente fabrica **discos de freno para coches**. Dado que las **dimensiones** determinadas en el **predimensionado** son **reducidas**, es más adecuado emplear **discos de freno de motocicleta**. Por todo esto, para estos elementos se ha acudido al fabricante italiano **Brembo**, que dispone de una **amplia gama de discos de freno de motocicleta**. ([Brembo, 2018](#)).

Tabla 15. Selección de elementos comerciales (I)

<p style="text-align: center;"><b>DISCO DE FRENO</b></p> <p>Eje: Delantero/Trasero</p> <p>Diámetro exterior: 230 mm Diámetro interior: 135 mm Espesor: 4 mm</p>	<p style="text-align: center;"><b>BREMBO</b>    Ref. 68B40754</p> 
<p style="text-align: center;"><b>PASTILLA DE FRENO</b></p> <p>Eje: Delantero/Trasero</p> <p>BF (<math>\mu_p</math>): 0,41 Área: 1521 mm<sup>2</sup>*</p> <p><small>*Esta área es el de una única pastilla. Sin embargo, la configuración 2x2 hace que en cada lado del disco se tengan 2 pastillas. De este modo el área total de fricción en cada cara es de 3042 mm<sup>2</sup>, cumpliendo con lo establecido en la <a href="#">Tabla 14</a></small></p>	<p style="text-align: center;"><b>AP-RACING</b>    Ref. CP4226D27-RQ3</p> 
<p style="text-align: center;"><b>PINZA DE FRENO</b></p> <p>Eje: Delantero/Trasero</p> <p>Configuración: 2x2 Diámetro de pistón: 25,4 mm Radio efectivo (CoP): 97 mm*</p> <p><small>*Nota: Radio efectivo válido para disco de freno de 220 mm de diámetro exterior y 4 mm de espesor según especificaciones del fabricante</small></p>	<p style="text-align: center;"><b>AP-RACING</b>    Ref. CP4227-2S0</p> 
<p style="text-align: center;"><b>BOMBA DE FRENO</b></p> <p>Eje: Delantero/Trasero</p> <p>Diámetro: 14 mm Carrera máxima: 25,4 mm</p>	<p style="text-align: center;"><b>AP-RACING</b>    Ref. CP2623-88PRM115</p> 

REPARTIDOR DE FRENADA	AP-RACING	Ref. CP5500-4
Eje: Delantero/Trasero		
Nota: Compatible con modelo de bomba CP2623 Type		
DEPÓSITO LÍQUIDO DE FRENOS	AP-RACING	Ref. CP4709-12
Eje: Delantero/Trasero		
Volumen: 65 cm <sup>3</sup>		
Nota: Compatible con modelo de bomba CP2623 Type		

Con esto queda resuelta la **selección** de aquellos **elementos comerciales** que **afectan** directamente al **comportamiento dinámico** del sistema. Nótese que se ha apostado por una **configuración** de elementos **idéntica** para los **dos ejes**. Esta **decisión** viene **motivada** por **dos aspectos**. Por un lado, disponer del **mismo tamaño** de elementos **facilitará** las labores de **montaje**. Concretamente en la **zona de la pedalera**, donde se ubican las bombas de freno, el **espacio** es **reducido** por lo que cuanto **menor** sea el **tamaño** de estas **más fácil** será **integrarlas**. Es por esto por lo que se ha decidido **reducir** el tamaño de la **bomba trasera** con **respecto** al valor **predimensionado**. Además, a **menor diámetro** de la bomba, esta será capaz de entregar **mayor presión** hidráulica al circuito ante una **misma fuerza** de entrada. De este modo también se está **reduciendo** el **esfuerzo** requerido al **piloto** durante las acciones de frenado. En cuanto al **resto** de elementos, se ha procedido **de acuerdo** con los **valores predimensionados**, seleccionando aquellos elementos comerciales que más se ajustan a tal efecto. Dado que ya se dispone de una **configuración física** de elementos, es posible determinar el **comportamiento dinámico** del sistema. Este aspecto se cubrirá más adelante.




El siguiente paso será decidir qué **elementos** se emplearán para realizar todas las **conexiones** entre **componentes**. Para ello, se acude a uno de los **fabricantes** más potentes del mundo en lo que a fabricación de elementos de **conducción de fluidos**, aplicado al ámbito de la **automoción**, se refiere. Se trata del fabricante inglés **Goodridge**, que ofrece múltiples soluciones para la conducción de fluidos, tanto para el **sistema de frenos** como para conducciones de agua, líquido refrigerante, etc. En la **Tabla 16** se presentan todos estos elementos, disponibles en su catálogo online ([Goodridge, 2018](#)). Cabe destacar que se ha decidido **combinar dos tipos** de **líneas hidráulicas**: **rígida** y **flexible**. La **primera** de ellas se empleará en aquellas zonas donde el **circuito no se encuentre** sometido a **deformaciones**, especialmente en aquellas zonas donde se pueda **fixar** la línea al **chasis**. En cambio, la **línea flexible** será de obligado uso en aquellas **zonas** donde se produzcan **deformaciones** en ella. Típicamente estas zonas serán las de la **suspensión** y **dirección**, donde la **línea** deberá **adaptarse** a los **movimientos** que se produzcan sin comprometer el funcionamiento del sistema de frenos. Todos estos aspectos se presentarán y cubrirán en detalle más adelante. También se incluyen a continuación los **interruptores eléctricos** que se deben implementar en el sistema de acuerdo con la normativa FSAE (Ver [Tabla 1](#)). Estos interruptores son **dos**: **uno** de ellos tiene la función de cerrar un circuito eléctrico que permita encender la **luz de freno** toda vez que se **actúe** sobre el **pedal de freno**. El **otro** interruptor deberá **apagar** el **motor** y la **bomba de gasolina**, por motivos de **seguridad**, en caso de que se **supere** la **carrera máxima** del **pedal de freno**. Tal y como se expuso en el [alcance del proyecto](#), únicamente se **seleccionarán** e **integrarán** estos elementos en el vehículo, de tal forma que el **cableado eléctrico** de estos elementos se **deriva** al **departamento** correspondiente.

**Tabla 16. Selección de elementos comerciales (II)**

<p style="text-align: center;"><b>LÍNEA RÍGIDA</b></p> <p>Diámetro exterior: 4,8 mm Diámetro interior: 3,36 mm Máx. presión: 1050 bar</p> <p><small>Nota: Tubo de acero inoxidable compatible con la normativa FSAE para las conducciones hidráulicas. (Ver <a href="#">Tabla 1</a>)</small></p>	<p style="text-align: center;"><b>GOODRIDGE</b>   Ref. HL836-03C</p> 
<p style="text-align: center;"><b>LÍNEA FLEXIBLE</b></p> <p>Diámetro exterior: 6,45 mm Diámetro interior: 3,5 mm Máx. presión: 870 bar</p> <p><small>Nota: Tubo interior de teflón (PTFE) con recubrimiento exterior de acero inoxidable trenzado compatible con la normativa FSAE para las conducciones hidráulicas. (Ver <a href="#">Tabla 1</a>)</small></p>	<p style="text-align: center;"><b>GOODRIDGE</b>   Ref. 600-03</p> 
<p style="text-align: center;"><b>STRAIGHT MALE CONVEX SEAT (3/8x24)</b></p> <p>Elemento macho que permite realizar la unión entre línea rígida y flexible. En su extremo izquierdo se ensambla la línea flexible. En su extremo derecho, mediante unión roscada, se une la parte hembra de la unión (<i>Female tube nut (3/8x24)</i>).</p>	<p style="text-align: center;"><b>GOODRIDGE</b>   Ref. 441-03</p> 
<p style="text-align: center;"><b>FEMALE TUBE NUT (3/8X24)</b></p> <p>Elemento hembra que permite realizar la unión entre línea rígida y flexible. Su extremo derecho se rosca al elemento macho (<i>Straight male convex seat (3/8x24)</i>). Al extremo izquierdo va ensamblada la línea rígida.</p>	<p style="text-align: center;"><b>GOODRIDGE</b>   Ref. N1406</p> 
<p style="text-align: center;"><b>DOUBLE BANJO BOLT UNF (3/8x24)</b></p> <p>Conduce el fluido a la salida de la bomba delantera. Tiene dos salidas que permiten realizar la división entre el circuito delantero izquierdo y el derecho justo a la salida de la bomba.</p>	<p style="text-align: center;"><b>GOODRIDGE</b>   Ref. 773-03</p> 
<p style="text-align: center;"><b>SINGLE BANJO BOLT UNF (3/8x24)</b></p> <p>Conduce el fluido a la salida de la bomba trasera. En este caso se tiene salida única, ya que la división entre el circuito trasero izquierdo y el derecho se realiza en la parte posterior del vehículo para reducir la longitud de las líneas.</p>	<p style="text-align: center;"><b>GOODRIDGE</b>   Ref. 775-03</p> 



<b>45° BANJO EXTENDED NECK</b>	<b>GOODRIDGE</b>	<b>Ref. 5094-03</b>
<p>Elemento que permite realizar la conexión entre el tornillo hidráulico que conduce el fluido a la salida de la bomba (<i>Single/Double banjo bolt</i>), en su extremo anular, y la línea flexible, en su extremo cilíndrico.</p>		
<b>DOUBLE BANJO BOLT METRIC (M10x1)</b>	<b>GOODRIDGE</b>	<b>Ref. 993-03</b>
<p>Elemento similar al 773-03, pero con rosca métrica. Se empleará para conducir el fluido a una de las entradas de la pinza de freno. Por una de sus entradas se recibe el fluido y por la otra se enviará una parte a la otra entrada hidráulica de la pinza de freno.</p>		
<b>SINGLE BANJO BOLT METRIC (M10x1)</b>	<b>GOODRIDGE</b>	<b>Ref. 992-03</b>
<p>Elemento similar al 775-03, pero con rosca métrica. Se empleará para conducir el fluido a la segunda entrada de la pinza de freno. Por su entrada se recibe el fluido y este elemento lo conduce hacia la pinza de freno</p>		
<b>BANJO</b>	<b>GOODRIDGE</b>	<b>Ref. 5091-03</b>
<p>Elemento que permite realizar la conexión entre las dos entradas hidráulicas de la pinza de freno. Por cada pinza de freno, se utilizan dos <i>Banjos</i>. Cada uno de ellos se une al correspondiente <i>Single/Double banjo bolt metric</i> y, entre ambos, se ensambla un tramo de línea flexible para completar la unión.</p>		
<b>BANJO SIDE 90° EXTENDED NECK</b>	<b>GOODRIDGE</b>	<b>Ref. 5099S-03</b>
<p>Este elemento conduce el fluido hasta la pinza de freno. En su extremo superior se ensambla la línea flexible procedente de la bomba y, en su extremo anular, se une al elemento <i>Double banjo bolt metric</i> para completar la unión hacia la pinza de freno.</p>		
<b>RE-USABLE TEE FITTING WITH MALE JIC/UNF</b>	<b>GOODRIDGE</b>	<b>Ref. 5131-03</b>
<p>Elemento que permite realizar la división entre circuito trasero izquierdo y derecho. A su extremo frontal se ensambla el elemento <i>Female tube nut (3/8x24)</i> para realizar la unión con la línea rígida. En sus extremos laterales se ensamblan líneas flexibles, una para cada circuito trasero.</p>		

<b>R3-RACING FLUID</b>	<b>AP-RACING</b>	<b>Ref. CP4660</b>
Este líquido de frenos está concebido principalmente para la competición donde las condiciones de funcionamiento son exigentes, alcanzando elevadas temperaturas. Posee buena resistencia a la humedad, baja viscosidad y bajos niveles de compresibilidad.		
<b>PUSH BUTTON SWITCH 8000 SERIES</b>	<b>APEM</b>	<b>Ref. 8432</b>
Interruptor para la luz de freno. Es un interruptor de tipo normalmente cerrado, es decir, cuando se actúa sobre él se cierra el circuito permitiendo el paso de corriente.		
<b>TOGGLE SWITCH 5000 SERIES</b>	<b>APEM</b>	<b>Ref. 5636</b>
Interruptor de dos posiciones para actuar sobre el motor y la bomba de gasolina en caso de exceder la carrera máxima del pedal de freno.		

