



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

**CÁLCULO DEL CONSUMO DE
AERONAVES BASADO EN EL
MODELADO DE LA TRAYECTORIA
CON EXCEL.**

Autor:

Hernando Herrero, Rodrigo

Tutor:

**Dr. Melgar Bachiller, Andrés
Departamento de Ingeniería
Energética y Fluidomecánica**

Valladolid, junio de 2019

Resumen

El siguiente trabajo tiene por objeto la construcción de un modelo físico, que, implementado en un software, de vida a un simulador predictivo de vuelo que permita caracterizar la trayectoria de una aeronave dada, así como el consumo de la misma. Una vez completado el objetivo principal, se pretende determinar los factores de influencia en el consumo de las aeronaves, determinando cuantitativamente la importancia de los mismos.

Summary

The purpose of the following essay is to construct a physical model, which, implemented in a software, give life to a predictive flight simulator that allows to characterize the trajectory of a given aircraft, as well as the consumption of it. Once the main objective has been completed, it is intended to determine the influencing factors in the consumption of aircraft, quantitatively determining the importance of them.

Palabras clave

Aeronave, Mecánica de Vuelo, Aerodinámica, Ingeniería Aeronáutica, Motores a Reacción, Consumo, Simulador Predictivo.

Keywords

Aircraft, Flight Mechanics, Aerodynamics, Aeronautical Engineering, Reaction Engines, Consumption, Predictive Simulator.

Índice general

Resumen	III
Summary	III
Palabras clave	III
Keywords	III
Índice general	V
Nomenclatura	IX
Capítulo 1	1
Introducción y objetivos	1
1.1. Antecedentes y justificación	1
1.2. Objetivos	3
1.3. Distribución de la memoria	4
Capítulo 2	5
Fundamentos teóricos	5
2.1. Conceptos y definiciones básicos	5
2.1.1. Mecánica de Vuelo	5
2.1.2. Aerodinámica	5
2.1.3. Sistema de propulsión	6
2.2. Introducción a la mecánica de vuelo	7
2.3. Cambios de base y ángulos fundamentales	10
2.4. Modelo de atmósfera	16
2.5. Modelo aerodinámico	17
2.6. Modelo propulsivo	23
2.7. Ecuaciones generales	32
Capítulo 3	39
Elaboración del modelo	39
3.1. Introducción e hipótesis de partida	39
3.2. Sistemas de referencia utilizados y ángulos importantes	41
3.3. Fuerzas de actuación	44
3.3.1. Fuerzas propulsivas	45
3.3.2. Fuerzas aerodinámicas	46
3.3.3. Peso	50
3.3.4. Resistencia a la rodadura y reacción del suelo	52

3.4. Ecuaciones diferenciales del modelo	54
3.4.1. Fuerzas de actuación y cálculo de resultantes	54
3.4.2. Ecuaciones diferenciales del modelo	55
Capítulo 4.....	59
Implementación del modelo	59
4.1. Introducción.....	59
4.3. Implementación de controlador PID	66
4.3. Conclusión y resumen de la implementación	71
4.4. Tutorial para la utilización de la herramienta de simulación.....	73
Capítulo 5.....	79
Estudios paramétricos y presentación de resultados	79
5.1. Introducción.....	79
5.1.1. Boeing 777-8.....	80
5.1.2. Boeing 777-200	81
5.1.3. Boeing 777-200ER	82
5.1.4. Airbus A-318	83
5.1.5. Airbus A-340-500	84
5.1.6. Airbus A-340-600	85
5.1.7. Datos motores utilizados	86
5.1.8. Constantes de los controladores	87
5.2. Presentación de los resultados obtenidos	92
5.2.1. Resultados típicos Boeing 777-8.....	93
5.2.2. Validación del modelo 777-8	97
5.2.3. Estudios paramétricos Boeing 777-8.....	99
5.3. Comparación de resultados de las diferentes aeronaves.....	107
5.3.1. Comparación de trayectorias de despegue.....	107
5.3.2. Comparación de las autonomías de las diferentes aeronaves.	110
5.3.3. Comparación de los consumos de las diferentes aeronaves	113
Capítulo 6.....	117
Conclusiones.....	117
6.1. Conclusiones sobre los resultados obtenidos.....	117
6.2. Análisis del cumplimiento de objetivos	121
6.3. Posibles líneas de futuro	122
Capítulo 7.....	127

Bibliografía	127
Índice de ilustraciones	129
Índice de tablas	131
Índice de gráficos	133

Nomenclatura

A_0	Área frontal de entrada al motor (m^2)
$A_{3'}$	Área de salida tobera del fan (m^2)
A_6	Área de salida tobera principal (m^2)
A_f	Área frontal del fuselaje (m^2)
C_D	Coficiente de resistencia aerodinámica
C_L	Coficiente de sustentación aerodinámica
C_p	Calor específico a p=cte. (J/kgK)
C_v	Calor específico a v=cte. (J/kgK)
D_{alar}	Resistencia aerodinámica alar (N)
D_{cuerpo}	Resistencia aerodinámica del fuselaje (N)
E	Empuje (N)
E_a	Eficiencia aerodinámica
E_{esp}	Empuje específico ($N/kg_f/s$)
f_r	Coficiente de rodadura
\vec{F}_B	Vector de fuerzas referido al Sistema de Ejes de Cuerpo (N)
\vec{F}_E	Vector de fuerzas referido al Sistema de Ejes de Tierra (N)
\vec{F}_H	Vector de fuerzas referido al Sistema de Ejes de Horizonte Local (N)
\vec{F}_W	Vector de fuerzas referido al Sistema de Ejes de Viento (N)
\vec{F}_{AE}	Vector de fuerzas aerodinámicas referido al Sistema de Ejes de Tierra (N)
\vec{F}_{GRE}	Vector de fuerzas gravitatorias, de rozamiento y reacción referido al Sistema de Ejes de Tierra (N)
\vec{F}_{PE}	Vector de fuerzas propulsivas referido al Sistema de Ejes de Tierra (N)
g	Aceleración de la gravedad (m/s^2)
G_A	Gasto total de aire del motor (kg/s)

G_f	Gasto de combustible (kg/s)
G_{fan}	Gasto del flujo secundario (kg/s)
G_{comp}	Gasto del flujo primario (kg/s)
h	Entalpía específica (J/kgK)
$K_{d-\delta}$	Constante de control diferencial inclinación
$K_{d-\tau}$	Constante de control diferencial posición acelerador
$K_{i-\delta}$	Constante de control integral inclinación
$K_{i-\tau}$	Constante de control integral posición acelerador
$K_{p-\delta}$	Constante de control proporcional inclinación
$K_{p-\tau}$	Constante de control proporcional posición acelerador
L	Sustentación aerodinámica (N)
$m_{aeronave}$	Masa propia de la aeronave (kg)
m_{carga}	Masa propia de la carga (kg)
$m_{combustible}$	Masa propia del combustible (kg)
p	Presión (Pa)
r_c	Relación de compresión del compresor
r_{fan}	Relación de compresión del fan
r_d	Relación de derivación
R_g	Constante del gas (J/kgK)
S_{alar}	Superficie alar (m^2)
\vec{V}_B	Vector velocidad referido al Sistema de Ejes de Cuerpo (m/s)
\vec{V}_E	Vector velocidad referido al Sistema de Ejes de Tierra (m/s)
\vec{V}_H	Vector velocidad referido al Sistema de Ejes de Horizonte Local (m/s)
\vec{V}_W	Vector velocidad referido al Sistema de Ejes de Viento (m/s)
V_{Bx}	Componente x de la velocidad referida al Sistema de Ejes de Cuerpo (m/s)
V_{Ex}	Componente x de la velocidad referida al Sistema de Ejes de Tierra (m/s)

V_{Ey}	Componente y de la velocidad referida al Sistema de Ejes de Tierra (m/s)
V_R	Velocidad mínima en pista para modificar la inclinación de la aeronave (m/s)
W	Peso (N)
x_E	Coordenada x referida al Sistema de Ejes de Tierra (m)
y_e	Coordenada y referida al Sistema de Ejes de Tierra (m)
z	Coordenada, posición (m)
α	Ángulo de ataque (rad)
α_T	Variación térmica ambiente con la altitud (K/m)
β	Ángulo de resbalamiento (rad)
γ	Cociente de calores específicos
δ_0	Ángulo de inclinación inicial ($^\circ$)
η_c	Rendimiento isentrópico del compresor
η_{mp}	Rendimiento mecánico eje primario
η_{ms}	Rendimiento mecánico eje secundario
η_{t1}	Rendimiento isentrópico de la turbina 1
η_{t2}	Rendimiento isentrópico de la turbina 2
θ	Ángulo de asiento de la velocidad (rad)
μ	Ángulo de alabeo (rad)
ρ	Densidad (kg/m^3)
τ	Posición del acelerador
χ	Ángulo de guiñada de la velocidad (rad)

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1. Antecedentes y justificación

El siguiente trabajo está fundamentado en la asignatura de Máquinas Hidráulicas y Térmicas, 4º curso del grado de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Valladolid.

En dicha asignatura se imparte formación sobre motores térmicos, siendo uno de los bloques de la misma los motores a reacción utilizados en la aviación, consiguiéndose una visión global del funcionamiento termodinámico de estos, así como el cálculo de rendimientos, prestaciones...Lo cual permitiría, a priori realizar cálculos energéticos del movimiento de una aeronave.

La información obtenida en dicha asignatura, así como otras fuentes complementarias, despertaron curiosidad acerca de la aviación y la ingeniería aeronáutica. Lo que llevo al planteamiento de calcular el consumo que una aeronave podría tener.

Esta idea engloba muchos de los puntos estudiados durante el grado, siempre extrapolando estos al tema de estudio. Los puntos principales son:

- Termodinámica: esta área de conocimiento se encuentra sobre todo en el cálculo de las fuerzas propulsivas de la aeronave, pues las mismas son generadas por un motor térmico, independientemente de la familia a la que pertenezca aquel que sea propuesto en el modelo, se requiere un estudio energético que permita calcular el trabajo desarrollado por el mismo.
- Mecánica de Fluidos: en aeronáutica, la Mecánica de fluidos cobra un papel fundamental, en concreto el estudio de las fuerzas aerodinámicas de la aeronave, pues estas marcarán una enorme diferencia en el comportamiento de la misma.

- Cinemática y dinámica del sólido rígido: el estudio del movimiento de la aeronave se realizará a través de las ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento de un sólido rígido, planteadas a través de los teoremas fundamentales de la cinemática y la dinámica.

Para poder realizar este cálculo, en un principio se hicieron una serie de planteamientos que, al final, derivaron en la idea de crear un modelo matemático e implementarlo en un software.

El modelo matemático que se decidió implementar, está orientado a la construcción de un modelo predictivo (simulador), que a partir de las ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento, las condiciones de contorno, y los valores iniciales, permita conocer el resto de variables: posición, velocidad, aceleración, fuerzas, consumo, etc.

El software en el cual se ha decidido implementar el modelo es Excel de Microsoft Office. Por otra parte, aunque no menos importante, el método de implementación ha generado una apertura de conocimientos al mundo de la programación, mejorando la visión a la hora de implementar un código capaz de resolver un sistema de ecuaciones diferenciales.

La creación de este modelo predictivo que permita hacer las veces de simulador de vuelo, da origen a este Trabajo Fin de Grado.

1.2. Objetivos

En cuanto a los objetivos de este trabajo, se puede hacer una clasificación de los mismos en tres bloques:

- Objetivos propios: estando estos relacionados con aprendizaje durante la consecución del trabajo, a saber: entender el movimiento de una aeronave, la importancia de las fuerzas aerodinámicas en la aeronáutica, aprender a programar un código que permita resolver un modelo físico en un software.
- Objetivos en los resultados: el principal objetivo y fundamental de este trabajo, es la construcción del modelo predictivo que permita crear el simulador de vuelo, pues sino el mismo no tendría fundamento alguno. Dentro de este bloque, podemos definir los objetivos que siguen a la creación del modelo, siendo estos facilitar la implementación del mismo en software, y como resultado final obtener el consumo de combustible de las diferentes aeronaves utilizadas.
- Objetivo de transmisión de información: el tercer bloque de objetivos se encuentra dentro de la memoria en sí, y se basa en conseguir, de la forma más sencilla y auto explicativa transmitir los conocimientos adquiridos durante la consecución del trabajo, de manera que otros entiendan fácilmente el trabajo y puedan, dado el caso, continuar con el trabajo aquí iniciado.

Hay que tener en cuenta, que este trabajo no es un proyecto concluso, sino que supone el punto de partida para posteriores proyectos más avanzados como se comentará al final del mismo en posibles líneas de futuro.

1.3. Distribución de la memoria

El contenido de este trabajo se ha organizado de la siguiente manera:

- **Capítulo 2: Fundamentos teóricos.** En este apartado se describen los fundamentos teóricos necesarios para el entendimiento y realización del modelo matemático que permita simular el consumo de una aeronave.
- **Capítulo 3: Modelo matemático.** Una vez explicado dichos fundamentos teóricos se procederá al planteamiento de las ecuaciones, así como el método de resolución de las mismas que permitan implementar el simulador.
- **Capítulo 4: Implementación del modelo.** Implementación del modelo utilizado en el software seleccionado.
- **Capítulo 5: Estudios paramétricos y presentación de resultados.** Una vez implementado el modelo en el software, se procederá con el estudio de las diferentes aeronaves, así como con el análisis de los resultados obtenidos.
- **Capítulo 6: Conclusiones.** El objeto de este capítulo es cerrar el trabajo con las conclusiones obtenidas, así como el cumplimiento de las expectativas de la realización del trabajo y las líneas de futuro del proyecto
- **Capítulo 7: Bibliografía.**

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

A continuación, se presenta una breve explicación teórica de los conceptos mínimos necesarios sobre mecánica de vuelo, aerodinámica, estudio de motores a reacción, métodos numéricos de solución de ecuaciones diferenciales, etc. Necesarios para poder desarrollar el modelo matemático que permita construir el simulador.

2.1. Conceptos y definiciones básicos

2.1.1. Mecánica de Vuelo

- Mecánica de vuelo: Ciencia encargada del estudio dinámico y cinemático del movimiento de aeronaves y vehículos aeroespaciales.
- Vuelo suborbital: situación en la cual una aeronave vuela a baja altura, entendiéndose baja altura como vuelo dentro de la Troposfera o en zonas próximas a su límite.
- Actuación: movimiento del centro de masas de la aeronave.
- Techo de crucero: máxima altura de vuelo que puede alcanzar la aeronave.
- Techo de operación: máxima altura a la que la aeronave desarrollara el vuelo de crucero, siempre inferior al techo de crucero.
- Velocidad de crucero: máxima velocidad de vuelo de la aeronave, en vuelos comerciales siempre subsónica.
- Ángulo de subida: pendiente de la trayectoria de la aeronave al ganar altura. Puede definirse como:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{V_{vertical}}{V_{horizontal}} \right) (rad)$$

- Ángulo de inclinación: ángulo la aeronave con el suelo o cualquier vector paralelo a este.

2.1.2. Aerodinámica

- Aerodinámica: Ciencia encargada del estudio de las fuerzas que un fluido ejerce sobre un sólido inmerso en su seno cuando hay un movimiento relativo entre ambos.

- Perfil aerodinámico: sólido cuya geometría, estando inmerso en un fluido y habiendo movimiento relativo entre ambos, es capaz de generar una fuerza en la dirección perpendicular al movimiento del fluido.
- Resistencia aerodinámica (D): fuerza contraria al movimiento de un cuerpo generada por el fluido en el cual está inmerso.
- Sustentación aerodinámica (L): fuerza perpendicular a la trayectoria de un sólido generada por el fluido en el cual está inmerso.
- Coefficiente de resistencia aerodinámica (C_D): parámetro adimensional que permite parametrizar la resistencia aerodinámica que generará un determinado sólido, sin necesidad de conocer sus dimensiones ni la velocidad y propiedades del fluido.
- Coefficiente de sustentación aerodinámica (C_L): parámetro adimensional que permite parametrizar la sustentación aerodinámica que generará un determinado sólido, sin necesidad de conocer sus dimensiones ni la velocidad y propiedades del fluido.
- Eficiencia aerodinámica (E_a): relación entre los coeficientes de sustentación y resistencia de un perfil aerodinámico:

$$\frac{C_L}{C_D}$$

- Perfil hipersustentador: sólido cuya geometría permite maximizar la eficiencia aerodinámica

2.1.3. Sistema de propulsión

- Empuje (E): fuerza propulsiva generada por los motores de la aeronave, que permite el movimiento de la misma.
- Gasto máximo de combustible ($G_{f,max}$): cantidad máxima de combustible que puede ser quemada por el motor, definirá la potencia máxima del mismo y el empuje máximo del motor.
- Empuje específico (E_{esp}): empuje que desarrolla el motor en función del consumo de combustible.
- Relación de derivación r_d : relación entre el flujo de aire que trasiega la tobera del fan y el que trasiega el núcleo del motor en un turbofan.

2.2. Introducción a la mecánica de vuelo

La Mecánica de Vuelo es una ciencia aplicada encargada del estudio del movimiento de aeronaves y vehículos aeroespaciales.

En el estudio de movimiento aeronaves (vuelos a baja altura), son de gran importancia los que se denominan campos de fuerza intensos (gravitatorio, fluidomecánico...), siendo prescindibles los campos débiles (radiación solar, magnético...). Estos últimos cobrarían gran importancia en el estudio de vehículos aeroespaciales, vuelo orbital a gran altura.

En cuanto a los movimientos que realiza una aeronave durante el vuelo, se pueden agrupar en dos categorías principales:

- Movimientos grandes: trayectoria del centro de masas y rotaciones en torno al mismo
- Movimientos pequeños: deformaciones elásticas y sistemas articulados.

Este trabajo se centra en el estudio de aeronaves y vuelos a baja altura, teniendo en cuenta los denominados movimientos grandes de la aeronave, no contándose deformaciones elásticas o articulaciones.

La mecánica de vuelo discretiza el estudio del movimiento de la aeronave en tres bloques:

- Actuaciones: movimiento del centro de masas de la aeronave durante su trayectoria
- Estabilidad y control: rotaciones entorno al centro de masas,
- Aeroestabilidad: deformaciones elásticas que provocan modificaciones en las fuerzas aerodinámicas.

Debido a la naturaleza y limitaciones de este trabajo, se centrará en el estudio del movimiento de masas del centro de la aeronave a lo largo de su trayectoria, sabiendo que dicho movimiento se rige por el teorema de la cantidad de movimiento.

Tipos de actuaciones:

- De punto: corresponden a propiedades locales de la trayectoria (techo, entrada en pérdida, velocidad máxima...)
- Integrales: comportamiento global durante la trayectoria (autonomía, gasto...)

Para la realización del estudio se tomarán un planteamiento físico teórico con tres grados de libertad, asociados a los dos desplazamientos (vertical y horizontal) durante la trayectoria de vuelo y a la posible rotación sobre el eje perpendicular al plano vertical.

Antes de comenzar con dicho planteamiento teórico, es necesario establecer las hipótesis que se seguirán durante el desarrollo y planteamiento de los sistemas de ecuaciones:

- Aeronave considerada sólido rígido, con un plano de simetría.
- Motor fijo respecto de la aeronave
- Tierra plana
- Gravedad constante
- Atmósfera en calma (sin viento).
- Vuelo simétrico sobre plano vertical.

Otra parte muy importante a tener en cuenta antes de continuar con el desarrollo de las ecuaciones pasa por definir los sistemas de referencia que se utilizarán:

- SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL: $F_I(O_I, x_I, y_I, z_I)$

Sistema geocéntrico fijo. El origen del sistema de referencia (O_I) será el centro de la Tierra. El eje z_I , coincide con el eje de rotación de la Tierra, en dirección norte. El eje x_I , se sitúa en el Ecuador, con dirección a un punto fijo de la esfera celeste. El eje y_I , completa el triedro directo.

- SISTEMA DE REFERENCIA GEOCENTRICO GIRATORIO: $F_g(O_g, x_g, y_g, z_g)$

Sistema de referencia geocéntrico que para el instante inicial coincide con el inercial y después cambia de posición debido a la rotación terrestre. El eje x_g , se sitúa sobre el meridiano de Greenwich y marca el instante inicial cuando:

$$x_g = x_I$$

- SISTEMAS DE EJES TIERRA $F_e(O_e, x_e, y_e, z_e)$

Sistema topocéntrico giratorio, con origen (O_e) en cualquier parte de la superficie terrestre. El eje z_e , está dirigido hacia el centro de la Tierra. El eje x_e , esta dirigido hacia el norte y contenido en un plano horizontal. El eje y_e , completa el triedro directo. La posición del sistema queda definida por la altitud y la longitud, coordenadas del origen del mismo. Es de gran importancia, pues nos servirá para representar la trayectoria de la aeronave desde su punto de partida.

- SISTEMA DE EJES DE HORIZONTE LOCAL $F_H(O_H, x_H, y_H, z_H)$

Origen (O_H) situado en el plano de simetría de la aeronave, por simplicidad elegimos como origen el centro de masas de la aeronave. Los ejes son paralelos a los del sistema anterior.

- SISTEMA DE EJES DE CUERPO $F_b(O_b, x_b, y_b, z_b)$

Origen (O_b), situado en el centro de masas de la aeronave. El eje x_b , está contenido en el plano de simetría de la aeronave y dirigido hacia la cabina del mismo. El eje z_b , es perpendicular al anterior y hacia abajo. El eje y_b , completa el triedro directo.

- SISTEMA DE EJES DE VIENTO $F_w(O_w, x_w, y_w, z_w)$

Origen (O_w) situado en el centro de masas de la aeronave. El eje x_w , está dirigido por el vector velocidad aerodinámica. El eje está contenido en el plano de simetría dirigido hacia abajo y perpendicular a x_w . El eje y_w completa el triedro directo.

Estos son los sistemas de referencia clásicos utilizados en mecánica de vuelo, de forma general están orientados para su utilización tanto en vuelo orbital como sub-orbital.

2.3. Cambios de base y ángulos fundamentales

En este apartado, se explicará el método para realizar un cambio de base en sistemas de tres ejes de coordenadas, además se definirán los ángulos fundamentales en la Mecánica de Vuelo, y las matrices de cambio de base entre los diferentes sistemas que se utilizarán a lo largo de este planteamiento.

Para orientar dos sistemas de referencia con origen común, se recurre al método de los Ángulos de Euler, por lo cual habrá tres rotaciones sucesivas en un determinado orden. Este orden se denomina convención de Tait-Brayan (Convención 321), esta convención indica que el orden de rotación es: rotación sobre eje Z, rotación sobre eje Y, rotación sobre eje X.

