



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias

Trabajo Fin de Grado

Grado en Física

Estudio de una estructura metamaterial mediante simulación numérica: resonadores SRRs

Autor: Marcos Merillas Fernández

Tutores: Ismael Barba García, Ana M^a Grande Sáez

Índice general

Abstract	II
Resumen	III
1. Introducción a los metamateriales	1
1.1. Historia y desarrollo de los metamateriales	1
1.2. Los metamateriales en la actualidad	5
1.2.1. Viabilidad a frecuencias ópticas	5
1.2.2. Antenas	6
1.2.3. Cloaking	7
2. Materiales con índice de refracción negativo	9
2.1. Propagación de ondas	9
2.2. Energía y velocidad de grupo	11
2.3. Refracción negativa	12
2.4. Otros efectos en medios zurdos	14
2.4.1. Efecto Doppler inverso	14
2.4.2. Radiación de Cerenkov inversa	15
2.4.3. Amplificación de ondas evanescentes	16
2.4.4. La lente perfecta	17
3. Fabricación de metamateriales zurdos	19
3.1. Permitividad eléctrica negativa ($\epsilon < 0$)	19
3.2. Permeabilidad magnética negativa ($\mu < 0$)	21
3.3. Algunos modelos de SRR	22
3.3.1. Primeros pasos. El SRR cuadrado	22
3.3.2. Edge-Coupled Split Ring Resonator (EC-SRR)	23
3.3.3. Broadside-Coupled Split Ring Resonator (BC-SRR)	27
4. Simulador electromagnético CST Microwave Studio[®]	29
5. Estudio numérico de resonador basado en anillos (SRRs)	35
5.1. Estudio del SRR sencillo en espacio libre	35
5.1.1. Definición de la celda unidad y de la estructura a simular	36
5.1.2. Determinación de la distancia de <i>de-embedding</i>	39

5.1.3.	Análisis de la orientación del SRR	41
5.1.4.	Análisis paramétrico del tamaño de la celda unidad	42
5.1.5.	Análisis paramétrico del tamaño del gap	43
5.1.6.	Análisis paramétrico de la anchura del anillo	45
5.1.7.	Análisis paramétrico del espesor de la metalización	45
6.	Estudio numérico del EC-SRR y el BC-SRR	47
6.1.	El Edge-Coupled-SRR en el espacio libre	47
6.1.1.	Estudio paramétrico del EC-SRR	48
6.1.2.	Estudio de la excitación del EC-SRR en función de la orientación	50
6.2.	El BC-SRR en el espacio libre	56
6.2.1.	Estudio paramétrico del BC-SRR	57
6.2.2.	Estudio de la excitación del BC-SRR en función de la orientación	58
7.	Resonadores en un medio físico	63
7.1.	Análisis paramétrico del grosor del sustrato	64
7.2.	Análisis paramétrico de la permitividad del sustrato	65
7.3.	Análisis paramétrico de la tangente de pérdidas	67
8.	Conclusiones	69
A.	Relaciones constitutivas de los medios bianisótropos	71
	Bibliografía	74

Abstract

Metamaterials are artificial materials with the particular characteristic of having both negative electric permittivity and magnetic permeability. Due to this condition, refraction in this kind of structures is as well negative. For this reason, they are also known as left handed media or double-negative media. In this work, a numerical and theoretical analysis of this kind of structures.

In the first chapter of this work, a brief conceptual and historic introduction about this materials is made. Next, we explain theoretically left handed materials characteristics and how conventional electromagnetic effects change in this kind of media. Then we explain what characteristics are required for the fabrication of this materials and we introduce the structure that we are going to analyze by simulation: the *split ring resonator* (SRR), which is fundamental in this metamaterials architecture as it is responsible for negative permeability.

At this point, we present the analysis of the SRR resonators, which has been made using the electromagnetic simulator CST Microwave Studio[®]. First its been explained how this simulator works and a simple structure in free space has been analyzed, studying how its properties change as the parameters that define its behaviour facing electromagnetic excitation vary. Then we have proceeded to do an analogous analysis of two more complex kinds of structure, widely used in left handed materials fabrication (EC-SRR and BC-SRR). Last, a substrate in which this structures are printed has been added to our simulation and we have studied its influence in the resonator characteristics.

Resumen

Los metamateriales son materiales artificiales con la particular característica de presentar una permitividad eléctrica y una permeabilidad magnética negativas. Esta condición hace que la refracción en este tipo de estructuras sea negativa, razón por la cual también se los conoce como medios zurdos o doblemente negativos. En este trabajo se ha realizado un estudio numérico y teórico de este tipo de estructuras.

En el primer capítulo de este trabajo se hace una breve introducción conceptual e histórica sobre este tipo de materiales. Seguidamente, se explican teóricamente las características de los medios zurdos y cómo cambian en estos los fenómenos electromagnéticos convencionales. A continuación se explican qué características tienen que tener este tipo de medios para su fabricación y se introduce la estructura que se va a analizar mediante simulación: el *split ring resonator* (SRR), fundamental en la arquitectura de estos metamateriales ya que es el responsable de la permeabilidad negativa.

Llegados a este punto, se expone el análisis de los resonadores SRR, análisis que se ha llevado a cabo con el simulador electromagnético CST Microwave Studio[®]. Como introducción se ha explicado el funcionamiento de este simulador y se ha analizado una estructura sencilla en el espacio libre, estudiando sus propiedades a medida que se varían los parámetros que definen su comportamiento frente a la excitación electrogmanética. A continuación se ha pasado a realizar un análisis análogo de dos tipos de estructuras más complejas y ampliamente utilizadas en la fabricación de metamateriales zurdos (el EC-SRR y el BC-SRR). Por último, se ha introducido en la simulación un sustrato en el que en la práctica se imprimen este tipo de estructuras y se ha estudiado cómo influye en las características de los resonadores analizados con anterioridad.

Capítulo 1

Introducción a los metamateriales

1.1. Historia y desarrollo de los metamateriales

La definición más general de metamaterial responde a la principal característica de este: un metamaterial es un material artificial que presenta propiedades electromagnéticas que no se han encontrado en la naturaleza, propiedades que proceden del diseño estructural del material y no de su composición.

Atendiendo a esta definición, los metamateriales se han utilizado durante siglos, mucho antes de llegar a definirse como tal, sobre todo en piezas artísticas que buscaran efectos vistosos al interactuar la luz con el material. Tenemos un ejemplo de esta temprana aplicación en la copa de Licurgo, una copa romana que data del siglo IV fabricada con un vidrio dicroico, que se ve roja cuando la luz es transmitida y verde si es reflejada. Un estudio de D. J. Barber e I. C. Freestone de 1990 [1] concluyó que este efecto era debido a partículas de oro y plata muy pequeñas, de unos 50-100 nm, presentes en la composición de la copa. Uno de los primeros metamateriales modernos puede ser atribuido a Bose [2], que en 1898 fabricó un metamaterial quiral, esto es, un medio que gira el eje de polarización de la radiación incidente, mediante unas fibras de yute retorcidas.

Uno de los tipos de metamateriales más interesantes y que nos ocupará en este trabajo es el de los materiales con índice de refracción negativo. Fue Victor Veselago [3], en 1967, el primero en estudiar teóricamente las propiedades de un supuesto material que tuviera la constante dieléctrica, ε , y la permeabilidad magnética, μ , negativas, como veremos más adelante. El hecho de que estos dos parámetros sean menores que cero implica que el índice de refracción n de este material sea también negativo. Este tipo de materiales se conoce como materiales *doblemente negativos* ($\varepsilon < 0, \mu < 0$) o como *medios zurdos* (LHM, respondiendo a su nombre en inglés: left-handed materials). El término *zurdo* hace referencia a la orientación del triedro que forman los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} con el vector de onda \vec{k} , que es simétrica a la de un medio típico (*diestro*). Veselago también explica cómo se inver-



Figura 1.1: Copa de Licurgo iluminada desde delante (izquierda) y desde detrás (derecha).

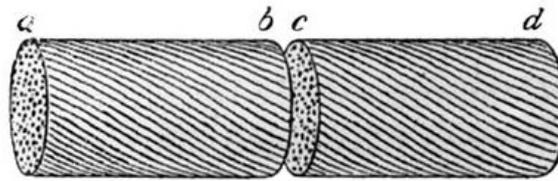


Figura 1.2: Fibras de yute utilizadas por Bose [2].

tirían algunos fenómenos electromagnéticos, como la ley de Snell, el efecto Doppler o la radiación de Cerenkov, en materiales con estas características. Pese a no existir en esa época materiales con un índice de refracción negativo, tras el análisis de Veselago se concluyó que estos materiales no violaban ninguna ley física fundamental y por tanto podría ser posible fabricarlos.

Podemos establecer una clasificación de los tipos de materiales según su respuesta a excitaciones electromagnéticas, en función del signo de sus parámetros permitividad ε y permeabilidad μ . De esta forma, un medio convencional tiene una permitividad y una permeabilidad positivas, lo que se conoce como un medio *doblemente positivo* (DPS). Un medio con una permitividad negativa, pero una permeabilidad negativa, es decir, $\varepsilon < 0$ y $\mu > 0$, es un medio *épsilon-negativo* (ENG). Esta característica puede ser observada a ciertas frecuencias en plasmas, por ejemplo, en metales nobles cuando trabajamos en frecuencias infrarrojas y ópticas. Análogamente, un medio con permitividad positiva y permeabilidad negativa ($\varepsilon > 0$ y $\mu < 0$) se denomina *mu-negativo* (MNG). Este caso puede darse a ciertas frecuencias en algunos materiales girotrópicos. Por último, cuando ambos parámetros son menores

que cero ($\epsilon < 0$ y $\mu < 0$) estamos ante un medio *doble negativo* (DNG). Este tipo de medio nunca ha sido encontrado en la naturaleza. Esta clasificación se ilustra en la figura 1.3.

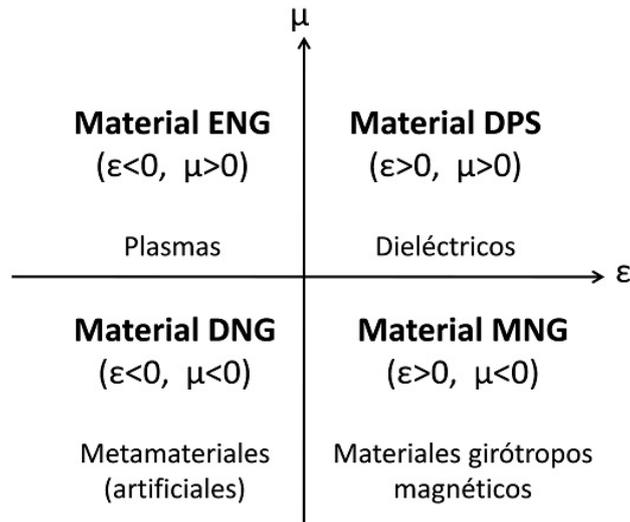


Figura 1.3: Clasificación de los materiales en función del signo de ϵ y μ .

Tuvieron que pasar décadas desde las tempranas predicciones de Veselago para que se pudiera comprobar que la fabricación de este tipo de medios era posible. El modelo de Drude-Lorentz predice la existencia de regiones con permitividad eléctrica negativa justo por encima de las frecuencias de resonancia eléctrica del material. Análogamente, se predicen regiones de permeabilidad negativa para las resonancias magnéticas. Las resonancias eléctricas se pueden dar a frecuencias del espectro visible e incluso más altas, en materiales presentes en la naturaleza (plasmas sin pérdidas y algunos metales o semiconductores), pero las magnéticas son más difíciles de conseguir debido a la débil naturaleza de las interacciones magnéticas en sólidos. Además, el rango de frecuencias en el que se dan valores de ϵ y μ negativos tiene que coincidir para conseguir un índice de refracción negativo.

Hacia el año 1999, Pendry *et al.* [4] introdujeron la estructura conocida como *split ring resonator* (SRR), ilustrado en la figura 1.4. Un SRR consiste en dos anillos planos concéntricos de material conductor con una apertura diametralmente opuesta. Estas aperturas permiten a la estructura resonar a longitudes de onda mayores que las dimensiones de la misma, y la combinación de muchos SRR en una red periódica bidimensional consigue una permeabilidad efectiva negativa, siempre que la longitud de la onda utilizada sea mucho mayor que el parámetro de la red. Fue Pendry también quien, en el año 2000, explicó cómo los materiales con refracción

negativa podrían ser la solución para conseguir fabricar una *lente perfecta* [5], con una resolución que no estuviera limitada por la longitud de onda de la luz (profundizaremos en este tema más adelante).

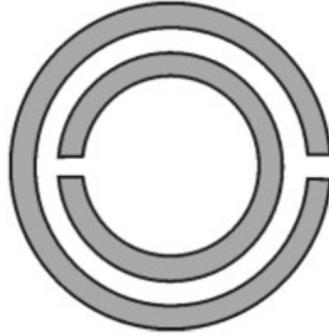


Figura 1.4: Esquema del Split Ring Resonator (SRR) propuesto por Pendry.

En ese mismo año, Smith *et al.* [6] consiguió comprobar cómo un medio con estructura basada en el SRR se comporta como un medio zurdo para un rango concreto de frecuencias de microondas: una pequeña banda, de unos 0.5 GHz de ancho, con el pico de resonancia en los 4.845 GHz. Los anillos son los responsables de la permeabilidad magnética negativa, $\mu < 0$, mientras que para obtener una permitividad eléctrica negativa, $\varepsilon < 0$, se utiliza una estructura de finos cables colocados en la dirección diametral de los anillos. Al combinarse estos dos tipos de redes, con las citadas propiedades, estas se combinan para dar lugar a un índice de refracción negativo.

En 2001, R. A. Shelby, D. R. Smith y S. Schultz [7] consiguieron medir por primera vez un índice de refracción efectivo negativo en una estructura metamaterial. En este caso el diseño de la red variaba en ciertos aspectos. Utilizaron anillos cuadrados en vez de circulares y los paneles se ensamblaron de forma perpendicular, formando una especie de bloque (Figura 3.3) del que se obtuvo la muestra con la que se trabajaba: un prisma de este material con una cara perpendicular al haz incidente y otra, por donde sale el haz de la muestra, haciendo un ángulo con la primera. Es en esta cara donde el rayo se refracta, midiéndose el ángulo de dispersión con un detector. Con este material se llegó a medir un índice de refracción mínimo $n = -2,7$ para una frecuencia de 10.5 GHz, manteniéndose $n < 0$ entre 10.2 y 10.8 GHz.

1.2. Los metamateriales en la actualidad

1.2.1. Viabilidad a frecuencias ópticas

Durante los primeros años de desarrollo de estas estructuras, se trabajaba principalmente en el rango de las microondas, con celdas unidad de entre 5 y 10 mm. Para obtener metamateriales en un rango de frecuencias más altas, se va reduciendo el tamaño de la celda unidad, pero van apareciendo limitaciones cada vez más complicadas de superar (pérdidas, efectos cuánticos). Cuando entramos en el rango de los terahertzios, el funcionamiento del SRR empieza a dar problemas. Para seguir reduciendo la longitud de onda a la que se puede operar se han utilizado otros materiales, más eficientes en este rango de frecuencias, trabajando cada vez con celdas más pequeñas. El principal problema es que dicho rango va reduciéndose hasta llegar a ser prácticamente de una sola longitud de onda. Por tanto, el principal objetivo en este campo es seguir reduciendo la longitud de onda con la que se puede trabajar, así como ampliar la banda de frecuencias a la que opera el material.

En 2004, T.J. Yen et al. [8] alcanzó el orden del terahertzio, utilizando aún el SRR doble de anillos cuadrados de cobre en una escala mucho más pequeña, del orden de los $40 \mu\text{m}$. El principal problema al ir incrementando la frecuencia de trabajo es la aparición de más pérdidas en el material, por lo que el tipo de materiales y el diseño de las estructuras se han ido cambiando y mejorando a lo largo de los años. Poco después, en 2007, se obtuvo para la parte real del índice de refracción un valor de -0.6 para una longitud de onda de 780 nm [9] (384.6 THz), lo cual entra, aunque por poco, en el espectro visible. Esto se consiguió utilizando como material plata, que sufre unas pérdidas significativamente menores que el oro a frecuencias del visible, en una estructura de "doble rejilla" que podemos ver en la figura 1.5. Esta estructura constaba de dos rejillas de plata separadas por un dieléctrico, en este caso fluoruro de magnesio, MgF_2 .

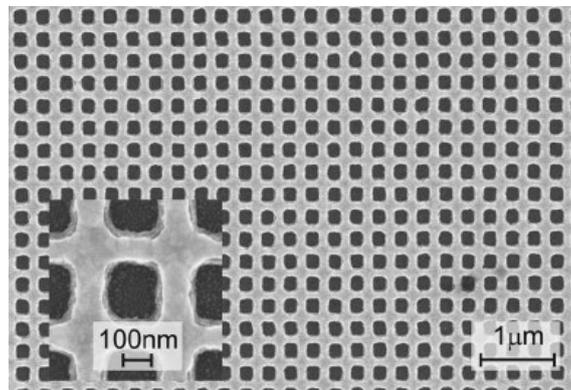


Figura 1.5: Rejilla utilizada para los experimentos a $\lambda = 780 \text{ nm}$ [9]

1.2.2. Antenas

Actualmente, los metamateriales de estas características ya están presentes en nuestro día a día. Habitualmente encontramos metamateriales, por ejemplo, en las antenas de los teléfonos móviles, dado que los LHM ofrecen varias ventajas con respecto a los materiales convencionales para la fabricación de antenas. Previamente al uso de materiales DNG, las antenas *individualmente negativas* ($\epsilon < 0, \mu > 0$ o $\epsilon > 0, \mu < 0$) que se acoplan por resonancia a la radiación externa fueron inventadas por Eric D. Isaacs en 2002 [10]. Debido a este acoplamiento resonante, la antena funciona aunque la longitud de onda de la radiación que le llega sea mucho mayor que el tamaño de la antena. Así, se pueden fabricar antenas pequeñas que operen en frecuencias de microondas.

Una de las primeras aplicaciones de los metamateriales en el campo del diseño y la mejora del rendimiento de las antenas fue propuesta en 2003 por Ziolkowski *et al.* [11]. Concretamente propuso el uso de una *cáscara* circular formada por un medio zurdo que rodea a una antena dipolar para aumentar la potencia radiada por esta. En su trabajo llevó a cabo un estudio analítico y numérico del problema y se compararon los resultados frente al rendimiento que daría la antena en el medio libre. El estudio concluía que la ganancia en potencia radiada por una antena de dipolo convencional podría incrementarse en varios órdenes de magnitud al rodearla de un medio zurdo.

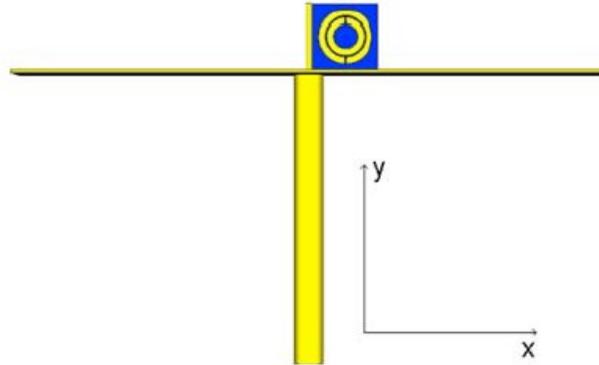


Figura 1.6: Esquema de antena monopolar con SRR [12]

Otro tipo de antena fabricada con metamateriales fue probada en 2006 por K. B. Alici y E. Özbay [12]. Estudiaron mediante simulaciones un monopolo eléctrico con anillos del tipo SRR en la base y se observó que la configuración SRR-monopolo permitía que la antena fuera más pequeña. Mientras que una antena “normal” debe ser de un tamaño de, al menos, $\lambda/2$ para conseguir un acoplamiento y radiación eficientes, con esta estructura se conseguía reducir su tamaño hasta $\lambda/10$ con las

mismas prestaciones. También se observó que añadiendo más SRR's en la base se podía mejorar la direccionalidad de la antena.

1.2.3. Cloaking

Una de las aplicaciones más llamativas de este tipo de medios es la de fabricar “capas” de invisibilidad. Gracias a las propiedades de los metamateriales, es posible manipular los caminos de las ondas de tal forma que el objeto quede oculto electromagnéticamente a la radiación incidente. En 2006 se tuvo constancia del primer éxito en este ámbito [13]. Con un manto cilíndrico compuesto por SRR cuadrados, se consiguió ocultar un objeto en el rango de las microondas, concretamente operando en pequeñas regiones dentro de la banda X (8 - 12 GHz). El objeto ocultado era un cilindro conductor eléctrico perfecto que se encontraba en el centro del metamaterial utilizado para taparlo.

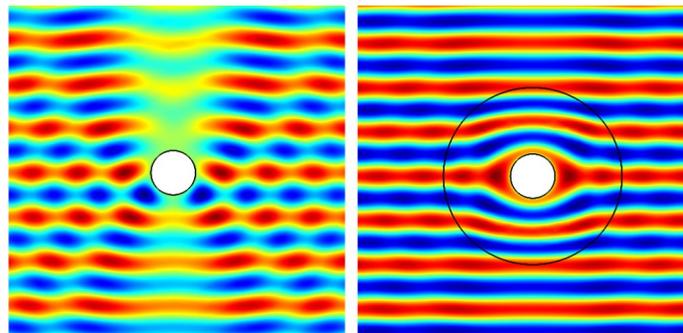


Figura 1.7: Izquierda: Sección de un cilindro conductor eléctrico perfecto radiado por una onda plana (se muestra el campo eléctrico únicamente). La onda es dispersada por el objeto. Derecha: El mismo cilindro se rodea con un manto metamaterial que evita que el campo cambie fuera de este de forma que el cilindro es invisible fuera de este.

Poco después, se propuso una estructura similar pero aplicable a frecuencias ópticas [14]. Esta capa es similar a la anterior, pero estaba compuesta por cables metálicos dispuestos en forma radial, alojados en un medio dieléctrico. Las simulaciones se realizaron a una longitud de onda de 632.8 nm y se comprobó cómo la estructura era válida para el cometido.

Durante los años siguientes, se ha seguido investigando en este campo, siempre intentando ampliar los rangos de frecuencias y la viabilidad de los materiales en el rango óptico. En 2009 se consiguió ocultar objetos para frecuencias infrarrojas, mediante una “alfombra” hecha de materiales dieléctricos basados en silicio [15] (Figura 1.9 (izquierda)). Usando esta técnica de cloaking, dos años después se llegaba

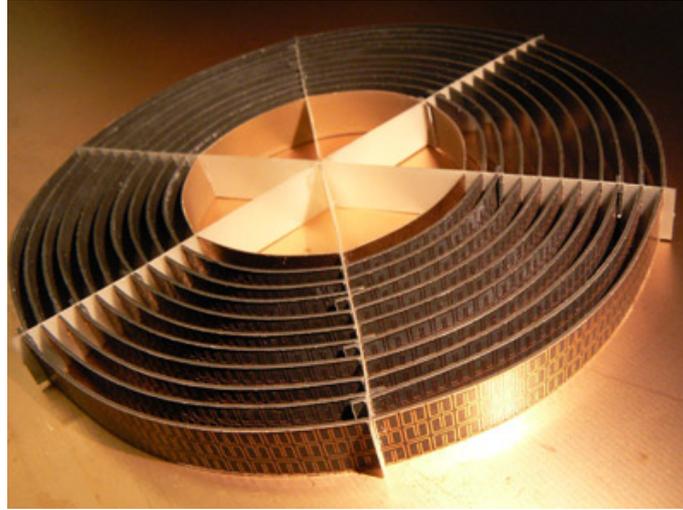


Figura 1.8: “Capa” metamaterial compuesta por SRR cuadrados aplicable a frecuencias de microondas.

a las frecuencias ópticas [16] (Figura 1.9 (derecha)). El material consistía en una base de silicio sobre la que se apoyaba un óxido de silicio nanoporoso, sobre el que a su vez se apoyaba un nitruro de silicio. En este experimento se demostró la posibilidad de conseguir invisibilidad en todo el espectro visible. La idea de este método es la de “esconder” el objeto bajo una alfombra de metamaterial y, gracias a las propiedades de este, no ver indicios de que hay algo debajo, es decir, que parezca que tenemos una superficie plana, sin nada debajo.

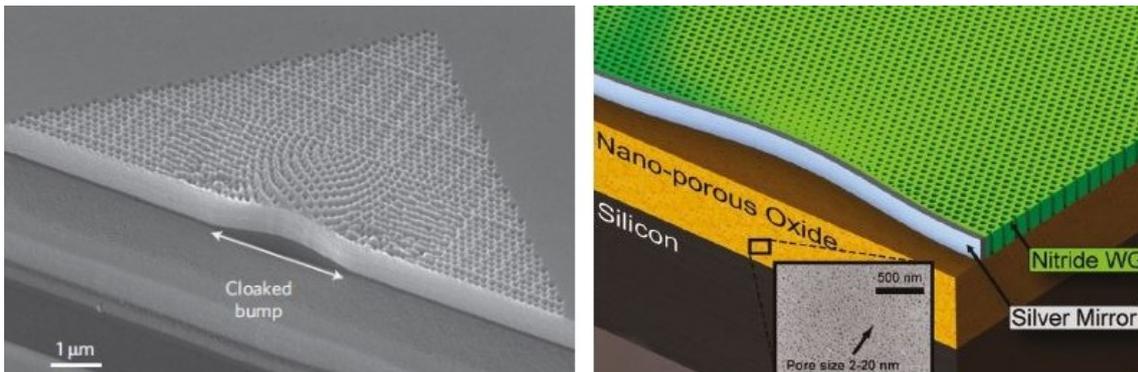


Figura 1.9: Estructuras utilizadas para frecuencias infrarrojas [15] (izquierda) y frecuencias ópticas [16] (derecha).

