



**FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

LA MATEMÁTICA DESDE LOS DEDOS EN EDUCACIÓN INFANTIL

**TRABAJO FIN DE GRADO
MAESTRA EN EDUCACIÓN INFANTIL**

AUTORA: TAMARA NIETO MORENO

TUTORA: ANA MARÍA SANZ GIL

Palencia, junio 2019



Con el fin de garantizar la economía del lenguaje y facilitar la lectura del texto, durante el desarrollo de este trabajo, se utilizará el género masculino aludiendo a ambos géneros.

*"El juego es la primera asignatura de
los más pequeños"*
(María Antonia Canals)

*"Lo que los niños aprenden no se da como
resultado automático de lo que se enseña.
Más bien se debe en gran parte a la acción
de los niños como consecuencia de sus
actividades y de nuestros recursos."*
(Loris Malaguzzi)

RESUMEN

Desde hace varias décadas, el uso de los dedos como recurso didáctico ha desaparecido en las aulas, pero es muy posible que vuelva a aparecer, pues son muchos los autores que lo defienden y muchas las metodologías que se ajustan al uso de este instrumento. Además, se trata de un recurso manipulativo de fácil acceso y perteneciente al entorno cercano de los más pequeños, convirtiéndose de este modo en un instrumento que atiende a los aspectos principales que defiende el Currículo de Segundo Ciclo de Educación Infantil: enfoque globalizador, juego, manipulación y aprendizaje significativo.

En este Trabajo de Fin de Grado se desarrolla una propuesta innovadora basada en el uso de los dedos de la mano como recurso didáctico en matemáticas, recuperando de este modo su uso extinto. El trabajo se basa especialmente en los aspectos matemáticos relacionados con la numeración y el cálculo. No obstante, también se hace referencia a los conceptos de geometría y lógica – matemática.

PALABRAS CLAVE: dedos de la mano, Educación Infantil, matemáticas, subitización, conteo, número, innovación.

ABSTRACT

For several decades, the use of the fingers as a teaching resource has disappeared in the classrooms, but it is likely that it returns, as there are many authors who defend it and many methodologies that adjust themselves to the use of this instrument. Besides, it is a manipulative resource of easy access that belongs to the closest environment of the youngest children, becoming therefore an instrument that serves to the main aspects that the Curriculum of the Second Cycle of Preschool Education defends, which are: globalizing approach, gaming, manipulation and meaningful learning.

In this end-of-degree project an innovative proposal based on the use of the fingers as a teaching resource in Mathematics is developed, recovering in this way its extinct use. The project is specially based on the mathematical aspects related with numeration and calculus. However, it also makes reference to the concepts of geometry and mathematical logic.

KEYWORDS: fingers, Early Childhood Education, mathematics, subitizing, counting, number, innovation.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. OBJETIVOS	4
3. DISEÑO	5
4. JUSTIFICACIÓN Y RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS	5
4.1. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA	5
4.2. RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS	9
5. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	14
5.1. MATEMÁTICAS EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN INFANTIL ...	14
5.2. DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA MODERNA	18
5.3. LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS EN EDUCACIÓN INFANTIL ...	26
5.3.1. El conteo clásico.....	28
5.3.2. Conteo súbito o subitización.....	34
5.4. LOS DEDOS DE LA MANO EN EL CONTEO	37
6. PROPUESTA DIDÁCTICA	40
7. CONCLUSIONES	61
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63
ANEXOS	67
ANEXO I	67
ANEXO II	68

1 INTRODUCCIÓN

Las matemáticas han sido una de las asignaturas troncales que más han hecho justicia a este adjetivo, pues muchos alumnos las han sufrido como algo rígido y pesado que les ha perseguido durante todo su proceso educativo. Como afirman Bishop et al. (2004) en el libro *Matemáticas re – creativas*, han sido pocos los estudiantes que han conseguido disfrutar de las matemáticas. Esto no tiene otro motivo que la forma en la que se han impartido.

No obstante, en la actualidad la forma de aplicar los conceptos matemáticos está cambiando, especialmente en los primeros años de escolarización. En la mayoría de los centros educativos se está optando por metodologías más activas, motivadoras, globalizadas y significativas, las cuales acercan las matemáticas a la realidad e intereses de los niños. Aunque el uso de las fichas no ha desaparecido, estas se han convertido en trabajos más dinámicos que suelen combinarse con gran cantidad de juegos interactivos. De este modo, se demuestra que cada vez son más los docentes que creen que las matemáticas pueden enseñarse de forma atractiva, divertida y útil para la vida diaria.

No cabe duda de que enseñar matemáticas en las primeras etapas escolares requiere de una cualificación profesional amplia y continua, pues, en contra de lo que muchas personas piensan, las matemáticas en Educación Infantil no se basan en la intuición. Además, la sociedad cambia rápidamente, lo que requiere de una formación incesante relacionada con nuevos métodos y contenidos que permitan educar en un mundo actual y no en una sociedad obsoleta. Es evidente que la preparación para Educación Infantil no es la misma que para otros cursos, pues la práctica docente se detiene menos en contenidos para centrarse mucho más en todo lo que tiene que ver con la didáctica de las matemáticas. Es decir, tal y como atestigua De Guzmán (1992), los métodos predominan sobre los contenidos.

Por otro lado, sabemos que el centro educativo no es la primera fuente de aprendizaje matemático, pues desde su nacimiento los niños adquieren conocimientos que proceden de su contexto físico, familiar y social. Los infantes poseen un deseo innato por la exploración de su propio cuerpo y del mundo que les rodea, por lo que desde muy temprana edad comienzan a experimentar con su cuerpo descubriendo las diferentes partes que lo forman. De hecho, llegan a la Escuela Infantil comprendiendo las cantidades

uno y dos gracias a su experiencia propia (dos ojos, una boca, dos manos, etc.). Progresivamente, siguen experimentando con su cuerpo hasta llegar a diez dedos, veinte dedos, etc.

Sin embargo, los educadores dedican horas a indagar en aspectos relacionados con recursos didácticos novedosos, sin percatarse de las múltiples posibilidades que nos ofrece nuestro propio cuerpo. Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) determinan que la propuesta educativa matemática en el primer curso del Segundo Ciclo de Educación Infantil debe tener como referencia los diez dedos de la mano, a pesar de la creencia extendida de no avanzar hacia el aprendizaje de números de dos cifras en los primeros cursos de la etapa.

Entre los hombres primitivos, el uso de los dedos ya estaba totalmente extendido, especialmente en las tareas de conteo. Con el paso del tiempo ha ido aumentando la tendencia a eliminar este recurso tan cotidiano y al alcance de los niños, prohibiendo su uso en las aulas para favorecer así el cálculo mental. Esto ha llevado a no fomentar su uso en edades tempranas en las que la manipulación y uso de recursos metodológicos es totalmente necesaria, pues así lo confirman diversas investigaciones.

Asimismo, el aprendizaje significativo del que se habla en la actualidad persigue que el niño sea el protagonista de su propio aprendizaje, y que este último mantenga una estrecha relación con su entorno más cercano. Por ello, no se nos ocurre una mejor forma que permitir a los más pequeños utilizar elementos de su propio cuerpo, los cuales tiene a su alcance de forma inmediata.

En este sentido, Baroody (1994) expone en su libro *El pensamiento matemático de los niños* una cita de Dantzig (1954), en la que confirma que los dedos de la mano son un **instrumento**. Decimos esto, porque queremos dejar claro desde el primer momento que la intención de este Trabajo de Fin de Grado no es la de excluir el uso de otros recursos o materiales, sino presentar otra opción que parece haber desaparecido.

Del mismo modo, consideramos que el uso exclusivo de los dedos de la mano para la adquisición de conceptos matemáticos en la etapa de Educación Infantil es insuficiente. Por esta razón, a lo largo del trabajo abordaremos el uso de los dedos como un elemento que trata de completar la lista de recursos didácticos destinados a la Educación Infantil dentro del ámbito matemático.

El presente trabajo consta de ocho capítulos en los cuales se relatan diversas ideas relacionadas con la didáctica de las matemáticas y el uso de los dedos. Comenzamos el trabajo con una breve **introducción**. En esta se relatan aspectos relacionados con el cambio en la perspectiva de la enseñanza matemática en las aulas de Educación Infantil y se presentan los dedos de la mano como un instrumento didáctico que no excluye otras dinámicas; en un segundo punto, exponemos los **objetivos** que se persiguen con la realización de dicho Trabajo de Fin de Grado (en adelante TFG), para continuar relatando la forma en la que hemos desarrollado nuestro trabajo en el apartado de **diseño**.

Más adelante, procedemos a argumentar nuestra **justificación**, haciendo hincapié en los aspectos más relevantes que defienden nuestra propuesta. En este apartado, por tanto, nos centramos en la defensa del regreso del uso de los dedos en matemáticas como recurso, argumentando lo que muchos autores e investigaciones avalan en este aspecto. Además, en estas líneas explicamos nuestro objetivo principal: presentar los dedos de la mano como recurso didáctico útil que se puede aplicar en la enseñanza matemática. También se explica la relación con las competencias del Título de Maestro/a en Educación Infantil.

En un quinto punto, procedemos a realizar la **Fundamentación Teórica**, centrándonos en cuatro aspectos: el Currículo de Educación Infantil, la didáctica de la matemática moderna, el número, y los dedos de la mano en la enseñanza matemática; en el apartado número seis, exponemos la **propuesta didáctica** que se pretende llevar a cabo en un aula de tres años del Segundo Ciclo de Educación Infantil. Para ello, establecemos el contexto, la metodología, los objetivos, los contenidos, la temporalización y las actividades, terminando con la evaluación del proceso; en séptimo lugar, relatamos las **conclusiones** a las que nos ha llevado el presente TFG; y terminamos con la lista de **referencias bibliográficas**, la cual se ha elaborado siguiendo las normas APA.

2 OBJETIVOS

El objetivo principal de este Trabajo de Fin de Grado es presentar, defender y fundamentar el uso de los dedos como recurso didáctico para el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños, concretamente aquellas relacionadas con la numeración y cálculo, geometría y lógica – matemática.

OBJETIVOS GENERALES

- Convencer a los lectores y a mí misma de la utilidad y beneficios del uso de los dedos de la mano como recurso didáctico en matemáticas.
- Conocer y exponer el uso de los dedos a lo largo de la historia de las matemáticas.
- Analizar y comprender los diversos usos que tienen los dedos de la mano, y la relación con otros aspectos como la motricidad fina o la pinza digital.
- Reflexionar acerca de la importancia de los aspectos matemáticos en el desarrollo de los niños.
- Conocer y fundamentar los beneficios que suponen para los estudiantes de Educación Infantil el juego, la manipulación, la actividad y la relación con su entorno cercano.
- Elaborar una propuesta didáctica coherente con el aprendizaje significativo, globalizado, y manipulativo, y en la que se usen los dedos como instrumento protagonista.

3 DISEÑO

A lo largo de la realización de este TFG hemos ido superando diferentes etapas, las cuales nos han permitido concluir el trabajo.

Aproximadamente durante el primer mes, hemos realizando la lectura atenta de varios libros relacionados con la didáctica de las matemáticas, con el fin de obtener una idea global de la situación en la que se encuentra dicho aspecto en la actualidad y conocer algunas de la investigaciones que se han realizado hasta el momento; en una segunda fase, hemos optado por realizar una lectura más detenida de libros y artículos, tomando nota de los aspectos más relevantes y significativos; más tarde, hemos redactado progresivamente las ideas clave de nuestro trabajo apoyándonos en la lectura de nuevos libros, artículos en papel, artículos en línea, libros en línea, etc., para obtener así mayor variedad y cantidad de información sobre el tema; a continuación, hemos realizado varias lecturas exhaustivas de los diferentes apartados del trabajo, con el objetivo de perfeccionar las ideas, redacción y ortografía; para finalizar con la revisión de los aspectos formales a tener en cuenta como: tipo de letra, tamaño, párrafos, epígrafes, etc.

4 JUSTIFICACIÓN Y RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS

4.1 JUSTIFICACIÓN DEL TEMA

Nuestros antecesores prehistóricos se iniciaron en el uso de las matemáticas a través de la creación de métodos basados en la equivalencia y en la correspondencia uno a uno (biunívoca). Esto les permitía realizar registros tanto de elementos concretos (p.ej. animales, pieles de animales cazados), como de elementos abstractos (p.ej. los días, estaciones del año). A modo de ejemplo, Baroody (1994), en su libro *El pensamiento matemático de los niños*, cuenta que los primeros hombres introducían un guijarro en un recipiente cada noche de luna llena para determinar el paso de los días (equivalencia); asimismo afirma que las sociedades cazadoras tallaban una muesca en un palo o hueso por cada pieza obtenida, con el fin de registrarlas para comprobar más adelante si faltaba alguna (correspondencia).

A medida que la sociedad fue evolucionando hacia comunidades sedentarias dedicadas a la agricultura y ganadería, se hizo necesario el uso de un método más preciso que permitiera contar. El desarrollo de este procedimiento, tal y como dice Baroody (1994), está estrechamente relacionado con los **diez dedos** de la mano. Estos son el paso previo para la superación de nuestro sentido matemático natural, y, por consiguiente, el paso hacia la matemática más formal. Baroody (1994), en palabras de Dantzig, confirma que el éxito de las personas en el cálculo se debe a sus diez dedos, pues a través de ellos han aprendido a contar y han podido alcanzar la idea de número. Sin este instrumento el desarrollo del concepto de número se habría visto mermado notablemente.

Con el paso del tiempo las sociedades y economías se fueron haciendo aún más complejas, lo que provocó la necesidad de crear nuevos sistemas de representación y cálculo fácilmente aplicables a grandes cantidades. Esto inspiró la idea de realizar **agrupamientos**, siendo los dedos de la mano una base natural para este hecho. Cuando se alcanzaba el número diez, representaban dicho conjunto con un elemento (guijarro, talla de muesca en un palo, etc.); una vez los dedos libres se volvía a realizar la cuenta. De este modo, podían determinar de cuántas agrupaciones de diez elementos disponían. Además, en un segundo momento, diez agrupaciones de diez elementos (100 unidades) eran sustituidas por otro objeto (p.ej. una piedra). Todo esto, dio paso a nuestro sistema numérico decimal, es decir, en base diez. Baroody (1994) insiste en que nuestro sistema numérico es un accidente fisiológico, y que de poseer doce dedos en lugar de diez, es muy probable que se hubiera optado por esa base; del mismo modo, Josep Lluís Pol (citado por Soto, 2013, p. 3) considera que "nuestro cuerpo es la base, lo más inmediato [...] el diez es el más común porque es el número de los dedos de las dos manos [...]".

Hace no demasiados años, en Europa Occidental se contaba con los dedos. De hecho, en las Universidades se enseñaban cálculos aritméticos a través del uso de este recurso. Dantzig (citado por Baroody, 1994) afirma que hace un tiempo la habilidad de contar y realizar operaciones aritméticas simples con los dedos era un gran éxito entre las personas cultas. Sin embargo, hace unos años, el uso de los dedos de la mano como recurso matemático comenzó a convertirse en una prohibición de todos y cada uno de los docentes: "No cuentes con los dedos, hazlo de cabeza". Al parecer el detonante y momento en el que se produce dicho hecho no está muy claro, lo que sí es evidente es que sucedió, pero el uso de los dedos puede recuperarse, y en un sentido más amplio.

A nivel informal, la acción de contar con los dedos es un gesto muy habitual entre las personas, especialmente entre los niños más pequeños, pues se trata de una forma natural de representar la información que estamos recordando o leyendo, es decir, de hacer concreto algo abstracto. Nosotros nos hacemos una pregunta: ¿Qué hay de malo en utilizar nuestro cuerpo como recurso para resolver un problema? Los bebés, incluso antes de nacer, ya reconocen los dedos como recurso, pues los succionan de forma refleja en el vientre materno. De modo que (obviando la función nutritiva que persiguen en los primeros meses de vida) con el paso de los años la acción de succionar un dedo proporciona al niño seguridad, calma y placer. Escudero (2012) confirma que lo mismo sucede cuando cuentan con la ayuda de sus dedos. Sin embargo, a medida que estos van creciendo, su entorno familiar, escolar y social va prohibiendo esta práctica ante la mirada sorprendida de los pequeños.

Del mismo modo que en el primer año de vida se aconseja dejar seguir el curso natural hasta llegar a la completa desaparición de la acción de succionar su dedo, en el conteo se debería seguir el mismo proceso. Como afirma Baroody (1994), los niños no son capaces de interiorizar inmediatamente la matemática formal que se imparte en cursos superiores en el colegio. Por esta razón, nos parece conveniente añadir a su lista de recursos didácticos algunos de su entorno más cercano, antes de llegar a la memorización o pensamiento abstracto.