Aunque se ha explicado brevemente la **función** de cada uno de los elementos en la [Tabla 16](#), más adelante se procederá a presentar de **forma detallada** su **implementación** en el **vehículo**.

## 5.2 Diseño de componentes no comerciales

Tal y como se comentó al comienzo del apartado anterior, se ha decidido **diseñar** y **fabricar** internamente el **pedal de freno**. De esta forma, será posible **ajustar** tanto la **geometría** como las **dimensiones** de este elemento a las **necesidades** del sistema. Dado que ya son conocidos todos los componentes comerciales del sistema, es posible determinar las **medidas definitivas** necesarias en el pedal de freno. Para ello, se ha **recalculado** el **sistema de actuación** a partir del conjunto de ecuaciones 4.36 a 4.48 siguiendo el **mismo procedimiento** (Ver [Apartado 4.4](#)). En este caso se han considerado los **valores característicos** de los **elementos comerciales** seleccionados previamente. Este proceso arroja los **resultados** presentados en la [Tabla 17](#). Nótese que estas tablas se corresponden con las tablas *Salidas* y *Resultados del conjunto pedal* procedentes del proceso de cálculo resuelto por *Solver*.

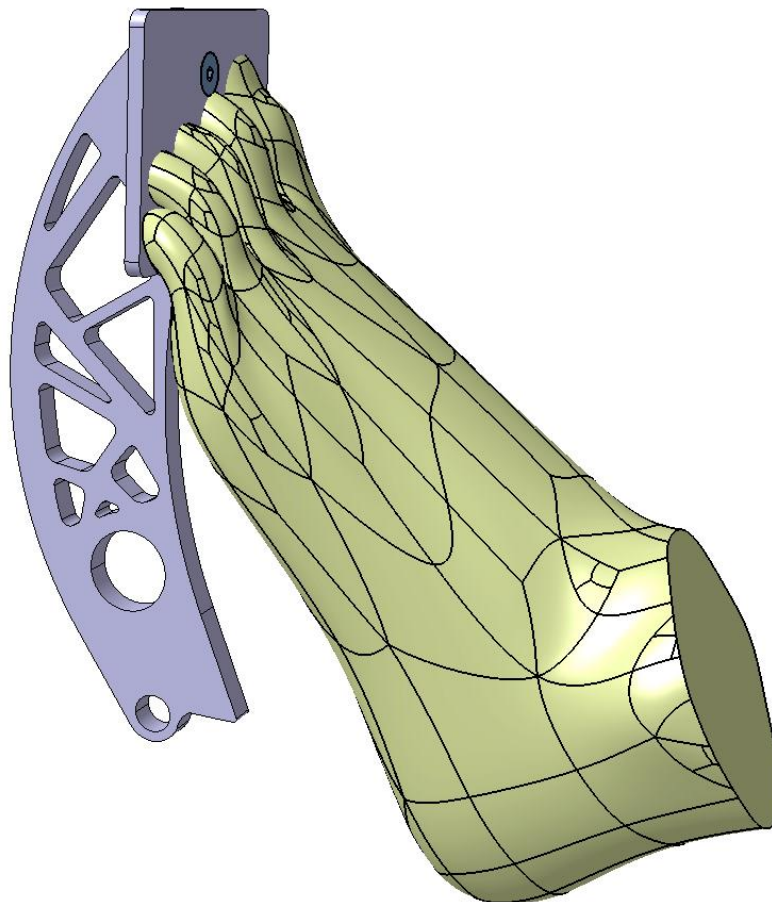
**Tabla 17. Dimensiones definitivas del pedal de freno**

SALIDAS			RESULTADOS CONJUNTO PEDAL		
Parámetro	Símbolo	SOLVER	Parámetro	Símbolo	Valor
Diámetro pistón delantero	$D_{pd}$ [mm]	25,4	Palanca pedal	$C_{ped}$	3,99
Diámetro bomba delantera	$D_{bd}$ [mm]	14	Desplazamiento pedal máximo	$x_{ped}$ [mm]	83,97
Diámetro pistón trasero	$D_{pt}$ [mm]	25,4	Fuerza pedal	$F_{ped}$ [N]	415,52
Diámetro bomba trasera	$D_{bt}$ [mm]	14	Reparto frenada circuito delantero	K1	0,87
Longitud total pedal	L1 [mm]	199,15	Reparto frenada circuito trasero	K2	0,13
Longitud articulación-bomba	L2 [mm]	49,91			
Error fuerza frenado	-	-84,48			

De los resultados anteriores se pueden extraer una serie de conclusiones. En primer lugar, se puede ver que tanto las **dimensiones** del pedal como su **desplazamiento máximo** cumplen con las **restricciones impuestas** en el capítulo anterior (Ver [Tabla 10](#)). Por otro lado, se puede ver que el **error** de la **fuerza**

**de frenado es negativo.** Esto es debido a que, tal y como se justificó en el apartado anterior, se ha **reducido** el tamaño de la **bomba trasera** con respecto al valor **predimensionado**. Esto supone que, para una **misma fuerza de entrada**, la **presión** hidráulica en dicho circuito es **mayor** y, por tanto, la **fuerza de frenado** desarrollada en rueda **también** lo es. Todo esto tiene su **efecto** en el **pedal de freno**, ya que se requiere **menor fuerza** del piloto para alcanzar la **deceleración deseada**. Como se puede ver en la tabla de *Resultados del conjunto pedal*, ahora la **fuerza de pedal** es **menor** a la **fuerza máxima** impuesta por criterios ergonómicos ( $500\text{ N}$ ) y, es por esto, por lo que el error de la fuerza de frenado resulta negativo. Se puede concluir que este **efecto** es **beneficioso**, dado que se requiere menor fuerza en el pedal, **reduciendo** así la **fatiga** del piloto durante la **competición**.

En base a los **resultados anteriores**, se ha procedido a realizar el **diseño** del **pedal de freno**. En la [Fig 20](#) se puede ver el **diseño** realizado. Para ello se ha empleado el software de modelado paramétrico *Catia V5R21*. Tal y como se puede ver en la imagen, se han **respetado** las **distancias** establecidas anteriormente. De este modo, la **distancia** entre el **centro** del taladro donde irá **articulado** el pedal y el **centro** del **taladro** donde se ensamblará el **repartidor de frenada** se corresponde con la **distancia  $L_2$**  ( $50\text{ mm}$ ). Por otro lado, la **distancia** entre el **centro** del taladro de la **articulación** y el **punto de aplicación** de la fuerza por parte del piloto es la **distancia  $L_1$**  ( $200\text{ mm}$ ). Dado que la **fuerza** sobre el pedal es aplicada por el **pie del piloto**, aunque **idealmente** se puede considerar **puntual**, la realidad es que dicha **fuerza** está **aplicada** sobre una **superficie**. Para establecer el **punto de aplicación ideal**, de nuevo se ha acudido a la **ergonomía**. Para ello, se ha importado al software *Catia V5R21* la **geometría** de un **pie** que se corresponde con el **95 percentil** de un **hombre**. Esta geometría se ha **colocado** con respecto a la **posición** donde irá **sentado el piloto** y ha permitido **determinar** el **punto ideal** de aplicación de la fuerza por parte del piloto. Por último, cabe destacar que se ha **adaptado** la **geometría** del pedal de freno en su extremo inferior izquierdo al **interruptor** de la **luz de freno**. Es en esta zona donde se ha decidido realizar la interacción entre estos elementos. En el apartado [Integración en el prototipo Formula Student](#), se presentará en detalle dicha interacción.



*Fig 20. Diseño del pedal de freno*

En cuanto a los **términos estructurales** de este elemento, cabe destacar dos aspectos. Por un lado, el **material** asignado al pedal de freno es el **Acero F1140 compatible** con la **normativa** impuesta por la FSAE para este elemento (Ver [Tabla 1](#)). Por otro lado, sobre la **geometría** anterior se ha realizado una **optimización ideal** que permite **reducir** el **peso** de este elemento. Sin embargo, esta **optimización** de la geometría no se ha **estudiado estructuralmente**. Este aspecto se propone como **mejora** del sistema, con el **objetivo** de **asegurar su integridad estructural** durante el **funcionamiento**.

### 5.3 Resultados: Comportamiento del sistema de frenos

En este punto ya son **conocidos** todos los **elementos** que componen el **sistema de frenos**. Por tanto, en este apartado se procederá a presentar el **comportamiento dinámico** de este. En primer lugar, se procederá a presentar las **ecuaciones generales** que rigen dicho **comportamiento** en función de los **parámetros característicos** de los elementos.

A partir de las ecuaciones 4.36 y 4.37, se puede expresar el **par de frenado** generado en **una rueda** en función de la **presión** del circuito hidráulico y de la **configuración** de la **pinza de freno**. Recuérdese que tal y como se demostró en el capítulo anterior, el “*Brake Factor*” (*BF*) es equivalente al coeficiente de fricción de la pastilla de freno.

$$M_{fi} = \frac{2 \cdot BF \cdot (p_i - p_0) \cdot A_{pi} \cdot \eta_p \cdot r_{ef}}{1,05} \quad \text{Ec 5.1}$$

Por otro lado, la **presión en el circuito** se puede expresar a partir de las **dimensiones** de la **bomba** de freno correspondiente, aplicando la siguiente expresión:

$$p_i = \frac{F_{bi}}{A_{bi}} \cdot \eta_b \quad \text{Ec 5.2}$$

Asimismo, la **fuerza de entrada** a la **bomba** es función de la fuerza en el pedal, la relación de palanca de este y la posición del repartidor de frenada:

$$F_{bi} = F_{ped} \cdot C_{ped} \cdot K_i \quad \text{Ec 5.3}$$

Combinando las ecuaciones anteriores (5.1 a 5.3), se obtiene la **expresión general del par de frenado en rueda**:

$$M_{fi} = \frac{2 \cdot BF \cdot \left( \left( \frac{F_{ped} \cdot C_{ped} \cdot K_i}{A_{bi}} \cdot \eta_b \right) - p_0 \right) \cdot A_{pi} \cdot \eta_p \cdot r_{ef}}{1,05} \quad \text{Ec 5.4}$$

Para obtener la **expresión general** de la **fuerza de frenado en rueda** basta con tener en cuenta el radio del neumático correspondiente en la expresión anterior:

$$F_{fij} = \frac{2 \cdot BF \cdot \left( \left( \frac{F_{ped} \cdot C_{ped} \cdot K_i}{A_{bi}} \cdot \eta_b \right) - p_0 \right) \cdot A_{pi} \cdot \eta_p \cdot r_{ef}}{1,05 \cdot r_{ni}} \quad \text{Ec 5.5}$$

La **expresión general** de la **fuerza de frenado en un eje** se expresa a partir de la ecuación anterior teniendo en cuenta que cada eje cuenta con dos ruedas:

$$F_{fi} = 2 \cdot \frac{2 \cdot BF \cdot \left( \left( \frac{F_{ped} \cdot C_{ped} \cdot K_i}{A_{bi}} \cdot \eta_b \right) - p_0 \right) \cdot A_{pi} \cdot \eta_p \cdot r_{ef}}{1,05 \cdot r_{ni}} \quad \text{Ec 5.6}$$

Por último, particularizando la ecuación anterior para el eje delantero y trasero respectivamente, y haciendo el sumatorio de ambas, se obtiene la **expresión general del sistema de frenos**:

$$F_f = F_{fd} + F_{ft} = \frac{4 \cdot BF_d \cdot \left( \left( \frac{F_{ped} \cdot C_{ped} \cdot K_1}{A_{bd}} \cdot \eta_b \right) - p_0 \right) \cdot A_{pd} \cdot \eta_h \cdot r_{efd}}{1,05 \cdot r_{nd}} + \dots \quad \text{Ec 5.7}$$