Capítulo 2

Materiales con índice de refracción negativo

A continuación, se explicará en detalle cómo se propagan las ondas en los LHM, así como algunas de sus propiedades importantes y la inversión de algunos fenómenos electromagnéticos cuando estos tienen lugar en este tipo de medios.

2.1. Propagación de ondas

Sea v la velocidad de propagación de una onda en cierto medio, $v = c/n$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío ($c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$) y n el índice de refracción del material por el que se propaga. Por tanto, podemos expresar la ecuación de ondas [17]

$$(\nabla^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2})\psi = 0 \quad (2.1)$$

en la forma siguiente:

$$(\nabla^2 - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2})\psi = 0 \quad (2.2)$$

Como $n = \frac{c}{v} = \frac{1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}{1/\sqrt{\epsilon\mu}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r}$, vemos que $\frac{n^2}{c^2} = \epsilon\mu$ y por tanto un cambio de signo de ambos parámetros no afectará a la ecuación (2.1). Sin embargo, esto cambia al considerar de forma explícita las ecuaciones diferenciales de primer orden de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (2.4)$$

Para ondas planas de la forma $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(-j\mathbf{k}\mathbf{r} + j\omega t)$ para el campo eléctrico y $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cdot \exp(-j\mathbf{k}\mathbf{r} + j\omega t)$ para el campo magnético, las ecuaciones (2.3) y (2.4) se reducen a

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mu\mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega\varepsilon\mathbf{E}. \quad (2.6)$$

Por tanto, si ε y μ son positivas, \mathbf{E} , \mathbf{H} y \mathbf{k} forman un sistema ortogonal *diestro* (o directo) de vectores, pero si $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$, encontramos que las relaciones anteriores se invierten y el sistema de vectores pasa a ser *zurdo* y las mismas ecuaciones podrían expresarse como

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = -\omega|\mu|\mathbf{H} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = \omega|\varepsilon|\mathbf{E}. \quad (2.8)$$

De esto se deduce una velocidad de fase negativa, de sentido contrario al flujo de energía dado por el vector de Poynting

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*, \quad (2.9)$$

que permanece inalterado tras un cambio de signo simultáneo de ε y μ , por lo que \mathbf{E} , \mathbf{H} y \mathbf{S} siguen formando un *tiedro* directo en un medio zurdo. En dichos medios, por tanto, los frentes de onda y el flujo de energía viajan en direcciones opuestas. Diremos que las ondas viajando en medios con índice de refracción negativo se propagan con una velocidad de fase negativa, lo que se conoce como propagación *backward*.

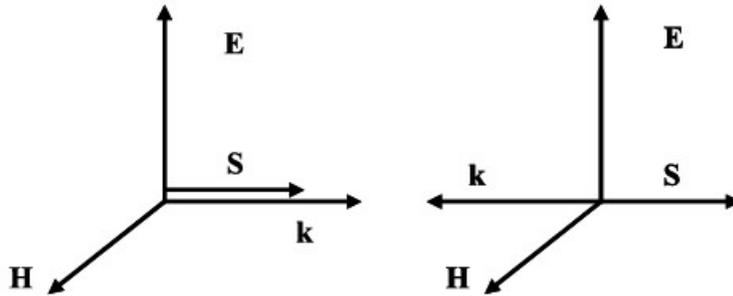


Figura 2.1: Sistema de vectores \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{k} y \mathbf{S} para una onda transversal electromagnética en un medio convencional (izquierda) y en uno zurdo (derecha). [17]

Hasta este punto se han tratado situaciones ideales sin pérdidas, pero las pérdidas son inevitables en cualquier aplicación práctica real. A partir de ahora consideraremos el efecto que tienen las pérdidas en la propagación. Empezaremos considerando una región llena de un medio zurdo homogéneo. En estado estacionario y en ausen-

cia de fuentes dentro de la región, tendrá que haber un flujo de potencia hacia el medio que compense las pérdidas existentes. Del Teorema de Poynting [18] complejo obtenemos

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^* + j\omega(\mu\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^* - \varepsilon\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*). \quad (2.10)$$

Como hemos dicho, estamos en ausencia de fuentes, por lo que $\mathbf{J} = 0$. La ecuación anterior tiene entonces la siguiente forma:

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = j\omega(\varepsilon\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* - \mu\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*). \quad (2.11)$$

Aplicando el teorema de la divergencia se obtiene

$$\operatorname{Re} \left\{ \oint (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \right\} = \omega \operatorname{Im} \left\{ \int (\mu|\mathbf{H}|^2 - \varepsilon^*|\mathbf{E}|^2) dV \right\} < 0. \quad (2.12)$$

Como estamos en una región con un material de índice de refracción negativo,

$$\operatorname{Im}(\varepsilon) < 0; \quad \operatorname{Im}(\mu) < 0. \quad (2.13)$$

Vamos a considerar una onda plana propagándose en un medio zurdo con pérdidas ($\operatorname{Re}(\varepsilon) < 0$; $\operatorname{Re}(\mu) < 0$), con número de onda $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu$. De (2.13) se deduce que $\operatorname{Im}(k^2) > 0$. Por tanto, la parte real e imaginaria de k tienen que ser del mismo signo:

$$\{\operatorname{Re}(k) > 0 \text{ y } \operatorname{Im}(k) > 0\} \quad \text{o bien} \quad \{\operatorname{Re}(k) < 0 \text{ y } \operatorname{Im}(k) < 0\} \quad (2.14)$$

2.2. Energía y velocidad de grupo

Vamos a partir de las densidades medias de energía eléctrica y magnética medias [19]

$$\langle u_e \rangle = \frac{1}{4}\varepsilon\mathbf{E}\mathbf{E}^*; \quad \langle u_m \rangle = \frac{1}{4}\mu\mathbf{H}\mathbf{H}^*, \quad (2.15)$$

que al sumarlas nos dan la densidad de energía electromagnética media

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{4}(\varepsilon|\mathbf{E}|^2 + \mu|\mathbf{H}|^2). \quad (2.16)$$

Esta es la densidad de energía media en medios transparentes no dispersivos. Atendiendo a la ecuación (2.16), teniendo en cuenta que estamos trabajando en un medio zurdo, con $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$, obtendríamos una densidad de energía negativa, lo cual no puede ocurrir en ningún caso. Pero sabemos que, en la práctica, un medio físico

siempre es dispersivo, siendo la ecuación anterior válida como aproximación para medios con muy poca dispersión. La expresión

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} |\mathbf{E}|^2 + \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} |\mathbf{H}|^2 \right\} \quad (2.17)$$

es la correcta para un paquete de ondas cuasi-monocromático que se propaga en un medio dispersivo (las derivadas se evalúan en la frecuencia central del paquete) [17]. La necesidad de que la energía sea positiva exige que

$$\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} > 0 \quad y \quad \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} > 0, \quad (2.18)$$

lo cual sí es compatible con $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$ siempre que $\partial\varepsilon/\partial\omega > |\varepsilon|/\omega$ y que $\partial\mu/\partial\omega > |\mu|/\omega$. Esto implica que los medios zurdos han de ser altamente dispersivos, hecho que está de acuerdo con el modelo de Drude-Lorenz, que, como se comentó en la introducción, predice valores negativos de ε y/o μ en las regiones altamente dispersivas justo por encima del pico resonante del medio.

El hecho de que las ondas se propaguen con velocidad de fase negativa en los medios zurdos implica que la velocidad de fase ($v_f = \omega/k$) y la velocidad de grupo ($v_g = \partial\omega/\partial k$) tienen signos opuestos. De hecho, veamos que, derivando k^2 respecto de la frecuencia angular ω obtenemos

$$\frac{\partial k^2}{\partial\omega} = 2k \frac{\partial k}{\partial\omega} \equiv 2 \frac{\omega}{v_f v_g}. \quad (2.19)$$

Si lo derivamos de la ecuación $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$, y teniendo en cuenta la ecuación (2.18), obtenemos

$$\frac{\partial k^2}{\partial\omega} = \omega\varepsilon \frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} + \omega\mu \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} < 0. \quad (2.20)$$

Finalmente, considerando (2.19) y (2.20) podemos concluir que

$$v_f v_g < 0, \quad (2.21)$$

lo cual implica que los paquetes y los frentes de onda viajan en direcciones opuestas.

2.3. Refracción negativa

Vamos a considerar ahora la refracción experimentada por un rayo cuando pasa de un medio convencional ($\varepsilon > 0, \mu > 0$) a uno doblemente negativo [17]. Las condiciones de contorno exigen la continuidad de las componentes tangenciales de la onda en la interfaz, por tanto

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{-|\mathbf{k}_2|}{|\mathbf{k}_1|} = \frac{n_2}{n_1} < 0, \quad (2.22)$$

que es la ley de Snell. En la ecuación, θ_i es el ángulo del rayo incidente y θ_t el del rayo refractado (transmitido) con la normal a la interfaz entre los dos medios. n_1 y n_2 son los índices de refracción de estos, siendo el primero positivo y el segundo, el del medio zurdo, negativo. Por tanto, el signo de la raíz en la definición del índice de refracción tiene que escogerse negativo:

$$n = \frac{c}{v} = -c\sqrt{\epsilon\mu} < 0 \quad (2.23)$$

Esta última propiedad domina la óptica geométrica de los medios zurdos. Esto hace que un bloque de un material de este tipo sea capaz de focalizar energía sin tener ningún tipo de concavidad o convexidad.

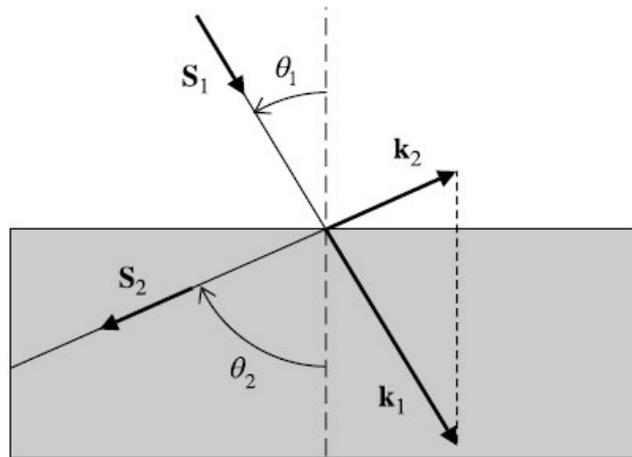


Figura 2.2: Refracción de un rayo que pasa de un medio ordinario a un medio zurdo. \mathbf{S}_1 y \mathbf{S}_2 son los vectores de Poynting en cada uno de los medios, respectivamente. \mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 (negativo) son los vectores de onda y θ_1 y θ_2 (también negativo) los ángulos del rayo con la normal. [17]

El efecto que acabamos de comentar está ilustrado en la Figura 2.3. En óptica paraxial

$$|n| = \frac{|\sin\theta_1|}{|\sin\theta_2|} \simeq \frac{|\tan\theta_1|}{|\tan\theta_2|} = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}, \quad (2.24)$$

donde n es el índice de refracción del bloque relativo al medio que lo rodea. La energía electromagnética que llega de la fuente es enfocada en dos puntos, uno dentro y uno fuera del bloque, a una distancia

$$x = a + a' + b + b' = d + \frac{d}{|n|}, \quad (2.25)$$

siendo d la anchura del bloque.

Esta es la base de la *lente perfecta*, tema en el que profundizaremos más adelante.

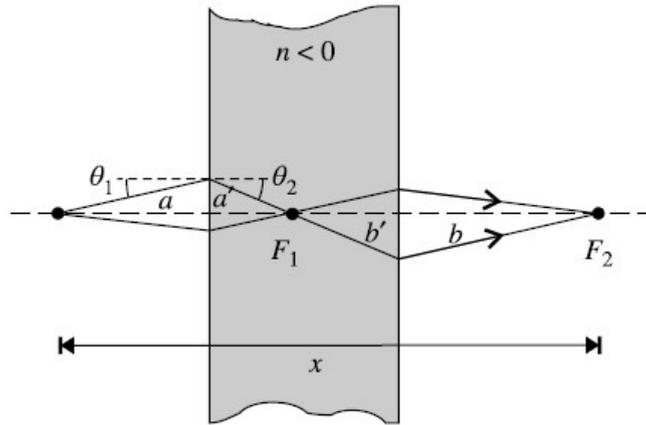


Figura 2.3: Enfoque de rayos paraxiales por un bloque de material zurdo. [17]

2.4. Otros efectos en medios zurdos

La propagación inversa de las ondas en los medios con refracción negativa tiene implicaciones en numerosos fenómenos electromagnéticos conocidos. Hace 50 años, Veselago [3] ya estudió cómo cambiarían estos efectos en medios con ε y μ negativos.

2.4.1. Efecto Doppler inverso

Cuando se emite una onda, la frecuencia que el receptor detecta depende de la velocidad de este respecto al foco emisor. En esto consiste el efecto Doppler. En medios típicos, con $n > 0$, si el receptor se mueve hacia la fuente, los frentes de onda y el receptor se mueven en sentido opuesto, y la frecuencia que el receptor detecta en la onda es mayor a la que mide un observador en reposo respecto de la fuente. Si el receptor se aleja de la fuente, verá una frecuencia superior a la emitida. Sin embargo, cuando se trata de un medio zurdo, los frentes de onda se mueven hacia la fuente. Por tanto, si el receptor también se mueve hacia la fuente, la frecuencia que este ve será menor que la referencia de un observador en reposo, y si el observador se aleja de la fuente verá una frecuencia mayor.

El cambio en frecuencia viene dado por

$$\Delta\omega = \pm\omega_0 \frac{u}{v_f} \quad (2.26)$$

donde ω_0 es la frecuencia de la señal emitida por la fuente, u es la velocidad del receptor hacia la fuente y v_f la velocidad de fase de la onda en el medio. El signo \pm hace referencia a medios ordinarios/zurdos. Recordando que $v_f = c/n$,

$$\Delta\omega = \omega_0 \frac{nu}{c}. \quad (2.27)$$

Como se adelantó cualitativamente, vemos cómo en medios con $n < 0$, la variación de frecuencia $\Delta\omega$ se hace negativa para velocidades u positivas, es decir, en el caso en que el receptor se mueve hacia la fuente.

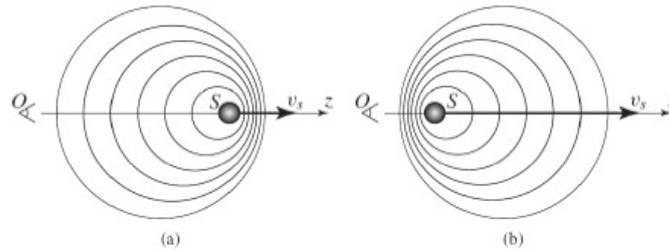


Figura 2.4: Efecto Doppler normal (izquierda) e inverso (derecha) cuando el observador está en reposo y la fuente se aleja de este. [20]

2.4.2. Radiación de Cerenkov inversa

La radiación Cerenkov es producida cuando una partícula con carga eléctrica entra en un medio a una velocidad superior a la velocidad de la luz en ese medio. Es un fenómeno análogo a la generación de una onda de choque cuando un objeto supera la velocidad del sonido, pero en el ámbito electromagnético. Si la partícula no es frenada muy bruscamente, se puede considerar una velocidad constante durante varios frentes de onda. Entonces, los frentes de onda radiados por la partícula van retrasados respecto a esta, dando lugar a la *onda de choque*. El ángulo en que la radiación es emitida depende de la velocidad de la partícula:

$$\cos \theta = \frac{c}{nu}, \quad (2.28)$$

donde c/n sería la velocidad de la luz en el medio y u la de la partícula.

Vemos así que, si el medio es zurdo, $n < 0$ y por consiguiente $\cos \theta < 0$, luego la propagación es al revés y los frentes de onda se mueven *hacia dentro* de la fuente a una velocidad $c/n(\omega)$ [20].

2.4.3. Amplificación de ondas evanescentes

En los medios zurdos, además de la refracción inversa en una placa de dicho medio, ocurre algo distinto a lo habitual con las ondas evanescentes. Vamos a expandir el campo eléctrico en el semiespacio $z > 0$ en los términos espaciales y temporales de la frecuencia en función del espectro angular de ondas planas [20]

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^\infty dk_x \int_{-\infty}^\infty dk_y \mathbf{A}(k_x, k_y, \omega, z) e^{-i(\omega t - k_x x - k_y y)} \quad (2.29)$$

si tenemos una fuente de radiación en $z < 0$,

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.30)$$

y entonces, para $z > 0$, el espectro angular satisface

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2 \right) \mathbf{A}(k_x, k_y, \omega, z) \quad (2.31)$$

con soluciones de la forma

$$\mathbf{A}(k_x, k_y, \omega, z) \propto e^{\pm i k_z z} \quad (2.32)$$

con

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}. \quad (2.33)$$

k_z puede ser real o imaginaria. Si es imaginaria, es decir, $k_x + k_y > \omega^2/c$, para ondas que se propagan en $z > 0$,

$$k_z = i|k_z|. \quad (2.34)$$

Luego para un campo que se propaga hacia un z creciente:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z, t) = & \int_0^\infty d\omega \int \int_{k_x + k_y > \omega^2/c} dk_x dk_y A_{ord}(k_x, k_y, \omega) \times e^{i k_x x + k_y y + k_z z - \omega t} \\ & + \int_0^\infty d\omega \int \int_{k_x + k_y < \omega^2/c} dk_x dk_y A_{ev}(k_x, k_y, \omega) \times e^{i k_x x + k_y y - \omega t} e^{-|k_z| z}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

El primer término después del igual es una superposición de ondas planas propagándose en sentido z positivo, el segundo es una superposición de modos evanescentes que decaen con z exponencialmente. Por esta razón, en un medio típico, estas ondas evanescentes solo aparecen en zonas muy próximas a su creación. Estas ondas aparecen, por ejemplo, en la reflexión total interna, cuando un rayo contenido en un cristal se proyecta sobre una interfaz cristal/aire con un ángulo mayor al crítico. En un medio zurdo, el término exponente de la parte evanescente del campo aumenta y este aumento conlleva una restauración de los armónicos de Fourier evanescentes en el plano de la imagen.

2.4.4. La lente perfecta

Como ya se ha comentado, Pendry realizó en el año 2000 un estudio teórico sobre la posibilidad de superar el límite de resolución de una lente ordinaria [5]. Como es sabido, por mera óptica clásica, ninguna lente convencional ($n > 0$) puede enfocar luz en un área inferior a la longitud de onda cuadrada de esta luz, por muy perfecta que sea la lente, para cualquier tamaño de apertura. Al conocer las propiedades de los medios zurdos, se propone una solución alternativa basada en estos, ya que un material con un índice de refracción negativo enfoca la luz aún teniendo superficies planas, como acabamos de ver en la sección 2.3 (Fig. 2.3).

Escogiendo un medio con $\varepsilon = -1$ y $\mu = -1$ (magnitudes relativas), que dan lugar a un índice de refracción $n = -1$, podemos comprobar fácilmente cómo la impedancia del medio coincide con la de un medio con $n = 1$:

$$Z = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}. \quad (2.36)$$

Por tanto, podemos decir que el medio con $n = -1$ está perfectamente adaptado con el espacio libre y no se produce reflexión en la interfase entre el medio DNG y el convencional.

Basándonos en lo que hemos visto sobre la amplificación de ondas evanescentes, podemos ver que tanto las ondas propagantes como las evanescentes contribuyen en este caso a la resolución de la imagen, ya que en los medios zurdos las ondas evanescentes no desaparecen, por lo que no hay limitaciones a la hora de enfocar una imagen más allá de los límites de resolución de un medio convencional.

Para la fabricación de estas superlentes suelen proponerse metales nobles. Cuando las distancias son muy inferiores a la longitud de onda, se puede aplicar el límite electrostático, las respuestas eléctrica y magnética se desacoplan y nos vale con que ε o μ por separado sean negativas para soportar ondas superficiales resonantes con una polarización determinada. En los metales mencionados (la plata es el más pro-

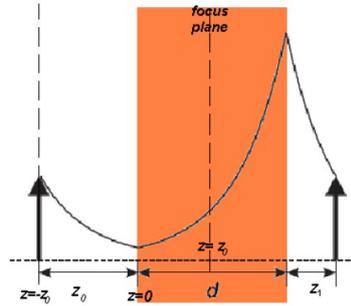


Figura 2.5: Amplitud para un armónico de Fourier evanescente en una lente perfecta. [20]

puesto) es fácil obtener una permitividad negativa con una excitación colectiva de los electrones de conducción, por ello son aptos para este cometido. En 2005 se demostró la viabilidad de estas superlentes [21], enfocando un objeto (en concreto la palabra “NANO”) de tamaño $\lambda/6$ mediante una placa de plata.

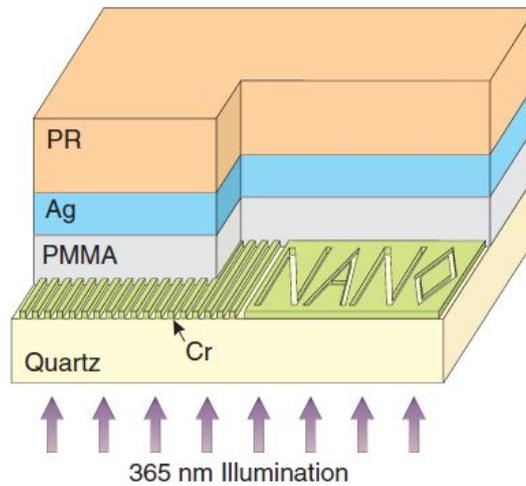


Figura 2.6: Esquema del experimento comentado para enfocar la palabra “NANO” a través de una superlente de plata [21].

Capítulo 3

Fabricación de metamateriales zurdos

La gran dificultad en la obtención de estos materiales radica en el hecho de que las frecuencias de resonancia para las que $\varepsilon < 0$ suelen ser mucho mayores (ópticas e infrarrojas) que las que nos dan $\mu < 0$. A esto se suma que la banda de frecuencias de resonancia es típicamente bastante estrecha para ambos casos. A continuación se explica más a fondo cómo se pueden conseguir de forma simultánea $\varepsilon < 0$ y $\mu < 0$. Como ya se ha comentado sobre la arquitectura de estos materiales, son medios discretos basados en pequeñas celdas unidad de cuyas propiedades individuales se pueden extraer las propiedades del medio. El tamaño de las celdas es varias veces inferior a la longitud de onda de la radiación incidente, y varía en función de las frecuencias de interés.

3.1. Permitividad eléctrica negativa ($\varepsilon < 0$)

Sabemos que los plasmas están descritos por una función de la permitividad que se hace negativa en frecuencias inferiores a la *frecuencia del plasma*, ω_p . Un metal puede ser considerado un plasma si lo tratamos como un cristal de iones positivos junto con un gas de electrones que se mueve en base al potencial periódico originado por los iones. El plasmón es la cuasipartícula que da cuenta de las oscilaciones del plasma, es una oscilación colectiva de la densidad de electrones. En equilibrio, la carga del gas de electrones está compensada por la carga nuclear de los iones. Si movemos la carga, esta situación se descompensa dando lugar a una fuerza restauradora que resulta en un movimiento armónico,

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m_{eff}}. \quad (3.1)$$

Donde n es la densidad de electrones, e su carga y m_{eff} la masa efectiva. Los plasmones tienen un gran impacto en las propiedades del metal, dando lugar a una función para la permitividad de la forma

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (3.2)$$

siendo γ un término disipativo muy pequeño comparado con la frecuencia del plasma (unos 2 órdenes de magnitud). El problema de esta situación radica en que la excitación del plasma en los metales ocurre a frecuencias ultravioletas, demasiado altas para nuestras necesidades. La solución a este problema, basándose en estos fundamentos, fue propuesta por Pendry et al. [22].

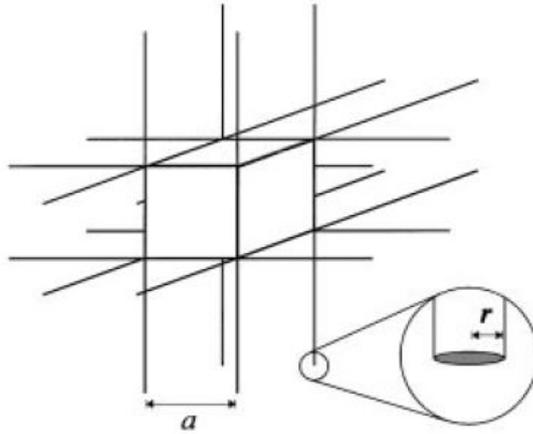


Figura 3.1: Esquema de la red propuesta por Pendry [22].