Asimismo, estamos de acuerdo con Berdonneau (2008) en que se trata de un recurso que fomenta el carácter globalizador que se establece en el currículo de Segundo Ciclo de Educación Infantil, pues se puede utilizar en cualquier momento, contexto y espacio de la jornada escolar. De esta forma los alumnos pueden experimentar y disfrutar del manejo de su propio cuerpo a la vez que adquieren aprendizajes significativos.

Otro aspecto relacionado con los dedos es el **lenguaje**. Por un lado, estos se convierten en uno de los primeros medios de expresión, mucho antes de alcanzar el lenguaje verbal. Con ellos señalan, gesticulan, informan de su edad, e incluso representan medidas, tamaños o cantidades. Más tarde, lo combinarán con mensajes verbales, al igual que hacemos los adultos. Martín y Navarro (2016) en palabras de Halliday (1975) afirman que en el primer año de vida el niño comenzará a adquirir habilidades comunicativas gracias al desarrollo de expresiones gestuales. Por otro lado, Espinoza (2018) señala que algunos términos matemáticos han surgido del vocabulario utilizado para nombrar a los

dedos. Por ejemplo, la palabra *dígito* proviene del latín *digitus*, palabra utilizada para dedo.

Otro aspecto a tener en cuenta es el manipulativo o psicomotor. En relación con los dedos de la mano encontramos la **motricidad fina**: esta se refiere a pequeños movimientos realizados con la mano y la muñeca. No obstante, se relaciona de forma más concreta con la **pinza digital**, es decir, la presión entre el dedo índice y el pulgar. Esta acción, en la que las habilidades de los dedos son fundamentales, se encuentra entre los objetivos de tipo motriz que persiguen los maestros de Educación Infantil, pues está estrechamente relacionada con el manejo del lápiz para la escritura. Por todo ello, consideramos importante fomentar el manejo de los dedos en ámbitos externos al lecto – escritor, pues de este modo se fortalecen y ejercitan los movimientos de los dedos de la mano, contribuyendo así a la mejora de los procesos prensiles. Además, este tipo de acciones se encuentran inmersas en otras actividades de nuestra vida cotidiana: vestirse, desvestirse, comer, coger, dejar o lanzar un objeto, etc.

Por su parte, Berdonneau (2008) habla de **tres etapas en el desarrollo matemático** por las que pasan los niños a lo largo de la Educación Infantil. Estas están relacionadas con el **sentido kinestésico**, es decir, con el movimiento. Las investigaciones de esta autora la han llevado a concluir que las actividades motrices limitadas, es decir, aquellas realizadas con partes del cuerpo específicas (como manos o dedos), deben aumentar en términos relativos su importancia en la etapa de Segundo Ciclo de Educación Infantil, con el fin de atender a las necesidades de los niños. El tema que nos ocupa (uso de los dedos como recurso matemático) se instala dentro de este tipo de actividades.

Por todo lo expuesto anteriormente, queda justificado **el objetivo principal** que persigue este Trabajo de Fin de Grado, que es presentar los dedos de la mano como un recurso didáctico que puede aplicarse en las aulas de Educación Infantil en el campo de las matemáticas, especialmente para el aprendizaje del concepto de número y el cálculo. No obstante, queremos aclarar una vez más que no se pretende excluir otro tipo de materiales didácticos, sino presentar una opción que conviene combinar con otras propuestas durante la jornada escolar.

4.2 RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS

La Universidad de Valladolid expone en la Memoria del Plan de Estudios del Título de Maestro/a en Educación Infantil una serie de competencias generales y específicas que deben adquirir todos los estudiantes de dicho grado para conseguir la presente titulación. En este caso, tras un análisis de dicha Memoria, nos centraremos en aquellos aspectos que se relacionen de forma concreta con nuestro Trabajo de Fin de Grado.

Las **Competencias Generales** que guardan mayor relación con el presente TFG son las siguientes:

1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio -la Educación- que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio. Esta competencia se concretará en el conocimiento y comprensión para la aplicación práctica de:

- (a) Aspectos principales de terminología educativa.*
- (b) Características psicológicas, sociológicas y pedagógicas, (...).*
- (c) Objetivos, contenidos curriculares y criterios de evaluación, (...) [del] curriculum de Educación Infantil.*
- (d) Principios y procedimientos empleados en la práctica educativa*
- (e) Principales técnicas de enseñanza - aprendizaje*
- (f) Fundamentos de las principales disciplinas que estructuran el currículum*
- (g) Rasgos estructurales de los sistemas educativos*

- A lo largo del trabajo se busca y se pretende el uso de terminología educativa relacionada con los conocimientos que hemos ido adquiriendo a lo largo de la carrera universitaria. Además, se mencionan y se tienen en cuenta para la elaboración de la propuesta didáctica las características de los niños de Educación Infantil, así como los objetivos, contenidos y criterios de evaluación que se establecen en el Decreto 122/2007.

Por otro lado, se consideran para la elaboración del trabajo las estrategias, principios y estructuras que acompañan al sistema educativo español para garantizar un estudio coherente, actual y útil.

3. *Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos esenciales (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas esenciales de índole social, científica o ética. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:*

(c) Ser capaz de utilizar procedimientos eficaces de búsqueda de información, tanto en fuentes de información primarias como secundarias, incluyendo el uso de recursos informáticos para búsquedas en línea.

- En concreto se relaciona con el punto (c), pues a lo largo de los meses en los que se ha ido desarrollando el presente trabajo hemos ido experimentando diferentes búsquedas de información procedentes de libros de texto, libros en línea, artículos en papel, artículos en línea, blogs educativos, etc.

4. *Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado. Esta competencia conlleva el desarrollo de:*

(a) Habilidades de comunicación oral y escrita en el nivel C1 en Lengua Castellana, de acuerdo con el Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas.

- Esta competencia se encuentra implícita en cualquier trabajo. En este caso, debemos presentar un texto escrito y realizar una presentación oral de forma clara y precisa, garantizando el entendimiento por parte de la persona que ha tutelado nuestro TFG, así como por el resto de los miembros de la comisión.

5. *Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía. La concreción de esta competencia implica el desarrollo de:*

- (c) El conocimiento, comprensión y dominio de metodologías y estrategias de autoaprendizaje.*
- (d) La capacidad para iniciarse en actividades de investigación.*
- (e) El fomento del espíritu de iniciativa y de una actitud de innovación y creatividad en el ejercicio de su profesión.*

- En este estudio trabajamos dentro del área de la Didáctica de las matemáticas, pero indagando en un tema ciertamente novedoso sobre el que no encontramos información específica. Esto provoca que, a pesar de tener una tutora como guía, debamos desarrollar un alto nivel de autonomía, investigar, probar con diferentes metodologías de autoaprendizaje y tener iniciativa, creatividad y una actitud de innovación.

En cuanto a las **Competencias Específicas**, la Universidad de Valladolid expone en la Memoria del Plan de Estudio del Grado de Maestro de Educación Infantil una serie de competencias organizadas por módulos y materias, las cuales recoge de: la ORDEN ECI/3854, de 27 de diciembre, la cual regula el Título de Maestro en Educación Infantil; Ley 2/2007 de igualdad entre hombres y mujeres; Ley 51/2003 de no discriminación y accesibilidad de las personas con discapacidad; Ley 27/2005 de cultura de la paz; el Libro Blanco del Título de Maestro; y, también, se ha consultado el *Subject Benchmark Statements* de la QAA. Las competencias que se relacionan de forma más concreta con nuestro TFG son las siguientes:

En lo que respecta al primer módulo de **(A) Formación básica**:

- (27) Conocer el desarrollo psicomotor y diseñar intervenciones destinadas a promoverle.*
- (28) Potenciar en los niños el conocimiento y control de su cuerpo y sus posibilidades motrices, así como los beneficios que tienen sobre la salud.*

- A lo largo del TFG se defiende la importancia de que los niños experimenten y conozcan las diversas utilidades de sus dedos. En concreto, en la propuesta didáctica se presentan dinámicas en las que los alumnos deberán controlar los movimientos de sus propios dedos, y por tanto de su cuerpo, para desarrollar actividades que les permitan adquirir conceptos matemáticos.

(39) Capacidad para analizar los datos obtenidos, comprender críticamente la realidad y elaborar un informe de conclusiones.

- Aunque de nuevo es algo presente en todos los trabajos, es cierto que en este caso la capacidad crítica y de análisis es fundamental, pues no todo es adecuado y el criterio propio respecto al estudio es importante en estos casos.

(48) Asumir que el ejercicio de la función docente ha de ir perfeccionándose y adaptándose a los cambios científicos, pedagógicos y sociales a lo largo de la vida.

- Al tratarse de un trabajo ciertamente innovador, es evidente que se pretende la adaptación a los nuevos estudios que recomiendan el tipo de prácticas de las que se habla a lo largo del presente trabajo.

En cuanto al módulo **(B) didáctico disciplinar:**

(1) Conocer los fundamentos científicos, matemáticos (...) del currículo de esta etapa, así como las teorías sobre la adquisición y desarrollo de los aprendizajes correspondientes.

(2) Conocer la metodología científica y promover el pensamiento científico y la experimentación.

- En este caso, nos centramos especialmente en el aspecto matemático y de experimentación, aunque sin olvidar el carácter científico de numerosas investigaciones que avalan las diversas afirmaciones que se han ido realizando durante el trabajo.

- (4) *Ser capaz de promover el desarrollo del pensamiento matemático y de la representación numérica.*
- (5) *Ser capaces de aplicar estrategias didácticas para desarrollar representaciones numéricas y nociones espaciales, geométricas y de desarrollo lógico.*
- (6) *Comprender las matemáticas como conocimiento sociocultural.*
- (7) *Conocer las estrategias metodológicas para desarrollar nociones espaciales, geométricas y de desarrollo del pensamiento lógico.*

- Estas cuatro competencias están relacionadas en sí mismas con los aspectos matemáticos que se tratan en este trabajo, pues se encuentra en el marco de la didáctica de las matemáticas.

(16) *Favorecer el desarrollo de las capacidades de comunicación oral y escrita.*

(20) *Reconocer y valorar el uso adecuado de la lengua verbal y no verbal.*

- En cierto modo, los dedos de la mano se convierten en una forma de expresión y comunicación no verbal. Además, acompañan a las producciones verbales, favoreciendo la aparición de estas y la lengua escrita. Por todo ello, estas competencias se desarrollan en el trabajo.

(31) *Ser capaces de utilizar el juego como recurso didáctico, así como diseñar actividades de aprendizaje basadas en principios lúdicos.*

- Sin lugar a dudas, se defiende el aspecto lúdico en todas y cada una de las afirmaciones, actividades, dinámicas o estrategias presentes en este estudio.

5 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

5.1 MATEMÁTICAS EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN INFANTIL

En la actualidad, el Sistema Educativo español se rige por la **Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)**, tratándose de una modificación de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), aunque la etapa de Educación Infantil no se ha visto afectada por dicha modificación.

La **Ley Orgánica de Educación (LOE)** transformó alguno de los aspectos establecidos en la **Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE)** de 1990, siendo en esta última donde se estableció con carácter definitivo la etapa de Educación Infantil actual, considerándola como una etapa con criterio educativo propio.

A estas leyes las precede la proclamada en 1970, **Ley General de Educación (LGE)**, en la cual se contemplan un gran número de modificaciones respecto a Leyes Educativas anteriores (Ley Moyano, 1857; o la Ley de Educación Primaria, 1945). Esta Ley otorgó por primera vez importancia a la educación de los niños de la etapa de Educación Infantil, aunque entendiéndola como un periodo anterior a la escolaridad, pues se la denominó "Etapa Preescolar".

Además, en la **Ley General de Educación (LGE)** se introdujeron por primera vez metodologías activas y conceptos matemáticos dentro del plan para la enseñanza de los niños, tal y como se relata en el apartado **4.1 del Capítulo II. Niveles educativos**:

*"La educación preescolar comprende **juegos**, actividades de lenguaje, incluida, en su caso, la lengua nativa (1), expresión rítmica y plástica, observación de la naturaleza, ejercicios **lógicos y prenuméricos**, desarrollo del sentido comunitario, principios religiosos y actitudes morales. 2. Los **métodos serán predominantemente activos** para lograr el desarrollo de la espontaneidad, la creatividad y la responsabilidad."*

En la Comunidad Autónoma de Castilla y León, el Currículo del Segundo Ciclo de Educación Infantil se rige por lo establecido en el **Decreto 122/2007, de 27 de diciembre**. Esta etapa corresponde a los niños con edades comprendidas entre los tres y los seis años, y se trata de un periodo gratuito y voluntario.

El ámbito de aplicación de dicho Decreto incluye a los centros públicos, privados y concertados de la Comunidad de Castilla y León; y establece los objetivos, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación mínimos de los diferentes niveles, dividiéndolos en tres áreas: Conocimiento de sí mismo y autonomía personal, Conocimiento del entorno, y Lenguajes: comunicación y representación.

En cuanto a los **principios metodológicos** establecidos en el Currículo de Segundo Ciclo de Educación Infantil, observamos que este defiende metodologías de **enfoque globalizador**, por lo que los contenidos curriculares de las diferentes áreas se encuentran estrechamente relacionados, y así debe apreciarse en la acción educativa.

Además, la forma de poner en práctica los contenidos y aprendizajes debe responder a experiencias **activas** de **descubrimiento del entorno** y de **juego**, convirtiéndose este último en uno de los principales recursos educativos. De este modo, se aproxima al niño a su entorno más cercano e intereses, garantizando así un **aprendizaje significativo** en el que se pueden establecer conexiones entre conocimientos previos y los recientemente adquiridos.

Por otro lado, como se expone en los primeros párrafos del Decreto 122/2007, es fundamental que los maestros **respeten el ritmo de aprendizaje y desarrollo madurativo** de cada niño. Cada uno de ellos tiene unas necesidades e intereses diferentes, y se encuentra inmerso en diversas circunstancias familiares. Todos estos aspectos habrán de ser tenidos en cuenta. Para ello, los maestros deberán **planificar** previamente programaciones de aula, proyectos, talleres, etc., y **organizar** los espacios, tiempo y recursos, adaptándose, como decíamos, a los diferentes contextos y características de sus alumnos.

Comenzando con la lectura del citado texto legal, encontramos el **Artículo 4**. En él se relata una serie de **objetivos generales**, entre los cuales localizamos en último lugar un aspecto que hace referencia al área de matemáticas: *(g) Iniciarse en las habilidades lógico – matemáticas [...]*. Asimismo, en el **Artículo 5**, referente a las diferentes áreas

del currículo, y la forma de proceder en la enseñanza de estas, se afirma en un cuarto punto que: (4) *Se fomentará una primera aproximación a [...] experiencias de iniciación temprana en habilidades numéricas básicas [...].*

En último lugar, y tras un análisis exhaustivo de los **contenidos matemáticos** presentados en cada uno de los apartados y áreas del Decreto 122/2007, podemos determinar que los contenidos matemáticos más concretos del currículo los encontramos en la segunda área de **Conocimiento del entorno**. Ciertamente en otras áreas se relatan algunos aspectos que tienen mucho que ver con lo tratado en el presente Trabajo de Fin de Grado, y que por tanto también se citarán.

En relación con las **áreas curriculares**, expondremos a continuación los aspectos matemáticos que hemos localizado en cada una de ellas, y que guardan relación directa con nuestro trabajo:

Área I. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal

- Contenidos

- **(1.1) El esquema corporal**
 - *Exploración del propio cuerpo [...]*
- **(2.2) Coordinación motriz**
 - *Valoración de sus posibilidades y limitaciones motrices, [...] y expresivas y las de los demás.*
 - *Coordinación y control de las habilidades motrices de carácter fino [...].*
 - *Destrezas manipulativas y disfrute en las tareas que requieren dichas habilidades.*

Área II. Conocimiento del entorno

- Objetivos

1. *Identificar las propiedades de los objetos y descubrir las relaciones que se establecen entre ellos a través de [...] seriaciones y secuencias.*
2. *Iniciarse en el concepto de cantidad, en la expresión numérica y en las operaciones aritméticas, a través de la manipulación y la experimentación.*

- **Contenidos**

Bloque 1. Medio físico: elementos, relaciones y medida.

