Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Grado en Marketing e Investigación de Mercados

Título del Trabajo Fin de Grado:

Análisis teórico y empírico de la relación entre productividad y salarios: ¿existe un labor-wedge para la Economía Española?

Presentado por:

César Rodríguez Couto

Tutelado por:

Pedro Gutiérrez Díaz

Valladolid, de julio de 2018

Resumen
En este trabajo analizamos la relación entre la productividad y los salarios para conocer si estos coinciden con la productividad marginal del trabajo o, si por el contrario, difieren, lo que supondría la existencia de un labor wedge en la economía española. A tal efecto realizaremos una serie de contrastes econométricos tanto para la función de producción Cobb Douglas como para la función de producción de elasticidad constante.

***Palabras clave**: Labor wedge, productividad marginal, salario, función de producción*

Abstract

This study examines the relationship between productivity and wages to know if these coincide with the marginal productivity of labor or, if on the contrary, they differ, which would suppose the existence of a labor wedge in the Spanish economy. For this purpose we will make a series of econometric contrasts for both the Cobb Douglas production function and the constant elasticity production function.

***Key words;** Labor wedge, marginal productivity, wage, production function*

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN. OBJETIVOS Y JUSTIFICACIÓN

A finales del siglo XIX, con la publicación de las obras de Walras, Meger y Jevon s y finalmente con "los principios de la economía" de Alfred Marshall, nace en los centros académicos de Europa una nueva corriente de pensamiento económico, la escuela marginalista, cuya principal aportación es la ley de la utilidad marginal decreciente, siendo su principal característica el análisis marginal de los problemas económicos que introdujo un lenguaje formalizado, contribuyendo a la complementariedad de las matemática con la economía, tratando a través de estas encontrar las soluciones óptimas, siendo en la actualidad las herramientas matematicas utilizadas de manera amplia en casi todas las áreas de la economía.

La hipótesis principal en la que se fundamentan los analisís marginalistas, afirma que los mercados en los que el Estado no interviene ni en los que existan distorsiones, se autorregulan solos, alcanzando una situación de competencia perfecta.

En esta línea, dentro del análisis microeconómico surge la función producción, un elemento determinante para la eficiencia de la empresa en la asignación de sus recursos.

Los economistas usan el término función producción para referirse a la relación física entre los insumos utilizados por la empresa y sus productos (bienes o servicios) por unidad de tiempo. (Henderson y Quandt, 1971). Cada país posee una técnica productiva específica, que se representa en las diferentes instalaciones de los diversos sectores productivos, en los procesos de producción específicos, en las diferentes maneras de estructuración, administración de la empresa y reparto de labores. Esto se puede retratar funcionalmente a través de una relación que combine el valor agregado en el curso de la producción o el producto nacional, con las cantidades aplicadas de los distintos factores productivos. Todos estos factores configuran la función de producción. En línea con el desarrollo de este trabajo, la función agregada de producción puede ser utilizada como instrumento para comparar los problemas de eficiencia productiva nacional, y en ese orden de ideas se utilizará la función de producción Cobb Douglas a través de un análisis econométrico para determinar la contribución de los factores productivos al crecimiento. De esta forma, según la teoría marginalista las empresas estarán maximizando beneficios cuando la productividad marginal de un insumo coincida con el coste de este. Además, se analizará si esta condición se cumple para el trabajo en la economía española o, por el contrario, existe un labor wedge, dicho de otro modo, si los salarios coinciden con la productividad marginal del trabajo.

2. CONTENIDO

2. 1 EL PROBLEMA DE LA EMPRESA

Dentro de la teoría económica, está ampliamente aceptado que el principal problema al que ha de enfrentarse la empresa es el de cómo lograr maximizar sus beneficios, siendo por tanto la maximización del beneficio uno de los pilares de la teoría economía y el principio básico por el que se rigen las empresas a la hora de afrontar una determinada actividad económica.

Este beneficio viene determinado por la diferencia entre los ingresos y los costes, logrando por tanto la empresa, su objetivo de maximización de beneficios cuando alcance la diferencia máxima entre los ingresos totales y los costes totales.

Desde un punto de vista contable, el beneficio en un periodo viene definido como

$$Beneficio = Ingresos\ totales - Costes\ totales$$

Si suponemos que nos encontramos en mercados de competencia perfecta, tanto para el producto como para los factores, los ingresos y los costes vienen dados por

$$Ingresos\ totales = py \qquad\qquad Costes\ totales = wL + rK$$

Donde “p” es el precio del producto, “y” es la producción total, “L” la cantidad de trabajo contratado, “K” la cantidad de capital adquirido, “w” el salario y “r” el tipo de interés.

Por consiguiente, los beneficios,π, vienen dados por

$$\pi = py - (wL + rK)$$

Si tenemos en cuenta que la producción “y” viene expresada matemáticamente a través de la función de producción $y = F(L, K)$ el problema para la empresa será

$$max_{L,K}\ \pi = p * y - (wL + rK) = \quad pF(L, K) - (wL + rK)$$

En términos económicos, estamos aceptando que la empresa compra servicios del trabajo (L) y del capital (K) de forma que sus beneficios (π) sean los máximos. Para que los beneficios sean máximos se debe cumplir que, para cada factor, el costo marginal sea igual al ingreso marginal, de tal manera que la empresa sea incapaz de obtener un beneficio adicional incrementado o disminuyendo la cantidad adquirida de un factor de producción del bien. Como es inmediato, esto sucederá cuando el costo de adquirir una unidad más de un factor de producción coincida con el ingreso generado por el aumento de la producción a consecuencia del aumento del empleo del factor considerado.

Matemáticamente se traduce en:

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = \mathrm{p}\,\frac{\partial F(L, K)}{\partial L} - \mathrm{w} = 0 \;-\!\!\rightarrow \mathrm{pPMgL} = \mathrm{w}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = p\ \frac{\partial F(L,K)}{\partial K} - r = 0 - - \rightarrow \text{p PMgK} = \text{r}$$

Esto quiere decir que la empresa debe contratar trabajo hasta punto de que el valor de la productividad marginal del trabajo se iguale con el salario; de igual manera, debe adquirir capital hasta que el valor de la productividad marginal del capital alcance al interés. Esto es así porque la contribución marginal de un factor a los beneficios no está solo dada por la producción adicional que genera, sino por ésta multiplicada por el precio de mercado del bien, esto es por su valor.

Sin embargo, este resultado solo es una condición necesaria para alcanzar el máximo. Para garantizar que ese punto es, en efecto, el máximo de los beneficios π, estos beneficios tienen que disminuir a medida que nos alejamos de él, es decir, que π disminuya a pequeños incrementos de L y de K simultáneamente. La cuestión de que sea un máximo o un mínimo nos lo va a dar el signo de la derivada segunda. Debido a que estamos trabajando con más de una variable, el signo de la derivada segunda nos lo muestra la matriz hessiana que determina la condición de segundo orden, cumpliéndose que el punto es el máximo de los beneficios (π) cuando ésta resulte ser semidefinida negativa.

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \pi^2}{\partial L^2} = p\dfrac{\partial PMgL}{\partial L} & \dfrac{\partial \pi^2}{\partial K \partial L} = p\dfrac{\partial PMgK}{\partial L} \\ \dfrac{\partial \pi^2}{\partial L \partial K} = \ p\ \dfrac{\partial PMgL}{\partial K} & \dfrac{\partial \pi^2}{\partial K^2} = p\dfrac{\partial PMgK}{\partial K} \end{pmatrix}$$

La hessiana es semidefinida negativa solo si Y(K,L) es equivalente a que la curva isocuanta, la cual nos muestra las infinitas combinaciones de dos factores con los que se puede obtener la misma cantidad de producto, sea convexa

Para la función de producción Cobb Douglas tenemos que si

$$F(K,L) = A\lambda^t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} =$$

$$Isocuanta_{Y_0 cte} = A\lambda^t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} =$$

$$K_t^\alpha = \frac{Y_0}{A\lambda^t L_t^{1-\alpha}} = K_t == (\frac{Y_0}{A\lambda^t L_T^{1-\propto}})^{\frac{1}{\propto}}$$

$$pdte\ I(y_0) = \frac{\partial k}{\partial L_T} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t L_T^{1-\propto}}\right)^{\frac{1}{\propto}-1} \frac{Y_0}{A\lambda^t}(\alpha - 1)L_T =$$

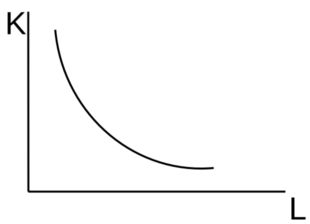
$$(\frac{\alpha - 1}{\alpha})(\frac{Y_0}{A\lambda^t})^{1+\frac{1}{\alpha}-1} L_t^{(\alpha-1)\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)+\alpha-2} =$$

$$\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha}\right)\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{1}{\alpha}} L_t^{\frac{-1}{\alpha}} = \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha}\right)\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \frac{1}{L_t^\alpha} < 0$$

$$\frac{\partial k_t^2}{\partial L_t^2} = \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha}\right)\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{1}{\alpha}} (\frac{-1}{\alpha})L_t^{\frac{-1}{\alpha}-1} > 0$$

Como se observa, para la función de producción Cobb Douglas la primera derivada es negativa mientras que la segunda es positiva, lo cual significa que la pendiente es negativa. No obstante, cada vez será menos negativa, por tanto, la isocuanta es estrictamente convexa, esto significa que cuanto más cantidad haya de un factor de producción menos será valorado y se estará dispuesto a intercambiar más cantidad de este por el otro factor de producción.