Pendry propone una estructura metálica basada en una red de hilos muy finos (de $0.1 \mu\text{m}$ de radio) con la que se consigue reducir la frecuencia del plasma hasta en 6 órdenes de magnitud. Con hilos de aluminio dispuestos en una estructura de este tipo, con un parámetro de red de 5 mm, se consigue reducir la frecuencia del plasma hasta los 8.2 GHz (tengamos en cuenta que las frecuencias más bajas del ultravioleta son de unos 800 THz). Así, consigue que una simple estructura de cables metálicos se comporte a bajas frecuencias como lo hace un metal sólido en frecuencias mucho más altas. Esta estructura funciona tan bien por dos cosas. Primero, al estar los electrones confinados en tan poco espacio, la concentración de electrones en el material decae considerablemente, lo cual hace que la frecuencia del plasma también se reduzca (ver ecuación (3.1)). En segundo lugar, y más relevante en el descenso de ω_p , la autoinducción del sistema de cables se manifiesta como un gran aumento de la masa efectiva de los electrones confinados en estos, causando una gran reducción de la frecuencia del plasma (ec. (3.1)).

3.2. Permeabilidad magnética negativa ($\mu < 0$)

Los anillos utilizados SRR funcionan análogamente a un circuito resonador LC (Figura 3.2 (izquierda)) excitado por un flujo magnético externo, con una frecuencia de resonancia ω_{LC} a la cual el flujo de corriente y el momento dipolar magnético creado son máximos. El anillo en sí provoca una autoinducción cuando es excitado por un campo magnético externo que varía en el tiempo. El corte que hacemos al anillo, hace que esta parte del elemento se comporte como un condensador. Cuando tenemos un solo anillo, esta frecuencia de resonancia es $\omega_{LC} = 1/\sqrt{LC}$.

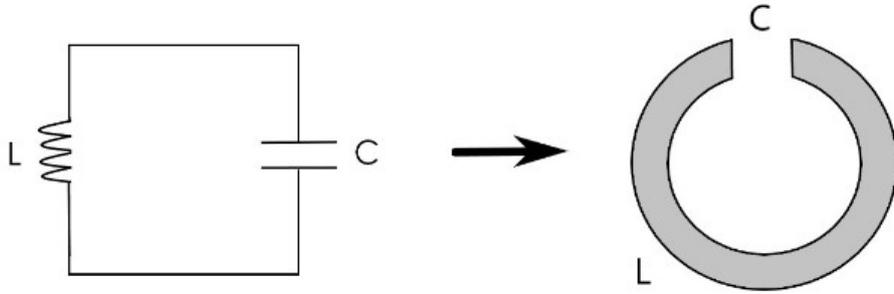


Figura 3.2: Analogía del anillo SRR individual con un circuito LC resonante.

Partiremos del momento dipolar magnético del anillo a lo largo de su eje (tomaremos dicho eje en la dirección z) $m_z = \alpha_{zz}^{mm} B_z^{ext}$, donde α_{zz}^{mm} es la polarizabilidad del anillo. La polarizabilidad de un material es la capacidad que tiene este para formar dipolos, como respuesta dinámica a los campos externos. En el caso de un anillo al que se le ha añadido una capacidad, la polarizabilidad magnética de este es [17]

$$\alpha_{zz}^{mm} = \frac{\pi^2 r^4}{L} \left(\frac{\omega_{LC}^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1}, \quad (3.3)$$

donde r es el radio de nuestro anillo. Vemos aquí que, justo por encima de la resonancia, ω_{LC}^2/ω^2 será un término menor que 1 y muy próximo a este, por lo que en el paréntesis tendremos un número negativo muy pequeño, que al estar dividiendo resultará en una polarizabilidad grande y negativa. Como aproximación, se ignora el acoplamiento entre elementos adyacentes, y encontramos que el tensor susceptibilidad magnética es

$$\bar{\bar{\chi}}_m = \frac{\mu_0}{a^3} \bar{\bar{\alpha}}^{mm}. \quad (3.4)$$

De este tensor nos interesa el elemento zz :

$$\chi_{m,zz} = \frac{\mu_0}{a^3} \alpha_{zz}^{mm}, \quad (3.5)$$

donde a es el parámetro de la red. Como podemos observar, este valor depende linealmente de α_{zz}^{mm} para un a fijo. Por tanto, en estas frecuencias muy próximas y superiores a la resonancia, podemos alcanzar valores bastante grandes de la susceptibilidad. Lo que se busca es que este valor sea inferior a -1, ya que la permeabilidad magnética efectiva del medio lo requiere para conseguir que sea negativa:

$$\mu_{eff,zz} = \mu_0(1 + \chi_{m,zz}) \quad (3.6)$$

será negativa para un valor negativo e inferior a -1 de la susceptibilidad, el cual se llega a alcanzar en las comentadas regiones inmediatamente posteriores a las resonancias. Recordemos que esta propiedad es direccional: estamos trabajando únicamente con el elemento zz , es decir, va a depender de la incidencia de la radiación.

3.3. Algunos modelos de SRR

3.3.1. Primeros pasos. El SRR cuadrado

El primer medio zurdo probado experimentalmente, como ya se comentó, lo introdujo Shelby en 2001 [7]. Consiste en unas placas con SRR cuadrados impresos sobre una de sus caras, y pistas a modo de hilo en la otra. Esta pista pasa por el centro de los cuadrados, en dirección vertical, la misma que la de los cortes de los anillos, ambos elementos están hechos de cobre. Después de fabricarlas, cortaron y ensamblaron las placas formando un prisma, con el que realizarían experimentos de deflexión de un haz de microondas.

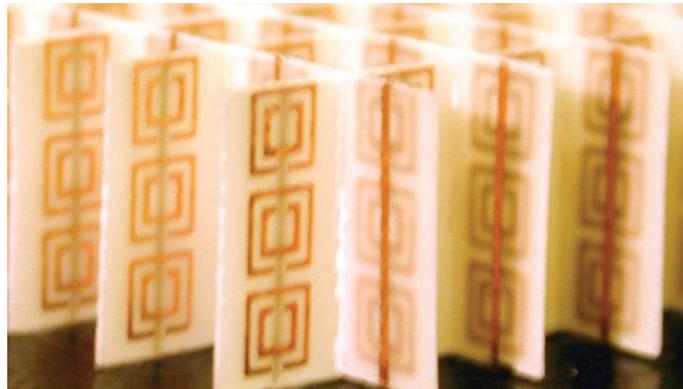


Figura 3.3: Fotografía del medio usado por Shelby para la demostración experimental del índice de refracción negativo [7].

Se iluminaba el prisma con microondas perpendiculares a la primera cara, de forma que en la primera interfaz no hubiera refracción, la cara de salida forma un ángulo con la primera, por lo que en este caso la incidencia no es perpendicular. Con un detector de microondas se midió el ángulo de refracción, que como era de esperar, era igual en magnitud pero de signo contrario al que se produciría al pasar de un medio diestro con un índice igual al de nuestro material pero de signo positivo. De esta forma, medían la refracción al pasar la radiación del LHM al aire y no al del aire al LHM. Obviamente, esta opción es mucho más viable que la otra, para la que se tendría que colocar un detector dentro del ensamblado.

3.3.2. Edge-Coupled Split Ring Resonator (EC-SRR)

Este modelo, propuesto por Pendry en 1999 [4], consiste en dos anillos metálicos concéntricos, ambos con un gap, impresos en una placa de material dieléctrico. Los huecos de cada anillo se encuentran en puntos opuestos. De esta forma, cuando se excita con un campo magnético que varía en el tiempo, perpendicular a la estructura, las corrientes inducidas se ven forzadas a ir de un anillo al otro gracias a estos huecos.

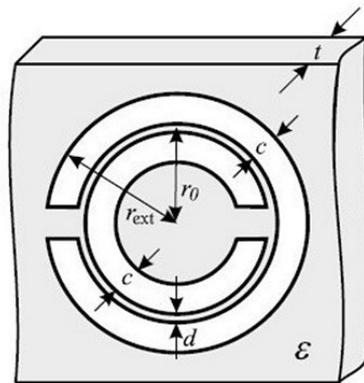


Figura 3.4: Esquema del EC-SRR [17].

Este tipo de resonadores tienen una autoinducción total L y dos tipos de capacidades, como podemos ver en su circuito equivalente en la figura 3.5 (b). Debido al espacio entre los dos anillos, cuando la estructura es excitada se generan en su mitad superior e inferior dos capacidades distribuidas, C . Además de estas, tenemos las capacidades generadas por el corte de cada anillo, que como vimos se comportan como condensadores, aunque estas últimas capacidades pueden ser despreciadas al ser mucho más pequeñas que las capacidades distribuidas, siempre que el tamaño del anillo sea pequeño en relación a la longitud de la onda incidente. En este tipo de estructura, la autoinducción L puede calcularse como la de un anillo con el radio medio de los radios de los anillos del EC-SRR, calculada sin tener en cuenta el hueco

en cada anillo (ec. (5.3)). La capacidad en cada mitad de la estructura es (una vez despreciada la capacidad del gap) [17] $C = \pi r C_{pul}$, donde C_{pul} es la capacidad por unidad de longitud a lo largo del espacio entre los anillos y r es el radio promedio. Como las capacidades están conectadas en serie, la capacidad total de este modelo será igual a $C/2$.

De esta forma, ignorando efectos de pérdidas, la corriente total en el circuito será

$$\left(\frac{2}{j\omega C} + j\omega L \right) I = \Sigma, \quad (3.7)$$

donde Σ es la excitación externa. Esto será válido siempre que las dimensiones del anillo sean pequeñas en relación a $\lambda/2$ y la capacidad en los gaps pueda ser despreciada. Así, las corrientes en cada anillo desaparecen en los gaps y la dependencia angular de las corrientes en cada anillo puede ser considerada lineal (así la corriente total en cada mitad es constante). Esto implica también un voltaje constante en las o *slots* (espacios entre el anillo grande y el pequeño) en ambas mitades. La frecuencia de resonancia puede obtenerse resolviendo la ecuación (3.7) con $\Sigma = 0$:

$$\omega_0^2 = \frac{2}{LC} = \frac{2}{\pi r C_{pul} L}. \quad (3.8)$$

Cuando el anillo se excita con un campo magnético externo, la excitación en la ecuación (3.7) es $\Sigma = -j\omega\phi_{ext}$, donde ϕ_{ext} es el flujo magnético externo a través de la estructura. De esta forma, la corriente total queda como

$$I = \frac{\phi_{ext}}{L} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.9)$$

Este tipo de resonadores presentan un efecto de acoplamiento debido a su geometría. Cerca de la resonancia la estructura reacciona a un campo magnético externo (perpendicular al plano del anillo) tanto con un fuerte dipolo magnético como con un fuerte dipolo eléctrico. Como podemos observar en la figura 3.5 (a), las cargas en la parte superior de cada anillo son la imagen de las cargas en la parte inferior, por lo que los dipolos creados en los huecos entre anillos en la mitad superior e inferior son paralelos y tienen el mismo sentido, generando un dipolo total que será la suma de estos dos. En el caso de la excitación de la estructura mediante un campo eléctrico (perpendicular al gap de los anillos) también se produce la excitación simultánea de un dipolo eléctrico y uno magnético. Es por esto que el EC-SRR es un medio bianisótropo. Las relaciones constitutivas para estos medios se explican en el apéndice A. A continuación se presentan las expresiones para el momento dipolar magnético (en z) y eléctrico (en y y x) [17].

$$m_z = \alpha_{zz}^{mm} B_z^{ext} - \alpha_{yz}^{em} E_y^{ext} \quad (3.10)$$

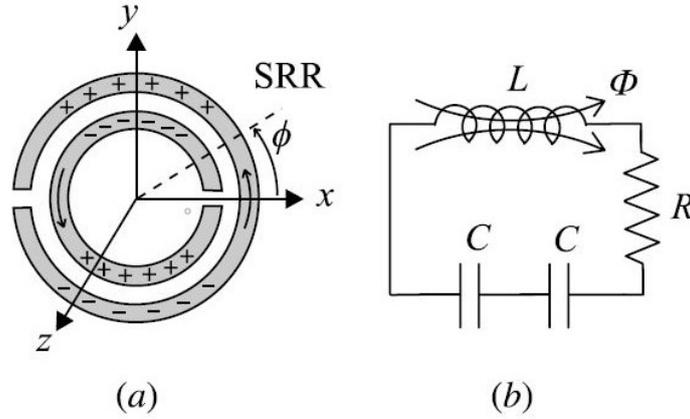


Figura 3.5: Reparto de las cargas en cada mitad del EC-SRR [17] (a) y circuito equivalente utilizando la aproximación que desprecia las capacidades del gap [17] (b).

$$p_y = \alpha_{yy}^{ee} E_y^{ext} + \alpha_{yz}^{em} B_z^{ext} \quad (3.11)$$

$$p_x = \alpha_{xx}^{ee} E_x^{ext} \quad (3.12)$$

La polarizabilidad magnética del anillo la sacamos de la ec. (3.9) sabiendo que el momento dipolar magnético del anillo es $m_z = \pi r^2 I$ y $\phi_{ext} = \pi r^2 B_z^{ext}$:

$$\alpha_{zz}^{mm} = \frac{\pi^2 r^4}{L} \left(\frac{\omega_{LC}^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.13)$$

El dipolo eléctrico inducido por la componente B_z^{ext} es

$$p_y = 2 \int_0^\pi p_r r \sin\phi d\phi = 4r p_r, \quad (3.14)$$

siendo p_r el dipolo eléctrico por unidad de longitud creado a lo largo de los *slots* en la mitad superior. Esta cantidad puede expresarse como $p_r = q d_{ef}$, donde q es la carga por unidad de longitud en el anillo externo (la del interno será de igual magnitud y signo contrario) y d_{ef} una distancia efectiva $d_{ef} \simeq c + d$ (c y d son dimensiones que aparecen en la figura 3.4, (a)). y entonces

$$p_r = q d_{ef} = C_{pul} V d_{ef} \quad (3.15)$$

donde V es la diferencia de potencial en el *slot* entre los dos anillos, constante en la aproximación considerada. Este voltaje se calcula de $2V = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ donde el campo integrado se toma a lo largo de los anillos y pasando de uno a otro por los *slots*. De la ley de Faraday, $2V = -j\omega(LI + \phi_{ext})$. Por tanto, teniendo en cuenta las ecuaciones (3.14) y (3.15),

$$p_y = -2j\omega r C_{pul} d_{ef} (LI + \phi_{ext}) \quad (3.16)$$

y tomando la ecuación (3.9) y que $\phi_{ext} = \pi r^2 B_z^{ext}$,

$$p_y = -2j\pi r^3 d_{ef} C_{pul} \frac{\omega_0^2}{\omega} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1} B_z^{ext}. \quad (3.17)$$

Ahora veremos el comportamiento del anillo EC-SRR bajo excitación eléctrica. La excitación Σ ahora es la conexión en serie del voltaje externo a través de las capacidades formadas en ambas mitades del anillo. Este voltaje externo se puede considerar el voltaje medio creado por el campo externo a través de cada mitad.

$$\Sigma = 2 \langle V^{ext} \rangle = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi E_y^{ext} d_{ef} \sin\phi d\phi = \frac{4}{\pi} d_{ef} E_y^{ext} \quad (3.18)$$

Sustituyendo en la ecuación (3.7), la corriente total en el anillo es

$$I = j \frac{4d_{ef}}{\pi\omega L} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1} E_y^{ext} \quad (3.19)$$

Esta corriente genera un momento magnético $m_z = \pi r^2 I$ que se puede expresar, recordando la expresión de la ecuación (3.8), como

$$m_z = 2j\pi r^3 d_{ef} C_{pul} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1} E_y^{ext} \quad (3.20)$$

Además, cuando el EC-SRR se encuentra bajo esta excitación, la corriente resonante generada alrededor de los anillos debe también crear un momento eléctrico, debido a la polarización radial a lo largo de los *slots*. El dipolo eléctrico total asociado con el EC-SRR es el siguiente

$$p_y = 4 d_{ef}^2 r^2 C_{pul}^2 L \left(\frac{\omega_0^2}{\omega} \right) \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1} E_y^{ext} \quad (3.21)$$

Por último, el EC-SRR debe mostrar una polarizabilidad eléctrica no resonante en el plano de los anillos, que puede ser aproximada como la polarizabilidad eléctrica de un disco metálico del mismo tamaño que el resonador. Esta polarizabilidad es $\alpha = \varepsilon_0 16r_{ext}^3/3$, donde $r_{ext} = r + 2c + d$ (Figura 3.4, (a)). Las polarizabilidades del EC-SRR son las siguientes:

$$\alpha_{zz}^{mm} = \frac{\pi^2 r^4}{L} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.22)$$

$$\alpha_{xx}^{ee} = \varepsilon_0 \frac{16}{3} r_{ext}^3 \quad (3.23)$$

$$\alpha_{yz}^{em} = -\alpha_{zy}^{me} = -2j\pi r^3 d_{ef} C_{pul} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega} \right) \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1} \quad (3.24)$$

$$\alpha_{yy}^{ee} = \varepsilon_0 \frac{16}{3} r_{ext}^3 + 4 d_{ef}^2 r^2 C_{pul}^2 L \left(\frac{\omega_0^2}{\omega} \right) \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right) \quad (3.25)$$

En estas ecuaciones, el efecto de las cargas de polarización inducidas en el sustrato dieléctrico sobre el que se imprime el EC-SRR ha sido ignorado, pero este debería afectar a las polarizaciones eléctricas. Si el sustrato es fino (muy inferior a la distancia entre anillos), puede asumirse que las cargas de polarización inducidas en cada lado de este se cancelan. Así, el dipolo eléctrico (3.15) es principalmente debido a la carga libre solamente, y las expresiones de (3.22) a (3.25) son válidas aproximadamente. Aun así, para sustratos más gruesos, es la carga media (libres y de polarización) la que contribuye a la ecuación (3.15). En ese caso, puede ser más apropiado usar la capacidad por unidad de longitud entre los anillos en el vacío, C_{pul}^0 , en vez de C_{pul} en la ecuación (3.15). Además, es más apropiado usar

$$\Sigma = 2 \langle V^{ext} \rangle = \frac{C_{pul}^0}{C_{pul}} \frac{2}{\pi} \int_0^\pi E_y^{ext} d_{ef} \sin\phi d\phi = \frac{C_{pul}^0}{C_{pul}} \frac{4}{\pi} d_{ef} E_y^{ext}, \quad (3.26)$$

en vez de la ecuación (3.18).

3.3.3. Broadside-Coupled Split Ring Resonator (BC-SRR)

Para evitar la bianisotropía del EC-SRR, se propone el Broadside-Coupled Split Ring Resonator, consistente en dos anillos del mismo tamaño, uno a cada lado de un sustrato dieléctrico, con sus gaps simétricos entre sí (figura 3.6). Esta nueva estructura no presenta los efectos de acoplamiento mencionados anteriormente. Como en el EC-SRR, las cargas en la mitad superior de cada anillo son imagen de las de la mitad inferior, pero en este caso no se forma un dipolo eléctrico total. En este caso, como podemos observar en la figura 3.6, las cargas en un anillo en la mitad superior son de distinto signo a las del otro anillo en la misma mitad, y lo mismo ocurre con la mitad inferior. Es por esto que se forman dos dipolos eléctricos perpendiculares al plano de los anillos de igual módulo y distinto signo, anulándose el uno al otro.

Como se ha comentado, las cargas en cada mitad del anillo son opuestas a las del otro, por lo que aquí se forman dos capacidades, una en cada mitad de la estructura, que se pueden aproximar a la capacidad de un condensador plano-paralelo. De esta forma, el circuito equivalente del BC-SRR será el mismo que vimos para el EC-SRR, pudiendo despreciar igualmente las capacidades de los gaps frente a las capacidades distribuidas generadas por la excitación. En el caso del BC-SRR, el momento dipolar magnético y el eléctrico en las direcciones anteriormente consideradas son

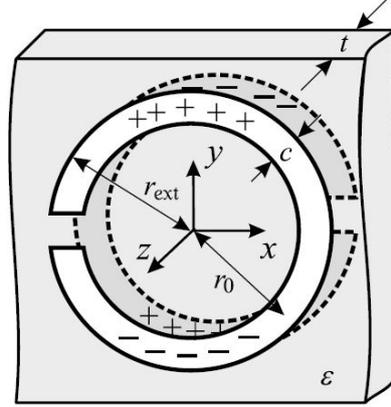


Figura 3.6: Esquema del BC-SRR. La distribución de cargas de la imagen aparece cuando trabajamos con una excitación magnética [17].

$$m_z = \alpha_{zz}^{mm} B_z^{ext} \quad (3.27)$$

$$p_y = \alpha_{yy}^{ee} E_y^{ext} \quad (3.28)$$

$$p_x = \alpha_{xx}^{ee} E_x^{ext} \quad (3.29)$$

donde

$$\alpha_{zz}^{mm} = \frac{\pi^2 r^4}{L} \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1} \quad (3.30)$$

y

$$\alpha_{xx}^{ee} = \alpha_{yy}^{ee} = \varepsilon_0 \frac{16}{3} r_{ext}^2. \quad (3.31)$$

La capacidad por unidad de longitud del BC-SRR se puede aproximar a la de un condensador de placas plano-paralelas. Por tanto, tiene una dependencia lineal con la inversa de la anchura del sustrato dieléctrico t_s . De este modo, la frecuencia de resonancia varía con la raíz cuadrada de t_s , así como con la inversa de la raíz cuadrada de la permeabilidad relativa del sustrato, ε_r . Estas propiedades, que serán comprobadas e ilustradas más adelante, implican que el tamaño eléctrico del BC-SRR pueda ser mucho más pequeño en resonancia que en el caso del EC-SRR.

Capítulo 4

Simulador electromagnético CST Microwave Studio[®]

Las simulaciones de este proyecto han sido realizadas con el programa CST Microwave Studio[®], que es un módulo de CST STUDIO SUITE[®]. Este programa es un simulador concebido para la simulación en 3 dimensiones de problemas electromagnéticos de alta frecuencia y se aplica usualmente a la comunicación inalámbrica o la compatibilidad electromagnética, entre otros campos. El programa incorpora varios tipos de simuladores diferentes que ofrecen la posibilidad de trabajar desde las frecuencias más bajas hasta frecuencias ópticas, y también otros algoritmos para trabajar con efectos térmicos o mecánicos.

• Simulador en el dominio del tiempo

Uno de los simuladores más utilizados es el Simulador en el Dominio del Tiempo (Time Domain Solver). Es un simulador versátil, que ofrece dos algoritmos distintos, ambos basados en mallas hexaédricas. El primero de estos es el simulador transitorio basado en la Técnica de Integración Finita (Finite Integration Technique (FIT)). Este simulador emplea avanzadas técnicas numéricas como la Aproximación de Contorno Perfecto (Perfect Boundary Approximation (PBA)[®]) y la Técnica de Lámina Delgada (Thin Sheet TechniqueTM (TST)) para un modelado preciso de estructuras pequeñas y complejas. El método de integración finita fue propuesto por Weiland en 1977 [24]. Este método numérico ofrece un esquema de discretización espacial universal aplicable a varios problemas electromagnéticos desde cálculos de campos estáticos hasta problemas de alta frecuencia tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. A diferencia de otros métodos numéricos, el FIT discretiza la forma integral de las ecuaciones de Maxwell, en vez de la forma diferencial. Para resolver estas ecuaciones numéricamente, se debe definir un dominio finito de cálculo que englobe el problema considerado. El otro algoritmo que implementa este tipo de simulador es el de la matriz de línea de transmisión (Transmission Line Matrix (TLM)). El simulador TLM realiza un análisis en el dominio temporal basado

también en una malla hexaédrica que ofrece muchas de las características encontradas en el simulador transitorio basado en el método FIT y comparte un rango de aplicación similar. Es capaz de modelar materiales especiales y modelos compactos. El Simulador en el Dominio del Tiempo puede realizar simulaciones con un ancho de banda grande en una sola ejecución, así como simulaciones de gran tamaño y detalle. Se aplica para problemas genéricos de alta frecuencia usando modelos de tamaño medio-grande, efectos transitorios y electrónica 3D. Entre sus características destacan la capacidad de calcular parámetros de dispersión, voltajes, corrientes y campos cercanos y lejanos en 3D, así como la amplia gama de materiales que podemos usar, desde metales con pérdidas hasta materiales no lineales, pasando por plasmas, ferritas o medios dependientes de la frecuencia. Este simulador también ofrece dos herramientas útiles como son el barrido de parámetros y la optimización de las estructuras.