1.1. Elementos y relaciones

- *Objetos y materiales presentes en el entorno: exploración e identificación de sus funciones.*
- *[...] seriaciones y secuencias lógicas e iniciación [...].*

1.2. Cantidad y medida

- *Aproximación a la serie numérica [...].*
- *Utilización de la serie numérica para contar elementos de la realidad [...].*
- *Realización de operaciones aritméticas, a través de la manipulación de objetos, que impliquen juntar, [...].*
- *Utilización de las nociones espaciales básicas [...] (arriba – abajo, delante – detrás, [...]).*
- *Realización autónoma de desplazamientos [...].*
- *Reconocimiento de algunas figuras y cuerpos geométricos e identificación de los mismos en elementos próximos a su realidad.*

A estos contenidos les acompaña una lista compuesta de veintidós **criterios de evaluación**, de los cuales guardan relación estrecha con nuestro TFG los siguientes:

4.- *Utilizar la serie numérica para cuantificar objetos [...].*

6.- *Resolver sencillas operaciones que impliquen juntar [...].*

8.- *Reconocer algunas formas y cuerpos geométricos en los elementos del entorno.*

Área III. Lenguajes: comunicación y representación

- **Objetivos:**

(1) Expresar ideas [...] mediante [...] otros lenguajes, eligiendo el que mejor se ajuste a la intención y a la situación.

- **Contenidos:**

Bloque 4. Lenguaje corporal

- *Descubrimiento y experimentación de gestos y movimientos como recursos corporales para la expresión y la comunicación.*

5.2 DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA MODERNA

La matemática moderna es más reflexiva, lógica y razonada que la tradicional, la cual es mucho más mecánica y memorística (Cascallana, 1999).

A muchos autores, entre los que encontramos a Cascallana (1999) y Chamorro (2005), les preocupa que en algunos centros se siga manteniendo una línea de trabajo tradicional, en lugar de apostar por nuevas metodologías fundamentadas científicamente; aunque es verdad que a día de hoy son más numerosas las aulas en las que se presentan propuestas educativas totalmente realistas y adaptadas a las características de los integrantes de la etapa de Educación Infantil, las cuales buscan la satisfacción y el placer de los niños.

Entre las tareas de los maestros se encuentra la de ayudar y guiar a sus alumnos en un proceso de aprendizaje natural. Los niños de esta etapa adquieren conocimientos de forma natural a través de la exploración y el descubrimiento, pues a estas edades son seres curiosos e investigadores innatos. Esta cualidad puede ser aprovechada por los docentes para aplicar una adecuada estrategia metodológica. Carbó y Gràcia (2009), por su parte, defienden que para encaminar la práctica docente se debe investigar y analizar las acciones o circunstancias personales de cada niño, así como el conjunto de situaciones que suceden en el entorno escolar.

Por otro lado, sabemos que no es fácil establecer con exactitud qué es lo que se debe enseñar, pues los diferentes ritmos de aprendizaje y circunstancias individuales así lo determinan. Lago, Rodríguez, Escudero y Dopico (2012) establecen que los docentes no deben preocuparse tanto por la cantidad de conocimientos que recibe el niño, sino que deben prestar mayor atención a la forma en la que lo hace. Por esta razón, la enseñanza en la matemática actual se ha convertido en un soporte para el proceso de aprendizaje individual del niño, pues son ellos mismos quienes a través de sus acciones manipulativas organizarán y construirán progresivamente su propio conocimiento.

Las metodologías actuales según Castro y Castro (2016) están basadas en la **actividad manipulativa**, tratándose de un proceso fundamental en la etapa Infantil. Berdonneau (2008) considera que existen **tres razones** principales que avalan dicha cuestión. En primer lugar, la manipulación se convierte en una **herramienta** que permite elaborar representaciones mentales. Por ejemplo, hacer gestos con las manos o con los

dedos ayuda a la memorización y a la conceptualización. En segundo lugar, permite al niño **centrar su aprendizaje** de forma específica, pues si se plantean actividades motivadoras en las que participan de forma activa la tarea se convierte en un ejercicio atractivo y lúdico capaz de captar toda su atención. Y, en tercer lugar, es una gran **indicadora** de la actividad mental de los alumnos. El maestro, a través de la observación durante la acción, puede determinar fácilmente si se trata de movimientos manipulativos accidentales, o bien si responden a instrucciones mentales razonadas.

Además, los alumnos de Educación Infantil se inician en los contenidos matemáticos a través de la **manipulación de objetos reales**. Sobre estos objetos comprobarán la validez y acción práctica de los procedimientos que van llevando a cabo, para más tarde llevarlo a la acción real en los problemas de su vida diaria. Esto les permitirá anticipar ciertos conocimientos (Cascallana, 1999; Chamorro, 2005).

En este sentido, Cascallana (1999) habla de **tres fases en el aprendizaje de las matemáticas**, las cuales deben darse para un mismo concepto de forma consecutiva. La primera fase, como decíamos anteriormente, es la **manipulativa**: los niños observan, experimentan y tocan objetos de su entorno; la segunda se trata de la etapa **representativa** o **simbólica**, en la que comienzan a expresar gráficamente lo que han descubierto; y la tercera, y última fase, es la **abstracta**, que consiste en el paso del símbolo al signo abstracto y arbitrario. Del mismo modo confirma que los conceptos pueden encontrarse en diferentes fases. Es decir, un niño puede estar realizando sumas de forma abstracta en papel ($3 + 2 = 5$), al mismo tiempo que está realizando divisiones a través del reparto de objetos de forma manipulativa.

Los encargados de la educación de los niños (maestros, padres, etc.) no deben precipitarse en el deseo de que estos superen las primeras fases. Lo fundamental es que comprendan lo que están haciendo, para consolidar esos aprendizajes, y para ello es necesario profundizar en la primera etapa.

Es cierto que en la sociedad actual parece estar disminuyendo notablemente esa tendencia tradicional de preocupación por la adquisición de gran variedad y cantidad de conocimientos por parte de los más pequeños. En su lugar, se preocupan por la interiorización adecuada de estructuras lógicas que permitirán potenciar su desarrollo cognitivo (Cascallana, 1999).

Como decíamos, el alumnado de Educación Infantil posee un pensamiento concreto que se transformará en abstracto a través del paso por una fase previa de manipulación con objetos reales. Por esta razón, son muchos los autores que coinciden en la importancia de disponer de **materiales didácticos** en las aulas como recursos didácticos esenciales y no como elementos complementarios. Este es el caso de Cascallana (1999) y Berdonneau (2008).

Sin embargo, Berdonneau (2008) afirma que no consiste únicamente en disponer de ellos, pues para que el alumno adquiriera conocimientos matemáticos más avanzados es fundamental la mediación del docente, quien se encargará de organizar y estructurar las diferentes situaciones y materiales; del mismo modo, Cascallana (1999) determina que, para llegar a conocimientos matemáticos, la **libre manipulación** del material didáctico específico no es válida. A través de este método solo llegarán a un conocimiento físico de ciertas propiedades del material, lo cual constituye un proceso adecuado para conocer el mundo que le rodea, pero escasea dentro del aprendizaje matemático.

Por otro lado, estos materiales de apoyo manipulativo cuentan con una serie de **ventajas e inconvenientes**. Entre sus ventajas encontramos las siguientes: **(a)** responden a las necesidades sensoriales y ritmos de aprendizaje de los niños; **(b)** no siempre requieren de la verbalización, lo que hace sentir cómodos especialmente a aquellos alumnos que aún no han adquirido el lenguaje oral; **(c)** favorecen la atención y concentración; y **(d)** contribuyen al desarrollo de la motricidad fina. Pero no todo son ventajas, pues se necesita disponer de un amplio dispositivo de almacenamiento y, en la mayoría de ocasiones, grandes recursos económicos para poder garantizar la variedad de estos objetos.

En cuanto a los **tipos de materiales** didácticos, se puede distinguir entre: **estructurados** y **no estructurados**. Cascallana (1999) concluye que ambos son recursos matemáticos útiles, por lo que su elección y uso dependerá de la metodología, características, ritmos de aprendizaje, etc.; en definitiva, dependerá de la situación educativa. A través de la manipulación de materiales estructurados y no estructurados, los niños consiguen adquirir y comprender conceptos relacionados con la realidad matematizada en la que viven: el número, la cantidad, la conservación, organización de clases, relaciones, etc. (Cascallana, 1999).

Como determinan Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín y Molina (2011), en palabras de Cascallana, los materiales **no estructurados** en Educación Infantil se corresponden con juguetes, materiales reciclados, embalajes, etc., que son fabricados con fines diversos, pero se utilizan en este caso con un objetivo didáctico. No obstante, los **materiales estructurados** son diseñados con un fin didáctico específico. Entre ellos encontramos el ábaco, las regletas de Cuisenaire, los bloques lógicos, el geoplano, el tangram, el mecano, etc. (Cascallana, 1999).

Centrándonos en esta ocasión en la importancia del **carácter lúdico** del que hablábamos en párrafos anteriores, Alsina (2006, 2010) y Alsina y Salgado (2018) afirman que los niños de Educación Infantil tienen que divertirse y jugar para poder aprender matemáticas. Estos tienen una gran capacidad para disfrutar de todo aquello que les parece atractivo, por lo que las actividades de juego resultan esenciales.

Por su parte, Arteaga y Macías (2016) creen que el **juego** es un claro promotor del aprendizaje y una estrategia metodológica de gran utilidad, ya que: **(a)** permite la adquisición de conceptos complejos de forma más sencilla; **(b)** contribuye al desarrollo y formación de los más pequeños; **(c)** permite explorar y comprender su entorno más cercano; y **(d)** fomenta el desarrollo de la creatividad y la memoria. Además, según Chamorro (2011), favorece el aprendizaje cooperativo y la comunicación, pues el juego estimula la acción y reflexión, convirtiéndose en la base para las relaciones sociales.

Berdonneau (2008) expone una serie de **ventajas e inconvenientes** del **juego**. Entre las ventajas encontramos: **(a)** favorece la socialización, pues en ellos se tienen que aceptar reglas, respetar a compañeros, esperar turno, asumir retos, etc.; **(b)** fomenta el interés de los niños por ganar, aumentando de este modo su actividad y desarrollo de estrategias; **(c)** entrena la memoria (recordar reglas, estrategias, etc.) **(d)** incrementa la creatividad (nuevos juegos, cambios de reglas, etc.); y **(e)** genera nuevas conversaciones relacionadas con aspectos de juego.

En cuanto a los inconvenientes, cita los siguientes: **(a)** requiere de periodos de tiempo largos para asimilarlo y ponerlo en práctica; **(b)** el hecho de perder genera en muchos niños frustración; **(c)** son acciones muy ruidosas, en ocasiones molestas; y **(d)** entorpece en determinados momentos la autonomía.

Por otro lado, la matemática se encuentra inmersa en todas y cada una de las **actividades diarias** de las personas, aunque en la mayoría de ocasiones no nos percatemos de ello. Desde que nacemos percibimos gran cantidad de mensajes que tienen que ver con las matemáticas, lo que hace que podamos ir adquiriendo nociones informales que comprendemos perfectamente (Carbó y Gràcia, 2009).

En la escuela actual, cada vez es más frecuente encontrarse con docentes que realizan su práctica en entornos contextualizados, es decir, ajustándose a las necesidades de sus alumnos dentro de contextos de la realidad (Alsina, 2006, 2010); también es cierto que, especialmente en cursos superiores, las matemáticas distan mucho de las experiencias previas y de la cotidianeidad, convirtiéndose en algo mucho más formal. Esto dificulta la interiorización, asimilación, y aplicación consciente de los diferentes contenidos en su día a día, lo que concluye en muchas ocasiones en pésimos resultados académicos. Como citan Barros (2008) y Berdonneau (2008), el autor Brousseau habla del *Efecto Jordain*. Este se refiere a la percepción de contenidos científicos en una actividad trivial por parte únicamente de alguien que cuenta con conocimientos sobre la materia en cuestión en cada contexto, y no de la persona que está realizando dicha acción. Es decir, el niño de Educación Infantil realiza actividades de forma diaria en las que utiliza la matemática; sin embargo, no se percata de ello, algo que sí percibe el maestro que le observa. Por tanto, se puede determinar que adquieren conceptos o conocimientos de acto, lo que Chamorro (2005) denomina conocimientos en la acción.

Además, perciben y aprehenden la realidad que les rodea de forma **global** y en función de sus intereses, por lo que tiene sentido que los aspectos matemáticos se presenten junto a los aspectos sociales y físicos, y no únicamente en una pizarra y papel. Autores como Arteaga y Macías (2016) y Alsina y Salgado (2018) defienden la existencia de una conexión adecuada entre los diversos aspectos del sistema educativo y la vida cotidiana.

Por esta misma razón, Cascallana (1999) deja claro que **cualquier lugar y momento** de la jornada escolar es apropiado para realizar actividades matemáticas planificadas o espontáneas: actividades diarias (atarse el bñbi, recoger los juguetes, etc.), salidas, excursiones, diversos espacios (psicomotricidad, patio, etc.). En la misma línea, Carbó y Gràcia (2009) consideran que para favorecer un **aprendizaje globalizado** (tal y como determina el currículo) los nuevos conocimientos deben surgir de los ya adquiridos

previamente, algo que sucede únicamente si estos son significativos y reales; no se trata de instalar la idea de globalidad en el cerebro del docente a través de un encadenamiento de actividades relacionadas con un tema, pues al fin y al cabo el tema tratado se convierte en una excusa para desarrollar un número ilimitado de conocimientos útiles y variados.

Uno de los aspectos que forman parte del entorno próximo del niño es el **lenguaje**. Chamorro (2005) cree que el lenguaje matemático, a pesar de coincidir en algunos aspectos con el natural, requiere de un proceso de adquisición más complejo que se desarrolla a lo largo del crecimiento educativo. De este modo, es importante que en edades infantiles se permita el aprendizaje y resolución de contenidos y situaciones matemáticas a través del uso del lenguaje natural, pues el niño se encuentra todavía en proceso de la adquisición plena de este. A lo largo del curso escolar se podrán ir introduciendo nociones que se acerquen al lenguaje lógico - matemático de forma progresiva y atendiendo a las necesidades y características específicas del grupo de alumnos.

Continuando dentro del marco del aspecto globalizador, Arteaga y Macías (2016) insisten en que los niños tienen su primer contacto con la realidad que les rodea y con las matemáticas a través de sus **sentidos**, y por tanto de su propia acción. Los sentidos principales que facilitan el aprendizaje matemático son la vista y el tacto, aunque el resto pueden generar una visión aún más global del mundo que les rodea.

En este sentido, Berdonneau (2008) considera que el enriquecimiento de las aptitudes sensoriales contribuye al descubrimiento de su entorno más cercano. Además, les ayuda a distinguir las diferentes propiedades de los objetos, siendo esto, como ya sabemos, el punto de partida de las actividades lógico - matemáticas. Esta autora, a parte de los cinco sentidos habituales, incluye **otros cinco**:

- **Sentido térmico**: a través del cual se pueden apreciar las temperaturas.
- **Sentido cromático**: con el que se distinguen los matices y la gama de colores.
- **Sentido estereognóstico**: para diferenciar las diferentes formas en el espacio.
- **Sentido bárico**: permite percibir las masas.
- **Sentido Kinestésico**: que permite identificar los movimientos de las extremidades superiores, su coordinación y la motricidad fina.

Este último sentido (Kinestésico) está relacionado con la forma en la que Berdonneau (2008) estructura el aprendizaje matemático. Esta autora lo divide en **tres etapas**, por las cuales pasan a lo largo de la Educación Infantil:

- En la primera etapa, se trabaja la **actividad motriz global**: los niños utilizan todo su cuerpo para adquirir conocimientos matemáticos. Para establecer esta fase, la autora se basa en la necesidad de movimiento que tienen hasta los cinco años aproximadamente.

- La segunda etapa se refiere a una **actividad motriz limitada** que se realiza con determinadas partes del cuerpo, tales como las manos o los dedos. En este momento se exigen movimientos más ajustados y ordenados que contribuyen al desarrollo de la motricidad fina. Las actividades relacionadas con esta etapa se pueden realizar en espacios más reducidos, lo que supone una ventaja en grupos de clase numerosos o aulas pequeñas; además, se pueden realizar en cualquier momento de la jornada escolar sin necesidad de moverse del lugar en el que se encuentran. Los niños comienzan la Educación Infantil en España a los tres años, momento en el que el desarrollo de la motricidad fina se hace fundamental para iniciarse en el aprendizaje lecto – escritor.