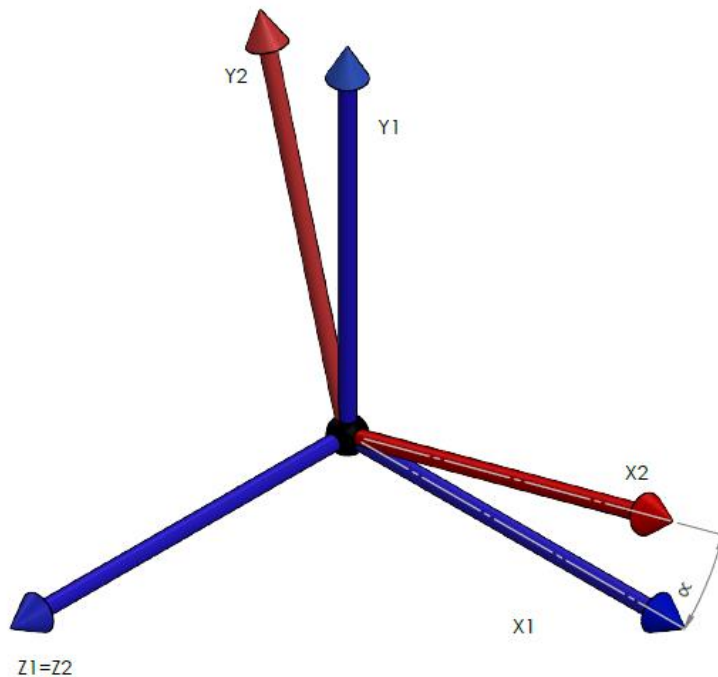


Ilustración 1. Rotación sobre eje Z

La matriz de cambio de base para la rotación representada en la Ilustración 1., es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

$$T_3 = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A continuación, se fijaría el eje Y, realizándose la siguiente rotación:

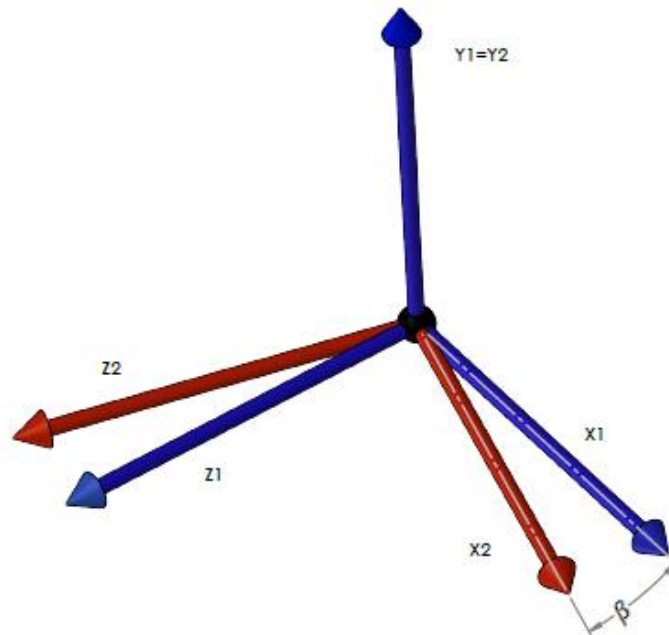


Ilustración 2. Rotación sobre eje Y.

La matriz de cambio de base asociada a la rotación mostrada en la Ilustración 2., es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$$

Por último, se realiza la rotación fijando el eje X:

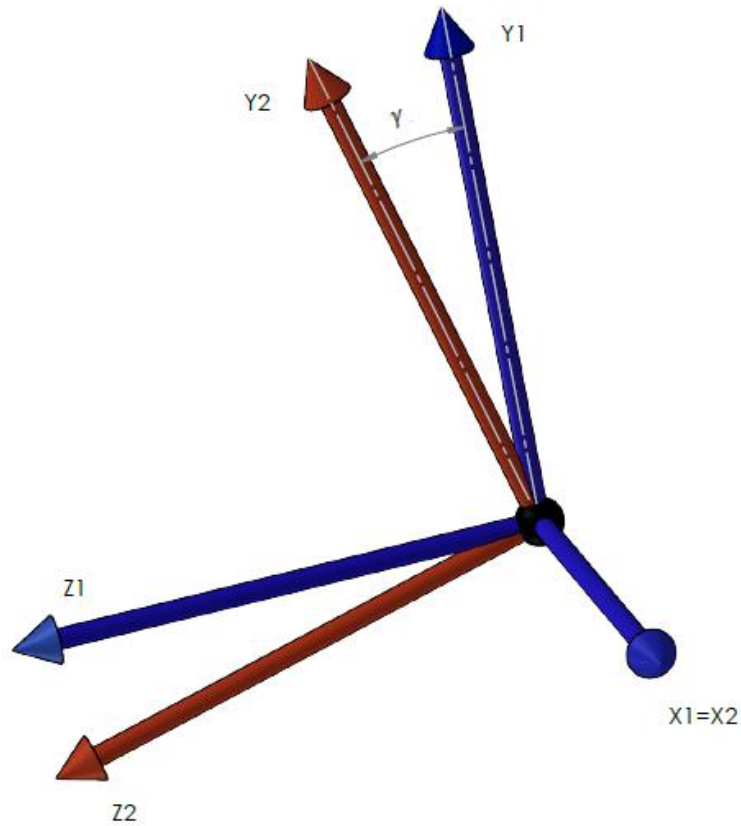


Ilustración 3. Rotación sobre eje X.

La matriz de cambio de base asociada a la rotación mostrada en la Ilustración 3., es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}$$

Para definir la orientación de los sistemas de referencia, se realizará una composición de las tres rotaciones, obteniendo:

$$T^{12} = T_1 T_2 T_3$$

$$T^{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T^{12} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \beta \sin \alpha & \sin \beta \\ -\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \gamma \sin \beta & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \gamma \sin \alpha \sin \beta & \sin \gamma \cos \beta \\ \sin \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \cos \gamma \sin \beta & -\cos \alpha \sin \gamma - \cos \gamma \sin \alpha \sin \beta & \cos \gamma \cos \beta \end{pmatrix}$$

Este planteamiento teórico será el utilizado para calcular las matrices de cambio de base entre los distintos sistemas de referencia utilizados para el estudio del movimiento de la aeronave. También se hace necesario conocer los ángulos fundamentales de la mecánica de vuelo.

En primer lugar, se estudiará la rotación entre el sistema de ejes de viento y el sistema de horizonte local:

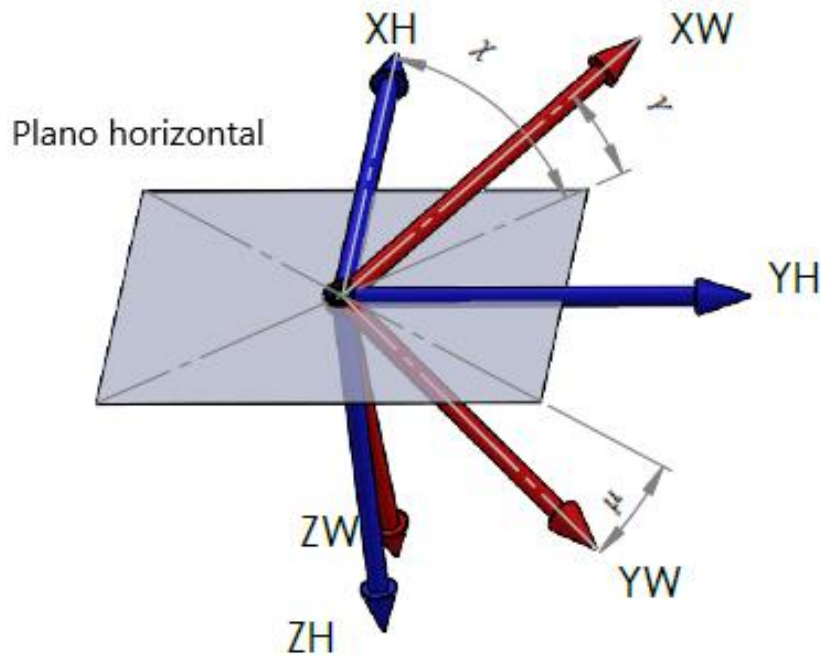


Ilustración 4. Rotación entre el sistema de ejes de horizonte local y el sistema de ejes de viento.

La matriz de cambio de base obtenida para esta rotación es:

$$T^{WH} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \mu & \sin \mu \\ 0 & -\sin \mu & \cos \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \chi & \sin \chi & 0 \\ -\sin \chi & \cos \chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T^{WH} = \begin{pmatrix} \cos \gamma \cos \chi & \cos \gamma \sin \chi & -\sin \gamma \\ -\cos \mu \sin \chi + \cos \chi \sin \gamma \sin \mu & \cos \mu \cos \chi + \sin \gamma \sin \chi \sin \mu & \sin \mu \cos \gamma \\ \sin \mu \sin \chi + \cos \mu \cos \chi \sin \gamma & -\cos \chi \sin \mu + \cos \mu \sin \chi \sin \gamma & \cos \gamma \cos \mu \end{pmatrix}$$

En lo referente a los ángulos presentados, se pueden definir como:

- μ : **Ángulo de alabeo**: ángulo formado por el eje y_w y la intersección entre el plano horizontal y el plano $y_w z_w$. Positivo al bajar el ala derecha
- χ : **Ángulo de guiñada de la velocidad**: ángulo formado por la proyección del vector velocidad sobre el plano horizontal y el eje y_w . Positivo hacia el este.
- θ : **Ángulo de asiento de la velocidad**: ángulo formado por el vector velocidad aerodinámica y el plano de horizonte local. Positivo al subir la aeronave.

A continuación, se mostrará la rotación entre el sistema de ejes de cuerpo y el sistema de ejes de viento:

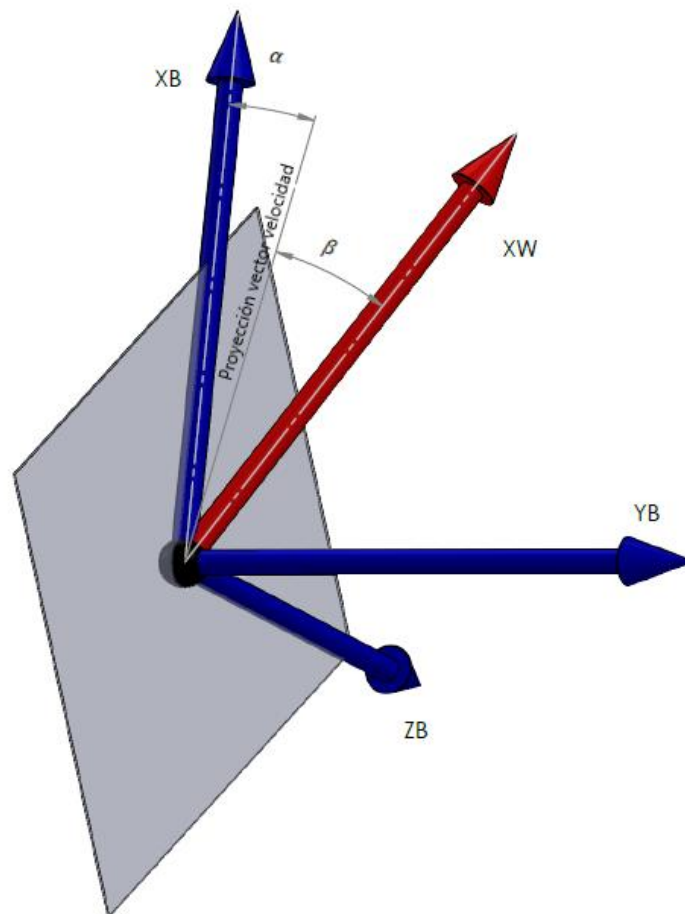


Ilustración 5. Rotación entre el sistema de ejes de cuerpo y el sistema de ejes de viento.

La matriz de cambio de base obtenida para esta rotación es:

$$T^{BW} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

En lo referente a los ángulos presentados, se pueden definir como:

- **α : Ángulo de ataque:** ángulo formado por la proyección del vector velocidad sobre el plano de simetría y en eje x_B . Positivo cuando entra a la aeronave desde abajo.
- **β : Ángulo de resbalamiento:** ángulo formado por el vector velocidad y el plano de simetría. Positivo cuando entra a la aeronave por la derecha.

Por último, a partir de estas dos matrices de cambio de base, podemos componer la matriz de cambio de base entre ejes de cuerpo y de horizonte local:

$$T^{BH} = T^{BW}T^{WH}$$

$$T^{BH} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \cos \chi - \cos \alpha \sin \beta (-\cos \mu \sin \chi + \cos \chi \sin \gamma \sin \mu) - \sin \alpha (\sin \mu \sin \chi + \cos \mu \cos \chi \sin \gamma) \\ \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \sin \chi - \cos \alpha \sin \beta (-\cos \chi \sin \mu + \cos \mu \sin \chi \sin \gamma) - \sin \alpha (-\cos \chi \sin \mu + \cos \mu \sin \chi \sin \gamma) \\ -\sin \gamma \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta (\cos \gamma \cos \mu) - \sin \alpha (\cos \gamma \cos \mu) \end{pmatrix}$$

Una vez realizada esta introducción a la mecánica de vuelo, sus sistemas de referencia y los cambios de base utilizados, se procederá con la presentación de modelos de influencia para el estudio que restan.

Para más información sobre el tema consultar: “Gómez, A.; Pérez, M. Puentes, C. (2012)”; “Rivas, D. (2013)”.

2.4. Modelo de atmósfera

El primer paso para establecer un modelo teórico de cálculo es definir el entorno en el cual se va a estudiar el movimiento de la aeronave.

En este trabajo se utilizará el modelo de atmósfera internacional para definir el medio en el cual se produce el movimiento (ISA International Standard Atmosphere), este modelo considera el aire como gas perfecto, y las expresiones para calcular las variables de presión, densidad y temperatura, varían en función de la altura, es decir, en función de la atmósfera en la cual se mueva la aeronave:

1) TROPOSFERA ($0 \leq h \leq h_{11}$; $h_{11} = 11000$ (m))

$$T = T_0 - \alpha_T h$$
$$p = p_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0}\right)^{\frac{g}{R_g \alpha_T}}$$
$$\rho = \rho_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0}\right)^{\frac{g}{R_g \alpha_T} - 1}$$

2) ESTRATOSFERA ($h > h_{11}$)

$$T = T_{11}$$
$$p = p_{11} e^{\left(\frac{-g(h-h_{11})}{R_g \theta_{11}}\right)}$$
$$\rho = \rho_{11} e^{\left(\frac{g(h-h_{11})}{R_g \theta_{11}}\right)}$$

Siendo:

$$p: \text{presión (Pa)}$$
$$\rho: \text{densidad (kg/m}^3\text{)}$$
$$T: \text{temperatura (K)}$$

Los valores en la superficie y las constantes son:

$$T_0 = 288,15 \text{ (K)}$$
$$p_0 = 101325 \text{ (Pa)}$$
$$\rho_0 = 1,225 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$
$$\alpha_T = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ (K/m)}$$
$$R_g = 287,05 \text{ (J/kgK)}$$

Como este trabajo se centra en vuelos sub-orbitales a baja altura, siempre se actuará dentro de la troposfera.

Modelo ISA extraído de: "Rivas, D. (2013)".

2.5. Modelo aerodinámico

Este apartado de la memoria se centra en el estudio de las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre la aeronave.

En primer lugar, se puede definir la **Aerodinámica** como la Ciencia que se encarga del estudio de las fuerzas ejercidas por un fluido sobre un sólido inmerso en su seno, siempre que haya movimiento relativo entre ambos.

Estas fuerzas son debidas sobre todo a la fricción (viscosidad del fluido) y a los gradientes de presión generados, a su vez debidos a los cambios de velocidad que experimenta el fluido en zonas muy próximas a la superficie del sólido (capa límite).

Antes de proceder de forma más detallada con el estudio de las fuerzas aerodinámicas, se resumirán algunos conceptos fundamentales:

- Capa límite: fenómeno que aparece al estar en contacto un fluido en movimiento sobre la superficie de un sólido (en reposo).

La capa molecular de aire en contacto directo con la superficie del fluido permanece adherida a dicha superficie, desarrollándose así un perfil de velocidad en el seno del campo fluido tal que su velocidad sea nula en el punto de contacto superficial, y aumente a medida que nos distanciamos de la superficie, generando un perfil que teóricamente puede ser definido como parabólico, hasta que, en un punto suficientemente alejado de dicha superficie, la velocidad es la propia de la corriente.

Este perfil genera gradientes de velocidad, que, a su vez, generarán variaciones de presión.

La capa límite, a su vez, puede dividirse en dos partes principales, la capa límite laminar y la turbulenta.

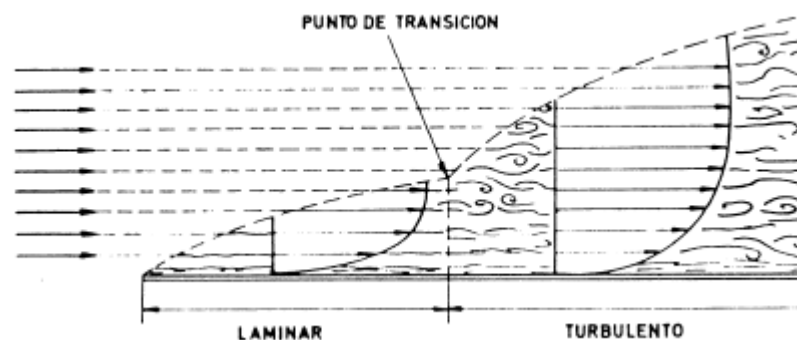


Ilustración 6. Capa límite.

(tomado de: Sacrpín, G.H. Aerodinámica de perfiles).

En lo que respecta a la resistencia aerodinámica, existe un fenómeno importante asociado a la capa límite, y es el desprendimiento de la misma:



Ilustración 7. Desprendimiento de la capa límite.

(tomado de: Herrero, R. Aerodinámica).

Como se muestra en la Ilustración 7., el desprendimiento de la capa límite genera vórtices, los cuales generan depresiones que contribuyen a aumentar la resistencia aerodinámica. Siendo más acusado este fenómeno cuando se desprende la capa laminar, por ello es importante suavizar la salida donde el fluido se separa de la superficie, así como conseguir que en ese punto la capa límite sea turbulenta.

- **Perfil aerodinámico:** se trata de una geometría diseñada para minimizar la resistencia aerodinámica, es decir, reducir los efectos de la fricción y del desprendimiento de la capa límite.

Para ello, hay que suavizar tanto la entrada como la salida del contacto superficial del sólido y el fluido:

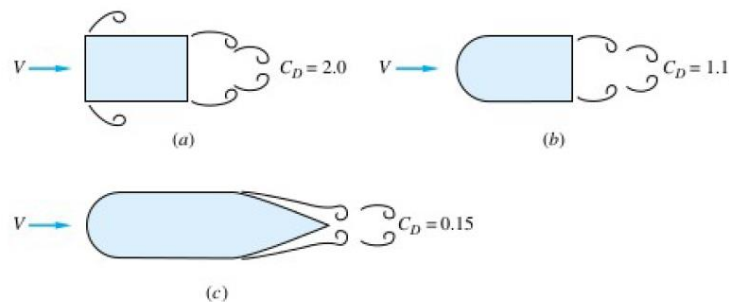


Ilustración 8. Cuerpos romos.

(tomado de: Herrero, R. Aerodinámica).

En la Ilustración 8., se puede apreciar la diferencia entre los valores del coeficiente de resistencia, dependiendo de la geometría, la función de suavizar entradas y salidas es reducir la resistencia aerodinámica.

Entre los perfiles aerodinámicos, para este trabajo es de vital interés un tipo particular de los mismos, siendo este el **perfil hipersustentador**, este es un tipo de perfil cuya geometría no solo pretende reducir la resistencia, sino maximizar la sustentación.

La base teórica para su concepción se basa en conseguir una geometría en la cual las dos corrientes del fluido (superior e inferior) que trasiegan el perfil sean diferentes, lo que implica que en una de las dos zonas haya mayor presión que en la otra, generando así una fuerza resultante en dirección perpendicular al flujo, la conocida como fuerza de sustentación.

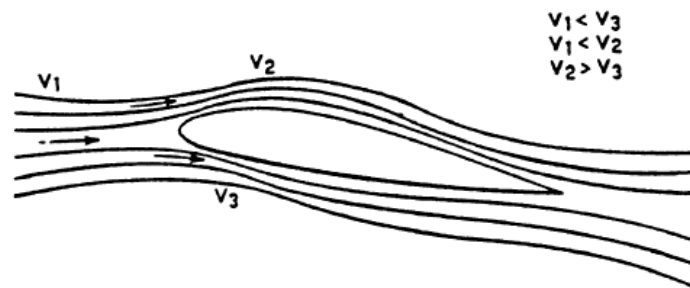


Ilustración 9. Perfil hipersustentador.

(tomado de: Sacrpín, G.H. Aerodinámica de perfiles).

Como resumen general decir que, en este tipo de perfiles, la sustentación aerodinámica ha de ser muy superior a la resistencia de la misma.

- Coeficientes de sustentación y arrastre C_L, C_D : Son magnitudes adimensionales que permiten, de manera general, definir la capacidad de sustentación o la resistencia que ofrecerá un determinado cuerpo o perfil, ante un flujo cualquiera.

Conocidas las características del fluido, del flujo y del sólido, permitirán el cálculo de las fuerzas aerodinámicas de actuación para la situación dada. El cálculo de estos coeficientes, podría definirse como la parte más compleja de la aerodinámica, pues existen muchas magnitudes de influencia sobre los mismos. Además, no existe una teoría consagrada para su cálculo en una situación general, sino que se determinan de forma experimental para una determinada o determinadas situaciones ya se extrapolan los resultados. El método más “sencillo” o accesible hoy día a su cálculo es a través de simulaciones CFD.

No obstante, decir que existen planteamientos teóricos, como la ecuación del polar alar, que permiten un acercamiento al cálculo de dichos coeficientes.

Por último, estaría la opción experimental, en la misma, se obtendrían gráficas de la variación de los coeficientes con el ángulo de ataque para un Reynolds dado, como se muestra en los gráficos 1 y 2.

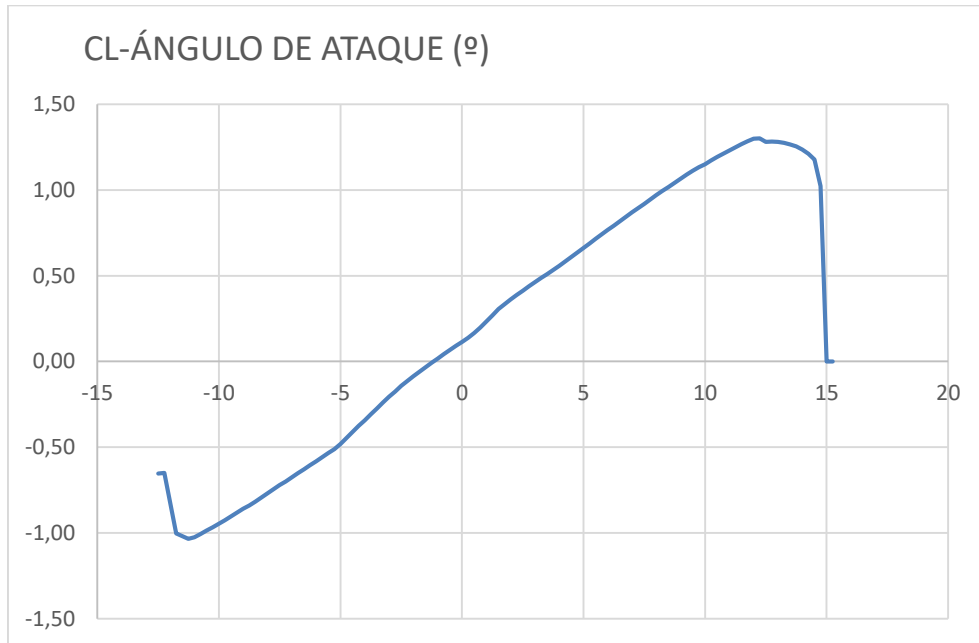


Gráfico 1. Variación de coeficiente de sustentación aerodinámica para el perfil hipersustentador NACA 1408. $Re=1000000$.

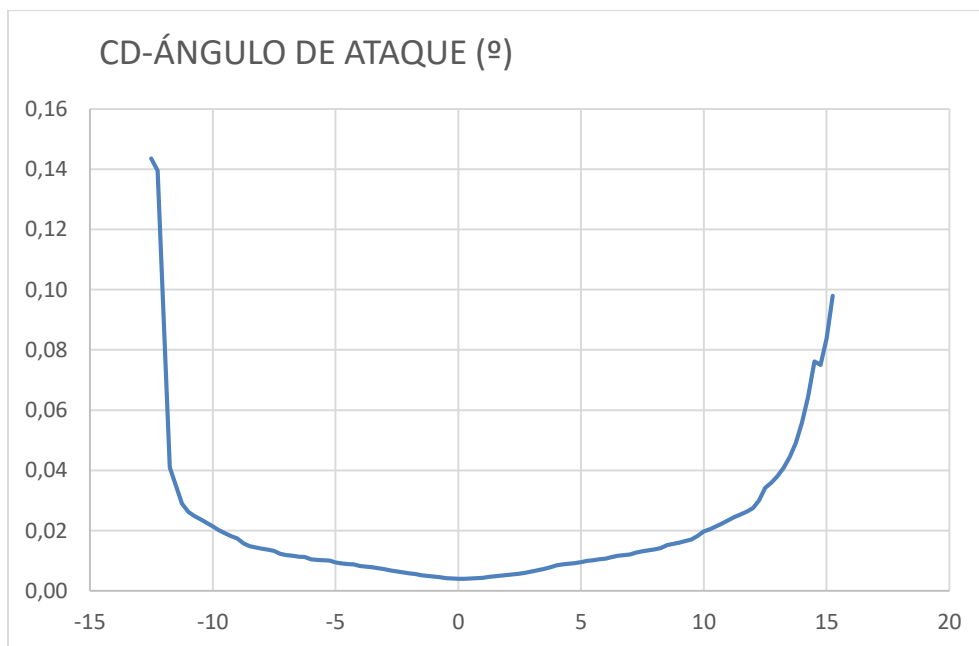


Gráfico 2. Variación de coeficiente de resistencia aerodinámica para el perfil hipersustentador NACA 1408. $Re=1000000$.