• Simulador en el dominio de la frecuencia

Otro simulador versátil y muy utilizado es el Simulador en el Dominio de la Frecuencia (Frequency Domain Solver). Cuando existe una dependencia armónico-temporal de los campos y de la excitación, las ecuaciones de Maxwell se puede transformar al dominio de la frecuencia. Los campos están entonces descritos por fasores que se relacionan con los campos transitorios multiplicando el fador por el factor de tiempo y tomando la parte real:

$$\mathbf{E}(t) = \text{Re} \{ \mathbf{E}(\omega) \cdot \exp(i\omega t) \} \quad (4.1)$$

Un cálculo típico en el dominio de la frecuencia tiene que realizar la simulación frecuencia por frecuencia, y cada una requeriría resolver un sistema de ecuaciones. Este simulador utiliza técnicas de barrido de banda ancha de frecuencias para derivar el espectro completo a partir de un número relativamente pequeño de frecuencias. El simulador general calcula la solución de la ecuación fundamental para una sola frecuencia a la vez, y para un número elegido de frecuencias. Para cada frecuencia, el sistema de ecuaciones lineales se resuelve por iteración. La solución a la frecuencia dada engloba la distribución de los campos, así como los parámetros de dispersión y otras propiedades derivadas de estos. Si se está interesado solo en ciertos valores de la frecuencia, tenemos la opción de elegir la opción “Solo muestras discretas”. Para la discretización de la geometría del problema pueden elegirse tanto la malla cúbica como la tetraédrica, siendo esta última la más recomendada. Este algoritmo se aplica en problemas genéricos en alta frecuencia con modelos de tamaño pequeño-medio, estructuras resonantes, modelos multipuerto y electrónica en 3D. Puede calcular también los parámetros de dispersión, así como corrientes superficiales y los campos lejanos y cercanos.

• Otros simuladores incorporados

Además de estos algoritmos, el programa ofrece muchos otros como el asintótico, que se utiliza con estructuras extremadamente grandes en las que un simulador de onda completa es innecesario, el simulador de modos propios, para filtros muy resonantes o estructuras de onda lenta, o el de ecuación integral, que usa una técnica de integral superficial que lo hace muy eficiente al trabajar con objetos grandes con mucho espacio vacío en su interior.

• Interfaz de usuario

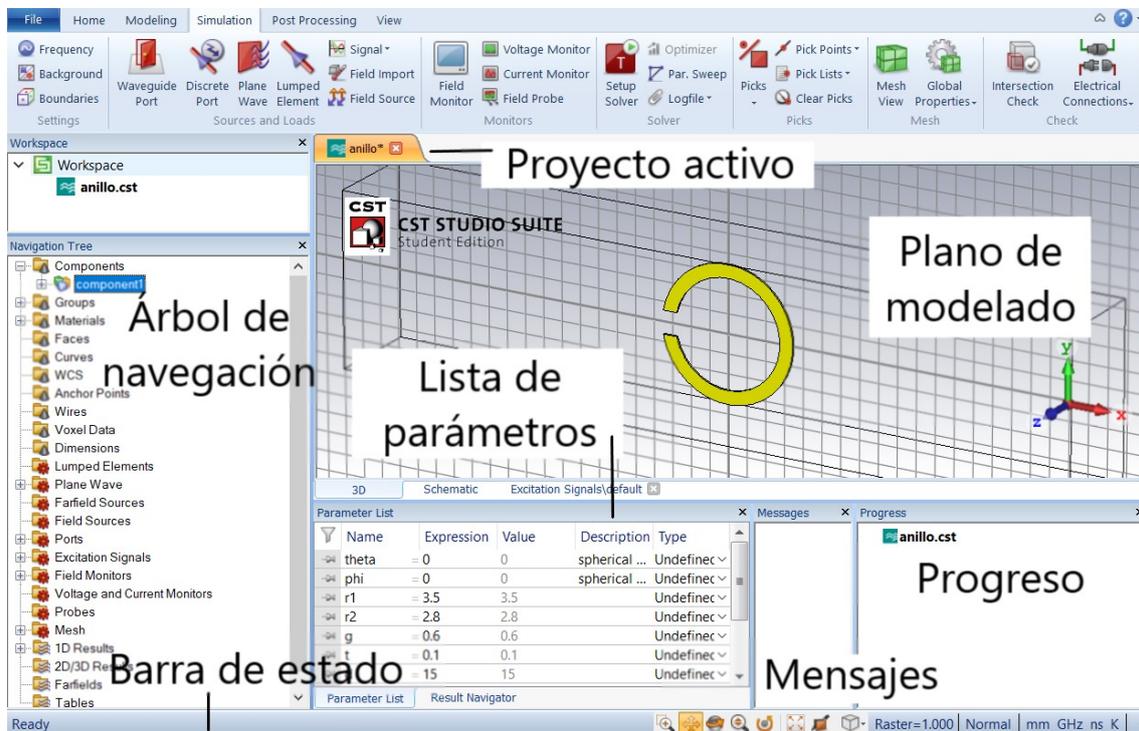


Figura 4.1: Vista general de la interfaz de usuario del programa CST Microwave Studio® .

Para el diseño de las estructuras, la preparación de la simulación, y la visualización tanto de los componentes como de los resultados, disponemos de varias pestañas en la cabecera del programa. En primer lugar tenemos la pestaña “Home”, como puede verse en la figura 4.2, en la que podemos seleccionar el tipo de simulador, así como regular distintas características de estos e iniciar la simulación. También podemos programar los barridos paramétricos desde esta pestaña, o acceder al optimizador.

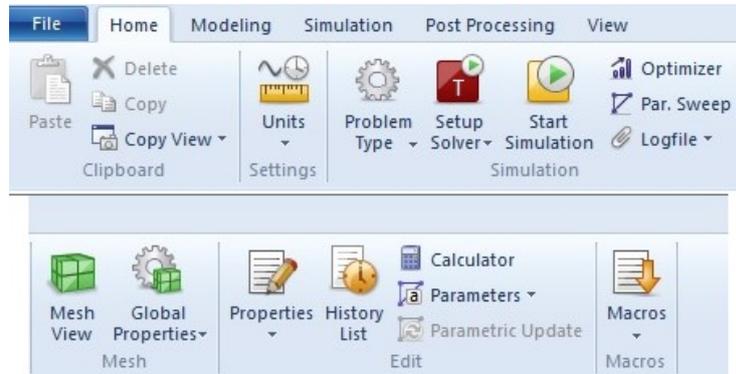


Figura 4.2: Pestaña “Home”.

La siguiente pestaña es “Modeling” (Figura 4.3). En esta pestaña damos forma a la estructura con las herramientas que ofrece, y tenemos un rápido acceso a la función de transformar (rotar o trasladar el material), alinear, o la opción “Boolean”, usada para decidir qué material se queda en el diseño cuando dos se superponen. Más a la derecha encontramos la opción “Picks”, que utilizamos para elegir puntos o caras de los materiales en los que situar, por ejemplo, un puerto. También dentro de esta pestaña encontramos las herramientas para transformar y cambiar los ejes de coordenadas de referencia de trabajo (“Local WCS”, “Align WCS”, “Transform WCS”).

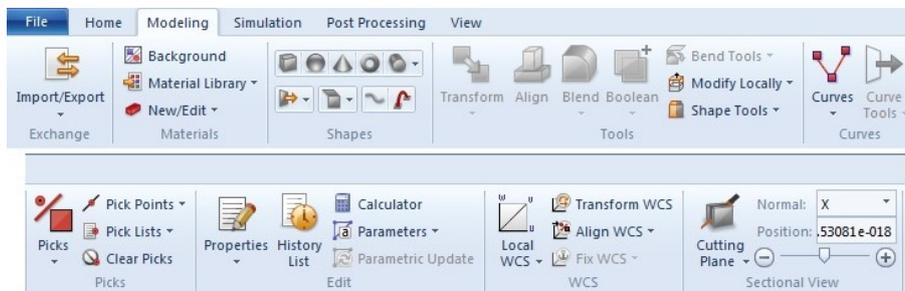


Figura 4.3: Pestaña “Modeling”.

A continuación se encuentra la pestaña “Simulation”, mostrada en la figura 4.4, en la que tenemos todas las herramientas necesarias para preparar la simulación. Primero tenemos “Frequency”, “Background” y “Boundaries”. En estas opciones, respectivamente, podemos fijar el rango de frecuencias de la simulación, las dimensiones del dominio de computación y las condiciones de contorno de este. Usaremos “Waveguide port” para situar nuestros puertos de guía de onda, en los que se calculan los parámetros de dispersión, y la opción “Plane wave” para definir las características de la excitación que se va a utilizar (dirección de propagación, tipo de polarización, dirección en la que oscila el campo eléctrico o desfase). Al lado tenemos

las opciones de monitores, para situar monitores de campo, corriente o voltaje, y volvemos a encontrar las opciones de “Solver” y “Picks” que encontramos en “Home” y “Modeling” respectivamente. Por último, tenemos la vista de la malla, que tiene que ver con la geometría de la simulación.



Figura 4.4: Pestaña “Simulation”.

La pestaña “Post Processing”, mostrada en la figura 4.5, nos sirve entre otras muchas opciones para manejar los parámetros de dispersión, y extraer otros resultados de estos, una vez se ha realizado la simulación. En la opción “Result Templates”, por ejemplo, accedemos a un cuadro en el que podemos ordenar la extracción de gran cantidad de parámetros. Nosotros la usaremos para extraer la permitividad, la permeabilidad y el índice de refracción del medio.



Figura 4.5: Pestaña “Post Processing”.

Por último, llegamos a la pestaña “View” (Figura 4.6), en la que podemos modificar todo tipo de elementos relacionados con los resultados gráficos de la simulación, desde las gráficas de los parámetros de dispersión hasta las flechas de campo o el plano de corte. También podemos cambiar la forma en la que movemos la imagen de la estructura (rotar, girar, mover) en su vista inicial.

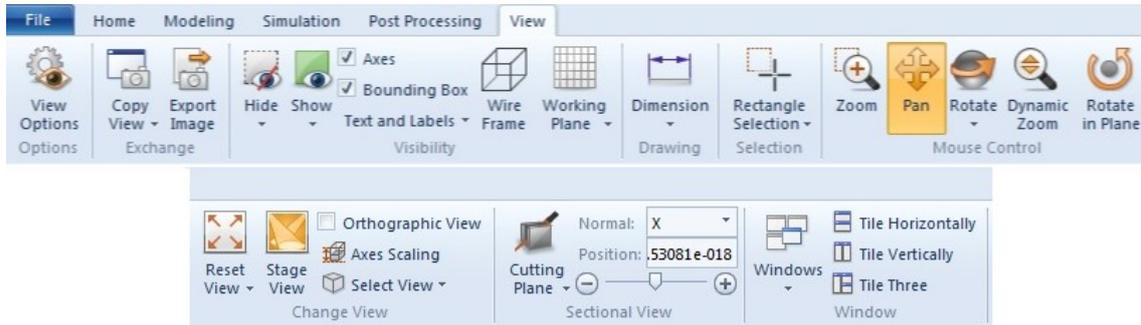


Figura 4.6: Pestaña "View".

Capítulo 5

Estudio numérico de resonador basado en anillos (SRRs)

5.1. Estudio del SRR sencillo en espacio libre

La metodología de trabajo en cada caso es prácticamente la misma. Se empieza por el diseño y modelado de la estructura, utilizando las herramientas ofrecidas por el software y eligiendo el material del que está formada. A continuación, se eligen las características de los límites de la celda unidad (condiciones de contorno) y el tamaño de esta. El siguiente paso es definir las características de la onda que se va a utilizar y situar los elementos que van a analizar y procesar la señal antes y después de pasar por el material (puertos de guías de onda). Una vez lanzada la simulación obtendremos unos parámetros (parámetros de *scattering* o dispersión, en los que se profundiza en la sección 5.1.2 y en el Apéndice A) de los que podemos extraer las propiedades de nuestro medio, como la permeabilidad magnética, la permitividad eléctrica o el índice de refracción, entre otras. Añadiendo en la simulación “monitores de campo”, podremos visualizar también cómo son los campos en el anillo, las corrientes superficiales, el flujo de potencia o las densidades de energía eléctrica y magnética.

En este primer caso, hemos trabajado con una de las estructuras más simples: un anillo plano de cobre, en el vacío y con un solo corte, y se han ido variando su disposición y sus características para comprobar cómo varían los efectos producidos al excitarlo.

5.1.1. Definición de la celda unidad y de la estructura a simular

Empezamos por el modelado del anillo. En la pestaña “Modeling” elegimos un cilindro de radio externo R_1 , radio interno R_2 y espesor t . El valor de estos parámetros es de 3.5, 2.8 y 0.1 mm, respectivamente. El ancho del anillo lo vamos a llamar w y es, teniendo en cuenta las dimensiones radiales, de 0.7 mm. Dichos parámetros han sido previamente definidos en la ventana inferior de la interfaz, que recoge la lista de parámetros del modelo, previamente definidos por el usuario. En la misma ventana en la que definimos las medidas del cilindro, seleccionamos el material que vamos a utilizar, que será cobre ($\sigma_{Cu} = 5,80 \cdot 10^7$ S/m, medida a 20°C). En este momento tenemos un anillo cerrado. Para hacer el hueco, se define otra estructura que corte al anillo, con una altura de $-g$ hasta $+g$ desde el centro del anillo, por lo que la anchura total del gap será $2g$. Inicialmente definimos un gap de 1.2 mm, es decir, $g = 0,6$ mm

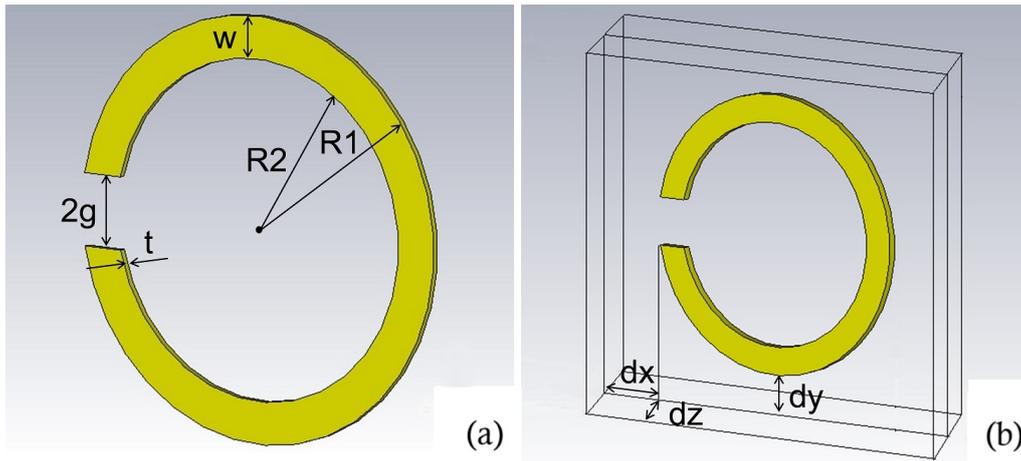


Figura 5.1: Dimensiones del anillo sometido a estudio (a) y de la celda unidad (b).

Ahora tenemos que definir el tamaño la celda unidad, utilizando la opción “Background”. Tenemos que introducir la distancia al anillo en cada coordenada, que serán dx , dy y dz , con lo que el tamaño de la celda es $(2R_1 + 2dx) \times (2R_1 + 2dy) \times (t + 2dz)$. Los valores de partida tomados son: $dx = 1$ mm, $dy = 1$ mm y $dz = 2,5$ mm. Damos un valor mayor a dz debido a que nuestra estructura tiene un tamaño muy reducido en esta coordenada y de otra manera los puertos serían demasiado estrechos.

- **Condiciones de contorno del dominio de simulación**

Pasamos ahora a definir las condiciones de contorno. Dado que queremos simular un entorno finito, tenemos que determinar cómo son los límites de dicho entorno,

Parameter List		
	Name	Expression
-	R1	= 3.5
-	R2	= 2.8
-	g	= 0.6
-	t	= 0.1
-	d	= 5
-	dx	= 1
-	dy	= 1
-	dz	= 2.5

Figura 5.2: Captura de la lista de parámetros de partida de CST para nuestro anillo.

para evitar reflexiones. En esta experiencia queremos simular una onda plana. Para lo cual tenemos que definir como condición de contorno paredes eléctricas y magnéticas conductoras perfectas (PEC y PMC) que es equivalente a simular una guía de ondas plano-paralela, cuyo modo fundamental es el TEM (transversal electromagnético), es decir, la dirección de propagación, la dirección de polarización del campo eléctrico y la dirección de propagación del campo magnético son perpendiculares.

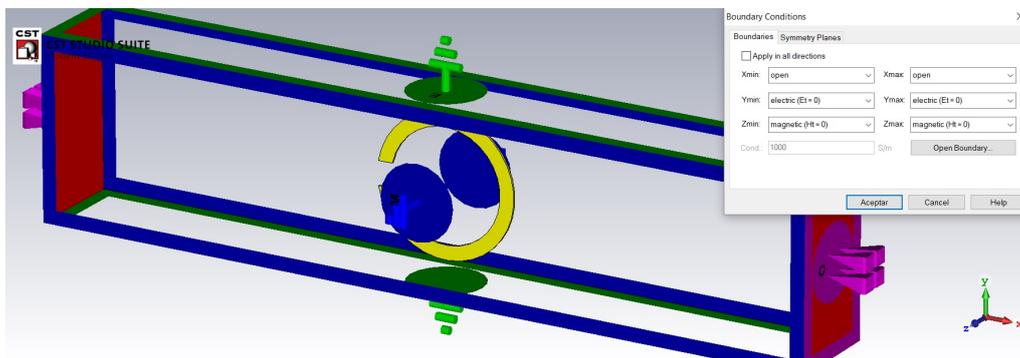


Figura 5.3: Elección de las condiciones de contorno.

Podemos hacer esto gracias a la analogía que existe entre una onda plana propagándose en el espacio libre y un modo TEM en una guía de onda. En la dirección x , en ambos sentidos, seleccionamos “open”. El contorno abierto extiende virtualmente hasta el infinito la geometría en esta dirección implementando una PML (Perfect Match Layer), esto es, en analogía con una línea adaptada, una condición que hace que las ondas puedan pasar los límites en x del volumen de la celda sin reflexiones. En la dirección y situamos un PEC (conductor eléctrico perfecto), de modo que el campo eléctrico tangencial en las paredes superior e inferior sea nulo. Esto lo hacemos seleccionando la opción “electric ($E_t=0$)”. De forma análoga, en las paredes laterales, que delimitan la celda en dirección z , situamos un PMC (conductor magnético perfecto), que aunque no pueda existir en la realidad, es útil para la

simetría de la simulación, lo hacemos con la opción “magnetic ($H_t = 0$)”.

• Excitación de la estructura

En la simulación realizada la onda se propaga en la dirección x , en sentido positivo, y los campos eléctrico y magnético están polarizados en la dirección y y en la dirección z , respectivamente, para conseguir la excitación óptima de la estructura, con el campo eléctrico perpendicular a la sección del corte del anillo (como hemos visto, esta parte de la estructura funciona como un condensador de placas paralelas) y el campo magnético, por otra parte, perpendicular al plano del anillo, para generar corrientes inducidas en este. Teniendo en cuenta las características de la onda incidente ya mencionadas, el anillo se va a situar perpendicular a la dirección z y con el gap paralelo a y , como se muestra en la figura 5.3.

Para calcular e interpretar los parámetros de *scattering* o dispersión definimos dos puertos (“Waveguide Port”). El puerto 1 irá antes de la estructura, orientado hacia esta, y el puerto 2, después del anillo, también orientado hacia este. Automáticamente, el programa sitúa el puerto en la cara izquierda de la celda unidad (plano YZ) y con el tamaño de esta. Este es el plano de referencia, en el cual se calculan los parámetros, pero como veremos en el siguiente apartado, es necesario elegir adecuadamente el plano de referencia para el cálculo de los parámetros S. Lo que hacemos entonces es definir un parámetro (d) que será la distancia del puerto al plano de referencia. Para el puerto 2 el procedimiento será el mismo pero eligiendo la orientación negativa.

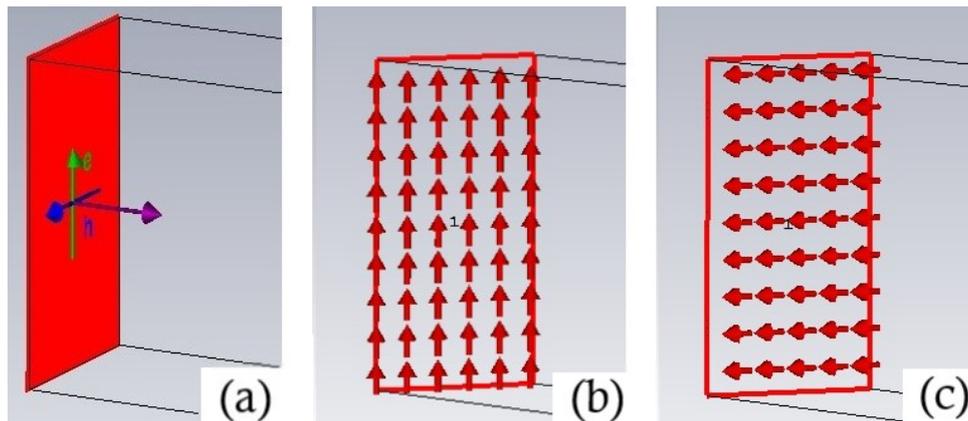


Figura 5.4: Campo \mathbf{E} y \mathbf{H} del modo TEM que se excita en el puerto 1. En (a) vemos: eléctrico (verde), magnético (azul) y la dirección de propagación (violeta). En (b) y (c) vemos, respectivamente, el campo eléctrico y el campo magnético en el puerto 1.

Lo siguiente que hacemos es elegir el rango de frecuencias en el que se va a trabajar. Primero hemos realizado una simulación con un espectro mayor y en base a lo encontrado en los parámetros, se ha elegido un rango de los 6 a los 10 GHz. En base a esto, podemos ver el rango de longitudes de onda que se van a utilizar:

$$\lambda_{max} = \frac{c}{f_{min}} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^9} = 5 \text{ cm}; \quad \lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^9} = 3 \text{ cm} \quad (5.1)$$

luego la longitud de onda más grande es de unas 7 veces el diámetro de nuestra estructura, y la más pequeña 4 veces mayor.

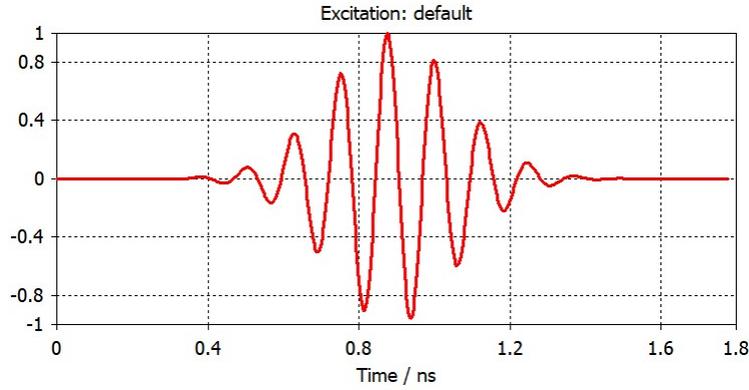


Figura 5.5: Dependencia temporal del pulso gaussiano empleado como excitación de la estructura.

5.1.2. Determinación de la distancia de *de-embedding*

Definida la celda unidad, tenemos que buscar la distancia a la que situar los puertos para evitar modos superiores o evanescentes que interfieran en los cálculos de los parámetros de *scattering*. Para esto, se introduce un tramo de guía de onda vacía antes y después de la celda unidad. Situamos los puertos a una distancia d por delante y por detrás de la celda y hacemos un barrido de este parámetro. La frecuencia de resonancia debería llegar a un valor a partir del cual el resultado no cambie. Veamos cuál puede ser este valor. Teniendo en cuenta el rango de frecuencias utilizado, la longitud de onda máxima de la onda será $\lambda_{max} = 5\text{cm}$ (ec. (5.1)). Por tanto, $\lambda/4 = 12,5 \text{ mm}$. Como se muestra en la figura 5.6, haremos un barrido del parámetro d , alejándolo de 5 en 5 milímetros de la celda unidad, y comprobamos como, efectivamente, la frecuencia de resonancia va variando hasta que nos alejamos lo suficiente y empieza a mantenerse en el mismo valor cuando d alcanza los 15 mm. A partir de ahora, esta será la distancia de *de-embedding* considerada en las simulaciones, salvo que se especifique lo contrario. Como se muestra en la

figura 5.7, los puertos 1 y 2 de nuestra estructura se alejarán esa distancia de *de-embedding* por lo que las dimensiones finales de nuestro dominio de computación son $(2d + 2R_1 + 2dx) \times (2R_1 + 2dy) \times (t + 2dz)$.

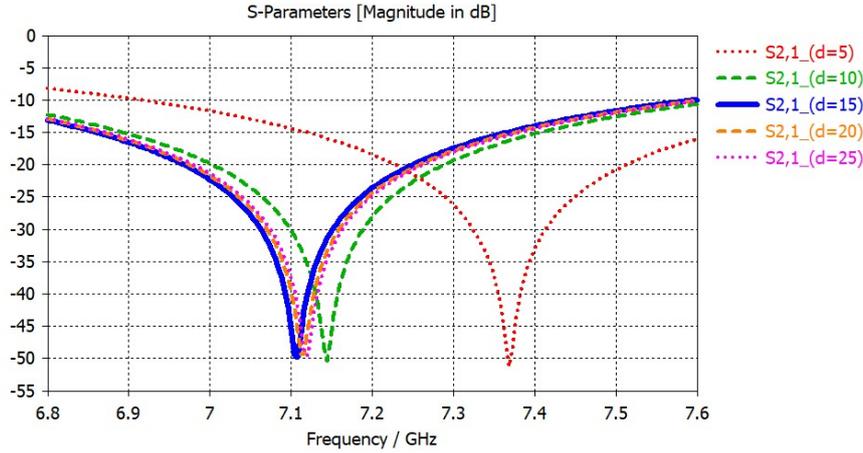


Figura 5.6: Parámetro $S_{2,1}$ en función de la frecuencia para distintos valores de la distancia de *de-embedding* d .

