



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES Y DEL TRABAJO DE
SORIA

Grado en Administración y Dirección de Empresas

TRABAJO FIN DE GRADO

AMORTIZACIÓN Y VALORACIÓN FINANCIERA DE EMPRÉSTITOS CON EXCEL

Presentado por Sergio Lajusticia Marín

Tutelado por: Fernando J. Díaz Martínez

Soria, 20/06/2018

CET

FACULTAD de CIENCIAS EMPRESARIALES y del TRABAJO de SORIA

Resumen

Actualmente existen numerosas fuentes de financiación, de entre las cuales, la más conocida es el préstamo. No obstante, es posible que los préstamos no se adapten bien en algunas situaciones. Por eso es importante conocer alternativas de financiación, como la estudiada en el presente trabajo, el empréstito.

El objetivo planteado en el trabajo consiste en analizar los empréstitos en profundidad, atendiendo tanto la parte descriptiva como al cálculo. Para ello, se han implementado en la hoja de cálculo Excel varios tipos de empréstitos, lo cual ha permitido realizar una serie de simulaciones que muestran cómo con una herramienta accesible y de relativa sencillez de uso se puede obtener información financiera, que puede ser analizada y utilizada en la toma de decisiones financieras.

Palabras clave: Financiación, empréstitos, amortización, Excel, simulación.

Abstract

Currently a lot of financing sources exist, among which the most known is loan. However, it is possible that loans does not adapt properly to some situations. Hence it is important to know financing alternatives, like the studied in the present project, loan capital.

The objective set in the project consists of analyzing the loan capital deeply, attending both the descriptive aspect and the calculation. To achieve it, several types of loans have been implemented in an Excel spreadsheet, which has permitted to perform a series of simulations that show how with an accessible and relatively simplicity of use tool, financial data can be obtained for analysis and usage in financial decision-making.

Key words: Financing, loan capital, amortization, Excel, simulation.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	11
JUSTIFICACIÓN	13
OBJETIVOS	17
DISEÑO Y METODOLOGÍA	19

CAPÍTULO 1 BASES CONCEPTUALES

1.1. QUÉ ES UN EMPRÉSTITO.....	23
1.2. ACTORES DE UN EMPRÉSTITO.....	23
1.3. COMPONENTES BÁSICOS DE UN EMPRÉSTITO.....	24
1.4. PROS Y CONTRAS DE LOS EMPRÉSTITOS.....	24
1.4.1. <i>Pros de los empréstitos para el prestamista.....</i>	24
1.4.2. <i>Pros de los empréstitos para el prestatario.....</i>	25
1.4.3. <i>Contras de los empréstitos para el prestamista</i>	25
1.4.4. <i>Contras de los empréstitos para el prestatario.....</i>	26
1.5. CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS	26
1.5.1. <i>Empréstitos normales con pago de cupones vencidos</i>	27
1.5.1.1. Empréstitos tipo I	28
1.5.1.2. Empréstitos tipo II	30
1.5.1.3. Empréstitos tipo III	32
1.5.2. <i>Empréstitos con pago de cupones anticipados</i>	32
1.5.3. <i>Empréstitos con pago de los intereses acumulados.....</i>	33
1.5.3.1. Empréstitos tipo I	33
1.5.3.2. Empréstitos tipo II	36
1.5.3.3. Empréstitos tipo III	37
1.5.4. <i>Empréstitos con pago fraccionado de los intereses</i>	37
1.5.5. <i>Empréstitos con características comerciales normalizables que pagan cupones vencidos.....</i>	38
1.5.5.1. Empréstitos normalizables tipo I.....	38
1.5.5.2. Empréstitos normalizables tipo II.....	43
1.5.5.3. Empréstitos normalizables tipo III.....	45
1.5.6. <i>Empréstitos normalizables con cupón acumulado.....</i>	46

CAPÍTULO II IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

2.1. EMPRÉSTITOS NORMALES CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS.	48
2.1.1. <i>Empréstitos normales con pago de cupones vencidos Tipo I.....</i>	48

2.1.2. Empréstitos normales con pago de cupones vencidos tipo II	53
2.2. EMPRESTITO CON PAGO DE LOS INTERESES ACUMULADOS.....	56
2.2.1. Empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.....	56
2.2.2. Empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.....	60
2.3. EMPRÉSTITOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES.....	62
2.3.1. Empréstitos normalizables al tipo I	63
2.3.1.1. Empréstito normalizable al tipo I con prima de amortización constante	63
2.3.1.2. Empréstito normalizable al tipo I con gastos de administración.	66
2.3.1.3. Empréstito normalizable al tipo I con lote constante y gastos de administración	69
2.3.2 Empréstitos normalizables al tipo II	72
2.3.2.1 Empréstito normalizable al tipo II con anualidad variable y prima de amortización constante	72
2.4. ANÁLISIS DE UN ESCENARIO DE EMPRÉSTITO CON LA HOJA DE CALCULO EXCEL.....	74
CONCLUSIONES	81
BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA	83

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Clasificación de los empréstitos.....	25
Figura 2. Vista general empréstitos normales Tipo I con pago de cupones vencidos....	48
Figura 3. Datos entrada empréstitos normales Tipo I con pago de cupones vencidos.	49
Figura 4. Cálculos intermedios empréstitos con cupones vencidos tipo I.....	50
Figura 5. Cuadro amortización empréstitos normales tipo I con pago de cupones vencidos.....	51
Figura 6. Vista general empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos.....	53
Figura 7. Datos de entrada empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos....	53
Figura 8. Cálculos intermedios empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos.	54
Figura 9. Cuadro amortización empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos.	54
Figura 10. Visión general empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.	56
Figura 11. Datos entrada empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.....	57
Figura 12. Cálculos intermedios empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.....	57
Figura 13. Cuadro amortización empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.....	58
Figura 14. Vista general empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.	60
Figura 15. Datos entrada empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.	60
Figura 16. Cálculos intermedios empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.	60
Figura 17. Cuadro amortización empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.	61
Figura 18. Vista general empréstitos normalizables al tipo I con prima de amortización constante.....	63
Figura 19. Datos entrada empréstitos normalizables al tipo I con prima de amortización constante.....	63
Figura 20. Cálculos intermedios empréstitos normalizables al tipo I con prima de amortización constante.	64
Figura 21. empréstitos normalizables al tipo I con prima de amortización constante....	65

Figura 22. Vista general empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.	66
Figura 23. Datos de entrada empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.	66
Figura 24. Cálculos intermedios empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.	67
Figura 25. Cuadro amortización empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.	68
Figura 26. Visión general empréstitos normalizables al tipo I con lote constante y gastos de administración.....	69
Figura 27. Datos entrada empréstitos normalizables al tipo I con lote y gastos de administración.	69
Figura 28. Cálculos intermedios empréstitos normalizables al tipo I con lote y gastos de administración.	70
Figura 29. Cuadro amortización empréstitos normalizables al tipo I con lote y gastos de administración.	71
Figura 30. Visión general empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y pima de amortización constante.	73
Figura 31. Datos entrada empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y pima de amortización constante.	73
Figura 32. Cálculos intermedios empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y pima de amortización constante.....	73
Figura 33. Cuadro amortización empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y pima de amortización constante.....	74
Figura 34. Datos de entrada simulación Excel.	75
Figura 35. Intereses simulación empréstito Tipo II cupones acumulados.....	75
Figura 38. Intereses simulación empréstito Tipo I cupones vencidos.	75
Figura 37. Intereses simulación empréstito Tipo II cupones vencidos.....	75
Figura 36. Intereses simulación empréstito Tipo I cupones acumulados.	75
Figura 40. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo II prima amortización constante.	76
Figura 41. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo I lote y gastos de administración.....	76

Figura 42. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo I gastos administración.	76
Figura 39. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo I prima amortización constante.	76
Figura 43. Amortización simulación empréstito Tipo II cupones acumulados.	77
Figura 45. Amortización simulación empréstito Tipo II cupones vencidos.	77
Figura 46. Amortización simulación empréstito Tipo I cupones vencidos.	77
Figura 44. Amortización simulación empréstito Tipo I cupones acumulados.	77
Figura 50. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo I prima amortización constante.	77
Figura 48. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo I lote y gastos de administración.	77
Figura 49. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo I gastos administración.	77
Figura 47. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo II prima amortización constante.	77
Figura 52. Anualidad simulación empréstito Tipo I cupones acumulados.	78
Figura 51. Anualidad simulación empréstito Tipo II cupones acumulados.	78
Figura 53. Anualidad simulación empréstito Tipo II cupones vencidos.	78
Figura 54. Anualidad simulación empréstito Tipo I cupones vencidos.	78
Figura 55. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo II prima amortización constante.	79
Figura 57. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo I gastos administración.	79
Figura 56. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo I lote y gastos de administración.	79
Figura 58. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo I prima amortización constante.	79

INTRODUCCIÓN

Un empréstito es una forma de financiación que suele utilizarse cuando se necesita una gran cantidad de capital, escenario en el que, probablemente sería complicado obtener el préstamo de un único prestamista, por el alto riesgo que éste debería de asumir. En este caso, se divide la deuda en pequeñas participaciones o títulos que un gran número de inversores compran en el mercado. Por lo tanto, en un empréstito tenemos un solo deudor y un número elevado de prestamistas.

Cada título tiene asociado el derecho de cobro de intereses y de recuperación del capital para el titular o poseedor de la participación, de la misma forma que el mismo tendrá la obligación de desembolsar el precio que tenga el título.

Por el contrario, la empresa tendrá el derecho de cobro sobre los títulos emitidos y la obligación de pago de intereses y del nominal.

Es importante destacar que el mundo de los empréstitos es muy amplio como más adelante vamos a ver, existiendo distintas características que pueden hacer que dos empréstitos sean totalmente diferentes. Pueden existir diferencias en cuanto a tipo de interés, periodos, forma de amortización de los títulos, forma de cálculo de las anualidades, diversas características comerciales, etc.

A pesar de haber elegido el empréstito para su análisis matemático-financiero, es conveniente recordar que existen otras formas de financiación que se podrían utilizar en casos de necesidad de un gran volumen de capital:

- *Préstamo*: Los préstamos se suelen solicitar a entidades de crédito, aunque también pueden solicitarse a otros agentes financieros y consisten en un contrato por el cual la parte prestamista presta una cantidad de dinero y la parte prestataria se compromete a devolver el principal más los intereses pactados. En el caso de los préstamos de gran volumen, se pueden encontrar ciertas dificultades para encontrar un único prestamista, y, en caso de encontrarlo, puede no ser la mejor opción, pues dicho prestamista único tendría un gran poder de negociación, debido al alto riesgo que asumiría, por lo que podría demandar un alto tipo de interés o pretender ejercer un gran control sobre la empresa.
- *Préstamos sindicados*: Los préstamos sindicados son préstamos normales con la única salvedad de que en vez de haber un solo prestamista son varios. Normalmente los prestamistas son entidades financieras que se reparten la cantidad aportada y por lo tanto el riesgo en una determinada proporción pactada previamente.

INTRODUCCIÓN

- *Ampliación de capital:* Se trata de una operación financiera mediante la cual se aumentan los fondos propios para poder realizar inversiones. La ampliación de capital puede darse de tres formas: 1) creando nuevas acciones, 2) aumentando el valor de las acciones o 3) con cargo a reservas. Esta forma de financiación consigue captar un gran volumen de capital, pero presenta diferentes problemáticas, entre las que cabe destacar, principalmente, que puede darse una posible pérdida de control sobre la empresa por la entrada de nuevos accionistas o que puede que, llegado el momento de reparto de beneficios, existan más accionistas, en caso de que la ampliación de capital la hayamos realizado creando nuevas acciones.

Los empréstitos, como se ha comentado anteriormente, son un sistema de financiación que se utiliza cuando el capital es muy elevado. Aunque inicialmente estaba más extendido su uso entre los Estados, cada vez son más las empresas privadas que utilizan los empréstitos para la captación de dinero, normalmente empresas de gran tamaño.

Será, entonces, necesario conocer en qué consiste un empréstito, su uso y su cálculo, entre otros. Para ello se realizará una contextualización sobre seis puntos relacionados entre sí en los que descansa tal tarea:

- El primero de ellos, *qué es un empréstito:* se detallará que significa y en qué consiste el mismo.
- En el segundo punto, *actores de un empréstito,* es decir quien interviene en la creación, compra y distribución del mismo.
- En el tercero, *componentes de un empréstito,* se detallará qué unidades básicas lo forman.
- En el cuarto, *pros y contras de los empréstitos:* se expondrán los beneficios y los perjuicios que éstos tienen, tanto para el prestamista como para el prestatario.
- En el quinto, se realizará una *clasificación de los diferentes tipos* de empréstitos existentes.
- Por último, se realizará además un análisis matemático/financiero de los empréstitos. En el que se implementarán varios de ellos en Excel, lo cual permitirá realizar simulaciones de forma sencilla y obtener datos que puedan ser utilizados posteriormente en la toma de decisiones financieras.

JUSTIFICACIÓN

La motivación para la elección del tema ha sido basada especialmente por la importancia que tienen las fuentes de financiación en la economía. En la actualidad, como se ha mencionado anteriormente, existen diversos tipos de formas de financiarse. A pesar de dicha importancia, durante los años del grado, solo hemos tratado con profundidad algunas de estas, entre las que no estaban los empréstitos.

Por lo dicho anteriormente, considero que es interesante estudiar este tipo de financiación, para ampliar conocimiento ya que puede ser de gran utilidad en nuestro futuro profesional.

Por otra parte, el presente trabajo está directamente relacionado con varias competencias asociadas al Grado en Administración y Dirección de Empresas, las cuales aparecen reflejadas en la memoria del mismo. Dichas competencias son:

Competencias generales:

G1. Poseer y comprender conocimientos básicos de la Economía y la Empresa que, partiendo de la base de la Educación Secundaria General, alcancen el nivel propio de los libros de texto avanzados e incluyan también algunos aspectos que se sitúan en la vanguardia de la Ciencia Económica y del ámbito de la Empresa.

G2. Saber aplicar los conocimientos adquiridos a su trabajo de forma profesional, y poseer las competencias que suelen demostrarse mediante la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas de carácter económico-empresarial.

G3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos e información relevante desde el punto de vista económico-empresarial para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas de índole social, científica o ética.

G4. Poder transmitir (oralmente y por escrito) información, ideas, problemas y soluciones relacionados con asuntos económicos-empresariales, a públicos especializados y no especializados de forma, ordenada, concisa, clara, sin ambigüedades y siguiendo una secuencia lógica.

G5. Poseer las habilidades de aprendizaje necesarias que permitan emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

JUSTIFICACIÓN

Competencias específicas:

E1. Poseer un conocimiento adecuado de la empresa, su marco institucional y jurídico, así como los elementos básicos del proceso de dirección, la organización, la contabilidad, la fiscalidad, las operaciones, los recursos humanos, la comercialización y la financiación e inversión.

E4. Conocer los instrumentos y herramientas disponibles, así como sus ventajas e inconvenientes, para diseñar políticas y estrategias empresariales en el ámbito general de la organización o en cuanto a financiación e inversión, operaciones, capital humano y comercialización, a la vez que comprender sus efectos sobre los objetivos empresariales y el reflejo contable de sus resultados.

E5. Conocer los elementos clave para el asesoramiento científico y técnico en la administración y dirección de empresas y otras organizaciones de acuerdo con las necesidades sociales, los objetivos correspondientes, la legislación vigente y la responsabilidad social de las empresas.

E6. Poseer conocimientos sobre los diferentes métodos cuantitativos y cualitativos para el análisis, evaluación y predicción en la administración y dirección de empresas y otras organizaciones.

E8. Recopilar e interpretar diversas fuentes de información (bibliográficas, estadísticas, etc.) mediante diferentes herramientas.

E9. Aplicar con rigor la técnica de análisis adecuada en la resolución de problemas en la administración y dirección de empresas y otras organizaciones.

E12. Elaborar informes de asesoramiento en el ámbito de la administración y dirección de empresas y otras organizaciones.

Competencias transversales:

T1. Capacidad para comunicarse de forma fluida, tanto oral como escrita, en castellano.

T2. Capacidad para leer, comprender y redactar textos en inglés y, en su caso, otros idiomas extranjeros.

T3. Alcanzar las habilidades propias del manejo básico de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs).

T4. Demostrar capacidad intelectual para el pensamiento analítico y la interpretación económico-empresarial de documentos, bases de datos e informaciones sociales, así como desarrollar un espíritu crítico ante el saber establecido.

JUSTIFICACIÓN

T6. Gestionar de forma eficiente el tiempo, así como planificar y organizar los recursos disponibles estableciendo prioridades y demostrando capacidad para adoptar decisiones y afrontar dificultades cuando éstas aparezcan.

T8. Desarrollar una actitud favorable al cambio y poseer una alta capacidad de adaptación (flexibilidad).

OBJETIVOS

Los objetivos que se pretenden alcanzar con la realización de este trabajo son:

- Ampliar conocimientos relacionados con las fuentes de financiación, más concretamente, sobre los empréstitos.
- Analizar qué son los empréstitos y su clasificación.
- Analizar tanto los puntos fuertes como débiles de los empréstitos.
- Implementar en hoja de cálculo Excel varios de los modelos teóricos de empréstitos analizados.
- Poner en evidencia la utilidad de la hoja de cálculo en el ámbito de la toma de decisiones financieras relacionadas con los empréstitos.