Para más información sobre este y otros perfiles consultar: “Perfiles hipersustentadores NACA”.

- Ángulo de ataque α : este es el ángulo entre la dirección del flujo y la cuerda o eje del perfil hipersustentador de la aeronave, es decir, el ángulo que formará el sistema de ejes de viento con el sistema de ejes de cuerpo. Las fuerzas aerodinámicas están muy influenciadas por dicho ángulo.

Una vez realizada esta breve introducción a la Aerodinámica, pasamos al estudio de las fuerzas aerodinámicas que actuarán sobre la aeronave.

En este punto se realizan simplificaciones, sujetas a las siguientes hipótesis:

- Fuerzas aerodinámicas aditivas: esta hace referencia a que la fuerza aerodinámica total será la suma de las fuerzas que actúan en cada parte de la aeronave (fuselaje, alas, timón de cola...)
- Sustentación y resistencia del timón de cola despreciables: solamente se considerarán las fuerzas de sustentación y resistencia generadas por la superficie alar y la fuerza de resistencia generada por el cuerpo (fuselaje) de la de la aeronave.
- Cuerpo de la aeronave (fuselaje) con resistencia independiente del ángulo de ataque: el coeficiente de resistencia del cuerpo de la aeronave se supone constante.

Como se ha citado se estudiarán tres fuerzas:

- Sustentación alar:

$$L = \frac{1}{2} \rho(h) V^2 S_{\text{alar}} C_L (N) \quad (\text{Ec. 1})$$

- Resistencia alar:

$$D_{\text{alar}} = \frac{1}{2} \rho(h) V^2 S_{\text{alar}} C_{D_{\text{alar}}} (N) \quad (\text{Ec. 2})$$

- Resistencia del fuselaje:

$$D_{\text{cuerpo}} = \frac{1}{2} \rho(h) V_{xB}^2 S_{\text{alar}} C_{D_{\text{cuerpo}}} (N) \quad (\text{Ec. 3})$$

Como se observa, las fuerzas aerodinámicas dependen de la densidad el fluido, en el caso de estudio, el fluido de trabajo es el aire. Las propiedades de dicho fluido varían en función de la altura según el modelo de atmósfera tomado.

Además, los coeficientes de resistencia y sustentación alares son función de:

$$C_L = \varphi_1(\alpha, M, R_e) = \varphi_1(\alpha, \gamma, \mu, \rho, T, R_g)$$

$$C_{D_{\text{alar}}} = \varphi_2(\alpha, M, R_e) = \varphi_2(\alpha, \gamma, \mu, \rho, T, R_g)$$

Así pues, las fuerzas aerodinámicas serán función de:

$$L = \zeta_1(\alpha, \gamma, \mu, \rho, T, R_g, z, S_{\text{alar}})$$

$$D_{\text{alar}} = \zeta_1(\alpha, \gamma, \mu, \rho, T, R_g, z, S_{\text{alar}})$$

Así pues, la dependencia de dichas fuerzas puede descomponerse en dos grupos fundamentales:

- Propiedades del fluido
- Geometría del perfil
- Velocidad relativa entre ambos

Antes de finalizar este apartado, introducir una nueva magnitud de utilidad, siendo esta la eficiencia aerodinámica del perfil, magnitud que nos marca la relación entre la sustentación y la resistencia generadas por dicho perfil.

$$E_a = \frac{C_L}{C_D} = \varphi_3(\alpha, \gamma, \mu, \rho, T, R_g) \quad (\text{Ec. 4})$$

Este breve resumen trata de dar una idea general de los conceptos de Aerodinámica necesarios para poder plantear con rigor las ecuaciones que regirán el movimiento de la aeronave.

2.6. Modelo propulsivo

Otro punto fundamental a tener en cuenta es el sistema de propulsión utilizado por la aeronave, en este punto, podríamos distinguir numerosos sistemas:

- Turbohélice
- Turborreactor
- Turbofan
- Estatorreactor
- Pulsorreactor
- Propfan
- Scramjet
- Termorreactor

Esta lista no supone la totalidad de los motores a reacción existentes, sino una lista que muestra posibles variantes de propulsión para aeronaves, en lo referente a vuelos comerciales (civiles), los más utilizados serían el turborreactor y el turbofan.

Para este trabajo se propondrá un modelo de propulsión sustentado por un turbofan.



Ilustración 10. Motor Turbofan.

(tomado de: Nyhuis, P. (2014)).

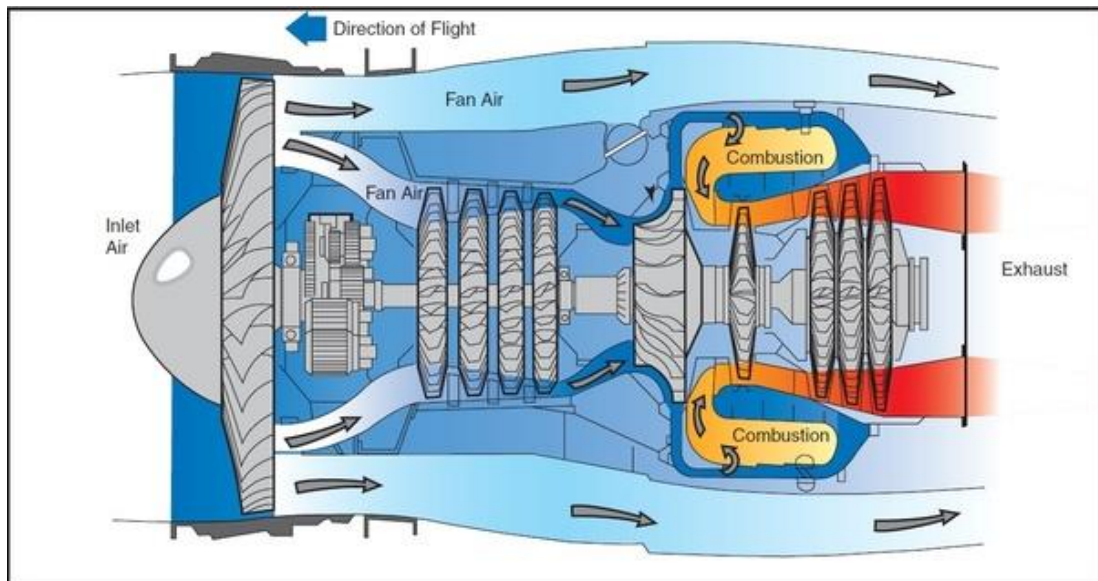


Ilustración 11. Flujos en el motor Turbofan.

(tomado de: Puello, N. (2018)).

Sin entrar en excesivo detalle del mecanismo interior del motor, podemos nombrar las partes principales en orden desde la entrada de aire en su interior:

- Difusor
- Fan
- Compresor
- Cámara de combustión
- Turbina
- Tobera

En este tipo de motores térmicos se ha de distinguir entre dos flujos:

- Flujo primario: flujo de aire que trasiega el núcleo del motor, se trata del flujo interno, aquel que experimenta la combustión.
- Flujo secundario: flujo de aire exterior, no experimenta combustión.

En las Ilustraciones 12 y 13, se representa de forma aproximada el ciclo termodinámico que experimentan ambos flujos.

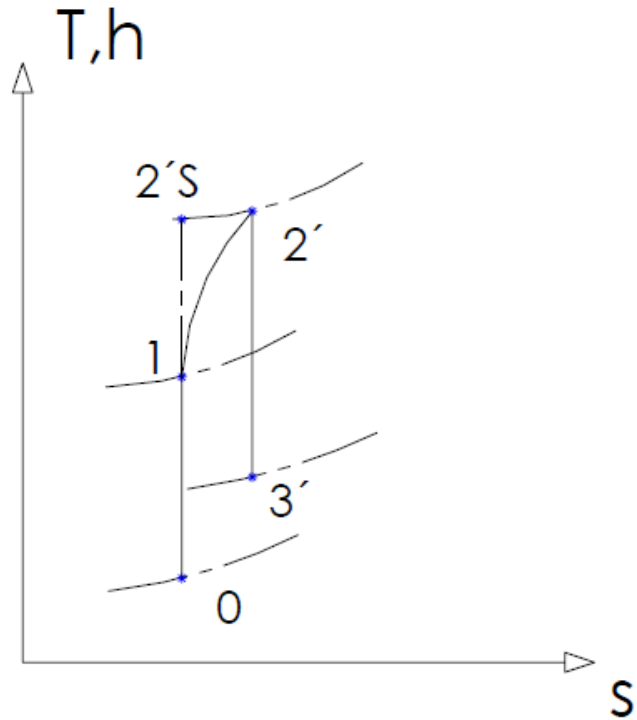


Ilustración 12. Flujo secundario en Turbofan

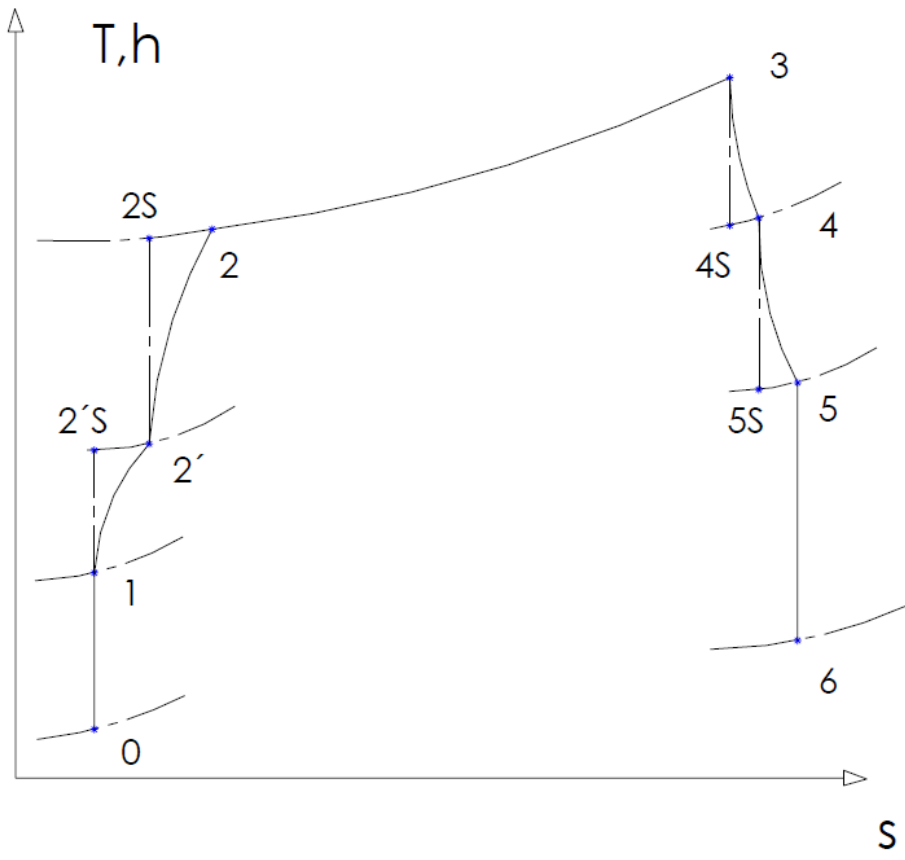


Ilustración 13. Flujo primario en Turbofan

Se explicará el ciclo en función de sus sucesivas etapas:

- 1ª Etapa: En esta etapa nos encontramos la **entrada de aire dentro del motor a través del difusor**, el cual entra a la velocidad de vuelo de la aeronave. En el difusor, este pierde parte de su energía cinética, transformando la misma en presión.
- 2ª Etapa: El flujo de aire, tras su paso por el difusor se encuentra con el **fan**, en este, se produce un aumento de presión que puede variar en función de la relación de compresión del fan. Tras esta compresión, llega la división en dos flujos.
- 3ª Etapa: El aire tras su paso por el fan, se encuentra con el **compresor**, en el mismo sigue aumentando la presión del mismo en función de la relación de compresión del compresor.
- 4ª Etapa: Una vez comprimido, el aire entra en la **cámara de combustión**, donde se inyecta el combustible y se produce la reacción de combustión, lo que aumenta la temperatura del aire, aumentando la energía que este contiene.
- 5ª Etapa: El aumento de energía obtenido tras la combustión se aprovecha en la **turbina**, donde se reduce la presión y la temperatura del fluido. El objetivo de esta es producir el trabajo necesario para accionar al compresor y vencer las pérdidas mecánicas del sistema.
- 6ª Etapa: Por último, el fluido, tras trasegar la turbina, saldrá del motor por una **tobera**, en esta el funcionamiento es inverso al difusor, pues la energía de presión y temperatura se transforma en energía cinética. La velocidad de salida de los gases de combustión de la tobera serán los responsables de generar el empuje que propulsa la aeronave.

Todas las etapas anteriores corresponden al flujo total o al flujo primario, a continuación, se explica la etapa que sufre el flujo secundario tras la división del flujo completo en dos.

- 7ª Etapa: el flujo secundario sale del motor por la tobera del fan. Al igual que la tobera de flujo principal, la energía debida a la presión se transforma en energía cinética, aumentando la velocidad de salida del flujo secundario, contribuyendo este al empuje desarrollado por el motor.

Hay que tener en cuenta que todos los elementos nombrados tendrán pérdidas, no obstante, las toberas y el difusor pueden suponerse isentrópicos.

Dentro del compresor y la turbina se podría hacer un análisis en detalle de los escalonamientos de los mismos, así como comparativas de cómo influye la geometría y tamaño de los álabes en el rendimiento global del motor. No obstante, el trabajo se centrará en un estudio global del motor a reacción que nos permita calcular el empuje de la aeronave.

Una vez presentados los fundamentos teóricos, se procederá con el planteamiento de las ecuaciones que regirán el modelo propulsivo de la aeronave. Para ello se utilizará un modelo de gas perfecto, de manera que:

$$C_p = cte.$$

Además, se supondrá que la mezcla de aire combustible, no modificará las propiedades del aire, utilizándose estas como referencia.

En primer lugar, se han de determinar las condiciones iniciales:

- Punto 0:

$$T_0 = T_{amb} (K)$$

$$p_0 = p_{amb} (Pa)$$

$$V_0 = V_{vuelo} (m/s)$$

$$h_0 = C_p T_0 \left(J/kg \right)$$

Las condiciones iniciales son las correspondientes a las condiciones ambiente en cada instante, definido por las ecuaciones del modelo de atmósfera internacional (ISA).

La siguiente etapa es la compresión dinámica del difusor:

- Punto 1:

$$h_1 = h_0 + \frac{V_0^2}{2} \left(J/kg \right)$$

$$T_1 = \frac{h_1}{C_p} (K)$$

$$p_1 = p_0 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} (Pa)$$

Una vez completada esta etapa el fluido pasa por el fan:

- Punto 2':

$$p_{2'} = p_1 r_{fan} (Pa)$$

$$T_{2'S} = T_1 \left(\frac{p_1}{p_{2'}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} (K)$$

$$\eta_{fan} = \frac{T_{2'S} - T_1}{T_{2'} - T_1} \Rightarrow T_{2'} = T_1 + \frac{T_{2'S} - T_1}{\eta_c} (K)$$

$$h_{2'} = C_p T_{2'} \left(J/kg \right)$$

Tras el paso por el fan el flujo se divide en dos partes, la que trasiega el núcleo del motor y la que sale al exterior por la tobera del fan. En primer lugar, se analizará el flujo secundario.

- Punto 3': ahora el flujo secundario saldrá al exterior por la tobera del fan, pudiendo diferenciarse dos situaciones, que la tobera se encuentre o no bloqueada. El planteamiento para discretizar entre las dos situaciones sería el siguiente:

$$p_{3' \text{ crítica}} = p_{2'} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right)} \text{ (Pa)}$$

A partir del valor de esa presión crítica, podrá definirse el límite de bloqueo de la tobera, de manera que:

$$\text{Si } p_{3' \text{ crítica}} > p_{amb} \Rightarrow \text{tobera bloqueada} \Rightarrow p_{3'} = p_{3' \text{ crítica}} \text{ (Pa)}$$

$$\text{Si } p_{3' \text{ crítica}} < p_{amb} \Rightarrow \text{tobera no bloqueada} \Rightarrow p_{3'} = p_{amb} \text{ (Pa)}$$

Una vez definida la Discretización se puede proseguir con el cálculo:

$$T_{3'} = T_{2'} \left(\frac{p_{2'}}{p_{3'}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \text{ (K)}$$

$$V_{3'} = \sqrt{2C_p(T_{2'} - T_{3'})} \text{ (m/s)}$$

Una vez definido todo el flujo secundario, se procede con el estudio del flujo primario:

En primer lugar, se encuentra el compresor, donde se produce una compresión no isentrópica, gobernada por la relación de compresión del compresor y el rendimiento isentrópico del mismo.

- Punto 2:

$$p_2 = p_{2'} r_c \text{ (Pa)}$$

$$T_{2S} = T_{2'} \left(\frac{p_{2'}}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \text{ (K)}$$

$$\eta_c = \frac{T_{2S} - T_{2'}}{T_2 - T_{2'}} \Rightarrow T_2 = T_{2'} + \frac{T_{2S} - T_{2'}}{\eta_c} \text{ (K)}$$

$$h_2 = C_p T_2 \text{ (J/kg)}$$

Una vez trasegado el compresor, entra en juego la combustión

- Punto 3: Para poder calcular la temperatura de la cámara de combustión, hay que realizar un balance de energía a la cámara de combustión. Antes de proceder a plantear el balance, decir que se supone despreciable la energía aportada por el combustible debido a la temperatura del mismo a la entrada de la cámara de combustión.

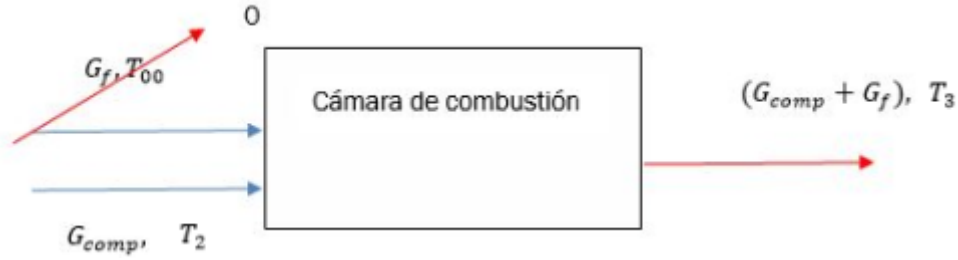


Ilustración 14. Volumen de control cámara de combustión

Realizando el balance de energía a la cámara de combustión, se obtiene:

$$T_3 = \frac{G_f H_C + G_{comp} T_2}{G_{comp} + G_f} \text{ (K)}$$

La presión de salida de la cámara de combustión se calculará a través de la pérdida de carga que se da en la misma:

$$p_3 = p_2(1 - \eta_{cc}) \text{ (Pa)}$$

Siendo:

$$\begin{cases} H_C: \text{Poder calorífico del combustible (J/kg}^\circ\text{C)} \\ T_{00}: \text{Temperatura ambiente a nivel del mar (K)} \\ \eta_{cc}: \text{Pérdida de carga en la cámara de combustión} \end{cases}$$

No obstante, supondremos que no existe pérdida de carga, de manera que:

$$p_3 = p_2 \text{ (Pa)}$$

Una vez dada la combustión, se produce la primera expansión en la primera turbina del motor.

- Punto 5: El objetivo de la turbina, no es extraer del sistema un trabajo útil, sino alimentar al compresor y las pérdidas mecánicas del conjunto (eje primario).

$$\dot{W}_{comp} = \dot{W}_{t1} \eta_{mp} \Rightarrow T_4 = T_3 - \frac{G_{comp}}{G_{comp} + G_f} \frac{T_3 - T_2}{\eta_{mp}} \text{ (K)}$$

Para calcular la presión en este punto, se utilizará la ecuación politrópica, no obstante, primero ha de conocerse la temperatura isentrópica de salida de la turbina.

$$\eta_{t1} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4S}} \Rightarrow T_{4S} = T_3 - \frac{T_3 - T_4}{\eta_{t1}} \text{ (K)}$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{T_3}{T_{4S}} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \text{ (Pa)}$$

A continuación, se produce la segunda expansión en la segunda turbina del motor.

- Punto 5: El objetivo de la turbina, no es extraer del sistema un trabajo útil, sino alimentar al fan y las pérdidas mecánicas del conjunto (eje secundario).

$$\dot{W}_{fan} = \dot{W}_{t2} \eta_{ms} \Rightarrow T_5 = T_4 - \frac{G_{total}}{G_{comp} + G_f} \frac{T_2' - T_1}{\eta_{mp}} \quad (K)$$

Para calcular la presión en este punto, se utilizará la ecuación politrópica, no obstante, primero ha de conocerse la temperatura isentrópica de salida de la turbina.

$$\eta_{t2} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5S}} \Rightarrow T_{5S} = T_4 - \frac{T_4 - T_5}{\eta_{t2}} \quad (K)$$

$$p_5 = p_4 \left(\frac{T_4}{T_{5S}} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (Pa)$$

Tras la turbina se produce la segunda expansión de los gases de combustión, en la tobera del motor, el objetivo de esta es aumentar la velocidad de salida del fluido, siendo esto lo que genera el empuje que propulsa la aeronave.

En lo referente a la tobera, se pueden distinguir diversas configuraciones:

- Tobera convergente
- Tobera convergente-divergente
- Tobera con geometría variable

Para este modelo se utilizará la tobera convergente

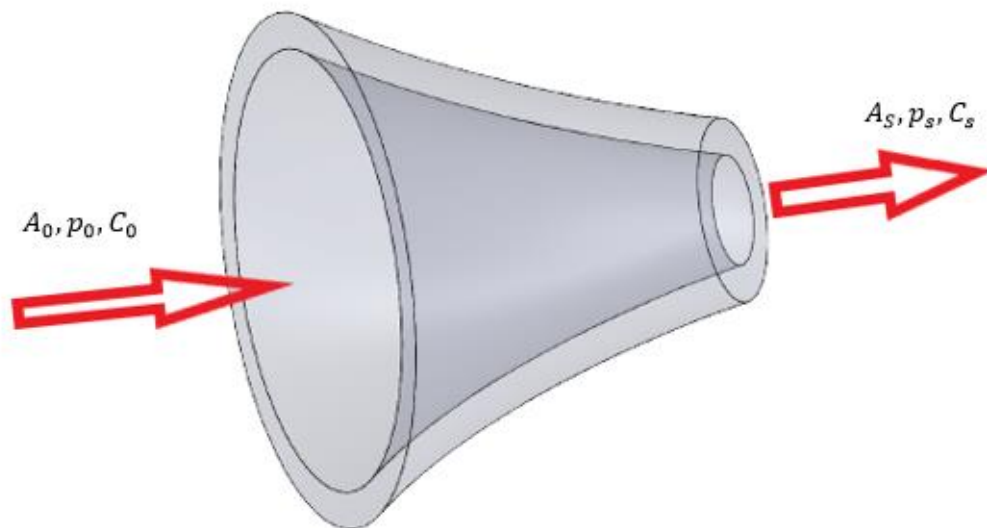


Ilustración 15. Tobera convergente

En cuanto a las toberas convergentes, su característica más importante, es que la velocidad del fluido más elevada, está limitada a la velocidad del sonido en la salida:

$$a = \sqrt{\gamma R_g T_s} \text{ (m/s)}$$

Pueden distinguirse dos situaciones, que la tobera este bloqueada (velocidad de salida igual a la del sonido), o que no haya alcanzado las condiciones críticas, los planteamientos requeridos para cada una de las dos situaciones son diferente, como se presenta a continuación:

$$p_{6\text{crítica}} = p_5 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right)} \text{ (Pa)}$$

A partir del valor de esa presión critica, podrá definirse el límite de bloqueo de la tobera, de manera que:

$$\text{Si } p_{6\text{crítica}} > p_{\text{amb}} \Rightarrow \text{tobera bloqueada} \Rightarrow p_6 = p_{6\text{crítica}} \text{ (Pa)}$$

$$\text{Si } p_{6\text{crítica}} < p_{\text{amb}} \Rightarrow \text{tobera no bloqueada} \Rightarrow p_6 = p_{\text{amb}} \text{ (Pa)}$$

Una vez definida la Discretización se puede proseguir con el cálculo:

$$T_6 = T_5 \left(\frac{p_5}{p_6} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \text{ (K)}$$

$$V_6 = \sqrt{2C_p(T_5 - T_6)} \text{ (m/s)}$$

Si se dispusiese de otro tipo de tobera, el planteamiento debería modificarse para adaptarse a la misma.