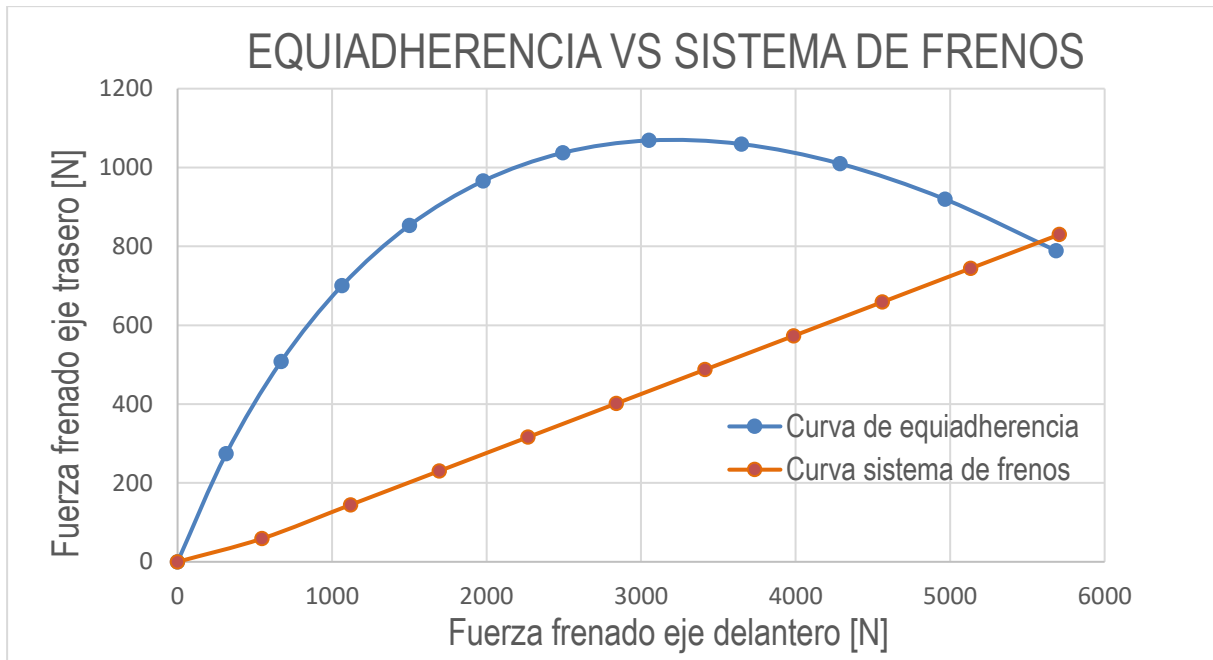
$$+ \frac{4 \cdot BF_t \cdot \left( \left( \frac{F_{ped} \cdot C_{ped} \cdot K_2}{A_{bt}} \cdot \eta_b \right) - p_0 \right) \cdot A_{pt} \cdot \eta_h \cdot r_{eft}}{1,05 \cdot r_{nt}}$$

Una vez conocidas las expresiones generales del sistema de frenos a todos los niveles, rueda, eje y vehículo, es el momento de estudiar su **comportamiento dinámico**. En primer lugar, se estudiará qué tipo de **situaciones de bloqueo** se producirán cuando el piloto aplique una determinada fuerza sobre el pedal de freno. Recordando lo comentado en el [Apartado 4.2](#), el **diseño** del sistema de frenos se ha orientado hacia el **aprovechamiento máximo del neumático garantizando** que en cualquier situación de frenado se produzca el **bloqueo prioritario en el eje delantero**. Una vez que el sistema de frenos está totalmente definido, es el momento de evaluar si este aspecto se cumple. Para llevar a cabo este estudio se empleará la **curva de equiadherencia**. De acuerdo con lo expuesto por ([Luque, 2005](#)), la **curva de equiadherencia** representa el lugar geométrico de todos los puntos para los cuales la **fuerza de frenado es máxima**, en cada uno de los ejes, para cada **adherencia disponible**. La fuerza de frenado máxima sobre un eje viene dada por la adherencia máxima y el peso que gravita sobre dicho eje. Si se compara la fuerza de frenado en el eje delantero con respecto al trasero, la **curva de equiadherencia** se puede **modelar matemáticamente** según la siguiente expresión **sin necesidad de conocer la adherencia** del neumático:

$$\frac{F_{fd}}{F_{ft}} = \frac{P_d + \Delta F_z}{P_t - \Delta F_z} = \frac{P_d + P \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{h}{B}}{P_t - P \cdot \frac{a}{g} \cdot \frac{h}{B}} \quad \text{Ec 5.8}$$

Dando valores de deceleración es posible representar la curva de equiadherencia a partir de la ecuación anterior. Por otro lado, para establecer la **comparativa**, se representa sobre la misma gráfica la **curva del sistema de frenos** (Ec 5.7). Para ello, basta con variar la fuerza sobre el pedal de freno desde el valor nulo hasta el valor máximo, establecido en 500 N como ya se ha comentado en otras ocasiones. Todo esto se puede ver en la [Fig 21](#).

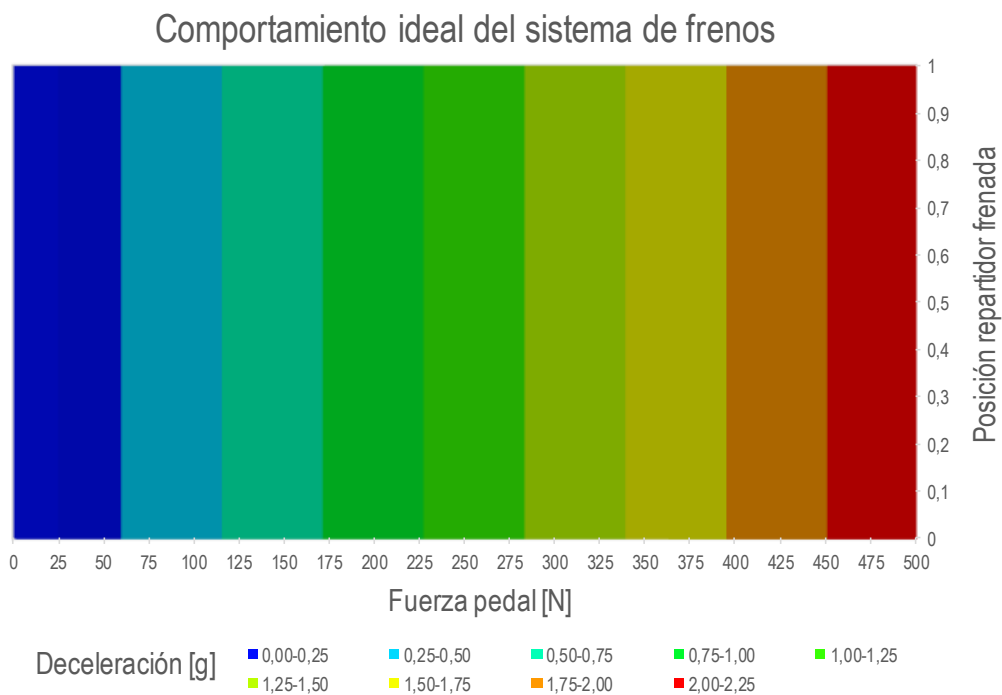
Tal y como se desprende de la [Fig 21](#), el **comportamiento ideal** deseable en un sistema de frenos, que se corresponde con la **curva de equiadherencia**, **difiere** notablemente del **comportamiento real**. Dado que las **dimensiones** de los componentes del sistema de frenos **no son variables**, el **comportamiento** del sistema siempre será **lineal**. Asumiendo tal efecto desde el comienzo del proceso de diseño, se ha **diseñado** el sistema para **evitar el bloqueo prioritario del eje trasero**. Este efecto se puede comprobar estudiando el punto de corte entre las dos curvas. El **punto de corte** entre la curva de equiadherencia y la curva del sistema de frenos corresponde con el **punto de bloqueo simultáneo** de ambos ejes. Este punto no es más que el **índice crítico de frenado** presentado en el [Apartado 4.2](#). Por tanto, a la **izquierda** de ese punto se tiene la **zona de bloqueo prioritario del eje delantero**, mientras que a la **derecha** se encuentra la **zona de bloqueo prioritario del eje trasero**. Conocidas las fuerzas de frenado en cada eje, y aplicando la **2ª Ley de Newton**, es posible determinar el valor de **deceleración** para el cual se produce el **bloqueo simultáneo** de ejes. Realizando **cálculos** sobre la **gráfica**, se concluye que el **bloqueo simultáneo** de ejes se produce para una **deceleración** de  $2,13g$ . Dado que este valor es **superior** a la **deceleración máxima** permitida en el vehículo por el neumático ( $1,84g$ ), se puede **garantizar** que el sistema de frenos diseñado **actuará siempre en la zona de bloqueo prioritario del eje delantero**, garantizando de este modo la **estabilidad direccional** del vehículo en toda acción de frenado.



**Fig 21. Equiadherencia vs sistema de frenos**

Con esto, queda estudiado el comportamiento del sistema desde el punto de vista del bloqueo de los neumáticos. El siguiente estudio que es conveniente realizar, se refiere a la **deceleración** alcanzada por el vehículo en las distintas **situaciones de frenado** que se pueden dar. Esto es posible realizarlo analizando la **expresión general** del sistema de frenos (Ec 5.7). Dado que todos los parámetros de la ecuación son constantes, a excepción de la fuerza aplicada en el pedal de freno por el piloto y el **reparto de frenada** establecido, la fuerza de frenado total del sistema y, por ende, la **deceleración** del vehículo, **dependen** únicamente de estos **factores**.

**Idealmente**, la **deceleración** alcanzada por el vehículo en función de la fuerza aplicada en el pedal y el reparto de frenada establecido, responde al comportamiento representado en la Fig 22.



**Fig 22. Comportamiento ideal del sistema de frenos**

La explicación a este efecto es sencilla. Aplicando estrictamente la ecuación 5.7, **independientemente** de la **posición del repartidor de frenada**, siempre se obtendrá la **misma fuerza total de frenado** y, por

tanto, **idéntica deceleración**. Sin embargo, es fácilmente entendible que este **comportamiento** es demasiado ideal, pues en ningún momento se tienen en cuenta los **posibles bloqueos** que se produzcan en los **neumáticos**. Por ende, para poder evaluar de una forma cercana a la realidad el comportamiento del sistema de frenos, se debe tener en cuenta el **comportamiento del neumático**.

Para realizar el estudio del **comportamiento real** del sistema de frenos se ha **discretizado** el modelo de cálculo para poder implementar una serie de **hipótesis**. Los pasos seguidos se explican a continuación:

- En primer lugar, se ha procedido a calcular la **deceleración ideal** del vehículo a partir de la ecuación 5.7 y la *2ª Ley de Newton*. Para ello se ha discretizado la fuerza en el pedal en intervalos de  $5\text{ N}$  desde  $0$  hasta  $500\text{ N}$ . Del mismo modo se ha discretizado la posición del repartidor de frenada en intervalos de  $0,025$  desde  $0$  hasta  $1$ .
- Los valores de deceleración calculados anteriormente se emplean ahora para estudiar el comportamiento del neumático. Para cada valor de deceleración, se calcula la **transferencia de carga** que se produce y el **peso** que gravita sobre cada eje. A partir de los pesos, se emplea la **ecuación del neumático** para establecer la **adherencia máxima** (Ver [Apartado 4.1](#)) y la **adherencia dinámica** (Ver [Apartado 4.2.1](#)) que se tiene para cada valor de deceleración. Conocidos los valores de adherencia (máxima y dinámica) y los pesos sobre cada eje, se calculan las fuerzas de frenado desarrolladas sobre cada eje en las dos situaciones. Nótese que en este caso sí que se podrá tener en cuenta el bloqueo del neumático a partir de la **adherencia** y la **fuerza dinámica**.
- El siguiente paso es **evaluar** qué sucede para cada **posición del repartidor de frenada**. Mediante la ecuación 5.6 es posible determinar la **fuerza de frenado ideal** sobre cada eje. Conocida la **fuerza ideal** que entrega el sistema de frenos y la **fuerza máxima** que es capaz de desarrollar el neumático para cada deceleración, es posible determinar la **fuerza de frenado real** que se tendrá. Para ello, para cada valor de deceleración se evalúa la fuerza de frenado ideal de forma independiente para cada eje. Si la **fuerza de frenado ideal** es **inferior** a la **fuerza de frenado máxima** que se puede desarrollar en el neumático, entonces el **valor ideal** se convierte en **real**. Sin embargo, si el valor de **fuerza ideal** es **superior** al **máximo** que se puede dar en el neumático, esto indica que en esta situación se está produciendo el **bloqueo** del neumático y, por tanto, el valor de **fuerza de frenado real** se corresponde con la **fuerza de frenado dinámica**.
- Por último, una vez determinadas las **fuerzas de frenado reales** en cada eje, es posible determinar el valor de **deceleración real** que se tiene para cada **par** de valores de **fuerza en el pedal** y **posición del repartidor de frenada**.