DISEÑO Y METODOLOGÍA

En primer lugar, hemos realizado trabajo de análisis documental y bibliográfico. Las principales fuentes de información han consistido en manuales monográficos y recursos online de uso público sobre los empréstitos, todos ellos referenciados debidamente en la bibliografía del trabajo. Dicho análisis nos ha permitido adquirir los conocimientos imprescindibles, para poder trabajar sobre el tema, puesto que en el grado no habíamos tratado esta materia con tanto nivel de detalle y profundidad. A continuación, analizamos la información extraída, para poder interpretarla, sintetizarla y modificarla, así como plasmarla en un nuevo documento.

Posteriormente, se han creado diversas hojas Excel, en las cuales podemos encontrar tanto los datos básicos de un empréstito, como el cuadro de amortización de los mismos, así como los cálculos previos necesarios para la elaboración del mismo. De tal forma que podremos introducir nuevos datos en las hojas elaboradas para que estos se calculen de forma rápida y semiautomáticamente.

Por último, se han utilizado dichas hojas Excel, introduciendo datos de un empréstito lo más adaptados a la realidad posible, para analizar los resultados matemáticos obtenidos, los cuales podrían utilizarse como herramienta de toma de decisiones financieras en contexto de la realización del TFG.

CAPÍTULO 1
BASES
CONCEPTUALES

1.1. QUÉ ES UN EMPRÉSTITO

Para saber que es un empréstito comenzaremos definiéndolo, para ello utilizaremos definiciones de entidades de prestigio y finalmente trataremos de elaborar una definición más completa.

Según la Real Academia Española de la Lengua un empréstito es “Préstamo que toma el Estado o una corporación o empresa, especialmente cuando está representado por títulos negociables o al portador” (RAE,2017).

Según el Banco Central Español un empréstito es “Forma de financiación de una sociedad, que acude al mercado para solicitar un préstamo conjuntamente a un gran número de inversores, dividiendo la deuda en pequeñas participaciones” (BDE,2017).

Por tanto, podemos definir un empréstito como un préstamo tomado por entidades públicas o privadas con unas características bien definidas. Las entidades se comprometen a devolver el principal y además los intereses, en el tiempo y plazos pactados.

En la mayoría de los casos los empréstitos son utilizados para satisfacer necesidades de financiación de importe muy elevado. Por este motivo la deuda está dividida en numerosas pequeñas participaciones, denominadas títulos o valores (Si el plazo de amortización es menor a un año se denomina bono). Dichas participaciones podrán ser transmitidas libremente. Todas las participaciones dentro de un empréstito compartirán las mismas peculiaridades.

Cabe destacar de esta definición que las características y peculiaridades que tiene cada empréstito los hace diferente de los demás, pero se pueden establecer distintas clasificaciones según las características que comparten. Más tarde hablaremos de estas clasificaciones.

1.2. ACTORES DE UN EMPRÉSTITO

En todo empréstito suelen intervenir tres personas, que pueden ser físicas o jurídicas. Hablamos de prestatario, prestamista e intermediario financiero.

Prestatario: Es el emisor del empréstito. Recibirá una cantidad de dinero a cambio de su devolución en el futuro bajo diferentes condiciones pactadas.

Prestamista: Es quien proporciona el dinero al prestatario, a través de la compra de participaciones del empréstito. Pueden ser personas físicas o jurídicas, y pedirán unos intereses por no disponer de su dinero durante el tiempo pactado hasta su devolución.

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

Intermediario Financiero: Son los encargados de poner en contacto y coordinar a los agentes excedentarios de fondos y los agentes deficitarios. En este caso hacen coincidir a prestamista y prestatario en el mercado. Estos intermediarios financieros cobrarán una serie de comisiones por la gestión de los empréstitos.

1.3. COMPONENTES BÁSICOS DE UN EMPRÉSTITO

A continuación, adjuntamos la nomenclatura de los factores que comparten todos los empréstitos:

C: Importe nominal de un título

n: Duración del empréstito.

i: Tipo de interés del empréstito.

$c \times i$: Cupón o interés periódico de un título.

N_s : Número total de títulos que se emiten en un empréstito.

N_{s-1} : Número de títulos sin amortizar al comenzar el periodo s .

M_s : Número de títulos que se amortizan al final del período s .

a_s : Término amortizativo del período s . Es la contraprestación que la entidad emisora ha de pagar al final del período s .

$c \times N_s$: Importe nominal del empréstito.

1.4. PROS Y CONTRAS DE LOS EMPRÉSTITOS

1.4.1. Pros de los empréstitos para el prestamista

Como hemos dicho anteriormente, los empréstitos suelen destinarse para cubrir necesidades de financiación muy elevadas. Por este motivo si un solo prestamista financiara a la entidad demandante de dinero, estaría asumiendo un riesgo muy elevado ya que siempre existe la posibilidad de la no devolución del préstamo. Al existir un número muy elevado de prestamistas, en los empréstitos, se reparten el riesgo de impago entre todos, pudiendo perder como máximo una cuantía menos elevada que si todo el capital lo aportara una persona.

Además, al dividir el préstamo en pequeñas participaciones permite ampliar las posibilidades para colocar los fondos excedentarios de inversores minoristas.

CAPÍTULO 1

El prestamista sabe la cuantía que va a cobrar desde el inicio, lo cual aporta cierta seguridad a los inversores ya que saben de qué dinero dispondrán en el futuro pudiendo realizar previsiones de sus ingresos y gastos.

Cabe destacar que las participaciones se pueden negociar posteriormente en el mercado existiendo la oportunidad de obtener plusvalías con su venta antes de la finalización del empréstito.

1.4.2. Pros de los empréstitos para el prestatario

Debido a la alta cuantía del préstamo, la entidad podría encontrar dificultades para alcanzar sus necesidades de financiación. Además, en el caso de que un solo prestamista satisficiera la demanda de capital, éste podría demandar unas fuertes medidas para asegurarse de la devolución del préstamo, lo que se traduce en un gran control externo. Por ello al existir un número muy elevado de inversores, en los empréstitos, es muy difícil que se pongan de acuerdo para ejercer presiones a la empresa y que esta deba tomar decisiones que con las que no está de acuerdo.

También existe el problema de que el prestatario pedirá un gran tipo de interés para que sea atractivo el préstamo debido a su gran riesgo, lo que se traduce en grandes costes. En este caso los tipos de interés son cerrados e informados en el boletín de publicación del empréstito, el tipo de interés será fijado conforme a los tipos de interés de mercado, pero teniendo en cuenta que los empréstitos emitidos por entidades públicas tendrán que ser superiores a los de deuda privada ya que los que comprenden los primeros estarán asumiendo un mayor riesgo.

De tal manera que con la realización de un empréstito podríamos eliminar estos dos grandes problemas, tanto el alto coste derivado de un préstamo de gran cuantía percibido por un único prestamista como el gran control que podría ejercer para que le sea devuelto lo prestado.

1.4.3. Contras de los empréstitos para el prestamista

Los empréstitos se encuentran dentro de las opciones de inversión de renta fija, dichas formas de inversión suelen emitirse a un tipo de interés muy inferior a las acciones, los mercados monetarios o las materias primas.

Además, existe otro riesgo relacionado, como hemos dicho anteriormente este tipo de operaciones aportan un bajo rendimiento por lo que si los tipos de interés aumentan estaríamos ganando mucho menos dinero del que se podría obtener en otras inversiones, esto suele ser más acusado en los empréstitos a largo plazo.

A pesar de relacionarse este tipo de operaciones con opciones de inversión seguras, siempre existe la posibilidad de que la empresa llegue a

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

quebrar no devuelva el principal, por lo tanto, solo habríamos percibido unos pocos intereses.

1.4.4. Contraste de los empréstitos para el prestatario

Cuando se realiza una emisión de un empréstito se asumen altos costes asociados a la misma. Además, es posible que después de haber realizado el

gasto para realizar la emisión la subasta quede libre o no se consigan colocar todos los títulos por lo tanto no recibiendo el capital solicitado.

Por ejemplo, si comparamos un empréstito frente a emitir acciones, aunque la empresa incurra en pérdidas, se tendrán que seguir pagando los intereses. Además, en caso de quiebra y posterior liquidación tendrán preferencia los obligacionistas frente a otros acreedores.

Si la que realiza un empréstito es una empresa privada, deberá ofrecer un mayor rendimiento que los estados ya que en principio los obligacionistas tienen un mayor riesgo.

1.5. CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

Criterio	Tipo de empréstito	Descripción
Pago de intereses	Cupón periódico	Los intereses se pagan al final de cada periodo.
	Cupón cero	Los intereses se pagan de forma acumulada cuando se amortiza el título.
Amortización	Amortización por sorteo	Los títulos se amortizan a lo largo de la vida del empréstito a través de un sorteo.
	Amortización por reducción nominal	Los títulos se amortizan reembolsando cada año una parte del valor nominal.
	Amortización única	Todas las obligaciones se amortizan de una vez.
	Deuda perpetua	No hay compromiso de amortización.
Valor de reembolso	Amortización por nominal	A cada obligación se le reembolsa su valor nominal.
	Amortización con prima	A cada obligación se le reembolsa su valor nominal más una cantidad adicional.
	Amortización con lote	A las obligaciones premiadas en un sorteo se les entrega una cantidad adicional.
Características ofertadas	Normales	Los términos amortizativos se destinan al pago de los intereses y devolución del valor nominal.
	Características Comerciales	Además de lo anterior, engloba una serie de contraprestaciones adicionales.
Valoración financiera	Tipo I	Los términos amortizativos y los tipos de interés son constantes.
	Tipo II	Los términos amortizativos son variables y los tipos de interés constantes.
	Tipo III	Los términos amortizativos y los tipos de interés son variables.

Figura 1. Clasificación de los empréstitos.

Fuente: UNED

CAPÍTULO 1

En la tabla que acabamos de mostrar, podemos ver distintas clasificaciones de los empréstitos atendiendo a distintos criterios. De estas clasificaciones las más importantes en relación con nuestro trabajo, amortización y valoración financiera de empréstitos, son las que toman como criterio, amortización, características ofertadas y principalmente valoración financiera, puesto que estas clasificaciones son las que matemáticamente resultan más interesantes.

La siguiente clasificación ha sido realizada en base a la tabla de UNED (2017) y el manual de Andrés de Pablo López “Matemática de las operaciones financieras II” (2010). Además, las explicaciones contenidas en la clasificación también han sido obtenidas de la misma fuente.

Establecemos cinco tipos de empréstitos: Empréstitos normales con pago de cupones vencidos, empréstitos con pago de cupones anticipados, empréstitos con pago de los intereses acumulados, empréstitos con pago fraccionado de los intereses y un apartado especial para los empréstitos con características comerciales.

1.5.1. Empréstitos normales con pago de cupones vencidos

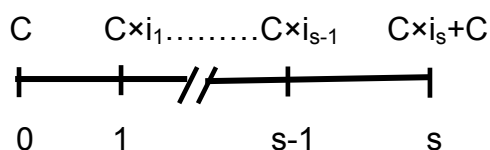
Se denominan empréstitos normales a aquellos cuyos términos amortizativos se dedican exclusivamente a pagar los cupones previstos a las obligaciones vivas en ese momento, y a amortizar las que correspondan en ese sorteo, por su valor nominal.

Por lo tanto, la estructura de los términos amortizativos será de la siguiente manera:

$$a_s = C \times i_s \times N_{s-1} + C \times M_s$$
$$s = 1, 2, \dots, n$$

$C \times i_s$ corresponderá con el importe del cupón de un título, el número de títulos vivos será N_{s-1} . El número de títulos que se amortizan en el sorteo s coincide con M_s y C representa el nominal de los títulos.

En esta modalidad de empréstitos el cupón se recibe periódicamente y en la fecha de amortización percibe la cuantía nominal C más el cupón. La fecha de amortización coincide con la de su respectivo sorteo s .



CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

Observamos que cada título se amortiza por el método americano y que el total del empréstito es una suma de operaciones de amortización por el método americano.

1.5.1.1. Empréstitos tipo I

En este tipo de empréstitos los términos y los réditos son constantes.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \dots = a_n = a \\ i_1 = \dots = i_n = i \end{array} \right.$$

La forma matemática que presenta el año s es la siguiente:

$$a = C \times i \times N_{s-1} + CM_s$$

A partir de la ecuación de equivalencia financiera obtenemos la anualidad:

$$C \times N = a \times a_{n|i}$$

$$a = \frac{C \times N}{a_{n|i}}$$

A partir de estas expresiones podemos obtener el plan amortizativo de dos formas:

a) *Calculo de los títulos que se amortizan en cada sorteo:*

Restando las estructuras de la anualidad de dos periodos consecutivos s y $s+1$ se obtiene.

$$s \quad a = C \times i \times N_s + C \times M_s$$

$$s + 1 \quad a = C \times i \times N_s + C \times M_{s+1}$$

$$0 = C \times i \times (N_{s-1} - N_s) + C \times M_s - CM_{s+1}$$

Simplificando C , se despeja M_{s+1} y teniendo en cuenta $M_s = N_{s-1} - N_s$ con $s=1, 2, \dots, n$ da como resultado:

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i) = \dots = M_1 \times (1 + i)^s$$

Esta relación de recurrencia indica que los títulos que se amortizan en cada sorteo crecen en progresión geométrica de razón $1+i$. Para poder utilizar esta relación es necesario conocer previamente M_1 .

Podemos obtener M_1 mediante dos procedimientos:

1. Tomando la estructura de la anualidad del primer año

$$a = C \times i \times N + C \times M_1$$



$$M_1 = \frac{a - C \times i \times N}{C}$$

2. A partir de las expresiones:

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i) = \dots = M_1 \times (1 + i)^s \text{ y } M_1 = \frac{a - C \times i \times N}{C}$$

$$N = M_1 + M_2 + \dots + M_n = M_1 \times [(1 + i) + \dots + (1 + i)^{n-1}]$$



$$N = M_1 \times S_{n|i} \longrightarrow M_1 = \frac{N}{S_{n|i}}$$

Será útil utilizar este procedimiento cuando no tengamos la anualidad calculada previamente.

Una vez hemos calculado los títulos que se amortizan en cada sorteo, podremos calcular los títulos vivos a partir de la relación:

$$M_s = N_{s-1} - N_s \quad s=1, 2, \dots, n$$

Los títulos amortizados hasta el sorteo s incluido podremos obtenerlos a través de:

$$m_s = \sum_{k=1}^s M_k = N - N_s$$

- b) *Cálculo de los títulos vivos después de cada sorteo.*

En el periodo $s+1$ el capital vivo, se obtiene con el método prospectivo mediante $N = \sum_{k=1}^s M_k = N - N_s$

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

$$C \times N_s = a \times a_{n|i}$$

Y teniendo en cuenta $a = \frac{C \times N}{a_{n|i}}$

$$N_s = N \times \frac{a_{n-s|i}}{a_{n|i}}$$

Una vez hemos obtenido N_s podremos obtener M_s a través de $M_s = N_{s-1} - N_s$
 $s=1, 2, \dots, n$

Para obtener el número de títulos amortizados en los s primeros sorteos:

$$\begin{aligned} m_s &= M_1 + M_2 + \dots + M_s = M_1 \times [1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{s-1}] = M_1 \times S_{s|i} \\ &= N \times \frac{S_{s|i}}{S_{n|i}} \end{aligned}$$

1.5.1.2. Empréstitos tipo II

Las características principales de este tipo de empréstitos son que las anualidades son variables y los términos constantes, por lo tanto, la estructura de la anualidad es:

$$a_s = C \times i \times N_{s-1} + C \times M_s$$

La ecuación de equivalencia financiera establece:

$$C \times N = \sum_{s=1}^n a_s \times (1+i)^{-s}$$

Podremos obtener el plan de amortización de dos formas:

a) *Cálculo de la M_s :*

Restaremos las anualidades de dos periodos consecutivos, s y $s+1$

$$\left[\begin{array}{l} a_s = C \times i \times N_{s-1} + C \times M_s \\ a_{s+1} = C \times i \times N_s + C \times M_{s+1} \end{array} \right.$$

$$a_s - a_{s+1} = C \times i \times (N_{s-1} - N_s) + C \times M_s - C \times M_{s+1}$$

Despejamos M_{s+1} :

$$M_{s+1} = M_s \times (1+i) \frac{a_{s+1} - a_s}{C}$$

CAPÍTULO 1

Por lo tanto, el número de títulos que se amortizan en un sorteo dependen de los amortizados en el sorteo anterior y de la diferencia de anualidades correspondientes.

b) *Cálculo de la N_s :*

La ecuación del capital vivo mediante el método prospectivo establece:

$$C \times N_s = \sum_{r=s+1}^n a_r \times (1+i)^{-(r-s)}$$

Aplicando el método recurrente:

$$C \times N_s = C \times N_{s-1} \times (1+i) - a_s$$



$$N_s = N_{s-1} \times (1+i) - \frac{a_s}{C}$$

De este tipo de empréstitos suelen darse con mayor asiduidad aquellos cuyas anualidades varían en progresión geométrica y en progresión aritmética.

Concretamente uno de los más utilizados tiene como característica principal que se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo.

$$M_1 = \dots = M_n = M$$

Se verifica:

$$N_s = (n-s) \times M = \frac{n-s}{n} \times N$$

$$m_s = s \times M = \frac{s}{n} \times N$$

Obtenemos el plan de amortización de la siguiente manera:

$$a_s - a_{s+1} = C \times i \times M + C \times M - C \times M \rightarrow a_{s+1} = a_s - C \times i \times M$$

Las anualidades de crecerán en progresión aritmética de razón $C \times i \times M$.