El siguiente y último paso es calcular el empuje desarrollado por el turborreactor, para ello acudiremos a la siguiente expresión:

$$E = (p_6 - p_0)A_6 + (p_{3'} - p_0)A_{3'} + G_{\text{comp}}(1 + F)C_6 + G_{\text{fan}}C_{3'} - G_{\text{total}}C_0 \text{ (N)}$$

Siendo:

$$\begin{cases} F: \text{dosado (proporción combustible aire)} \\ A_6: \text{Área de salida de la tobera primaria (m}^2\text{)} \\ A_{3'}: \text{Área de salida de la tobera secundaria (m}^2\text{)} \end{cases}$$

$$A_6 = G_{\text{comp}}(1 + F) \frac{R_g T_6}{p_6 C_6} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$A_{3'} = G_{\text{fan}} \frac{R_g T_{3'}}{p_{3'} C_{3'}} \text{ (m}^2\text{)}$$

2.7. Ecuaciones generales

Para el modelo empleado, como se mencionó anteriormente, solamente se tendrán en cuantos grandes desplazamientos, es decir el propio movimiento del centro de gravedad la aeronave respecto a un sistema de referencia fijo.

En el planteamiento de las ecuaciones diferenciales se utilizarán tres de los sistemas de referencia vistos:

- Sistema de Ejes de Tierra
- Sistema de Ejes de Cuerpo
- Sistema de Ejes de Horizonte Local
- Sistema de Ejes de Viento

Para comenzar el estudio del movimiento de la aeronave, se comenzará por el **estudio dinámico** de la misma, para ello nos apoyaremos en el Teorema de la Cantidad de Movimiento, como no se tienen en cuenta virajes, se reducen los grados de libertad y no será necesaria la utilización del Teorema del Momento Cinético:

$$\vec{F}_E = \frac{d(m\vec{V}_E)}{dt}$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}: \text{Resultante de las fuerzas exteriores.} \\ \vec{V}_E: \text{Velocidad absoluta del centro de masas en el sistema de ejes topocéntrico} \\ m: \text{Masa del avión} \\ t: \text{tiempo} \end{array} \right.$$

Desarrollando la expresión anterior obtenemos:

$$\vec{F}_E = \frac{d(m\vec{V}_E)}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{V}_E + m\frac{d\vec{V}_E}{dt}$$

La variación temporal de la de la masa de la aeronave, coincidirá con el consumo de combustible, pues es la única que puede variar durante un vuelo, siendo la expresión anterior igual a:

$$\vec{F}_E = \frac{d(m\vec{V}_E)}{dt} = -\dot{m}_f\vec{V}_E + m\frac{d\vec{V}_E}{dt}$$

Descomponiendo los vectores se obtiene:

$$\begin{pmatrix} F_{Ex} \\ F_{Ey} \\ F_{Ez} \end{pmatrix} = \dot{m} \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \\ V_{Ez} \end{pmatrix} + m \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \\ V_{Ez} \end{pmatrix} \quad (\text{Ec. 5})$$

En primer lugar, se definirá el vector velocidad, el cual se representa por simplicidad sobre el sistema de ejes de viento de la aeronave:

$$\vec{V}_W = \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (m/s)$$

El objetivo es trasladar y estudiar todas las magnitudes sobre el Sistema fijo de Ejes de Tierra. Este sistema es paralelo al Sistema de ejes de Horizonte Local, por lo tanto, las magnitudes vectoriales de fuerza y velocidad podrán expresarse de igual modo sobre estos dos sistemas de ejes:

$$\vec{V}_E = \vec{V}_H = T^{HW} \vec{V}_W$$

$$\vec{V}_E = (T^{WH})^T \vec{V}_W$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_E &= \begin{pmatrix} \cos \gamma \cos \chi & -\cos \mu \sin \chi + \cos \chi \sin \gamma \sin \mu & \sin \mu \sin \chi + \cos \mu \cos \chi \sin \gamma \\ \cos \gamma \sin \chi & \cos \mu \cos \chi + \sin \gamma \sin \chi \sin \mu & -\cos \chi \sin \mu + \cos \mu \sin \chi \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \sin \mu \cos \gamma & \cos \gamma \cos \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\vec{V}_E = \begin{pmatrix} V \cos \gamma \cos \chi \\ V \cos \gamma \sin \chi \\ -V \sin \gamma \end{pmatrix} (m/s) \quad (\text{Ec. 6})$$

Este es el vector velocidad expresado en el Sistema de ejes de Tierra, a continuación, se calcula su derivada con respecto al tiempo:

$$\frac{d\vec{V}_E}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{V} \cos \gamma \cos \chi - V \sin \gamma \cos \chi \dot{\gamma} - V \cos \gamma \sin \chi \dot{\chi} \\ \dot{V} \cos \gamma \sin \chi - V \sin \gamma \sin \chi \dot{\gamma} - V \cos \gamma \cos \chi \dot{\chi} \\ -\dot{V} \sin \gamma - V \cos \gamma \dot{\gamma} \end{pmatrix} (m/s^2) \quad (\text{Ec. 7})$$

El siguiente paso del planteamiento pasaría por definir las fuerzas de actuación sobre la aeronave:

- Fuerzas gravitatorias: $\vec{F}_G]_E$
- Fuerzas aerodinámicas: $\vec{F}_A]_E$
- Fuerzas de propulsivas: $\vec{F}_P]_E$

De manera que:

$$\vec{F}_E = \vec{F}_G]_E + \vec{F}_A]_E + \vec{F}_P]_E (N) \quad (\text{Ec. 8})$$

Se comenzará por la definición de las fuerzas gravitatorias:

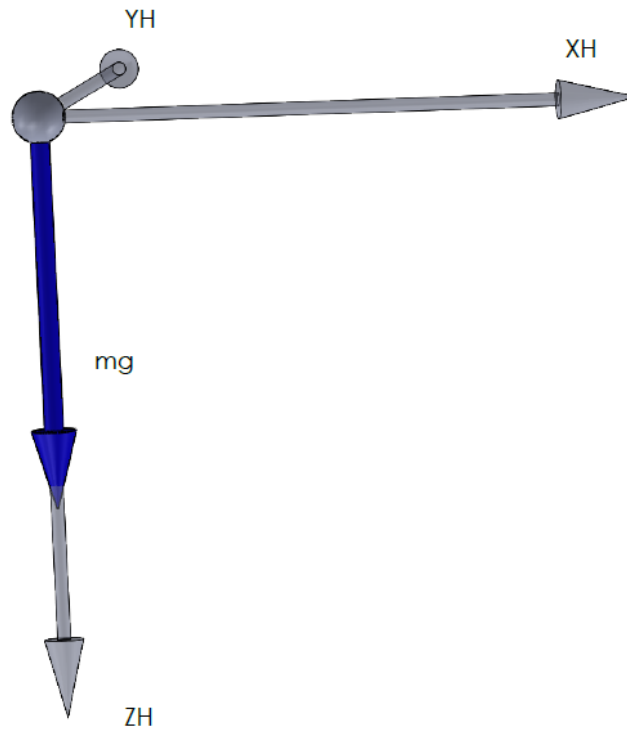


Ilustración 16. Representación de las fuerzas gravitatorias en el Sistema de ejes de Horizonte Local.

Obteniendo la siguiente expresión:

$$\vec{F}_G]_H = \vec{F}_G]_E = m \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} (N) \quad (\text{Ec. 9})$$

A continuación, se estudiarán las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre la aeronave, estas en un principio se representarán sobre el Sistema de ejes de viento:

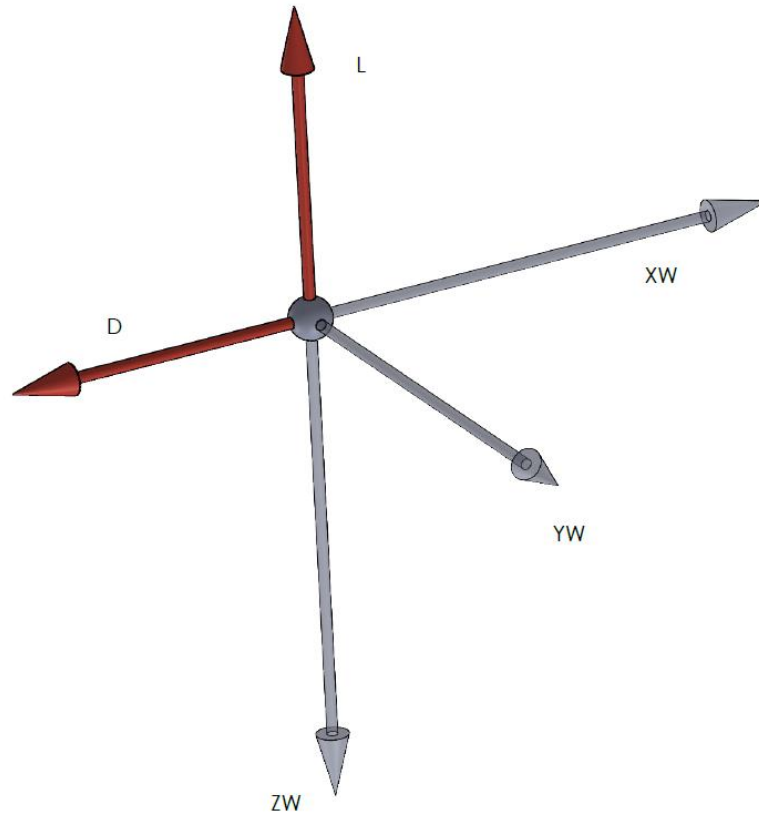


Ilustración 17. Representación de las fuerzas aerodinámicas en el Sistema de ejes de Viento.

Obteniendo la siguiente expresión:

$$\vec{F}_A]_W = \begin{pmatrix} -D \\ -L \\ 0 \end{pmatrix} (N)$$

Siendo:

$$\begin{cases} L: \text{Fuerza de sustentación aerodinámica (N)} \\ D: \text{Fuerza de resistencia aerodinámica (N)} \end{cases}$$

El siguiente paso es proyectar este vector sobre el Sistema de ejes de Horizonte Local:

$$\vec{F}_A]_E = \vec{F}_A]_H = (T^{WH})^T \vec{F}_A]_W$$

$$\vec{F}_A]_E = \begin{pmatrix} -D \cos \gamma \cos \chi - L(\sin \mu \sin \chi + \cos \mu \cos \chi \sin \gamma) \\ -D \cos \gamma \sin \chi - L(-\cos \chi \sin \mu + \cos \mu \sin \chi \sin \gamma) \\ D \sin \gamma - L \cos \gamma \cos \mu \end{pmatrix} (N) \quad (\text{Ec. 10})$$

Por último, se encuentra el estudio de las fuerzas propulsivas que actúan sobre la aeronave, es decir, el empuje generado por el sistema de propulsión, esta fuerza estará contenida en el sistema de ejes de cuerpo de la aeronave:

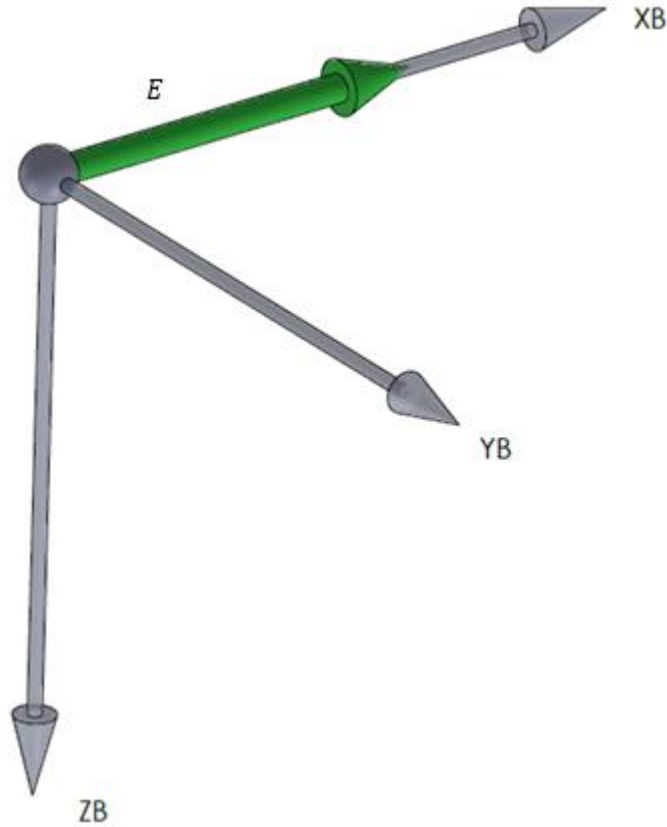


Ilustración 18. . Representación de las fuerzas propulsivas en el Sistema de ejes de Cuerpo

Obteniendo la siguiente expresión:

$$\vec{F}_P]_B = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (N)$$

El siguiente paso es proyectar este vector sobre el Sistema de ejes de Horizonte Local:

$$\vec{F}_P]_E = \vec{F}_P]_H = (T^{BH})^T \vec{F}_T]_B$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_P]_E &= \\ &= E \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \cos \chi - \cos \alpha \sin \beta (-\cos \mu \sin \chi + \cos \chi \sin \gamma \sin \mu) - \sin \alpha (\sin \mu \sin \chi + \cos \mu \cos \chi \sin \gamma) \\ \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \sin \chi - \cos \alpha \sin \beta (-\cos \chi \sin \mu + \cos \mu \sin \chi \sin \gamma) - \sin \alpha (-\cos \chi \sin \mu + \cos \mu \sin \chi \sin \gamma) \\ -\sin \gamma \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta (\cos \gamma \cos \mu) - \sin \alpha (\cos \gamma \cos \mu) \end{pmatrix} (N) \end{aligned}$$

(Ec. 11)

Antes de representar el sistema completo, se harán las simplificaciones pertinentes, en base a las hipótesis planteadas:

- Hipótesis: Vuelo simétrico sobre plano vertical: como consecuencia de esta hipótesis, el eje X y Z de todos los sistemas de referencia estarán contenidos sobre el plano vertical, de modo que:

$$\begin{aligned}\beta &= 0 \\ \chi &= 0 \\ \mu &= 0\end{aligned}$$

Introduciendo estas simplificaciones, en los vectores fuerza, velocidad y aceleración, se obtendrán las siguientes expresiones:

- Fuerza: a continuación, se introducen las simplificaciones en las expresiones Ec.9, Ec.10, Ec.11. Los resultados, a su vez, se introducen en Ec.8, obteniendo:

$$\vec{F}_E = \begin{pmatrix} F_{Ex} \\ F_{Ey} \\ F_{Ez} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -D \cos \gamma - L \sin \gamma \\ 0 \\ -L \cos \gamma + D \sin \gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E(\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma) \\ 0 \\ E(\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) \end{pmatrix} (N)$$

$$\vec{F}_E = \begin{pmatrix} -D \cos \gamma - L \sin \gamma + E(\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma) \\ 0 \\ mg - L \cos \gamma + D \sin \gamma + E(\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) \end{pmatrix} (N) \quad (\text{Ec. 12})$$

- Velocidad: a continuación, se introducen las simplificaciones en Ec.6, obteniendo:

$$\vec{V}_E = \begin{pmatrix} V \cos \gamma \\ 0 \\ -V \sin \gamma \end{pmatrix} (m/s) \quad (\text{Ec. 13})$$

- Aceleración: a continuación, se introducen las simplificaciones en Ec.7, obteniendo:

$$\frac{d\vec{V}_E}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{V} \cos \gamma - V \sin \gamma \dot{\gamma} \\ 0 \\ -\dot{V} \sin \gamma - V \cos \gamma \dot{\gamma} \end{pmatrix} (m/s^2) \quad (\text{Ec. 14})$$

Con las expresiones Ec.12, Ec.13 y Ec.14, se puede plantear el sistema de ecuaciones diferenciales dinámicas que regirá el movimiento de la aeronave, sujeto a las hipótesis (restricciones de partida), para ello, las introducimos en la ecuación Ec.5:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -D \cos \gamma - L \sin \gamma + E(\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma) \\ 0 \\ mg - L \cos \gamma + D \sin \gamma + E(\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) \end{pmatrix} = \\ & = -C \begin{pmatrix} V \cos \gamma \\ 0 \\ -V \sin \gamma \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} \dot{V} \cos \gamma - V \sin \gamma \dot{\gamma} \\ 0 \\ -\dot{V} \sin \gamma - V \cos \gamma \dot{\gamma} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Una vez desarrollado el estudio dinámico, se continuará con el **estudio cinemático**, el cual permitirá definir la trayectoria de la aeronave:

Se parte de la expresión de la velocidad:

$$\frac{d\vec{r}_E}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{pmatrix} = \vec{V}_E \text{ (m/s)}$$

Obteniéndose:

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_E}{dt} \\ \frac{dy_E}{dt} \\ \frac{dz_E}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \cos \gamma \cos \chi \\ V \cos \gamma \sin \chi \\ -V \sin \gamma \end{pmatrix} \text{ (m/s)}$$

Si se aplica la simplificación anterior (Vuelo en plano vertical simétrico), el resultado será:

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_E}{dt} \\ 0 \\ \frac{dz_E}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \cos \gamma \\ 0 \\ -V \sin \gamma \end{pmatrix} \text{ (m/s)}$$

Ya puede quedar definido el **sistema de ecuaciones diferenciales completo**:

$$\begin{aligned} -D \cos \gamma - L \sin \gamma + E(\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma) &= \dot{m}V \cos \gamma + m(\dot{V} \cos \gamma - V \sin \gamma \dot{\gamma}) \\ mg - L \cos \gamma + D \sin \gamma + E(\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) &= -\dot{m} \sin \gamma + m(-\dot{V} \sin \gamma - V \cos \gamma \dot{\gamma}) \\ \dot{x}_E &= V \cos \gamma \\ \dot{z}_e &= -V \sin \gamma \end{aligned}$$

A estas se puede añadir la variación de la masa de la aeronave:

$$\frac{dm}{dt} = -G_f \text{ (kg/s)}$$

Con estas cinco ecuaciones, queda definido el movimiento de la aeronave de forma teórica.

Capítulo 3

Elaboración del modelo

En el siguiente capítulo del trabajo se pretende visualizar la creación de un modelo físico que otorgue la posibilidad de calcular el consumo de combustible de una aeronave.

3.1. Introducción e hipótesis de partida

El planteamiento de dicho modelo se fundamentará en los conceptos teóricos vistos en el capítulo 2 de la memoria, no obstante, se observarán variaciones en los planteamientos. La mayor parte de dichas modificaciones vienen de la mano de la simplificación del modelo con mira a la implementación del mismo en el software de cálculo utilizado.

El primer paso antes de poder plantear ningún modelo matemático es visualizar las condiciones e hipótesis de partida:

- Vuelo suborbital: la trayectoria de la aeronave de estudio será siempre vuelo a “baja altura”, por lo tanto, se dará dentro de la Troposfera ($0 \leq h \leq h_{11}$; $h_{11} = 11000 (m)$). En esta primera capa de la atmósfera, las propiedades del medio, según el modelo de atmósfera internacional (ISA), pueden determinar de acuerdo a las siguientes expresiones.

$$T = T_0 - \alpha_T y (K)$$

$$p = p_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0}\right)^{\frac{g}{R_g \alpha_T}} (Pa)$$

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0}\right)^{\frac{g}{R_g \alpha_T} - 1} (kg/m^3)$$

Siendo:

$$T_0 = 288,15 \text{ (K)}$$

$$p_0 = 101325 \text{ (Pa)}$$

$$\rho_0 = 1,225 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$\alpha_T = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ (K/m)}$$

$$R_g = 287,05 \text{ (J/kgK)}$$

- Tierra plana: En el planteamiento no se tendrá en cuenta la curvatura de la Tierra, lo cual permite simplificar el modelo.
Al considerar vuelo suborbital y Tierra plana, no hay necesidad de tener en cuenta aceleraciones de Coriolis ni la rotación terrestre.
- Aeronave simétrica y aeronave como sólido rígido: Considerar la aeronave como un sólido rígido nos permitirá obviar efectos de deformaciones elásticas en fuselaje, lo cual podría tener efecto sobre la capa límite y por tanto sobre las fuerzas aerodinámicas.
- Vuelo en plano vertical y simétrico: No se consideran virajes, además el empuje y la velocidad estarán contenidos en el mismo plano.
- Modelo aerodinámico simplificado: El tratamiento de las fuerzas aerodinámicas es algo excesivamente complejo para el modelo que en este trabajo pretende realizarse, teniendo que recurrirse a simulaciones CFD para poder determinar los coeficientes.
Se utiliza un modelo simplificado que permita realizar una aproximación de dichas cargas. Para ello se considerará que las fuerzas aerodinámicas son aditivas, es decir que la resultante será la suma de cada una de las generadas por cada parte de la aeronave por separado, esto es una aproximación a la realidad donde dichas fuerzas no son aditivas.
Además, para el cálculo de coeficientes se utilizarán datos experimentales de perfiles hipersustentadores naca.
- Atmósfera en calma: No se considera el efecto del viento sobre la aeronave en el modelo.

Una vez definidas las hipótesis de partida del modelo se puede proceder a un estudio más en profundidad del mismo.

3.2. Sistemas de referencia utilizados y ángulos importantes

En el planteamiento teórico del Capítulo 2, se mostraron los sistemas de referencia típicos utilizados en Mecánica de Vuelo.

En un principio se trató con sistemas generales que permiten el estudio tanto para vuelos orbitales como para vuelo suborbital.

A partir de ahora, por simplicidad de visualización y concordancia con las referencias utilizadas en las diferentes asignaturas del grado, utilizaremos los siguientes sistemas de referencia:

- Sistema de ejes de tierra: $F_e(O_e, x_e, y_e)$

Sistema fijo, con origen (O_e) en cualquier parte de la superficie terrestre. El eje y_e , es vertical dirigido hacia arriba. El eje x_e , está dirigido hacia delante, en la dirección del desplazamiento de la aeronave y contenido en un plano horizontal. Este sistema fijo es aquel que permitirá marcar la trayectoria de la aeronave.

- Sistema de ejes de horizonte local $F_H(O_H, x_H, y_H)$

Origen (O_H) situado en el plano de simetría de la aeronave, por simplicidad elegimos como origen el centro de masas de la aeronave. Los ejes son paralelos a los del sistema de ejes de tierra.

- Sistema de ejes de cuerpo $F_b(O_b, x_b, y_b)$

Origen (O_b), situado en el centro de masas de la aeronave. El eje x_b , está contenido en el plano de simetría de la aeronave y dirigido hacia la cabina del mismo. El eje y_b , es perpendicular al anterior y hacia arriba.

- Sistema de ejes de viento $F_w(O_w, x_w, y_w)$

Origen (O_w) situado en el centro de masas de la aeronave. El eje x_w , está dirigido por el vector velocidad aerodinámica. El eje y_w , está contenido en el plano vertical, perpendicular al anterior y hacia arriba.