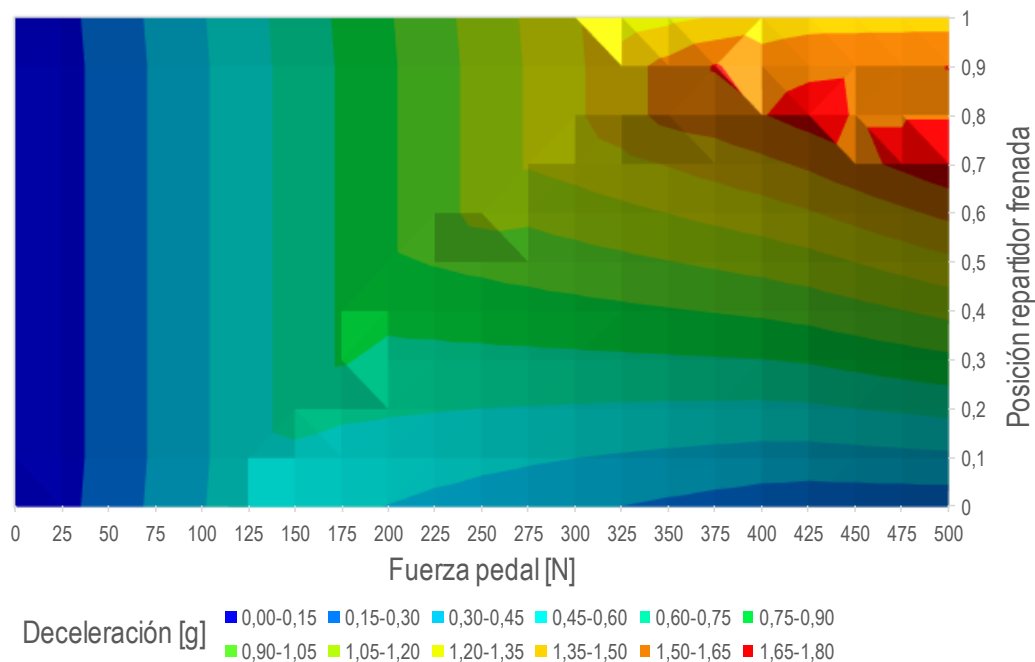
Todo este proceso arroja unos **resultados muy próximos** al **comportamiento real** del sistema de frenos. Esto ha sido posible gracias a la **discretización** del modelo. Dado que en el tercer paso se **compara** la fuerza de frenado ideal con la fuerza de frenado máxima para cada valor de deceleración ideal, para que la **aproximación** sea lo **suficientemente buena**, el **salto** entre **deceleraciones** debe ser lo **suficientemente pequeño**. Esto justifica la discretización del modelo. En este caso se ha aceptado que la discretización en **intervalos de  $5\text{ N}$**  de fuerza de pedal es **suficientemente buena**. Se ha comprobado que **disminuir** dicho intervalo **incrementa** notablemente el **tiempo de cálculo** sin una **mejora** significativa de los **resultados**. Por el contrario, **aumentar** este intervalo implica **reducir** el **tiempo de cálculo**, pero se obtienen unos **resultados más groseros**, por lo que tampoco es adecuado.

En la [Fig 23](#) se presenta gráficamente el **mapa de comportamiento real** del sistema de frenos. Como se puede ver, el comportamiento real del sistema difiere notablemente del ideal presentado anteriormente (Ver [Fig 22](#)). Es cierto que, para valores de **fuerza en el pedal bajos**, la **deceleración** obtenida es **idéntica** para cualquier **reparto de frenada**. Sin embargo, a medida que **aumenta** la **fuerza** de aplicación sobre el **pedal**, para obtener **valores elevados de deceleración** se debe posicionar el **repartidor de frenada** en valores **superiores a  $0,5$** . Esto implica que se **prime** la entrega de fuerza al **eje delantero**

con respecto al **trasero**. Este es un comportamiento lógico y esperable, pues, como ya se ha comentado en otras ocasiones, en el **eje delantero** se tiene la **mayor capacidad de frenado** del vehículo debido al fenómeno de **transferencia de carga**.

Como se puede ver, no existe un único punto óptimo de deceleración máxima. Existen tres zonas donde, para distintos repartos de frenada y valores de fuerza en el pedal, se alcanzan las máximas deceleraciones. Este gráfico será de **gran utilidad** durante la **competición**, especialmente para el **piloto**, que será quién finalmente **decida** qué **reparto de frenada** establecer de acuerdo con sus **sensaciones** y su **estilo de conducción**.

Comportamiento real del sistema de frenos



**Fig 23. Comportamiento real del sistema de frenos**

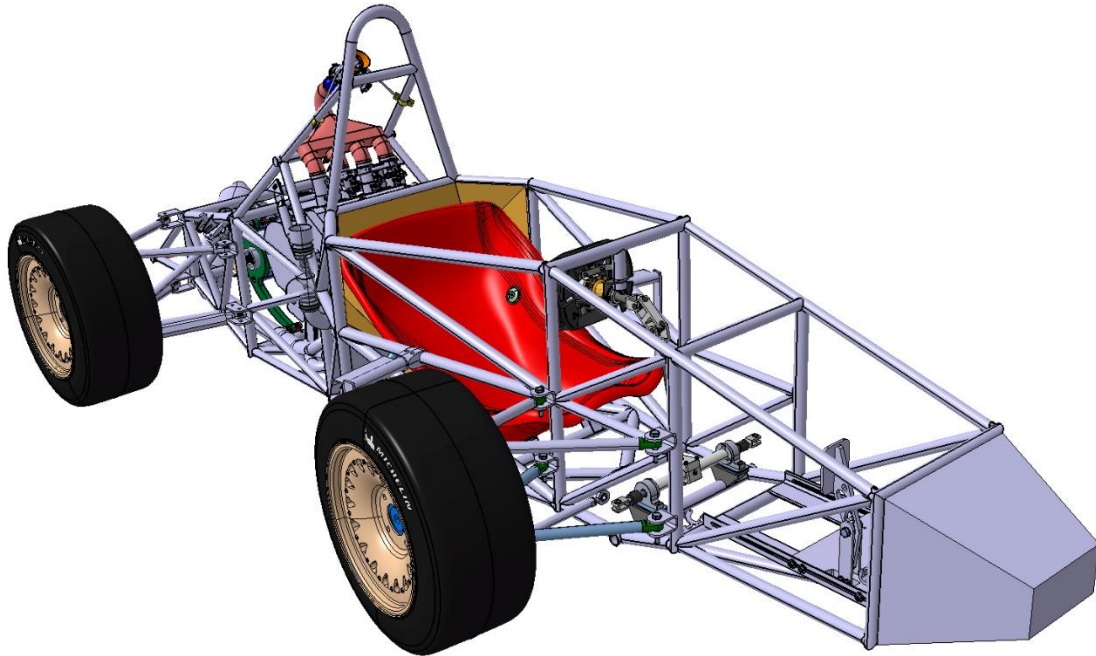
#### 5.4 Integración del sistema en el prototipo Formula Student

Para finalizar este capítulo, se presenta la **integración** del **sistema de frenos** en el prototipo *Formula Student*. De acuerdo con lo expuesto al comienzo de este proyecto, el prototipo cuenta con un notable desarrollo en distintas áreas, por lo que la integración del sistema de frenos juega un papel fundamental para **asegurar la compatibilidad** entre los distintos **sistemas**.

Antes de comenzar a presentar el diseño realizado, se explicará brevemente el **proceso** que se ha seguido. Para diseñar y modelar cada uno de los sistemas y sus piezas, se ha seguido la **metodología** de diseño **“Up to down”**. Se trata de una potente metodología, aplicada especialmente en el proceso de diseño de **montajes complejos**, en los que además **intervienen varias personas** o grupos de trabajo. En estos casos, el método de diseño más eficaz a emplear consiste en **plantear inicialmente** el sistema en su **conjunto**, conteniendo en él las **funciones principales** del sistema, las dimensiones, reservas de espacios necesarios, etc. Posteriormente, el **sistema global** se divide en **subsistemas** y estos se diseñan del mismo modo, identificando y teniendo en cuenta las **interfaces** que existen entre las distintas **piezas** al comienzo del diseño. Una vez que se han planteado el sistema y los subsistemas, es el momento de diseñar las piezas a partir de esos datos de entrada. Esta metodología, además de tener la ventaja de **asegurar la compatibilidad** entre **sistemas** desde el **inicio** del diseño, es muy **flexible** a la hora de implementar **cambios**. Basta con modificar los aspectos que se desee sobre los planteamientos iniciales, bien sea a nivel de sistema o subsistema, pues al tratarse de un diseño en contexto, los cambios se propagan por el **árbol jerárquico** hasta el último nivel.



En primer lugar, antes de comenzar a integrar el sistema de frenos en el vehículo, se presenta el **estado inicial** del prototipo. Como se puede ver en la [Fig 24](#), sistemas como el **chasis**, el grupo **moto propulsor**, la **suspensión** o la **dirección** se encuentran completamente **diseñados y desarrollados**. También cabe destacar que la zona de la **pedalera** cuenta con un **diseño preliminar**, llevado a cabo en meses atrás por otro departamento para poder implementar el **pedal del acelerador**. Este diseño preliminar se aprovechará y **adaptará** a las **necesidades** para implementar el **pedal de freno** y sus elementos **adyacentes** correspondientes.



**Fig 24. Estado inicial del prototipo Formula Student**

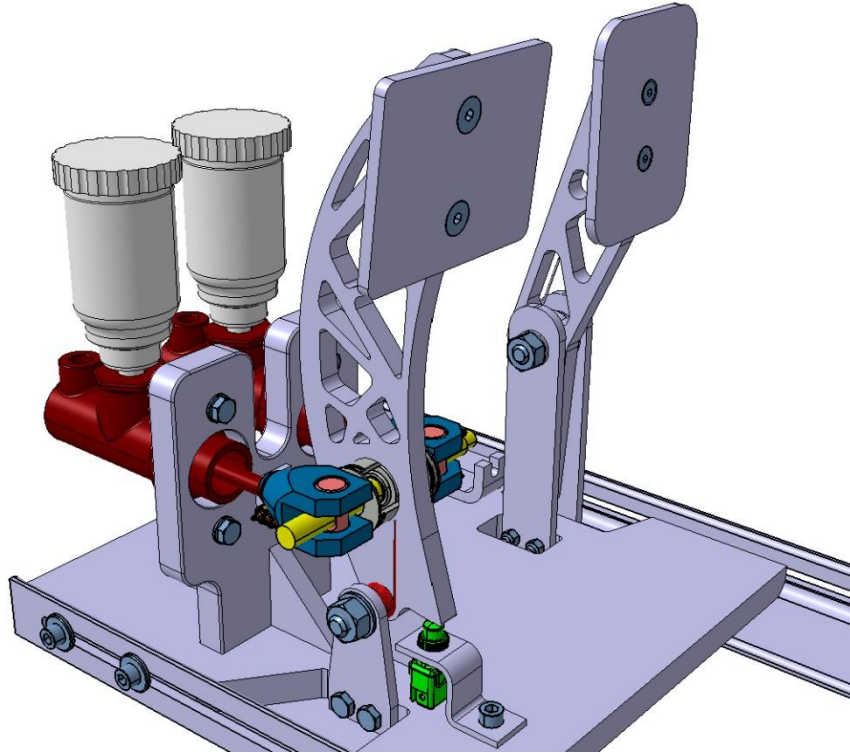
En base a la metodología “Up to Down” explicada anteriormente, el diseño del sistema de frenos se divide en los siguientes **subsistemas**:

- **Pedalera**: En este subsistema se incluye el **pedal de freno** y los elementos que lo **rodean**, como las bombas de freno, el soporte diseñado para ensamblar estas, el repartidor de frenada, etc.
- **Conjunto discos-pinzas**: En este subsistema se incluyen los **discos de freno** con sus respectivas pinzas y pastillas.
- **Líneas hidráulicas**: En este subsistema se incluyen las **líneas hidráulicas** y todos los elementos necesarios para realizar el ensamblaje de estas.