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

Obtenemos la primera anualidad:

$$a_1 = C \times i \times N + C \times M$$

Y aplicaremos la relación de recurrencia:

$$a_{s+1} = a_s - C \times i \times M$$

1.5.1.3. Empréstitos tipo III

Este tipo de empréstitos se caracterizan por tener anualidades y réditos variables. La estructura de la anualidad tiene la siguiente forma:

$$M_s = N_{s-1} - N_s \quad s=1, 2, \dots, n$$

La expresión que establece la equivalencia financiera y el plan de amortización es la siguiente.

$$C \times N = \sum_{s=1}^n a_s \prod_{h=1}^s (1 + i_h)^{-1}$$

y los títulos vivos, aplicando el método recurrente:

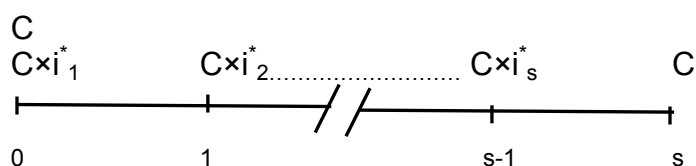
$$C \times N_s = C \times N_{s-1} \times (1 + i_s) - a_s$$

1.5.2. Empréstitos con pago de cupones anticipados

En este tipo de empréstitos los intereses se pagan anticipadamente.

$$i_1^*; i_2^*; \dots; i_n^*$$

El esquema, para un título que se amortiza en el sorteo del periodo s resulta:



CAPÍTULO 1

Como podemos ver en el esquema el obligacionista desembolsa C y recibe el cupón y el reembolso del nominal en el mismo momento.

Este tipo de empréstitos son poco utilizados, concretamente en España nunca se han utilizado.

No obstante deberemos de saber que también se consideran las tres modalidades o tipos (I, II, III).

1.5.3. Empréstitos con pago de los intereses acumulados

En este tipo de empréstitos los poseedores de los títulos no perciben ninguna cuantía hasta que los títulos no son amortizados. En este momento recibirán el nominal y los intereses que se hayan generado hasta la fecha.

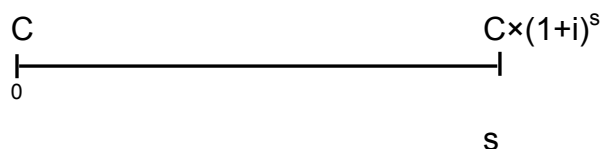
La estructura de los términos amortizativos tiene la siguiente forma:

$$a_s = C \times M_s \times \prod_{h=1}^s (1 + i_h) \quad \text{con } s = 1, 2, \dots, n$$

En caso de ser los réditos constantes:

$$a_s = C \times M_s \times (1 + i)^s$$

El esquema, para un título que se amortiza en el sorteo s y el tipo de interés es constante, es:



1.5.3.1. Empréstitos tipo I

En este caso las anualidades y los réditos son constantes.

La estructura de la anualidad es:

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

$$C \times M_s \times (1 + i)^s \text{ con } s = 1, 2, \dots, n$$

La ecuación de equivalencia financiera es:

$$C \times N = a \times a_{n|i}$$

↓

$$a = \frac{C \times N}{a_{n|i}}$$

Podemos obtener el plan de amortización de dos formas:

a) *A través del cálculo de los títulos que se amortizan en cada sorteo.*

Relacionando por cociente las anualidades de dos periodos consecutivos:

$$\left. \begin{array}{l} a = C \times M_s \times (1 + i)^s \\ a = C \times M_{s+1} \times (1 + i)^{s+1} \end{array} \right\} 1 = \frac{M_s}{M_{s+1} \times (1 + i)}$$

Obtenemos:

$$M_s = M_{s+1} \times (1 + i) = M_1 \times (1 + i)^{(n-s)}$$

O también:

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i)^{-1} = M_1 \times (1 + i)^{-s}$$

En este tipo de empréstitos los títulos amortizados en cada sorteo decrecen en progresión geométrica a razón $(1+i)^{-1}$. Para poder aplicar la relación de recurrencia debemos calcular primero M_1 .

Obtenemos M_1 .

- A partir de la estructura de la anualidad del primer año.

CAPÍTULO 1

$$a = C \times M_1 \times (1 + i) \longrightarrow M_1 = \frac{a}{C \times (1+i)}$$

- A partir de la expresión $N = \sum_{s=1}^n M_s$

$$N = M_1 + M_2 + \dots + M_n = M_1 \times [1 + (1 + i)^{-1} + \dots + (1 + i)^{-(n-1)}]$$

$$N = M_1 \times \ddot{a}_{n|i} \longrightarrow M_1 = \frac{N}{\ddot{a}_{n|i}}$$

b) *Cálculo de los títulos vivos después de cada sorteo.*

A través del método prospectivo podemos calcular el capital vivo después de efectuados s sorteos.

$$C \times N_s \times (1 + i)^s = a \times a_{n-s|i}$$

Teniendo en cuenta $a = \frac{C \times N}{\ddot{a}_{n|i}}$ sustituimos la anualidad y obtenemos:

$$N_s = N \times (1 + i)^{-s} \times \frac{a_{n-s|i}}{\ddot{a}_{n|i}}$$

Con esta ecuación podemos obtener los títulos vivos en cada periodo, pero también podemos utilizar el método recurrente.

$$C \times N_{s-1} \times (1 + i)^{s-1} \times (1 + i) - a = C \times N_s \times (1 + i)^s$$

$$N_s = N_{s-1} - \frac{a}{C \times (1 + i)^s}$$

Para calcular el total de títulos amortizados en los s primeros sorteos, utilizaremos:

$$m_s = M_1 \times \ddot{a}_{s|i} = N \times \frac{\ddot{a}_{s|i}}{\ddot{a}_{n|i}}$$

Para el cuadro de amortización deberemos tener en cuenta que redondearemos las amortizaciones teóricas para que los números sean enteros.

1.5.3.2. Empréstitos tipo II

En este tipo de empréstitos debemos tener en cuenta que las anualidades son variables por tanto la estructura de la anualidad será:

$$a_s = C \times M_s \times (1 + i)^s \quad s = 1, 2, \dots, n$$

La equivalencia financiera establece:

$$C \times N = \sum_{s=1}^n a_s \times (1 + i)^{-s}$$

Vamos a obtener el plan de amortización calculando las M_s , dicho plan se obtiene relacionando por el cociente dos anualidades consecutivas:

$$\left. \begin{aligned} a_s &= C \times M_s \times (1 + i)^s \\ a_{s+1} &= C \times M_{s+1} \times (1 + i)^{s+1} \end{aligned} \right\} \frac{a_s}{a_{s+1}} = \frac{M_s}{M_{s+1} \times (1+i)}$$

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i)^{-1} \times \frac{a_{s+1}}{a_s}$$

Según la relación que acabamos de describir los títulos que se amortizan en un sorteo depende de la relación existente entre una anualidad y la anterior.

Por lo tanto, para resolver la ecuación anterior deberemos calcular primero M_1 a través de la primera anualidad:

$$M_1 = \frac{a_1}{C \times (1 + i)}$$

Por último, la ecuación del capital vivo tiene la siguiente forma:

CAPÍTULO 1

$$C \times N_s \times (1 + i)^s = \sum_{r=s+1}^n a_r \times (1 + i)^{-(r-s)} \longrightarrow N_s = \sum_{r=s+1}^n \frac{a_r}{C} \times (1 + i)^{-r}$$

1.5.3.3. Empréstitos tipo III

Estos empréstitos tienen como principales características los términos amortizativos y los réditos variables.

La anualidad presenta la siguiente forma:

$$a_s = C \times M_s \times \prod_{h=1}^s (1 + i_h) \quad \forall s$$

La ecuación de equivalencia financiera es:

$$C \times N = \sum_{s=1}^n a_s \prod_{h=1}^s (1 + i_h)^{-1}$$

1.5.4. Empréstitos con pago fraccionado de los intereses

Para estos empréstitos el tipo de interés para pago de cupones que se publica es el tanto nominal. En caso de que el fraccionamiento sea en razón $1/m$ calcularemos el cupón:

$$C \times i_m, \text{ siendo } i_m \frac{j_m}{m}$$

La amortización se realiza en cada periodo completo, normalmente un año. Se debe tener en cuenta amortizar un número de títulos entero en cada sorteo.

Este tipo de empréstitos no tendrán sentido en caso de que los cupones se paguen acumuladamente.

1.5.5. Empréstitos con características comerciales normalizables que pagan cupones vencidos.

Denominamos empréstitos con características comerciales a los que tienen condiciones adicionales a la operación, dichas condiciones en muchas ocasiones las determina el emisor para hacer más atractivo el empréstito. En numerosas ocasiones estas condiciones cambian el tanto efectivo de coste, así como la rentabilidad para los obligacionistas.

Existen dos tipos de características:

- *Unilaterales*: Cuando las entrega una de las partes y las recibe un tercero. Algunos ejemplos de estas son, gastos iniciales, comisión, gastos notariales y de registro de la propiedad, gastos finales, gastos de administración e impuestos.
- *Bilaterales*: Cuando las entrega una de las partes y a recibe la otra. Algunos ejemplos de estas son, prima de emisión, prima de amortización, lote y amortización seca.

1.5.5.1. Empréstitos normalizables tipo I

Existen diferentes ejemplos de empréstitos normalizables de tipo uno y a continuación les presentaremos algunos.

Empréstito con prima de amortización constante

Si se anota con la P la prima constante, el valor de reembolso C' es:

$$C' = C + P$$

La anualidad comercial constante del año s es:

$$a = C \times i \times N_{s-1} + C' \times M_s$$

Si utilizáramos la expresión $a = \frac{C \times N}{a_n | i}$ obtendríamos una anualidad que solo podría pagar los intereses a los títulos vivos ($C \times i \times N_{s-1}$) y realizar el

CAPÍTULO 1

reembolso a los que se amortizan por el nominal ($C \times M_s$), por lo que quedaría sin pagar $P \times M_s$.

Por ello debemos realizar la normalización, que consiste en multiplicar

$a = C \times i \times N_{s-1} + C' \times M_s$ por C/C' quedando como resultado:

$$a \times \frac{C}{C'} = C \times i \times \frac{C}{C'} \times N_{s-1} + C' \times \frac{C}{C'} \times M_s$$

Efectuamos el cambio:

$$a' = a \times \frac{C}{C'} \quad e \quad i' = i \frac{C}{C'}$$

Obteniendo:

$$a' = C \times i' \times N_{s-1} + C \times M_s$$

A continuación, se resuelve el empréstito normalizado. La anualidad debemos obtenerla teniendo en cuenta $a = \frac{C \times N}{a_{n|i}}$:

$$a' = \frac{C \times N}{a_{n|i'}}$$

La anualidad normalizada a' pertenece a un empréstito ficticio que no nos interesa ya que necesitamos la anualidad constante comercial a , para ello realizaremos un cambio de variable.

$$\begin{aligned} a \times \frac{C}{C'} &= C \times N \times a_{n|i'}^{-1} \\ &\downarrow \\ a &= C' \times N \times a_{n|i'}^{-1} \end{aligned}$$

El plan de amortización lo hallaremos de la resolución del empréstito normalizado:

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i') = M_1 \times (1 + i')^s$$

Con:

$$M_1 = \frac{a' - C \times i' \times N}{C} = \frac{a - C \times i \times N}{C'}$$

O bien:

$$M_1 = \frac{N}{S_{n|i}}$$

Por otra parte:

$$N_s = N \times \frac{a_{n-s|i}}{a_{n|i}}$$

O bien:

$$C \times N_s = a' \times a_{n-s|i} \leftrightarrow C' \times N_s = a \times a_{n-s|i}$$

Y

$$m_s = N - N_s = N \times \frac{S_s|i'}{S_n|i'}$$

Empréstitos con gastos de administración

Existen dos tipos de gastos g_1 cuando son sobre cupones y g_2 cuando son sobre valores de reembolso, en ambos casos la estructura de la anualidad del año s es:

$$a = C \times i \times N_{s-1} \times (1 + g_1) + C \times M_s \times (1 + g_2)$$

Para normalizar dividimos entre $1+g_2$:

$$\frac{a}{1 + g_2} = C \times i \times \frac{1 + g_1}{1 + g_2} \times N_{s-1} + C \times M_s$$

Resolvemos:

CAPÍTULO 1

$$a' = C \times N \times a_{n|i'}^{-1}$$

Y al sustituir a' por su valor $\frac{a}{1+g_2}$ obtenemos:

$$a = (1 + g_2) \times C \times N \times a_{n|i'}^{-1}$$

Siendo:

$$i' = i \times \frac{1 + g_1}{1 + g_2}$$

El plan de amortización lo hallaremos teniendo en cuenta el valor que toma ahora i' de la siguiente forma:

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i') = M_1 \times (1 + i')^s$$

Con:

$$M_1 = \frac{a' - C \times i' \times N}{C} = \frac{a - C \times i \times N}{C'}$$

O bien:

$$M_1 = \frac{N}{S_{n|i}}$$

Por otra parte:

$$N_s = N \times \frac{a_{n-s|i}}{a_{n|i'}}$$

O bien:

$$C \times N_s = a' \times a_{n-s|i} \leftrightarrow C' \times N_s = a \times a_{n-s|i}$$

Y

$$m_s = N - N_s = N \times \frac{S_s|i'}{S_n|i'}$$

Empréstito con amortización seca, lote, y gastos de administración

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

Siendo unos gastos del g sobre las cuantías que se pagan, tenemos la siguiente estructura de anualidad del año s :

$$a = [C \times i \times (N_{s-1} - M_s) + C \times M_s + L] \times (1 + g)$$

En esta ocasión los títulos que se amortizan no reciben el último cupón: solo lo cobran $N_{s-1} - M_s$ títulos.

Agrupando las M_s , se tiene:

$$a = [C \times i \times N_{s-1} + C \times M_s \times (1 - i) + L] \times (1 + g)$$

Realizaremos la normalización dividiendo entre $(1+g)$ y pasar L al primer miembro de la igualdad y, finalmente, dividir entre $1-i$. Quedará $C \times M_s$ en el segundo miembro de la ecuación y las modificaciones efectuadas se aplican a la anualidad y al tipo de interés.

$$\left(\frac{a}{1+g} - L \right) \times \frac{1}{1-i} = C \times \frac{i}{1-i} \times N_{s-1} + C \times M_s$$
$$\downarrow$$
$$a' = C \times i' \times N_{s-1} + C \times M_s$$

Resolvemos a' :

$$a' = C \times N \times a_{n|i'}^{-1}$$

Sustituimos a' por su valor $a' = \left(\frac{a}{1+g} - L \right) \times \frac{1}{1-i}$ resulta:

$$a = (1 + g) \times [(1 - i) \times C \times N \times a_{n|i'}^{-1} + L]$$

Obtenemos el plan de amortización teniendo en cuenta que $i' = \frac{i}{1-i}$ a través de:

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i') = M_1 \times (1 + i')^s$$

Con:

CAPÍTULO 1

$$M_1 = \frac{a' - C \times i' \times N}{C} = \frac{a - C \times i \times N}{C'}$$

O bien:

$$M_1 = \frac{N}{S_{n|i}}$$

Por otra parte:

$$N_s = N \times \frac{a_{n-s|i}}{a_{n|i'}}$$

O bien:

$$C \times N_s = a' \times a_{n-s|i} \leftrightarrow C' \times N_s = a \times a_{n-s|i}$$

Y

$$m_s = N - N_s = N \times \frac{S_s|i'}{S_n|i'}$$

1.5.5.2. Empréstitos normalizables tipo II

Consideramos empréstitos con anualidad comercial variable y tanto al que se pagan los cupones constantes. Normalizaremos empréstitos en base a prima de amortización constante, lote constante, amortización seca y gastos de administración.

Empréstito con anualidad variable y prima de amortización constante

La estructura de la anualidad es:

$$a_s = C \times i \times N_s + C' \times M_s \quad \text{con } s = 1, 2, \dots, n$$

Siendo $C' = C + P$. Normalizaremos multiplicando por C/C'

$$a_s \times \frac{C}{C'} = C \times i \times \frac{C}{C'} \times N_{s-1} + C \times M_s$$

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

$$a'_s = C \times i' \times N_{s-1} + C \times M_s$$

Como podemos observar la estructura de la anualidad es de la misma forma que un empréstito normal del tipo II, por lo tanto, lo resolveremos de la misma manera sustituyendo las a'_s por las a_s

Empréstito con anualidad y tanto constante, y lote variable

La estructura de la anualidad del año s es:

$$a = C \times i \times N_{s-1} + C \times M_s + L_s$$

L_s representa el lote que se paga a los títulos que se amortizan en el sorteo s .