Si representamos gráficamente la isocuanta obtendremos la siguiente curva:



En definitiva, se cumple la condición de máximo.

Una vez verificada que se cumple la condición para la Cobb Douglas veremos si se cumple esta condición para la función de producción de elasticidad constante:

$$F(K,L) = A\lambda^{t}(\alpha K_t{}^{-\rho} + (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}} =$$

$$Isocuanta_{Y_0 cte} = A\lambda^{t}(\alpha K_t{}^{-\rho} + (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}}$$

$$\frac{Y_0}{A\lambda^t} = (\alpha K_t{}^{-\rho} + (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}}$$

$$\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} = (\alpha K_t{}^{-\rho} + (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}\left(-\frac{\rho}{\gamma}\right)}$$

$$\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} = (\alpha K_t{}^{-\rho} + (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}}$$

$$\alpha K_t{}^{-\rho} = \left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} - (1-\alpha)L_t{}^{-\rho}$$

$$K_t{}^{-\rho} = \frac{1}{\alpha}(\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} - (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})$$

$$K_t = \alpha^{\frac{1}{\rho}}(\left(\frac{Y_0}{A\lambda^t}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} - (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$$

$$pdteI(y_0) = \frac{\partial K_T}{\partial L_T} = (1-\alpha)\alpha^{\frac{1}{\rho}}\left(-L_t{}^{-\rho-1}\right)\left(\left(\frac{Y_0\lambda^{-t}}{A}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} - (1-\alpha)L_t{}^{-\rho}\right)^{\frac{-1}{\rho}-1} =$$

$$(\alpha-1)\alpha^{\frac{1}{\rho}}L_t{}^{-\rho-1}(\left(\frac{Y_0\lambda^{-t}}{A}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} + (\alpha-1)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-1}{\rho}-1} < 0$$

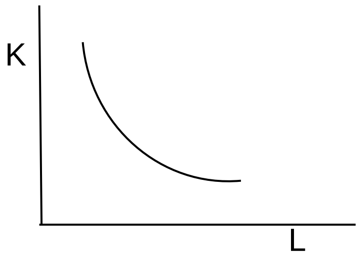
$$\frac{\partial K^2}{\partial L^2} = (1-\alpha)^2(-\frac{1}{\rho}-1)\rho\alpha^{\frac{1}{\rho}}(-L_t{}^{-2\rho-2})(\left(\frac{Y_0\lambda^{-t}}{A}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}} - (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-1}{\rho}-2}$$
$$- (1-\alpha)(-\rho-1)\alpha^{\frac{1}{\rho}}L_t{}^{-\rho-2}((\frac{Y_0\lambda^{-t}}{A})^{\frac{-\rho}{\gamma}} - (1-\alpha)L_t{}^{-\rho})^{\frac{-1}{\rho}-1}$$

$$=$$

$$(\alpha-1)(-\rho-1)\alpha^{\frac{1}{\rho}}L_t{}^{-\rho-2}(\frac{Y_0\lambda^{-t}}{A})^{\frac{-\rho}{\gamma}}(\left(\frac{Y\lambda^{-t}}{A}\right)^{\frac{-\rho}{\gamma}}+(\alpha-1)L_t{}^{-\rho}\Big)^{\frac{-1}{\rho}-2}>0$$

Por tanto, al igual que sucede con la Cobb Douglas, para la función de producción de elasticidad constante (CES) la primera derivada es negativa mientras que la segunda es positiva, lo cual significa que la pendiente es negativa. No obstante, cada vez será menos negativa, por tanto la isocuanta es estrictamente convexa

Si representamos gráficamente la isocuanta obtendremos la siguiente curva:



Esta representación gráfica de la isocuanta significa que cuanta más cantidad haya de un factor de producción menos será valorado y se estará dispuesto a intercambiar más cantidad de este por el otro factor de producción. A su vez, la pendiente de la recta tangente en cada punto de la isocuanta refleja la $RMST_{L,K}$,es decir, la cantidad de capital que puede sustituir una unidad de trabajo de tal manera que no cambie el nivel de producción

En definitiva, en las dos funciones de producción con las que vamos a trabajar se cumple la condición de máximo.

Por consiguiente, los beneficios generados por el incremento de un factor de producción son decrecientes, por tanto, el punto analizado anteriormente es el máximo.

En otras palabras, en la condición de equilibrio de maximización de beneficios, el valor de la productividad marginal de trabajo coincide con el salario y el valor de la productividad marginal del capital con el interés. Trabajando con esta condición tendremos

$$PMgL = \frac{w}{p}$$

La condición anterior en términos reales. En definitiva, la empresa estará maximizando sus beneficios cuando la productividad marginal del trabajo coincida con su salario real, o cuando el valor de la productividad marginal del trabajo se iguale con el salario

2.2 LA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO EN EL MERCADO DE L

Tal y como se deduce de la expresión anterior de la condición de primer orden respecto al trabajo L, para el estudio de la igualdad entre la productividad marginal de un factor y su precio real debemos considerar previamente la función de producción, A este respecto, consideramos las funciones de producción más habituales y que mejor resultado empírico registran.

La lógica primera que la expresión a considerar es la función de producción Cobb-Douglas. Para la función de producción Cobb Douglas, la elasticidad de sustitución (σ) será igual a 1, lo cual ofrece un punto intermedio entre los casos de σ=∞ en donde el capital y el trabajo pueden ser concebidos como sustitutivos perfectos entre si y σ=0, caso de una tecnología de Leontief, donde el incremento de un factor es inútil excepto que venga acompañado de un incremento del otro factor también. La expresión de la función de producción Cobb-Douglas es

$$y = Q(K, L) = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

Donde A, β y α son constantes positivas y β y α son menores que 1. El parámetro A mide, aproximadamente, la escala de producción, es decir, el volumen de producción que se obtiene si se utiliza una unidad de cada factor.

Los parámetros β y α mide la respuesta de la cantidad producida a las variaciones de los factores.

Esta función puede exhibir cualquier grado de rendimientos a escala dependiendo de los valores de los exponentes β y α. Así, si todos los factores aumentaran en una proporción de t, tendremos

$$F(tk,tl)= A(tk)^{\alpha}\ (tl)^{\beta} = At^{\beta+\alpha}\ k^{\propto}l^{\beta}= t^{\beta+\alpha}\ F(k,l).$$

De ahí que si β + α >1 ó β + α <1 la función exhibe rendimientos crecientes o decrecientes a escala respectivamente, mientras que si β + α =1 la función Cobb-Douglas exhibe rendimientos constantes a escala, la cual es la versión más utilizada a la hora de estudiar las relaciones de producción agregada.

Es ese caso de rendimientos a escala constantes, el más interesante a nivel agregado por las razones que veremos, podemos formular la función de producción del siguiente modo:

$$Q(K,L) = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

Estas razones se deben a que si obtenemos que la condición de equilibro en términos reales del salario y del interés de capital es respectivamente

$$w = \alpha\,\frac{Y}{L} \qquad\qquad r = \beta\,\frac{Y}{K}$$

Al venir los beneficios determinados por

$$\pi = y - wL - rK,$$

tenemos que los beneficios máximos son:

$$\pi = y - \alpha\frac{y}{L}L - \ \beta\frac{y}{k}k.$$

En un mercado de competencia perfecta se debe cumplir a largo plazo que π=0 puesto que en el largo plazo no se pueden mantener las perdidas o los beneficios debido a la competencia existente por parte del resto de empresas y a la posibilidad de entrada y salida de empresas de la industria. Por un lado, ante la existencia de beneficios, estos tenderían a disminuir y ser finalmente 0 porque darían pie a que entraran nuevas empresas en el mercado y que cayera el precio del bien y los ingresos. Por otro lado, en el caso de perdidas, éstas tenderán a eliminarse por la salida de empresas de la industria reasignándose los recursos de las industrias que tienen pérdidas, a las industrias que tienen beneficios económicos.