En primer lugar, se presenta el conjunto de la **pedalera**. Tal y como se puede ver en la [Fig 25](#), en este conjunto se incluyen distintos elementos. Inicialmente se ha diseñado tanto el **pedal de freno** como los **elementos** necesarios para llevar a cabo la **unión** de este a la **pedalera**. Nótese que, de acuerdo con lo expuesto anteriormente, se ha **adaptado** la base de la **pedalera** ya existente para llevar a cabo el **ensamblaje** del **pedal de freno**. Se han realizado una serie de **rebajes** en dicha base para poder implementar los **elementos** que permiten **articular** el pedal de freno, los cuales son las orejetas, las uniones atornilladas y el muelle de torsión que facilita el retroceso del pedal a su posición de reposo. También se ha diseñado un **soporte** para el **interruptor de la luz de freno** que irá ensamblado a la base mediante una unión atornillada. Como se puede ver, el **pedal de freno** en su posición de **reposo** estará en **contacto** con el **interruptor**. Toda vez que se actúe sobre el pedal de freno, **dejará** de existir **contacto** entre estos elementos y, de esta forma, se **cerrará** el **circuito eléctrico** que encenderá la **luz de freno**.

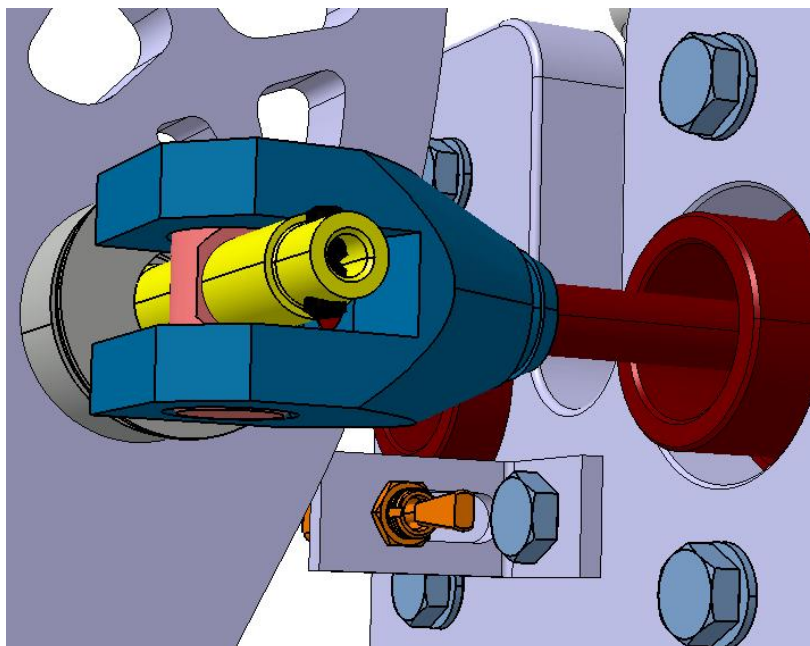
Por otro lado, se ha diseñado un **soporte vertical** donde se ensamblarán las **bombas de freno** mediante uniones atornilladas. La **bomba izquierda** proporcionará presión al **circuito delantero** y, por ende, la **derecha** hará lo propio con el **circuito trasero**. Sobre las bombas, se han ensamblado los **depósitos de líquido de frenos** compatibles con estas. De esta forma, se cumple con la normativa (Ver [Tabla 1](#)),

la cual exige que para cada circuito hidráulico exista una reserva de líquido de frenos independiente. El **repartidor de frenada** se ensambla sobre el **pedal de freno**. Para ello, se fija su **casquillo central** mediante apriete en el taladro realizado sobre el pedal de freno previsto para este fin. Posteriormente, sobre cada uno de los extremos del repartidor de frenada, se roscan los **vástagos** de cada una de las **bombas**.



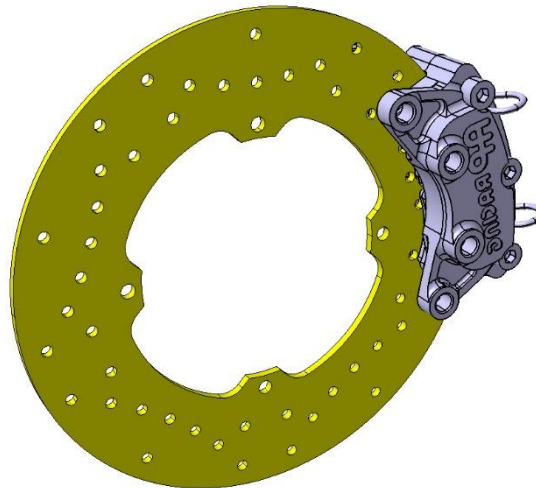
**Fig 25. Conjunto de la pedatera**

Otro elemento que se incluye en el conjunto de la pedatera es el **interruptor** que actúa sobre el **motor** y la **bomba de gasolina** en caso de que se supere la **carrera máxima del pedal**. Tal y como se presenta en la Fig 26, se ha diseñado un **soporte** en forma de "L" que se ensambla al **soporte vertical** de las bombas mediante una unión atornillada. Sobre este soporte se ha diseñado una **ranura** sobre la que se ensambla el **interruptor**. De esta forma, se podrá **ajustar la posición** de este fácilmente.



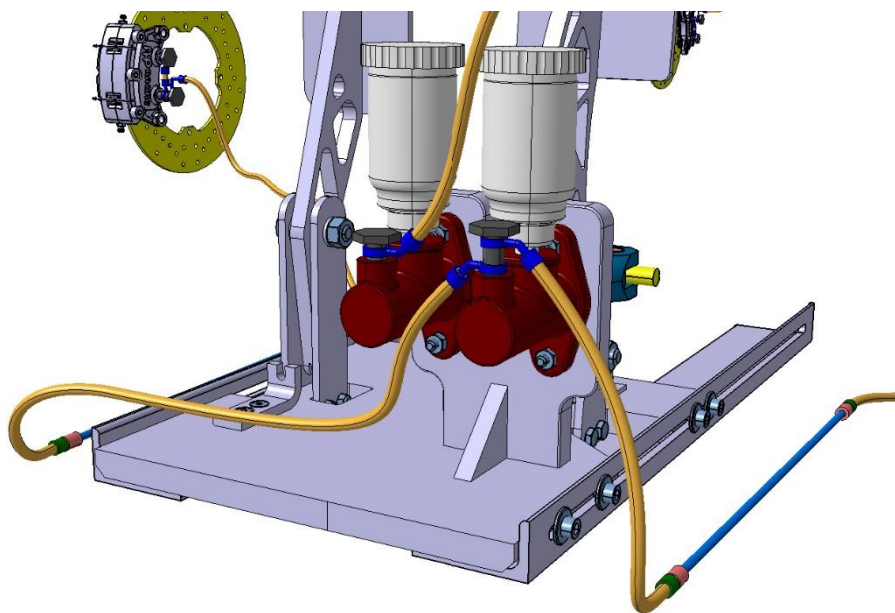
**Fig 26. Interruptor Toggle Switch 5000 Series**

El siguiente subsistema que se ha diseñado es el **conjunto** que incluye los **discos** y las **pinzas de freno**. En la **Fig 27** se puede ver el resultado del ensamblaje de un par de estos elementos. Concretamente, este par de elementos irá ensamblado sobre una de las ruedas traseras. En el **interior** de la pinza de freno se encuentran las **pastillas de freno**, **dos** a cada **lado** del **disco** de acuerdo con lo explicado en apartados anteriores.



**Fig 27. Conjunto disco-pinza**

El último subsistema que se ha diseñado es el correspondiente a las **líneas hidráulicas**. Para ello, se han empleado los elementos presentados en la **Tabla 16**. Tal y como se explicó entonces, los **circuitos hidráulicos** se han diseñado empleando tramos de línea flexible y tramos de línea rígida. La **línea flexible** se ha empleado en aquellas zonas donde, o bien se requiere cierta **flexibilidad** a la línea por **requisitos de espacio**, o bien la línea estará sometida a **esfuerzos y deformaciones**. El uso de línea flexible para el **primer caso** se encuentra en la **zona de salida** de las **bombas**. En este entorno de la pedalera, tal y como se puede ver en la **Fig 28**, el **espacio es reducido**, y las **líneas hidráulicas** deben ser fácilmente **deformables** para **adaptarse** a los **elementos** y al **espacio disponible**. Es por esto por lo que en esta zona se ha decidido emplear **tubo flexible**.

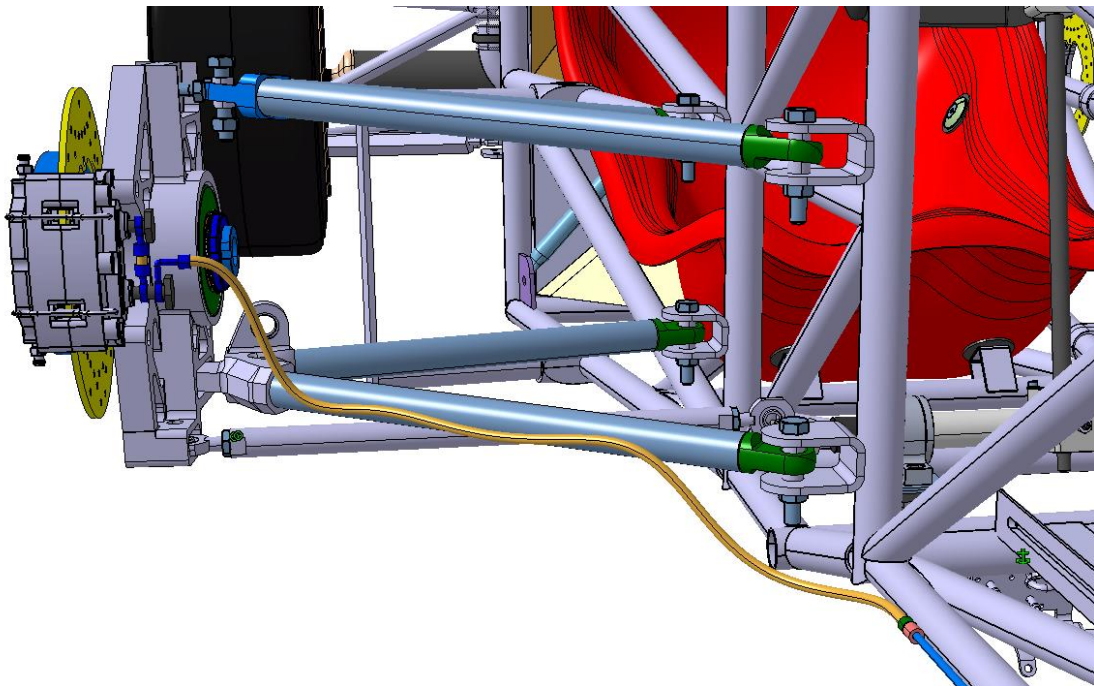


**Fig 28. Líneas hidráulicas: salida de las bombas**

Nótese en la figura anterior que las **salidas** de cada uno de los **circuitos** son **distintas**. Para el **circuito delantero** la **división** entre circuito **izquierdo** y **derecho** se realiza justo a la **salida** de la **bomba**. Para