Normalizaremos pasando L_s al primer término:

$$\begin{aligned} a - L_s &= C \times i \times N_{s-1} + C \times M_s \\ a_s &= C \times i \times N_{s-1} + C \times M_s \end{aligned}$$

La ecuación de equivalencia financiera es:

$$\begin{aligned} C \times N &= \sum_{s=1}^n a'_s \times (1+i)^{-s} = \sum_{s=1}^n (a - L_s) \times (1+i)^{-s} \\ &= a \times \sum_{s=1}^n (1+i)^{-s} - \sum_{s=1}^n L_s \times (1+i)^{-s} \end{aligned}$$

Como $\sum_{s=1}^n (1+i)^{-s} = a_{n|i}$ despejando podemos obtener la anualidad comercial constante.

$$a = \frac{C \times N + \sum_{s=1}^n L_s \times (1+i)^{-s}}{a_{n|i}}$$

CAPÍTULO 1

Obtendremos el plan de amortización planteando el siguiente sistema de ecuaciones y resolviéndolo por diferencia.

$$\begin{aligned}a &= C \times i \times N_{s-1} + C \times M_s + L_s \\a &= C \times i \times N_s + C \times M_{s+1} + L_{s+1}\end{aligned}$$

Despejando obtenemos:

$$M_{s+1} = M_s \times (1 + i) + \frac{L_s - L_{s+1}}{C}$$

Para poder utilizar esta relación de recurrencia deberemos obtener primero M_1 :

$$M_1 = \frac{a - C \times i \times N - L_1}{C}$$

1.5.5.3. Empréstitos normalizables tipo III

Cuando las anualidades comerciales y los tantos son variables, y las características comerciales son prima de amortización constante, lote constante, amortización seca y gastos de administración hablamos de empréstitos normalizables tipo III

Empréstito con anualidades y tantos variables, y prima de amortización constante

La anualidad del año s :

$$a_s = C \times i_s \times N_{s-1} + C' \times M_s$$

Para normalizar multiplicaremos la anualidad por C/C' :

$$\begin{aligned}a_s \times \frac{C}{C'} &= C \times i_s \times \frac{C}{C'} \times N_{s-1} + C \times M_s \\&\quad \downarrow \\a'_s &= C \times i'_s \times N_{s-1} + C \times M_s\end{aligned}$$

La equivalencia financiera la marca la expresión:

CLASIFICACIÓN DE LOS EMPRÉSTITOS

$$C \times N = \sum_{s=1}^n a_s \prod_{h=1}^s (1 + i_h)^{-1}$$

y los títulos vivos, aplicando el método recurrente:

$$C \times N_s = C \times N_{s-1} \times (1 + i_s) - a_s$$

Empréstito con anualidad y tanto constantes, y prima de amortización variable

La estructura de la anualidad del año s es:

$$a = C \times i \times N_{s-1} + C_s \times M_s$$

El valor de reembolso coincide con $C_s = C + P_s$, normalizamos la anualidad por C/C_s con el objetivo de dejar $C \times M_s$

$$a \times \frac{C}{C_s} = C \times i \times \frac{C}{C_s} \times N_{s-1} + C \times M_s$$
$$\downarrow$$
$$a'_s = C \times i'_s \times N_{s-1} + C \times M_s$$

La ecuación de equivalencia financiera establece:

$$C \times N = \sum_{s=1}^n a'_s \times \prod_{h=1}^s (1 + i'_h)^{-1} = \sum_{s=1}^n a \times \frac{C}{C_s} \times \prod_{h=1}^s (1 + i'_h)^{-1} \rightarrow$$
$$a = \frac{N}{\sum_{s=1}^n \frac{1}{C_s} \times \prod_{h=1}^s (1 + i'_h)^{-1}}$$

y los títulos vivos, aplicando el método recurrente:

$$C \times N_s = C \times N_{s-1} \times (1 + i_s) - a_s$$

1.5.6. Empréstitos normalizables con cupón acumulado

A pesar de que en este tipo de empréstitos es menos común que ofrezcan características comerciales, algunas veces si se dan. Por ejemplo, el

CAPÍTULO 1

lote puede tener cierto atractivo, y los gastos de administración también suelen presentarse.

Empréstito con anualidad y tanto constantes, lote constante y gastos de administración

La anualidad del año s es:

$$a = [C \times (1 + i)^s + M_s + L] \times (1 + g)$$

Para normalizar dividiremos la ecuación entre $1+g$ y restamos L :

$$\frac{a}{1 + g} - L = C \times (1 + i)^s \times M_s$$

$$a' = C \times (1 + i)^s \times M_s$$

La ecuación de equivalencia financiera del empréstito normalizado presenta:

$$C \times N = a' \times a_{n|i} = \left(\frac{a}{1 + g}\right) - L \times a_{n|i} \rightarrow a = [C \times N \times a_{n|i} + L] \times (1 + g)$$

Para el plan de amortización utilizaremos las ecuaciones de un empréstito normal de tipo I pero teniendo en cuenta la anualidad normalizada a' .

CAPÍTULO 2
IMPLEMENTACIÓN CON
EXCEL Y ESCENARIO
DE SIMULACIÓN

CAPÍTULO 2

En este apartado vamos a realizar una serie de hojas Excel que contendrán algunos de los tipos de empréstitos explicados anteriormente. Dichas hojas Excel tienen como finalidad realizar cálculos semiautomáticos y con rapidez.

Una vez creadas las hojas Excel vamos a explicar en este documento Word su funcionamiento. Para que sea más simple entender los cálculos insertados en el Excel, utilizaremos ejemplos de poco volumen que no se corresponderían con la realidad, ya que como hemos nombrado anteriormente esta forma de financiación se utiliza cuando se necesita de una gran cantidad de capital.

2.1. EMPRÉSTITOS NORMALES CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS.

Se consideran como empréstitos normales aquellos cuyos términos amortizativos se utilizan solo para pagar cupones y las obligaciones que se amorticen en cada sorteo.

En las hojas Excel hemos insertado, empréstitos normales con cupones vencidos de tipo I y de tipo II.

Es decir, cuando abrimos el archivo Excel en la parte inferior izquierda de la ventana nos encontramos dos pestañas, que pertenecen a cada uno de los dos tipos de empréstitos que vamos a explicar. La primera pestaña coincide con el empréstito normal con cupones vencidos tipo I y la segunda pestaña con el de tipo II.

2.1.1. Empréstitos normales con pago de cupones vencidos Tipo I

A continuación, insertaremos una imagen general de la hoja Excel y poco a poco la iremos desgranando. Para explicar su funcionamiento y los datos que obtenemos.

EMPRÉSTITOS NORMALES TIPO I CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS														
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS				AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO				
Número de Títulos	N	100.000	Interés	i	0,06	AÑO	Parcial	Parcial(redondeado)	Acumu	Vivos	Interés	Amortización	Anualidad	Pendiente
Nominal	C	1.000	Anualidad	a	23.739.640,04	0	17.739,64	17.740	17.740	100.000	6.000.000	17.739.640	23.739.640	82.260.359,96
Nº Periodos	n	5	Títulos amortizados en el primer sorteo	M1	17.739,64	1	18.804,02	18.804	36.544	82.260	4.935.600	18.804.018	23.739.618	63.456.341,51
Cupón	60					2	19.932,26	19.932	56.476	43.524	3.807.360	19.932.260	23.739.620	43.524.081,96
						4	21.128,20	21.128	77.604	22.396	2.611.440	21.128.195	23.739.625	22.395.886,83
						5	22.395,89	22.396	100.000	0	1.943.760	22.395.887	23.739.647	0,00

Figura 2. Vista general empréstitos normales Tipo I con pago de cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Como podemos observar cuando abrimos el archivo Excel, por defecto se nos muestra el cuadro que acabamos de insertar, el cual corresponde con los empréstitos normales de tipo I con pago de cupones vencidos, como su propio título indica, los cuales se caracterizan por tener los términos y los réditos constantes.

En un primer vistazo observamos tres partes bien diferenciadas, la primera corresponde con los datos del empréstito, la segunda son cálculos intermedios necesarios y la tercera el cuadro de amortización. Esto siempre que miremos de izquierda a derecha.

DATOS DE ENTRADA	
Número de Títulos=	N= 100.000
Nominal=	C= 1.000
Nº Periodos=	n= 5
	Cupón= 60

*Figura 3. Datos entrada empréstitos normales Tipo I con pago de cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia*

Comenzaremos explicando que encontramos en los datos de entrada. Estos datos son los que contienen las características del empréstito y que harán variar toda la hoja Excel.

Para el ejemplo hemos elegido un empréstito formado por 100.000 títulos, a los que denominaremos con la letra "N", dichos títulos tendrán un valor nominal de 1.000€, a los que denominaremos con la letra "C", dicho empréstito tendrá una duración de 5 años, lo denominaremos con la letra "n", y un cupón de 60€.

Como hemos dicho anteriormente si queremos que nuestro empréstito tenga otras características podremos modificar cualquiera de los datos que hemos puesto como ejemplo.

CÁLCULOS INTERMEDIOS	
Interés=	i= 0,06
Anualidad=	a= 23.739.640,04
	$a n l i = 4,212363786$
Títulos amortizados en el primer sorteo	M1= 17.739,64

*Figura 4. Cálculos intermedios empréstitos con cupones vencidos tipo I.
Fuente: Elaboración propia*

CAPÍTULO 2

Las casillas que corresponden con cálculos intermedios contienen cálculos necesarios para poder formar el cuadro de amortización.

Lo primero que observamos es que hemos obtenido el tipo de interés que tiene la operación. Dicho tipo de interés ha sido obtenido de la siguiente manera.

$$i = \frac{\text{Cupon}}{N}$$

Como acabamos de observar lo relacionamos con la letra "i".

A continuación, encontramos la anualidad, pero como depende de "anli" la explicaremos más adelante.

El factor "anli" se obtiene ${}_{anli} = (1 + i)^{-1} + (1 + i)^{-2} + \dots + (1 + i)^{-n}$, como podemos observar este factor depende de "i" y del número de periodos. Este cálculo no es automático, pero lo obtendremos de una forma sencilla, aplicaremos la formula anteriormente descrita teniendo en cuenta que se debe repetir según el número de periodos que tenga nuestro empréstito. En nuestro caso está formado por:

$${}_{anli} = (1 + 0,06)^{-1} + (1 + 0,06)^{-2} + (1 + 0,06)^{-3} + (1 + 0,06)^{-4} + (1 + 0,06)^{-5}$$

Una vez obtenido este cálculo la anualidad aparecerá automáticamente, no obstante, vamos a explicar cómo se obtiene. Obtendremos la anualidad utilizando la ecuación de equivalencia financiera:

$$a = \frac{C \times N}{{}_{anli}}$$

Por último, observamos que se han calculado de manera automática también el número de títulos amortizados en el primer sorteo, a los cuales denominaremos M_1 . Pero de todas formas desgranaremos como lo hemos obtenido, la formula tiene la siguiente forma.

$$M_1 = \frac{a - \text{Cupon} \times N}{C}$$

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Una vez explicados los cálculos intermedios ya podemos observar como se ha obtenido el cuadro de amortización.

EMPRÉSTITOS NORMALES TIPO I CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS								
AÑO	AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS				AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO			
	Parcial	Parcial(redondeado)	Acumu	Vivos	Interés	Amortización	Anualidad	Pendiente
0				100.000				100.000.000
1	17.739,64	17.740	17.740	82.260	6.000.000	17.739.640	23.739.640	82.260.359,96
2	18.804,02	18.804	36.544	63.456	4.935.600	18.804.018	23.739.618	63.456.341,51
3	19.932,26	19.932	56.476	43.524	3.807.360	19.932.260	23.739.620	43.524.081,96
4	21.128,20	21.128	77.604	22.396	2.611.440	21.128.195	23.739.635	22.395.886,83
5	22.395,89	22.396	100.000	0	1.343.760	22.395.887	23.739.647	0,00

Figura 5. Cuadro amortización empréstitos normales tipo I con pago de cupones vencidos.

Fuente: Elaboración propia

Lo primero que observamos en el cuadro de amortización de derecha a izquierda, es el número de años que dura la operación. El cálculo de este dato es semiautomático ya que por defecto aparecerá con cinco periodos, pero si queremos realizar más o menos periodos solo deberemos colocarnos, en la casilla que encontramos con el número "1" y estirar hacia abajo hasta dar con el número de periodos que tenga como duración el empréstito.

A continuación, vamos a describir los datos que aparecen en el área denominada "Amortización de títulos"

En la columna denominada "parcial" encontramos el número de títulos que se amortizan en cada sorteo. Los títulos amortizados en el primer periodo han sido calculados previamente, en el cuadro denominado "cálculos intermedios" más concretamente corresponde con " M_1 ". Los títulos amortizados en el segundo año se han obtenido multiplicando, los títulos del año anterior por $(1+i)$ que en este caso es $(1+0,06)$. El resto de años se obtendrían arrastrando hacia abajo la celda correspondiente a los títulos amortizados en el segundo año, en este caso han sido cinco años, pero deberemos arrastrar la casilla hasta alcanzar el mismo número de años que tenga como duración el empréstito. Cabe destacar que los cálculos citados anteriormente están introducidos de manera automática, solo se debe realizar la acción de arrastre si procede.

Debido a que no se pueden amortizar fracciones de títulos, en la columna la denominada "Parcial (redondeado)" hemos realizado el redondeo de los títulos amortizados previamente calculados. En nuestro caso el Excel está programado para realizar esta acción de manera automática, solo deberemos arrastrar la casilla hacia abajo hasta alcanzar los años de los que consta el empréstito.

La columna denominada "Acumu" solo suma los títulos que se han amortizado en cada sorteo. La celda que contiene los títulos acumulados en el primer periodo referencia a la celda correspondiente a "parcial (redondeado)", la celda que corresponde con el segundo año realiza la suma de "Acumu" del año anterior más los títulos amortizados este año. El resto han sido obtenido

CAPÍTULO 2

arrastrando, en nuestro caso han sido cinco años, pero deberemos arrastrar conforme los años que dura el empréstito.

En la columna la denominada “vivos” aparecen los títulos que quedan por amortizar en cada momento. En el año cero todavía no se ha amortizado ningún título por lo tanto esta celda referencia a la denominada “N” situada en “datos de entrada”. El segundo año lo hemos obtenido restando a la celda del año anterior (es decir al total de títulos) los títulos amortizados en ese año, el resto de años se han obtenido arrastrando la celda correspondiente con el año dos. En nuestro caso el empréstito utilizado como ejemplo tiene como duración cinco años, pero el arrastre deberá adaptarse al número de años que dura el empréstito.

A continuación, vamos a explicar los datos que aparecen en el área “Amortización de empréstito” así como el funcionamiento de sus celdas

Comenzaremos observando la columna que determina los intereses a pagar en cada sorteo. Los intereses los obtenemos con la siguiente fórmula $intereses = C \times i \times N^{\circ} \text{títulos vivos}$. Cabe destacar que los títulos vivos son los que no han sido amortizados hasta el día del sorteo en el que nos situemos, por lo tanto, utilizaremos los del periodo anterior. En nuestro caso hemos realizado el cálculo en el periodo uno y hemos arrastrado hasta llegar al año cinco, si el empréstito tuviera una duración mayor o menor arrastraríamos como procediera.

Seguidamente vemos la columna denominada “amortización” en la que encontramos el valor que tienen los títulos amortizados en cada sorteo. Por lo tanto, los obtendremos multiplicando el número de títulos amortizados en el sorteo por el nominal de cada título. En nuestro caso solo ha sido calcular el del primer año y después arrastramos la celda hasta el año cinco, si la duración fuera mayor o menos arrastraríamos hasta alcanzar el número de años que consta en los datos del empréstito.

En la columna “anualidad” encontramos el coste que tiene para la empresa la amortización de cada sorteo, aunque se puede obtener de distintas formas en nuestro caso hemos sumado los intereses más la amortización, como podemos comprobar se obtiene el mismo resultado que la anualidad obtenido previamente mediante la fórmula. El resto de años se obtienen arrastrando hacia abajo. Aunque habíamos dicho que las anualidades son constantes observamos que no lo son en un sentido matemático estricto, esto es consecuencia del redondeo, la diferencia entre una anualidad y otra puede llegar a ser de un importe C, en este caso la diferencia más grande es de 1.000€ que no es una diferencia significativa.

Finalmente observamos el en la columna “pendiente” lo que nos falta por amortizar. El año cero lo obtenemos multiplicando $C \times N$, el primer año se consigue restando el total menos la amortización de ese año, y el resto se calculan automáticamente arrastrando el número de años necesarios. En nuestro caso el Excel está preparado para calcular de manera automática cinco años, pero si procediera arrastraríamos más años o borraríamos los que sobrarán.

2.1.2. Empréstitos normales con pago de cupones vencidos tipo II

En este tipo de empréstitos las anualidades son variables y los términos constantes.

Una vez aclarado esto vamos a proceder a explicar la plantilla Excel.

Una vez abierta la hoja Excel, en las pestañas que podemos observar en la parte inferior, seleccionaremos la denominada “Empréstitos normales Tipo II”, de no ser que estuviera ya seleccionada y nos apareciera el cuadro que adjuntamos a continuación.

EMPRÉSTITOS NORMALES TIPO II CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS													
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS			AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO				
Número de Títulos=	N=	100.000	Interés=	i=	0,06	Año	Parcial	Acumu	Vivos	Interés	Amortización	Anualidad	Pendiente
Nominal=	C=	1.000	Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	20.000	0			100.000				100.000.000
Nº Periodos=	n=	5	Decrece=		1.200.000	1	20.000	20.000	80.000	6.000.000	20.000.000	26.000.000	80.000.000
Cupón=		60				2	20.000	40.000	60.000	4.800.000	20.000.000	24.800.000	60.000.000
Las anualidades decrecerán en razón C*I*M						3	20.000	60.000	40.000	3.600.000	20.000.000	23.600.000	40.000.000
Se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo						4	20.000	80.000	20.000	2.400.000	20.000.000	22.400.000	20.000.000
						5	20.000	100.000		0	1.200.000	21.200.000	0

Figura 6. Vista general empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

En un primer vistazo podemos darnos cuenta de que existen tres áreas bien diferenciadas. La primera es en la que se encuentran los datos del empréstito, la segunda cálculos intermedios y en tercer lugar el cuadro de amortización.