- La tercera etapa, comprende una fase de **representación mental o abstracción**. En esta ocasión comienzan a enlazar las informaciones que han ido recibiendo en procesos anteriores y elaboran conceptos, pudiendo incluso llegar a verbalizarlos.

Tabla 1

Ejemplos de actividades para niños de 3 – 5 años.

	Actividad Motriz Global	Actividad Motriz Limitada	Actividad de Representación Mental
Relaciones de equivalencia	Discos táctiles gigantes	Puentes táctiles	Relaciones de equivalencia a distancia
Clasificación	Grupos de material de Educación Física	División de piezas Primo de Lego	La caja de las sorpresas

Seriación y Algoritmos	Series gestuales	Reproducir una fila de eslabones gigantes	Continuar una serie repetitiva
Geometría	Las piezas gigantes	Emparejamiento de piezas didácticas	Relaciones de equivalencia a distancia
Enumeración	Juego con baile "La Gallina Turuleta"	Juego de dedos: "Cinco deditos"	Llevarle dos cojines a la muñeca

Tabla recuperada de: (Berdonneau, 2008, p. 25)

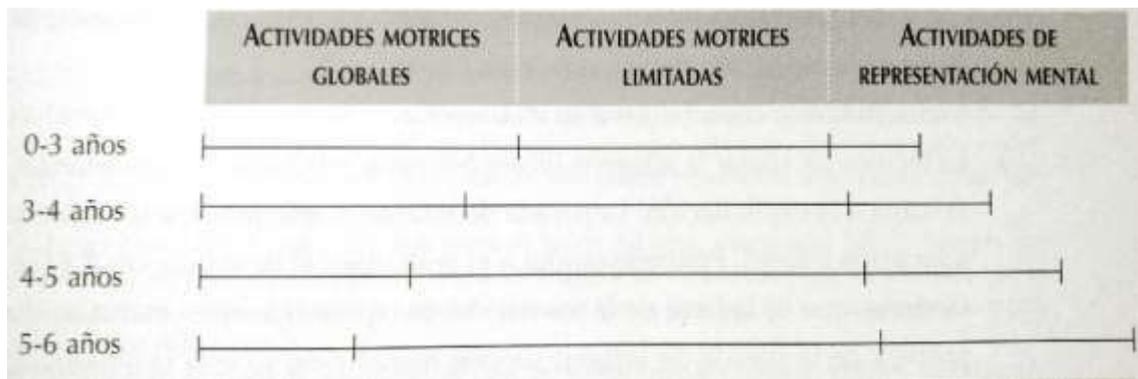


Figura 1. Evolución de la Importancia relativa en matemáticas de las actividades motrices globales, limitadas y de representación mental. (Berdonneau, 2008, p. 25)

En la figura 1 podemos observar que las actividades motrices limitadas y las de representación mental aumentan de importancia relativa a medida que los niños van creciendo. Sin embargo, las actividades motrices globales van disminuyendo (que no desapareciendo). Por otro lado, podemos comprobar cómo la línea de las actividades motrices limitadas crece mucho más rápido que las actividades de representación mental, lo que lleva a deducir que en la etapa de Educación Infantil es fundamental trabajar especialmente las **actividades motrices limitadas**, entre las que encontramos aquellas realizadas con el recurso de los dedos de la mano.

5.3 LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS EN EDUCACIÓN INFANTIL

El número es una entidad abstracta que ha sido creada por los seres humanos debido a la necesidad de comprender y reflexionar acerca de la realidad. Para ello, se establecieron relaciones y conexiones entre el número y el entorno. Por esta razón, se puede afirmar que el número es un aspecto **social y cultural** básico que se usa de forma habitual en los diferentes contextos cotidianos (Arteaga y Macías, 2016).

Bruner, en 1991, como se relata en el libro *Didáctica de las matemáticas* de Chamorro (2005), cree que todos los conceptos adquiridos no sirven de nada si no se comparten con los demás. Por su parte, Chamorro (2005) insiste en la necesidad absoluta del concepto de número en la vida cotidiana; además, considera que está estrechamente ligado a la cultura, pues cada una de ellas utiliza un lenguaje o simbolización diferente para referirse a ellos.

Por otro lado, los números, como decíamos, son un concepto abstracto que se puede expresar a través de diversas representaciones: **verbales** (palabra que se asocia a cada número (uno, dos...) (primero, segundo...)); **simbólicas** (elementos básicos del sistema decimal: dígitos (1, 2, 3, 4...), los números romanos (I, II, V, X...)); **gráficas** (recta numérica o configuraciones puntuales: caras de un dado); **manipulativas** (regletas de Cuisenaire, plaquetas de Herbinière – Lebert, ábaco, etc.) (Castro y Castro, 2016).

Además, tal y como determina Collado (2014), el número atiende a dos naturalezas o significados: **cardinal** y **ordinal**. El primero se refiere al conjunto de elementos que constituyen una colección; y el segundo está relacionado con el lugar que ocupa un elemento dentro de un conjunto.

Siguiendo esta línea, Arteaga y Macías (2016) en su libro *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*, así como Castro y Castro (2016) en su publicación *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil*, hacen referencia a Fuson (1991) y su determinación respecto a los diferentes contextos en los que se puede utilizar el número, que son los siguientes: (a) **cardinal** (indica el número de elementos de un conjunto); (b) **ordinal** (indica el lugar que ocupa un determinado elemento en un conjunto); (c) **medida** (indica el número de una magnitud); (d) **secuencia numérica** (secuencias verbales o escritas de los números); (e) **conteo** (correspondencia uno a uno);

(f) **etiquetas** (los números son útiles para etiquetar objetos, por ejemplo, el número 84 de una camiseta de baloncesto). Todos estos contextos pueden ser utilizados en escenarios reales y cotidianos.

En cuanto al aspecto educativo del número, autores como Chamorro (2005) y Arteaga y Macías (2016) afirman que uno de los objetivos fundamentales que persigue la enseñanza matemática en Educación Infantil es la interiorización del concepto de número, del conteo y de los conceptos de suma y resta, pues servirán como base para los cursos académicos posteriores y serán de gran utilidad para los niños en su vida diaria. Además, la finalidad principal de las actividades con números en esta etapa es ayudar a los niños a que utilicen razonamientos cuantitativos correctos en diferentes situaciones de su propia realidad (Castro y Castro, 2016).

Por otro lado, Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) explican que las investigaciones llevadas a cabo por Wynn (1992) determinan que las personas llegamos al mundo dotados de un **sentido numérico innato**, por lo que presentamos manifestaciones numéricas desde edades muy tempranas sin necesidad de haber sido enseñadas previamente. Debido a este hecho los niños son capaces de manejar una serie de estrategias relacionadas con la matemática informal. Los estudios de Wynn demostraron aparentemente que los bebés de seis meses de edad tenían la capacidad para discriminar, comparar y emparejar cantidades de entre uno y tres elementos.

Por su parte, Escudero (2012) y Lago et al. (2012) recomiendan ser cuidadosos en la creencia de estas afirmaciones, pues los estudios de este autor no garantizan científicamente que los bebés puedan asignar valores numéricos concretos a determinados grupos, sino únicamente determina que son capaces de detectar relaciones numéricas.

No obstante, no cabe duda de que los niños necesitan aprehender la numerosidad, la cual se desarrolla en procesos diferentes entre los que se encuentran el **conteo** y la **subitización**. Arteaga y Macías (2016) determinan que autores como Kamii (1984), en la línea de lo que se comentaba en el apartado anterior (*Didáctica de la matemática moderna*), defienden que es fundamental comenzar con representaciones manipulativas y simbólicas que se alejen de la simple memorización para poder llegar a una construcción mental perfecta del número.

Pero la noción de número natural, a pesar de ser este nombrado natural, no es tarea sencilla para los niños de la etapa de Educación Infantil. Su interiorización requiere de ayuda y del paso previo por diversos errores perceptivos. Darse cuenta, por ejemplo, de que cinco objetos determinan la misma cantidad numérica que cinco dedos de la mano, no es tan sencillo para el niño como puede parecer a los adultos (Chamorro, 2005).

5.3.1 El conteo clásico

En el año 1978, Gelman y Gallistel publicaron su libro *The child's understanding of number*, divulgación que cambió la idea del término conteo. Hasta el momento, fruto de las teorías expuestas por Piaget, se consideraba la acción de contar como una actividad memorística y verbalizada, la cual no se relacionaba con ningún otro aspecto. Escudero (2012) asegura que las investigaciones realizadas por Gelman y Gallistel defienden que el conteo es una acción que se encuentra presente desde temprana edad y constituye la base de la comprensión del número.

En general, los estudios elaborados en relación a la existencia o no de capacidades matemáticas innatas en las personas, parecen apuntar hacia su afirmación. Sin embargo, tal y como decíamos en párrafos anteriores, debemos ser cautos, pues algunos de los estudios realizados han contado con ciertas limitaciones. Además, entre unas investigaciones y otras existen diferencias como: rango de edad, tiempo de estudio, etc., lo que lleva a resultados diversos. Escudero (2012) considera que para la realización de este tipo de investigaciones se debe fomentar el análisis del progreso evolutivo de determinadas capacidades y la forma en la que se combinan estas con otras áreas, abandonando así "[...] el enfoque todo – nada que ha caracterizado los estudios de este campo [...]" (Escudero, 2012, p. 36).

Por otro lado, Chamorro (2005) y Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) confirman que el conteo es un proceso necesario para la interiorización del concepto de número y el desarrollo de capacidades numéricas, pues de esta forma se mide la numerosidad de un conjunto de elementos determinando finalmente su cardinal. No obstante, los niños más pequeños tienen dificultades para determinar dicho cardinal, pues entienden la enumeración como un objetivo alcanzado y no comprenden que el fin es llegar al cardinal de ese conjunto (Baroody, 1994).

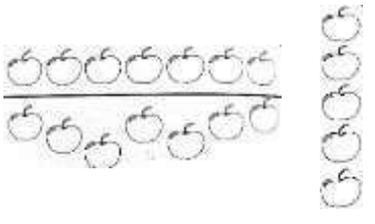
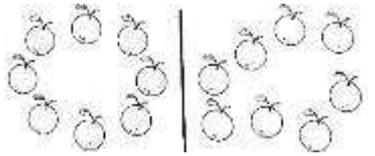
Para facilitar que el número final (cardinal) que expresa el niño se corresponda con la cantidad y, por tanto, certificar un conteo correcto, es necesario que los **elementos** sean **concretos** y se dispongan en un **orden estable**, pues los infantes tienen dificultades para numerar cuando el acto de contar no deja marca, o bien cuando los elementos no están ordenados (Arteaga y Macías, 2016; Martínez - Montero y Sánchez - Cortés, 2017).

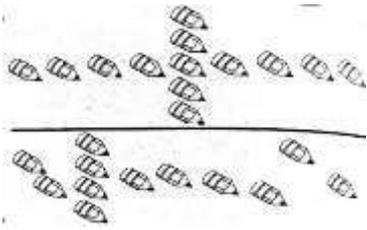
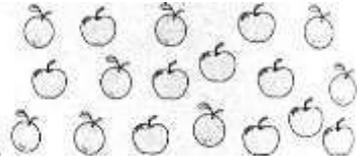
En este sentido, Escudero (2012) afirma que estudios como los realizados por Briars y Siegler (1984) o Lago (1992) avalan que en edades infantiles el acto de **señalar** es un requisito indispensable para realizar un conteo correcto.

En relación a la **disposición de los objetos** en el conteo, Baroody (1994) garantiza que cuando las colecciones son grandes o se disponen de forma desordenada, los niños deben desarrollar estrategias para determinar los elementos que han contado y los que no (p.ej. apartar con el dedo los elementos contados uno a uno). Por su parte, Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) señalan cuatro **etapas**, las cuales responden a una estructura gradual que se expone en la siguiente tabla.

Tabla 2

Etapas en la disposición de objetos para el conteo

<p>Primera Etapa</p>	<p>Los objetos se disponen en una fila horizontal o vertical perfectamente alineada o ligeramente inclinada. Esto permite comenzar el conteo desde la izquierda o derecha, o bien desde arriba o abajo.</p>	
<p>Segunda Etapa</p>	<p>Esta etapa es similar a la primera, pues se trata de una alineación que permite seguir la dirección del conteo. Sin embargo, la dificultad se encuentra en el elemento de origen, ya que en este caso no está determinado. El niño será quien deberá establecerlo y recordarlo para determinar cuál es el último elemento que debe contar.</p>	

<p>Tercera Etapa</p>	<p>En este caso, se trata de dos alineaciones que se cruzan, una horizontal y otra vertical. La dificultad principal de esta disposición se encuentra en que ambas líneas tienen un elemento común. Este deberá adjudicarse a una de las dos alineaciones recordándolo correctamente para no contarlos dos veces.</p>		
<p>Cuarta Etapa</p>	<p>En esta ocasión los elementos se encuentran aparentemente desordenados.</p>	<p>En la subetapa uno, los elementos del conjunto deberán ser manipulables y concretos, para ir apartándolos a medida que se van contando.</p>	
		<p>En la subetapa dos, los elementos se representan de forma gráfica, por ejemplo, a través de una fotografía. Al no poder manipularlos en este caso, el niño deberá poner en práctica estrategias de conteo para determinar su propio orden.</p>	

Elaboración propia. Fuente: Martínez - Montero y Sánchez - Cortes (2017)

Continuando en el marco del proceso de conteo, Escudero (2012), Castro y Castro (2016) y Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) entre otros autores, atestiguan que Gelman y Gallistel (1978) y Gelman y Meck (1983) hablan de la existencia de **cinco principios** que toda persona debe alcanzar para contar de forma adecuada. Estos principios nos permiten determinar el nivel de comprensión respecto a la capacidad de conteo, pues el dominio de esta habilidad no concluye hasta que no se ha interiorizado el conjunto de los cinco.

- **Principio de correspondencia uno a uno:** este principio se refiere a la importancia de una adecuada coordinación entre la acción de **señalar** (física: mover los objetos; o mental: seguimiento visual), y **etiquetar**, es decir, asignar al objeto una palabra (un número). Los niños pequeños en ocasiones omiten o repiten elementos, regresan a otros ya contados, o finalizan el conteo antes de señalar todos los objetos. Estos acontecimientos conducen a un conteo erróneo y, por tanto, a un cardinal no válido.

- **Principio del orden estable:** está relacionado con la memorización de una **lista de palabras** (números) y una serie de reglas. Esta lista numérica debe ser siempre la misma, y debe estar formada por etiquetas únicas (no se pueden repetir palabras).

- **Principio de cardinalidad:** cuando realizamos un conteo lo hacemos con el fin de descubrir la cardinalidad de un conjunto, es decir, la cantidad de elementos que hay en dicho grupo. Esta cardinalidad es determinada por el último número empleado en una secuencia, pero hace referencia al grupo completo. Por ejemplo, si contamos los dedos de una mano, al recitar el número cinco habremos llegado al resultado del conteo y, por tanto, este determinará su cardinal.

- **Principio de abstracción:** cualquier agrupación de objetos se puede contar, tanto si se trata de elementos homogéneos (dedos) o heterogéneos (dedos y manzanas), o bien, reales o imaginarios.

- **Principio de irrelevancia del orden:** el orden en el que comenzamos a contar los elementos de un conjunto es irrelevante; bien es cierto que seguir un orden estable puede favorecer un resultado correcto, especialmente en las primeras edades.

Martín y Navarro (2011, 2016) consideran que estos principios comienzan a desarrollarse en la etapa del segundo ciclo de Educación Infantil. Por esta razón, afirman que estos se mantienen en contra de las ideas piagetianas, pues Piaget considera que los procesos de correspondencia uno a uno, seriación y conservación no comienzan su desarrollo hasta la etapa de las Operaciones Concretas (7 – 8 años).

Por otro lado, podemos establecer una diferencia entre **aspectos esenciales** y **aspectos no esenciales** en el conteo. Los primeros se corresponden con las **normas lógicas**, es decir, aquellas que están determinadas por los cinco principios anteriores. El incumplimiento de alguna de estas normas supone resultados incorrectos.

Sin embargo, las **normas convencionales (no esenciales)** tienen un carácter opcional, por lo que si se incumple alguna de ellas no se obtiene necesariamente una respuesta incorrecta. Escudero (2012) confirma que Briars y Siegler (1984) propusieron tres normas de este tipo: **(a)** contar todos los elementos de forma consecutiva; **(b)** contar de izquierda a derecha; y **(c)** señalar los elementos a la vez que se cuenta. En el caso de nuestra cultura es habitual contar las filas de objetos de izquierda a derecha y de forma consecutiva, cuyo incumplimiento no supone resultados incorrectos; bien es cierto que se trata de una norma que facilita la obtención del cardinal correcto por parte de los más pequeños.