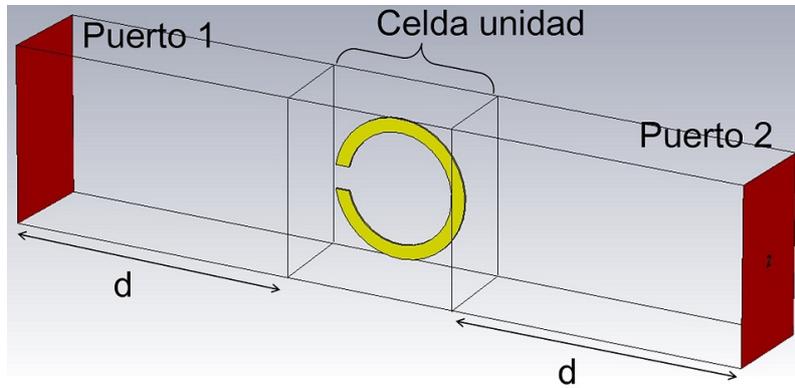


Figura 5.7: Aspecto final del dominio de simulación en el que los puertos 1 y 2 se han alejado una distancia correspondiente a la distancia de *de-embedding* d .

Para ver si hay resonancias, nos fijamos en los parámetros de *scattering* o parámetros de dispersión. Estos parámetros, también conocidos como parámetros-S, son los elementos de la matriz de dispersión y describen el comportamiento electromagnético del material. S_{11} y S_{22} dan cuenta de la reflexión en el puerto 1 y 2, respectivamente, es decir, antes y después del material estudiado, mientras que S_{12} y S_{21} dan cuenta de la transmisión de la señal del puerto 1 al 2 y del 2 al 1, respectivamente. Para encontrar la resonancia que buscamos en estos experimentos, nos fijamos en el

parámetro S_{21} que da cuenta de la transmisión en directa, es decir, de la parte de la onda que llega del puerto 1 al puerto 2. Al visualizar S_{21} en función de la frecuencia, encontramos la resonancia en el valor de la frecuencia para el cual el parámetro se minimiza.

5.1.3. Análisis de la orientación del SRR

Como ya hemos mencionado, en la disposición actual, con el gap paralelo a y y el anillo perpendicular a z , tanto el campo magnético como el eléctrico se excitan en el anillo. En el caso de este último, debido a la presencia del hueco, que actúa como un condensador de placas paralelas, perpendiculares al campo eléctrico. En el caso del campo magnético, se inducen corrientes en el anillo cuando es perpendicular a este. Por tanto, el anillo se puede excitar de cuatro formas distintas: con ambos campos, con ningún campo y con un solo campo (eléctrico o magnético). Estas posiciones se ilustran en la figura 5.8.

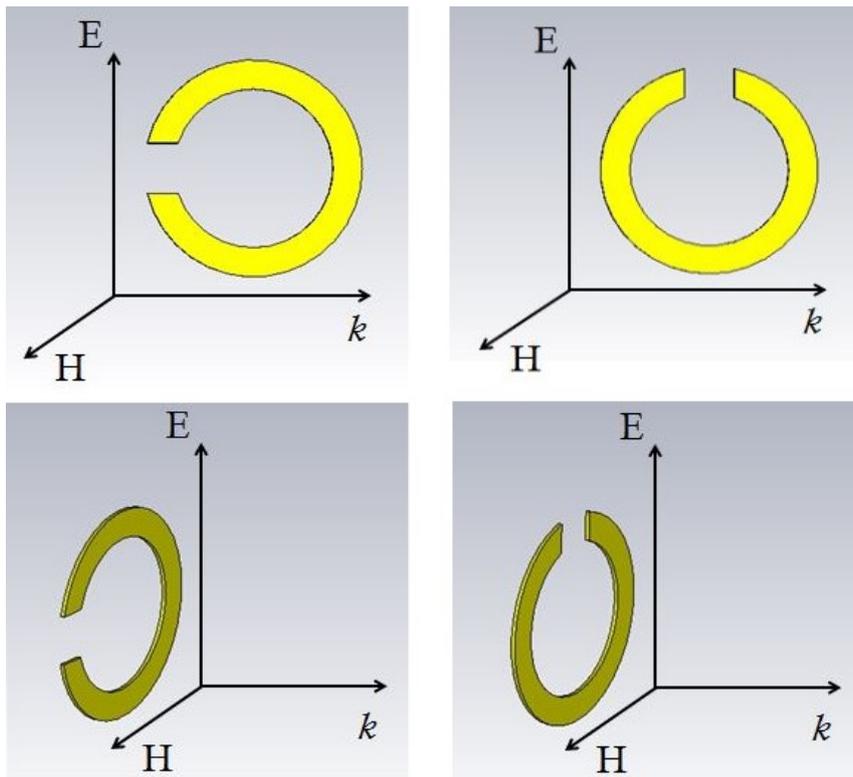


Figura 5.8: Cuatro posibles posiciones para el anillo individual. Arriba a la izquierda se excitan campo magnético y eléctrico. Arriba a la derecha, solo campo magnético. Abajo a la izquierda se excita únicamente el campo eléctrico. Abajo a la izquierda no se excita ningún campo.

En este capítulo se llevará a cabo un primer estudio del anillo utilizando únicamente la posición en la que tanto el campo eléctrico como el campo magnético contribuyen a la excitación de la estructura. En capítulos posteriores, con anillos más complejos (EC-SRR y BC-SRR) se profundizará más en el análisis de estas posiciones en relación a la forma de los campos en el anillo.

5.1.4. Análisis paramétrico del tamaño de la celda unidad

El siguiente paso en nuestro estudio consiste en hacer unos barridos independientes para cada uno de los parámetros de la celda unidad, dx , dy y dz (ver Figura 5.1 (b)), para ver si hay alguna variación al aumentar el tamaño de esta en alguna dirección. Se ha realizado primero un barrido de dx desde 1 hasta 3 mm, en saltos de 1 mm. A continuación, se ha realizado el mismo barrido para dy , volviendo a fijar previamente $dx = 1$ mm. Hemos podido ver cómo prácticamente no hay una dependencia de la frecuencia de resonancia con dx , dado que la distancia d ya está elegida lo suficientemente lejos del anillo para no influir en el resultado. Con dy obtenemos unos datos muy similares, apenas se aprecia alguna ínfima variación de la resonancia, por lo que damos como buenos $dx = 1$ mm y $dy = 1$ mm. Estos resultados se muestran en las figuras 5.9 y 5.10, respectivamente.

A continuación se ha realizado el barrido de dz desde 2.5 mm hasta hasta 6.5 mm, en saltos de 1 mm, y se ha podido observar cómo a partir de los 4.5 mm, la frecuencia de resonancia varía, al hacer el puerto demasiado grande, mientras que para 2.5 y 3.5 mm, esta frecuencia es la misma (Figura 5.11). Por tanto, fijaremos $dz = 2,5$ mm.

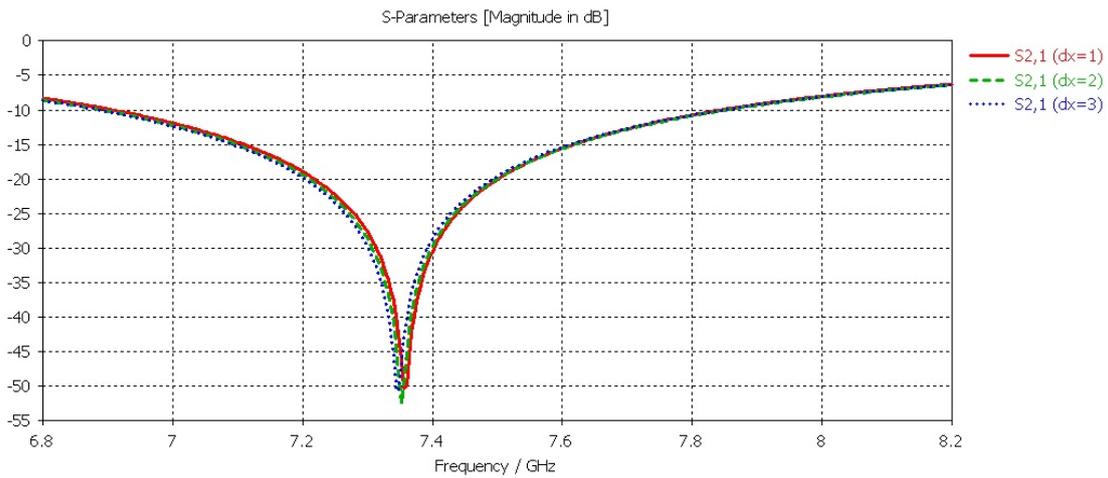


Figura 5.9: Parámetro $S_{2,1}$ en función de la frecuencia para distintos valores del parámetro dx .

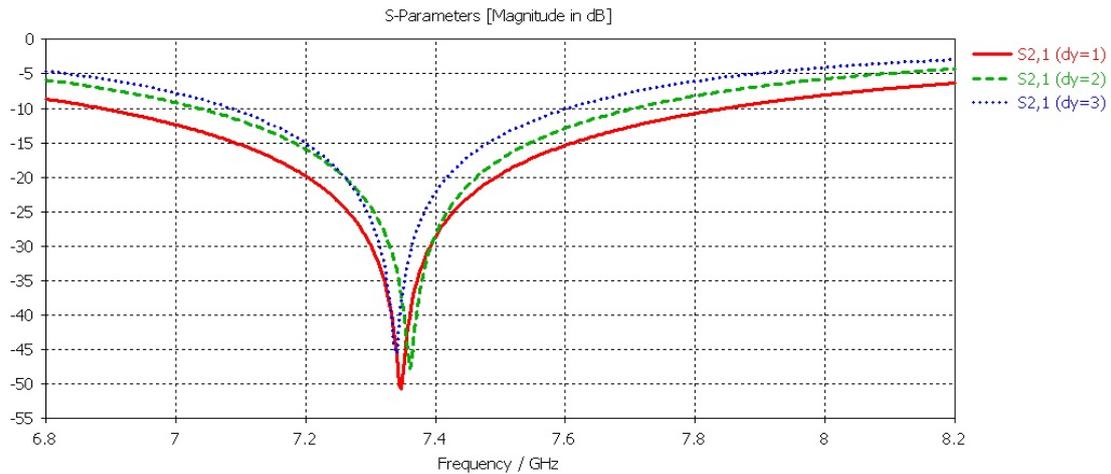


Figura 5.10: Parámetro $S_{2,1}$ en función de la frecuencia para distintos valores del parámetro dy .

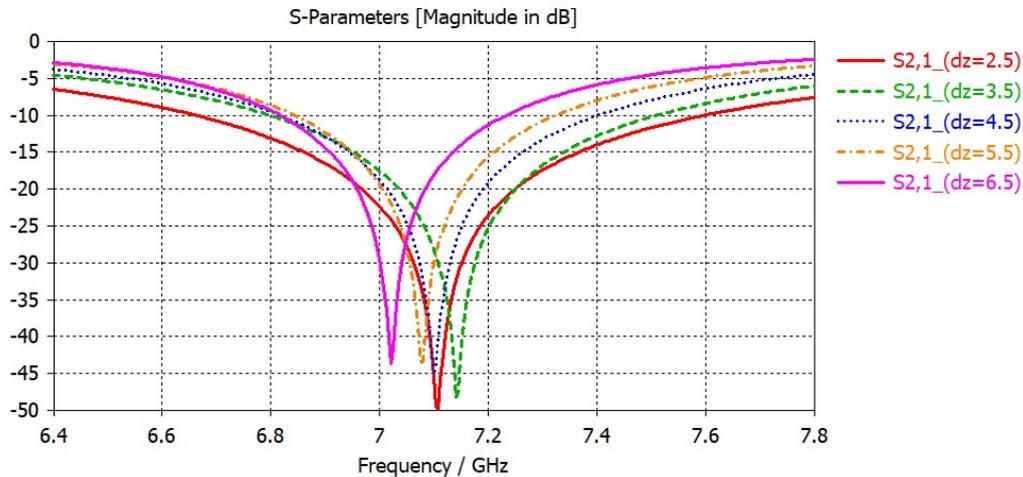


Figura 5.11: Parámetro $S_{2,1}$ en función de la frecuencia para distintos valores del parámetro dz .

5.1.5. Análisis paramétrico del tamaño del gap

Una vez se ha decidido la orientación apropiada para el anillo, así como el tamaño de la celda unidad y la distancia de *de-embedding*, se han realizado barridos de distintos parámetros de la estructura para ver cómo varía la frecuencia de resonancia en función de estos. El anillo bajo estudio tiene 7 mm de diámetro, es decir, $R_1 = 3.5$ mm de radio externo, y $t = 0,1$ mm de espesor. El primer barrido que se

ha realizado es el del tamaño del gap, es decir, de la separación entre las placas del condensador. El radio interno del anillo se ha fijado en $R_2 = 2.8$ mm, por lo que el anillo tiene una anchura $w = 0.7$ mm. Como ya se ha mencionado, al hacer el corte al anillo se ha definido una estructura de altura que va desde $-g$ hasta $+g$, por lo que el tamaño del gap es $2g$. Se ha variado el parámetro g desde 0.4 hasta 0.8 mm, por lo que los valores del hueco varían desde 0.8 hasta 1.6 mm, en saltos de 0.2 mm. Los resultados muestran que la frecuencia de resonancia del anillo aumenta a medida que el tamaño del hueco aumenta, como se muestra en la figura (5.12).

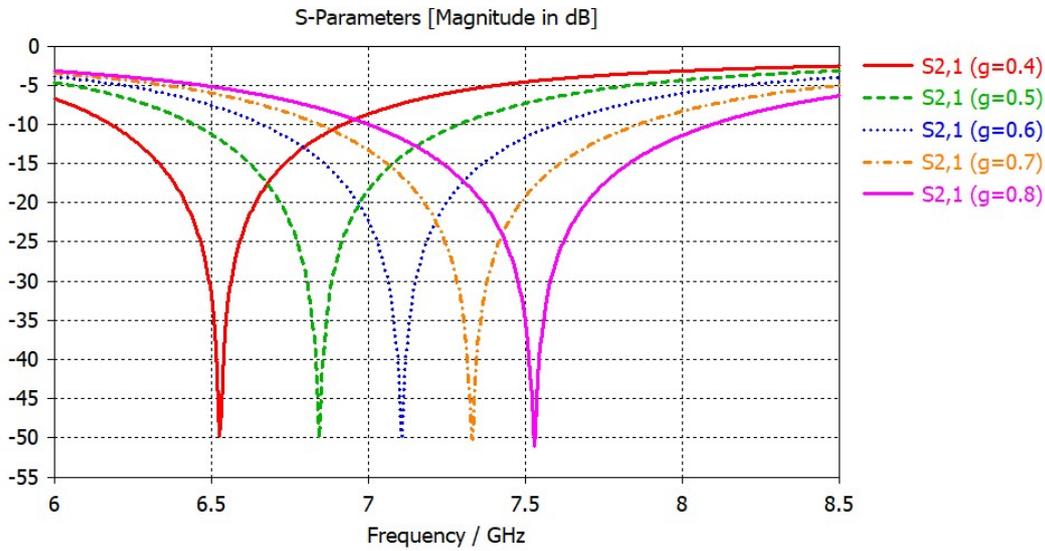


Figura 5.12: Parámetros de *scattering* S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores del tamaño del hueco, $2g$.

Para calcular la capacidad del corte de nuestro anillo, lo aproximamos al condensador de placas paralelas:

$$C = \varepsilon \frac{S}{2g}, \quad (5.2)$$

siendo $S = wt$ la superficie de las placas y $2g$ la distancia entre ellas, es decir, el tamaño del gap. La autoinducción del anillo plano de anchura w y radio R , según [25] es

$$L = \mu R \left[\ln \left(\frac{8R}{w} \right) - 2 + \ln 4 \right], \quad (5.3)$$

que no varía al variar el tamaño del hueco, ya que estamos aproximando a la autoinducción de un anillo cerrado. Por tanto, dado que la frecuencia de resonancia $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la capacidad, es directamente proporcional a la raíz del tamaño del gap en el anillo, que varía de

forma mucho más significativa que S , prácticamente constante.

5.1.6. Análisis paramétrico de la anchura del anillo

Además del tamaño del gap, hemos querido ver cómo varía la frecuencia de resonancia de la estructura en función de otros parámetros. En primer lugar, se ha realizado un barrido de la anchura w del anillo, programando un barrido del parámetro R_2 ($w = R_1 - R_2$), desde 2.8 hasta 3.3 mm en saltos de 0.1 mm, con el radio externo R_1 fijo en 3.5 mm. Como se podría esperar, al reducir w (o aumentar R_2) y dado que se va reduciendo la superficie de las placas (S) sin variar la distancia entre estas, vemos que la frecuencia de resonancia desciende a medida que el anillo es más estrecho. En este caso, la autoinducción del anillo también aumenta a medida que el radio interno es más grande, ya que es proporcional lineal y logarítmicamente con el radio medio. Por tanto, tanto la capacidad como la autoinducción aumentan y hacen bajar la frecuencia de resonancia.

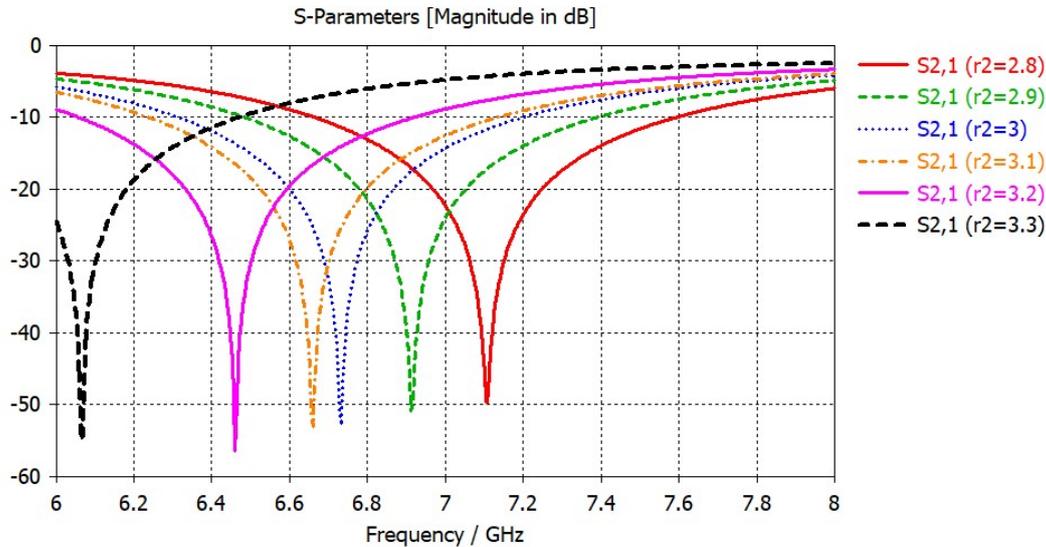


Figura 5.13: Parámetros de *scattering* S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la anchura de la metalización, $w = R_1 - R_2$, siendo $R_1 = 3,5$ mm.

5.1.7. Análisis paramétrico del espesor de la metalización

El último estudio paramétrico que se ha realizado en esta parte es el del espesor t . Se han tomado valores desde 0.05 mm hasta 0.25 mm en saltos de 0.05 mm y se ha observado cómo la frecuencia de resonancia disminuye a medida que el espesor del anillo aumenta. Al ir aumentando t , el área de las superficies enfrentadas en el

gap y cuyo comportamiento se asemeja a un condensador de placas plano-paralelas aumenta, por lo que, al no variar ni la anchura del anillo ni el tamaño del gap, aumenta la capacidad. Por otro lado vemos que, según la ecuación (4.3), la auto-inducción de nuestra estructura no va a variar. De esta manera, al igual que en el apartado anterior, esperamos y efectivamente comprobamos que cuanto mayor es el espesor, más baja es la frecuencia de resonancia, aunque vemos que la variación en este barrido es mínima.

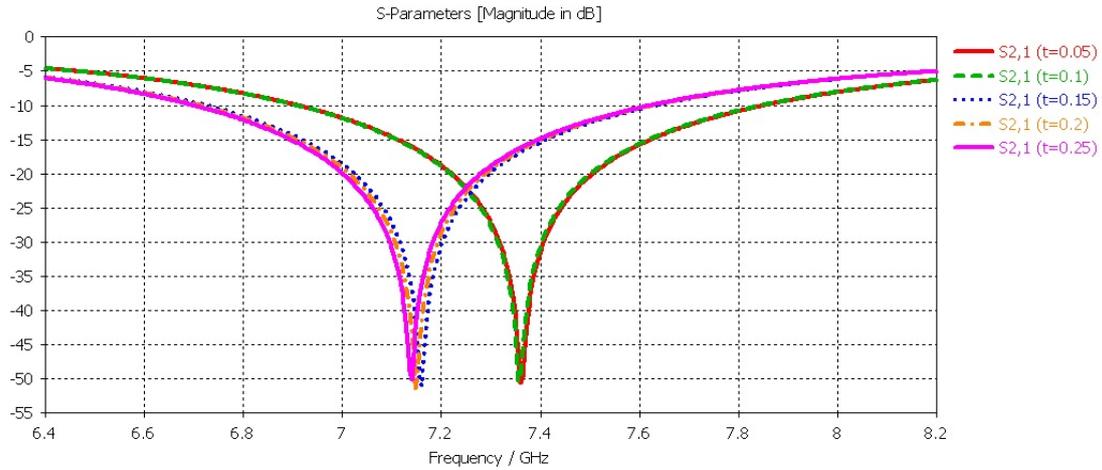


Figura 5.14: Parámetros de *scattering* S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores del espesor del anillo, t .

Capítulo 6

Estudio numérico del EC-SRR y el BC-SRR

En este capítulo se va a llevar a cabo el estudio de dos estructuras más complejas que ya se han introducido en la teoría (capítulo 3), el Edge-Coupled SRR (EC-SRR) y el Broadside Coupled SRR (BC-SRR). Veremos en qué se diferencian estas estructuras y cómo podemos relacionarlas con el estudio realizado anteriormente sobre el anillo sencillo.

6.1. El Edge-Coupled-SRR en el espacio libre

Como ya hemos visto, este tipo de anillo se comporta como un circuito LC (en la práctica RLC, pero despreciaremos las pérdidas) donde el valor de la capacidad equivalente de nuestro anillo resonante viene determinado por la capacidad distribuida a lo largo de las ranuras (*slots*) que separan en anillo interior y exterior, de modo que $C = C_{slot}/2$ con $C_{slot} = \pi r C_{pul}$, siendo esta capacidad la capacidad distribuida entre los anillos en la mitad superior y la mitad inferior de la estructura. Así, la frecuencia de resonancia toma la forma

$$\omega_0^2 = \frac{2}{\pi r C_{pul} L}. \quad (6.1)$$

Para poder hacer esta aproximación y despreciar los efectos de las capacidades en los gap del SRR (C_{gap}), acercándonos más de esta forma a la aproximación cuasiestática dada por Marqués [17] trataremos de tener un gap relativamente grande y un espacio entre anillos (*slot*) pequeño, para que la capacidad del gap sea relativamente pequeña y la del *slot* grande. Para que la aproximación cuasiestática sea buena es también importante que el tamaño eléctrico del anillo sea pequeño, como mínimo $2R_1 < \lambda_0$, donde λ_0 es la longitud de onda a la frecuencia de resonancia. Para asegurarnos de estar más cerca de cumplir estas hipótesis, se ha optado por reducir el tamaño de

los anillos, simulando una estructura similar a la analizada en [26]. En la siguiente tabla podemos ver los parámetros utilizados (en milímetros):

R_1	R_2	w	$2g$	t	s	dx	dy	dz	d
1.7	1.3	0.2	0.6	0.05	0.2	1	1	2.5	15

Siendo R_1 y R_2 los radios externos de los anillos. Para comprobar que se cumplan estas condiciones, se realiza una primera simulación en la que la resonancia se encuentra alrededor de los 9 GHz. Por tanto la longitud de onda a la frecuencia de resonancia es de

$$\lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{9 \cdot 10^9} = 0,033 \text{ m}, \quad (6.2)$$

es decir, de 33 mm, con lo que $2R_1 = 3,4 \text{ mm} \approx \lambda_0/10$.