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1.000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupón=	60
Las anualidades decrecerán en razón C*I*M		
Se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo		

Figura 7. Datos de entrada empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

En los datos de entrada hemos introducido un ejemplo numérico para que sea más sencillo asimilar los cálculos. El empréstito constará de las siguientes características: Numero de títulos=100.000, Nominal=1.000€, Periodos=5, Cupón=60, La anualidad decrecerá en razón de $C \times i \times M$ y se amortizaran el mismo número de títulos en cada sorteo.

CAPÍTULO 2

CÁLCULOS INTERMEDIOS		
Interés=	i=	0,06
Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	20.000
	Decrece=	1.200.000

Figura 8. Cálculos intermedios empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

En los cálculos intermedios encontramos el tipo de interés calculado que aparece de forma automática ya que ha sido integrada la fórmula $i = \frac{\text{Cupon}}{N}$.

Seguidamente encontramos los títulos que se han amortizado en el primer sorteo, que en este caso al tratarse de un empréstito en el que se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo coincidirá además con el de todos los años, lo hemos calculado aplicando

$$\text{Títulos amortizados en el primer sorteo} = \frac{N}{n}$$

Por último, hemos calculado la razón en la que decrece cada anualidad que resulta de multiplicar $C \times i \times M$.

Los datos que aparecen en esta tabla se calculan de manera automática.

EMPRÉSTITOS NORMALES TIPO II CON PAGO DE CUPONES VENCIDOS							
Año	AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS			AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO			
	Parcial	Acumu	Vivos	Interés	Amortización	Anualidad	Pendiente
0			100.000				100.000.000
1	20.000	20.000	80.000	6.000.000	20.000.000	26.000.000	80.000.000
2	20.000	40.000	60.000	4.800.000	20.000.000	24.800.000	60.000.000
3	20.000	60.000	40.000	3.600.000	20.000.000	23.600.000	40.000.000
4	20.000	80.000	20.000	2.400.000	20.000.000	22.400.000	20.000.000
5	20.000	100.000	0	1.200.000	20.000.000	21.200.000	0

Figura 9. Cuadro amortización empréstitos normales tipo II pago de cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

Los cálculos realizados en este cuadro de amortización se modifican de manera automática al cambiar los datos de entrada, pero es posible que se necesite alguna pequeña rectificación que más adelante explicaremos.

En cuanto al número de años, en nuestro caso hemos decidido que el empréstito tiene una duración de cinco años, pero si necesitaríamos otra

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

duración diferente bastaría con arrastrar la celda que se encuentra con el número uno hasta alcanzar los periodos deseados.

A continuación, explicaremos el área definida por “amortización de títulos”.

El número de títulos que se amortizan en cada sorteo lo encontramos en la columna denominada “parcial”. En este caso como se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo, y ya habíamos calculado los títulos amortizados en el sorteo número uno, solo deberemos introducir la casilla en la que habíamos realizado el cálculo en la columna parcial del año uno y estirar hacia abajo respecto al número de años que dure el empréstito.

En la columna “Acumu” encontramos los títulos que se han amortizado hasta el último sorteo, por ello solo deberemos sumar en el año dos los títulos amortizados en el año uno y año dos, para posteriormente estirar hacia abajo hasta completar la duración del empréstito.

La columna que denominamos con el nombre “Vivos” hace referencia al número de títulos que todavía no han sido amortizados. El año hace referencia al total de títulos ya que todavía no habíamos amortizado ninguno, y se obtiene introduciendo la casilla de los datos de entrada. En el año uno le restamos al total los títulos amortizados ese año, cálculo que se realiza automáticamente ya que está programado para ello, para obtener los demás estiramos la celda del año uno hasta que cubramos la duración del empréstito.

Continuamos explicando el área “amortización del empréstito”.

Lo primero que se nos presenta es la columna interés, se calcula multiplicando el número de títulos vivos hasta ese momento por el nominal y el tipo de interés. Se calcula el primer año y después se arrastra. En este caso el cálculo aparece automáticamente, y deberemos estirar la celda del primer año hasta completar el número de años del empréstito.

La amortización la obtenemos multiplicando el número de títulos amortizados en ese año por el nominal. Los cálculos se realizan de manera automática solo deberemos arrastrar la celda del primer año el número de periodos que necesitemos.

La anualidad en este caso está calculada en el año uno, en el año dos le aplicamos el factor de decrecimiento y a partir de este año estiramos hacia abajo según los años que necesitemos. No obstante, la fórmula para obtener la primera anualidad es la siguiente $a = C \times i \times N + C \times M$ y el factor de decrecimiento lo habíamos calculado previamente.

Por último, en la columna “Pendiente” encontramos que parte del empréstito falta por amortizar. El año cero se obtiene multiplicando $C \times N$, el primer año se obtendrá restando a esta cantidad la amortización del año y a partir de aquí estiraremos según la duración del empréstito.

2.2. EMPRESTITO CON PAGO DE LOS INTERESES ACUMULADOS

Vamos a considerar como empréstitos con pago de los intereses acumulados aquellos cuyos títulos no perciben ninguna cuantía hasta que no resultan amortizados.

En las hojas Excel hemos insertado, empréstitos con pago de los intereses acumulados de tipo I y de tipo II.

Es decir, cuando abrimos el archivo Excel en la parte inferior izquierda de la ventana nos encontramos dos pestañas, que pertenecen a cada uno de los dos tipos de empréstitos que vamos a explicar. La primera pestaña coincide con el empréstito con pago de los intereses acumulados tipo I y la segunda pestaña con el de tipo II.

2.2.1. Empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I

A continuación, insertamos una imagen general de la hoja Excel y poco a poco iremos describiendo las partes que la componen.

EMPRÉSTITOS CON PAGO DE LOS INTERESES ACUMULADOS TIPO I														
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS				AMORTIZACIÓN DEL EMPRÉSTITO				
Número de Títulos=	N=	100.000	Interés=	i=	0,06	Año	Parcial	Parcial (redondeado)	Acumu	Vivos	Interes	Amortización	Anualidad	Pendiente
Nominal=	C=	1.000	Anualidad=	a=	23.739.640	0				100.000				100.000.000
Nº Periodos=	n=	5	Títulos amortizados en el primer sorteo	am i	4,21236379	1	22.395,89	22.396	22.396	77.604	1.343.760	22.396.000	23.739.760	77.604.000
Cupón=		60	MI=		22.395,89	2	21.128,20	21.128	43.524	56.476	2.611.440	21.128.000	23.739.440	56.476.000
						3	19.932,26	19.932	63.456	36.544	3.807.360	19.932.000	23.739.360	36.544.000
						4	18.804,02	18.804	82.260	17.740	4.935.600	18.804.000	23.739.600	17.740.000
						5	17.739,64	17.740	100.000	0	6.000.000	17.740.000	23.740.000	0

Figura 10. Visión general empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.
Fuente: Elaboración propia

Los empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I tienen anualidades y réditos constantes.

De la misma manera que los anteriores empréstitos, encontramos primero los datos de entrada que son los que determinan las cuantías del empréstito.

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1.000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupón=	60

Figura 11. Datos entrada empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.
Fuente: Elaboración propia

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Seguidamente vamos a realizar unos cálculos intermedios para poder realizar el cuadro de amortización.

CÁLCULOS INTERMEDIOS		
Interés=	i=	0,06
Anualidad=	a=	23.739.640
	$a_n i$	4,21236379
Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	22.395,89

Figura 12. Cálculos intermedios empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.
Fuente: Elaboración propia

Lo primero que hemos realizado es el cálculo del tipo de interés con la fórmula $i = \frac{\text{Cupon}}{N}$. El archivo está programado para que se calcule automáticamente.

A continuación, aparece la anualidad, pero hay que calcular previamente $a_n|i$. Dicho cálculo se realizará como hemos indicado previamente en el empréstito normal tipo I con pago de cupones vencidos.

Una vez obtenido este cálculo la anualidad aparecerá automáticamente, no obstante, vamos a explicar cómo se obtiene. Obtendremos la anualidad utilizando la ecuación de equivalencia financiera:

$$a = \frac{C \times N}{a_n|i}$$

Por último, observamos que se han calculado de manera automática también el número de títulos amortizados en el primer sorteo, a los cuales denominaremos M_1 . Pero de todas formas desgranaremos como lo hemos obtenido, la fórmula tiene la siguiente forma.

$$M_1 = \frac{a}{C \times (1 + i)}$$

CAPÍTULO 2

Debido a como está programada la hoja Excel los cálculos del cuadro de amortización se habrán realizado de forma automática, pero en caso de que los años que dura el empréstito habrá que realizar ciertos ajustes, además vamos a ir explicando cómo hemos obtenido cada ítem de la tabla.

EMPRÉSTITOS CON PAGO DE LOS INTERESES ACUMULADOS TIPO I								
Año	AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS				AMORTIZACIÓN DEL EMPRÉSTITO			
	Parcial	Parcial (redondeado)	Acumu	Vivos	Interes	Amortización	Anualidad	Pendiente
0				100.000				100.000.000
1	22.395,89	22.396	22.396	77.604	1.343.760	22.396.000	23.739.760	77.604.000
2	21.128,20	21.128	43.524	56.476	2.611.440	21.128.000	23.739.440	56.476.000
3	19.932,26	19.932	63.456	36.544	3.807.360	19.932.000	23.739.360	36.544.000
4	18.804,02	18.804	82.260	17.740	4.935.600	18.804.000	23.739.600	17.740.000
5	17.739,64	17.740	100.000	0	6.000.000	17.740.000	23.740.000	0

Figura 13. Cuadro amortización empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo I.

Fuente: Elaboración propia

Para poder modificar el número de años que dura el empréstito, simplemente deberemos estirar la celda que contiene el año 1 hasta que alcancemos los periodos deseados.

En “Parcial” encontramos el número de títulos que se amortizan en cada sorteo, los amortizados en el primer año se consiguen en los cálculos previo así que hemos insertado dicha casilla que se denomina M_1 . Para calcular el segundo año dividimos los títulos obtenidos en el año anterior entre $(1+i)$. Para los siguientes años arrastramos hasta alcanzar la duración del empréstito.

Debido a que no se pueden amortizar fracciones de títulos, en la columna la denominada “Parcial (redondeado)” hemos realizado el redondeo de los títulos amortizados previamente calculados. La realización de dicho redondeo se realiza de la misma forma que ya hemos explicado en el empréstito normal tipo I con pago de cupones vencidos.

La columna denominada “Acumu” solo suma los títulos que se han amortizado en cada sorteo. La celda que contiene los títulos acumulados en el primer periodo referencia a la celda correspondiente a “parcial (redondeado)”, la celda que corresponde con el segundo año realiza la suma de “Acumu” del año anterior más los títulos amortizados este año. El resto han sido obtenido arrastrando, en nuestro caso han sido cinco años, pero deberemos arrastrar conforme los años que dura el empréstito.

En la columna la denominada “vivos” aparecen los títulos que quedan por amortizar en cada momento. En el año cero todavía no se ha amortizado ningún título por lo tanto esta celda referencia a la denominada “N” situada en “datos de entrada”. El segundo año lo hemos obtenido restando a la celda del año anterior (es decir al total de títulos) los títulos amortizados en ese año, el resto de años

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

se han obtenido arrastrando la celda correspondiente con el año dos. En nuestro caso el empréstito utilizado como ejemplo tiene como duración cinco años, pero el arrastre deberá adaptarse al número de años que dura el empréstito.

A continuación, vamos a explicar cómo obtener la amortización del empréstito.

Lo primero que vamos a obtener son los intereses, en este caso se calculan multiplicando $C \times i \times \text{Número de títulos amortizados hasta ese sorteo}$. Por lo tanto, calcularemos el primer año y arrastraremos hasta completar los años que dura el empréstito. Como los cálculos están integrados, solo tendremos que arrastrar desde la primera cuota de interés hacia abajo.

A continuación, obtenemos la amortización de cada año del empréstito. Los cálculos están integrados así que solo sería necesario arrastrar la amortización del año uno hasta alcanzar la duración del empréstito. No obstante, la primera cuota la hemos obtenido multiplicando los títulos amortizados ese año multiplicados por el nominal.

Para obtener la anualidad simplemente hemos sumado intereses más amortización, aunque en este caso queda contrastada la primera anualidad en los cálculos previos que hemos realizado con la fórmula. Para obtener los demás años simplemente arrastraremos la celda de la primera cuota el número de veces necesario.

Por último, tenemos la columna de capital vivo, el año cero cuando todavía no se ha amortizado nada se calcula con $C \times i$. El año uno se obtendrá restando al resultado anterior la amortización de ese año. Para los demás arrastraremos "n" veces según aparezcan en las condiciones el empréstito.

2.2.2. Empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II

Primero vamos a ofrecer una imagen general de la hoja Excel del empréstito que utilizaremos como plantilla.

EMPRÉSTITOS CON PAGO DE LOS INTERESES ACUMULADOS TIPO II													
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS			AMORTIZACIÓN DEL EMPRESTITO				
Número de Títulos	N°	100.000	Interés	i=	0,06	Año	Parcial	Acumu	Vivos	Intereses	Amortización/Anualidad	Pendiente	
Nominal	C=	1.000	Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	20.000	0			100.000			100.000,000	
Nº Periodos	n=	5	Anualidad	a=	21.200.000	1	20.000	20.000	80.000	1.200.000	20.000.000	21.200.000	80.000.000
Cupon	c=	60				2	20.000	40.000	60.000	2.472.000	20.000.000	22.472.000	60.000.000
Se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo													
Los terminos amortizativos crecen en progresin geométrica a razón (1+i)													
						3	20.000	60.000	40.000	3.820.320	20.000.000	23.820.320	40.000.000
						4	20.000	80.000	20.000	5.249.539	20.000.000	25.249.539	20.000.000
						5	20.000	100.000	0	6.784.512	20.000.000	26.784.512	0

Figura 14. Vista general empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO 2

Los empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II se caracterizan por tener las anualidades variables.

Para tratar de comprender como funciona este empréstito hemos utilizado un ejemplo con las siguientes características: Número de títulos= 100.000, Nominal=1.000, Cupón=60, se amortizan mismo número de títulos en cada sorteo y los términos amortizativos en progresión geométrica de razón (1+i). Todos estos datos podemos encontrarlos en el apartado datos de entrada de Excel.

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1.000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupon=	60
Se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo		
Los terminos amortizativos crecen en progresin geométrica a razón (1+i)		

Figura 15. Datos entrada empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.
Fuente: Elaboración propia

A continuación, vamos a describir los cálculos intermedios necesarios para obtener el cuadro de amortización del empréstito.

CÁLCULOS INTERMEDIOS		
Interés=	i=	0,06
Títulos amortizados en el primer sorteo=	M1=	20.000
Anualidad=	a=	21.200.000

Figura 16. Cálculos intermedios empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.
Fuente: Elaboración propia

Lo primero que hemos calculado es el tipo de interés con la siguiente formula $i = \frac{\text{Cupon}}{N}$. En nuestro caso se calcula automáticamente.

El número de títulos amortizados en el primer sorteo se obtiene fácilmente ya que este empréstito tiene como característica que se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo. Obtendremos M_1 realizando el cálculo N/n .

Además, hemos calculado la anualidad a a partir de la formula $a = C \times M \times (1 + i)$. En este documento se realiza el cálculo automáticamente.

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

A continuación, presentamos el cuadro de amortización que describiremos seguidamente.

EMPRÉSTITOS CON PAGO DE LOS INTERESES ACUMULADOS TIPO II							
Año	AMORTIZACIÓN DE TÍTULOS			AMORTIZACIÓN DEL EMPRESTITO			
	Parcial	Acumu	Vivos	Intereses	Amortización	Anualidad	Pendiente
0			100.000				100.000.000
1	20.000	20.000	80.000	1.200.000	20.000.000	21.200.000	80.000.000
2	20.000	40.000	60.000	2.472.000	20.000.000	22.472.000	60.000.000
3	20.000	60.000	40.000	3.820.320	20.000.000	23.820.320	40.000.000
4	20.000	80.000	20.000	5.249.539	20.000.000	25.249.539	20.000.000
5	20.000	100.000	0	6.764.512	20.000.000	26.764.512	0

Figura 17. Cuadro amortización empréstitos con pago de los intereses acumulados tipo II.
Fuente: Elaboración propia

La columna años se deberá adaptar, ya que en nuestra plantilla está adaptada para utilizarla en empréstitos que tienen una duración de cinco años. Si el empréstito tiene una duración diferente deberemos arrastrar la celda que contiene el número 1 hasta alcanzar la duración necesaria.

En el apartado denominado "Parcial" encontramos el número de títulos amortizados en cada sorteo. Hemos calculado previamente los correspondientes al primer sorteo, y lo hemos referenciado. Debido a que todos los años se amortiza el mismo número de títulos arrastraremos la celda del año 1 hasta que se cubra los n periodos del empréstito.

La columna "Acumu" muestra los títulos amortizados hasta el momento del último sorteo, en la hoja Excel está colocada la fórmula automáticamente, pero en este caso deberemos arrastrar los años necesarios la celda situada en el año 2.