A continuación, se muestra una imagen que permita visualizar los sistemas de ejes.

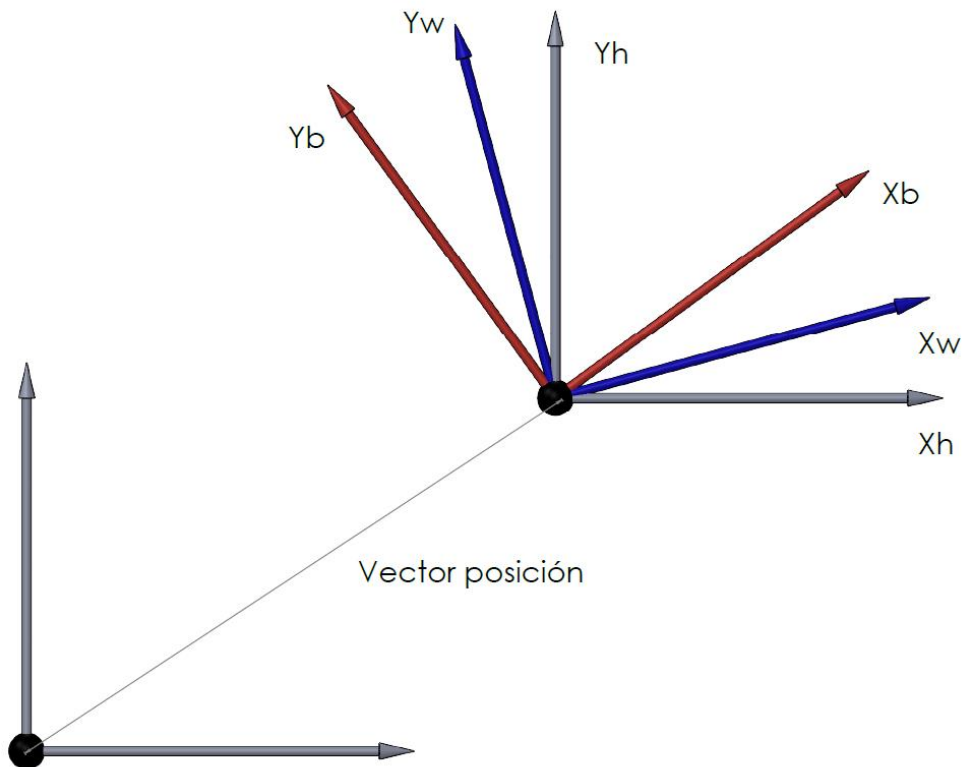


Ilustración 19. Sistemas de referencia.

Se utilizan estos cuatro sistemas de referencia con el objetivo de simplificar el planteamiento del modelo.

La idea de utilizar estos sistemas es poder representar las fuerzas de actuación sobre su sistema correspondiente, para después realizar un cambio de base y poder tratar todo sobre el Sistema de ejes de Horizonte Local, ya que, al ser este paralelo al Sistema de ejes de Tierra, las componentes vectoriales, de fuerza, velocidad y aceleración serán iguales en ambos. Permitiendo esto calcular la trayectoria referida al sistema fija, y así conocer la posición del centro de gravedad de la aeronave en todo momento.

En cuanto a los ángulos destacaremos tres ángulos en este estudio:

- γ : Ángulo de inclinación de la aeronave: Ángulo existente entre el sistema de ejes de cuerpo y el sistema de horizonte local.
- α : Ángulo de ataque: Ángulo de incidencia del viento (con velocidad igual y de sentido opuesto a la de la aeronave) sobre el perfil hipersustentador.
- θ : Ángulo de la velocidad: Ángulo formado por el vector velocidad y el eje x_H .

La relación entre dichos ángulos sería la siguiente:

$$\alpha = \gamma - \theta \text{ (rad)}$$

Siendo positivo el ángulo de ataque cuando entra por debajo del perfil hipersustentador.

3.3. Fuerzas de actuación

En este apartado se realizará el estudio dinámico, visualizando las fuerzas que actúan sobre la aeronave, y calculando las resultantes de las mismas.

Antes de comenzar se hará una breve introducción de dichas fuerzas:

- Fuerzas aerodinámicas (D_{alar}, D_{cuerpo}, L): En lo referente a las cargas aerodinámicas, son fuerzas derivadas del desplazamiento de un fluido (aire) sobre un cuerpo (aeronave), distinguiendo dos tipos: fricción y sustentación.

En cuanto a las fuerzas de fricción, como ya se comentó en las hipótesis de partida, se va a realizar una simplificación conceptual, considerándose las mismas aditivas. Consideraremos la resistencia aerodinámica derivada generada por el cuerpo (fuselaje) de la aeronave (D_{cuerpo}) y por la superficie alar (D_{alar}). Despreciándose los efectos del timón de cola sobre estas cargas.

La fuerza de sustentación es la carga generada por la superficie alar (cuerpo hipersustentador), que genera una fuerza vertical positiva.

- Fuerza de propulsión (E): Es el empuje, fuerza generada por el sistema de propulsión de la aeronave (turborreactor, turbo fan, estatorreactor...).
- Peso ($m.g$): Su origen procede de tres fuentes: masa del cuerpo de la aeronave, masa de la carga y combustible.

Esta será una carga variable, pues la cantidad de combustible disminuye a lo largo del recorrido de la aeronave, y es una parte muy importante de la masa total de la aeronave.

A continuación, se explican dos tipos de cargas, estas son diferentes a las anteriores, pues no se dan durante toda la trayectoria, sino solamente durante el recorrido en pista de la aeronave (actuaciones de despegue y aterrizaje).

- Fricción neumático-suelo (F_{rod}): Fricción derivada de la rodadura de los neumáticos del tren de aterrizaje de la aeronave sobre el asfalto de la pista.
- Reacción del apoyo en pista (R_{suelo}): Reacción que aparece durante el apoyo del tren de aterrizaje en la pista, es una fuerza vertical que equilibrará el peso y la sustentación, además cuando esta fuerza se anula, estaríamos en situación de despegue en la cual la sustentación vencería al peso.

Una vez finalizada esta breve introducción, pasaremos al estudio de las fuerzas y sus expresiones.

3.3.1. Fuerzas propulsivas

En cuanto al sistema de propulsión de la aeronave, este estará generado por el empuje desarrollado por los motores a reacción de la aeronave. Al tratarse de un modelo predictivo el empuje es un parámetro de control en el mismo, es decir, se controlará su valor a través del mando del acelerador, de manera que podrá variarse a voluntad durante la trayectoria de la aeronave.

Para relacionar la magnitud de la fuerza con el mando del acelerador tomaremos valores típicos del empuje específico para motores a reacción y el gasto máximo de combustible de la aeronave, de manera que el mando del acelerador marque una determinada fracción de dicho gasto máximo, siendo el empuje igual a:

$$E = \frac{\tau}{100} G_{f_{max}} E_{esp} (N)$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau: \text{parámetro de control (mando del acelerador)} \\ G_{f_{max}}: \text{gasto máximo de combustible (kg/s)} \\ E_{esp}: \text{Empuje específico (N/(Kg/s))} \end{array} \right.$$

El parámetro de control tomará valores en porcentaje del gasto máximo:

$$\tau = 100 \frac{G_f}{G_{f_{max}}} (\%)$$

En la Ilustración 20., se representa de forma generalizada el empuje sobre la aeronave:

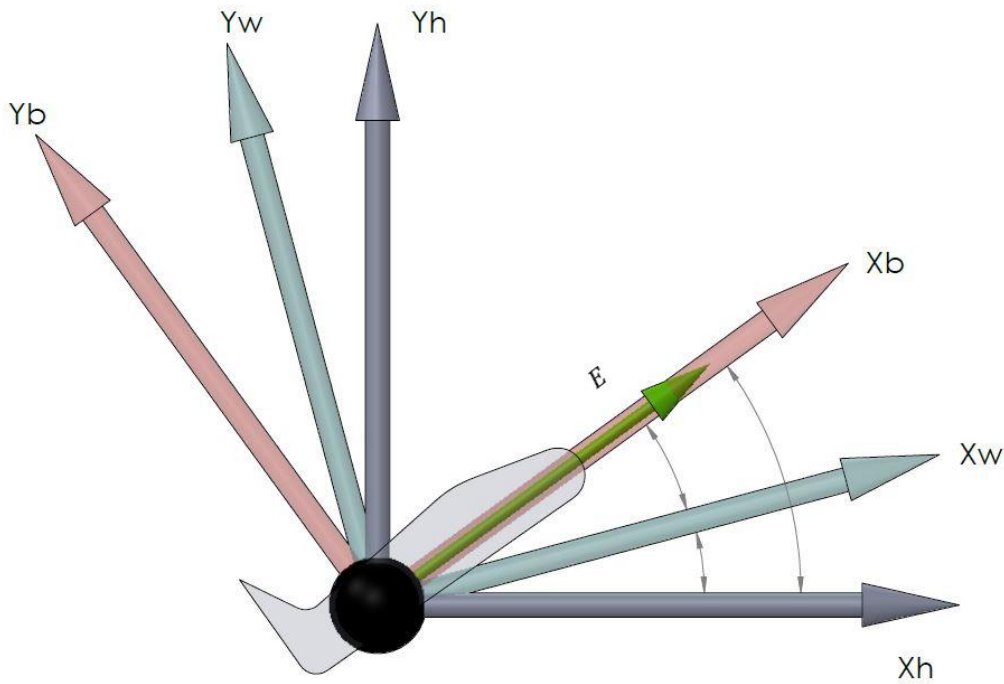


Ilustración 20. Cargas propulsivas sobre la aeronave

3.3.2. Fuerzas aerodinámicas

Se estudiarán a continuación las fuerzas generadas por el movimiento del aire sobre la superficie de la aeronave.

En primer lugar, se estudiará la fuerza aerodinámica generada por el fuselaje de la aeronave (Ec.3):

$$D_{cuerpo} = \frac{1}{2} \rho(h) A_f C_{D_{cuerpo}} V_{bx}^2 \text{ (N)}$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(h): \text{densidad del aire en función de la altura de vuelo (kg/m}^3\text{)} \\ A_f: \text{Área frontal del cuerpo de la aeronave (m}^2\text{)} \\ C_{D_{cuerpo}}: \text{Coeficiente de fricción del cuerpo de la aeronave} \\ V: \text{Velocidad de incidencia del aire (m/s)} \end{array} \right.$$

Se tomará el cuerpo de la aeronave como un cilindro romo acabado en esfera (cabina):



Ilustración 21. Cuerpo romo para aproximar fuselaje de aeronave.

(tomado de Herrero, R. Aerodinámica).

Como se apreciará esta es una aproximación, pues la geometría de una aeronave comercial es más compleja, no obstante, un estudio detallado de la fricción generada por el fuselaje requeriría disponer de un modelo CAD muy preciso y una simulación CFD, lo cual no es objeto de este trabajo.

En cuanto al área frontal podemos expresarla como:

$$A_f = \frac{\pi D^2_{cilindro}}{4} (m^2)$$

A continuación, se estudiarán las fuerzas aerodinámicas generadas por los perfiles alares (Ec.2 y Ec.1):

$$D_{alar} = \frac{1}{2} \rho(h) S_{alar} C_{D_{alar}} V^2 (N)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho(h) S_{alar} C_L V^2 (N)$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(h): \text{densidad del aire en función de la altura de vuelo } (kg/m^3) \\ S_{alar}: \text{Superficie alar } (m^2) \\ C_{D_{alar}}: \text{Coeficiente de fricción del ala de la aeronave} \\ C_L: \text{Coeficiente de sustentación del ala de la aeronave} \end{array} \right.$$

Para determinar los coeficientes, en función del ángulo de ataque, se puede proceder de dos formas diferentes:

- A través de las tablas de datos proporcionadas por NACA
- Con la simplificación teórica del polar alar

En este caso, se ha elegido utilizar las tablas de perfiles para su determinación. Utilizándose valores medios para estos coeficientes, eliminando las dependencias observadas en el capítulo 2 de la memoria, obteniendo:

$$C_L = \varphi_1(\alpha)$$

$$C_{D_{alar}} = \varphi_2(\alpha)$$

$$E_a = \frac{C_L}{C_D} = \varphi_3(\alpha)$$

Capítulo 3. Elaboración del modelo

En lo referente a la selección del perfil, se ha realizado una comparativa entre varios perfiles NACA, seleccionando aquel que presentaba mayor eficiencia aerodinámica para ángulo de ataque de 0° . Este criterio se fundamenta en reducir lo máximo posible la resistencia aerodinámica alar durante vuelo de crucero, situación en la cual la aeronave se encuentra mayor cantidad de tiempo, además de que aquí la velocidad de vuelo es muy elevada. Por lo tanto, interesa que el coeficiente de fricción aerodinámica sea el menor posible.

PERFIL	$E_a(0^\circ)$
NACA 6412	83,286
NACA 4424	18,656
NACA 2412	58,739
NACA 1408	29,11

Tabla 1. Comparativa perfiles NACA.

El perfil seleccionado es el NACA 6412. Su geometría adimensional se muestra en el gráfico 3.

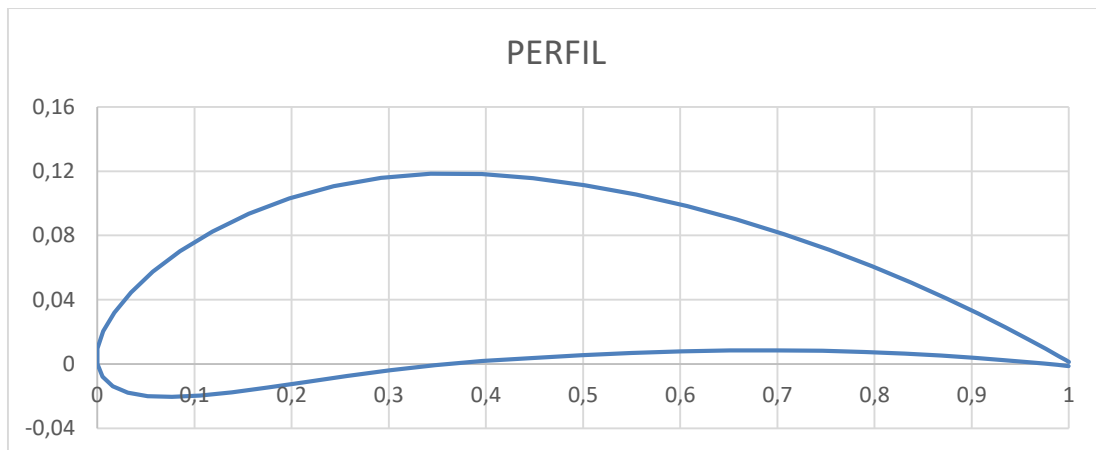


Gráfico 3. Geometría adimensionalizada de perfil NACA 6412

En cuanto a los coeficientes de resistencia y sustentación aerodinámicos para $R_e = 10^6$, presentan la siguiente variación con el ángulo de ataque:

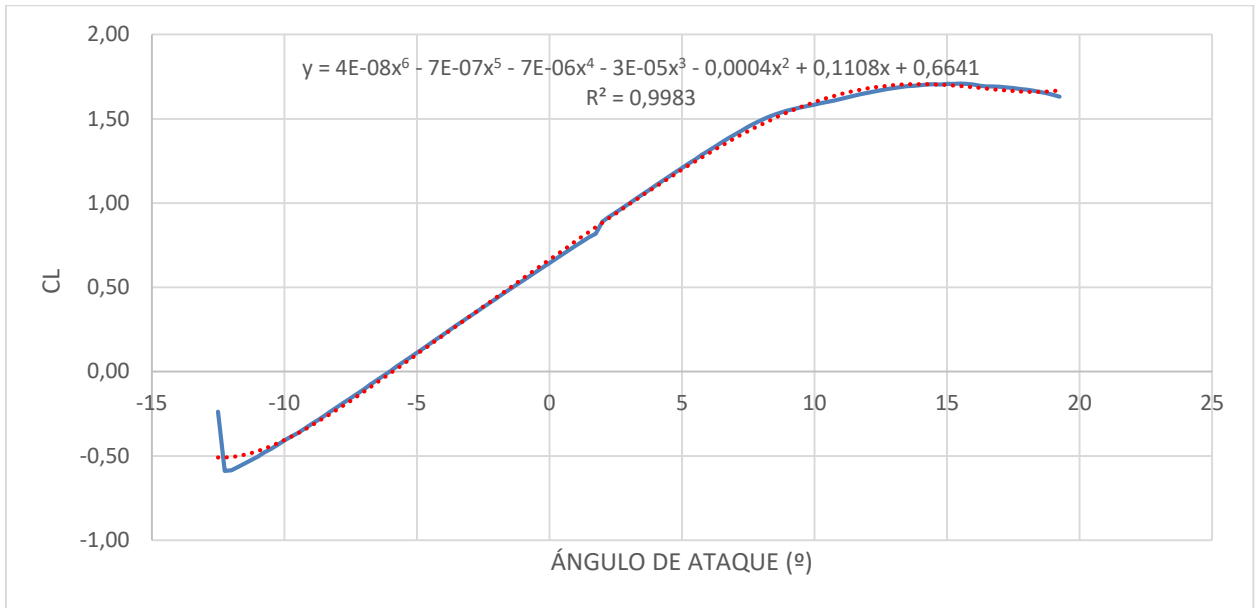


Gráfico 4. Variación del coeficiente de sustentación aerodinámica con el ángulo de ataque.

En el gráfico 4., se representa la variación experimental del coeficiente de sustentación aerodinámica con al ángulo de ataque, así como la correlación de ajuste de los valores experimentales proporcionados por NACA, siendo esta correlación la implementada en el modelo.

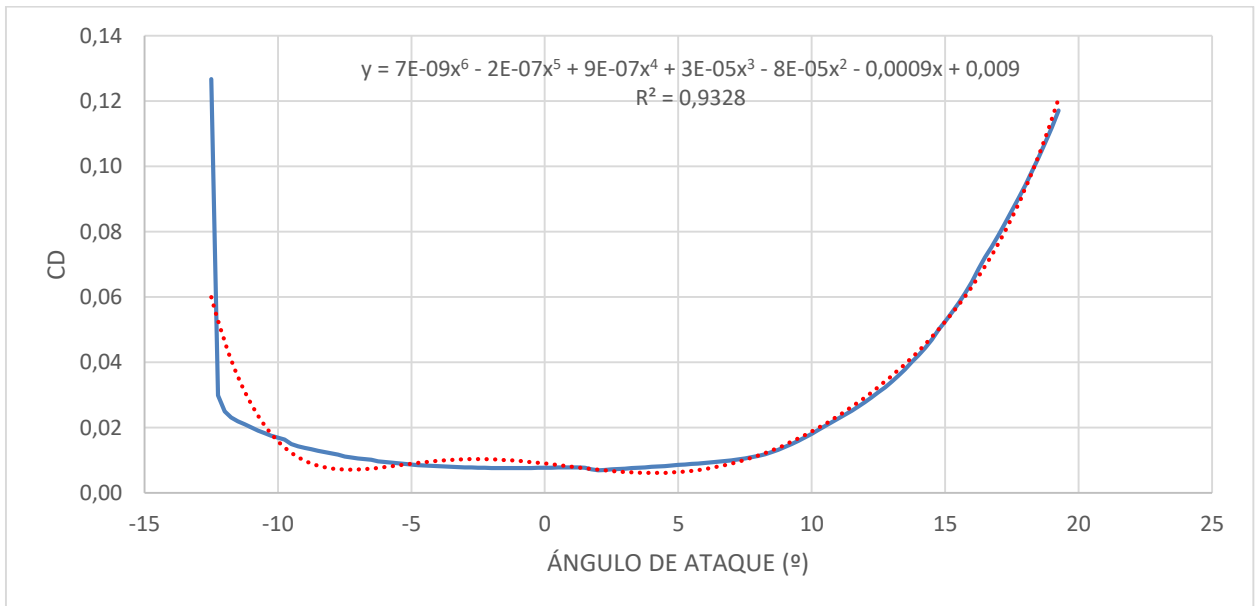


Gráfico 5. Variación del coeficiente de sustentación aerodinámica con el ángulo de ataque.

En el gráfico 5., se representa la variación experimental del coeficiente de sustentación aerodinámica con al ángulo de ataque, así como la correlación de ajuste de los valores experimentales proporcionados por NACA, siendo esta correlación la implementada en el modelo.

En la Ilustración 22., se representan las cargas aerodinámicas que actúan sobre el centro de gravedad de la aeronave, de forma generalizada:

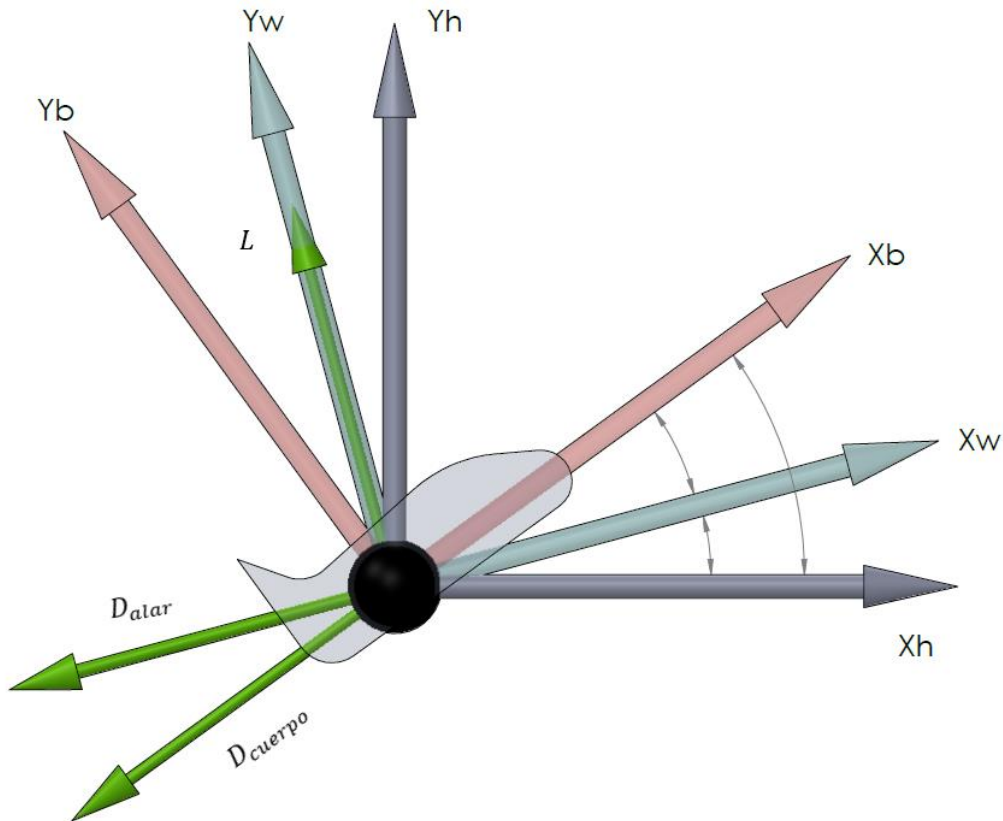


Ilustración 22. Cargas aerodinámicas sobre la aeronave

3.3.3. Peso

En lo referente al peso, estará conformado por tres componentes:

- *Peso propio de la aeronave*
- *Peso de la carga*
- *Peso del combustible*

Tanto para la masa de la aeronave como para la carga utilizaremos datos de fabricantes de modelos reales, en el caso de la carga, se considerará su valor máximo, siendo posible tomar una fracción del mismo

El peso total varía, esto se debe al aporte de masa del combustible, pues esta varía con el tiempo, siguiendo la siguiente expresión:

$$\frac{dm}{dt} = -G_f$$

Así el peso se regirá por la siguiente expresión:

$$W = W_{aeronave} + W_{carga} + W_{combustible} (N)$$

Obteniendo como resultado global:

$$W = mg = g(m_0 - G_f t)$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} g: \text{aceleración de la gravedad } (m/s^2) \\ m_0: \text{masa inicial total (kg)} \\ G_f: \text{gasto de combustible } (kg/s) \\ t: \text{paso temporal (s)} \end{array} \right.$$

En la representación de fuerzas se utilizará la habitual del Peso (mg), no obstante tener en cuenta que dicha masa es dependiente del tiempo, en función del gasto de combustible. Decir también que el gasto de combustible será variable en función de la posición del acelerador.