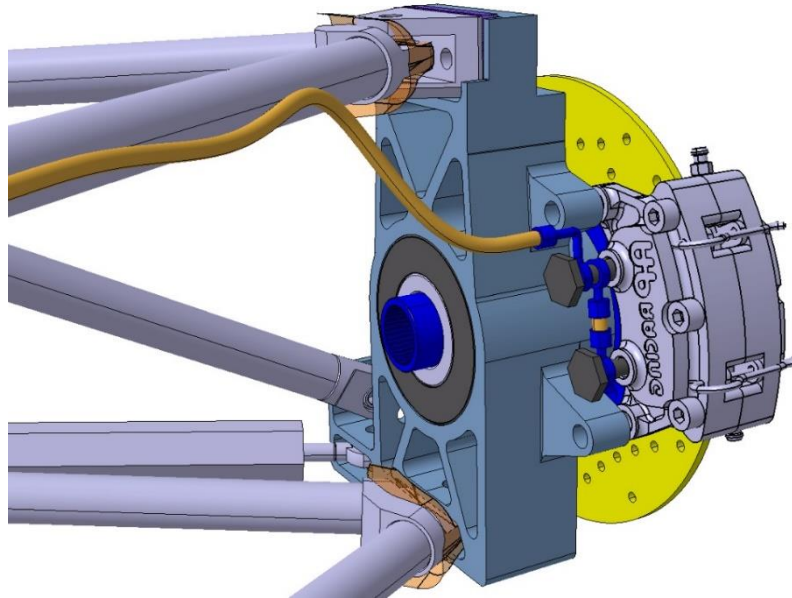
este circuito esta decisión es lógica, pues los puntos de **destino**, es decir, las **pinzas de freno** delanteras se encuentran en **sentidos opuestos** y en un entorno **cercano** a la **pedalera**. Por esto, se ha decidido realizar la bifurcación en este punto, pues cualquier otra decisión dificultaría el diseño e introduciría más elementos aumentando el peso del sistema. En cambio, para el **circuito trasero**, dado que los puntos de **destino**, es decir, las **pinzas traseras**, se encuentran **alejadas** del entorno de la **pedalera** se ha decidido realizar una **salida única** de la **bomba**. De esta forma, se **pospone** a la parte posterior del vehículo la **división** entre circuito trasero **izquierdo** y **derecho**. Esto permite **disminuir** los **metros** de línea hidráulica en el vehículo, con el consiguiente ahorro de **peso** que esto supone.

Otras zonas donde se ha decidido emplear **línea flexible** son aquellas donde la línea estará sometida a **esfuerzos** y **deformaciones**. Estas zonas se corresponden con el entorno de las **suspensiones**, delantera y trasera, y la zona de la **dirección** delantera. Este caso en concreto se puede apreciar en la **Fig 29**. Como se puede ver en esta imagen, el conjunto disco-pinza de freno, donde finaliza la línea hidráulica, va ensamblado a la mangueta. En este caso, al tratarse de la línea delantera, la mangueta estará sometida a los movimientos de la suspensión y de la dirección. Es por esto por lo que se debe emplear línea flexible, pues si se emplease línea rígida ésta colapsaría ante los esfuerzos generados. Para el circuito hidráulico trasero, no se tiene el efecto de la dirección, pero sí se tiene el efecto de la suspensión. Por tanto, el criterio es el mismo: se emplea línea flexible en estos entornos.



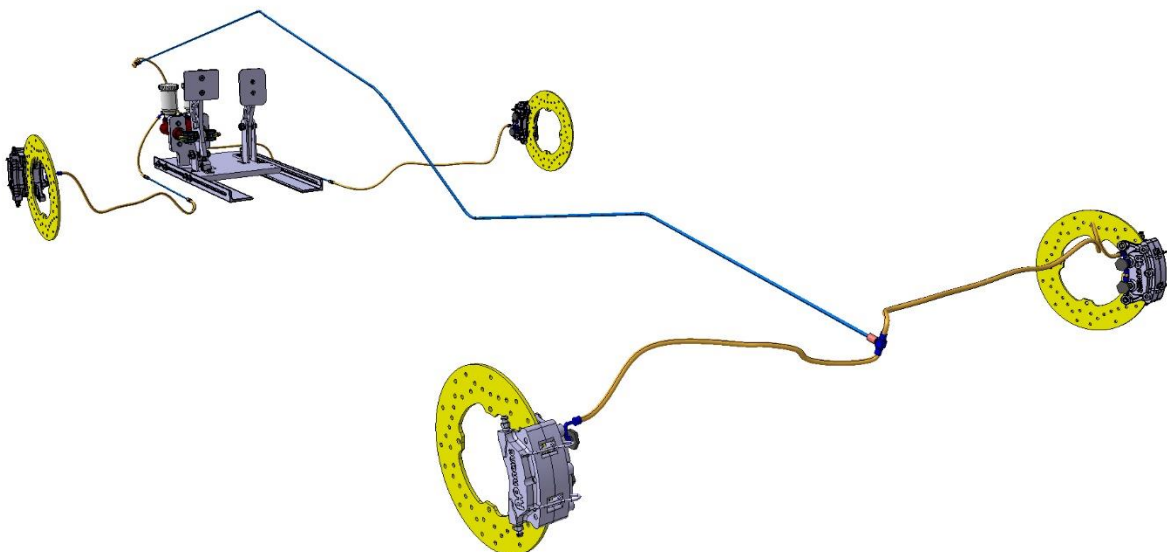
**Fig 29. Líneas hidráulicas: entorno suspensión-dirección**

Continuando con lo anterior, a continuación, se presenta el punto de **destino** de cada uno de los **circuitos hidráulicos** del sistema. Este punto de destino se trata de la **conexión** a la **pinza de freno** que corresponda. Como se comentó anteriormente, cada **pinza** de freno tiene **dos entradas** hidráulicas **independientes**, por lo que se deben **unir** de forma **externa** para lograr que **actúen** de forma **conjunta**. Este efecto se puede apreciar en la **Fig 30**. Para llevar a cabo la unión de forma externa, se han empleado los elementos presentados en la **Tabla 16**. Como se puede apreciar, a **una** de las **entradas** hidráulicas de la pinza se hace llegar la **línea flexible** correspondiente. En este punto, empleando los elementos adecuados, es posible **dividir** el líquido de frenos presurizado en **dos direcciones**. **Una** de ellas va **directamente** a una de las entradas hidráulicas de la **pinza de freno**. En la **otra** dirección se deriva la otra parte del líquido de frenos hacia la **siguiente entrada** hidráulica de la pinza de freno, empleando para ello un par de elementos tipo “**banjo**” unidos entre sí por un tramo de **tubo flexible** que permite completar la **conexión**.



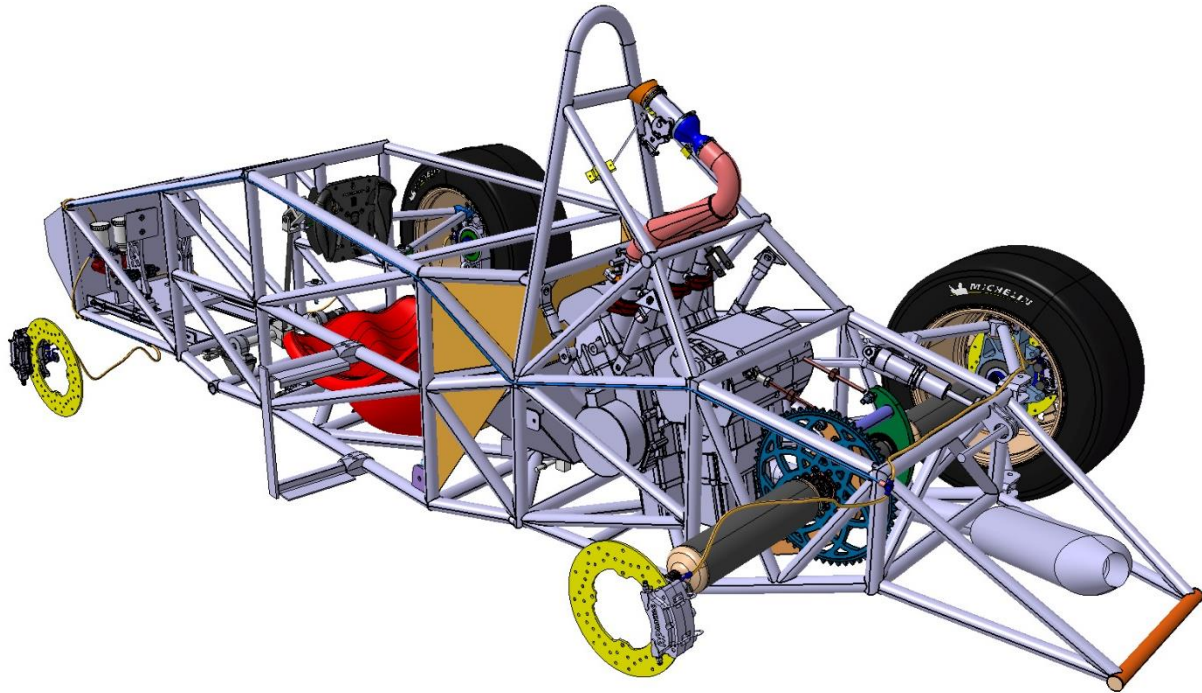
**Fig 30. Líneas hidráulicas: conexión a las pinzas de freno**

Por último, para completar la explicación del diseño de las líneas hidráulicas se presenta la **línea rígida**. Este tipo de línea se ha empleado en aquellas **zonas** donde la **línea** se encuentra **fija** y no está sometida a ningún tipo de esfuerzo o deformación. Típicamente estas zonas se corresponden con aquellas donde la línea irá **unida al chasis**. Para el caso particular de los circuitos hidráulicos **delanteros** (izquierdo y derecho), la línea rígida se ha empleado para cubrir el **espacio** existente **entre** los tramos de **línea flexible** empleados. En la [Fig 28](#) se puede ver este efecto. El tramo de línea rígida en este caso une el tramo de línea flexible a la salida de la bomba con el tramo de línea flexible implementado en la zona de la dirección. Para realizar las uniones entre tubo rígido y tubo flexible se han empleado los elementos adecuados para tal fin (Ver [Tabla 16](#)). En este caso, al tratarse de un tramo corto que irá unido únicamente a un tubo del chasis, el diseño es sencillo. En cambio, para el **circuito trasero**, la **línea rígida** debe **recorrer** prácticamente toda la **batalla** del vehículo **adaptándose** en todo momento a la geometría del **chasis**. Este efecto se puede apreciar en la [Fig 31](#). La línea rígida atraviesa todo el vehículo desde prácticamente el eje delantero **hasta** el eje trasero, donde se realiza la **división** entre el circuito hidráulico **izquierdo** y **derecho** respectivamente empleando un elemento tipo "T". A partir de este punto se emplea línea flexible para cerrar los circuitos en las pinzas de freno, de acuerdo con explicado anteriormente.