A continuación, vemos los títulos que todavía no se han amortizado. Que los obtenemos restándole al total los títulos amortizados hasta ese momento. Como ya está preparada la tabla para calcularse automáticamente simplemente deberemos arrastrar la celda correspondiente al año 1 hasta completar la duración del empréstito.

Seguidamente vemos la columna intereses, pero todavía no la vamos a describir ya que necesitamos realizar cálculos previos.

Para obtener la amortización, multiplicaremos el número de títulos amortizados en cada sorteo por el nominal de cada título. Como se amortizan el mismo número de títulos en cada sorteo, calcularemos el primer sorteo y simplemente arrastraremos los años que indiquen los datos del empréstito.

CAPÍTULO 2

La anualidad del año 1 la hemos referenciando el cuadro cálculos intermedios, que contiene la formula $a = C \times M \times (1 + i)$. Para obtener los siguientes años simplemente debemos multiplicar la anualidad del año anterior por $(1+i)$, hemos preparado el Excel para que lo calcule automáticamente, pero deberemos arrastrar la celda de anualidad del año 2 tantas veces como años dure el empréstito.

Una vez calculados amortización y anualidad podremos obtener los intereses. Aplicaremos anualidad menos amortización para obtener los intereses que contienen dicha anualidad. Arrastrando la celda del año uno n veces obtendremos automáticamente los intereses de cada año.

Por último, calcularemos el capital pendiente de amortizar. En el año cero todavía no se ha amortizado ningún título por tanto obtendremos multiplicando $C \times N$. El año 1 se obtiene restando el año cero menos la amortización del año 1. El resto de años los obtendremos arrastrando la celda del año 1.

2.3. EMPRÉSTITOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES

En algunas ocasiones el propio emisor ofrece algunas condiciones complementarias a la operación para conseguir que sea más atractivo el empréstito, a dichas condiciones se les denomina características comerciales. Dichas características pueden alterar las cuantías que entrega el emisor, modificando su tanto efectivo de coste.

Debido a que algunas de estas características modifican la estructura de la anualidad y el plan de amortización se debe realizar una normalización.

Normalizar consiste en transformar un empréstito con características comerciales en otro que siga la misma estructura que los empréstitos normales.

2.3.1. Empréstitos normalizables al tipo I

2.3.1.1. Empréstito normalizable al tipo I con prima de amortización constante

A continuación, ofrecemos una imagen general de la hoja Excel que contiene la plantilla para realizar los cálculos de un empréstito con prima de amortización constante.

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

EMPÉRSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES														
NORMALIZABLES AL TIPO I														
EMPÉRSTITO CON PRIMA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE														
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN TÍTULOS			AMORTIZACIÓN DEL EMPÉRSTITO					
Número de Títulos=	N=	100.000	Interés=	i=	0,06	Año	Parcial	Parcial (redondeado)	Acumulado	Vivos	Intereses	Amortización	Anualidad	Pendiente
Nominal=	C=	1.000	Nominal prima=	C'	1.060 €	0				100.000				
Nº Periodos=	n=	5	Interés prima=	i'	0,0566038	1	17.860,35	17.860	17.860	82.140	6.000.000	18.931.600	24.931.600	87.068.400
Cupón=		60	Anualidad prima=	a'	23.520.726,59	2	18.871,31	36.731	63.269	4.928.400	20.003.260	24.931.600	67.065.140	
Prima amortización=		60 €	Anualidad=	a	24.931.970,18	3	19.939,50	56.671	83.239	3.786.140	21.136.400	24.931.600	45.928.740	
			Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	17.860,35	4	21.068,15	77.739	22.261	2.599.740	22.333.080	24.931.600	23.596.660	
						5	22.260,89	22.261	100.000	0	1.335.660	23.596.660	24.932.320	0

Figura 18. Vista general empréstimos normalizables al tipo I con prima de amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

Lo primero que encontramos son los datos de entrada con las características del empréstimo. Hemos utilizado un ejemplo numérico para que sea más sencillo comprenderlo.

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1.000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupón=	60
	Prima amortización=	60 €

Figura 19. Datos entrada empréstimos normalizables al tipo I con prima de amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

En cuanto a estos datos, como podemos observar son iguales a un empréstimo normal de tipo I pero con la salvedad de que este tiene una prima por amortización de 20€. Este dato es clave ya que va a modificar la mayoría de los cálculos.

CÁLCULOS INTERMEDIOS		
Interés=	i=	0,06
Nominal prima=	C'=	1.060 €
Interés prima=	i' =	0,0566038
Anualidad prima=	a' =	23.520.726,59
	an i'	4,251569339
Anualidad=	a=	24.931.970,18
Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	17.860,35

Figura 20. Cálculos intermedios empréstimos normalizables al tipo I con prima de amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

Si observamos el cuadro de cálculos intermedios lo primero que calculamos es el tipo de interés, aplicando la fórmula $i = \frac{\text{Cupon}}{N}$.

CAPÍTULO 2

Debido a la prima de amortización se modifica el nominal de la operación, por lo tanto, debemos calcular este nuevo nominal C' . Lo conseguiremos sumando C +Prima amortización.

Por el mismo motivo el tipo de interés se ve modificado, y por lo tanto calcularemos un i' a través de la fórmula $i' = i \times \frac{C}{C'}$.

Lo siguiente que nos aparece es la anualidad prima, pero para poder calcularlo necesitaremos primero obtener el factor " $a_{n|i'}$ ". Para obtener dicho factor aplicaremos $a_{n|i'} = (1 + i')^{-1} + (1 + i')^{-2} + \dots + (1 + i')^{-n}$, como podemos observar este factor depende de i' y del número de periodos. Este cálculo no es automático, pero lo obtendremos de una forma sencilla, aplicaremos la fórmula anteriormente descrita teniendo en cuenta que se debe repetir según el número de periodos que tenga nuestro empréstito. En nuestro caso está formado por:

$$a_{n|i'} = (1 + 0,0588235)^{-1} + (1 + 0,0588235)^{-2} + (1 + 0,0588235)^{-3} + (1 + 0,0588235)^{-4} + (1 + 0,0588235)^{-5}$$

La anualidad que acabamos de calcular es una anualidad ficticia que utilizamos como paso intermedio para obtener la anualidad comercial constante. Aunque nos aparecerán los cálculos de manera automática, la fórmula utilizada es $a = \frac{C' \times N}{a_{n|i'}}$.

El último dato obtenido en esta fase es M_1 que también aparecerá de manera automática y cuya fórmula es $M_1 = \frac{a' - C \times i' \times N}{C}$.

A partir de aquí vamos a construir el cuadro de amortización.

EMPRÉSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES									
			NORMALIZABLES AL TIPO I						
			EMPRÉSTITO CON PRIMA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE						
			AMORTIZACIÓN TÍTULOS			AMORTIZACIÓN DEL EMPRÉSTITO			
Año	Parcial	Parcial (redondeado)	Acumu	Vivos	Intereses	Amortización	Anualidad	Pendiente	
0				100.000				106.000.000	
1	17.860,35	17.860	17.860	82.140	6.000.000	18.931.600	24.931.600	87.068.400	
2	18.871,31	18.871	36.731	63.269	4.928.400	20.003.260	24.931.660	67.065.140	
3	19.939,50	19.940	56.671	43.329	3.796.140	21.136.400	24.932.540	45.928.740	
4	21.068,15	21.068	77.739	22.261	2.599.740	22.332.080	24.931.820	23.596.660	
5	22.260,69	22.261	100.000	0	1.335.660	23.596.660	24.932.320	0	

Figura 21. empréstitos normalizables al tipo I con prima de amortización constante.

Fuente: Elaboración propia

Lo primero que encontramos es la duración del empréstito, nuestra hoja Excel está preparada para un empréstito con duración cinco años, si el empréstito tuviera otra duración distinta deberíamos situarnos en la casilla que

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

contiene un 1 y arrastrar el número de veces necesarias para alcanzar la duración del empréstito.

En cuanto a la columna denominada “Parcial” encontramos el número real de títulos amortizados en cada sorteo, el primer sorteo ha sido calculado previamente en la casilla M1 por lo tanto hemos referenciado dicha casilla. Para el segundo sorteo multiplicaremos el número de títulos amortizados en el sorteo anterior por $(1+i)$, como la tabla está preparada para realizar los cálculos automáticamente, solo deberemos realizar ajustes si duración del empréstito es diferente a la que aparece en el ejemplo por tanto estiraremos la celda del sorteo del año dos hasta alcanzar la duración del empréstito.

Como no se pueden amortizar partes de títulos, hemos incluido la columna parcial redondeado. Dicha columna realizar el redondeo de la columna parcial, está preparada para realizar los cálculos de manera automática, pero siempre entendiendo que deberemos estirar el año 1 hasta alcanzar los años deseados. En este caso hemos tenido que realizar un pequeño ajuste en el año 3 para redondear el dato al alza, utilizando la fórmula REDONDEAR.MAS.

“Acumu” refleja los títulos amortizados hasta el último sorteo, en este caso el año 1 referencia a los empréstitos amortizados en dicho año, pero en el año 2 ya suma los del año actual más el anterior, por tanto, bastara con estirar esta celda el número de veces que necesitemos según la duración del empréstito.

En la columna vivos podemos ver el número de títulos que faltan por amortizar. El año cero se ha obtenido referenciando la casilla que contiene los títulos totales, el año 1 realiza la resta entre los totales y los amortizados este año, para obtener los demás simplemente estiraremos esta última celda las veces que sea necesario.

Los intereses se calculan de manera automática, pero siempre teniendo en cuenta que deberemos estirar la celda del primer año n veces. La fórmula que obtiene dichos intereses es $intereses = titulos\ vivos \times C \times i$.

En cuanto a la amortización, también procede de la misma manera se calcula automáticamente, realizando el ajuste de estirar la celda del año 1 las veces necesarias. La primera amortización la hemos obtenido $amortizacion = C' * Parcial(redondeado)$

La anualidad, aunque la hemos calculado previamente, vamos a obtenerla sumando intereses y amortización, ya que al haberse realizado un redondeo no es totalmente constante, aunque la diferencia no es significativa y por ello la seguimos considerando constante. Como en anteriores ocasiones deberemos estirar la celda del año 1 tantas veces como número de años dure el empréstito.

Por último, vamos a calcular el capital pendiente de amortizar en cada año. En este caso como hemos ofrecido una prima de emisión el capital total se calcula $Capital\ total = C' \times N$. El año 1 contendrá la fórmula para el cálculo automático entonces bastará con arrastrar esta celda mientras dure el empréstito.

CAPÍTULO 2

2.3.1.2. Empréstito normalizable al tipo I con gastos de administración.

EMPRÉSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES NORMALIZABLES AL TIPO I EMPRÉSTITO CON GASTOS DE ADMINISTRACIÓN															
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN TÍTULOS						AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO			
Número de Títulos=	N=	100.000	Interés=	i=	0,06	Año	Parcial	Parcial(redondeado)	Acumu	Vivos	Intereses	Amortización	Gastos	Anualidad	Pendiente
Nominal=	C=	1000	Interés prima=	i' =	0,0576	0				100.000					100.000.000
Nº Periodos=	n=	5	Anualidad prima=	a' =	23.584.854,02	1	17.824,85	17.825	17.825	82.175	6.000.000	17.825.000	5.656.068	29.481.068	82.175.000
Cupon=	60			a n i	4.240009284	2	18.851,97	18.852	36.677	63.323	4.990.500	18.851.000	5.698.568	29.481.068	63.323.000
Gastos 1=	g1	0,2	Anualidad=	a=	29.481.067,52	3	19.937,42	19.937	56.614	43.384	3.799.980	19.937.000	5.744.688	29.481.068	43.384.000
Gastos 2=	g2	0,25	Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	17.824,85	4	21.085,81	21.086	77.700	22.300	2.603.160	21.086.000	5.791.908	29.481.068	22.300.000
						5	22.300,95	22.300	100.000	0	1.338.000	22.300.000	5.843.068	29.481.068	0

Figura 22. Vista general empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

En la segunda pestaña de nuestra hoja Excel podemos observar la imagen anterior que corresponde con la vista general de un empréstito normalizable al tipo I con gastos de administración.

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupon=	60
Gastos 1=	g1	0,2
Gastos 2=	g2	0,25

Figura 23. Datos de entrada empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

Lo primero que nos encontramos son los datos de entrada, los cuales determinan las cuantías del empréstito. En este caso aparecen dos nuevos apartados los gastos 1 por uno sobre cupones y los gastos 2 por uno sobre valores de reembolso. Si queremos modificar las cuantías del empréstito deberemos modificar los datos que aparecen en la anterior tabla.

A continuación, presentamos los datos intermedios necesarios para crear el cuadro de amortización.

CÁLCULOS INTERMEDIOS		
Interés=	i=	0,06
Interés prima=	i' =	0,0576
Anualidad prima=	a' =	23.584.854,02
	a n i	4.240009284
Anualidad=	a=	29.481.067,52
Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	17.824,85

Figura 24. Cálculos intermedios empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Esta tabla obtiene los datos automáticamente a excepción del factor “ $a_{n|i}$ ” al cual deberemos realizarle ciertos ajustes. No obstante, vamos a explicar las fórmulas que contiene cada celda.

La celda que alberga el tipo de interés tiene la siguiente formula $i = \frac{Cupon}{C}$.

Debido a los gastos deberemos realizar una normalización, lo primero que vamos a obtener es $i' = i \times \frac{1+g_1}{1+g_2}$.

Lo siguiente que aparece es a' pero debemos calcular primero el factor “ $a_{n|i}$ ”. Para obtener dicho factor aplicaremos $a_{n|i} = (1+i')^{-1} + (1+i')^{-2} + \dots + (1+i')^{-n}$, como podemos observar este factor depende de i' y del número de periodos. Este cálculo no es automático, pero lo obtendremos de una forma sencilla, aplicaremos la formula anteriormente descrita teniendo en cuenta que se debe repetir según el número de periodos que tenga nuestro empréstito. En nuestro caso está formado por:

$$a_{n|i} = (1 + 0,0575)^{-1} + (1 + 0,0575)^{-2} + (1 + 0,0575)^{-3} + (1 + 0,0575)^{-4} + (1 + 0,0575)^{-5}$$

Una vez obtenido este cálculo la anualidad prima aparecerá de forma automática, no obstante, su celda contiene la formula $a' = \frac{C \times N}{a_{n|i}}$

Para completar la normalización deberemos convertir a' en a . Aunque este cálculo se realiza de manera automática, la anualidad contiene la formula $a = (1 + g_2) \times a'$

Por último, nos fijamos en los títulos amortizados en el primer sorteo, aunque se calculan de manera automática, la fórmula que contiene es $M1 = \frac{a' - C \times i' \times N}{C}$.

Una vez obtenidos estos cálculos ya podemos obtener el cuadro de amortización del empréstito.

EMPRÉSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES									
NORMALIZABLES AL TIPO I									
EMPRÉSTITO CON GASTOS DE ADMINISTRACIÓN									
Año	AMORTIZACIÓN TÍTULOS				AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO				
	Parcial	Parcial(redondeado)	Acumu	Vivos	Intereses	Amortización	Gastos	Anualidad	Pendiente
0				100.000					100.000.000
1	17.824,85	17.825	17.825	82.175	6.000.000	17.825.000	5.656.068	29.481.068	82.175.000
2	18.851,57	18.852	36.677	63.323	4.930.500	18.852.000	5.698.568	29.481.068	63.323.000
3	19.937,42	19.937	56.614	43.386	3.799.380	19.937.000	5.744.688	29.481.068	43.386.000
4	21.085,81	21.086	77.700	22.300	2.603.160	21.086.000	5.791.908	29.481.068	22.300.000
5	22.300,35	22.300	100.000	0	1.338.000	22.300.000	5.843.068	29.481.068	0

Figura 25. Cuadro amortización empréstitos normalizables al tipo I con gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO 2

De igual manera que en los anteriores empréstitos, deberemos actualizar la duración del empréstito conforme nos marque las condiciones del mismo. Esta operación es muy sencilla simplemente tendríamos que arrastrar la celda que contiene el número 1 hacia abajo tantas veces como años dure el empréstito.

En la columna parcial encontramos los títulos amortizados en cada sorteo, pero una vez más deberemos adaptar la duración del empréstito. El primer año aparecerá automáticamente ya que lo tenemos en los cálculos previos, como sería extraño encontrar un empréstito que dure menos de 2 años el segundo año también aparecerá cubierto ya que contiene la fórmula títulos amortizados del año anterior por $(1+i)$, para obtener el resto de años simplemente arrastraremos esta celda.

Como ya hemos comentado anteriormente no pueden amortizarse partes de títulos, así que hemos realizado un redondeo. En este caso arrastraremos la celda del año 1 las veces que sea necesario.

Continuamos con "Acumu" que contiene los títulos amortizados hasta ese momento, estos cálculos aparecen automáticamente siempre que realicemos la corrección pertinente. Para realizar esta corrección deberemos arrastrar la celda del año 2 n veces hasta cubrir el total de años del empréstito. Esta celda contiene el sumatorio de los títulos amortizados anteriormente más los amortizados este año.

Continuamos calculando los títulos que todavía no se han amortizado es decir los títulos vivos. El total de títulos viene determinado por el empréstito en sí, el primer año se obtiene restándole al total los empréstitos amortizados este año, para conseguir el resto de años solo debemos arrastrar la celda del año 1 las veces que sea necesario.