Añadir que el gasto de combustible no es fijo, sino que podrá variar, en función de la posición del acelerador.

En la Ilustración 23., se representa de forma general la actuación del peso sobre el centro de gravedad de la aeronave:

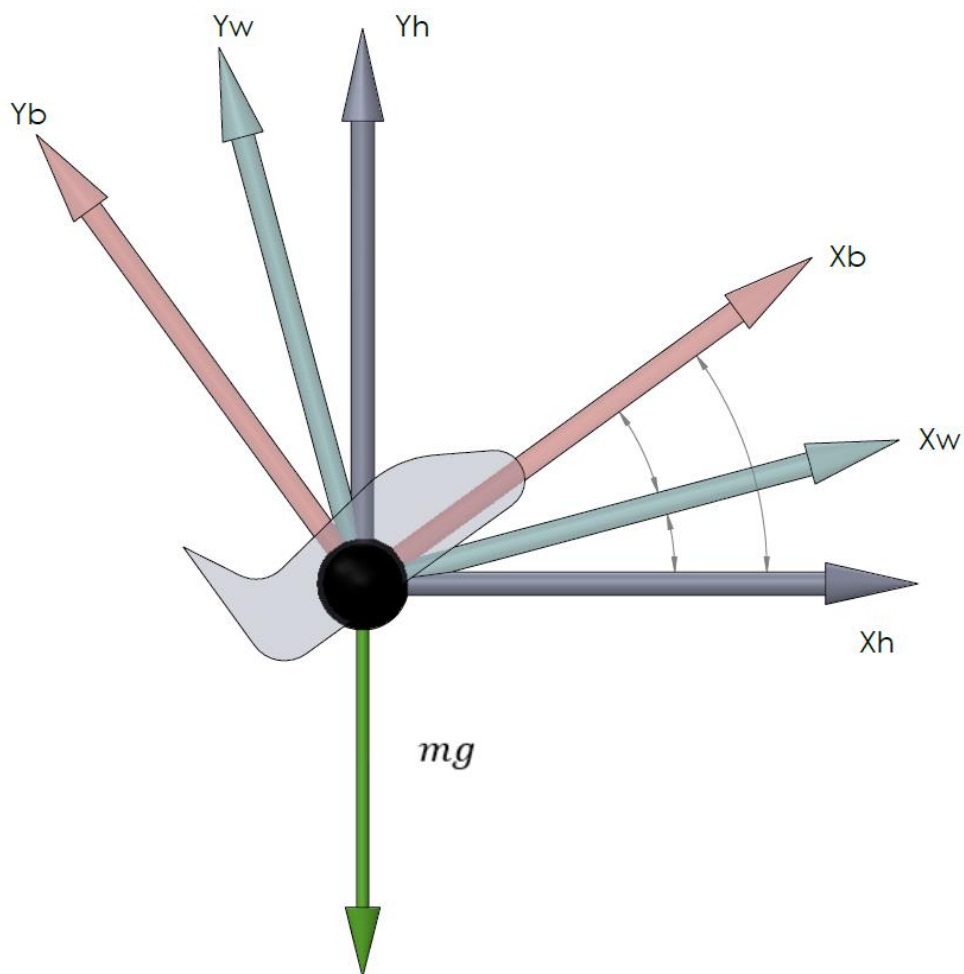


Ilustración 23. Peso de la aeronave

3.3.4. Resistencia a la rodadura y reacción del suelo

La fuerza de rozamiento es generada por la fricción entre el suelo y el neumático del tren de aterrizaje, durante el recorrido en pista.

Se puede expresar como:

$$F_{rod} = f_r R_{suelo} (N)$$

Donde f_r , es el coeficiente de rozamiento, para determinar dicho coeficiente, se utilizarán valores teóricos, de resistencia entre neumático y asfalto. No obstante, hay que tener en cuenta que dicho valor debería ser calculado o estimado en cada caso de aplicación pues puede variar. Como se verá a continuación, la importancia de la magnitud del mismo es relativamente baja, pues la resistencia a la rodadura es muy reducida:

$$f_r \in (0,01 - 0,02)$$

Para el trabajo y el cálculo, se utilizará el valor máximo de este coeficiente, para evaluar así la situación más crítica:

$$f_r = 0,02$$

En la Ilustración 24., se representa de forma genérica la actuación de la fuerza de rozamiento y la reacción del suelo sobre el centro de gravedad de la aeronave:

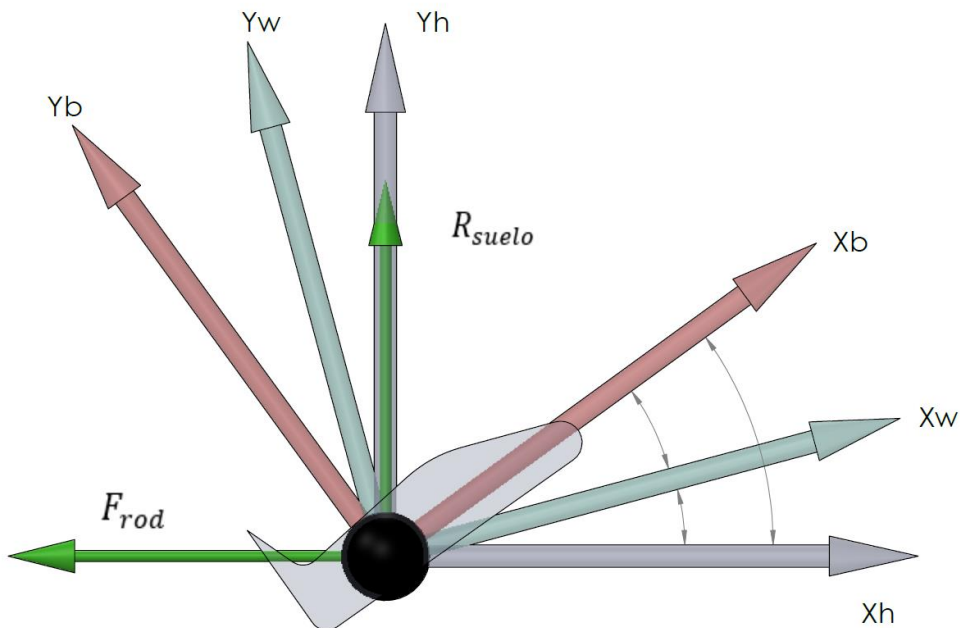


Ilustración 24. Reacción de suelo y fuerza de rozamiento

Para determinar la expresión de la reacción del suelo, se realizará un equilibrio de fuerzas sobre el Sistema de ejes de Horizonte Local, para ello, antes de presentar dicha expresión, veamos la distribución completa de cargas sobre la aeronave:

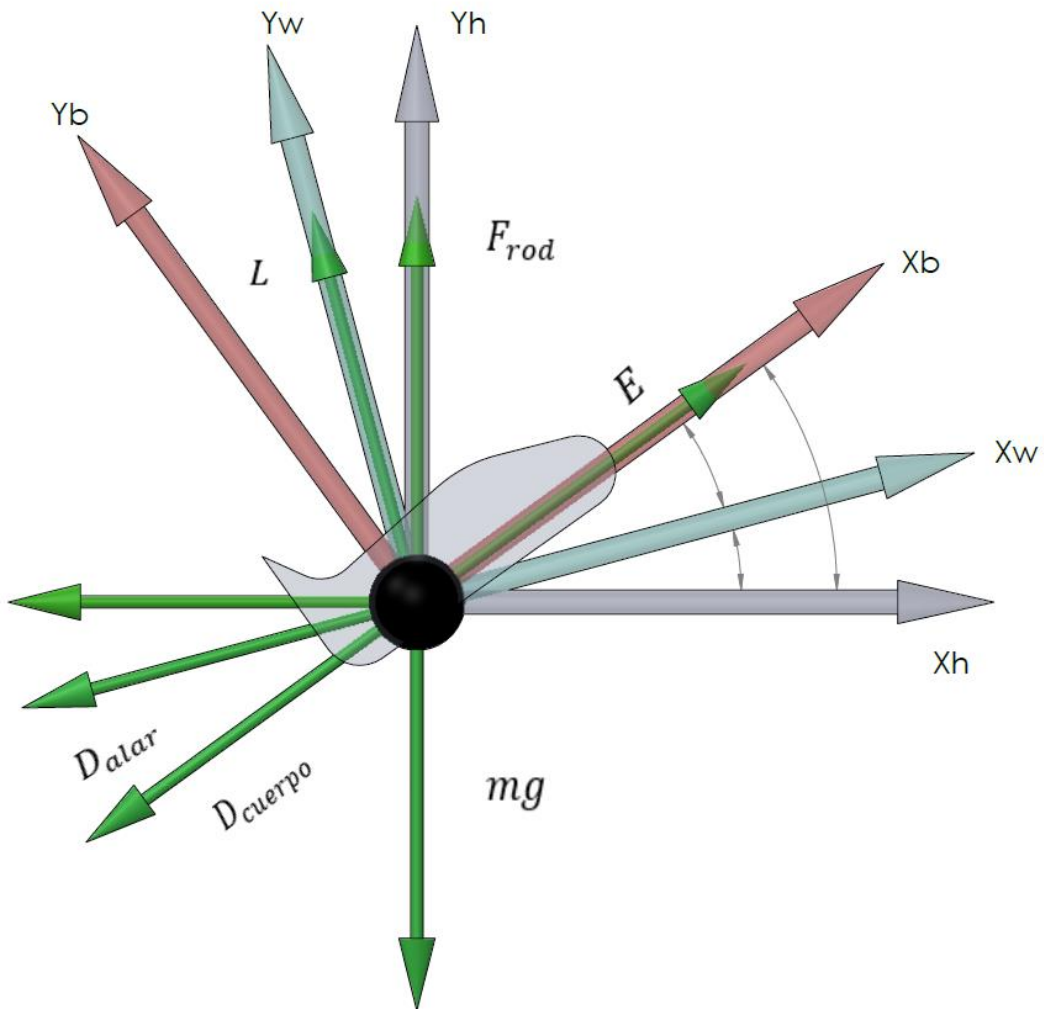


Ilustración 25. Distribución completa de cargas

Realizando un equilibrio de las fuerzas verticales en el Sistema de ejes de Horizonte local:

$$\sum F_{Hy} = R_{suelo} - mg + E \sin \delta + L \cos \theta - D_{alar} \sin \theta - D_{cuerpo} \sin \delta \text{ (N)} = 0$$

$$R_{suelo} = mg + D_{alar} \sin \theta + D_{cuerpo} \sin \delta - E \sin \delta - L \cos \theta \text{ (N)}$$

Para rematar este apartado, terminar diciendo que estas dos últimas cargas, la resistencia a la rodadura y la reacción del suelo, solamente se dan cuando hay contacto con la pista, es decir, en dos posibles actuaciones:

- Despegue
- Aterrizaje

3.4. Ecuaciones diferenciales del modelo

En este apartado se van a determinar las ecuaciones diferenciales que regirán el modelo matemático en el cual se fundamentará el simulador predictivo a generar.

En primer lugar, se va realizar una representación visual de las fuerzas de actuación, además, calcularemos las fuerzas resultantes.

3.4.1. Fuerzas de actuación y cálculo de resultantes

En primer lugar, se realizará un breve resumen de las expresiones de las fuerzas obtenidas en el apartado anterior:

$$E = \frac{n}{100} \dot{m}_{f_{max}} E_{esp} (N)$$

$$D_{cuerpo} = \frac{1}{2} \rho(h) A_f C_{D_{cuerpo}} V_{bx}^2 (N)$$

$$D_{alar} = \frac{1}{2} \rho(h) S_{alar} C_{D_{alar}} V^2 (N)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho(h) S_{alar} C_L V^2 (N)$$

$$W = g(m_0 - G_f t)(N)$$

$$F_{rod} = \mu R_{suelo} (N)$$

$$R_{suelo} = mg + D_{alar} \sin \theta + D_{cuerpo} \sin \delta - E \sin \delta - L \cos \theta (N)$$

En la Ilustración 25. se representó una distribución genérica de dichas cargas, de esta partiremos en la determinación de las ecuaciones diferenciales que regirán el movimiento de la aeronave.

El primer paso para obtener dichas ecuaciones, se encuentra en hallar la resultante de las fuerzas de actuación, representadas estas en el Sistema de ejes de Horizonte Local, de manera que sean coincidentes con las componentes representadas en el Sistema de ejes de Tierra.

Se dividirá el cálculo de resultantes en tres apartados:

- Fuerzas aerodinámicas

$$\vec{F}_A]_E = \vec{F}_A]_H = \begin{pmatrix} -D_{alar} \cos \theta - D_{cuerpo} \cos \delta - L \sin \theta \\ L \cos \theta - D_{alar} \sin \theta - D_{cuerpo} \sin \delta \end{pmatrix} (N)$$

- Fuerzas propulsivas

$$\vec{F}_P]_E = \vec{F}_P]_H = \begin{pmatrix} E \cos \delta \\ E \sin \delta \end{pmatrix} (N)$$

- Peso, resistencia a la rodadura y reacción del suelo.

$$\vec{F}_{GR}]_E = \vec{F}_{GR}]_H = \begin{pmatrix} -F_{rod} \\ R_{suelo} - mg \end{pmatrix} (N)$$

Una vez disponibles las componentes divididas según el tipo de cargas, puede calcularse las fuerzas resultantes sobre el Sistema de ejes de Horizonte Local:

$$\vec{F}_E = \vec{F}_H = \vec{F}_A]_H + \vec{F}_P]_H + \vec{F}_{GR}]_H \quad (N)$$

$$\vec{F}_E = \vec{F}_H = \begin{pmatrix} E \cos \delta - D_{alar} \cos \theta - D_{cuerpo} \cos \delta - L \sin \theta - F_{rod} \\ E \sin \delta + L \cos \theta + R_{suelo} - D_{alar} \sin \theta - D_{cuerpo} \sin \delta - mg \end{pmatrix} \quad (N)$$

Recordar que la reacción del suelo y la resistencia a la rodadura, solamente surgen cuando hay contacto con el suelo.

3.4.2. Ecuaciones diferenciales del modelo

En este apartado se van a determinar las ecuaciones diferenciales de la trayectoria, para ello se recurre al teorema de la cantidad de movimiento:

$$\vec{F}_E = \frac{d(m\vec{V}_E)}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{V}_E + m\frac{d\vec{V}_E}{dt} \quad (N)$$

Partiendo de esta base podemos determinar una expresión para la aceleración de la aeronave:

$$\frac{d\vec{V}_E}{dt} = \frac{1}{m} \left[\vec{F}_E - \frac{dm}{dt} \vec{V}_E \right] = \frac{1}{m} \left[\vec{F}_E + G_f \vec{V}_E \right] = \frac{1}{m} \left[\begin{pmatrix} F_{Ex} \\ F_{Ey} \end{pmatrix} + \dot{m}_f \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \end{pmatrix} \right] \quad (m/s^2)$$

Esta expresión está referida al sistema de ejes de Tierra, no obstante, podría referirse a cualquier sistema de los tres planteados, teniendo en cuenta que al tratarse este de un sistema fijo y ser el sistema de ejes de horizonte local paralelo a este, las expresiones para velocidad y aceleración serán iguales.

Para expresar los valores de posición (trayectoria), velocidad y aceleración, siempre se utilizará el sistema fijo a Tierra como referencia.

Así pues, para el cálculo de aceleración, disponemos de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d\vec{V}_E}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dV_{Ex}}{dt} \\ \frac{dV_{Ey}}{dt} \end{pmatrix} = \left[\frac{1}{m} \begin{pmatrix} F_{Hx} \\ F_{Hy} \end{pmatrix} + G_f \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \end{pmatrix} \right] \quad (m/s^2)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{dV_{Ex}}{dt} \\ \frac{dV_{Ey}}{dt} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \left[\begin{pmatrix} E \cos \delta - D_{alar} \cos \theta - D_{cuerpo} \cos \delta - L \sin \theta - F_{rod} \\ E \sin \delta + L \cos \theta + R_{suelo} - D_{alar} \sin \theta - D_{cuerpo} \sin \delta - mg \end{pmatrix} + G_f \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \end{pmatrix} \right] \quad (m/s^2)$$

El siguiente paso en el planteamiento del modelo es obtener las ecuaciones diferenciales para la velocidad, modelo cinemático:

$$\frac{d\vec{x}_E}{dt} = \begin{pmatrix} dx_E/dt \\ dy_E/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dx_H/dt \\ dy_H/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \end{pmatrix} \quad (m/s)$$

Por resumir, se dispone de cuatro ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dV_{Ex}}{dt} = \frac{1}{m} [(E \cos \delta - D_{alar} \cos \theta - D_{cuerpo} \cos \delta - L \sin \theta - F_{rod}) + G_f V_{Ex}] \left(\frac{m}{s^2} \right)$$
$$\frac{dV_{Ey}}{dt} = \frac{1}{m} [(E \sin \delta + L \cos \theta + R_{suelo} - D_{alar} \sin \theta - D_{cuerpo} \sin \delta - mg) + G_f V_{Ey}] \left(\frac{m}{s^2} \right)$$
$$\frac{dx_E}{dt} = V_{Ex} \left(\frac{m}{s} \right)$$
$$\frac{dy_E}{dt} = V_{Ey} \left(\frac{m}{s} \right)$$

Como se presentó en la ecuación de la resistencia aerodinámica generada por el fuselaje de la aeronave, depende de la velocidad V_{Bx} , por lo tanto, habrá que determinar una expresión que permita el cálculo de dicha magnitud:

$$V_{Bx} = V_{Hx} \cos \delta + V_{Hy} \sin \delta = V_{Ex} \cos \delta + V_{Ey} \sin \delta \left(\frac{m}{s} \right)$$

A las anteriores ecuaciones tendremos que añadir una más derivada del consumo de combustible:

$$\frac{dm}{dt} = -G_f \left(\frac{kg}{s} \right)$$

Con esto se tendrían las ecuaciones que componen el modelo matemático, a continuación, se procedería a establecer las condiciones de contorno y los parámetros de control del modelo.

En cuanto a los parámetros de control tendríamos dos variables que podrían modificarse durante la simulación:

- Mando de control del acelerador: establece control directo sobre el consumo de combustible de la aeronave, estableciendo una proporción con el gasto máximo. Y de forma indirecta, a través del control de gasto controlaríamos el empuje de la aeronave.
- Mando sobre el ángulo de inclinación: establece control directo sobre la inclinación de la aeronave, al igual que el gasto de combustible, relacionándolo con un valor objetivo o máximo. Este mando simularía el movimiento de los flaps del timón de cola, no obstante, se omite el paso del ángulo de dicho flap y se establece control directo sobre la inclinación.

Estas condiciones como se verá en el apartado siguiente, se implementarán en el software que nos permita realizar la simulación y serán los parámetros a modificar.

En cuanto a las condiciones de contorno de las ecuaciones diferenciales, se pueden definir las siguientes:

- Techo de operación: máxima altura que alcanza la aeronave en vuelo de crucero, inferior a la altura máxima de vuelo.
- Velocidad de crucero: velocidad máxima de la aeronave en vuelo de crucero a una altura determinada.
- Ángulo máximo de subida: ángulo límite que la aeronave no debería sobrepasar por el confort de los usuarios. Al ser este definido por el arco tangente del cociente entre velocidad vertical y horizontal, limita esta relación
- Ángulo máximo de inclinación: máximo ángulo que la aeronave puede formar con un vector cualquiera paralelo a Tierra.
- Velocidad mínima en pista: velocidad mínima en pista a partir de la cual el piloto podrá intervenir sobre el timón de cola, para así modificar la inclinación de la aeronave.

No obstante, las utilizadas e implementadas en el software son las dos primeras.

Capítulo 4

Implementación del modelo

En el siguiente capítulo se mostrará el método de implementación del modelo determinado en el Capítulo 3 de la memoria en el software de cálculo. En primera instancia, el software utilizado será una hoja de cálculo de Excel. Se describirán aspectos importantes de la implementación, así como el controlador utilizado.

4.1. Introducción

Antes de poder decidir cómo implementar el modelo en el software, hay que entender cuál es el funcionamiento del mismo. Este puede ser analizado a través de la Ilustración 26.:

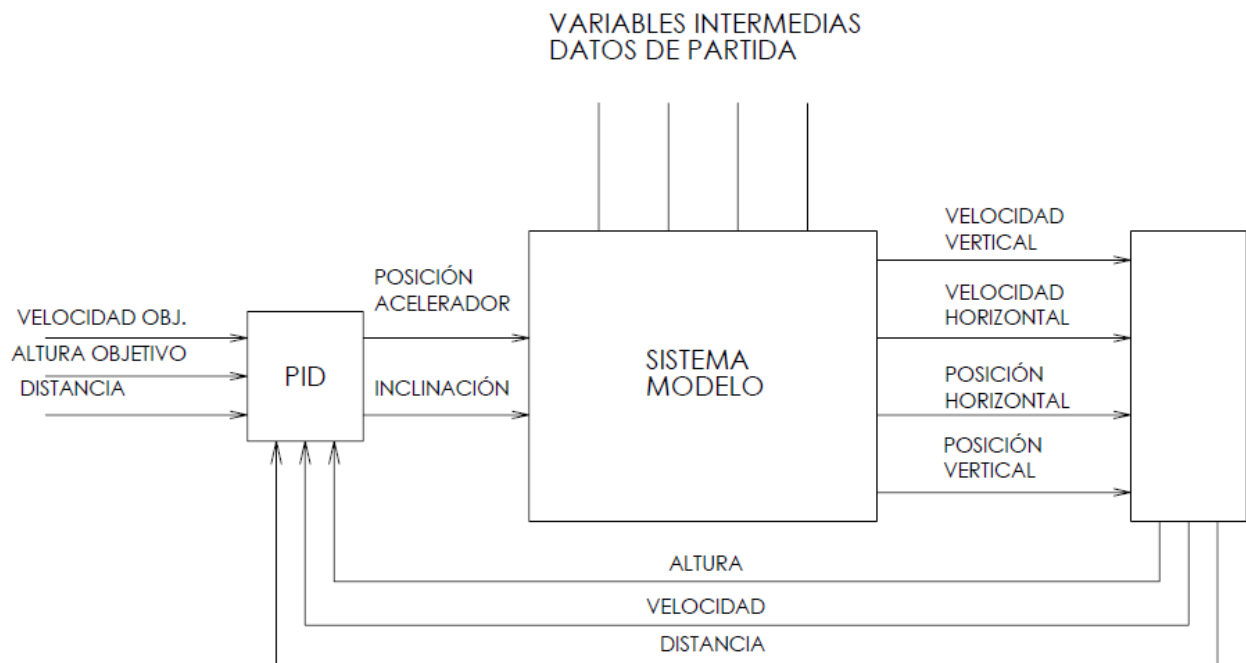


Ilustración 26. Esquema de funcionamiento del Modelo planteado

En la Ilustración 26., se representa de forma esquematizada el funcionamiento del modelo.

En primer lugar, se dispone de unas condiciones de contorno, siendo estas la altura de la aeronave y la velocidad de la misma, las cuales actuarán como variables objetivo del controlador del modelo como se explicará posteriormente.

El sistema sería el modelo propiamente dicho, estando este integrado por las ecuaciones diferenciales que se obtienen en el capítulo 3 de la memoria.

Al sistema tenemos dos tipos de entradas, los datos de partida, a saber, datos geométricos de la aeronave y características de los motores. Las variables intermedias, siendo estas variables de cálculo inmediato de forma algebraica, es decir, las componentes de las fuerzas vistas en el capítulo 3 de la memoria. Por último, tendríamos las variables de control, es decir, la posición del acelerador y la inclinación de la aeronave. Estas variables son definidas por el controlador PID, al cuál a través del error entre valor y consigna realizará una corrección.