En este sentido, han sido varias las investigaciones realizadas. En su mayoría coinciden en que los niños de entre tres y seis años de edad identifican las normas lógicas de los principios de correspondencia uno a uno y orden estable. No obstante, algunos no las reconocen en el principio de cardinalidad.

Asimismo, en el caso de las normas convenciones, hasta los siete u ocho años, son muchos los niños que consideran que algunas de las normas convencionales son indispensables para poder contar, considerándolas igual de necesarias que las normas lógicas (Escudero, 2012).

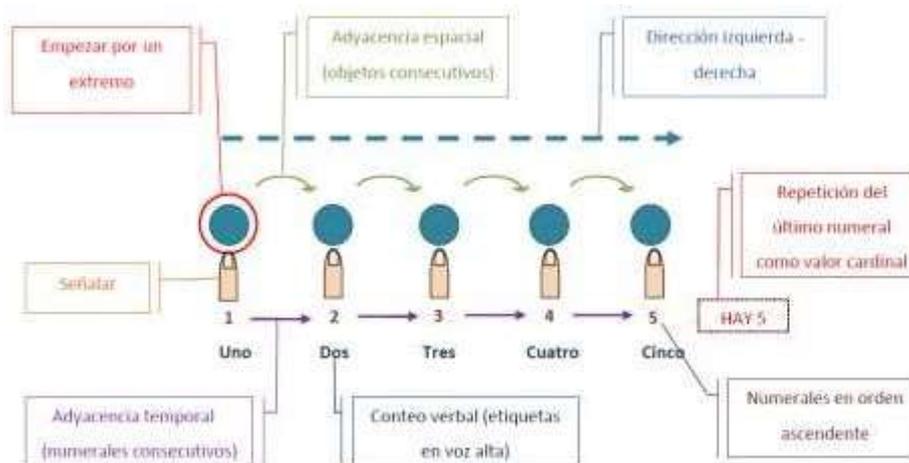


Figura 2. Conteo habitual que ejemplifica las normas convencionales. (Escudero, 2012, p. 75)

Por otro lado, cuando hablamos de conteo no podemos olvidarnos de la **secuencia numérica**. Arteaga y Macías (2016) y Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) consideran que es necesario que los niños interioricen dicha secuencia y dispongan de ciertas capacidades que les permita verbalizarla de forma correcta. Asimismo, estos autores confirman que Fuson y Hall (1988) determinaron **cinco niveles** por los que se pasa durante el proceso de adquisición de la cadena numérica. El control y dominio de los dos últimos niveles permitirá un buen desarrollo del conteo, mejor conocimiento de la numeración, y, además, se convertirán en la base de las operaciones de adición y sustracción.

Tabla 3

Proceso de Adquisición de la Secuencia Numérica establecidos por Fuson y Hall (1988)

Nivel cuerda	El niño recita una pequeña parte de la secuencia numérica empezando siempre desde el número uno. En este momento no establece una relación entre el número y su nombre, sino que todas las palabras están conectadas. Las recita atendiendo únicamente a su sonoridad como si se tratara de una cantinela memorizada.
Nivel cadena irrompible	La cadena continua de palabras se fractura, y se inicia en la diferenciación de sonoridades de cada numeral. Sin embargo, sigue comenzando en el uno, pues de otra forma no es capaz de seguir la secuencia.
Nivel cadena rompible	Se produce una rotura completa de la cadena numérica y puede comenzar a contar partiendo de cualquier número. Incluso es capaz de interrumpir el conteo para reanudarlo más tarde.
Nivel cadena numerable	El niño tiene la habilidad de contar un número determinado de eslabones y determinar en qué número se ha detenido. <i>Por ejemplo, puede contar desde el número cuatro cinco lugares y determinar que se encuentra en el número nueve.</i>
Nivel cadena bidireccional	Se trata del máximo nivel que se puede alcanzar. En este caso, se deben dominar las destrezas del nivel anterior, pero aplicadas en sentido ascendente y descendente, y a mayor velocidad.

Elaboración propia. Fuentes: Arteaga y Macías, 2016 y Martínez – Montero y Sánchez – Cortés, 2017.

El aprendizaje de esta secuencia de forma memorística en muchas ocasiones es provocado por el entorno familiar en un intento de que su hijo comience a aprender los números. Sin embargo, sorteando el obstáculo principal de los números entre el once y el quince que no responden a la norma convencional del resto de números, la enseñanza de la serie numérica no debe basarse solo en un proceso de memorización, sino que se aconseja animar a los niños a indagar sobre las pautas convencionales a través de una serie de pistas. Por ejemplo, que un niño cometa el error de expresar "veintidiez", se trata más bien de un progreso por su parte, pues ha razonado y comprendido el mecanismo que sigue la secuencia numérica (Baroody, 1994).

5.3.2 Conteo súbito o subitización

Como señalábamos en el apartado anterior, contar es determinar la numerosidad de un conjunto estableciendo su cardinal. Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) consideran que no siempre se requiere de una actividad de conteo para determinar dicho cardinal, pues en ocasiones este aparece de forma súbita en la mente de la persona, a lo que llamamos **subitización**. Dicho de otro modo, este término se refiere a la capacidad para determinar el número de elementos que componen un conjunto de forma perceptiva e inmediata, es decir, a través de un golpe de vista y sin necesidad de contar (Escudero, 2012; Arteaga y Macías, 2016).

Las personas llegamos al mundo con capacidades innatas que nos permiten desde edades tempranas ejercer la subitización. Antes de los tres años disponemos de habilidades que nos permiten distinguir si en un conjunto hay uno o más elementos; a los tres o cuatro años ya somos capaces de diferenciar hasta cuatro elementos; y a partir de los cinco años combinamos la subitización y el conteo. Además, los niños con una enseñanza adecuada pueden ser capaces de identificar hasta doce elementos, pues este número permite la disposición en configuraciones fácilmente identificables (Castro y Castro, 2016).

Escudero (2012), Lago et al. (2012) y Arteaga y Macías (2016) consideran que, al igual que el conteo y la estimación, la subitización tiene gran importancia en la construcción del concepto de número, pues: **(a)** contribuye al reconocimiento de relaciones numéricas; **(b)** ayuda en el desarrollo de estrategias para el conteo; **(c)** favorece el aprendizaje de las operaciones de adición y sustracción; y **(d)** permite ahorrar tiempo.

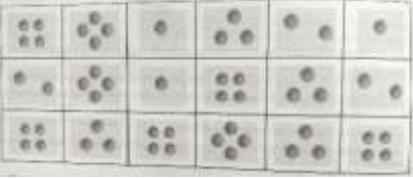
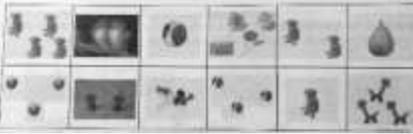
No obstante, tal y como afirman Lago et al. (2012), la subitización cuenta con ciertas limitaciones. Al igual que en el conteo tradicional, en este caso la **disposición** de los **elementos** es, si cabe, más importante. Asimismo, confirman que generalmente resultan más sencillas las disposiciones rectangulares, a las que les siguen las lineales, circulares y, en último caso, las desordenadas o revueltas.

En este sentido, Martínez - Montero y Sánchez - Cortés (2017) recomiendan que la forma en la que se representan los números en Educación Infantil no sea siempre estática o fija, pues esto dificulta el aprendizaje matemático y conduce hacia la memorización de imágenes y sustitución temprana por signos matemáticos. Por esta razón, estos autores aconsejan el paso progresivo por **cuatro etapas** para facilitar el proceso de conteo súbito. Asimismo, recomiendan comenzar el aprendizaje desde el número cuatro, pues como comentábamos anteriormente los niños adquieren la subitización hasta el número tres de forma natural. No cabe duda de que el paso de un momento a otro estará determinado por el grado de adquisición de las etapas previas.

Tabla 4

Etapas en la disposición de elementos en la subitización según Martínez - Montero y Sánchez - Cortés

<p>1ª Etapa</p>	<p>Se sugiere comenzar con el uso de representaciones numéricas de apariencia fija para cada número, atendiendo además a figuras familiares o reconocidas por los niños. Por ejemplo, los puntos de los dados o dominó son una configuración fija universal y fácilmente reconocible.</p> <p>Otro tipo de configuración consiste en colocar los elementos representando los vértices de un rombo o romboide.</p>	 <p>(1)</p> <p>(2)</p>
------------------------	---	---

2ª Etapa	Se presentan configuraciones fijas pertenecientes a todos los números que se hayan estudiado hasta el momento.	 (3)
3ª Etapa	En la tercera etapa, se puede optar por configuraciones más difusas del número con el que se está trabajando, y/o por el desprendimiento de uno de los elementos del conjunto. Estas disposiciones las combinaremos con las de la primera etapa.	 (4) (5)
4ª Etapa	Para terminar, procedemos a la combinación de configuraciones difusas de distintos números que ya conocen.	 (6)

Elaboración propia. Fuente: Martínez - Montero y Sánchez - Cortés, 2017

Imágenes (3) y (6) extraídas de (Martínez - Montero y Sánchez - Cortés, 2017, p.p. 114,115)

Imágenes (1), (2), (4) y (5) extraídas de: <http://matematicasabn.blogspot.com/2015/01/centenas-decenas-y-unidades-con-palillos.html>

Al respecto del término subitización nos surge una pregunta: ¿Es un concepto innovador? Escudero (2012) en su tesis habla del **Paradigma de Producción**, una de las técnicas empleadas para investigar la comprensión del conteo. Se la conoce como *la tarea de cuántos* ("How many task"), y consiste en mostrar a los niños un conjunto de elementos (objetos, figuras, dibujos) para que confirmen cuántos hay. En algunas ocasiones se permite al niño contar los elementos, y en otras se lanza la pregunta rápidamente para que no pueda contar (subitización). En este sentido, la autora de esta tesis aconseja en su trabajo ver Frye et al. (1989) para más información respecto a este paradigma. Este hecho nos lleva a confirmar que la subitización no es un concepto innovador, sino que ya se había indagado y trabajado en ello hace varias décadas. Aunque en España parece haber surgido de la mano del método ABN en 2008, anteriormente ya se conocía con la terminología inglesa "*Subitizing*", tal como se puede observar en algunos libros de texto como *Didáctica de las matemáticas* de Chamorro (2005).

5.4 LOS DEDOS DE LA MANO EN EL CONTEO

A medida que vamos progresando en nuestra educación matemática, nos iniciamos en el uso de símbolos abstractos. No obstante, para alcanzar este hecho hemos pasado por una etapa manipulativa previa en la que los dedos de la mano pueden haber servido de gran ayuda. Espinoza (2018) en su libro "*El papel de los dedos en la fundación de las matemáticas*" hace referencia a una cita de Butterworth (1999) donde afirma que los números no habrían llegado a tener una representación normal en el cerebro de no ser por la existencia de una conexión entre las representaciones numéricas y las representaciones de los dedos.

Por su parte, Bender y Beller (2012) certifican que son varias las investigaciones que avalan la idea de que los dedos de la mano tienen un papel fundamental en la cognición numérica, concluyendo con una serie de **utilidades** o **ventajas**: **(a)** son un recurso concreto; **(b)** se accede a ellos fácil y rápidamente; **(c)** se pueden utilizar en cualquier momento y lugar; **(d)** se pueden manipular fácilmente; **(e)** permiten hacer una representación numérica, contribuyendo así en el proceso mental que requiere la memoria a corto plazo; **(f)** permiten establecer una correspondencia biunívoca (uno a uno) entre los sonidos de los números o grafías y sus representaciones; **(g)** facilitan la comprensión del sistema numeral en base diez; **(h)** permiten realizar operaciones de descomposición y composición de números; **(i)** favorecen la comprensión y establecimiento del principio de orden estable; **(j)** ayudan en la interiorización del principio de cardinalidad; **(k)** permiten la conexión entre numerosidades no simbólicas y simbólicas; y **(l)** establecen una práctica que no se limita a las primeras edades, pues la forma en la que procesa y representa el cerebro la información numérica es igual durante toda la vida.

Como decíamos en apartados anteriores, la matemática es un aspecto social y cultural que se encuentra dentro de nuestro entorno y que está determinada por la cultura a la que pertenece cada persona; lo mismo ocurre con el conteo. Según Bender y Beller (2012) el uso de los dedos como recurso para realizar el conteo no es únicamente un aspecto natural, sino que está determinado por la cultura en la que vive la persona.

El método aparentemente más común de contar con los dedos consiste en asignar un número entero a cada uno de los dedos de la mano siguiendo el orden de la secuencia numérica. Esto puede realizarse de diversas formas que se diferencian especialmente en

posición o movimiento de los dedos y manos: dedos extendidos o contraídos, palma horizontal o vertical, palma hacia arriba o hacia abajo, palma de frente o volteada, iniciación del conteo en la mano izquierda o derecha, comienzo del conteo en un dedo u otro; etc. Por ejemplo, para contar los dedos de una mano en **Europa** (imagen A), generalmente, se comienza desplegando el dedo pulgar hasta llegar al dedo meñique; en **China** y **Reino Unido** (imagen B) se comienza desplegando los dedos partiendo del índice y continuando con los sucesivos, hasta terminar con el pulgar; en **Irán** (imagen C) se comienza a contar con la mano derecha y extendiendo los dedos desde el meñique hasta el pulgar sucesivamente; en **Lengua de Signos Americana** (imagen D) cuentan desplegando los dedos en el siguiente orden: índice, corazón, pulgar, anular y meñique; y por último, en **Guinea** (Imagen E) se comienza con los dedos de la mano izquierda extendidos, para después ir contrayendo cada uno de ellos comenzando por el meñique y terminando en el pulgar.

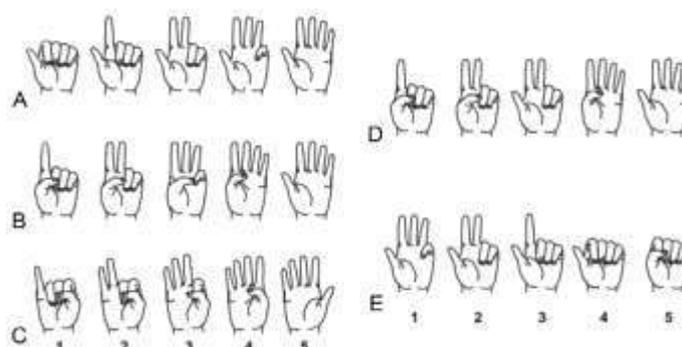


Figura 3. Formas de contar de diversas comunidades y culturas (Bender y Beller, 2012, p. 158)

No obstante, el conteo tradicional y súbito con los dedos se **limita al número diez**, por lo que a partir de este número es necesario establecer otro tipo de estrategias, olvidándonos así de la correspondencia uno a uno. Bender y Beller (2012) nos hablan de una de las estrategias diseñada por Bogomolny (2011). Este planteamiento permite contar hasta el número noventa y nueve usando las dos manos. Para ello representamos con la mano izquierda la cifra correspondiente a las decenas, y con la mano derecha la correspondiente a las unidades tal y como se muestra en la siguiente imagen.

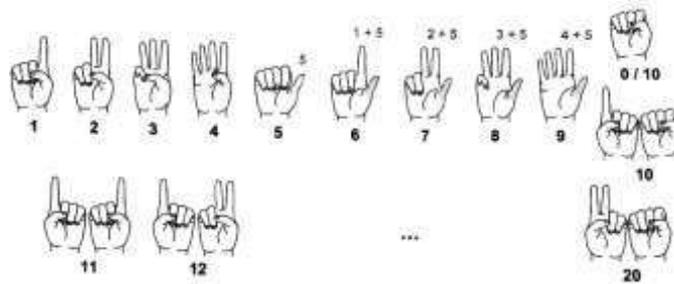


Figura 4. Propuesta de Bogomolny (2011). Extraída de: (Bender y Beller, 2012, p. 161)

En cuanto al aspecto **cardinal y ordinal** del que hablábamos en apartados anteriores, los dedos se convierten en una herramienta que ha permitido a las personas llegar a los números ordinales a través del aspecto cardinal. Por ejemplo, para presentar un conjunto de cuatro elementos, extendemos de forma súbita cuatro dedos de la mano. Y si queremos mostrar la ordinalidad lo podemos hacer mediante un conteo habitual levantando sucesivamente los dedos hasta el número cuatro (Espinoza, 2018).