A continuación, observamos la columna que contiene los intereses, en este caso se obtiene de forma automática, aunque deberemos de tener en cuenta que deberemos adaptar la duración del empréstito, estirando la celda del año 1 hacia abajo conforme los años que dure el empréstito. No obstante, dichos intereses han sido calculando con la multiplicación Títulos vivos $\times i$.

La amortización se calcula multiplicando los títulos amortizados en cada sorteo por el nominal, como están los cálculos colocados automáticamente solo deberemos arrastrar la celda del año 1 las veces necesarias.

Seguidamente aparecen los gastos, pero todavía no los vamos a calcular.

La anualidad la hemos obtenido previamente, por lo tanto, ha bastado con referenciarla en el año 1 y arrastrar hacia abajo hasta cubrir la duración del empréstito.

Una vez obtenida la anualidad hemos calculados los gastos por diferencia. $Gastos = a - amortizacion - intereses$. La fórmula está introducida en el año 1 así que será suficiente con arrastrar dicha celda n veces.

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Por último, el total del capital pendiente lo hemos obtenido multiplicando $C \times N$. Y en el primer año hemos restado el capital amortizado menos el total, a partir de la celda del año 1 arrastraremos hasta completar el empréstito.

2.3.1.3. Empréstito normalizable al tipo I con lote constante y gastos de administración

EMPRÉSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES NORMALIZABLES AL TIPO I																
EMPRÉSTITO CON LOTE Y GASTOS DE ADMINISTRACIÓN																
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN TÍTULOS			AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO							
Número de Títulos=	N=	100.000	Interés=	i=	0,06	Año	Parcial	Parcial(redondeado)	Acum.	Vltos	Intereses	Amortización	Gastos	Lote	Anualidad	Pendiente
Nominal=	C=	1.000	Interés prima=	p=	0,005823787	0				100.000						100.000.000
Nº Periodos=	n=	5	Anualidad prima=	a=	23.987.505,49	1	17.604,53	17.604	17.604	82.396	6.000.000	17.604.000	3.813.906	300.000	27.417.906	82.396.000
Cupon=	g1	60				2	18.778,22	18.728	36.332	63.668	4.943.780	18.728.000	3.746.146	300.000	27.417.906	63.668.000
Gastos 1=	g1	0,2	Anualidad=	an	27.417.906,10	3	19.923,64	19.924	56.256	43.744	3.820.080	19.924.000	3.673.826	300.000	27.417.906	43.744.000
Lote =		300.000	Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	17.604,53	4	21.185,36	21.195	77.451	22.549	2.624.640	21.195.000	3.588.266	300.000	27.417.906	22.549.000
						5	22.548,26	22.549	100.000	0	1.352.940	22.549.000	3.515.966	300.000	27.417.906	0

Figura 26. Visión general empréstitos normalizables al tipo I con lote constante y gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

Como podemos observar en la visión general de la hoja Excel existen tres partes diferenciadas. Una contiene los datos de entrada, la segunda parte cálculos necesarios y la tercera el cuadro de amortización del empréstito.

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1.000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupon=	60
Gastos 1=	g1	0,2
	Lote =	300.000

Figura 27. Datos entrada empréstitos normalizables al tipo I con lote y gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

De igual forma que en los demás empréstitos tenemos unos datos los cuales van a condicionar todo el empréstito, y que si modificamos cambiarán algunas partes de la hoja Excel. Para que sea más sencillo entender el empréstito hemos puesto un ejemplo numérico, dicho ejemplo consta de: Numero de títulos=100.000, Nominal=1.000, Numero periodos=5, Cupón=60, además tiene unos, Gastos de administración del 15% y un lote constante de 200.000.

CAPÍTULO 2

CÁLCULOS INTERMEDIOS		
Interés=	i=	0,06
Interés prima=	i' =	0,063829787
Anualidad prima=	a' =	23.987.505,49
	an i	4,168836982
Anualidad=	a=	27.417.906,19
Títulos amortizados en el primer sorteo	M1=	17.604,53

Figura 28. Cálculos intermedios empréstitos normalizables al tipo I con lote y gastos de administración.

Fuente: Elaboración propia

El siguiente paso que hemos realizado es el de los cálculos necesarios para posteriormente crear el cuadro de amortización. La mayoría de cálculos que se nos presentan se realizan automáticamente salvo el factor $an|i$, no obstante, vamos a ir desgranando la tabla.

Lo primero que encontramos es el tipo de interés que se calcula con la siguiente fórmula $i = \frac{\text{Cupon}}{c}$.

Debido a que el empréstito posee características comerciales debemos obtener i' y a' para proceder con la normalización del empréstito.

Primero obtenemos i' a través de la fórmula $i' = \frac{i}{1-i}$.

Lo siguiente que aparece es a' pero debemos calcular primero el factor " $an|i$ ". Para obtener dicho factor aplicaremos $an|i = (1+i')^{-1} + (1+i')^{-2} + \dots + (1+i')^{-n}$, como podemos observar este factor depende de i' y del número de periodos. Este cálculo no es automático, pero lo obtendremos de una forma sencilla, aplicaremos la fórmula anteriormente descrita teniendo en cuenta que se debe repetir según el número de periodos que tenga nuestro empréstito. En nuestro caso está formado por:

$$an|i = (1 + 0,063829787)^{-1} + (1 + 0,063829787)^{-2} + (1 + 0,063829787)^{-3} + (1 + 0,063829787)^{-4} + (1 + 0,063829787)^{-5}$$

Una vez obtenido este cálculo la anualidad prima aparecerá de forma automática, no obstante, su celda contiene la fórmula: $a' = C \times N \times an|i$

Seguidamente nos vamos afijar en la anualidad normalizada, como aparece de forma automática vamos a enseñar la fórmula. Dicha fórmula es: $a = (1 + g) \times \left[\frac{(1-i) \times C \times N}{an|i+L} \right]$

Por último, hemos calculado el número de títulos amortizados en el primer año, la hoja Excel calcula automáticamente este dato, pero la fórmula que contiene es:

$$M1 = \frac{a' - C \times i' \times N}{c}$$

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Con estos cálculos ya podemos obtener el cuadro de amortización que adjuntamos a continuación.

EMPRÉSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES										
NORMALIZABLES AL TIPO I										
EMPRÉSTITO CON LOTE Y GASTOS DE ADMINISTRACIÓN										
AMORTIZACIÓN TÍTULOS					AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO					
Año	Parcial	Parcial(redondeado)	Acumu	Vivos	Intereses	Amortización	Gastos	Lote	Anualidad	Pendiente
0				100.000						100.000.000
1	17.604,53	17.604	17.604	82.396	6.000.000	17.604.000	3.813.906	300.000	27.417.906	82.396.000
2	18.728,22	18.728	36.332	63.668	4.943.760	18.728.000	3.746.146	300.000	27.417.906	63.668.000
3	19.923,64	19.924	56.256	43.744	3.820.080	19.924.000	3.673.826	300.000	27.417.906	43.744.000
4	21.195,36	21.195	77.451	22.549	2.624.640	21.195.000	3.598.266	300.000	27.417.906	22.549.000
5	22.548,26	22.549	100.000	0	1.352.940	22.549.000	3.515.966	300.000	27.417.906	0

Figura 29. Cuadro amortización empréstitos normalizables al tipo I con lote y gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

Una vez más nos encontramos primeramente con la duración del empréstito, como en nuestro ejemplo dura cinco años si queremos que tenga otra duración simplemente arrastraremos la celda que contiene el número 1 hasta alcanzar la duración deseada.

Seguidamente encontramos los títulos amortizados en cada sorteo, en la columna "Parcial", los títulos del primer año han sido calculados previamente por lo que están referenciados, en cuanto al segundo año este el que contiene la fórmula para calcular de forma automática todos los demás por lo tanto deberemos arrastrar la celda del año 2 el número de veces que sea necesario hasta alcanzar la duración del empréstito.

Como ya hemos comentado anteriormente no se pueden amortizar fracciones de títulos por ello hemos creado la segunda columna que redondea los cálculos de la columna "Parcial".

En la columna "Acumu" encontramos los títulos amortizados hasta el momento del último sorteo realizado, esta columna realiza los cálculos automáticos, pero para poder ajustar a los años que dure nuestro empréstito arrastraremos la celda del año 2 que es la que contiene la fórmula.

Por último, en "Vivos" podemos ver cuántos títulos quedan sin amortizar todavía. Los títulos totales vienen marcados por los datos de entrada, el año 1 resta a los totales los amortizados ese año y para el resto bastaría con arrastrar la celda del año 1.

Los intereses que deberemos abonar se calculan automáticamente, pero vamos a desglosar la fórmula que contiene: $intereses = Titulos\ vivos \times i$ para el resto de años arrastraremos la celda del año 1.

En la columna "Amortización" se calcula multiplicando los títulos amortizados en el año por su nominal. En la celda del año 1 encontramos la fórmula por lo tanto arrastraremos esta celda hacia abajo las veces que necesitemos para cubrir la duración del empréstito.

CAPÍTULO 2

A continuación, vemos los gastos, pero todavía no vamos a utilizar esta columna.

El lote viene predefinido en el enunciado del empréstito su valor es de 200.000 y constante, por lo tanto, arrastraremos los años que necesitemos la celda del año 1.

La anualidad en este empréstito es constante y ha sido obtenida previamente, por lo tanto, referenciamos en el año 1 dicho calculo y arrastramos hacia abajo n veces.

Ahora ya podemos calcular los gastos. $Gastos = a - intereses - amortizacion - lote$. Esta fórmula se encuentra en el año 1 por lo tanto para obtener los demás arrastraremos hacia abajo hasta cubrir el número de años del empréstito.

Por último, podemos ver el capital pendiente de amortizar. El capital total lo obtenemos multiplicando $C \times N$. El primer año le restamos la amortización de este año al total y para todos los demás arrastramos hasta completar la duración del empréstito.

2.3.2 Empréstitos normalizables al tipo II

2.3.2.1 Empréstito normalizable al tipo II con anualidad variable y prima de amortización constante

A continuación, vamos a ofrecer una imagen general de la hoja Excel que contiene este empréstito y posteriormente iremos explicándolo por partes.

EMPRÉSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES									
NORMALIZABLES AL TIPO II									
EMPRÉSTITO CON PRIMA DE AMORTIZACIÓN									
DATOS DE ENTRADA			CÁLCULOS INTERMEDIOS			AMORTIZACIÓN TÍTULOS		AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO	
Número de Títulos=	N=	100.000	Interés=	i=	0,06	Año	Parcial	Acum.	Vivos
Nominal=	C=	1.000	Interés prima=	i' =	0,057692308	0			100.000
Nº Periodos=	n=	5	Nominal prima=	C' =	1.040	1	20.000	20.000	80.000
			Títulos amortizados en el primer sorteo=	M1=	20.000				6.000.000
	Cupos=	60	Decrece a razón=		1.200.000	2	20.000	40.000	60.000
	Prima amortización=	40	Anualidad prima=	a' =	25.769.231	3	20.000	60.000	40.000
	Las anualidades decrecen en razón C1/M		Anualidad=	a=	26.800.000	4	20.000	80.000	20.000
						5	20.000	100.000	0
									Intereses
									Amortización
									Anualidad
									Pendiente
									104.000.000
									88.200.000
									62.400.000
									41.600.000
									20.800.000
									22.000.000
									0

Figura 30. Visión general empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y prima de amortización constante. Fuente: elaboración propia

La primera tabla que se nos presenta es en la que se incluyen los datos del empréstito.

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1.000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupon=	60
	Prima amortización=	40
Las anualidades decrecen en razón $C \times I \times M$		

Figura 31. Datos entrada empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y pima de amortización constante.

Fuente: elaboración propia

Estos datos van a ser los que determinen las cuantías del empréstito. Para que sea más sencillo entender cómo funciona dicho empréstito hemos decidido utilizar los siguientes datos: Numero de títulos= 100.000, Nominal=1.000, Numero de periodos=5, Cupón=60 y Prima de amortización=20, además las anualidades decrecerán en razón $C \times i \times M$.

CÁLCULOS INTERMEDIOS		
Interés=	i=	0,06
Interés prima=	i' =	0,057692308
Nominal prima=	C' =	1.040
Títulos amortizados en el primer sorteo=	M1=	20.000
	Decrece a razón=	1.200.000
Anualidad prima=	a' =	25.769.231
Anualidad=	a=	26.800.000

Figura 32. Cálculos intermedios empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y pima de amortización constante.

Fuente: elaboración propia

En la tabla anterior se realizan los cálculos previos necesarios para poder crear el cuadro de amortización. Todos los cálculos se obtienen de manera automática, por lo tanto, ya que han sido explicados anteriormente en esta ocasión solo vamos a hacer hincapié en i' y a' que son particulares de este empréstito.

La i' la hemos obtenido aplicando la formula $i' = i \times \frac{C}{C'}$,

La anualidad prima presenta la formula $a' = C \times i' \times N_{s-1} + C \times M_s$ Si

CAPÍTULO 2

hemos leído previamente el funcionamiento de otros empréstitos con este cuadro de amortización no vamos a tener ningún problema para comprender el funcionamiento de las simulaciones.

EMPRÉSTITOS QUE PAGAN CUPONES VENCIDOS CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES							
NORMALIZABLES AL TIPO II							
EMPRÉSTITO CON PRIMA DE AMORTIZACIÓN							
Año	AMORTIZACIÓN TÍTULOS			AMORTIZACIÓN EMPRÉSTITO			
	Parcial	Acumu	Vivos	Intereses	Amortización	Anualidad	Pendiente
0			100.000				104.000.000
1	20.000	20.000	80.000	6.000.000	20.800.000	26.800.000	83.200.000
2	20.000	40.000	60.000	4.800.000	20.800.000	25.600.000	62.400.000
3	20.000	60.000	40.000	3.600.000	20.800.000	24.400.000	41.600.000
4	20.000	80.000	20.000	2.400.000	20.800.000	23.200.000	20.800.000
5	20.000	100.000	0	1.200.000	20.800.000	22.000.000	0

Figura 33. Cuadro amortización empréstitos normalizables al tipo II con anualidad variable y prima de amortización constante.

Fuente: elaboración propia

Todos los cálculos aparecen de manera automática solo se deberá realizar la corrección pertinente si la duración del empréstito es diferente a la del empréstito del ejemplo. En todas las columnas arrastraremos el año 1 excepto en la anualidad que deberemos arrastrar el año 2.

2.4. ANÁLISIS DE UN ESCENARIO DE EMPRÉSTITO CON LA HOJA DE CALCULO EXCEL

Por último, vamos a utilizar nuestras hojas Excel para sacar conclusiones de las distintas formas de amortizar un empréstito. Aunque no se trata de un empréstito real, hemos tratado de adaptarlo lo máximo posible a la realidad. A continuación, podemos ver los datos de entrada comunes a todas las formas de amortización de los empréstitos que hemos utilizado, aunque cabe recalcar que en algunos de los tipos de empréstitos que hemos utilizado tienen pequeñas variaciones.

Datos de entrada

DATOS DE ENTRADA		
Número de Títulos=	N=	100.000
Nominal=	C=	1.000
Nº Periodos=	n=	5
	Cupón=	60

Figura 34. Datos de entrada simulación Excel.

Fuente: Elaboración propia

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Durante la primera parte de este trabajo de fin de grado hemos insistido en que los empréstitos es una operación que se utiliza para captar grandes volúmenes de financiación. Por lo tanto, hemos decidido que el número de títulos que va a emitir nuestra simulación de empréstito es 10.000.000 títulos, en cuanto al nominal lo hemos determinado de 1.000€ ya que según la página web del tesoro público es lo más común. En cuanto al número de periodos la cifra elegida es 10 por lo que podrían ser consideradas obligaciones. El cupón también lo hemos obtenido de la web del tesoro público que fija para inversiones a 10 años un tipo de interés medio de 1,406 %, aunque cabe destacar que si una empresa privada emitiera el empréstito debería superar esta cifra.

Comenzaremos comentando los intereses ya que son los gastos más importantes siempre que se realiza una financiación y además es común a todos los empréstitos. A continuación, vamos a comparar las partidas monetarias más.

Intereses

Intereses
140.600.000
127.406.813
114.028.133
100.461.343
86.703.802
72.752.837
58.605.707
44.259.685
29.711.958
14.959.685
789.489.963

Figura 36. Intereses simulación empréstito Tipo I cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

Intereses
140.600.000
126.540.000
112.480.000
98.420.000
84.360.000
70.300.000
56.240.000
42.180.000
28.120.000
14.060.000
773.300.000

Figura 37. Intereses simulación empréstito Tipo II cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

Interes
14.959.685
29.711.958
44.259.699
58.605.722
72.752.837
86.703.802
100.461.343
114.028.133
127.406.813
140.600.000
789.489.992

Figura 38. Intereses simulación empréstito Tipo I cupones acumulados.
Fuente: Elaboración propia

Intereses
14.060.000
28.317.684
42.775.830
57.437.258
72.304.826
87.381.432
102.670.015
118.173.555
133.895.076
149.837.640
806.853.317

Figura 35. Intereses simulación empréstito Tipo II cupones acumulados.
Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO 2

Intereses
140.600.000
127.374.306
113.969.812
100.384.098
86.614.718
72.659.184
58.514.992
44.179.585
29.650.361
14.924.718
788.871.773

Figura 42. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo I prima amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

Intereses
140.600.000
127.373.013
113.967.492
100.381.019
86.611.161
72.655.444
58.511.365
44.176.379
29.647.900
14.923.326
788.847.098

Figura 41. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo I gastos administración.
Fuente: Elaboración propia

Intereses
140.600.000
127.418.848
114.049.729
100.489.955
86.736.815
72.787.551
58.639.353
44.289.394
29.734.805
14.972.663
789.719.113

Figura 40. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo I lote y gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

Intereses
140.600.000
126.540.000
112.480.000
98.420.000
84.360.000
70.300.000
56.240.000
42.180.000
28.120.000
14.060.000
773.300.000

Figura 39. Intereses simulación empréstito con características comerciales tipo II prima amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

Las tablas que acabamos de adjuntar corresponden con la columna de los intereses de las distintas formas de empréstito que hemos creado en Excel, con los datos del empréstito de la simulación.