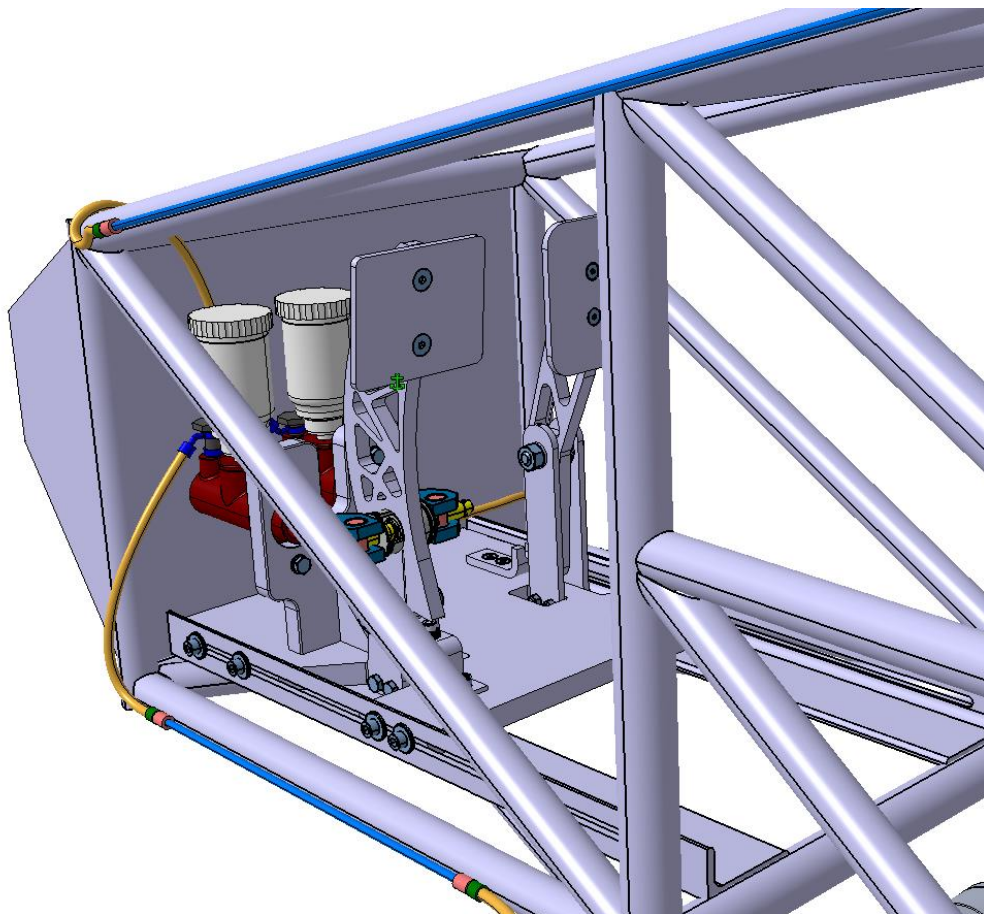


**Fig 31. Líneas hidráulicas: geometría línea rígida circuito trasero**

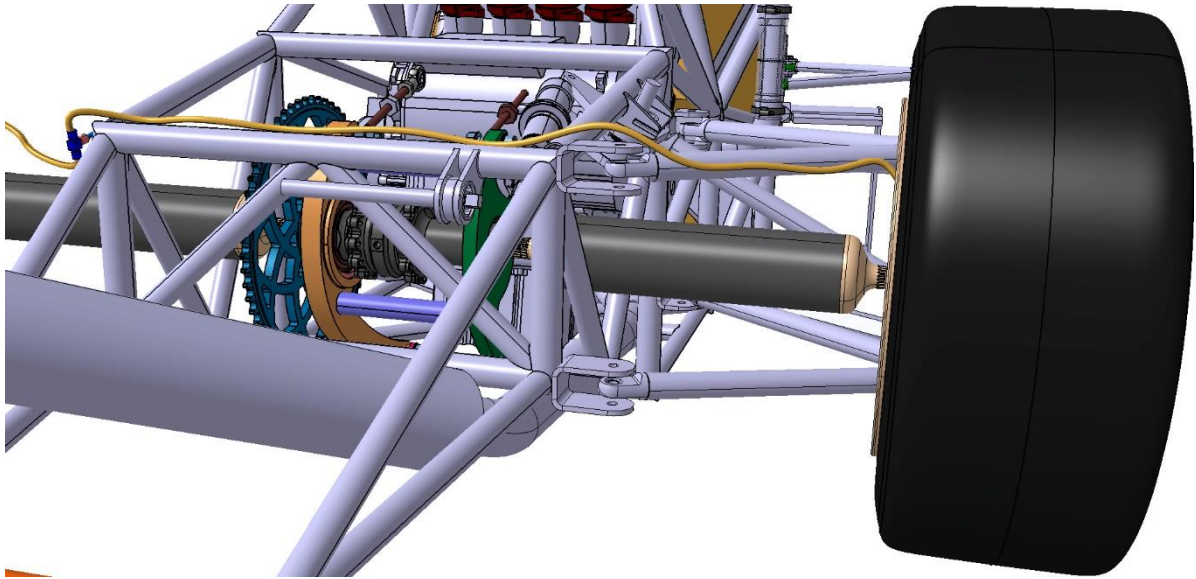
Una vez explicados todos los subsistemas y su integración en el vehículo de manera individual, se puede presentar el **resultado final** del diseño. A continuación, se puede ver una **colección de imágenes** donde se puede apreciar la **integración final del sistema de frenos** en el vehículo.



*Fig 32. Integración del sistema de frenos en el vehículo (I)*



*Fig 33. Integración del sistema de frenos en el vehículo (II)*



**Fig 34. Integración del sistema de frenos en el vehículo (III)**

Con esto queda **resuelta** la **integración** del sistema de freno en el prototipo *Formula Student*. Toda vez que han sido resueltos todos los aspectos relativos al diseño del sistema, ha sido posible **verificar** y **validar** este. Se puede asegurar que no existirán interferencias con otros sistemas y, además, gracias a la metodología de diseño "*Up to Down*", será posible implementar las modificaciones que se crean convenientes de forma rápida y flexible. Por todo esto, en este punto se da por **finalizada** la etapa de **diseño**.





## 6 CONCLUSIONES

### 6.1 Conclusiones

Al comienzo de este proyecto se plantearon los objetivos principales a desarrollar, los cuales eran: calcular, diseñar, verificar e integrar un sistema de frenos para un prototipo *Formula Student*. Partiendo de una serie de datos de entrada, procedentes de los desarrollos que el equipo *Pisuerga Sport* había llevado cabo, se ha diseñado y optimizado el sistema de frenos para este vehículo. Al término de este proyecto, se puede confirmar que se han **cumplido todos** y cada uno de **los objetivos planteados**, logrando definir un **sistema de frenos apropiado** para el **prototipo** objetivo.

A modo de resumen, en la fase de **cálculo** han sido necesarios varios **procesos iterativos** para alcanzar una **solución técnica apropiada** para el problema planteado inicialmente. Por otro lado, durante la fase de **diseño** ha sido necesario **plantear** este **globalmente** al inicio del proceso, con el objetivo de **asegurar** la **compatibilidad** entre los distintos **sistemas** y **subsistemas** del vehículo. También ha resultado de especial interés la búsqueda de elementos comerciales, donde ha sido conveniente mantener conversaciones con distintos proveedores para realizar una selección de componentes adecuada. Por último, se han presentado los **resultados finales** que reflejan el **comportamiento dinámico** del sistema de frenos diseñado.

De forma **personal** son destacables algunos aspectos. El desarrollo de este proyecto ha permitido **adquirir** una serie de **conocimientos** y **habilidades** de gran utilidad, no sólo a **nivel académico** sino también a **nivel profesional**. Se han adquirido competencias en **nuevas herramientas informáticas**, tanto de **cálculo**, a través de la herramienta *Solver (Microsoft Excel)*, como de **diseño**, por medio del software *CatiaV5*. Esto se valora muy positivamente, ya que supone una experiencia de especial interés para el **futuro profesional**. También se ha adquirido un notable **nivel de conocimientos** acerca del **sistema de frenos** de un vehículo, lo cual ha permitido conocer en profundidad los pasos necesarios para **diseñar** tal sistema en detalle.

### 6.2 Principales aportaciones del autor del TFM

De forma general, todo el **contenido** planteado y desarrollado a lo largo de este proyecto, **se aporta** y **cede** al equipo *Pisuerga Sport* para su **pleno uso** y **disfrute** en el futuro. Se ha llevado a cabo un proceso de desarrollo minucioso, en el cual destacan las siguientes **aportaciones**:

- Planteamiento y desarrollo de una **potente herramienta** para el **cálculo** de un **sistema de frenos**. Esta herramienta de cálculo está basada en **procesos iterativos** y se ha implementado en *Microsoft Excel*. Se ha planteado de tal forma que permite implementar **modificaciones** de forma **rápida** e **intuitiva**, lo que otorgará al equipo *Pisuerga Sport* la capacidad de adaptar el modelo según sus necesidades **reduciendo notablemente** los **tiempos de desarrollo**.
- Cálculo y representación del **mapa de comportamiento dinámico** del sistema de frenos. Esta herramienta será de gran **utilidad** al equipo *Pisuerga Sport*, especialmente para el **piloto**, que será quién establezca los reglajes del sistema de frenos durante la competición, de acuerdo con sus **sensaciones** y su **estilo de conducción**.
- **Selección** de los **elementos comerciales** más apropiados a los resultados obtenidos y **diseño** de aquellos **elementos no comerciales**. Además, se incluye un **estudio económico** que facilitará al equipo las estimaciones correspondientes en materia presupuestaria.
- **Modelado** del sistema de frenos en **3D** empleando para ello *Catia V5R21*. Todo ello ha sido desarrollado desde el **entorno de trabajo** desarrollado por el equipo *Pisuerga Sport*, **adaptando** el diseño a su **metodología de trabajo**. Por esto, ha sido posible incluir el diseño del sistema de frenos al **árbol jerárquico** donde se encuentran los demás sistemas del vehículo.

### 6.3 Sugerencias para trabajos futuros

A partir de los desarrollos llevados a cabo y de los resultados obtenidos, es posible proponer algunas **líneas de actuación** para trabajos futuros. Se propone **validar** algunos **aspectos del diseño** que no se han abarcado en este proyecto:

- Planteamiento y desarrollo de los **circuitos eléctricos** necesarios para **completar** el **diseño** del sistema de frenos. Concretamente, para completar el **conexionado** de los dos interruptores que forman parte del sistema de frenos: luz de freno y apagado del motor y bomba de gasolina. Es de suma importancia abordar estos aspectos para asegurar que el **diseño cumple** con la **normativa vigente**.
- **Cálculo y optimización estructural** mediante simulación por **elementos finitos** de los siguientes elementos: **conjunto del pedal de freno** y **conjunto del soporte de las bombas**. Posteriormente, será interesante llevar a cabo un **ajuste** del **diseño** de estos elementos, que asegure la **integridad estructural** de estos sistemas tratando de **optimizar** al máximo el **peso** del sistema.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AP-Racing, AP-Racing: Race Car Components, en [https://www.apracing.com/products/race\\_car.aspx](https://www.apracing.com/products/race_car.aspx), página web consultada entre noviembre y diciembre 2018
- Braid, Braid Motorsport Wheels: Formula Student, en [https://www.braid.es/wheels/products/competition-wheels\\_p8/formula-student-wheels\\_p83/formrace\\_p429.html](https://www.braid.es/wheels/products/competition-wheels_p8/formula-student-wheels_p83/formrace_p429.html), página web consultada en octubre 2018
- Brembo, Brembo: Motos-Usos deportivos, en <https://www.brembo.com/es/motos/uso-deportivo>, página web consultada entre noviembre y diciembre 2018
- CEE, Dispositivos de frenado de determinadas categorías de vehículos a motor y de sus remolques, Directiva 2002/78/CE, Comisión de las Comunidades Europeas.
- Criado, E., *Diseño y cálculo del sistema de frenado para un prototipo de Formula Student*, Proyecto Fin de Carrera, Escuela Politécnica Superior, Universidad Carlos III de Madrid, 2012
- Day, A. (I), Brake system layout design, en A. Day, *Braking of Road Vehicles*, Butterworth-Heinemann, 2014
- Day, A. (II), Brake design analysis, en A. Day, *Braking of Road Vehicles*, Butterworth-Heinemann, 2014
- Day, A. (III), Braking system design for passenger cars and light vans, en A. Day, *Braking of Road Vehicles*, Butterworth-Heinemann, 2014
- Deepa, A., Yashwant Singh, D., Mukesh Varma, S.V., Pranshu, K. Analysis on multi linkage brake system with Variable pedal ratio, *Materials today: Proceedings*, pp. 13606-13611, 2018
- DIN, Hydraulic braking systems-Dual circuit brake systems-Symbols for brake circuit diagrams, DIN 74000:1992-08. Instituto Alemán para la Normalización (DIN)
- Dreyfuss, H., Foot measurements and basic foot controls, en H. Dreyfuss, *The measure of man: Human factors in design*, Whitney Library of Design, 1969
- González, J., Arribas, J. J., Fernández, J., *Aplicaciones de oleohidráulica convencional*, Servicio de publicaciones de la Universidad de Oviedo, 1997
- Goodridge, Goodridge: Performance Parts Catalogue, en <https://goodridge.com/uk/oem/catalogue-downloads/>, página web consultada entre noviembre y diciembre 2018
- Hamilton, E., *Design of Formula SAE Brake Systems*, Wolfpack Motorsports, 2009
- Horvath, R. A., Variable ratio brake pedal mechanism. Patente de invención 4,615,235, United States Patent and Trademark Office, 1986
- Hutchings, I. M., Friction, en I. M. Hutchings y P. Shipway, *Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials*, Butterworth-Heinemann, 1992
- Limpert, R. (I), Analysis of hydraulic brake systems, en R. Limpert, *Brake Design and Safety*, SAE Publications, 1999
- Limpert, R. (II), Design and analysis of friction brakes, en R. Limpert, *Brake Design and Safety*, SAE Publications, 1999
- Limpert, R. (III), Elements of braking performance, design and safety, en R. Limpert, *Brake Design and Safety*, SAE Publications, 1999
- Luque, P., El sistema de frenado, en P. Luque, D. Álvarez y C. Vera, *Ingeniería del automóvil*, Paraninfo, 2005