A continuación se describe cada uno de los bloques integrantes de variables descritos:

- Datos de la aeronave: aquí se encuentra la caracterización de la aeronave, cuya trayectoria pretende ser simulado, entre los diferentes datos se pueden encontrar:
 - Masa propia de la aeronave (sin combustible ni carga)
 - Masa de la carga
 - Capacidad de combustible
 - Perfil hipersustentador
 - Diámetro del fuselaje
 - Superficie alar
 - Número de motores
 - Coeficiente de resistencia a la rodadura
 - Coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje
 - Número de motores
- Datos del sistema de propulsión:
 - Tipo y modelo de motor
 - Empuje máximo
 - Empuje específico
 - Gasto máximo de combustible
 - Geometría del motor
 - Rendimientos de los componentes del motor
 - Rendimientos del motor
- Datos del entorno:
 - Modelo de Atmósfera Internacional: densidad, presión, temperatura, etc.

- Condiciones de contorno:
 - Máxima inclinación de la aeronave
 - Techo de operación
 - Velocidad de crucero
- Parámetros de control:
 - Posición del acelerador
 - Inclinación de la aeronave
- Variables integradas:
 - **Velocidad**
 - **Posición**
 - **Masa de combustible**
- Variables intermedias
 - **Fuerzas de actuación**
 - **Masa de combustible**
 - **Ángulo de inclinación**
 - **Ángulo de asiento**
 - **Ángulo de ataque**
- Variables no integradas
 - **Aceleración**
 - **Gasto de combustible**

El siguiente paso antes de proceder a la explicación del método numérico, será hacer un breve resumen a modo recordatorio de las ecuaciones diferenciales del modelo y de las fuerzas de actuación:

ECUACIONES DIFERENCIALES-SISTEMA	
Aceleración en X, Sistema ejes de Tierra	$\frac{dV_{Ex}}{dt} = \frac{1}{m} [(E \cos \delta - D_{alar} \cos \theta - D_{cuerpo} \cos \delta - L \sin \theta - F_{rod}) + G_f V_{Ex}] \left(\frac{m}{s^2}\right)$
Aceleración en Y, Sistema ejes de Tierra	$\frac{dV_{Ey}}{dt} = \frac{1}{m} [(E \sin \delta + L \cos \theta + R_{suelo} - D_{alar} \sin \theta - D_{cuerpo} \sin \delta - mg) + G_f V_{Ey}] \left(\frac{m}{s^2}\right)$
Velocidad en X, Sistema ejes de Tierra	$\frac{dx_E}{dt} = V_{Ex} \left(\frac{m}{s}\right)$
Velocidad en Y, Sistema ejes de Tierra	$\frac{dy_E}{dt} = V_{Ey} \left(\frac{m}{s}\right)$
Gasto de combustible	$\frac{dm}{dt} = -G_f \left(\frac{kg}{s}\right)$

Tabla 2. Ecuaciones diferenciales que definen el modelo

FUERZAS DE ACTUACIÓN	
Empuje	$E = \frac{n}{100} \dot{m}_{f_{max}} T_{esp} (N)$
Resistencia aerodinámica del fuselaje	$D_{cuerpo} = \frac{1}{2} \rho(h) A_f C_{D_{cuerpo}} V_{bx}^2 (N)$
Resistencia aerodinámica alar	$D_{alar} = \frac{1}{2} \rho(h) S_{alar} C_{D_{alar}} V^2 (N)$
Sustentación aerodinámica	$L = \frac{1}{2} \rho(h) S_{alar} C_L V^2 (N)$
Peso	$W = g(m_0 - \dot{m}_f t)(N)$
Reacción del suelo	$R_{suelo} = mg + D_{alar} \sin \theta + D_{cuerpo} \sin \delta - E \sin \delta + L \cos \theta (N)$
Resistencia a la rodadura	$F_{rod} = \mu R_{suelo} (N)$

Tabla 3. Fuerzas de actuación

VARIACIÓN DE LAS CONDICIONES AMBIENTALES	
Temperatura	$T = T_0 - \alpha_T h (K)$
Densidad	$\rho = \rho_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0}\right)^{\frac{g}{R_g \alpha_T} - 1} (kg/m^3)$
Presión	$p = p_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\theta_0}\right)^{\frac{g}{R_g \alpha_T}} (Pa)$

Tabla 4. Expresiones del Modelo Internacional de Atmósfera.

Por último, para terminar de entender la organización en la implementación del modelo, se presentará un esquema de distribución de la hoja Excel en la cual se resuelve el mismo.

DATOS DE LA AERONAVE	DATOS DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN	DATOS DEL ENTRONO
Masa propia Masa carga Masa de combustible Superficie alar Diámetro fuselaje Número de motores Número de pasajeros	Empuje específico Gasto máximo de combustible Área frontal	Presión Densidad Temperatura

CONDICIONES DE CONTORNO	PARÁMETROS DE CONTROL
Altura de vuelo Velocidad de vuelo Velocidad mínima en pista Distancia objetivo	Constantes de controlador PID inclinación Constantes de controlador PID posición acelerador

RESOLUCIÓN DE MODELO DE ECUACIONES DIFERENCIALES		
TIEMPO	VALRIABLES INTEGRADAS	VARIABLES NO INTEGRADAS
Paso de integración	Velocidad Posición Masa de combustible	Comoponenetes de fuerzas Ángulo de inclinación Ángulo de la velocidad Ángulo de ataque Aceleración Gasto de combustible

Ilustración 27. Distribución de la hoja Excel.

Añadir que en esencia esta será la distribución, no obstante, como el modelo está orientado al análisis de más de una aeronave, la distribución puede cambiar debido a la presencia de varias hojas de cálculo. Por ejemplo, los datos de las aeronaves, así como de los motores, se implementan en hoja aparte.

4.2. Método numérico de resolución de ecuaciones diferenciales

Una vez realizada la introducción y la descripción esquemática del modelo, se procede a la explicación del método numérico de resolución.

En este caso, debido al software utilizado para la construcción de la herramienta de simulación, y a fin de facilitar la implementación, se escoge el **Método de Euler** para la realizar la integración de las ecuaciones diferenciales.

Este método, también denominado método de las tangentes, sirve para resolver un problema de valor inicial, es decir resolver ecuaciones diferenciales a partir de la primera solución conocida de las mismas.

$$t_{inicial} = 0 \text{ (s)}$$

$$a_{inicial} = 0 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$V_{inicial} = 0 \text{ (m/s)}$$

$$x_{inicial} = 0 \text{ (m)}$$

Se acepta como hipótesis de partida la verificación de Teorema de Picard, según el cual la función resultado es diferenciable en el entorno de las condiciones iniciales. Esto a su vez asegura solución única al problema.

El método se basa en la utilización de un paso de integración, el cual poder ser fijo o variable, generalmente se trabajará con pasos de integración fijos. La idea general del método consiste en aproximar la ecuación diferencial por medio de la recta tangente que pasa por el punto de estudio:

$$y(x) \cong y_0 + f(x_0, y_0)(x - x_0)$$

Donde la pendiente de la recta tangente será:

$$\dot{y}(x_0) = f(x_0, y_0) = m$$

Así pues, se puede definir la siguiente expresión para la integración:

$$y_n = y_{n-1} + \dot{y}_{n-1}h$$

Siendo h el paso de integración.

De forma genérica, para el modelo de estudio podríamos definir las siguientes expresiones:

$$V_n = V_{n-1} + \dot{V}_{n-1}\Delta t = V_{n-1} + a_{n-1}\Delta t \text{ (m/s)}$$

$$x_n = x_{n-1} + \dot{x}_{n-1}\Delta t = x_{n-1} + V_{n-1}\Delta t \text{ (m)}$$

De esta forma se resolverán las ecuaciones diferenciales descrita en la Tabla 1.

En la siguiente tabla se mostrarán las ecuaciones a implementar en la hoja de cálculo para la integración de las ecuaciones diferenciales:

INTEGRACIÓN (MÉTODOD DE EULER)	
Velocidad en X, Sistema ejes de Tierra	$V_{Exn} = V_{Exn-1} + \frac{dV_{Ex}}{dt} \Delta t \text{ (m/s)}$
Velocidad en Y, Sistema ejes de Tierra	$V_{Eyn} = V_{Eyn-1} + \frac{dV_{Ey}}{dt} \Delta t \text{ (m/s)}$
Coordenada X del cdg de la aeronave	$x_{En} = x_{En-1} + \frac{dx_E}{dt} \Delta t \text{ (m/s)}$
Coordenada Y del cdg de la aeronave	$y_{En} = y_{En-1} + \frac{dy_E}{dt} \Delta t \text{ (m/s)}$
Velocidad, en Sistema ejes de Cuerpo*	$V_{Bx} = V_{Ex} \cos \delta + V_{Ey} \sin \delta \text{ (m/s)}$

Tabla 5. Ecuaciones para integración, método de Euler.

4.3. Implementación de controlador PID

Con la implantación de un controlador en el simulador, lo que se pretende es tener una herramienta de ajuste que permita variar los parámetros de control, a saber:

- Posición del acelerador: este parámetro de control, permite modificar el gasto de combustible que se introduce en la cámara de combustión del motor a reacción, lo que permite variar el empuje generado por el sistema de propulsión. El PID regulará de forma automática dicha posición en función de las necesidades del sistema para cumplir o llegar al objetivo marcado por las condiciones de contorno (condición de velocidad de crucero).
- Ángulo de inclinación de la aeronave: se trata de una simplificación del parámetro real, este sería el ángulo de los flaps del timón de cola, generando una fuerza vertical en dicho timón que permita la modificación de la inclinación de la aeronave.

La simplificación consiste en que a través del mando se regula directamente la inclinación del avión, y no la de los flaps del timón de cola. De la misma forma que en el caso anterior, la función del PID es controlar la inclinación de la aeronave de manera que se alcance la condición objetivo (altura de vuelo o techo de operación).

Por lo tanto, para el control de estos dos parámetros se utilizarán dos controladores PID independientes.

Antes de proceder a la implementación de los mismos, se hará una breve introducción genérica al funcionamiento de un controlador PID.

Un controlador PID es un mecanismo de control en tiempo real de acción proporcional, diferencial e integral.

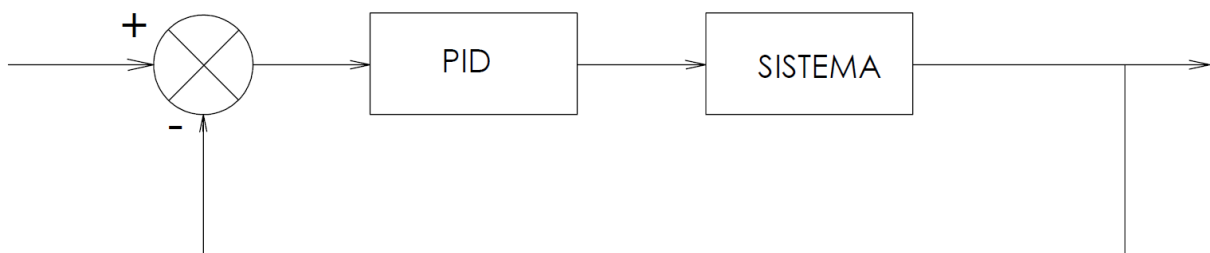


Ilustración 28. Diagrama de bloques genérico

La variable objetivo (condición de contorno) es comparada con la señal de salida del sistema, proporcionando así un error, a partir del cual el controlador genera una actuación sobre el sistema. La filosofía, es actuar sobre el sistema en base al error para corregirlo, de forma que solo se realice corrección si dicho error no es nulo.

La función de transferencia genérica del controlador PID sería la siguiente:

$$u(t) = K_P \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_P: \text{Sensibilidad proporcional o ganancia} \\ T_i: \text{tiempo integral} \\ T_d: \text{tiempo derivativo} \end{array} \right.$$

El error tendría la siguiente expresión:

$$e(t) = w(t) - y(t)$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} w(t): \text{variable objetivo} \\ y(t): \text{variable de salida del sistema} \end{array} \right.$$

Por tanto, podemos expresar la función de transferencia simplificada de la siguiente forma:

$$u(t) = K_P e(t) + K_i \Delta t e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_i = \frac{K_P}{T_i} \\ K_d = K_P T_d \end{array} \right.$$

Las constantes definidas serán las variables que condicionen la actuación que genera el PID, por lo tanto, condicionan la salida del sistema y definen el control. En el modelo de estudio el ajuste de estas, para conseguir la sintonía del PID requerida.

Con un controlador, dependiendo del ajuste se pueden conseguir diferentes salidas, dependiendo de la aplicación en la cual se implementa, pueden ser de interés un tipo u otro de configuraciones. Además, dicha configuración condiciona la estabilidad del sistema, es decir que este converja a la solución o sea oscilante/divergente.

Dependiendo del ajuste, podemos apreciar diferentes salidas del sistema:

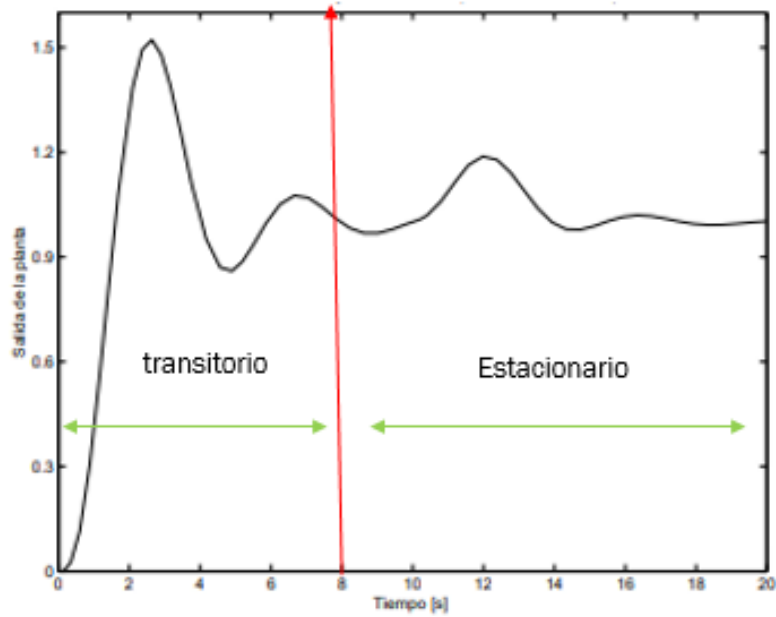


Ilustración 29. Salida del sistema con controlador PID, tipo 1

(Tomado de: Mazzone, V. (2002)).

En este caso, el control da una respuesta rápida, alcanzándose los valores objetivos de forma rápida. No obstante, se produce un sobre pico en la zona transitoria, lo que se debe a la propia velocidad con la que se alcanza el objetivo, pues no da tiempo a corregir el error transitorio de la forma más efectiva.

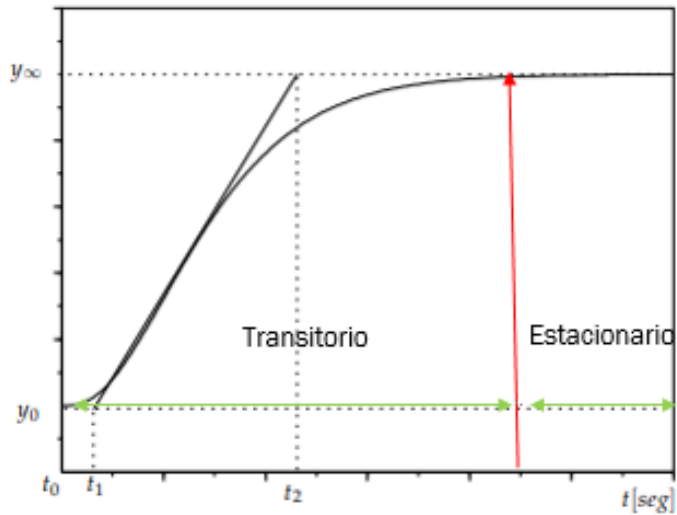


Ilustración 30. Salida del sistema con controlador PID tipo 2.

(Tomado de: Mazzone, V. (2002)).

En este caso, la respuesta es mucho más lenta y suave, sin sobrepico ni oscilaciones. Esto se debe a una corrección tanto del error estacionario como integral elevadas, y que sea lento facilita que pueda darse de forma satisfactoria la corrección de los errores.

En el caso de estudio, el controlador, generará una actuación que controle la velocidad y la posición de la aeronave:

- Control sobre la velocidad: la actuación en este caso es modificar la posición del acelerador de manera que se alcance la velocidad de crucero.
- Control sobre la trayectoria: la actuación es modificar la inclinación de la aeronave, para alcanzar la altura de vuelo.

Por motivos de confort de los ocupantes de la aeronave, nos interesa un controlador de respuesta lenta, que no genere grandes oscilaciones, y además estas sean de frecuencia baja. Por lo cual interesa obtener una respuesta del segundo tipo.

En cuanto a la sintonía del PID, las constantes se ajustarán de forma manual hasta conseguir la convergencia del sistema a la solución y la forma de la respuesta deseada.

A continuación, se obtendrán las expresiones a implementar en la hoja de cálculo para poder ejecutar el controlador:

- **PID para controlar la posición de la aeronave**

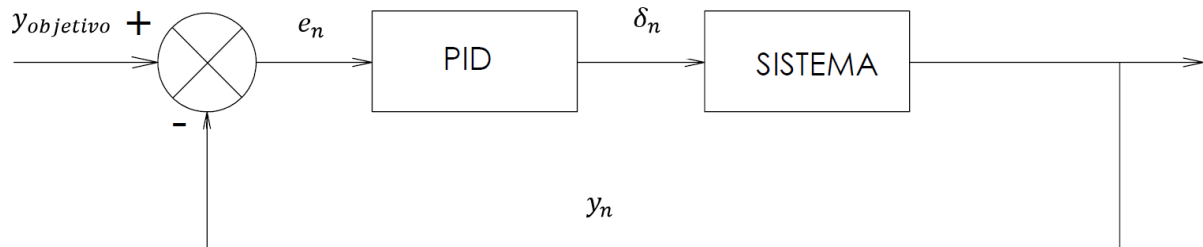


Ilustración 31. Diagrama de bloques controlador inclinación.

En este caso el error se calculará como:

$$e_n = y_{objetivo} - y_n$$

Y su derivada:

$$\frac{de_n}{dt} = \frac{d}{dt} (y_{objetivo} - y_n) = -V_{Ey_{n-1}}$$

Una vez determinado esto, y acudiendo a la función de transferencia general simplificada del PID y al método de Euler, podemos definir la siguiente ecuación a implementar dentro de la hoja de cálculo:

$$\delta_n = \delta_{n-1} + K_{P-\delta}(y_{objetivo} - y_n) + K_{i-\delta}\Delta t(y_{objetivo} - y_n) - \frac{K_{d-\delta}}{\Delta t} V_{Ey_{n-1}}$$

- **PID para controlar la velocidad de la aeronave**

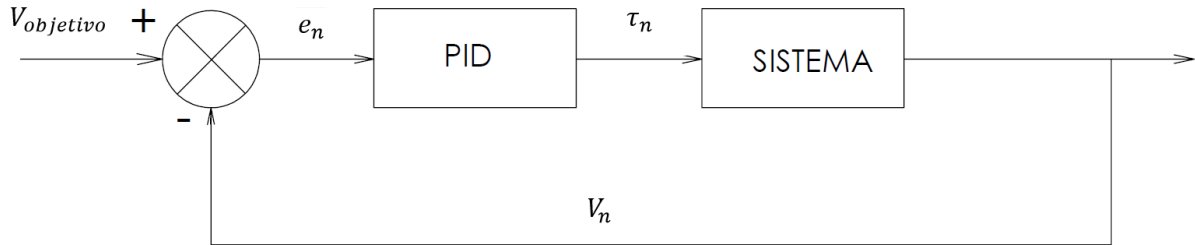


Ilustración 32. Diagrama de bloques controlador velocidad.

Siendo τ_n , la posición del acelerador.

En este caso el error se calculará como:

$$e_n = V_{Ex_{objetivo}} - V_{Ex_n}$$

Y su derivada:

$$\frac{de_n}{dt} = \frac{d}{dt}(V_{objetivo} - V_n) = -a_{Ex_{n-1}}$$

Una vez determinado esto, y acudiendo a la función e transferencia general simplificada del PID y al método de Euler, podemos definir la siguiente ecuación a implementar dentro de la hoja de cálculo:

$$\tau_n = \tau_{n-1} + K_{P-\tau}(V_{Ex_{obj}} - V_{Ex_n}) + K_{i-\tau}\Delta t(V_{Ex_{obj}} - V_{Ex_n}) - \frac{K_{d-\tau}}{\Delta t} a_{Ex_{n-1}}$$

Terminar comentando los subíndices de las constantes, esto se debe a que, al tener dos controladores, será necesario establecer los tres parámetros de forma independiente para cada uno de los controladores.

Por último, se concluirá este apartado describiendo el método para conseguir la sintonía requerida para los controladores.

Este ajuste se realizará de forma manual, para ello se han de seguir los siguientes pasos:

- **Modificación de la constante de proporcionalidad:** hasta alcanzar valores del entorno del valor objetivo.
- **Modificación de la constante de integración:** hasta reducir el error estacionario.
- **Modificación de la constante de derivación:** para reducir el error transitorio
- **Reajustar para conseguir el tipo de control deseado**

4.3. Conclusión y resumen de la implementación

En este apartado se procederá a recapitular sobre lo visto en este capítulo de la memoria, destacando los datos más importantes, además de añadir alguna de las decisiones llevadas a cabo durante la consecución de dicha tarea.

- Organización en la implementación: como se mostró en el apartado 4.1., es importante tener un orden claro en la implementación tanto de datos como ecuaciones a resolver para poder ejecutar de la forma más eficaz y sencilla la implementación del modelo físico de estudio.
- Selección del método de resolución: en cuanto al método de resolución, puede generar una variación importante en los resultados obtenidos, para este modelo se ha seleccionado el método de Euler.
- Discretización temporal: con la Discretización temporal se selecciona el paso de integración del método numérico, pues en este modelo todas las variables a integrar dependen del tiempo. Respecto a la selección del mismo, el tamaño del paso o intervalo temporal influye en la calidad y precisión de los resultados, no obstante, hay que encontrar un compromiso entre la calidad de estos y el coste computacional del simulador.
- Establecimiento de las condiciones de contorno: se trata de otro factor fundamental en la resolución de las ecuaciones diferenciales, pues si estas no son definidas. La solución no estaría acotada, lo que supone una mala representación física del problema. Las más importantes son la de velocidad de crucero y la altura de vuelo (techo de operación), no obstante, podrían incluirse en este punto otras dos condiciones utilizadas:
 - Velocidad mínima en pista hasta actuación de mando de inclinación (V_R): podemos definir esta magnitud como la velocidad mínima de la aeronave en la pista, a partir de la cual el mando de inclinación puede empezar a actuar sobre la aeronave y cambiar su inclinación. El objetivo es que la aeronave gane velocidad de la manera más eficaz posible (con la menor inclinación inicial), de manera que se pueda garantizar que en el final de la pista la velocidad sea la mínima de despegue.
 - Ángulo de inclinación inicial δ_0 : ángulo que posee la aeronave en reposo, debido a la configuración del tren de aterrizaje, suele tomar valores bastante bajos, por debajo de los 5° para aeronaves comerciales.
- Selección de parámetros de control: los parámetros de control utilizados son el mando del acelerador, el cual actúa sobre la velocidad de la aeronave y el mando de inclinación, el cual actúa sobre la trayectoria de vuelo.
- Implementación del sistema de control: aparte de definir las ecuaciones del controlador, son muy importantes las constantes que garantizarán la convergencia y el ajuste buscado. El control de las constantes es manual, como se describió en el apartado anterior.

- Organización para la extracción de resultados: en cuanto a la organización y distribución de los resultados, hay que tener en cuenta que los datos son de interés a la hora de realizar un estudio, seleccionarlos y facilitar su extracción.

A parte de este resumen, comentar que en el simulador se han incluido macros para facilitar la introducción de datos al modelo de cálculo, esto se debe a que se estudiarán diferentes aeronaves como se mostrará a continuación. Además, también se han introducido otras macros con el objeto de facilitar la extracción de los resultados.