Como vemos a continuación, para que esta condición se verifique se tiene que cumplir que la función exhibe rendimientos constantes a escala

$$\pi = y - \alpha \frac{y}{L} L - \beta \frac{y}{K} K,$$

$$\pi = y - \alpha y - \beta y,$$

$$\pi = y - (\alpha + \beta) y = 0.$$

Solo si $\alpha + \beta = 1$ se cumple que los beneficios, π, son iguales a 0, por tanto la función tendrá rendimientos constantes a escala.

En otro orden de ideas, desde el punto de visto agregado, la contabilidad nacional nos dice que el total de la producción se repartirá entre la remuneración a los trabajadores y al capital, por tanto, sucederá que:

$$\pi = y - wL - rK = 0$$

lo que por las mismas razones exige la existencia de rendimientos constantes a escala.

Para obtener la condición de equilibrio en el mercado de trabajo hallaremos la productividad marginal del trabajo.

$$PMgL = (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha}.$$

Recordemos que la empresa maximiza sus beneficios cuando

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = p\ \frac{\partial F(L,K)}{\partial L} - w = 0$$

En consecuencia, la condición de equilibrio que se genera bajo la función de Cobb Douglas en el mercado de trabajo es la siguiente:

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = \ (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha} \ = \frac{w}{p}$$

Adicionalmente, la ventaja de esta función de producción es que cumple con todas las propiedades deseables de las funciones de producción, siendo continua y diferenciable en todo su dominio, verifica el teorema de Euler siendo su grado de homogeneidad de primer grado y sus primeras derivadas parciales son positivas y las segundas negativas, como vemos a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial L} f(K,L) = (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha} > 0,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial L^2} f(K,L) = \ (1-\alpha) - \alpha AK^{\alpha}L^{-\alpha-1} < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial K} f(K,L) = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} > 0$$

$$\frac{\partial \pi^2}{\partial K^2} = \alpha(\alpha-1)AK^{\alpha-2}L^{1-\alpha} < 0$$

De manera que se cumple la ley de rendimientos marginales decrecientes

Otra función de producción que incorpora el caso de Cobb Douglas y que permite también que la función adopte también otros valores es la función de producción de elasticidad constante (CES)

$$F(K,L) = A(\alpha K^{-\rho} + (1-\alpha)L^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}}$$

donde A es el parámetro de eficiencia (indicador de estado de la tecnología), α es el parámetro de distribución (indicador de la participación relativa del factor en el producto), y γ es el parámetro de rendimiento a escala. Debido a que la función es homogénea de grado γ, dicha constante nos indicará el grado de homogeneidad de la función.

Él cálculo de la elasticidad de sustitución mediante su definición es igual a:

$$\sigma = \frac{1}{1+\rho}$$

Lo cual significa que σ es una constante cuya magnitud viene determinada por el parámetro ρ siendo Éste por tanto el parámetro de sustitución. Son de interés varios casos:

- Si ρ es igual a - ∞ (σ=0) no existe posibilidad de sustitución entre los factores, sino que se combinan como complementos perfectos

- Si ρ es igual a 0 (σ=1) la función CES se traduce en una Cobb-Douglas

- Si ρ es igual a 1 (σ=∞) la Tasa Marginal de Sustitución técnica es constante combinándose los factores de producción como sustitutivos perfectos.

- Si ρ toma un valor entre -∞ y 1, la Tasa Marginal de Sustitución técnica es constante, y supone isocuantas convexas

Al igual que hemos realizado para la función Cobb Douglas, para obtener la condición de equilibrio del mercado de trabajo en la función de producción CES hallaremos la productividad marginal del trabajo

$$PMgL = \frac{\partial F}{\partial L} = A\left(-\frac{\gamma}{\rho}\right)(\alpha k^{-\rho} + (1-\alpha)L^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}-1}(1-\alpha)(-\rho)L^{-\rho-1} =$$

$$= A\gamma(1-\alpha)(\alpha k^{-\rho} + (1-\alpha)L^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}-1}L^{-\rho-1},$$

Recordemos que la empresa maximiza sus beneficios cuando

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = p\,\frac{\partial F(L,K)}{\partial L} - w = 0$$

Esta expresión genera la siguiente condición de equilibrio en el mercado de trabajo:

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = A\gamma(1-\alpha)(\alpha k^{-\rho} + (1-\alpha)L^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}-1}L^{-\rho-1} = \frac{w}{p}$$

A diferencia de la función de producción Cobb-Douglas donde se cumple que la productividad marginal es decreciente, en el caso de la función CES, que el producto marginal sea decreciente o creciente dependerá del valor del parámetro γ, de tal manera que si es menor a 1 la productividad marginal será decreciente.

2.3. LABOR WEDGE

Como hemos analizado en los apartados anteriores, cuando la empresa maximiza sus beneficios la productividad marginal del factor trabajo coincide con el salario. Si esto no se cumple, se produce una diferencia entre la productividad marginal del trabajo y el salario a la que denominaremos *labor wedge*.

De esta forma la labor wedge viene determinado por:

$$Labor\ wedge = PMgL - w$$

No obstante, en la literatura económica encontramos que el *labor wedge* suele venir definido como la brecha existente entre la productividad marginal del trabajo y la tasa marginal de sustitución del hogar.

Esta aparente discrepancia se debe a que si partimos de un modelo de utilidad sencillo en el cual la utilidad del individuo en un día dependa del consumo y de las horas de ocio disfrutadas, su función de utilidad tomará la expresión genérica

$$utilidad = U(c, h)$$

donde "c" es el consumo durante ese periodo de tiempo y "h" las horas de ocio disfrutadas. Al intentar maximizar la utilidad nos vamos a encontrar con dos restricciones: El tiempo disponible por un lado, que hay que repartir entre ocio y trabajo; y en segundo lugar, que el individuo, si no trabaja, no puede adquirir bienes de consumo:

$$L + h = 24,$$

$$pc = wL,$$

donde "p" es el precio de los bienes de consumo

Combinando ambas restricciones obtenemos que:

$$pc = w(24 - h)$$

$$= pc + wh = 24w$$

El problema del individuo reside entonces en maximizar su utilidad sujeto a su restricción de la renta total. Si escribimos la expresión lagrangiana

$L = U(c, h) + \lambda(24w - pc - wh)$,

las condiciones de primer orden para un máximo serán:

$$\frac{\partial L}{\partial c} = \frac{\partial U}{\partial c} - \lambda p = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial h} = \frac{\partial U}{\partial h} - wh = 0.$$

Por tanto la relación marginal de sustitución del hogar será:

$$RMS_{c,h} = \frac{UMg_h}{UMg_c} = \frac{w}{p}$$

Por tanto, para maximizar la utilidad, dado el salario real w, el individuo debe elegir trabajar el número de horas para el que la relación marginal de sustitución de ocio por consumo es igual a w.

En definitiva, tenemos que:

$$PMgL = RMS_{C,H} = \frac{w}{p}$$

Debido a esta igualdad, podemos afirmar que no existe ninguna discrepancia entre nuestra definición de *labor wedge* y la dada por la literatura económica.