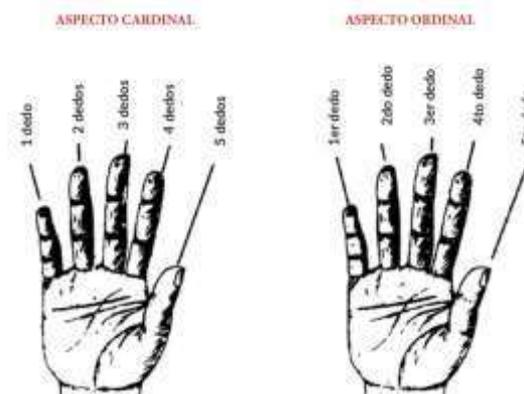


Figura 5. El aspecto cardinal y ordinal de los dedos de la mano. (Espinoza, 2018, p. 26)

Por otro lado, no podemos olvidar el aspecto lúdico que ha acompañado a los dedos a lo largo de las diferentes épocas, especialmente en aquellas en las que los recursos de juego eran más limitados. Ejemplo de estos es el juego popular *La Morra*, también conocido como *Pares o Nones*. Esta fue una actividad lúdica muy popular en Italia, Francia, España, Marruecos y el norte de África, especialmente.



Figura 6. Iconografía griega y egipcia con el juego de la Morra. (Espinoza, 2018, p. 17)

6 PROPUESTA DIDÁCTICA

Esta propuesta didáctica sigue las líneas generales establecidas a lo largo del Trabajo de Fin de Grado. Por tanto, se pretende presentar actividades para el aprendizaje de conceptos matemáticos donde los **dedos de la mano** actúan como **recurso didáctico protagonista**.

No obstante, consideramos importante recordar que no se pretende la sustitución de otros materiales o dinámicas, sino la adición de un recurso cuyo uso en la actualidad ha disminuido notablemente. Por ello, estas actividades deberán combinarse con otras dinámicas de la jornada escolar para garantizar la interiorización de los diferentes contenidos matemáticos de forma manipulativa, atractiva, significativa y autónoma.

A. CONTEXTO

La siguiente propuesta ha sido diseñada para ser puesta en práctica en un aula ficticia de Segundo Ciclo de Educación Infantil, en concreto para el primer curso del nivel (**tres años**). Para su planteamiento se han tenido en cuenta las características generales de los alumnos de esta edad. Por esta razón, si se pretende poner en funcionamiento en un aula real, deberemos prestar atención a las características concretas de nuestro grupo, para adaptar las diferentes dinámicas.

Martín y Navarro (2011, 2016) afirman que los niños de tres años se encuentran dentro de lo que Piaget denominó **Subperíodo Preoperacional**, que abarca desde los 2 hasta los 6 o 7 años de edad. En este momento, los niños comienzan a interactuar con su entorno de forma más compleja, pero todavía tienen grandes dificultades para hacer uso de la lógica. Piaget consideró una serie de limitaciones cognitivas en este Subperíodo, las cuales nosotros preferimos llamar **rasgos cognitivos característicos** de la etapa, que son los siguientes:

- **Egocentrismo:** interpretan el mundo únicamente desde su propio punto de vista, por tanto, se centran especialmente en los acontecimientos que están relacionados con experiencias propias. Además, consideran que todas las personas perciben el mundo de la misma forma que ellos.
- **Animismo:** tienden a atribuir vida a objetos que no la tienen.

- **Centración:** focalizan su atención en un aspecto concreto de un elemento o situación.
- **Irreversibilidad:** tienen dificultad para creer que muchas de las cosas que se han hecho se pueden deshacer.
- **Incapacidad para distinguir apariencia y realidad.**
- **Razonamiento transductivo:** el pensamiento del niño va de lo particular a lo particular, es decir, se centra en los aspectos que destacan en las diferentes situaciones y extrae sus propias conclusiones sin hacer uso de la lógica (Castro, Del Olmo y Castro, 2002).

Por otro lado, Garrido, Rodríguez, Rodríguez y Sánchez (2006) citan una serie de **características específicas de la etapa de tres años**, que son las siguientes:

A nivel psicomotor

El niño comienza a ser consciente de sus posibilidades manipulativas y es más autónomo en sus movimientos.

En cuanto a las destrezas **motrices gruesas**, los niños de la etapa de tres años evolucionan rápidamente: tienen control sobre la marcha y adquieren fuerza en los brazos y las piernas, pudiendo realizar ejercicios como pedalear un triciclo o lanzar un balón; son capaces de saltar con los dos pies gracias a los avances en su ajuste postural; suben peldaños de forma autónoma y alternando los pies, aunque presentan dificultades en el descenso; su carrera es suave y tienen dificultades para aumentar o disminuir la velocidad; y mejoran su coordinación.

En relación a la **motricidad fina**, en general, dominan la pinza digital y manejan elementos de tamaño pequeño con cierta facilidad.

A nivel cognitivo

Además de lo expuesto en párrafos anteriores, los niños de tres años pueden: realizar series de dos elementos sin dificultad; construir torres de 8 o 10 piezas; reconocer los colores básicos; discriminar formas geométricas básicas (cuadrado, círculo y triángulo); identificar tamaños; realizar puzzles de hasta 6 piezas; realizar emparejamientos; hacer agrupaciones atendiendo a un criterio concreto: forma, tamaño o color; y prestar atención a explicaciones muy breves.

El juego

El juego a los tres años deja de limitarse a acciones motoras para centrarse en el **juego simbólico**. El niño establece una relación entre la fantasía y el mundo real que le rodea, e imita acciones de su propia realidad.

Desarrollo del lenguaje y la comunicación

A los tres años se observa un gran desarrollo de la capacidad expresiva en los niños. Su discurso narrativo es comprensible, aunque todavía utiliza expresiones infantiles; su vocabulario aumenta considerablemente respecto a las etapas anteriores; y aparecen frecuentes sobrerregulaciones morfológicas, tales como: "*ponido*" en lugar de "puesto", o "*podí*" en lugar de "puedo".

Además, se produce una gran mejora en el establecimiento de los turnos de habla; respetan las normas conversacionales; comprenden y utilizan emisiones indirectas, como peticiones o metáforas simples; y realizan las primeras oraciones compuestas: coordinadas y de relativo (Martín y Navarro, 2011).

- **Lecto – escritura:** en general, todavía **no saben leer ni escribir**, aunque sí que:
 - **Reconocen su nombre** escrito.
 - **Identifican las vocales**.
 - Se **inician** en la **escritura** de algunas letras.

A nivel socio – afectivo

Los niños acaban de empezar su escolarización, lo que tiene una gran importancia social, pues muchos de ellos comienzan ahora a relacionarse con sus iguales y con personas adultas que todavía no forman parte de su entorno más cercano.

En cuanto al **desarrollo emocional**, los niños suelen tener relaciones satisfactorias con uno o dos compañeros, y les echan en falta si no están; no existe todavía una cooperación propiamente dicha entre ellos; y no son capaces de controlar sus emociones.

Por otro lado, en relación a la **conducta social**: piden permiso para realizar determinadas acciones; reconocen ciertos peligros; expresan deseos y preferencias, enfrentándose en ocasiones a las normas; reconocen su entorno; e imitan comportamientos adultos, generalmente de las personas de mayor referencia para ellos.

B. METODOLOGÍA

Teniendo en cuenta las características evolutivas mencionadas anteriormente, así como los aspectos relacionados con nuestra propuesta, hemos considerado una **metodología** basada en los siguientes **principios o criterios**:

1. Nivel y ritmo de desarrollo individual: cada etapa en el desarrollo evolutivo supone una serie de posibilidades de aprendizaje que se deben tener en cuenta para planificar las diferentes actividades, así como las características concretas de cada uno de los miembros de la clase.

2. Construcción de aprendizaje significativo en contextos cotidianos: las primeras relaciones con las matemáticas las tiene el niño con elementos de su entorno más próximo. Los dedos de la mano son un recurso natural que forma parte del cuerpo y del entorno de cada niño, y que maneja de forma innata. Por ello, la acción docente tendrá como objetivo prioritario fomentar el descubrimiento individual de nuevos usos de los dedos, garantizando así un aprendizaje significativo que parte de los conocimientos previos de cada uno de los alumnos.

3. Enfoque globalizador: la presente propuesta, a pesar de estar vinculada al área concreta de las matemáticas, está organizada para combinarse con otras áreas y actividades relacionadas y no relacionadas con el ámbito matemático.

4. Principio de actividad: la actividad es la principal fuente de aprendizaje y desarrollo en la etapa de Educación Infantil, pues los niños aprenden interactuando de forma activa con su medio o entorno. En este caso, las dinámicas planteadas requieren de una actividad física limitada basada en la manipulación, acción y experimentación de los dedos.

5. Observación, experimentación y juego: en esta etapa Infantil los niños necesitan de una implicación y experimentación directa para poder comprender la realidad que les rodea. Por esta razón, las diferentes dinámicas propuestas, como decíamos, estarán vinculadas a su experiencia vital y permitirán el desarrollo de actividades de juego a través de su propio cuerpo.

6 Organización del espacio y tiempo: la organización será flexible y atenderá en todo momento a las necesidades de los estudiantes. Además, se defiende la práctica de estas actividades en cualquier momento y lugar de la jornada escolar, de forma que se produzcan aprendizajes autónomos y espontáneos. Bien es cierto que también se establecerán dinámicas en momentos y lugares concretos.

7. Ambiente seguro, cálido y de confianza: garantizaremos un clima lúdico, educativo y de seguridad, en el que los alumnos se sientan arropados y cómodos para afrontar los nuevos retos y expresar cualquier preocupación, idea, duda, o deseo.

8 Relación con las familias: la colaboración entre la familia y los docentes es fundamental para el desarrollo integral del niño. Por ello, las familias deberán ser informadas en todo momento de las prácticas que se vayan realizando y se permitirá y motivará la participación en ellas.

C. OBJETIVOS DE APRENDIZAJE GENERALES

El **objetivo principal** de esta propuesta es presentar los dedos de la mano como un recurso útil en el desarrollo de actividades matemáticas, especialmente, las relacionadas con cálculo y numeración; aunque también se utilizará en las áreas de lógica – matemática y geometría. Entre los **objetivos generales** que persiguen todas y cada una de las actividades de esta propuesta encontramos los siguientes:

- Descubrir las posibilidades de acción de los dedos de las extremidades superiores.
- Coordinar y controlar con precisión gestos y movimientos de los dedos de la mano.
- Desarrollar la creatividad a través de nuevos movimientos y expresiones con sus propios dedos.
- Ejercitar la motricidad fina, y en concreto, la pinza digital.
- Experimentar con el sentido del tacto.
- Iniciarse en el conocimiento del concepto de sistema decimal a través de los diez dedos de la mano.

En cuanto a los **objetivos específicos** de contenido exclusivamente matemático, se exponen en cada una de las actividades de forma individual.

D. CONTENIDOS

A pesar de que la etapa de Educación Infantil se caracteriza por su enfoque globalizador y, por tanto, no se divide en bloques ni materias, es cierto que para entender la didáctica de las matemáticas y organizar la práctica docente, la división es importante. Autores como Alsina et al. (2012) afirman que dentro del área de matemáticas encontramos cuatro bloques: Numeración y cálculo, Geometría, Medida y Análisis de datos y probabilidad. En esta propuesta, como adelantábamos, trabajaremos los bloques de **Numeración y cálculo** y **Geometría**, y, además, añadiremos otro bloque: la **Lógica – matemática**, que se puede considerar transversal a los cuatro bloques clásicos de contenido matemático.

Los **contenidos** específicamente matemáticos de nuestra propuesta son los siguientes:

- Identificación de colores.
- Relación entre el color y la posición.
- Seriaciones de dos o tres elementos.
- La serie numérica en sentido ascendente y descendente: cardinales del 1 al 10.
- El número 0. Ausencia de cantidad.
- Operaciones aritméticas: suma.
- Problemas sencillos de la vida cotidiana.
- Figuras simétricas.
- Figuras geométricas: círculo, cuadrado, triángulo, rombo, cometa y estrella.
- Conceptos topológicos básicos: arriba – abajo, adelante – detrás.

E. TEMPORALIZACIÓN

La presente propuesta didáctica se introducirá en el aula durante el segundo trimestre, una vez superado el periodo de adaptación característico de este nivel, y continuará hasta finalizar el curso.

Por otro lado, dedicaremos **dos días a la semana** durante ambos trimestres a sesiones de matemáticas realizadas con los dedos de la mano, las cuales se destinarán a diferentes actividades de la propuesta. No obstante, las actividades relacionadas con el

bloque de numeración se llevarán a cabo de forma diaria, especialmente la actividad **número 3**.

A lo largo de las primeras sesiones, el tiempo dedicado a las diferentes actividades será mayor para que los niños se familiaricen con las dinámicas. Asimismo, en estos primeros momentos trataremos de generar una estabilidad tanto en el horario como en el espacio en el que se desarrolla, pero más tarde iremos optando por espacios y momentos diversos de la jornada escolar, los cuales serán marcados por las necesidades de los alumnos y las circunstancias del entorno.

F. ACTIVIDADES PROPUESTAS

Los aspectos definidos a continuación son orientativos, pues dependerán de las características de los niños del aula, así como de las circunstancias que sucedan a lo largo de la jornada escolar.

BLOQUE I. LÓGICA – MATEMÁTICA

- ACTIVIDAD 1. Anillos en mis dedos

o Objetivos:

- Iniciarse en habilidades lógico – matemáticas.
- Reconocer e imitar el orden, posición y color representados de forma gráfica.
- Identificar los colores.
- Relacionar los colores y la posición que ocupan.

o Descripción de la actividad

Esta actividad es adecuada para el entrenamiento de la memoria espacial y la percepción visual. A través de la relación e imitación, los niños trabajan las posiciones y desarrollan la motricidad fina de forma atractiva y lúdica.

La actividad consiste en mostrar a los estudiantes una tarjeta donde se indica la posición de las gomas de pelo, que deberán imitar cada uno de ellos en sus manos, tal y como se muestra en la siguiente imagen:

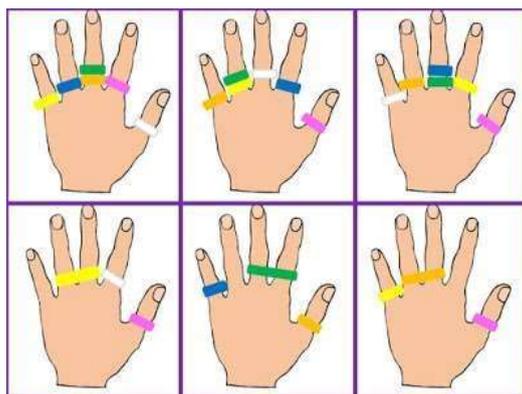


Figura 7. Extraída de <http://ekladata.com/vnpVaEMbeW5wnU1ye-XfpLwuoks/jeu-doigt.pdf>

De forma progresiva iremos aumentando la dificultad de las tarjetas mostradas. Primero, mostraremos aquellas que persiguen la realización de **correspondencias uno a uno** (un dedo – una goma). Más tarde, cuando se haya superado dicha propuesta, incluiremos tarjetas que indican la introducción de **dos gomitas en un dedo**; para terminar, procederemos a la colocación de **dos dedos** dentro de **una sola goma**.

Cuando los niños estén completamente involucrados en este tipo de dinámicas podremos **prescindir de las tarjetas**, siendo el maestro quien coloque en sus dedos los anillos. De esta forma, el tutor podrá ocultar sus manos durante unos segundos en repetidas ocasiones, para que todos los niños comiencen a desarrollar sus capacidades memorísticas y de atención.



Figura 8. Extraída de <http://ekladata.com/vnpVaEMbeW5wnU1ye-XfpLwuoks/jeu-doigt.pdf>

Para captar la atención, podemos pedir la colaboración de uno de los niños, quien será el encargado de elegir la tarjeta entre varias colocadas bocabajo. Para ello, el maestro

previamente habrá seleccionado el grupo de tarjetas que desea trabajar, dependiendo del nivel en el que se encuentren dentro del proceso.

- **Recursos:**
 - Humanos: alumnos y maestro.
 - Materiales: gomas de pelo, bandejas para depositar las gomas, y tarjetas con la imagen de una mano.
- **Espacios:** mesas de trabajo individual del aula.

- **ACTIVIDAD 2. Haciendo series con mis dedos**

- **Objetivos:**
 - Identificar series de dos o tres elementos.
 - Reconocer el criterio establecido en una serie.
 - Realizar series sencillas de dos o tres elementos atendiendo a un criterio concreto.