Como podemos observar las diferencias entre el empréstito que tiene un mayor coste en intereses y el que tiene la menor no es excesivamente elevada de una forma significativa, ya que dicha diferencia es de 33.553.314 € de un total de 806.853.317€ en el que paga mayores intereses.

Por otro lado, si analizamos cual es el empréstito que paga menos intereses, observamos que son dos los que comparten dicha cuantía, estamos hablando del empréstito normal tipo II con pago de cupones vencidos y del empréstito tipo II con características comerciales con prima de amortización, la cuantía asciende a 773.300.000€.

Si lo que quisiéramos es retrasar el pago de los intereses por nuestra política económica, deberíamos elegir uno de los dos empréstitos con pago de los intereses acumulados, concretamente el que menos paga de los dos tipos que hemos simulado es el que se denomina empréstito con pago de cupones acumulados tipo I.

En el caso de que nos fuera indiferente cuando pagar los intereses o quisiéramos pagarlos cuanto antes, elegiríamos cualquiera de las demás opciones.

Continuaremos comentando la amortización del empréstito, ya que deberemos devolver la cuantía que nos hayan prestados indiferentemente de si tiene otros gastos como los intereses o no.

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

Amortización

Amortización
938.349.000
951.542.187
964.920.870
978.487.657
992.245.194
1.006.196.161
1.020.343.279
1.034.689.306
1.049.237.037
1.063.989.310
10.000.000.000

Figura 45. Amortización simulación empréstito Tipo I cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

Amortización
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
10.000.000.000

Figura 44. Amortización simulación empréstito Tipo II cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

Amortización
1.063.989.000
1.049.237.000
1.034.690.000
1.020.343.000
1.006.196.000
992.245.000
978.488.000
964.921.000
951.542.000
938.349.000
10.000.000.000

Figura 46. Amortización simulación empréstito Tipo I cupones acumulados.
Fuente: Elaboración propia

Amortización
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
1.000.000.000
10.000.000.000

Figura 43. Amortización simulación empréstito Tipo II cupones acumulados.
Fuente: Elaboración propia

Amortización
978.287.440
991.513.120
1.004.917.680
1.018.503.200
1.032.272.800
1.046.227.520
1.060.371.520
1.074.707.920
1.089.236.720
1.103.962.080
10.400.000.000

Figura 47. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo I prima amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

Amortización
937.493.000
950.862.000
964.422.000
978.175.000
992.124.000
1.006.273.000
1.020.623.000
1.035.177.000
1.049.939.000
1.064.912.000
10.000.000.000

Figura 49. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo I gastos administración.
Fuente: Elaboración propia

Amortización
940.753.000
953.451.000
966.321.000
979.364.000
992.583.000
1.005.980.000
1.019.558.000
1.033.320.000
1.047.267.000
1.061.403.000
10.000.000.000

Figura 48. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo I lote y gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

Amortización
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
1.040.000.000
10.400.000.000

Figura 50. Amortización simulación empréstito con características comerciales tipo II prima amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

En este caso como se trata de devolver lo que nos han prestado, no daremos demasiada importancia a cuál es el empréstito que tiene que devolver más o menos dinero ya que todos o bueno casi todos devuelven el mismo importe 10.000.000.000€. Pero sí que debemos señalar dos empréstitos ya que devuelven más dinero del que nos han prestado, concretamente, 10.400.000.000€ que son 400.000.000€ más de los recibidos.

Dichos empréstitos corresponden con empréstitos con características comerciales con cupones vencidos normalizables al tipo I con prima de amortización y empréstitos con características comerciales con cupones vencidos normalizables al tipo II con prima de amortización, es cierto que estos empréstitos devuelven más dinero de lo prestado, pero precisamente esto hará

CAPÍTULO 2

que posiblemente sea mucho más sencillo colocar en el mercado los títulos ya que serán más atractivos para el inversor.

Otro aspecto que debemos valorar es en cuanto a nuestra política económica, si deseamos devolver el dinero lo antes posible o lo más tarde posible. Si nuestro deseo fuera pagar lo más tarde posible elegiríamos el empréstito con características comerciales con cupones vencidos normalizables al tipo I con lote y gastos de administración. Si por el contrario decidiéramos devolver a los inversores su dinero cuanto antes deberíamos elegir el empréstito con pago de intereses acumulados tipo I.

El siguiente aspecto que analizar es la anualidad del empréstito, pero en este caso vamos a realizar una división ya que no sería correcto comparar empréstitos con características comerciales con los que no tienen, debido a que cuantitativamente los primeros los empréstitos con características comerciales salen perjudicados pero la realidad es que serían más sencillos de colocar en el mercado que los empréstitos que no poseen dichas características.

Por un lado, presentamos la anualidad de los empréstitos normales, tanto los empréstitos que pagan cupones vencidos como los empréstitos con pago de intereses acumulados. Y por otra parte la anualidad de los empréstitos con características comerciales.

Anualidad empréstitos normales

Anualidad
1.078.949.000
1.078.949.000
1.078.949.002
1.078.949.000
1.078.948.996
1.078.948.998
1.078.948.987
1.078.948.991
1.078.948.995
1.078.948.995
10.789.489.963

Figura 51. Anualidad simulación empréstito Tipo I cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

Anualidad
1.140.600.000
1.126.540.000
1.112.480.000
1.098.420.000
1.084.360.000
1.070.300.000
1.056.240.000
1.042.180.000
1.028.120.000
1.014.060.000
10.773.300.000

Figura 54. Anualidad simulación empréstito Tipo II cupones vencidos.
Fuente: Elaboración propia

Anualidad
1.078.948.685
1.078.948.958
1.078.949.699
1.078.948.722
1.078.948.837
1.078.948.802
1.078.949.343
1.078.949.133
1.078.948.813
1.078.949.000
10.789.489.992

Figura 52. Anualidad simulación empréstito Tipo I cupones acumulados.
Fuente: Elaboración propia

Anualidad
1.014.060.000
1.028.317.684
1.042.775.830
1.057.437.258
1.072.304.826
1.087.381.432
1.102.670.015
1.118.173.555
1.133.895.076
1.149.837.640
10.806.853.317

Figura 53. Anualidad simulación empréstito Tipo II cupones acumulados.
Fuente: Elaboración propia

Estas tablas que acabamos de presentar corresponden con las anualidades de los empréstitos como podemos observar. Dichas anualidades representan el desembolso que debe efectuar la empresa cada año por haber

IMPLEMENTACIÓN CON EXCEL Y ESCENARIO DE SIMULACIÓN

pedido prestado el dinero, en dicha magnitud se incluyen intereses y amortización.

Si observamos la cuantía total que se debe pagar por haber realizado el empréstito, la opción más ventajosa sería el empréstito normal con pago de cupones vencidos tipo II ya que es el que al final debe pagar menos dinero, concretamente tendrá que desembolsar 10.773.300.000€, por el contrario, la peor opción para elegir en cuanto a este parámetro sería el empréstito con pago de intereses acumulados tipo II ya que deberá desembolsar 10.806.853.317€. Si comparamos ambos empréstitos la diferencia entre uno y otro es de 33.553.317€ una diferencia no demasiado significativa pero que puede suponer un factor clave para la empresa ya que representa un ahorro.

Si atendemos a la perspectiva del pago de las anualidades, el empréstito que resulta más interesante si queremos pagar cuanto más tarde mejor, sería el empréstito con pago de intereses acumulados tipo II. Por el contrario, si deseamos pagar mayores cantidades al principio el empréstito más adecuado sería el normal con pago de cupones vencidos tipo II.

Empréstitos con características comerciales

Anualidad
1.118.887.440
1.118.887.426
1.118.887.492
1.118.887.298
1.118.887.518
1.118.886.704
1.118.886.512
1.118.887.505
1.118.887.081
1.118.886.798
11.188.871.773

Figura 58. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo I prima amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

Anualidad
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
1.344.661.654
13.446.616.539

Figura 56. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo I gastos administración.
Fuente: Elaboración propia

Anualidad
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
1.278.254.291
12.782.542.913

Figura 57. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo I lote y gastos de administración.
Fuente: Elaboración propia

Anualidad
1.180.600.000
1.166.540.000
1.152.480.000
1.138.420.000
1.124.360.000
1.110.300.000
1.096.240.000
1.082.180.000
1.068.120.000
1.054.060.000
11.173.300.000

Figura 55. Anualidad simulación empréstito con características comerciales tipo II prima amortización constante.
Fuente: Elaboración propia

Las anualidades que acabamos de mostrar pertenecen a los empréstitos con características comerciales. Dichas anualidades representan el coste anual total del empréstito, ya que están incluidos amortización, intereses y los costes por las características comerciales específicas de cada uno.

Si solo tenemos en cuenta el coste de la operación, la elección más interesante sería el empréstito con características comerciales tipo II con prima de amortización constante, ya que es el que menor importe presenta con un total de 11.173.300.000€, por el contrario, la operación más costosa es el empréstito

CAPÍTULO 2

con características comerciales tipo I con gastos de administración con un importe de 13.446.616.539€. La diferencia entre ambos empréstitos es de 2.273.316.539€ lo cual supone un ahorro considerable entre un empréstito y otro.

Conclusiones de los empréstitos

Aunque ya hemos tratado de valorar cuantitativamente los empréstitos, existen otros aspectos los cuales hacen que debamos tomar unas decisiones financieras u otras.

Es cierto que los empréstitos que no poseen características comerciales resultan más interesantes en cuanto a costes, pero al no poseer estas características puede hacer que no sea más difícil colocar los empréstitos en el mercado, por lo tanto, la mayoría de las veces vamos a tener que ofrecer alguna característica comercial, sobre todo si somos una empresa privada ya que debemos ofrecer mejores condiciones que el estado.

Si nos fijamos en los empréstitos con características comerciales, los empréstitos que resultan más caros son los que poseen en su coste los gastos de administración, pero partiendo de que todos los empréstitos van a tener dichos gastos, el inversor siempre tratará de que estos no le sean imputados a él, es decir si en la información del empréstito le aparece el importe neto que va a percibir probablemente le sea más deseable la operación.

Sin embargo, tal vez algunos inversores que estén más informados y sepan calcular las rentabilidades, puede ser que les resulte más interesante asumir dichos gastos a cambio de tener primas de amortización o lote.

En definitiva, no hay una decisión única si no que la elección del empréstito responderá a la estrategia de financiación que posea el mercado y las preferencias que tenga el mercado en el momento de la creación del empréstito.

CONCLUSIONES

Una vez realizado el estudio matemático-financiero de los empréstitos como fuente de financiación, su clasificación, el análisis de las fortalezas y de las debilidades de los mismos, y tras el análisis de los resultados obtenidos a tenor de la implementación en la hoja de cálculo Excel, las conclusiones más relevantes que se pueden extraer del presente trabajo son las siguientes:

- Se confirma la existencia contrastada de una gran variedad de empréstitos, siendo atractivo el acceso a este tipo de operaciones financieras por las características de las mismas, primando su gran capacidad de adaptación. La tipología de éstos es extensamente variada y, por ende, mejora la factibilidad para encontrar alguno que converja y satisfaga a unos y otros, prestatarios y prestamistas.
- Sin embargo y a pesar de lo anterior, no es suficiente la amplia gama de posibilidades que se ofertan, sino que la optimización de estas depende, a su vez, de otras variables interrelacionadas. Así pues, se deberá tener en cuenta las decisiones estratégicas generales de la organización, su planificación y control empresarial, para conseguir la concordancia con otras áreas funcionales de la compañía.
- En el contexto de un empréstito, cabe reseñar la latente existencia de conflicto de intereses entre los que ceden sus fondos y aquellos que los solicitan. Mientras que los segundos, los prestatarios, esperan financiarse con el menor coste posible, las expectativas de los prestamistas son totalmente contrapuestas, tratando de obtener el mayor rédito posible de sus operaciones. El, en ocasiones, elevado número de actores de la operación, aumenta de manera no desdeñable las posibilidades de conflicto.
- A pesar de los beneficios aportados por los empréstitos, no resulta sencilla su aplicación, requiriendo una profunda comprensión, necesaria para el análisis y valoración matemática de los mismos. Su implementación en Excel puede llegar a ser asequible para operaciones básicas pero, según aumenta la complejidad de estas, se requieren herramientas de cálculo más especializadas y menos accesibles.
- La implementación en la herramienta de cálculo Excel, ha obligado a entender en profundidad todos los aspectos necesarios para el análisis y valoración de empréstitos.

CONCLUSIONES

- En contextos reales, para una mejor aproximación con el objetivo de profundizar analíticamente en la tipología de empréstitos de cara a la elección de la opción óptima, siempre será necesario realizar una evaluación exhaustiva de las distintas posibilidades, en base a simulaciones. Ese será el camino para poder realizar un plan estratégico financiero, que deberá ser complementado desde otros prismas ajenos al diseño interno de la operación.

BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA

Bibliografía

PABLO LÓPEZ, A. de (2002): *Matemática de las Operaciones Financieras I* (Unidades Didácticas). Editorial UNED. Madrid. 4ª edición.

PABLO LÓPEZ, A. de (2000): *Manual Práctico de Matemática Comercial y Financiera*. Vol. I. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces. Madrid. 2ª edición.

GIL PELAEZ, L. de (1993): *Matemática de las operaciones financieras*. Editorial AC. Madrid. 2ª. edición.

ALEGRE ESCOLANO, P. & BADÍA BATLLE, C. & BORRELL VIDAL, M. & SANCHO INSA, T. de (1995): *Matemática de las operaciones financieras*. Ejercicios resueltos. Editorial AC. Madrid 2ª. edición.

VALLS MARTÍNEZ, M C. & CRUZ RAMBAUD, S. de (2009): *Introducción a las matemáticas financieras*. Problemas resueltos. Editorial Pirámide. Madrid 2ª. edición.

GARCÍA BOZA, J (2011): *Matemáticas financieras*. Editorial Pirámide. Madrid.

PEÑA ALONSO, M. de (2007): *Office 2007*. Editorial Anaya. Madrid.

Webgrafía

Real Academia Española[RAE]. (2017). “Préstamo”. Edición Tricentenario. *Rae.es*. Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=U73g6MY>

Real Academia Española (2017). “Empréstito”. Edición Tricentenario. *Rae.es*. Recuperado de <http://dle.rae.es/srv/search?m=30&w=empr%C3%A9stito>

Real Academia Española (2017). “Prestatario”. Edición Tricentenario. *Rae.es*. Recuperado de <https://definicion.de/prestatario/>

Nieto, Álvaro (2014): “Préstamos Sindicados” (Parte I)”. *blog.mirai-advisory.com*. Recuperado de <http://blog.mirai-advisory.com/prestamos-sindicados-parte-i/>

Banco de España [BDE] (2017): “Empréstito”. Glosario general. *bde.es*. Recuperado de <https://www.bde.es/bde/es/utiles/glosario/glosarioGen/indexE.html>

BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA

Significados (2017): “Prestamista”. *Significados.com*. Recuperado de <https://www.significados.com/prestamista/>

elEconomista (2017): “Intermediarios financieros”. *eleconomista.es*. Recuperado de <http://www.eleconomista.es/diccionario-de-economia/intermediarios-financieros>

elEconomista (2017): “Empréstito”. *eleconomista.es*. Recuperado de <http://www.eleconomista.es/diccionario-de-economia/emprestito>

Reviso (2017): “¿Qué es un empréstito?”. *reviso.com*. Recuperado de <https://www.reviso.com/es/que-es-un-emprestito>

Uned (2017): “Bloque II presentación power point”. Audio clases. *uned.es*. Recuperado de <https://www2.uned.es/dpto-eeyc/asignaturas/423082/audioclasas.htm>

Tesoro Público (2018): “Resultado de últimas subastas”. Obligaciones del estado. *tesoro.es*. Recuperado de <http://www.tesoro.es/deuda-publica/subastas/resultado-ultimas-subastas/obligaciones-del-estado>

Tesoro Público (2017): “Preguntas frecuentes”. Características de las Letras, Bonos y Obligaciones del Estado. *tesoro.es*. Recuperado de <http://www.tesoro.es/deuda-publica/preguntas-frecuentes>

tytfrn (2017): “Financiar”. Ventajas y desventajas de invertir en bonos. *financiar.tytfrn.com*. Recuperado de <http://financiar.tytfrn.com/ventajas-y-desventajas-de-invertir-en-bonos.html>

Microsoft (2018): “Office”. Centro de ayuda de Excel. *support.office.com*. Recuperado de <https://support.office.com/es-es/excel>

Microsoft (2018): “Office”. Centro de ayuda de Word. *support.office.com*. Recuperado de <https://support.office.com/es-es/word>