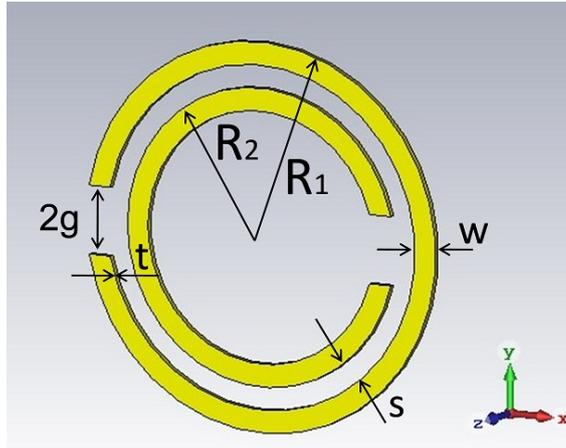


Figura 6.1: Parámetros del EC-SRR bajo estudio.

6.1.1. Estudio paramétrico del EC-SRR

Para empezar, vamos a realizar un estudio de dos parámetros importantes de esta estructura: el espesor t , que determina la superficie de las “placas” de los *slots*, y la separación s entre los dos anillos.

Estudio paramétrico del espesor t de los anillos

Si recordamos las aproximaciones para la capacidad con el condensador de placas plano-paralelas, la capacidad es directamente proporcional a la superficie de estas placas. Por tanto, y como podemos comprobar en la figura 6.2, la frecuencia de resonancia decrece a medida que la capacidad distribuida en los *slots* aumenta (ecuación 6.1).

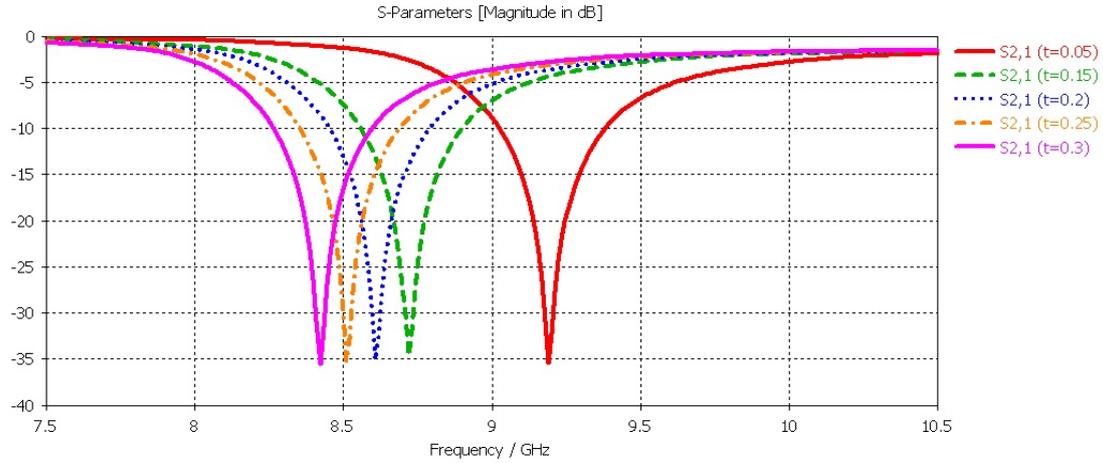


Figura 6.2: Parámetros de *scattering* S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores del espesor t de los anillos del EC-SRR.

Estudio paramétrico de la separación entre los anillos s

En este caso, al aumentar s aumentamos la distancia entre los dos anillos del EC-SRR, por lo que la capacidad tiene que descender, ya que es inversamente proporcional a esta distancia. En este caso, como podemos ver en la figura 6.3, la frecuencia de resonancia aumenta a medida que la capacidad generada en las ranuras descende.

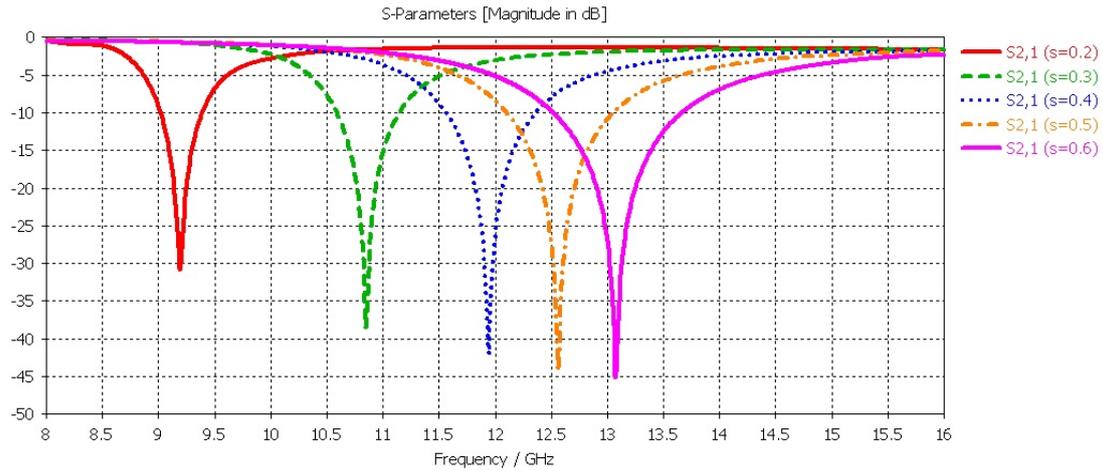


Figura 6.3: Parámetros de *scattering* S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la separación entre anillos s del EC-SRR.

6.1.2. Estudio de la excitación del EC-SRR en función de la orientación

En este apartado se va a estudiar cómo se excita el EC-SRR en función de la posición de este respecto a los campos incidentes. Se considerarán cuatro posibles orientaciones del resonador, las cuales se corresponden con distintos tipos de excitaciones del mismo:

- Excitación eléctrica y magnética
- Excitación magnética
- Excitación eléctrica
- Ausencia de excitación

Gracias a este análisis vamos a poder ver también la bianisotropía característica de esta estructura, explicada en la teoría (capítulo 3), es decir, vamos a estudiar como los EC-SRR presentan efectos de polarización cruzada, esto es, un momento dipolar eléctrico neto como respuesta a la aplicación de un campo magnético y viceversa.

Excitación eléctrica y magnética del EC-SRR

En primer lugar se ha realizado la simulación en la orientación utilizada anteriormente con el anillo sencillo, que podemos visualizar en la figura 6.4, es decir, con excitación eléctrica y magnética. En este estudio, al igual que se hizo en el análisis del SRR sencillo, excitaremos nuestra estructura mediante una onda TEM con el campo eléctrico dirigido a lo largo del eje y (E_y) y el campo magnético aplicado en la dirección z (H_z). El resultado de coeficiente de transmisión en función de la frecuencia para este tipo de excitación se muestra en la figura 6.5.

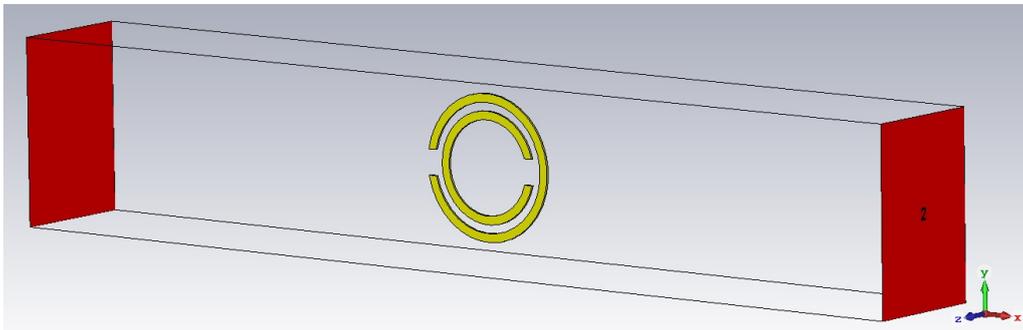


Figura 6.4: Orientación del EC-SRR con excitación eléctrica y magnética (anillo contenido en el plano xy con el gap en la dirección y).

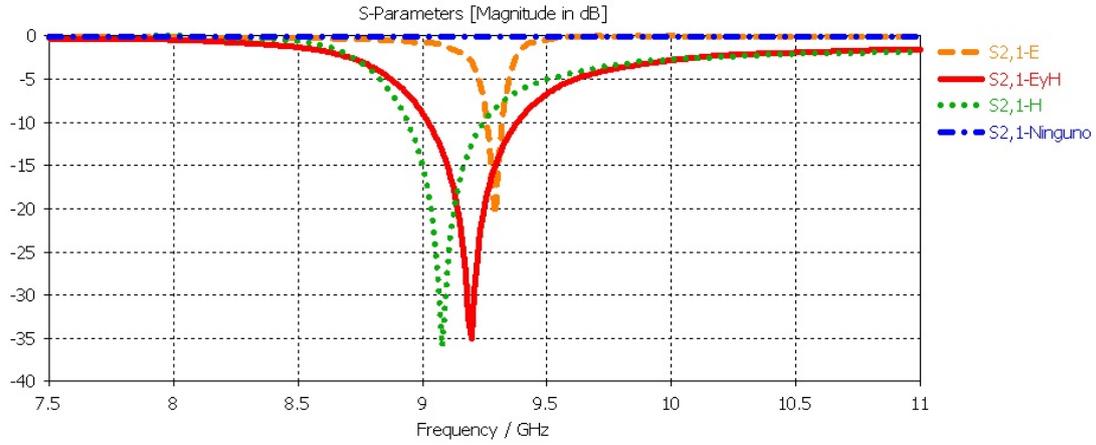


Figura 6.5: Parámetro de dispersión S_{21} en función de la frecuencia para las orientaciones bajo estudio en el caso de la topología EC-SRR.

Como podemos observar en la figura 6.7.a, la excitación con un campo magnético en la dirección z produce un flujo de campo magnético variable con el tiempo a través del EC-SRR por lo que, conforme a la ley de Faraday, se inducen corrientes en los anillos (figura 6.7.b) lo que da lugar a un momento dipolar magnético m_z . Recordando que nuestro anillo puede modelarse como un circuito LC en serie, en la resonancia la corriente que circulará por nuestro anillo será máxima, lo que dará lugar a valores elevados de m_z .

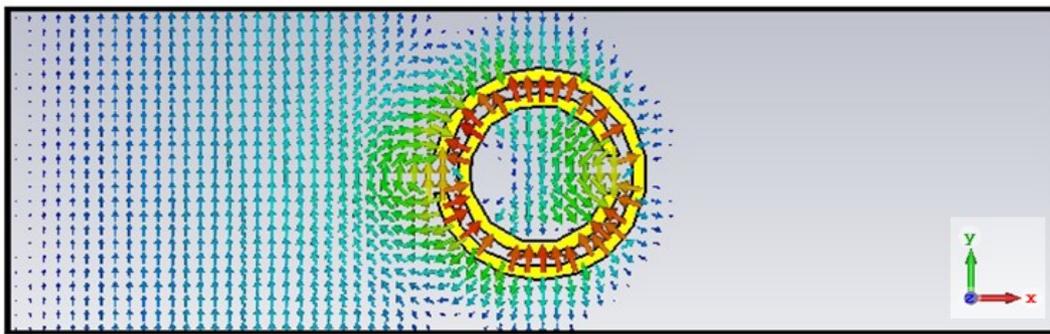


Figura 6.6: Excitación eléctrica y magnética del EC-SRR. Campo eléctrico \mathbf{E} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,19$ GHz. A dicha frecuencia se observa como la capacidad en la ranura entre los anillos (C_{slot}) toma un valor significativo, induciéndose sendos dipolos eléctricos paralelos a lo largo del eje y . A la frecuencia de resonancia la transmisión de la señal hacia el puerto 2 es mínima.

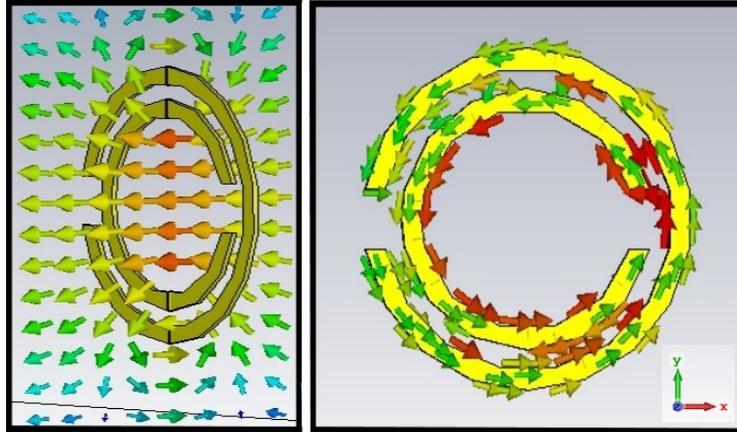


Figura 6.7: Excitación eléctrica y magnética del EC-SRR. Campo magnético \mathbf{H} (izquierda) y corrientes inducidas en el anillo (derecha) a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,19$ GHz.

Por otra parte, como era de esperar y puede observarse en la figura 6.6, estas corrientes inducidas tienen el mismo sentido en ambos anillos (antihorario en el caso mostrado en Fig. 6.7.b). Por ello, y debido a la presencia del gap, y a la ranura o *slot* que separa ambos anillos, estas corrientes dan lugar a la presencia de cargas de distinto signo a ambos lados de los gaps y de las ranuras como se muestra en la figura 3.5.a. Puesto que las cargas en la mitad superior de los anillos son la imagen especular de las cargas en la mitad inferior de los anillos, la distribución de carga presenta un momento dipolar eléctrico neto paralelo al eje y (p_y). Por lo tanto, y como ya se estudió en el capítulo 3, el campo H_z excita simultáneamente un dipolo magnético en la dirección z y un dipolo eléctrico en la dirección y .

Al incidir sobre nuestra estructura un campo eléctrico linealmente polarizado en la dirección y (E_y) se induce un voltaje en cada una de las dos mitades del EC-SRR. Como se desarrolló en el capítulo 3, este voltaje da lugar a una corriente que a su vez genera un momento dipolar magnético que satisface el principio de simetría de Onsager [27]. Además, cuando el EC-SRR está sometido a excitación eléctrica la corriente resonante que se genera en los anillos da lugar a un momento dipolar eléctrico debido a la distribución radial de cargas en la ranura superior e inferior del EC-SRR (ver figura 6.6).

Excitación magnética del EC-SRR

A continuación hemos pasado a excitar solo el campo magnético, situando el anillo en el plano xy con el gap en la dirección x como se muestra en la figura 6.8. El resultado del coeficiente de transmisión en función de la frecuencia para este tipo de

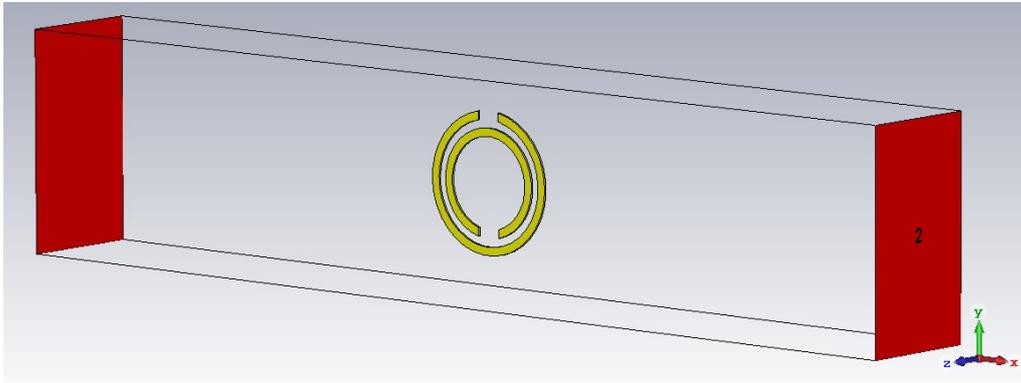


Figura 6.8: Orientación del EC-SRR para la excitación magnética (anillo contenido en el plano xy con el gap en la dirección x).

excitación se muestra en la figura 6.5. En este caso ya podremos ver la bianisotropía que caracteriza a esta estructura, mencionada con anterioridad, esto es, veremos cómo la excitación mediante un campo magnético \mathbf{H} da lugar no solo a un momento dipolar magnético sino a también a un momento dipolar eléctrico.

De forma análoga a la orientación estudiada en el apartado anterior, la excitación con un campo magnético en la dirección z produce un flujo de campo magnético variable con el tiempo a través del EC-SRR por lo que se inducen corrientes en los anillos (figura 6.9) lo que da lugar a un momento dipolar magnético en la dirección z (m_z).

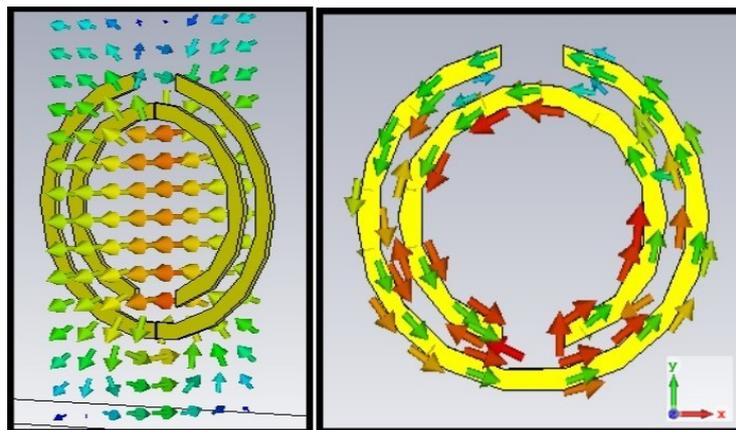


Figura 6.9: Excitación magnética del EC-SRR. Campo magnético \mathbf{H} (izquierda) y corrientes inducidas en el anillo (derecha) a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,07$ GHz.

Asimismo, las corrientes inducidas dan lugar a la presencia de cargas de distinto

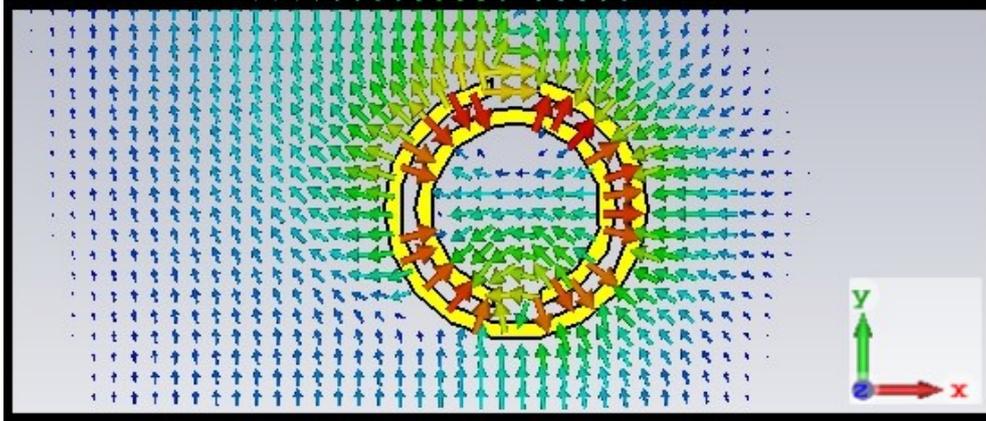


Figura 6.10: Excitación magnética del EC-SRR. Campo eléctrico \mathbf{E} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,07$ GHz. A dicha frecuencia se observa como la capacidad en la ranura entre los anillos (C_{slot}) toma un valor significativo, induciéndose dos dipolos eléctricos paralelos a lo largo del eje x .

signo a ambos lados de los gaps y de las ranuras. Puesto que las cargas en la mitad derecha de los anillos son la imagen de las cargas en la mitad izquierda de los anillos se inducen dos dipolos eléctricos paralelos a lo largo del eje x (p_x). Por lo tanto, y como ya se estudió en el capítulo 3, el campo H_z excita simultáneamente un dipolo magnético en la dirección z y un dipolo eléctrico en la dirección x , como podemos observar en la figura 6.10, lo que demuestra el carácter bianisótropo de este tipo de resonador.

Excitación eléctrica del EC-SRR

Pasamos ahora a excitar solo el campo eléctrico, dando al anillo la orientación mostrada en la figura 6.11. El resultado del coeficiente de transmisión en función de la frecuencia para este tipo de excitación se muestra en la figura 6.5.

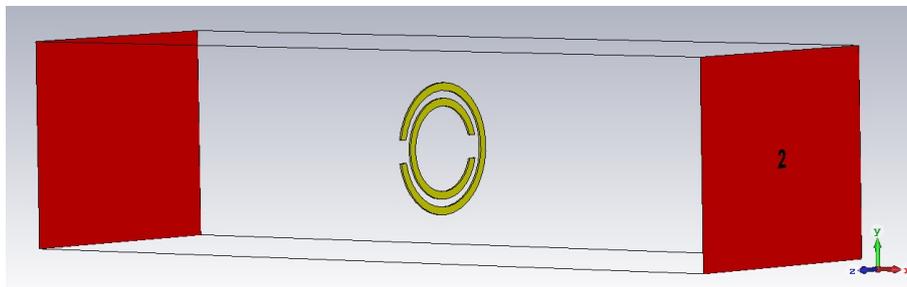


Figura 6.11: Excitación eléctrica del EC-SRR (anillo contenido en el plano yz con el gap en la dirección y).

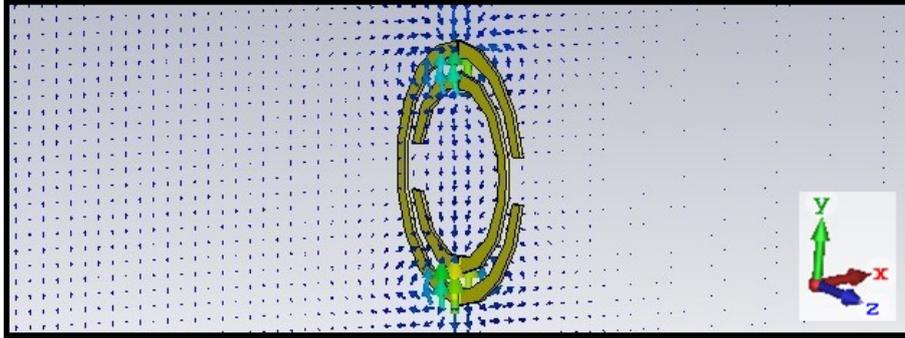


Figura 6.12: Excitación eléctrica del EC-SRR. Campo eléctrico \mathbf{E} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,29$ GHz. A dicha frecuencia se observa como C_{slot} toma un valor significativo, induciéndose sendos dipolos eléctricos paralelos a lo largo del eje y .

Como puede verse en la figura 6.12, la existencia de un campo \mathbf{E} en la dirección y da lugar a la aparición de sendos momentos dipolares en la dirección y . A su vez, este campo \mathbf{E} induce corrientes en los anillos como puede verse en la figura 6.13, lo que da lugar a la aparición de un momento dipolar magnético en la dirección x .

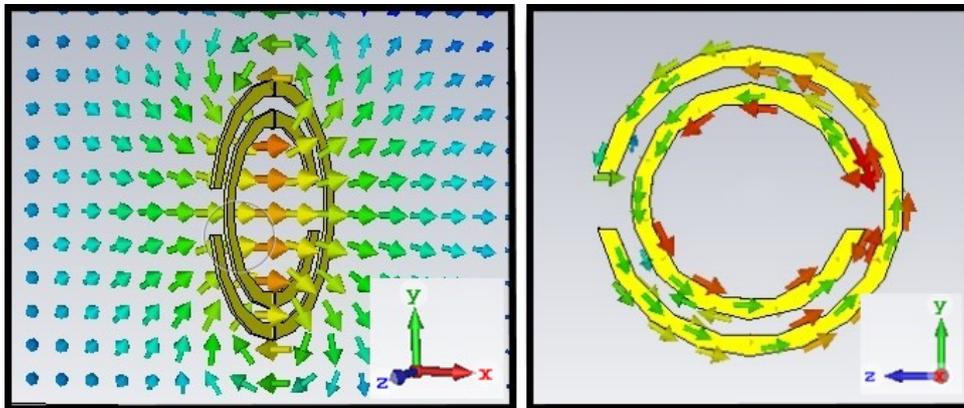


Figura 6.13: Excitación eléctrica del EC-SRR. Campo magnético \mathbf{H} (izquierda) y corrientes inducidas en el anillo (derecha) a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,29$ GHz. Aparición de un momento dipolar magnético en la dirección x .

Ausencia de excitación en el EC-SRR

Por último consideramos la orientación mostrada en la figura 6.14, en la que el anillo se sitúa en el plano yz , con el gap paralelo al eje z . Con esa orientación y considerando nuestra fuente una onda plana propagándose en x con el campo eléctrico a lo largo del eje y , no se producirá excitación de la resonancia del anillo. La

ausencia de resonancia se corresponde con la ausencia de un mínimo en el coeficiente de transmisión para la estructura así orientada (figura 6.5).