Por tanto, tenemos que:

$$Labor\ wedge = w - PMgL$$

Lo cual, bajo la hipótesis de función de producción Cobb-Douglas y rendimientos constantes a escala es igual a:

$$Labor\ wedge = w - \alpha \frac{y}{L}$$

Progreso técnico

El progreso técnico es un elemento adicional que afecta a la producción. De forma intuitiva, tenemos que una misma cantidad de capital y trabajo producen diferentes producciones en diferentes momentos de tiempo. Por ejemplo, como ya sabemos, el capital como factor se mide en términos monetarios; sin embargo, debido a la existencia de progreso tecnológico a lo largo del tiempo, 100 unidades monetarias de capital en el año 1980 serán menos productivas que 100 unidades monetarias de capital en el año 2010, por ello se hace necesario incluir una variable de factor que recoja el progreso tecnológico exógeno. Lo haremos de la forma más sencilla posible, a partir de la expresión genérica

$$Y_t = F(\lambda, L_{t,} K_t) = A\lambda^t L_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha},$$

donde λ>1 es el parámetro que recoge el progreso técnico. Como

$$\pi = y - \alpha \frac{y}{L} - (1-\alpha)\frac{y}{K}$$

y debido a que el modelo teórico general con el que estamos trabajando se expresa en forma no lineal, para trabajar con datos procederemos a aplicar logaritmos a la función de producción

$$Y_t = F(\lambda, L_{t,} K_t) = A\lambda^t L_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha}.$$

De esta forma, obtendremos la transformación que nos permita construir modelos lineales para describir la relación entre las variables

$$LnY_t = lnA + tln\lambda + \alpha \ln L_t + (1-\alpha) lnK_t$$

EViews

File Edit Object View Proc Quick Options Window Help

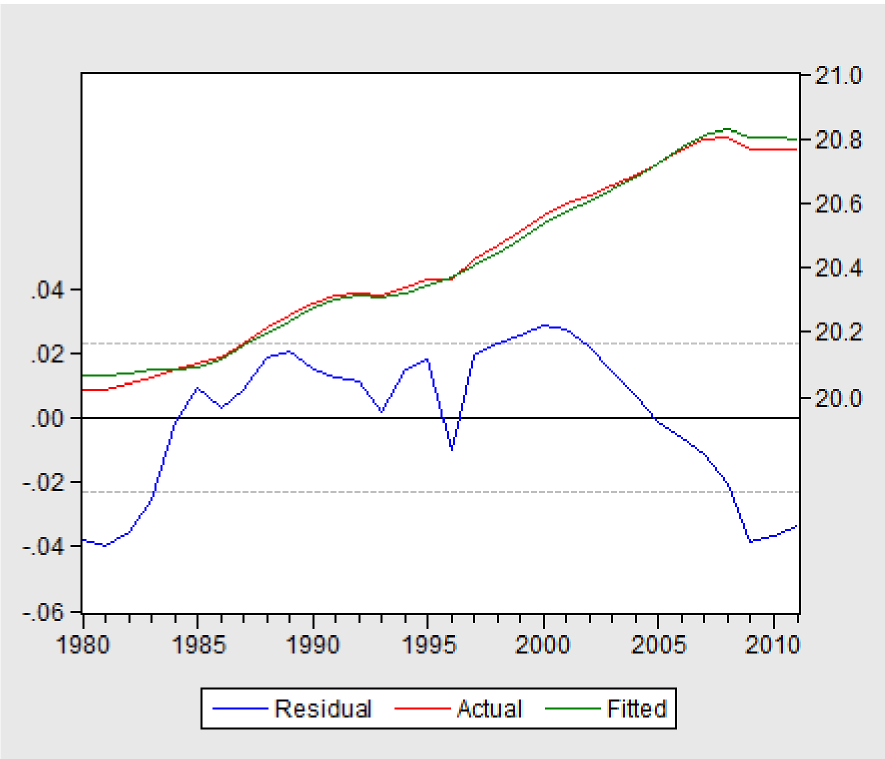
View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LOGPIBR
Method: Least Squares
Date: 04/18/18 Time: 13:45
Sample (adjusted): 1980 2011
Included observations: 32 after adjustments
LOGPIBR=C(1)+C(2)*LOCUPADOS+(1-C(2))*LOGKCONS+C(3)*TIEMPO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	4.923876	1.058119	4.653424	0.0001
C(2)	0.513775	0.090193	5.696404	0.0000
C(3)	0.000842	0.001420	0.593227	0.5576

R-squared	0.993015	Mean dependent var	20.41608
Adjusted R-squared	0.992533	S.D. dependent var	0.266309
S.E. of regression	0.023012	Akaike info criterion	-4.616506
Sum squared resid	0.015358	Schwarz criterion	-4.479093
Log likelihood	76.86410	Hannan-Quinn criter.	-4.570958
F-statistic	2061.266	Durbin-Watson stat	0.236837
Prob(F-statistic)	0.000000		

1. Estimación Cobb Douglas



2.Gráfico residuos estimación Cobb Douglas

Como observamos en el grafico, al practicar una regresión lineal obtenemos que:

LOGPIBR=4.92387585595+0.513775017878*LOCUPADOS+(1-0.513775017878)*LOGKCONS+0.00084209037742*TIEMPO

Lo cual, es igual a

LnY=4.92387585595$\mathrm{LnA_t}$+0.513775017878$\mathrm{LnL_t}$+(1-0.513775017878l)$\mathrm{LnK_t}$-0.000842$\mathrm{Ln_t}$

Los coeficientes C(1), C(2) y C(3) nos muestran el incremento porcentual del PIB real cuando aumenta en 1% A, L y K, y el tiempo. Siendo 4.92387585595 el coeficiente de A, 0.513775017878 el α y 0.00084209037742 el de t.

El R^2 nos indica la variación total de la variable Y que es explicada por el modelo de regresión, por tanto, un valor alto cercano a 1 como es el caso nos muestra que el ajuste del modelo a la variable que estamos intentando explicar es alto.

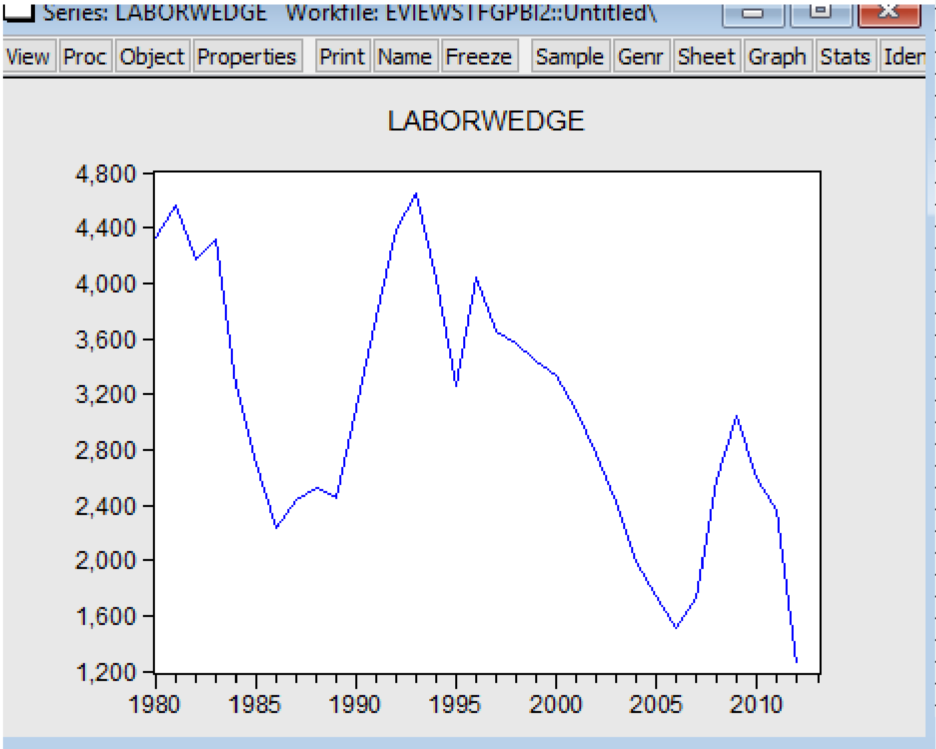
El p-valor del modelo es igual a 0.0000 < 0.05, por tanto el modelo es significativo en su conjunto.

Una vez que hemos obtenido el coeficiente α (0.513775017878), necesario para averiguar si existe un labor wedge en la economía española, procederemos a sustituir los valores de la ecuación

$$Labor\ wedge = w - \alpha\frac{y}{L}$$

Para obtener el salario (w) hemos procedido a dividir la renta de los asalariados en términos reales entre el número de ocupados. De esta forma obtenemos que la labor wedge es igual a:

$$Labor\ wedge = \frac{Renta\ asalariados}{Ocupados} - 0.513775017878\ \frac{\text{Pibreal}}{\text{Ocupados}}$$



1980	4328.622
1981	4560.175
1982	4166.605
1983	4310.142
1984	3259.176
1985	2694.414
1986	2229.966
1987	2435.652
1988	2517.008
1989	2453.662
1990	3102.764
1991	3758.909
1992	4382.868
1993	4653.364
1994	4025.688
1995	3254.298
1996	4044.504
1997	3646.477
1998	3559.156
1999	3426.776
2000	3325.865
2001	3079.675
2002	2769.023
2003	2414.685
2004	1987.992
2005	1740.808
2006	1508.275
2007	1727.771
2008	2578.516
2009	3050.413
2010	2593.513
2011	2366.410
2012	1256.084
2013	NA