- Michelin, Michelin Motorsport: Circuito, monoplace, slick, en <https://es.michelinmotorsport.com/Neumaticos/Circuito/Monoplaza/Slick>, página web consultada en octubre 2018
- Newcomb, T., Analysis of brakes, en T. Newcomb, y R. Spurr, *Braking of Road Vehicles*, Chapman and Hall, 1969
- Pacejka, H. B. (I), Semi-empirical tyre models, en H. B. Pacejka, *Tyre and Vehicle Dynamics*, Butterworth-Heinemann, 2002
- Pacejka, H. B. (II), Tyre characteristics and vehicle handling and stability, en H. B. Pacejka, *Tyre and Vehicle Dynamics*, Butterworth-Heinemann, 2002
- Pérez, L., *Diseño del sistema de frenado para un prototipo Fórmula Student*, Trabajo Fin de Grado, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2013
- SAE (I), Student Events, en <https://www.sae.org/attend/student-events>, página web consultada en octubre 2018
- SAE (II), Formula SAE: Rules 2019 V1.0. SAE, 2018, disponible en [www.fsaeonline.com](http://www.fsaeonline.com)
- Willemsen, L., Brake pedal assembly with variable ratio. Patente de invención EP 1 349 755 B1, Oficina Europea de Patentes y Marcas, 2006

## ESTUDIO ECONÓMICO

En este capítulo se llevará a cabo un estudio que tiene como **objetivo** evaluar el **impacto económico** que supondrá la implantación del **sistema de frenos** planteado en este proyecto para el equipo *Pisuerga Sport*. Este estudio permitirá dar a conocer una **estimación** de la **partida presupuestaria** que el equipo deberá destinar para la adquisición de los componentes comerciales seleccionados. Cabe destacar que en este estudio **no se han incluido** aquellos elementos que se ha decidido **fabricar internamente**, entre ellos el pedal de freno. A fecha de finalización de este proyecto, **no han sido determinados los medios productivos** que se emplearán para la fabricación de estos elementos. No obstante, aunque la fabricación de estos elementos también supondrá un impacto económico en el proyecto, se considera **despreciable** con respecto al coste de la adquisición de los elementos comerciales.

El **estudio económico** se ha realizado continuando con el **patrón** establecido en el [Apartado 5.1](#), donde se procedió a seleccionar los elementos comerciales. En base a este patrón, el estudio consta de **dos partes**. Por un lado, en la [Tabla 18](#) se ha evaluado el coste de adquisición de aquellos **elementos** que tienen **influencia directa** en la generación de las **fuerzas de frenado** (Ver [Tabla 15](#)). Estos elementos son los más costosos y supondrán el mayor impacto económico para el proyecto. A continuación, en la [Tabla 19](#), se ha evaluado el coste de adquisición del **resto de elementos** del sistema de frenos, esto es, aquellos elementos que no tienen influencia en la generación de las fuerzas de frenado (Ver [Tabla 16](#)). Finalmente, en la [Tabla 20](#) se presentan los **resultados finales**. En este caso se ha realizado el cómputo del coste total de adquisición de los elementos comerciales. De nuevo se recuerda que el **objetivo** de este capítulo **no es** realizar un **presupuesto formal** al uso. Es por esto por lo que **no se incluyen** algunos **conceptos** que es habitual computar en un **presupuesto formal**. Es el caso del **coste de mano de obra** que supondrá el montaje de todos estos elementos. En este caso, el montaje del prototipo *Formula Student* será asumido íntegramente por el equipo *Pisuerga Sport* en su carrera hacia los eventos *Formula SAE*, por lo que la **mano de obra no supone impacto económico** alguno para el equipo. Por otro lado, dado que el objetivo del equipo no es obtener ganancias económicas, **tampoco** se ha incluido en el estudio, por carecer de sentido, el **beneficio industrial**.

Por último, cabe destacar que el coste de cada elemento se ha tomado de los **listados de precios** que cada **fabricante** publica anualmente. En este caso, los precios se corresponden con las listas de precios del **año 2018** en las que vienen **incluidos** los **impuestos** correspondientes. A continuación, se presentan los **resultados** correspondientes al estudio económico.

**Tabla 18. Estudio económico (I): Coste de elementos para la generación de fuerzas de frenado**

Componente	Fabricante	Referencia	Cantidad	Precio ud	Precio total
Disco de freno	Brembo	68B40754	4	51,46 €	205,84 €
Pastilla de freno	AP-Racing	CP4226D27-RQ3	16	11,18 €	178,80 €
Pinza de freno	AP-Racing	CP4227-2S0	4	471,21 €	1.884,84 €
Bomba de freno	AP-Racing	CP2623-88PRM115	2	139,92 €	279,84 €
Repartidor de frenada	AP-Racing	CP5500-4	1	185,75 €	185,75 €
Depósito líquido frenos	AP-Racing	CP4709-12	2	22,88 €	45,76 €
					<b>2.780,83 €</b>

**Tabla 19. Estudio económico (II): Coste de elementos auxiliares del sistema de frenos**

Componente	Fabricante	Referencia	Cantidad	Precio ud	Precio total
Línea rígida	Goodridge	HL836-03C	2,8 m	28,76 €/m	80,53 €
Línea flexible	Goodridge	600-03	3,9 m	10,68 €/m	41,65 €
Straight male convex seat (3/8x24)	Goodridge	441-03	5	12,29 €	61,45 €
Female tube nut (3/8x24)	Goodridge	N1406	6	0,40 €	2,40 €
Double banjo bolt UNF (3/8x24)	Goodridge	773-03	1	12,98 €	12,98 €
Single banjo bolt UNF (3/8x24)	Goodridge	775-03	1	5,34 €	5,34 €
45° Banjo extended neck	Goodridge	5094-03	3	14,25 €	42,75 €
Double banjo bolt METRIC (M10x1)	Goodridge	993-03	4	6,39 €	25,56 €
Single banjo bolt METRIC (M10x1)	Goodridge	992-03	4	4,05 €	16,20 €
Banjo	Goodridge	5091-03	8	11,58 €	92,64 €
Banjo side 90° extended neck	Goodridge	5099S-03	4	21,35 €	85,40 €
Re-usable tee fitting with male JIC/UNF	Goodridge	5131-03	1	53,39 €	53,39 €
R3 Racing fluid	AP-Racing	CP4660	2	25,72 €	51,44 €
Push button switch	APEM	8432	1	9,20 €	9,20 €
Toggle switch	APEM	5636	1	20,31 €	20,31 €
					<b>601,24 €</b>

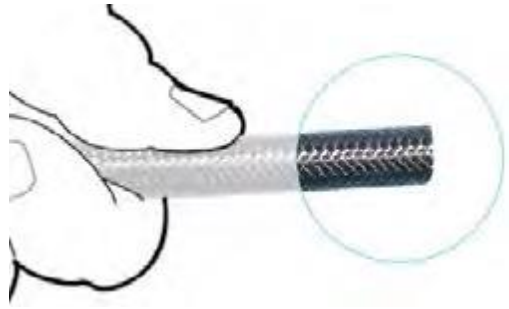



**Tabla 20. Estudio económico (III): Coste total de elementos comerciales**

Tipo	Coste
Elementos para la generación de fuerzas de frenado	2.780,83 €
Elementos auxiliares del sistema de frenos	601,24 €
	<b>3.382,07 €</b>

## ANEXO I: MONTAJE DE LATIGUILLOS

En este anexo se presentan las **instrucciones básicas de montaje** de los **latiguillos** que forman parte de los circuitos hidráulicos. Esta información ha sido proporcionada por el fabricante de las líneas hidráulicas (Goodridge, 2018) y se ha adaptado para facilitar al equipo *Pisuerga Sport* tanto la comprensión del ensamblaje de estos componentes como las futuras labores de montaje. En la **Tabla 21** se explican en detalle todos estos aspectos.

**Tabla 21. Instrucciones de montaje de los latiguillos**

<b>PASO 1</b>	
<p>Empleando una hoja de sierra de dientes finos se debe <b>cortar</b> el tubo a la longitud deseada. Una cortado a la medida, se debe <b>limpiar</b> bien la zona verificando que no existe ningún <b>residuo</b> ni en los <b>extremos</b> ni en el <b>interior</b> del tubo.</p>	
<b>PASO 2</b>	
<p>En una superficie limpia y plana <b>desmontar</b> el elemento hidráulico que se desee conectar al tubo. Todos los elementos hidráulicos constan de <b>tres partes</b> tal y como se puede ver en la imagen: <b>cuerpo principal, oliva y cierre</b>.</p>	
<b>PASO 3</b>	
<p>Colocar <b>dos cierres</b> de forma <b>opuesta</b> sobre la superficie tubo, presionando estos elementos por la <b>zona que no está acampanada</b>.</p>	
<b>PASO 4</b>	
<p>Utilizar un <b>mandril</b> de tamaño adecuado para <b>ensanchar</b> los <b>extremos</b> del tubo desde el <b>interior</b> de este.</p>	

### PASO 5

Colocar la **oliva**, extraída anteriormente del elemento hidráulico a conectar, en el **interior** de uno de los **extremos** del tubo. Se debe aplicar **fuerza** sobre una **superficie sólida y plana** para asegurar que la oliva queda perfectamente ensamblada en el interior del tubo. Repetir esta operación en el extremo opuesto del tubo.



### PASO 6

Colocar el **cuerpo principal** del elemento hidráulico a conectar sobre una **mordaza** y **lubricar** ligeramente la **zona roscada**. Introducir sobre este cuerpo el conjunto ensamblado anteriormente. Roscar el **cierre** sobre el **cuerpo principal**; primero a mano para asegurar un montaje correcto y, posteriormente, mediante una herramienta apropiada para proporcionar la fuerza necesaria a la unión roscada.



### PASO 7

Para finalizar, se debe llevar a cabo una **prueba de presión** para asegurar que no existen **fugas** en la unión.

**IMPORTANTE:** No se debe tratar de modificar la alineación de los elementos una vez que estos ya están montados.

*Ejemplos de montaje*