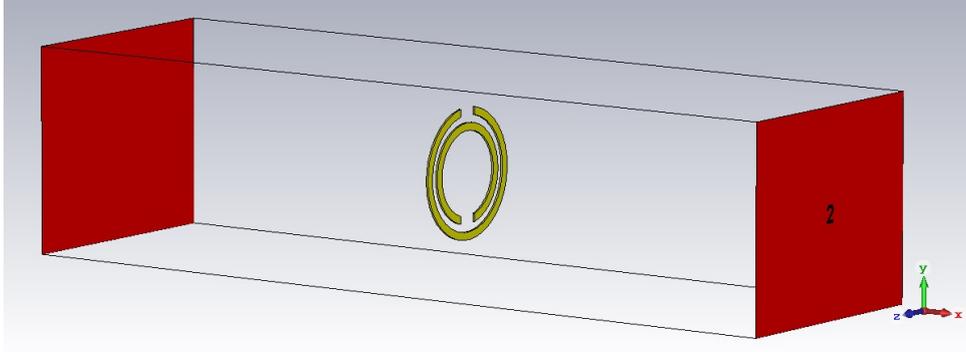


Figura 6.14: Ausencia de excitación en el EC-SRR (anillo contenido en el plano yz con el gap en la dirección z .)

6.2. El BC-SRR en el espacio libre

En este apartado se lleva a cabo un estudio del anillo BC-SRR análogo al estudio realizado para el EC-SRR. Este anillo tiene unas dimensiones similares, como podemos ver en la siguiente tabla (medidas en milímetros). Los parámetros se muestran gráficamente en la figura 6.15.

R_1	w	$2g$	t	p	dx	dy	dz	d
1.7	0.2	0.6	0.05	0.5	1	1	2.5	15

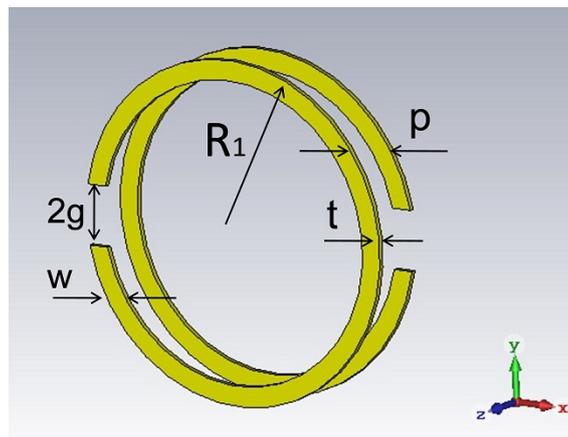


Figura 6.15: Parámetros del BC-SRR bajo estudio.

Como podemos observar, se ha mantenido el mismo grosor de los anillos t y anchura w . Los anillos tienen un radio exterior $R_1 = 1,7$ mm, igual que el anillo externo del EC-SRR, y se encuentran separados una distancia $p = 0,5$ mm. Esta estructura no presenta la bianisotropía observada en el EC-SRR, por lo que no se inducirán dipolos magnéticos cuando se excita con un campo eléctrico, ni dipolos eléctricos cuando se excita con un campo magnético.

6.2.1. Estudio paramétrico del BC-SRR

En este caso, los parámetros que vamos a estudiar son los siguientes. En primer lugar, será w el parámetro que determine la superficie en la que se genera la capacidad (la contenida en el plano xy). En segundo lugar, estudiaremos la separación de los anillos, que hemos llamado p .

Estudio paramétrico de la anchura w de los anillos

Volviendo una vez más a la expresión para las capacidades ($C = \varepsilon_0 S/p$, donde S sería la superficie de las caras en cuestión de cada anillo y p la separación entre estos) veremos que, en este caso, cuando la anchura w del anillo crece, disminuye la capacidad generada entre los anillos, ya que aumenta la superficie de estos. De esta forma, la frecuencia de resonancia aumenta a medida que aumenta w , como podemos comprobar en la figura 6.16.

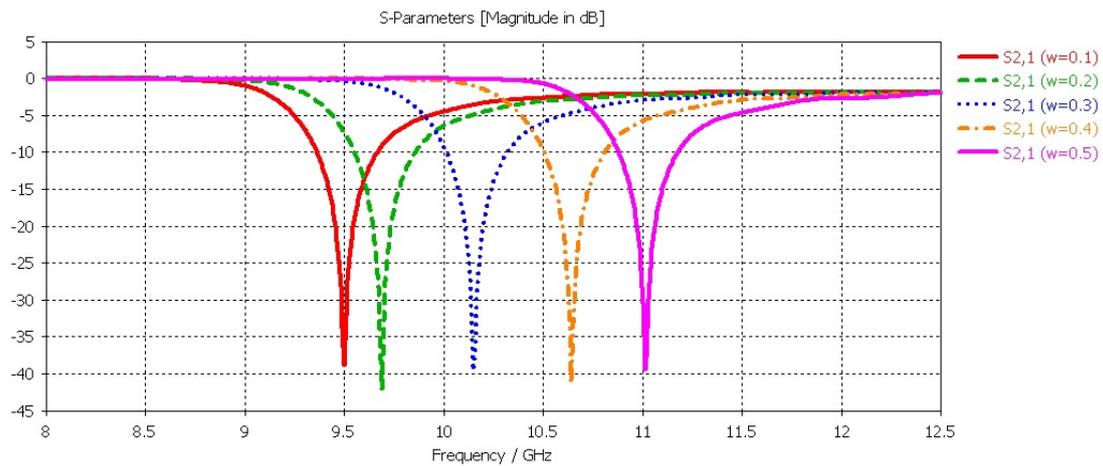


Figura 6.16: Parámetros de *scattering* S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la anchura w de los anillos del BC-SRR.

Estudio paramétrico de la separación p entre los anillos

En este caso, podemos ver cómo, al igual que pasaba cuando separábamos los anillos del EC-SRR, la frecuencia de corte descende a medida que la separación entre los anillos p crece (figura 6.17), ya que estamos haciendo descender la capacidad generada entre estos.

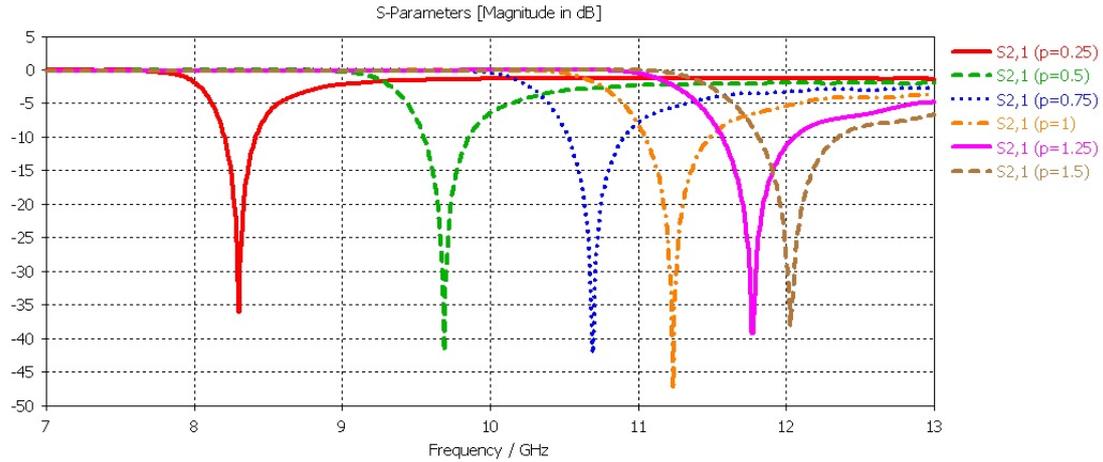


Figura 6.17: Parámetros de *scattering* S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la separación p entre los dos anillos del BC-SRR.

6.2.2. Estudio de la excitación del BC-SRR en función de la orientación

En la figura 6.18 podemos ver las orientaciones ya utilizadas en la sección anterior con el EC-SRR. Arriba a la izquierda, la excitación eléctrica y magnética. Arriba a la derecha, solo el excitación eléctrica. Abajo a la izquierda, solo excitación magnética. Abajo a la derecha tenemos ausencia de excitación. En la figura 6.19 se muestran los parámetros de *scattering* para los casos de estas cuatro situaciones.

Excitación eléctrica y magnética del BC-SRR

Como en el caso anterior, comenzamos por simular ambas excitaciones, eléctrica y magnética. Para esto, el anillo tiene la disposición vista en la primera imagen de la figura 6.18. El resultado del coeficiente de transmisión en función de la frecuencia para este tipo de excitación se muestra en la figura 6.19.

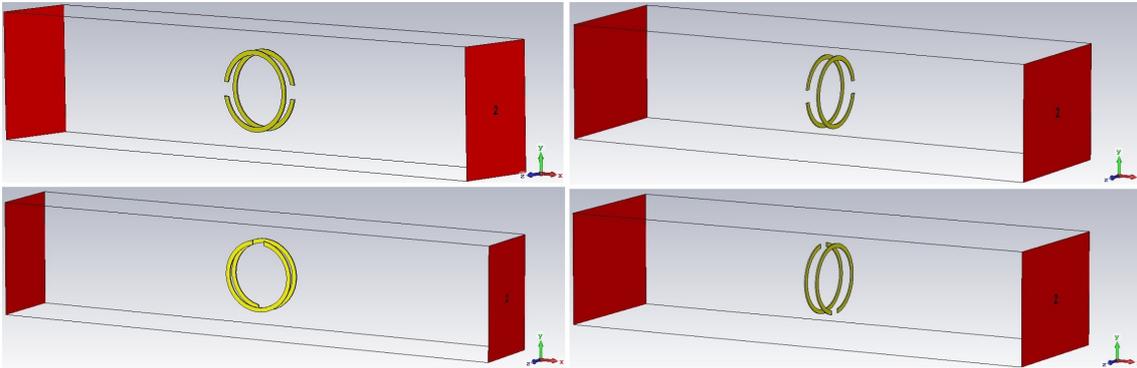


Figura 6.18: Cuatro orientaciones para el BC-SRR.

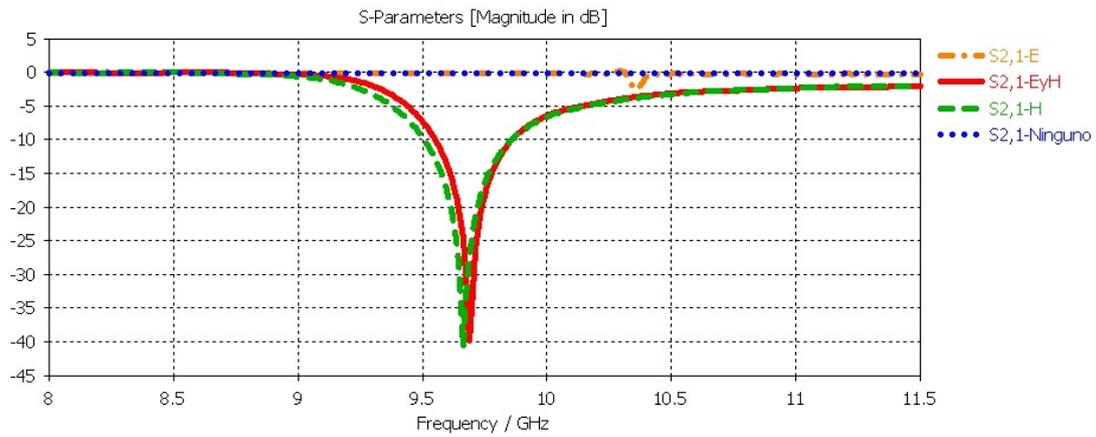


Figura 6.19: Parámetro de dispersión S_{21} en función de la frecuencia para las orientaciones del BC-SRR bajo estudio.

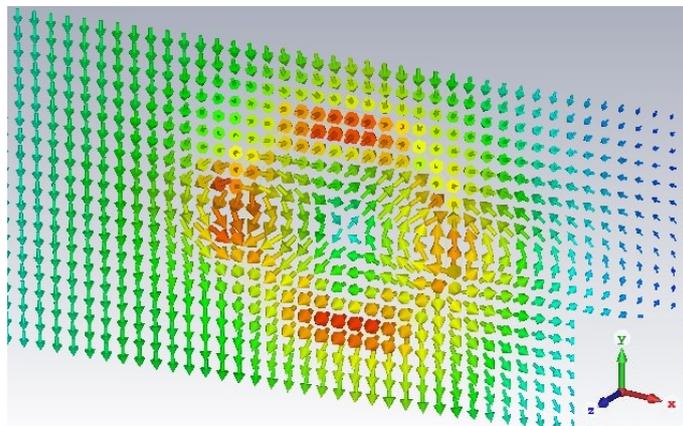


Figura 6.20: Excitación eléctrica y magnética del BC-SRR. Campo eléctrico \mathbf{E} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,66$ GHz en el plano entre los dos anillos $z = 0$. A dicha frecuencia se observa como la capacidad en el espacio entre los anillos toma un valor significativo, induciéndose sendos dipolos eléctricos paralelos a lo largo del eje x . A la frecuencia de resonancia la transmisión de la señal hacia el puerto 2 es mínima.

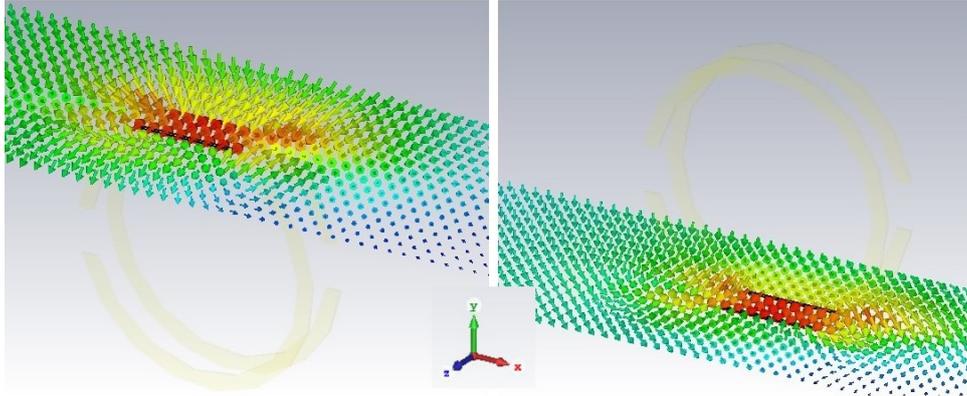


Figura 6.21: Excitación eléctrica y magnética del BC-SRR. Campo eléctrico \mathbf{E} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,66$ GHz en los planos $y = 1,55$ mm (izquierda) e $y = -1,55$ mm (derecha).

Como podemos observar en la figura 6.20 y más en detalle en la figura 6.21, la excitación con un campo eléctrico \mathbf{E} produce un dipolo eléctrico entre las superficies de los anillos paralelas al plano xy .

En el caso del campo magnético, observamos en la figura 6.22 (izquierda) cómo este alcanza una magnitud significativa a la frecuencia de resonancia dentro de los anillos (en la dirección z). En la figura 6.22 (derecha) podemos ver las corrientes inducidas en los anillos por dicho campo.

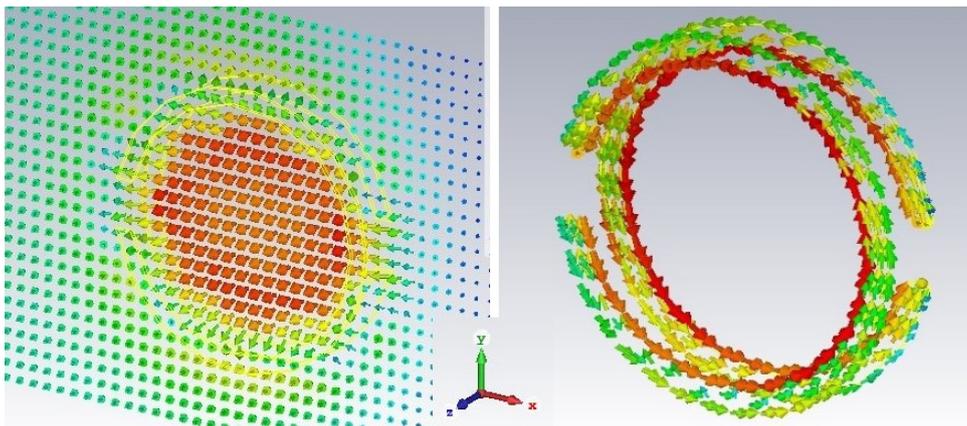


Figura 6.22: Excitación eléctrica y magnética del BC-SRR. Campo magnético \mathbf{H} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,68$ GHz en el plano $z = 0$ (izquierda). Corrientes inducidas por el campo \mathbf{H} (derecha).

Excitación magnética del BC-SRR

A continuación pasamos a ver qué ocurre cuando la excitación es solamente magnética. En este caso utilizamos la orientación de la imagen de la esquina inferior derecha de la figura 6.18. El resultado del coeficiente de transmisión en función de la frecuencia para este tipo de excitación se muestra en la figura 6.19.

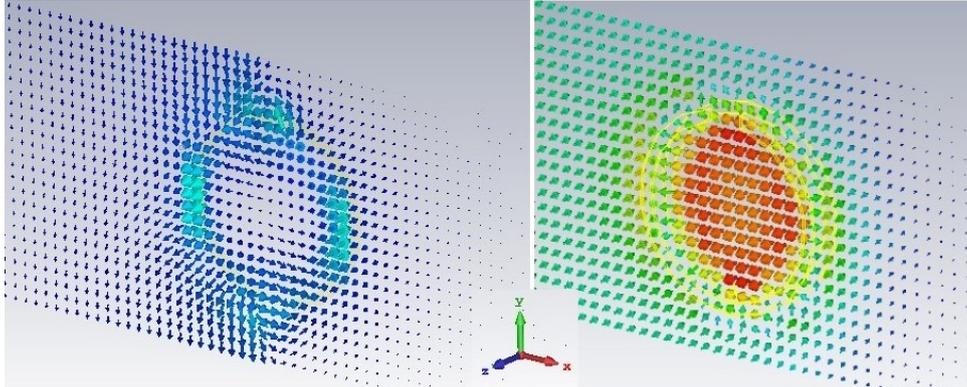


Figura 6.23: Excitación magnética del BC-SRR. Campo eléctrico \mathbf{E} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,66$ GHz en el plano $z = 0$ (izquierda). Campo magnético \mathbf{H} a la frecuencia de resonancia $f_0 = 9,66$ GHz en el plano $z = 0$ (derecha).

Como se observa en la figura 6.23 (izquierda), cuando el BC-SRR se excita con un campo magnético, este no provoca excitaciones eléctricas en la estructura. Podemos de esta forma comprobar cómo este diseño de resonador anula la bianisotropía presentada por la topología EC-SRR. En la misma figura, a la derecha, observamos cómo el campo magnético tiene la misma apariencia que en el caso anteriormente estudiado.

Excitación eléctrica del BC-SRR

A continuación se ha pasado a simular el BC-SRR cuando únicamente tenemos excitación eléctrica, situando para ello la estructura en la posición que podemos observar en la esquina superior derecha en la figura 6.18. El resultado del coeficiente de transmisión en función de la frecuencia para este tipo de excitación se muestra en la figura 6.19. Como vemos en esta figura, hay un pequeño pico en esta excitación que idealmente no debería aparecer. Por ello, la simulación se ha realizado a la frecuencia de las resonancias que hemos observado en los dos apartados anteriores.

Como podemos observar en la figura 6.24, en este caso el anillo es excitado solo eléctricamente, ya que no es un medio bianisótropo como el EC-SRR. Por ello, el campo magnético no se excita en esta situación.

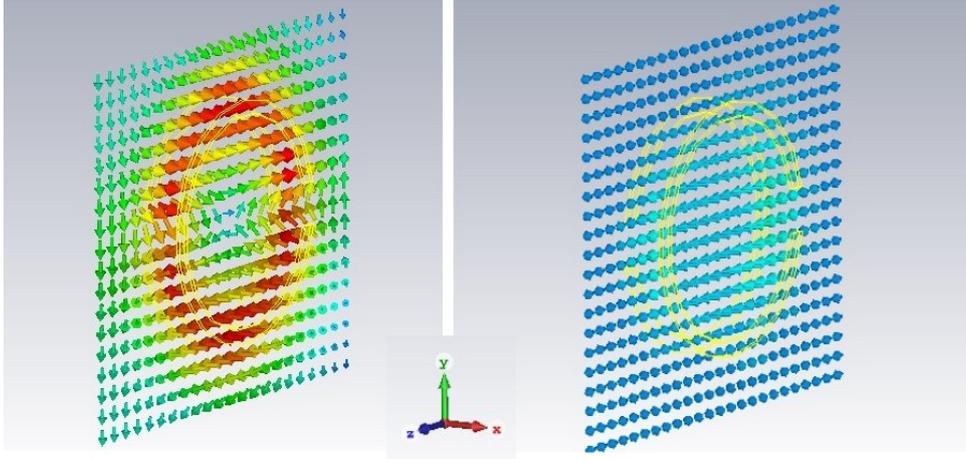


Figura 6.24: Excitación eléctrica del BC-SRR. Campo eléctrico \mathbf{E} a la frecuencia $f = 9,66$ GHz en el plano $x = 0$ (izquierda). Campo magnético \mathbf{H} a la frecuencia de resonancia $f = 9,66$ GHz en el plano $x = 0$ (derecha).

Ausencia de excitación en el BC-SRR

En este último caso la posición del anillo es la de la esquina inferior derecha de la figura 6.18. Como en el caso del EC-SRR, para esta disposición el BC-SRR no interactúa de ninguna manera con la radiación incidente, y la onda se transmite totalmente, como podemos comprobar viendo el parámetro de *scattering* S_{21} en la figura 6.19 (azul).

Capítulo 7

Resonadores en un medio físico

Hasta este momento las simulaciones llevadas a cabo, tanto como en el caso del anillo sencillo como con el EC-SRR y el BC-SRR se han realizado en el espacio libre. En la práctica no es posible, obviamente, fabricar las estructuras de esta manera, hace falta un medio físico sobre el que imprimir los anillos resonadores. En este capítulo analizamos cómo influyen distintas características del sustrato en los resultados obtenidos para el EC-SRR y el BC-SRR.

Con el simulador CST Microwave Studio[®] podemos diseñar un material con las características que deseemos. En nuestras simulaciones, hemos variado tres características: el grosor del sustrato, la permeabilidad relativa de este, ϵ_r , y la tangente de pérdidas eléctrica, $\tan \delta_c$, y hemos visto cómo cambian los parámetros de transmisión en función de estas. La forma del sustrato es un prisma cuadrangular con las caras paralelas al plano del anillo cuadradas y de 2,2 mm de lado, como podemos ver en la figura 7.1. Como referencia para los valores de la permitividad, grosor del sustrato y la tangente de pérdidas se ha utilizado [26].

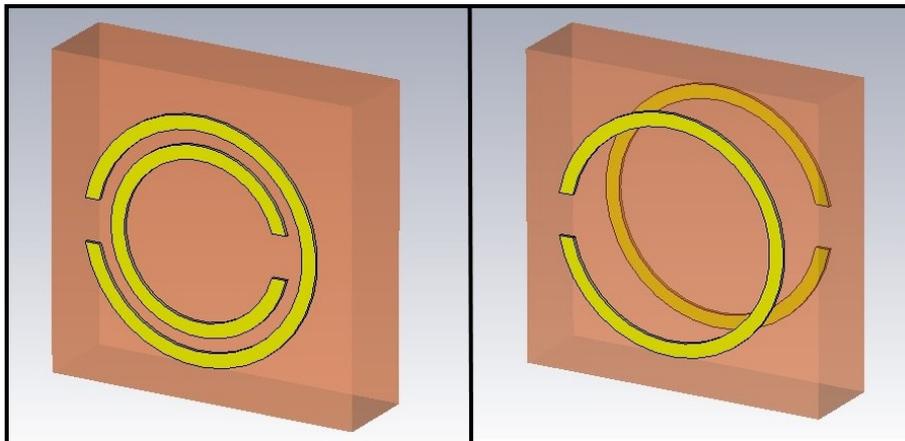


Figura 7.1: Anillos EC-SRR (izquierda) y BC-SRR (derecha) con sustrato.

7.1. Análisis paramétrico del grosor del sustrato

En primer lugar se ha realizado un estudio de la respuesta del EC-SRR y el BC-SRR para distintos espesores del sustrato utilizado, tanto para el EC-SRR como para el BC-SRR. Los otros parámetros mencionados se han mantenido fijos en $\epsilon_r = 4,4$ y $\tan \delta_c = 0,020$. Mientras que para el grosor del sustrato (t_s) se han tomado los valores de 0,4; 0,8; 1,2 y 1,6 mm.

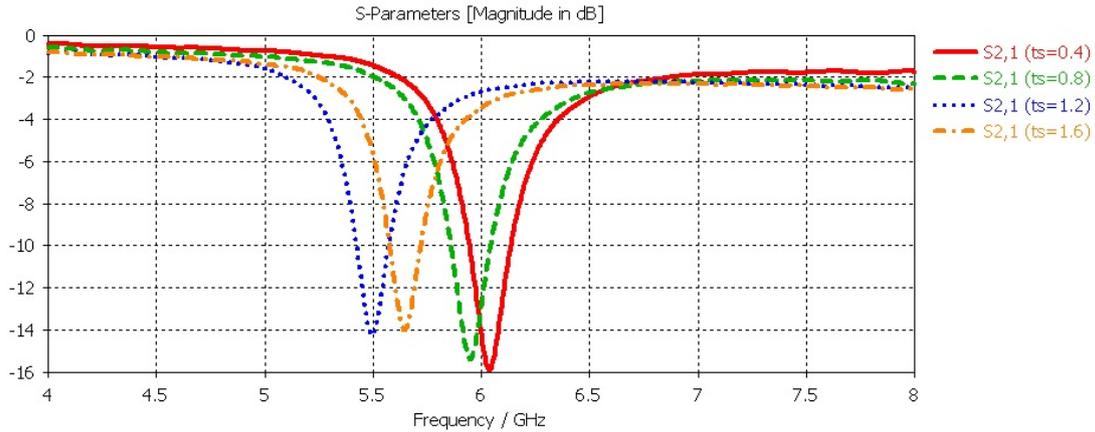


Figura 7.2: Parámetro de transmisión S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores del grosor del sustrato con el anillo EC-SRR.