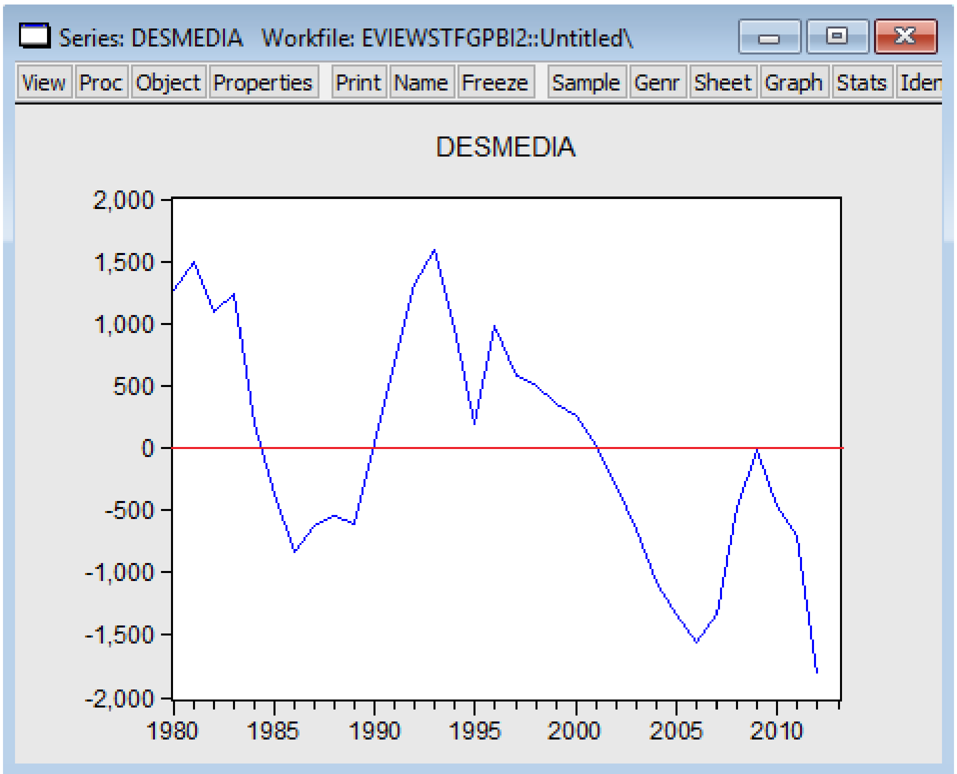
3.Grafico Labor wedge

1.Tabla Labor wedge

El grafico y la tabla de datos nos muestran cómo la labor wedge ha mantenido valores positivos con una tendencia decreciente, si bien, nos permite observar cómo ha experimentado un elevado incremento entre los años 1990-1993 y 2006-2009

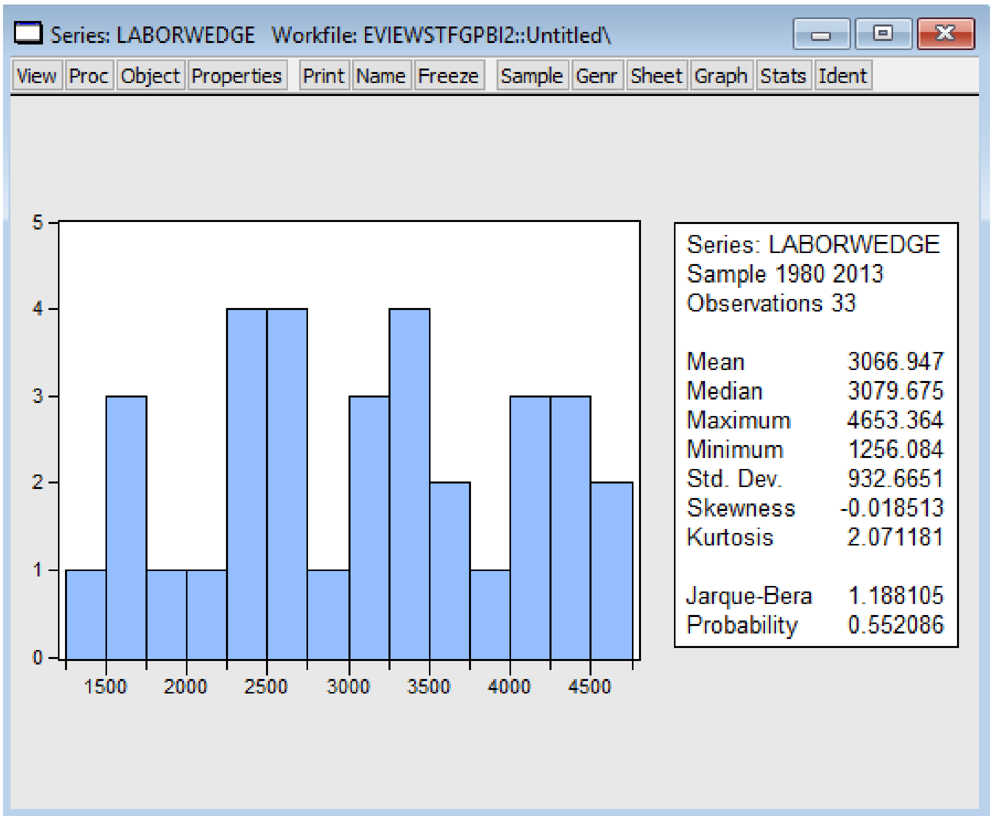
El valor medio de la labor wedge es 3066.947 siendo su valor máximo 4653.364 registrado en el año 1993 y su valor mínimo 1256.084 en 2012, último año del que hemos obtenido la labor wedge. La desviación media es de 722.5431986. A su vez, la desviación típica, es decir, la desviación media de la labor wedge respecto a su media (3066.947) es de 932.6651

El gráfico de la desviación típica de la media nos permite conocer el distanciamiento del valor de la labor wedge con respecto a su media a lo largo de los años



4.Grafico de la desviación típica de la media de la labor wedge

El histograma nos permite observar gráficamente la frecuencia con la que se ha dado a lo largo de los años los diferentes valores de la labor wedge.



5. Histograma de la labor Wedge para Cobb Douglas

Estos coeficientes de la labor wedge son considerablemente elevados, estando lejos de 0, punto en el que los salarios coincidirían con la productividad marginal del trabajo maximizándose de esta forma los beneficios. Que los coeficientes sean altos implica que los salarios son superiores a la productividad marginal de trabajo y por consiguiente no estamos maximizando beneficios, si bien, esta diferencia sigue una tendencia decreciente a lo largo de los años, aunque sumamente irregular con numerosos altibajos de importantes dimensiones.

Para la función de producción de elasticidad constante tenemos que

$$F(K,L) = A(\alpha K^{-\rho} + (1-\alpha)L^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}}$$

Al igual que con la función Cobb Douglas, incorporamos la variable de progueso tecnico λ^t

$$F(K, L, \lambda) = A(\alpha K^{-\rho} + (1-\alpha)L^{-\rho})^{\frac{-\gamma}{\rho}} + \lambda^t$$

Equation: UNTITLED Workfile: EVIEWSTFGPBI2CESFASTIDOPIBR::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: PBIREAL
Method: Least Squares
Date: 07/18/18 Time: 17:35
Sample (adjusted): 1980 2011
Included observations: 32 after adjustments
Convergence achieved after 1 iteration
PBIREAL=(C(1)*KCONS^-C(2)+(1-C(1))*OCUPADOS^-C(2))^(-C(3)/C(2))
+C(5)^TIEMPO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.000000	4.48E-06	223427.7	0.0000
C(2)	1.236079	1.125366	1.098380	0.2814
C(3)	0.966901	0.025314	38.19667	0.0000
C(5)	7.46E-12	18492724	4.04E-19	1.0000

R-squared	0.994897	Mean dependent var	7.62E+08
Adjusted R-squared	0.994350	S.D. dependent var	2.01E+08
S.E. of regression	15137956	Akaike info criterion	36.01978
Sum squared resid	6.42E+15	Schwarz criterion	36.20299
Log likelihood	-572.3164	Hannan-Quinn criter.	36.08051
Durbin-Watson stat	0.162535		

6. Estimación CES

La estimacióneconometrica para esta función nos otorga un valor para α igual a 1 , lo que implicaria que para la función CES la productividad marginal del trabajo es nula (1-1=0). Si observamos el p -valor de λ vemos que es igual a 1, de manera que la variable λ tiene una significación nula. Debido a lo cual procederemos a estimar la función sin la varaible de proguesto tecnico.:

Equation: ECUACIONCES Workfile: EVIEWSTFGPBI2CES...