- **Descripción de la actividad:**

La presente actividad está ciertamente relacionada con la actividad número uno. Esta consiste en **realizar series en nuestros dedos** con gomas de pelo.

En primer lugar, utilizaremos tarjetas donde se muestra una mano en cuyos dedos encontramos gomas alternas de dos colores. En este momento la **serie está completa** y el niño deberá imitarla en sus dedos. En segundo lugar, seguiremos el mismo proceso, pero ahora la **serie estará incompleta** y los estudiantes deberán completarla en sus dedos. Progresivamente iremos aumentando la dificultad añadiendo hasta tres colores.

Al igual que en la primera actividad, dejaremos que sea uno de los alumnos quien escoja la tarjeta.

- **Recursos:**
 - Humanos: alumnos y maestro.
 - Materiales: gomas de pelo, bandejas para depositar las gomas y tarjetas con la imagen de una mano.
- **Espacios:** mesas de trabajo del aula.

BLOQUE II. NUMERACIÓN Y CÁLCULO

- **ACTIVIDAD 3. ¡Dedos a la obra!**

○ **Objetivos:**

- Ordenar los números del uno al diez, y viceversa, comprendiendo la serie numérica en sentido ascendente y descendente.
- Interiorizar el concepto y la ausencia de cantidad que representa el número cero.
- Identificar y representar la cardinalidad de un conjunto de forma súbita.
- Relacionar la verbalización, grafía y cantidad de un número.
- Reconocer diferentes formas de representar una cantidad numérica.
- Interiorizar el concepto de sistema decimal a través de los diez dedos de la mano.

○ **Descripción de la actividad**

▪ **Calentamiento de los dedos de la mano**

A modo de introducción realizaremos un **ejercicio motivador** al que vamos a llamar "calentamiento de dedos". Este se lleva a cabo, especialmente, para captar la atención de los niños, y fomentar la interiorización de los dedos como parte móvil y útil de nuestro propio cuerpo.

Para ello, pediremos a los alumnos que nos muestren los dedos de sus manos y realicen con ellos diferentes movimientos (al principio podemos guiarlos); más tarde, contaremos nuestros dedos extendiéndoles uno a uno y acariciándoles al mismo tiempo, comenzando desde el dedo pulgar de la mano izquierda (el maestro comenzará con la mano derecha a modo de espejo); para finalizar con el calentamiento, con una de las manos extendidas esconderemos los cinco dedos de la otra mano todos a la vez para representar el número cero y la ausencia de cantidad.

Por otro lado, la tarea del **conteo** de los dedos irá **desapareciendo** progresivamente, utilizando únicamente como actividad motivadora el movimiento de sus dedos, pues con esta actividad queremos fomentar el uso del conteo súbito.

- **Bits de inteligencia con los dedos (subitización)**

Tras el calentamiento previo, nos disponemos a realizar la actividad propiamente dicha. En primer lugar, el maestro representa los números del 1 al 5 a través de la extensión súbita de sus propios dedos, y los niños (sin contar) deben transmitir de qué número se trata. En las primeras sesiones mantendremos un orden estándar: comenzaremos levantando el dedo índice, y seguiremos con los dedos sucesivos hasta finalizar con el pulgar, tal y como se muestra en la imagen.

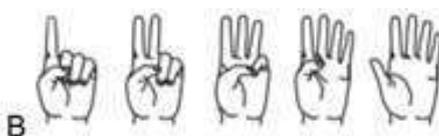


Figura 9. Adaptación de imagen extraída de (Bender y Beller, 2012, p. 158)

Cuando las representaciones de los números (1 – 5) siguiendo la secuencia numérica en sentido ascendente y descendente esté adquirida, podemos comenzar a representar de forma súbita números saltados (2, 5, 1...). De este modo podremos comprobar que no se trata únicamente de una memorización de la secuencia numérica. Después, cambiaremos los roles, pues el maestro será el encargado de verbalizar un número, y los niños lo representarán con sus dedos de forma súbita. Además, en alguna ocasión la acción de pronunciar el número por parte del maestro se puede combinar con la visualización de tarjetas con las graffias de los números.

Progresivamente, si consideramos que nuestro grupo de alumnos ha interiorizado los cardinales 1 – 5, podremos ir avanzando hacia los números siguientes (6 – 10), aumentando poco a poco la velocidad de la representación.

- **Diferentes formas de representar un número**

Iniciamos esta parte de la actividad preguntando a los niños por su edad. Ellos responderán tres o cuatro años, lo que aprovecharemos para preguntarles si conocen diferentes formas de representar dichos números con sus dedos. Es importante que les permitamos disponer de tiempo suficiente para indagar y experimentar con el movimiento de sus dedos tratando de hallar la respuesta. Durante las primeras sesiones, una vez superada la fase de experimentación, si algún niño ha conseguido entender la propuesta

lo aprovecharemos para mostrárselo al resto de sus compañeros. De no ser así, el maestro será el encargado de enseñárselo, pidiéndoles que lo imiten.

- **Recursos:**
 - Humanos: alumnos y maestro.
- **Espacio:** En un primer momento, hasta estar familiarizados con la dinámica, lo realizaremos en la alfombra del aula.

- **ACTIVIDAD 4. Sumamos con los dedos**

La siguiente actividad está planteada para iniciar a los niños en el **cálculo**. Al tratarse de estudiantes de tres años, nos centraremos únicamente en el concepto de suma.

- **Objetivos**
 - Realizar operaciones de cálculo (suma) de forma sencilla y manipulativa.
 - Iniciarse en el conocimiento de términos matemáticos sencillos relacionados con la operación de suma.

- **Descripción de la actividad**

En las primeras sesiones, realizaremos sumas sencillas con los dedos utilizando las dos manos y con números que hagan un total de entre **cero y cinco elementos**. Además, no utilizaremos los términos verbales matemáticos (más) o (igual a), sino que diremos (y) y (son), avanzando hacia los términos anteriores progresivamente.

De este modo, pediremos a los niños que **muestren y representen** un número determinado en cada mano. Una vez hecho esto, juntaremos todas nuestras manos y determinaremos (sin contar) cuál es el resultado de la suma de los dedos. Al utilizar ambas manos dificultamos la acción de conteo, pues esto no les permite tocar sus dedos, lo que favorece la subitización.

A medida que vayan adquiriendo la dinámica, optaremos por **no unir** nuestras manos y decir el resultado de forma súbita tras mostrarlas. Además, iremos complicando las sumas hasta llegar al **resultado diez**.

Una vez superado el proceso anterior, procederemos a realizar la misma dinámica, pero esta vez con las **manos escondidas** detrás de la espalda, garantizándonos así de nuevo la extinción del conteo tradicional, pues los niños necesitan ver y tocar para contar.

- **Recursos:**
 - **Humanos:** alumnos y maestro.
- **Espacio:** en la zona de la alfombra del aula en las primeras sesiones. Después, en cualquier momento y lugar.

- **ACTIVIDAD 5. Problemas sencillos de la vida cotidiana**

- **Objetivos**
 - Comprender y resolver problemas matemáticos sencillos con operaciones de sumas.

- **Descripción de la actividad**

Plantaremos problemas sencillos relacionados con el entorno e intereses de los niños (juguetes, animales, dibujos animados, vehículos, etc.), y siempre desde una perspectiva lúdica sin atender a los aspectos formales del proceso de suma. Por otro lado, los enunciados se irán transmitiendo paso a paso para que al mismo tiempo los alumnos vayan representando los datos obtenidos con sus manos.

Progresivamente, iremos aumentando la dificultad de los enunciados siguiendo el ritmo marcado por los alumnos del aula.

Un **ejemplo** de problema es el siguiente:

El domingo Lucía fue al bosque con su familia, porque le gusta mucho pasear por el campo. De repente, encontró tres flores rojas preciosas en el suelo y decidió meterlas en su mochila.

(en este momento los niños colocan el número tres en una de sus manos)

Ella siguió caminando y jugando con su perro Lucas, y ¡de pronto encontró otras 2 flores rojas en el suelo! y las metió también en su mochila.

(Los alumnos colocan dos dedos en la otra mano).

¿Cuántas flores rojas tiene ahora Lucía en su mochila?

- **Recursos:**
 - **Humanos:** alumnos y maestro.
- **Espacio:** en la zona de la alfombra del aula.

BLOQUE III. GEOMETRÍA Y DISTRIBUCIÓN ESPACIAL

- ACTIVIDAD 6. Construyo figuras geométricas con mi propio cuerpo

○ **Objetivos:**

- Identificar figuras geométricas básicas: cuadrado, círculo y triángulo.
- Identificar figuras geométricas más complejas: rombo, cometa y estrella.

○ **Descripción de la actividad**

Los niños con sus propios dedos construirán de forma individual o grupal diferentes figuras básicas: triángulo, cuadrado y círculo, y, además, otras más complejas como el rombo (que surge del movimiento del cuadrado), la cometa y la estrella. Para la realización de esta última es imprescindible el trabajo en equipo.

Por otro lado, para obtener un verdadero aprovechamiento de esta actividad es aconsejable realizar previamente alguna actividad con el material didáctico de bloques lógicos, o algún otro similar para que los niños tengan interiorizada la imagen que deben construir con sus manos.

En primer lugar, el maestro les pide a los niños que construyan con sus dedos una determinada forma geométrica (triángulo, círculo o cuadrado), de modo que los alumnos indagaran la forma de representarlo. Una vez hecho esto, el maestro mostrará las diferentes figuras, comenzando con las más básicas. Los niños deberán verbalizar de qué figura se trata, e intentarán construirla con sus dedos. Para ello, el tutor les ayudará si fuera necesario. Después, el maestro verbalizará una determinada forma geométrica y ellos la construirán solos.

Una vez adquirida la construcción de las figuras básicas podemos ir añadiendo otras como el rombo, la cometa y la estrella. Para ello, insistiremos en que el rombo surge del movimiento del cuadrado, y que la estrella requiere del manejo adecuado del trabajo en grupo, pues deberán construirla entre todos.





- **Recursos:**
 - **Humanos:** alumnos y maestro.
- **Espacio:** en las mesas de trabajo individual del aula.

- **ACTIVIDAD 7. Jugando con figuras simétricas**

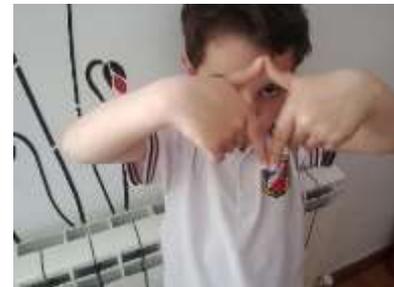
- **Objetivos:**
 - Trabajar la simetría.
- **Descripción de la actividad**

Los niños con sus manos construirán figuras simétricas pertenecientes a su vida cotidiana. En este caso, se recomienda haber trabajado previamente la simetría en papel, pues el eje de las figuras simétricas en las manos no se percibe de forma tan concreta.

La **actividad de simetría en papel** consiste en proporcionar al niño un folio en el que aparezca la mitad de una figura y el eje de simetría de esta. El niño doblará el papel por el eje de simetría, y con ayuda de pintura de dedos, un punzón o tijeras marcará, calcará o cortará el contorno de dicha figura, consiguiendo así al desplegar el papel la figura completa.

Actividad de simetría con las manos: en un primer momento, nos centraremos únicamente en la construcción de figuras previamente visualizadas y trabajadas en papel. No obstante, en sesiones más avanzadas crearemos figuras nuevas. Además, podemos pedir a los niños que una vez construida la figura simétrica, separen sus manos para comprobar que esta se divide en otras dos idénticas, razón por la cual es una figura simétrica. Algunas de las figuras simétricas que podemos construir con nuestras manos

son, aparte de las figuras geométricas trabajadas en la actividad 6: pájaro, mariposa, gafas, casco de una bici, corazón, cometa, orejas de burro, cangrejo, etc.



- **Recursos:**
 - **Humanos:** alumnos y maestro.
- **Espacio:** en las mesas de trabajo individual del aula.

- **ACTIVIDAD 8. Los dedos en movimiento. Laberintos**

○ **Objetivos**

- Comprender los conceptos topológicos básicos: arriba - abajo; adelante - atrás.
- Trabajar el movimiento dirigido o guiado.

○ **Descripción de la actividad**

Para introducir esta dinámica se les proporcionará a los niños **laberintos sencillos** **construidos en papel**, para que tracen con pintura de dedos el recorrido de forma **libre** e individual.

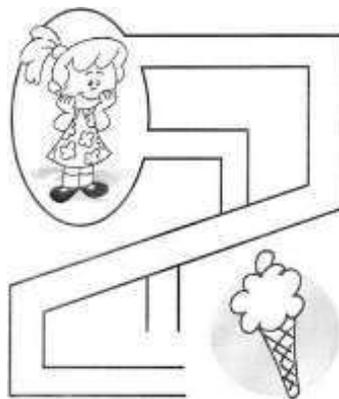


Figura 10. Extraída de: <https://elrincondeaprenderblog.wordpress.com/2015/11/28/laberintos-rompezaberas-diferencias-juegos-de-atencion-memoria-concentracion/>

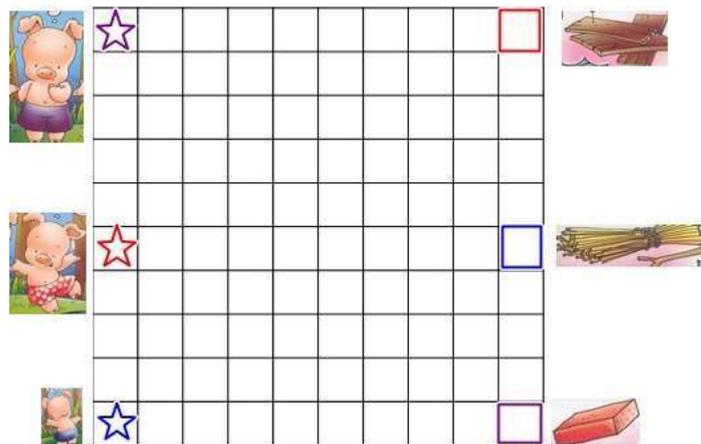
Más adelante, crearemos **laberintos en papel** de mayor dificultad, en los que los niños deberán seguir las **instrucciones** dadas por el maestro: hacia adelante, hacia atrás, hacia arriba, hacia abajo, etc. Estas instrucciones se darán a modo de historia.

Esta actividad la realizaremos de forma **individual**, disponiendo cada alumno de su propio laberinto. Sin embargo, iremos siguiendo las instrucciones paso a paso todos juntos, esperándonos los unos a los otros, pues de este modo trabajamos el control de impulso tan propio de los niños de Educación Infantil. Por ejemplo, tomando como referencia el laberinto de la imagen anterior, podemos crear la siguiente historia:

María era una muy buena y le encantaba comer helados. Un día estaban en el parque y le preguntó a su mamá: ¿Mamá, puedo ir al quiosco a por un helado de fresa? Su mamá le dijo que sí y le indicó cómo llegar hasta allí:

- Primero tienes que tomar el camino de arriba y seguir hacia adelante.
- Después, sigue hacia abajo por la calle.
- Más tarde, sigue hacia adelante.
- Luego, vete hacia abajo.
- Cuando hayas llegado al final de esa calle, sigue hacia adelante.
- ¡Lo conseguiste! Puedes comerte tu helado.

Además, podemos avanzar progresivamente hacia instrucciones que incluyan el **número de cuadrados** que deben seguir en una determinada dirección. Un ejemplo de esta actividad puede ser la siguiente imagen:



En este caso hemos decidido partir de conocimientos previos de los niños, pues pocos son los alumnos que no conocen el cuento de los tres cerditos. Las estrellas nos indican el punto de partida y los cuadrados el objetivo a conseguir. Hemos considerado que exista una relación de colores para facilitar en cierto modo la actividad. Por ejemplo, las instrucciones para que el cerdito pequeño llegue a la paja podrían ser:

- 4 cuadrados hacia adelante.
- 4 cuadrados hacia arriba.
- 5 cuadrados hacia adelante.

A modo de **reto** podemos ir avanzando hacia los conceptos topológicos **izquierda** o **derecha** según consideremos oportuno a lo largo del proceso.

- **Recursos:**
 - **Humanos:** alumnos y maestro.
 - **Materiales:** laberintos en papel con y sin cuadrícula y pinturas de dedos.
- **Espacio:** mesas de trabajo individual del aula o en la zona de la alfombra.