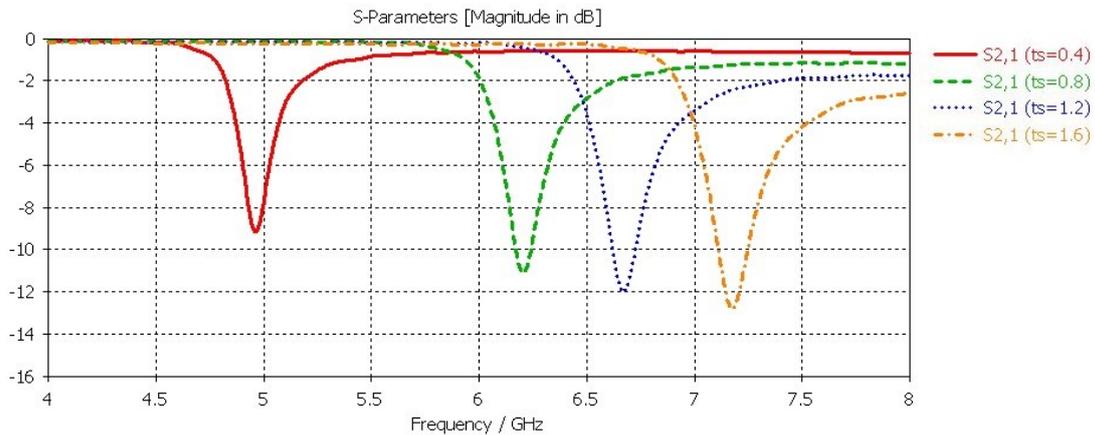


Figura 7.3: Parámetro de transmisión S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores del grosor del sustrato con el anillo BC-SRR.

Como podemos observar, en el caso del EC-SRR (figura 7.2) la frecuencia de resonancia baja conforme aumenta el grosor del sustrato hasta un cierto valor de dicho

grosor, a partir del cual comienza a subir, aunque estas variaciones se mantienen en un pequeño rango de frecuencias. Como sabemos, la capacidad es directamente proporcional a la permitividad del medio, por lo que al situar el anillo en un medio dieléctrico, la capacidad aumenta y la frecuencia de corte desciende.

Por otro lado, para el BC-SRR (figura 7.3) la frecuencia de resonancia aumenta de unos 4.95 GHz a 7.2 GHz a medida que aumenta el grosor del sustrato t_s de 0.4 mm a 1.6 mm. Podemos visualizar y comparar mejor estas variaciones en el gráfico de la figura 7.4. Como ya se ha explicado en la sección 3.3.3., al aumentar el grosor del sustrato estamos separando las placas del condensador, por lo que la capacidad disminuye a medida que lo hacemos. En este caso, la capacidad generada en el BC-SRR tendrá la forma

$$C_{BC-SRR} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{t_s} \quad (7.1)$$

donde S es en este caso la superficie de los anillos. De esta forma, al disminuir la capacidad, la frecuencia de resonancia ($f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$) aumenta.

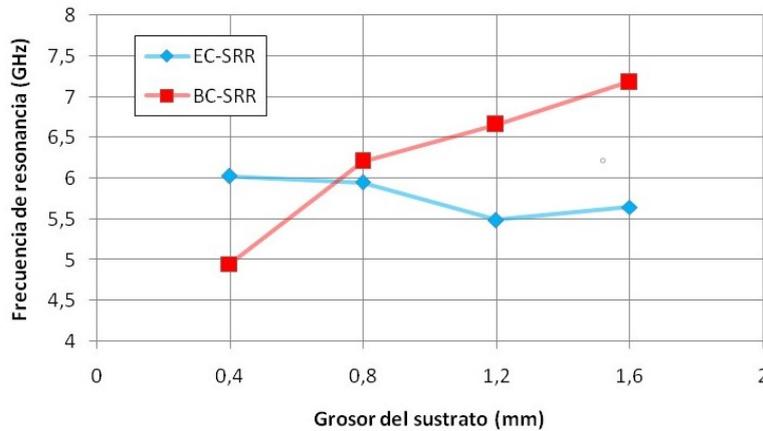


Figura 7.4: Variación de la frecuencia de resonancia en función del grosor del sustrato.

7.2. Análisis paramétrico de la permitividad del sustrato

En este caso hemos mantenido el valor de la tangente de pérdidas en 0,020 y se ha elegido un grosor del sustrato de 1,2 mm. La permitividad relativa se ha ido variando de 3,5 a 4,7 en incrementos de 0,3.

En este caso vemos cómo para ambas topologías (EC-SRR y BC-SRR) un au-

mento en la permitividad del sustrato hace que la frecuencia de resonancia descienda. La figura 7.7 nos permite comparar la variación de la frecuencia de resonancia con la permitividad relativa para el caso de EC-SRR y el BC-SRR. Volvamos a la ecuación (7.1), que tendrá una expresión parecida para el EC-SRR con la superficie correspondiente a las caras del anillo enfrentadas en este caso (la cara interna del anillo grande y la cara externa del anillo más pequeño) y con la separación entre dichas caras, b , en vez del grosor del sustrato (que en el caso del BC-SRR coincide con la separación entre las placas, y por eso está incluido en esta fórmula). Haciendo caso a esta ecuación, comprobamos cómo podríamos esperar un incremento de la capacidad a medida que ε_r aumenta, lo que conlleva una disminución de la frecuencia de corte proporcional a la raíz cuadrada de la permeabilidad del sustrato.

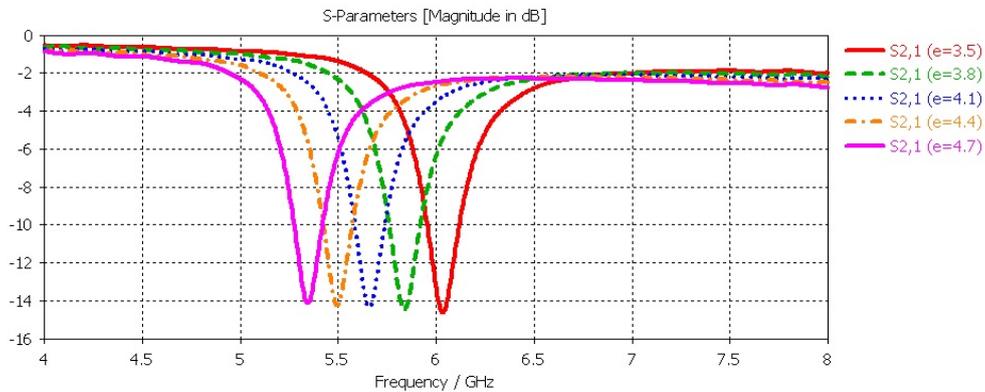


Figura 7.5: Parámetro de transmisión S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la permitividad relativa del sustrato con el anillo EC-SRR.

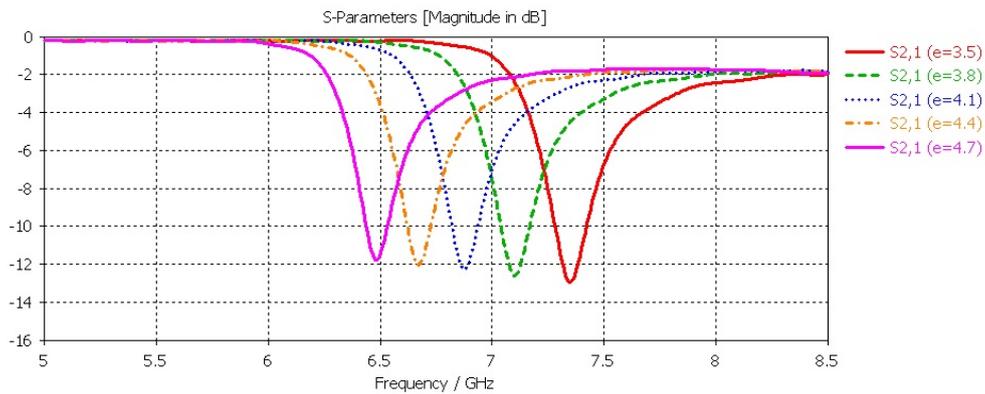


Figura 7.6: Parámetro de transmisión S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la permitividad relativa del sustrato con el anillo BC-SRR.

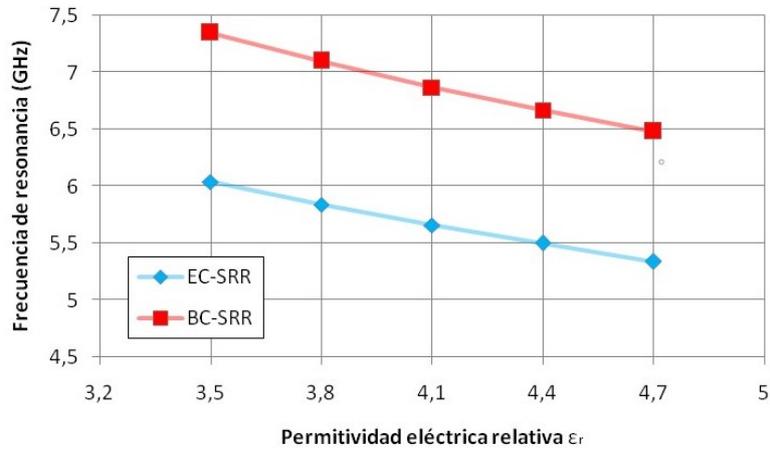


Figura 7.7: Variación de la frecuencia de resonancia en función de la permitividad relativa del sustrato.

7.3. Análisis paramétrico de la tangente de pérdidas

En este último apartado, hemos elegido cuatro valores distintos de la tangente de pérdidas (0; 0,002; 0,010; 0,020) manteniendo el grosor del sustrato en 1,2 mm y la permitividad relativa en 4,4. Como podemos ver en la leyenda de las figuras 7.8 y 7.9, hemos llamado al parámetro en cuestión j , por lo que $\tan \delta_c \equiv j$ en este caso.

Vemos de esta forma cómo el valor de la tangente de pérdidas no influye en el valor de la frecuencia de resonancia del anillo, pero sí en la magnitud del parámetro de transmisión a dicha frecuencia, que varía desde -31 dB a -16 dB, siendo más intenso el pico cuanto menores sean las pérdidas del sustrato.

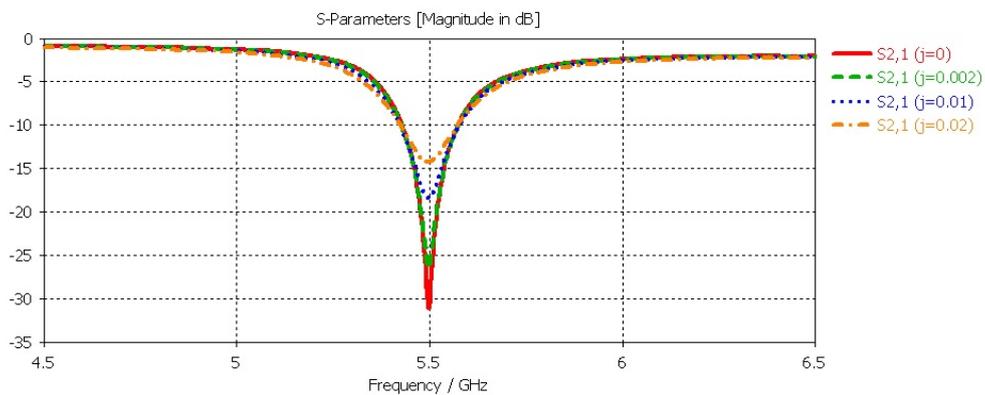


Figura 7.8: Parámetro de transmisión S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la permitividad relativa del sustrato con el anillo EC-SRR.

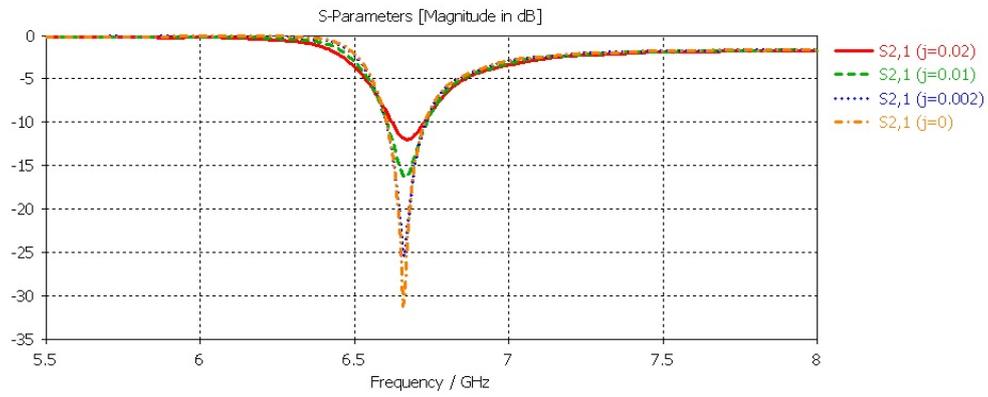


Figura 7.9: Parámetro de transmisión S_{21} en función de la frecuencia para distintos valores de la permitividad relativa del sustrato con el anillo BC-SRR.

Capítulo 8

Conclusiones

- En este Trabajo Fin de Grado hemos estudiado qué es un medio metamaterial, en concreto un medio zurdo (LHM) o doblemente negativo (DNG), analizando cómo la existencia de ε y μ simultáneamente negativos modifica los fenómenos de propagación electromagnética.
- Con el fin de estudiar cómo se diseña un medio con permeabilidad magnética negativa se ha realizado un análisis una estructura clave en el desarrollo de los metamateriales zurdos: el resonador SRR y se ha podido observar cómo se comporta frente a la radiación incidente. Como un primer paso, se ha realizado un estudio numérico del comportamiento del SRR sencillo empleando el simulador electromagnético CST Microwave Studio[®], encontrándose que dicho resonador se comporta como un circuito LC serie cuya frecuencia de resonancia viene determinada, en buena medida, por la capacidad asociada al gap (C_{gap}) del SRR.
- Se ha comprobado cómo por encima de la frecuencia de resonancia f_0 se encuentra una banda en la que el coeficiente de transmisión S_{21} se minimiza. Esta banda se corresponde con el rango de frecuencias en las que el material se comporta como un medio con permeabilidad μ negativa. Gracias a los estudios paramétricos hemos podido observar cómo esta frecuencia de resonancia se puede variar modificando los parámetros geométricos del SRR que determinan su autoinducción y capacidad.
- A continuación se ha pasado a estudiar dos de los diseños más representativos de este tipo de resonadores: el EC-SRR y el BC-SRR, realizando un análisis comparativo, teórico y numérico, de su comportamiento en la primera resonancia.
- Hemos visto cómo el EC-SRR, frente a los resonadores de tipo sencillo, presenta la ventaja de tener una capacidad relativamente grande a lo largo de la ranura

(C_{slot}) que permite que el tamaño eléctrico de la estructura pueda considerarse pequeño frente a la frecuencia de resonancia.

- Por otra parte se ha comprobado el comportamiento bianisotrópico del EC-SRR que da lugar a la existencia de fenómenos de polarización cruzada, esto es, la aplicación de un campo magnético axial, y variable en el tiempo induce no solamente un momento dipolar magnético sino también eléctrico. Este comportamiento está estrechamente relacionado con la topología del resonador, por lo que hemos estudiado el resonador BC-SRR, que presenta un diseño diferente propuesto para evitar efectos de polarización cruzada, así como para reducir aún más el tamaño eléctrico en resonancia.
- Hemos llegado a la conclusión de que la primera resonancia del BC-SRR es de tipo magnético, dado que en ella únicamente se excita un momento dipolar magnético cuando la partícula resonante se encuentra bajo la acción de un campo magnético.
- Por último, para poder considerar un diseño más realista, hemos incorporado en las simulaciones un sustrato sobre el que se imprimen estos resonadores y se ha analizado la influencia del espesor de este sustrato, así como la de los parámetros que lo caracterizan eléctricamente (permitividad y tangente de pérdidas).
- Por otra parte, el trabajo realizado en este TFG nos ha permitido conocer las etapas fundamentales del desarrollo de una simulación electromagnética (definición de la estructura y medios materiales a simular, definición del dominio de computación mediante el establecimiento de las condiciones de contorno, introducción de la excitación o fuente, obtención de los parámetros de Scattering...).
- Finalmente, en el desarrollo de este trabajo se ha adquirido destreza en el manejo del simulador electromagnético CST Microwave Studio[®], un simulador comercial concebido para la simulación en 3 dimensiones de problemas electromagnéticos de alta frecuencia y cuyo uso está muy extendido tanto en el ámbito de la investigación como en el empresarial.

Apéndice A

Relaciones constitutivas de los medios bianisótropos

Los medios lineales, homogéneos y bianisótropos responden a las excitaciones electromagnéticas de acuerdo a [29]:

$$\mathbf{D} = \bar{\bar{\epsilon}} \cdot \mathbf{E} + \bar{\bar{\xi}} \cdot \mathbf{H}, \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{B} = \bar{\bar{\mu}} \cdot \mathbf{H} + \bar{\bar{\zeta}} \cdot \mathbf{E}. \quad (\text{A.2})$$

Los efectos del material están contenidos en los tensores $\bar{\bar{\epsilon}}, \bar{\bar{\xi}}, \bar{\bar{\mu}}, \bar{\bar{\zeta}}$ que debido a la anisotropía contienen 36 parámetros escalares del material. Para los medios bi-isótropos, los cuatro tensores se reducen a coeficientes escalares:

$$\mathbf{D} = \epsilon \cdot \mathbf{E} + \xi \cdot \mathbf{H}, \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H} + \zeta \cdot \mathbf{E}. \quad (\text{A.4})$$

Los efectos de la quiralidad y la no reciprocidad se pueden distinguir redefiniendo los coeficientes de acoplamiento magnetoeléctrico, ξ, ζ :

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + (\chi - j\kappa) \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \mathbf{H}, \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + (\chi + j\kappa) \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \mathbf{E}, \quad (\text{A.6})$$

Estos parámetros tienen un claro significado físico: la permitividad ϵ es una medida de la polarización eléctrica inducida por el campo eléctrico mientras que la permeabilidad μ da cuenta de la correspondiente polarización magnética del material. Los parámetros magnetoeléctricos ξ, ζ describen los efectos de la polarizabilidad cruzada en el material. El parámetro κ contiene el grado de quiralidad y es una medida de cuan zurdo o diestro es el material, mientras que χ es el grado de no reciprocidad inherente del medio. Debido a la separación del factor $\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ tanto κ

como χ son cantidades sin dimensiones.

A continuación se muestra una tabla con una clasificación de los medios bi-isótropos:

	$\kappa = 0$	$\kappa \neq 0$
$\chi = 0$	Medio Isótropo	Medio Pasteur o Quiral
$\chi \neq 0$	Medio Tellegen	Medio Bi-isótropo

Glosario de siglas

LHM	-	Left Handed Media
DPS	-	Double-Positive
ENG	-	Epsilon-Negative
MNG	-	Mu-Negative
DNG	-	Double-Negative
SRR	-	Split Ring Resonator
EC-SRR	-	Edge Coupled Split Ring Resonator
BC-SRR	-	Broadside Coupled Split Ring Resonator
CST	-	Computer Simulation Technology
FIT	-	Finite Integration Technique
PBA	-	Perfect Boundary Approximation
TST	-	Thin Sheet Technique
TLM	-	Transmission Line Matrix
TEM	-	Transversal electromagnético
PEC	-	Perfect Electrical Conductor
PMC	-	Perfect Magnetic Conductor
PML	-	Perfectly Matched Layer

Bibliografía

- [1] D. J. Barber and I. C. Freestone, "An Investigation Of The Origin Of The Colour Of The Lycurgus Cup By Analytical Transmission Electron Microscopy," *Archaeometry*, vol. 32, no. 1, pp. 33-45, 1990.
- [2] J. C. Bose, "On the Rotation of Plane of Polarisation of Electric Waves by a Twisted Structure," *Proceedings of the Royal Society of London (1854-1905)*, vol. 63, no. 1, pp. 146-152, Jan. 1898.
- [3] V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ," *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509-514, 1968.
- [4] J. Pendry, A. Holden, D. Robbins, and W. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 11, pp. 2075-2084, 1999.
- [5] J. B. Pendry, "Negative Refraction Makes a Perfect Lens," *Physical Review Letters*, vol. 85, no. 18, pp. 3966-3969, 2000.
- [6] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity," *Physical Review Letters*, vol. 84, no. 18, pp. 4184-4187, Jan. 2000.
- [7] R. A. Shelby, "Experimental Verification of a Negative Index of Refraction," *Science*, vol. 292, no. 5514, pp. 77-79, Jun. 2001.
- [8] T. J. Yen, "Terahertz Magnetic Response from Artificial Materials," *Science*, vol. 303, no. 5663, pp. 1494-1496, May 2004.
- [9] G. Dolling, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden, "Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength," *Optics Letters*, vol. 32, no. 1, p. 53, 2006.
- [10] E. Isaacs, "Resonant Antennas", US 6,661,392 B2, 2003.

- [11] R. Ziolkowski and A. Kipple, "Application of double negative materials to increase the power radiated by electrically small antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 10, pp. 2626-2640, 2003.
- [12] K. B. Alici and E. Özbay, "Radiation properties of a split ring resonator and monopole composite," *physica status solidi (b)*, vol. 244, no. 4, pp. 1192-1196, 2007.
- [13] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, "Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies," *Science*, vol. 314, no. 5801, pp. 977-980, Oct. 2006.
- [14] F. Bilotti, S. Tricarico, and L. Vegni, "Plasmonic Metamaterial Cloaking at Optical Frequencies," *IEEE Transactions on Nanotechnology*, vol. 9, no. 1, pp. 55-61, 2010.
- [15] J. Valentine, J. Li, T. Zentgraf, G. Bartal, and X. Zhang, "An optical cloak made of dielectrics," *Nature Materials*, vol. 8, no. 7, pp. 568-571, 2009.
- [16] M. Gharghi, C. Gladden, T. Zentgraf, Y. Liu, X. Yin, J. Valentine, and X. Zhang, "A Carpet Cloak for Visible Light," *Nano Letters*, vol. 11, no. 7, pp. 2825-2828, 2011.
- [17] R. Marques, F. Martin, and M. Sorolla, *Metamaterials with negative parameters: theory, design, and microwave applications*. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2013.
- [18] *Web.mit.edu*, 2018. [Online]. Available: http://web.mit.edu/6.013_book/www/chapter12/12.5.html. [Accessed: 15-May-2018].
- [19] R. K. Wangsness, *Electromagnetic fields*. New York: John Wiley, 1986.
- [20] G. P. J. Luis and M. N. Vesperinas, *Negative and anomalous refraction in metamaterials and photonic crystals*, thesis, 2009.
- [21] N. Fang, "Sub-Diffraction-Limited Optical Imaging with a Silver Superlens," *Science*, vol. 308, no. 5721, pp. 534-537, 2005.
- [22] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, "Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures," *Physical Review Letters*, vol. 76, no. 25, pp. 4773-4776, 1996.
- [23] R. Marqués, F. Medina and R. Rafii-El-Idrissi "Role of bi-anisotropy in negative permeability and left handed metamaterials." *Phys. Rev. B*, vol. 65, paper 144441, 2002.

- [24] Weiland, T.: A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields: Electronics and Communication, (AEÜ), Vol. 31, pp. 116-120, 1977.
- [25] E. H. Brandt and J. R. Clem, "Superconducting thin rings with finite penetration depth," *Physical Review B*, vol. 69, no. 18, 2004.
- [26] J. Baena, J. Bonache, F. Martin, R. Sillero, F. Falcone, T. Lopetegui, M. Laso, J. Garcia-Garcia, I. Gil, M. Portillo, and M. Sorolla, "Equivalent-circuit models for split-ring resonators and complementary split-ring resonators coupled to planar transmission lines," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, no. 4, pp. 1451-1461, 2005.
- [27] L. D. Landau and E. M. Lifshits, *Statistical physics: by L.D. Landau and E.M. Lifshitz. Translated from the Russian by J.B. Sykes and M.J. Kearsley*. Oxford: Pergamon Press, 1978.
- [28] E. Ekmekci and G. Turhan-Sayan, "Comparative Investigation Of Resonance Characteristics And Electrical Size Of The Double-Sided Srr, Bc-Srr And Conventional Srr Type Metamaterials For Varying Substrate Parameters," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 12, pp. 35-62, 2009.
- [29] I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, and A. J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. Boston, Artech House, 1994.