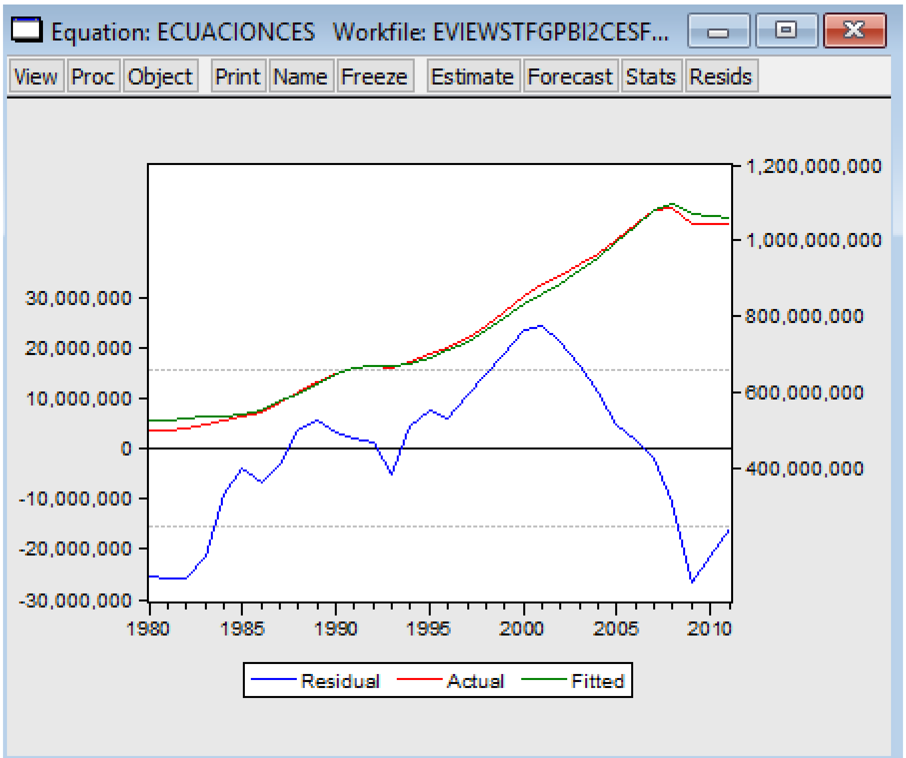
View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: PBIREAL
Method: Least Squares
Date: 07/02/18 Time: 10:55
Sample (adjusted): 1980 2011
Included observations: 32 after adjustments
Convergence not achieved after 500 iterations
PBIREAL=(C(1)*KCONS^-C(2)+(1-C(1))*OCUPADOS^-C(2))^(-C(3)/C(2))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.999881	0.000612	1633.001	0.0000
C(2)	0.755874	0.404939	1.866637	0.0721
C(3)	0.986317	0.030131	32.73426	0.0000

R-squared	0.994421	Mean dependent var	7.62E+08
Adjusted R-squared	0.994036	S.D. dependent var	2.01E+08
S.E. of regression	15552334	Akaike info criterion	36.04638
Sum squared resid	7.01E+15	Schwarz criterion	36.18379
Log likelihood	-573.7421	Hannan-Quinn criter.	36.09193
Durbin-Watson stat	0.141982		

6.Estimación del modelo CES sin progreso técnico



7. Gráfico de los residuos del modelo CES

Como observamos,al aplicar la regresión lineal con el programa estadistico de Eviews a la función de producción de elasticidad constante (CES) resultan para los coeficientes α,ρ y γ de 0.999881, 0.755874 y 0.986317

El R^2 es de 0.994421 nos muestra que el porcentaje de la variación total de la variable Y que es explicada por el modelo de regresión es alto.

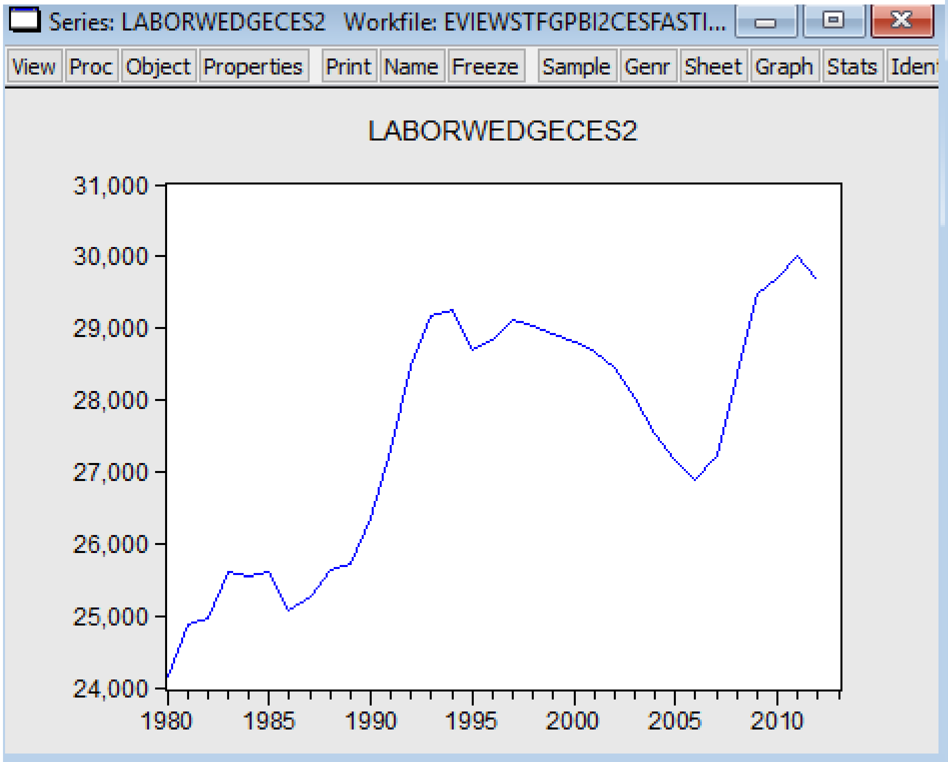
Una vez obtenido los coeficientes necesarios para averiguar si existe una labor wedge en la economía española de acuerdo con la función CES, procedemos a sustituir los valores

$$Labor\ wedge = w - \ PMgL$$

$$Labor\ wedge = w - (1 - \alpha)\frac{Y}{L}$$

$$Labor\ wedge = \frac{Renta\ Asalariados}{Ocupados} - \ (1 - \alpha)\frac{Pibreal}{Ocupados}$$

$$Labor\ wedge = \frac{Renta\ Asalariados}{Ocupados} - (1 - \ 0.99981)\frac{Pibreal}{Ocupados}$$

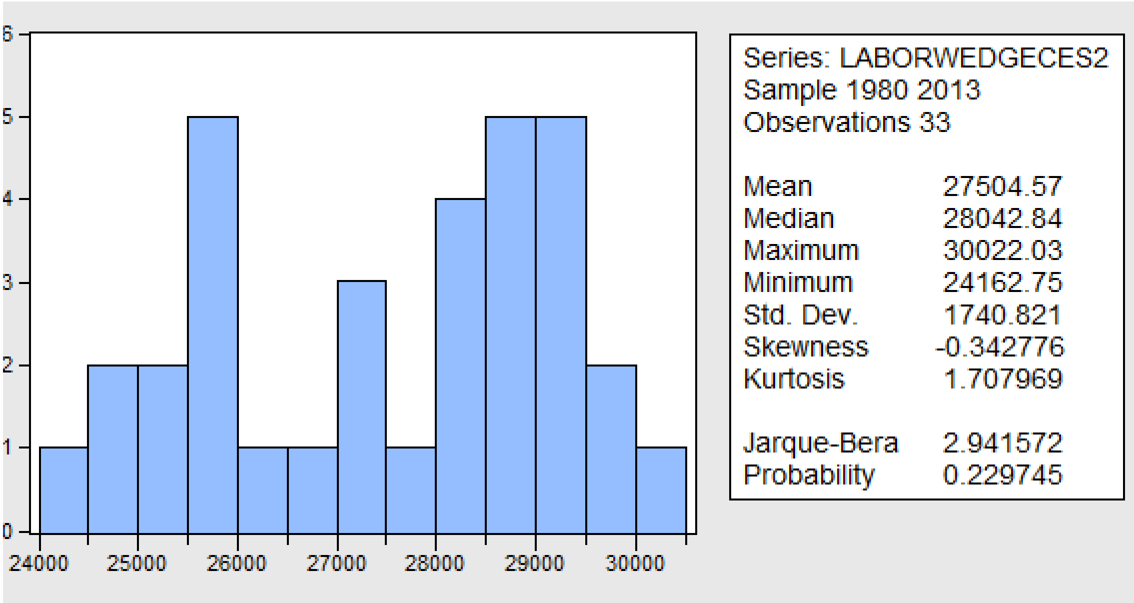


	LABORWEDGECES2
1980	24162.75
1981	24882.43
1982	24948.38
1983	25599.13
1984	25556.43
1985	25616.40
1986	25077.04
1987	25260.85
1988	25631.21
1989	25720.84
1990	26344.90
1991	27298.47
1992	28476.85
1993	29175.73
1994	29260.22
1995	28707.29
1996	28841.69
1997	29125.23
1998	29036.28
1999	28912.91
2000	28815.86
2001	28659.58
2002	28447.28
2003	28042.84
2004	27541.42
2005	27153.67
2006	26886.45
2007	27213.64
2008	28363.80
2009	29492.39
2010	29690.56
2011	30022.03
2012	29686.40
2013	NA