G. EVALUACIÓN

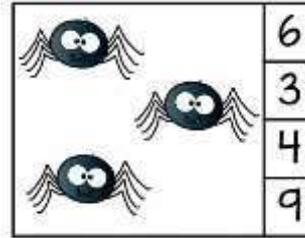
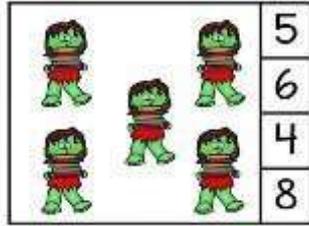
La evaluación de la propuesta didáctica atenderá a lo establecido en el Decreto 122/2007, de 27 de diciembre, por el que se establece el Currículo de Segundo Ciclo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Castilla y León. Por esta razón, será una evaluación **global, continua y formativa** que se ajustará a las características y necesidades individuales de cada alumno.

Durante el desarrollo de la propuesta didáctica se realizará una **observación directa y sistemática**. Para recoger nuestras observaciones utilizaremos un **diario**; en él anotaremos todos los días información acerca del proceso de los alumnos, desarrollo de la actividad, acción docente, posibles dificultades, mejoras, etc. Además, dispondremos de un **anecdotario** en el que escribiremos, como su propio nombre indica, anécdotas o curiosidades que vayan surgiendo en la práctica, pues puede resultar significativo para la evaluación periódica o final.

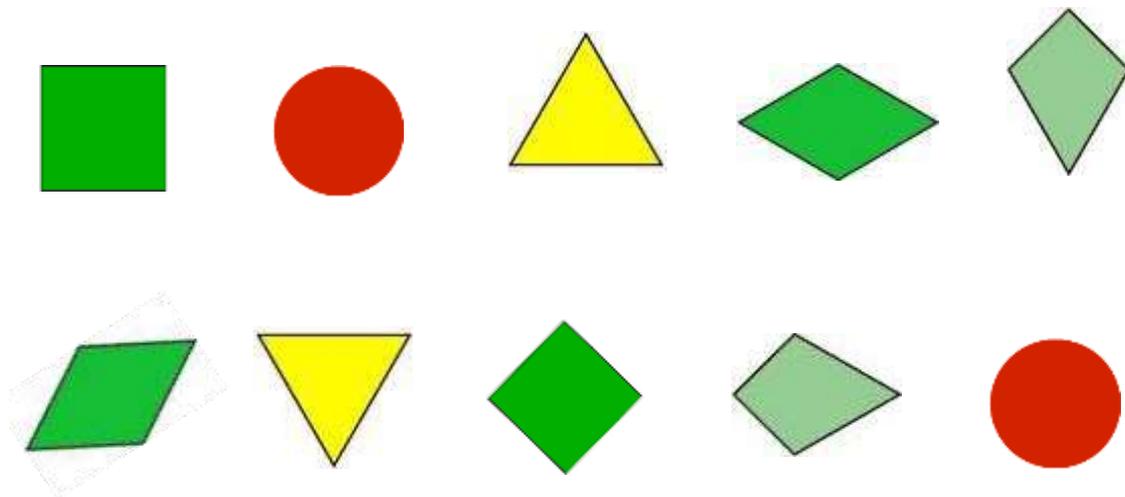
Por otro lado, se tendrán en cuenta las **fichas** de laberintos y **fotografías** recogidas durante el desarrollo de la propuesta, teniendo muy presente la Ley de Protección de Datos.

Además, analizaremos el grado de consecución de los objetivos propuestos a través de una **evaluación final individual**. Para la realización de esta actividad de evaluación necesitamos una carpeta con diversas tarjetas:

- **Tarjetas tipo 1:** en ellas encontramos, por un lado, agrupaciones con diversos números de elementos (entre 1 y 10 objetos); y, por otro lado, las graffías de varios números. El niño deberá seleccionar con su dedo y/o verbalizar el número correcto.



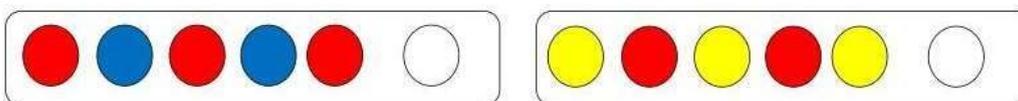
○ **Tarjetas tipo 2:** visualizamos diferentes figuras geométricas y en diferentes posiciones (cuadrado, círculo, triángulo, rombo, cometa). El niño deberá verbalizar los nombres de dichas figuras, y/o señalar la indicada por el maestro.



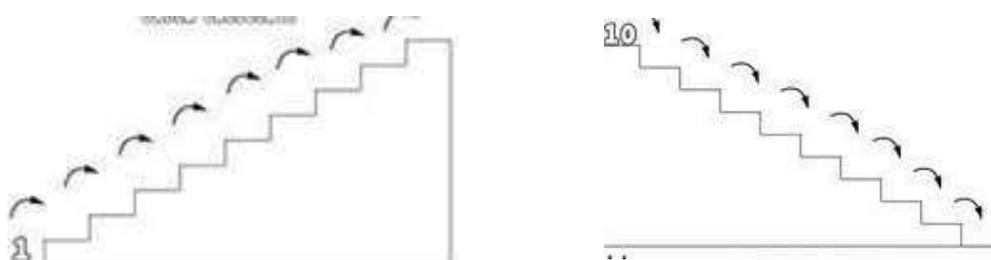
○ **Tarjetas tipo 3:** en estas tarjetas encontramos diversas figuras, algunas simétricas y otras asimétricas. El niño determinará cuáles son las simétricas.



- **Tarjetas tipo 4:** aquí aparecerán series con la combinación de dos colores. El niño deberá realizar dicha serie en voz alta verbalizando los colores.



- **Tarjetas tipo 5:** le pedimos al niño que recite la serie numérica en sentido ascendente y descendente.



Más tarde, una vez recopilada toda la información a través de los diversos métodos evaluadores, expondremos los resultados obtenidos en **tres tablas de ítems**: en la primera se valorará la consecución de objetivos por parte de los alumnos; en la segunda se realizará una evaluación del proceso de enseñanza; y en la tercera, determinaremos el resultado de la consecución de los objetivos generales de la propuesta. (Tablas de Ítems. Anexo I y Anexo II).

7 CONCLUSIONES

El objetivo principal que perseguíamos con este Trabajo de Fin de grado era fundamentar el uso de los dedos como recurso didáctico dentro del ámbito matemático en Educación Infantil. Tras el análisis exhaustivo de diversas fuentes de información podemos concluir que este se ha logrado.

A través de la minuciosa investigación sobre aspectos relacionados con la didáctica de la matemática, hemos podido determinar que los dedos de la mano son un instrumento que, a pesar de no ser novedoso porque forma parte de nuestro propio cuerpo y ya era utilizado por las primeras civilizaciones, se adapta a la perfección a estas nuevas dinámicas, garantizando el aprendizaje de los niños, y cumpliendo con cada uno de los requisitos mínimos que determina el Currículo de Segundo Ciclo de Educación Infantil (manipulación, actividad, juego, enfoque globalizador, aprendizaje significativo, etc.).

Además, son muchos los docentes que defienden estas prácticas activas. En este sentido, y de la mano de Berdonneau (2008), hemos sabido que las actividades motrices limitadas son otro tipo de prácticas activas que requieren de menor movimiento en el espacio, pero que tienen una gran importancia en la infancia. Los ejercicios con los dedos se encuentran dentro de estas.

Por otro lado, hemos evidenciado que este recurso físico es útil en matemáticas, especialmente, para el aprendizaje de conceptos relacionados con los números, cálculo, geometría y lógica – matemática. Dentro del primer bloque encontramos el término *subitización*. Hemos indagado sobre ello y parece que detrás de ese aparente carácter innovador, proporcionado por distanciarse de la enseñanza tradicional, se encuentran propuestas e investigaciones antiguas, las cuales no se llevaron a cabo hasta hace pocos años a través de nuevos estudios o renombres.

En cuanto a la propuesta didáctica realizada, a pesar de no llevarse a la práctica en un aula real, hemos indagado en las necesidades y características generales de los niños de tres años, así como en diferentes metodologías e investigaciones, obteniendo numerosos datos al respecto que nos han permitido adaptar nuestra propuesta. Sin embargo, como ya advertíamos, deberemos tener en cuenta las características específicas del grupo de alumnos si la ponemos en marcha en un aula real.

No obstante, a pesar de que el presente trabajo se encuentra envuelto en una propuesta matemática, contribuye también al desarrollo de procesos de otras áreas como la lecto – escritura. Los gestos y movimientos que se realizan con los dedos en Educación Infantil con estas prácticas, sin duda, favorecen el entrenamiento de aspectos prensiles y, por tanto, el desarrollo de la capacidad escritora.

Por todo lo expuesto anteriormente, podemos afirmar que los dedos de la mano han jugado y juegan un papel fundamental en el desarrollo de capacidades matemáticas. Además, son un instrumento fácilmente manipulable, que no requiere de recursos económicos y que se puede utilizar en cualquier momento y lugar, favoreciendo así el aprendizaje autónomo.

Para concluir, la realización de este Trabajo de Fin de Grado, a nivel personal, me ha ofrecido la oportunidad de descubrir nuevos aspectos, y profundizar en otros ya conocidos, relacionados con la forma de impartir matemáticas en Educación Infantil, ampliando de este modo mi formación docente.

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, A. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de los 0 a los 6 años: Propuestas didácticas*. Barcelona: Octaedro-Eumo.
- Alsina, A. (2010). La pirámide de la educación matemática: una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de innovación educativa*, (189), 12-16.
- Alsina, A., Jiménez, I. M., Melo, J., Moreno, J., Pastelero, O., Sánchez, A., & Silva, E. (2012). Cómo enseñar matemáticas en las primeras edades a partir de contextos de vida cotidiana. *Uno: revista de didáctica de las matemáticas*, (61), 97-106.
- Alsina, Á., & Salgado, M. (2018). Land Art Math. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(1), 1-11.
- Arteaga, B., & Macías, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*. La Rioja: Unir.
- Baroody, A. J. (1994). *El pensamiento matemático de los niños: Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor.
- Barros, J. F. (2008). Enseñanza de las ciencias desde una mirada de la didáctica de la escuela francesa. *Revista EIA*, (10), 55-71.
- Bender, A., & Beller, S. (2012). Nature and culture of finger counting: Diversity and representational effects of an embodied cognitive tool. *Cognition*, 124(2), 156-182.
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Barcelona: Graó.

- Bishop, A. J., Font, T. C., Marti, L. C., de Pablo, L. F., Fernández-Aliseda, A., Rodríguez, J. G., & Santonja, J. M. (2004). *Matemáticas re-creativas*. Barcelona: Graó.
- Carbó, L., & Gràcia, V. (2009). *El mundo a través de los números*. Lleida: Milenio.
- Cascallana, M. T. (1999). *Iniciación a la matemática: materiales y recursos didácticos*. Aula XXI. Madrid: Santillana.
- Castro, E., Del Olmo, M. Á., & Castro, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Castro, E., & Castro, E. (Eds.). (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*. Madrid: Pirámide.
- Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Educación.
- Chamorro, M. C. (2011). La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículum de Educación Infantil. *Educación siglo XXI*, 29(2), 23-40.
- Collado, L. (2014). La enseñanza del número cardinal y ordinal en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 67-83.
- De Guzmán, M. (1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de: <http://blogs.mat.ucm.es/catedramdeguzman/tendencias-innovadoras-en-educacion-matematica/>
- Escudero, A. (2012). *Conteos erróneos y conteos inusuales: un análisis longitudinal de la comprensión de la habilidad de contar*. (Tesis Doctoral). Universidad Complutense de Madrid.

- Escudero, A. (2012, 15 de mayo). *Contar con los dedos. Finger counting*. [web log post]. Recuperado de: <https://www.smartick.es/blog/educacion/contar-con-los-dedos-finger-counting/>
- Espinoza, R. (2018). *El papel de los dedos en la fundación de las matemáticas*. Argentina: Pixel.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. & Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Garrido, M., Rodríguez, A., Rodríguez, R., & Sánchez, A. (2006). *El niño y la niña de tres a seis años. Guía de Atención Temprana*. La Rioja: Equipo de Atención Temprana del Gobierno de La Rioja.
- Lago, M. O., (1992). *Análisis estructural de la adquisición y desarrollo de la habilidad de contar*. Tesis doctoral. Editorial de la Universidad Complutense de Madrid.
- Lago, M. O., Rodríguez, P., Escudero, A., & Dopico, C. (2012). ¿Hay algo más que contar sobre las habilidades numéricas de los bebés y los niños? *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 38-53.
- Martín, C., & Navarro, J. I. (coords.). (2011). *Psicología del desarrollo para docentes*. Madrid: Pirámide.
- Martín, C., & Navarro, J. I. (coords.). (2016). *Psicología Evolutiva en Educación Infantil y Primaria*. Madrid: Pirámide.
- Martínez - Montero J., y Sánchez - Cortés S. (2017). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en educación infantil*. Madrid: Wolters Kluwer.

Soto, E. (2013, 11 de junio) La historia que se empezó a contar con los dedos. *El Mundo*. Recuperado de www.xeix.org/IMG/pdf/numeros.pdf

Referencias legislativas y normativas

Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa. Boletín Oficial del Estado, 6 de agosto de 1970, n. 187.

Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. Boletín Oficial del Estado, 4 de octubre de 1990, n. 238.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 4 de mayo de 2006, n. 106.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa. Boletín Oficial del Estado, 10 de diciembre de 2013, n. 295.

DECRETO 122/2007, de 27 de diciembre, por el que se determina los contenidos educativos del segundo ciclo de la Educación Infantil en la Comunidad de Castilla y León y se establecen los requisitos que deben reunir los centros que impartan dicho ciclo. BOCYL. 27-XII-2007.

Memoria del Título de Graduado/a en Educación Infantil de la Universidad de Valladolid, de acuerdo con el Real Decreto 861/2010, de 2 de julio, que modifica el Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias.

Orden ECI/3854/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Infantil. Boletín Oficial del Estado, 29 de diciembre de 2007, n. 312.

ANEXOS

ANEXO I

Tabla 5

Evaluación de la consecución de objetivos específicos por parte del alumnado

Ítems	Conseguido	En proceso	No conseguido
Identifica los diferentes colores			
Relaciona el color y la posición en el recurso manipulativo			
Reconoce el orden, posición y color representados de forma gráfica			
Identifica series de dos elementos			
Identifica series de tres elementos			
Realiza series sencillas de dos elementos atendiendo a un criterio concreto			
Realiza series de tres elementos atendiendo a un criterio concreto			
Comprende la serie numérica en sentido ascendente, ordenando los números del uno al diez			
Comprende la serie numérica en sentido descendente, ordenando los números del diez al uno			
Entiende el concepto y ausencia de cantidad que representa el número cero			
Identifica la cardinalidad de un conjunto de forma súbita			
Representa la cardinalidad de un conjunto de forma súbita			
Relaciona la verbalización, grafía y cantidad de un número			
Reconoce diferentes formas de representar una cantidad numérica			
Realiza operaciones de suma sencillas de forma manipulativa			
Comprende y resuelve problemas matemáticos sencillos con operaciones de suma			
Identifica figuras geométricas básicas			
Identifica figuras geométricas más complejas			
Reconoce figuras simétricas			
Comprende los conceptos topológicos hacia adelante – hacia atrás			
Comprende los conceptos topológicos hacia arriba – hacia abajo			

ANEXO II

Tabla 6

Evaluación del proceso de enseñanza

Ítems	SÍ	NO
La propuesta ha concluido con la consecución de los objetivos planteados		
Las dinámicas se han adaptado al grupo de la clase		
Las actividades han resultado motivadoras para los niños		
El tiempo dedicado ha sido suficiente		
La metodología ha sido acertada		
El recurso de los dedos de la mano ha resultado provechoso y motivador		
La propuesta ha permitido el desarrollo de la creatividad de los alumnos		

Tabla 7

Evaluación de la consecución de objetivos generales de la Propuesta Didáctica

Ítems	SÍ	NO
Los niños han descubierto las posibilidades de acción de las extremidades superiores		
Los alumnos coordinan y controla con precisión gestos y movimientos de los dedos de la mano		
Los alumnos han podido trabajar la creatividad a través de nuevos movimientos y expresiones con sus propios dedos		
Los alumnos han ejercitado la motricidad fina		
Los alumnos han experimentado con el sentido del tacto		
Los alumnos se han iniciado en el conocimiento del concepto de sistema decimal a través de los diez dedos de la mano		