9. Gráfico Labor wedge CES
Tabla 2. Labor wedge CES

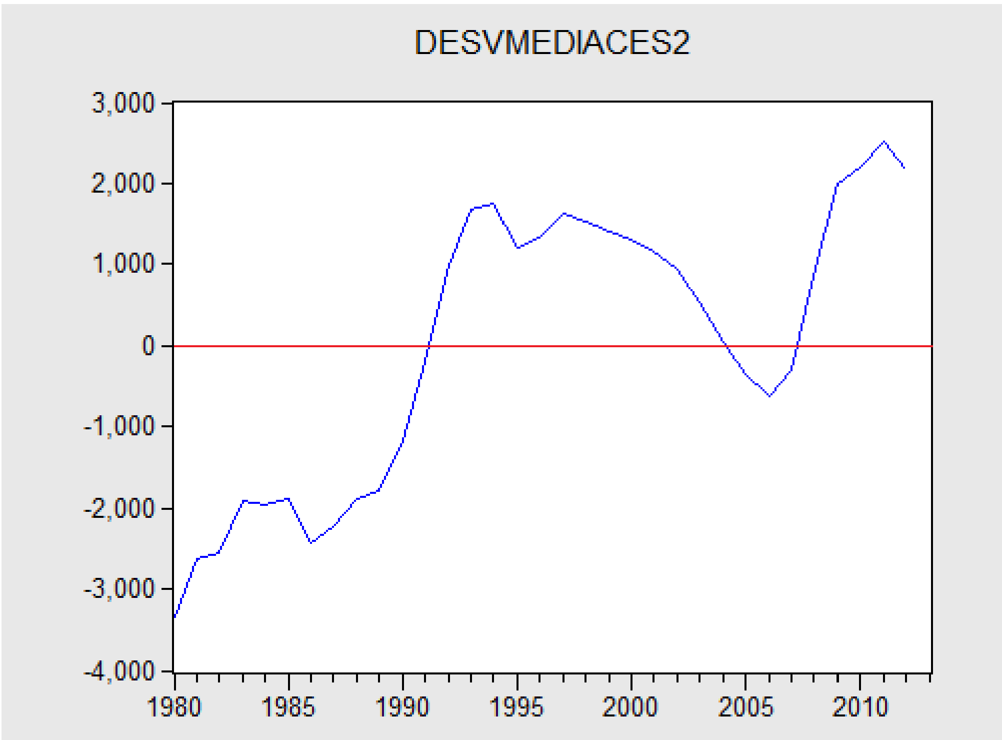
La media del valor de la labor wedge para la función de producción de elasticidad constante es 27504.57 siendo su valor máximo 30022.03 en 2011, y su valor mínimo 24162.75 en 1980, primer año en el que hemos obtenido la labor wedge. La desviación media es de 1515,752965. A su vez la desviación típica es de 1740.821

El histograma nos muestra gráficamente la frecuencia con la que se ha dado los diferentes valores de la labor wedge



10. Histograma Labor wedge CES

El distanciamiento de la labor wedge respecto a su media a lo largo de los años es el siguiente:



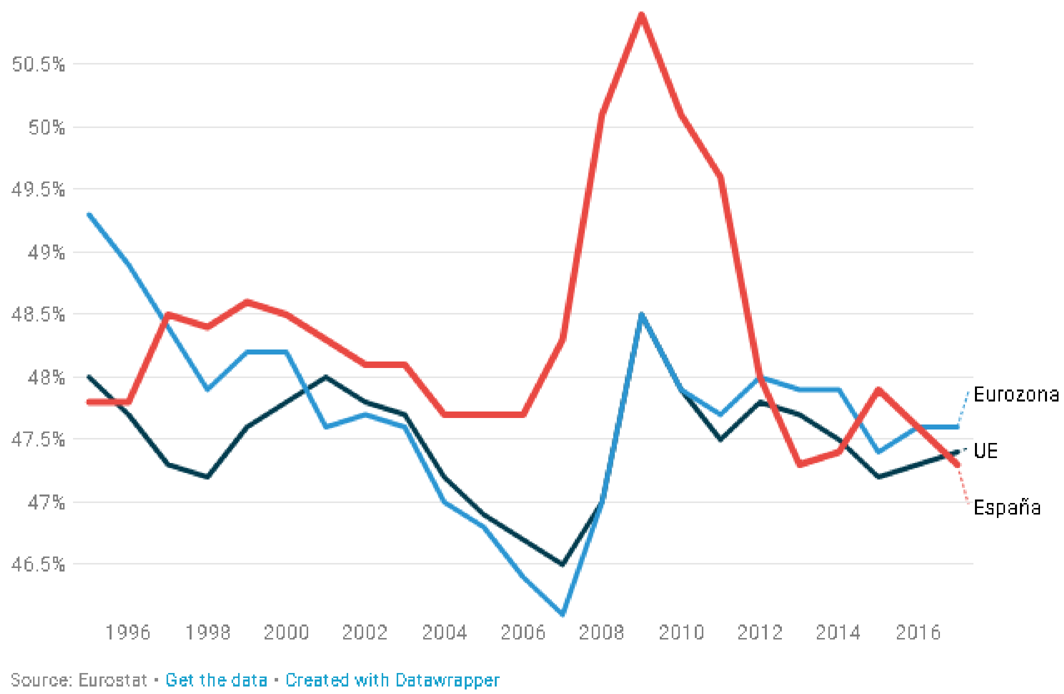
11.Desviacion Media Labor wedge función CES

Para la función de producción de elasticidad constante (CES) los coeficientes, al igual que para la función Cobb Douglas, vuelven a ser positivos, lo cual significa que los salarios son superiores a la productividad marginal del trabajo. Ademas, no son solo positivos, sino que los coeficientes de la labor wedge resultan extraordinariamente elevados, bastante superiores a los valores que resultaban para la función de producción Cobb Douglas, los cuales ya eran considerablemente elevados. Esto se traduce en que la diferencia ente los salarios y la productividad marginal del trabajo en la economía española es considerablemente superior para el modelo CES que para el modelo Cobb Douglas. Esta diferencia se explica por el hecho de que el modelo CES otorga una menor productividad marginal al trabajo.

Asimismo, si para la función de producción de Cobb Douglas esta diferencia existente iba, de forma bastante irregular, decreciendo a lo largo de los años, la tendencia para la función de elasticidad constante es opuesta. Si para la función de producción Cobb Douglas la diferencia entre la labor wedge del primer año de la observación y el último es de 3072.578 menos, para la función CES nos encontramos que es de 5526.83 más. No obstante, aunque la variación de la labor wedge que se ha producido en la función CES es mayor, en términos absolutos, que en la función de Cobb Douglas, cabe destacar que en términos relativos sucede lo contrario. Según el modelo CES entre el año 1980 y 2012 se ha registrado un incremento del 22,866% en tanto, que para el modelo Cobb-Douglas , entre el año 1980 y 2012 se ha registrado una reducción del 344,612%.

5. CONCLUSIONES

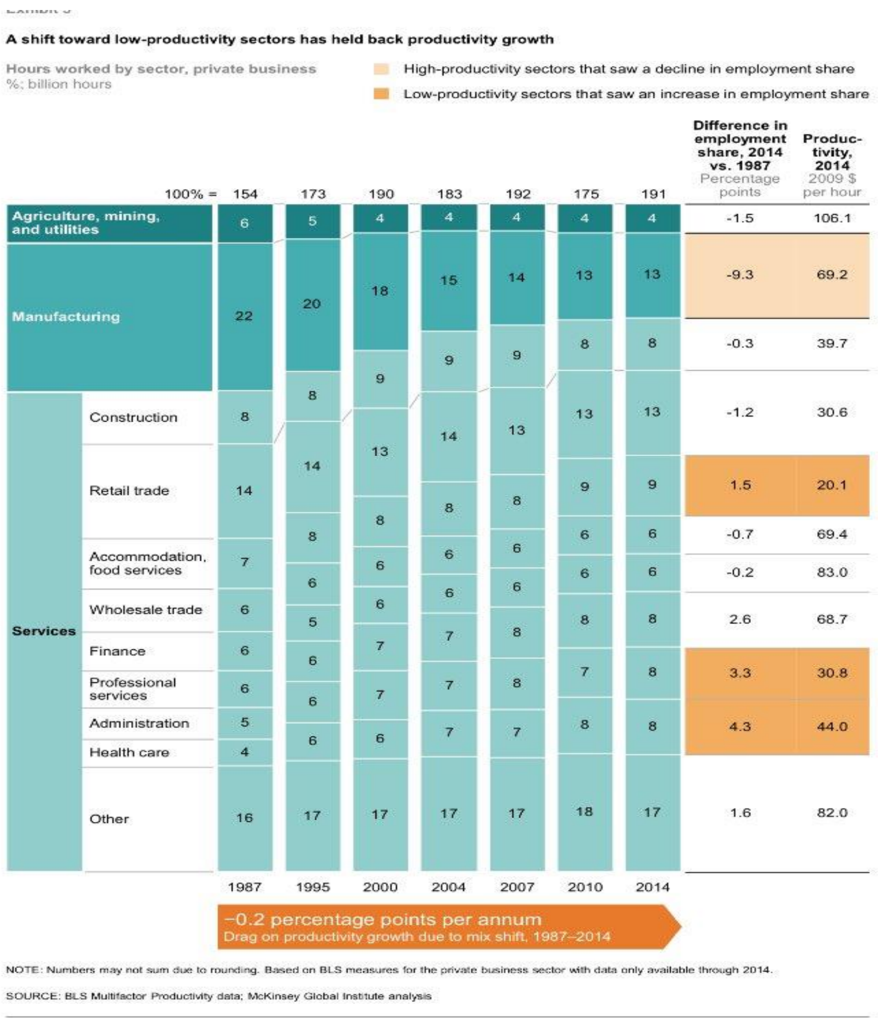
A modo de conclusión, tras el análisis de los resultados obtenidos en este trabajo, podemos afirmar que existe una importante labor wedge en la economía española como consecuencia de que los salarios son superiores a la productividad marginal del trabajo, por tanto, las empresas no se encuentran maximizando sus beneficios. Además, parece que la estimación econométrica realizada para la función de producción Cobb Douglas otorga unos datos sobre la labor wedge mas fiables que para la función CES, en este sentido se observa como con el estallido de la crisis en 2008 se produce un descenso en la labor wedge que puede venir motivado como consecuencia de la desaparición de los empleos menos productivos y de una devaluación salarial de los puestos de trabajo que sobrevivieron. Aunque no hemos obtenido datos para los años posteriores a 2012, me atrevo a afirmar que la labor wedge ha continuado descendiendo ya que, a pesar de haberse recuperado en la actualidad el PIB previo a la crisis, todavía no se ha recuperado el nivel de renta salarial previo, siendo el peso de los salarios de 47,3%, el mas bajo de la serie histórica.



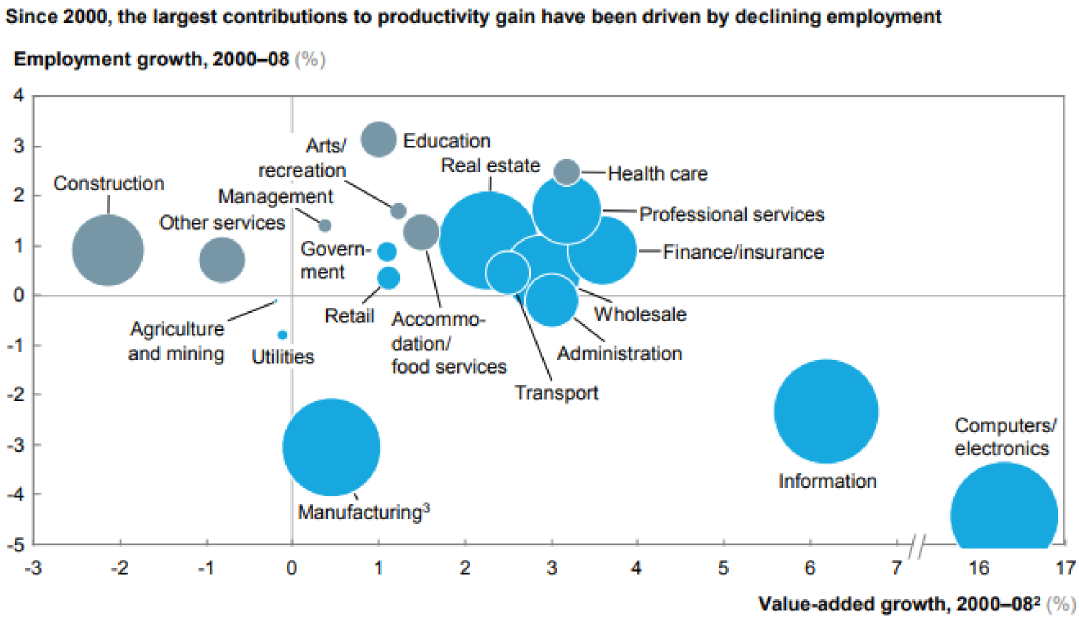
12. Porcentaje del PIB que suponen las rentas salariales

Para revertir la situación actual y que las empresas maximicen sus beneficios es necesario que haya una devaluación salarial, con el importante coste social que ello comportaría, o bien, que aumente la productividad marginal del trabajo.

Me gustaría destacar, desde una perspectiva personal, que una tendencia global en la economía es la capitalización del sector de la manufactura, expulsando factor trabajo, que es absorbido por el sector servicios, al igual que ocurrió anteriormente desde el sector agrícola al secundario. Acompañando a esto, la productividad marginal del trabajo en el sector de la manufactura es superior a la existente en el sector servicios, por lo cual, esta tendencia agravaría el problema existente. En definitiva, la tendencia es que los mayores aumentos de la productividad se de en sectores que utilizan poco empleo.



13. Productividad por sectores USA



14..Sectores por su productividad y nivel de empleo

6. BIBLIOGRAFÍA

- Briceño V., G. (2018*). Marginalismo. Qué es, características, historia, aportes, representantes*. Recuperado de https://www.euston96.com/marginalismo/

-Capelli, A. (2016): *Los Marginalistas* Recuperado de https://es.slideshare.net/Ailuss505/los-marginalistas-68833166

- Estrin, S. y Laidler, D. (1995): *Microeconomía*. Editorial Prentice Hall, UK

-Jorrin.G,J (2012).*España y Grecia, los únicos países europeos que no han recuperado los salarios de 2008.* El Confindencial. Recuperado de https://www.elconfidencial.com/economia/2018-03-13/masa-salarial-espana-crisis-beneficio-empresarial_1532809/

- Nicholson, W. y Snyder, C. (2015): *Teoría Microeconómica*. *Principios básicos y ampliaciones.* Editorial Cengage Learning, México, D.F.

- Pindyck, R. S. y Rubinfeld, D. L. (2009): *Microeconomía.* Editorial PEARSON PRENTICE HALL, Madrid.

- Varian, H. R. (2010): *Microeconomía intermedia.* Editor Antoni Bosch, Barcelona.

- Secretaría de estado de presupuestos y gastos (2017): "*Base de Datos regionales de la economía española".* Recuperado de http://www.sepg.pap.minhafp.gob.es/sitios/sepg/es-ES/Presupuestos/Documentacion/paginas/basesdatosestudiosregionales.aspx

- Manyika, J., Remes, J., Mischke, J. y Krishnan, M. (2017). The productivity puzle: A closer look at the united states. *Mckinsey global institute.* Recuperado de https://www.mckinsey.com/~/media/mckinsey/featured%20insights/employment%20and%20growth/new%20insights%20into%20the%20slowdown%20in%20us%20productivity%20growth/mgi-the-productivity-puzzle-discussion-paper.ashx

- Zugarramurdi, A.; Parín, M.A. y Lupín, H.M.(1998). *Análisis microeconómico de la producción.* Recuperado de http://www.fao.org/docrep/003/v8490s/v8490s07.htm#TopOfPage