El tema referente a las macros, no es objeto de análisis de este trabajo, no obstante, decir que se trata de fragmento de código VBA (Visual Basic for Applications), basado en la programación por puntos orientada a objetos, definidos por el usuario para poder realizar una tarea concreta.

4.4. Tutorial para la utilización de la herramienta de simulación

Aquí se pretende explicar de forma breve y sencilla como utilizar la herramienta de simulación de vuelo.

En primer lugar, decir que se trata de un libro de Excel en el cuál se pueden encontrar las siguientes hojas de cálculo:

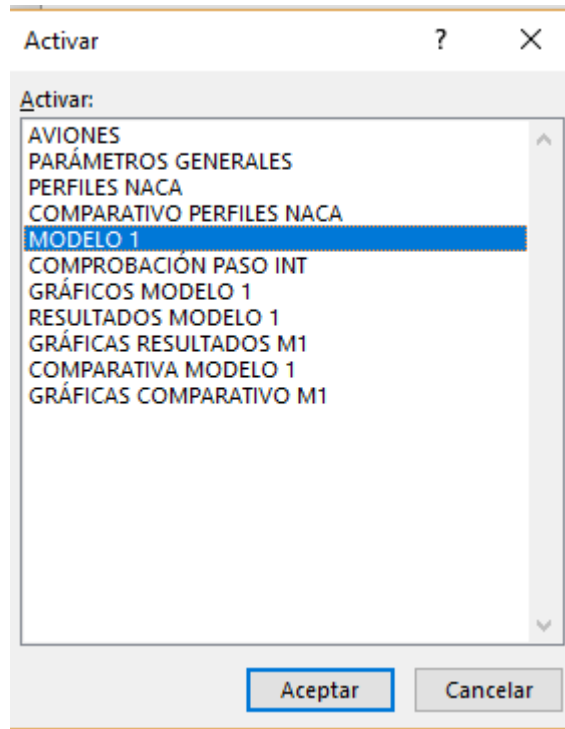


Ilustración 33. Hojas de cálculo del simulador.

- Aviones: en esta hoja del libro nos encontramos con un listado de datos de las diferentes aeronaves que se analizarán en el modelo, así como de los motores
- Parámetros generales: pestaña de datos que posteriormente se introducen en el modelo.
- Perfiles naca: contiene datos de diferentes perfiles hipersustentadores
- Comparativo Perfiles Naca: visualización y comparación de los diferentes perfiles estudiados
- Modelo 1: es la hoja en la que se resuelve el modelo físico, esta es la primera de las hojas de cálculo interactivas.
- Comprobación paso de integración: compromiso entre calidad de solución y coste computacional, a través de comparación de soluciones con varios pasos de integración.
- Gráficos modelo 1: representación gráfica general de los resultados obtenidos en el modelo 1.

Capítulo 4 Implementación del modelo

- Resultados modelo 1: en esta hoja se extraen los resultados más importantes para la realización de estudios paramétricos de cada una de las aeronaves. Esta hoja dispone de macros para la extracción de resultados
- Gráficas resultados M1: representación gráfica de los resultados extraídos en la hoja anterior
- Comparativa modelo 1: comparación entre las diferentes aeronaves estudiadas.
- Gráficos comparativos M1: representación gráfica de dichas comparaciones.

Una vez realizado este resumen de las hojas de cálculo encontradas, nos centraremos en las interactivas:

En primer lugar, hablaremos de la hoja **Modelo1**: lo primero que nos encontramos son las condiciones de contorno y la selección del tipo de aeronave:

2		
3	modelo aeronave	BOEING-777-8
4	Salto temporal (s)	0,8
5	Altura de vuelo (m)	11000,000
6	Velocidad de cruceo (km/h)	892,406
7	Velocidad de cruceo (m/s)	247,890
8	Recorrido en pista	0,000
9	V.min.PISTA (km/h)	200,000
10	V.min.PISTA (m/s)	55,556
11	Delta máximo (º)	15,000
12	Delta inicial (º)	0,000
13		

Ilustración 34. Condiciones de contorno hoja de cálculo Modelo 1

En este caso la única condición de contorno que se debe modificar de forma manual es la es la V.min.PISTA, marcada en amarillo, que es la velocidad mínima que debe tener la aeronave para que pueda actuarse sobre el mando de inclinación de la aeronave (V_R).

Los otros parámetros que pueden modificarse son el salto temporal o paso de integración (no recomendable para las aeronaves predefinidas). Y el modelo de aeronave:

2		
3	modelo aeronave	BOEING-777-8
4	Salto temporal (s)	BOEING-770-200 BOEING-770-200-ER
5	Altura de vuelo (m)	BOEING-777-8
6	Velocidad de cruceo (km/h)	AIRBUS-A318 AIRBUS-A340-500
7	Velocidad de cruceo (m/s)	AIRBUS-A340-600
8	Recorrido en pista	0,000
9	V.min.PISTA (km/h)	200,000
10	V.min.PISTA (m/s)	55,556
11	Delta máximo (º)	15,000
12	Delta inicial (º)	0,000
13		
14		

Ilustración 35. Lista de aeronaves Hoja de cálculo Modelo 1.

En la lista desplegable aparecerán las aeronaves introducidas en la lista de la hoja de cálculo de Aviones, pudiendo esta ser modificada o ampliada.

Una vez introducidos estos datos, se han de introducir los datos al modelo, para ello se utilizará la macro integrada en esa misma hoja de cálculo.

INTRODUCCIÓN DE DATOS

Ilustración 36. Macro hoja de cálculos Modelo 1

El modelo ya está listo para ser ejecutado, se recomienda extender los cálculos unas 1000 filas y después ajustar las constantes de los controladores PID.

CONSTANTES PID (delta)	
Kp_delta	0,01
Ki_delta	0,625
Kd_delta	0,068

CONSTANTES PID (acel.)	
Kp_acel.	0,9
Ki_acel.	0,014
Kd_acelerad	1,84

Ilustración 37. Constantes de ajuste de los controladores.

Después se extienden las filas hasta que se complete el cálculo que se desea conocer, siendo irrelevante y con un funcionamiento no deseado, una vez la aeronave se queda sin combustible y planea hasta llegar al suelo.

La siguiente hoja de cálculo interactiva sería la **Hoja Resultados modelo 1**.

En la misma nos encontramos 4 macros que facilitan la extracción de los resultados:

EXTRACCIÓN DE RESULTADOS

Ilustración 38. Macro para extracción de resultados.

Esta macro se centra en tomar los resultados del modelo 1, e introducirlos en la columna que le marca el contador, y para la aeronave estudiada:

BOEING-777-8		c-1	c-2	c-3	c-4
MAGNITUD	UNIDADES				
Nº PASAJEROS	-	350	325	300	275
DISTANCIA EN PISTA	m	3104,04	3047,45	3053,41	2997,25
TIEMPO EN PISTA	s	85,60	84,80	84,80	84,00
VELOCIDAD MÁXIMA EN PISTA	Km/h	283,96	281,68	281,91	279,62
DISTANCIA DE DESPEGUE	m	4365,18	4369,58	4305,93	4310,28
TIEMPO DE DESPEGUE	s	100,80	100,80	100,00	100,00
DISTANCIA HASTA VUELO DE CRUCERO	km	147,17	147,29	147,21	147,33
TIEMPO HASTA VUELO DE CRUCERO	s	831,20	830,40	828,80	828,00
MASA DE COMBUSTIBLE CONSUMIDA	T	158,94	158,94	158,94	158,94
DISTANCIA RECORRIDA	Km	11041,98	11042,51	11043,03	11043,95
CONSUMO MEDIO POR PASAJERO	kg/pasajero	454,11	489,04	529,78	577,95
CONSUMO MEDIO POR KILÓMETRO	kg/km	14,39	14,39	14,39	14,39
CONSUMO POR KILÓMETRO Y PASAJERO	kg/(pasajero km)	0,04	0,04	0,05	0,05
POTENCIA MÁXIMA	kW	159571,65	159547,94	159533,48	159527,07
COEFICIENTE CD	-	0,15	0,15	0,15	0,15
DISTANCIA DE PLANEADO	km	159,72	159,42	159,15	158,86
VELOCIDAD DE CRUCERO	km/h	892,41	892,41	892,41	892,41
ALTURA DE VUELO	m	11000,00	11000,00	11000,00	11000,00
DIÁMETRO DEL FUSELAJE	m	6,20	6,20	6,20	6,20
SUPERFICIE ALAR	m ²	516,70	516,70	516,70	516,70
CONTADOR MACRO					64

Ilustración 39. Contador para columna de extracción de datos

La fila en verde marca el número de columna, y el contador indica en que columna se extrae el resultado.

Las otras macros de la hoja están destinadas a dos estudios paramétricos:

ESTUDIO NÚMERO DE PASAJEROS

RESTABLECER NÚMERO DE PASAJEROS

Ilustración 40. Macro estudio paramétrico en función del número de pasajeros.

Esta permite variar el número de pasajeros y extraer los resultados, ofreciendo también la posibilidad de resetear a valores originales.

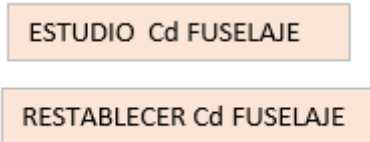


Ilustración 41. Macro estudio paramétrico Cd del fuselaje

La función es similar a la macro anterior, esta vez se realiza el estudio paramétrico sobre el coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje de la aeronave.

Para terminar este breve tutorial, decir que las hojas de cálculo de gráficas, estas están predefinidas, pero son de modificación manual. Además, los valores de la hoja de cálculo Comparativa modelo 1, son fijos y pertenecientes a todas las aeronaves, si se añade alguna más, hay que añadir los datos de forma manual.

Por otra parte, salvo conocimiento de VBA, que permitan modificar las macros, no se recomienda hacer cambios de distribución, ni añadir o modificar aeronaves puesto que habría que modificar los códigos.

Capítulo 5

Estudios paramétricos y presentación de resultados

El siguiente capítulo se centra en la y realización de diferentes estudios utilizando la herramienta creada, a fin de extraer y comprender los resultados obtenidos, así como la realización de un análisis de los mismos.

5.1. Introducción

En este apartado se va a introducir las aeronaves a estudiar y sus características. Para realizar el trabajo se han seleccionado seis aeronaves, con diferentes características y diferentes sistemas de propulsión (motores):

- Boeing 777-8
- Boeing 777-200
- Boeing 777-200ER
- Airbus A318
- Airbus A340-500
- Airbus A340-600

Además de introducir los datos de las aeronaves, también se proporcionarán los datos de ajuste de las constantes de los PID.

5.1.1. Boeing 777-8

BOEING 777-8	
MOTOR	GE9X
Nº DE MOTORES	2
AUTONOMÍA (km)	16090
NÚMERO DE PASAJEROS	350
MASA DE LA CARGA (kg)	3500
CAPACIDAD DE COMBUSTIBLE (kg)	158940
MASA PROPIA (kg)	147594
TECHO DE VUELO (m)	13000
TECHO DE OPERACIÓN (m)	11000
MACH DE CRUCERO	0,84
ÁREA FRONTAL DEL FUSELAJE (m^2)	120,763
SUPERFICIE ALAR (m^2)	516,7
CARRERA DE DESPEGUE (m)	No conocido

Tabla 6. Datos Boeing 777-8.

(Tomado de: Boeing 777X).



Ilustración 42. Boeing 777-8.

(Tomado de: Boeing 777X)

5.1.2. Boeing 777-200

BOEING 777-200	
MOTOR	GE-90-94B
Nº DE MOTORES	2
AUTONOMÍA (km)	9700
NÚMERO DE PASAJEROS	440
MASA DE LA CARGA (kg)	44000
CAPACIDAD DE COMBUSTIBLE (kg)	93872
MASA PROPIA (kg)	109328
TECHO DE VUELO (m)	13140
TECHO DE OPERACIÓN (m)	11000
MACH DE CRUCERO	0,84
ÁREA FRONTAL DEL FUSELAJE (m^2)	120,763
SUPERFICIE ALAR (m^2)	427,8
CARRERA DE DESPEGUE (m)	2530

Tabla 7. Datos Boeing 777-200.

(Tomado de: Boeing 777-200/200ER).



Ilustración 43. Boeing 777-200.

(Tomado de: Boeing 777-200/200ER).

5.1.3. Boeing 777-200ER

BOEING 777-200ER	
MOTOR	GE-90-94B
Nº DE MOTORES	2
AUTONOMÍA (km)	14305
NÚMERO DE PASAJEROS	440
MASA DE LA CARGA (kg)	44000
CAPACIDAD DE COMBUSTIBLE (kg)	136936
MASA PROPIA (kg)	116614
TECHO DE VUELO (m)	13140
TECHO DE OPERACIÓN (m)	11000
MACH DE CRUCERO	0,84
ÁREA FRONTAL DEL FUSELAJE (m^2)	120,763
SUPERFICIE ALAR (m^2)	427,8
CARRERA DE DESPEGUE (m)	2530

Tabla 8. Datos Boeing 777-200ER.

(Tomado de: Boeing 777-200/200ER).

No se presenta imagen del modelo pues es similar al anterior, permitiendo mayor capacidad de combustible.

5.1.4. Airbus A-318

AIRBUS A-318	
MOTOR	PW6000
Nº DE MOTORES	2
AUTONOMÍA (km)	6000
NÚMERO DE PASAJEROS	132
MASA DE LA CARGA (kg)	13200
CAPACIDAD DE COMBUSTIBLE (kg)	19368
MASA PROPIA (kg)	39500
TECHO DE VUELO (m)	12000
TECHO DE OPERACIÓN (m)	11000
MACH DE CRUCERO	0,82
ÁREA FRONTAL DEL FUSELAJE (m^2)	49,017
SUPERFICIE ALAR (m^2)	122,6
CARRERA DE DESPEGUE (m)	1355

Tabla 9. Datos Airbus A318.

(Tomado de: Airbus A318).



Ilustración 44. Airbus A318.

(Tomado de: Airbus A318).

5.1.5. Airbus A-340-500

AIRBUS A-340-500	
MOTOR	TRENT 500
Nº DE MOTORES	4
AUTONOMÍA (km)	16670
NÚMERO DE PASAJEROS	440
MASA DE LA CARGA (kg)	44000
CAPACIDAD DE COMBUSTIBLE (kg)	178280
MASA PROPIA (kg)	158920
TECHO DE VUELO (m)	12497
TECHO DE OPERACIÓN (m)	11000
MACH DE CRUCERO	0,83
ÁREA FRONTAL DEL FUSELAJE (m^2)	99,933
SUPERFICIE ALAR (m^2)	439,4
CARRERA DE DESPEGUE (m)	3050

Tabla 10. Datos Airbus A-340-500.

(Tomado de: Airbus A340-500)



Ilustración 45. Airbus A340-500.

(Tomado de: Airbus A340-500)

5.1.6. Airbus A-340-600

AIRBUS A-340-600	
MOTOR	TRENT 500
Nº DE MOTORES	4
AUTONOMÍA (km)	14450
NÚMERO DE PASAJEROS	475
MASA DE LA CARGA (kg)	47500
CAPACIDAD DE COMBUSTIBLE (kg)	163600
MASA PROPIA (kg)	168900
TECHO DE VUELO (m)	12497
TECHO DE OPERACIÓN (m)	11000
MACH DE CRUCERO	0,83
ÁREA FRONTAL DEL FUSELAJE (m^2)	99,933
SUPERFICIE ALAR (m^2)	439,4
CARRERA DE DESPEGUE (m)	3050

Tabla 11. Datos Airbus A340-600.

(Tomado de: Airbus A340-600).



Ilustración 46. Airbus A340-600.

(Tomado de: Airbus A340-600).

5.1.7. Datos motores utilizados

MOTOR GE9X	
EMPUJE MÁXIMO (kN)	514
EMPUJE ESPECÍFICO $\left(\frac{kN}{kg/s}\right)$	75
GASTO MÁXIMO DE COMBUSTIBLE (kg/s)	6,853
GASTO MÁXIMO DE AIRE (kg/s)	1360,03

Tabla 12. Datos del motor GE9X

MOTOR GE-90-94B	
EMPUJE MÁXIMO (kN)	418
EMPUJE ESPECÍFICO $\left(\frac{kN}{kg/s}\right)$	67,924
GASTO MÁXIMO DE COMBUSTIBLE (kg/s)	6,1539
GASTO MÁXIMO DE AIRE (kg/s)	532,6

Tabla 13. Datos del motor GE-90-94B

MOTOR PW600	
EMPUJE MÁXIMO (kN)	105,87
EMPUJE ESPECÍFICO $\left(\frac{kN}{kg/s}\right)$	93,725
GASTO MÁXIMO DE COMBUSTIBLE (kg/s)	1.1296
GASTO MÁXIMO DE AIRE (kg/s)	150.14

Tabla 14. Datos del motor PW6000

MOTOR TRENT 500	
EMPUJE MÁXIMO (kN)	249.1
EMPUJE ESPECÍFICO $\left(\frac{kN}{kg/s}\right)$	65.455
GASTO MÁXIMO DE COMBUSTIBLE (kg/s)	3.8057
GASTO MÁXIMO DE AIRE (kg/s)	879.6

Tabla 15. Datos del motor TRENT 500.

(Tomado de: común. Hernández, V. (2018). Análisis y estudio de los motores a reacción civiles)

Todos los sistemas de propulsión descritos en las tablas anteriores son motores turbofan.

5.1.8. Constantes de los controladores

En este apartado se presentará un resumen de las constantes del controlador obtenidas experimentalmente, mediante ajuste manual.

CONSTANTES DE CONTROL					Δt
Boeing 777-8	$K_{P-\delta}$ ($^{\circ}/km$)	0,01	$K_{P-\tau}$ (s/km)	0,9	0,8 (s)
	$K_{i-\delta}$ ($^{\circ}/km \cdot s$)	0,625	$K_{i-\tau}$ ($1/m$)	0,014	
	$K_{d-\delta}$ ($^{\circ}s^2/m$)	0,068	$K_{d-\tau}$ (s^3/m)	1,84	
Boeing 777-200	$K_{P-\delta}$ ($^{\circ}/km$)	0,01	$K_{P-\tau}$ (s/km)	0,88	0,8 (s)
	$K_{i-\delta}$ ($^{\circ}/km \cdot s$)	0,625	$K_{i-\tau}$ ($1/m$)	0,015	
	$K_{d-\delta}$ ($^{\circ}s^2/m$)	0,068	$K_{d-\tau}$ (s^3/m)	1,84	
Boeing 777-200ER	$K_{P-\delta}$ ($^{\circ}/km$)	0,01	$K_{P-\tau}$ (s/km)	0,721	0,8 (s)
	$K_{i-\delta}$ ($^{\circ}/km \cdot s$)	0,625	$K_{i-\tau}$ ($1/m$)	0,013	
	$K_{d-\delta}$ ($^{\circ}s^2/m$)	0,068	$K_{d-\tau}$ (s^3/m)	1,84	
Airbus A318	$K_{P-\delta}$ ($^{\circ}/km$)	0,15	$K_{P-\tau}$ (s/km)	0,002	0,8 (s)
	$K_{i-\delta}$ ($^{\circ}/km \cdot s$)	0,625	$K_{i-\tau}$ ($1/m$)	0,03	
	$K_{d-\delta}$ ($^{\circ}s^2/m$)	0,068	$K_{d-\tau}$ (s^3/m)	1,84	
Airbus A340-500	$K_{P-\delta}$ ($^{\circ}/km$)	0,15	$K_{P-\tau}$ (s/km)	0,85	0,8 (s)
	$K_{i-\delta}$ ($^{\circ}/km \cdot s$)	0,525	$K_{i-\tau}$ ($1/m$)	0,019	
	$K_{d-\delta}$ ($^{\circ}s^2/m$)	0,068	$K_{d-\tau}$ (s^3/m)	1,84	
Airbus A340-600	$K_{P-\delta}$ ($^{\circ}/km$)	0,15	$K_{P-\tau}$ (s/km)	0,7	0,8 (s)
	$K_{i-\delta}$ ($^{\circ}/km \cdot s$)	0,525	$K_{i-\tau}$ ($1/m$)	0,02	
	$K_{d-\delta}$ ($^{\circ}s^2/m$)	0,068	$K_{d-\tau}$ (s^3/m)	1,84	

Tabla 16. Constantes de los controladores.

En este punto, se ofrecerá la justificación a los valores tomados tanto para las constantes de los controladores PID, como para el paso de integración elegido.

- Paso de integración: este es un parámetro fundamental del modelo, pues, en definitiva, define la calidad de los resultados, por hacer una similitud, se trata de un parámetro similar al tamaño de un nodo utilizado en las simulaciones por el Método de Elementos Finitos. No obstante, en este caso, la Discretización es temporal en lugar de espacial.

Para poder seleccionar el paso de integración de forma adecuada, hemos de buscar un compromiso entre el coste computacional de resolver el modelo (mayor a menor paso de integración), y la precisión o la calidad de la solución obtenida.

En el gráfico 1., se muestran diferentes soluciones para distintos valores del paso de integración:

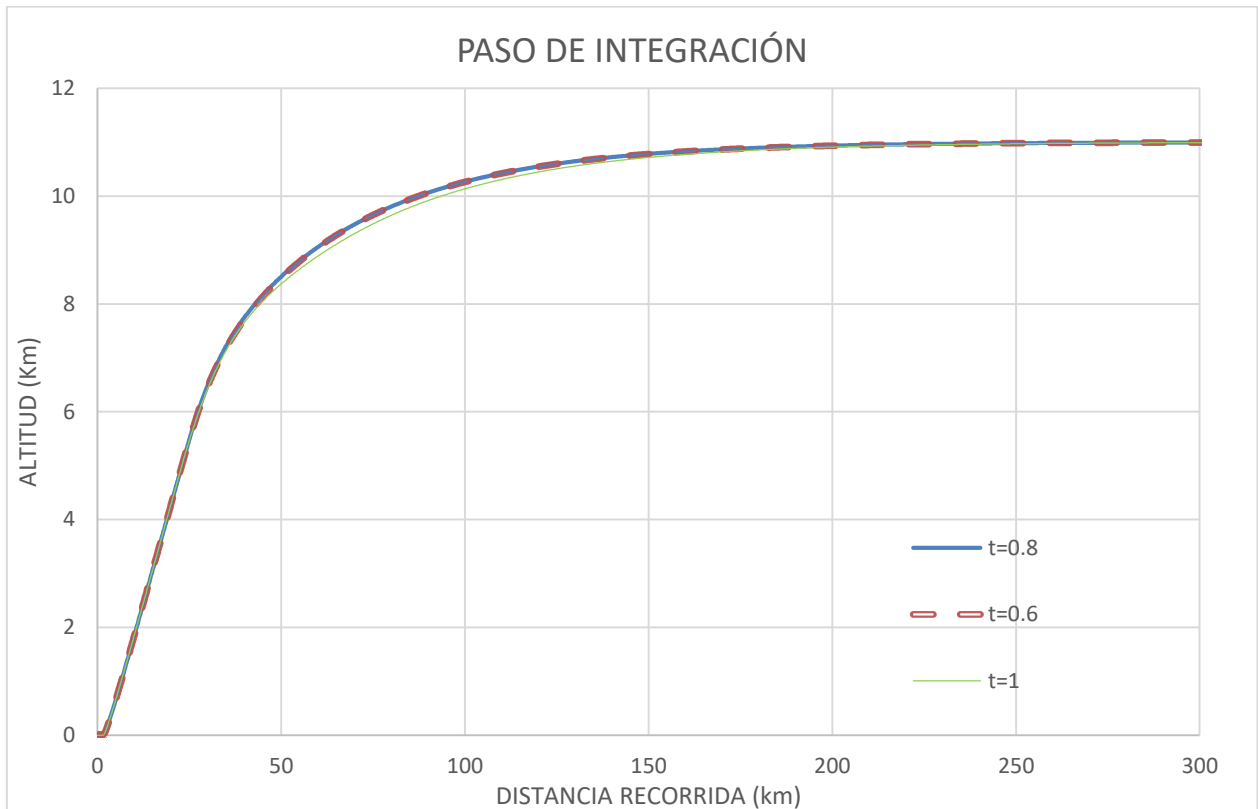


Gráfico 6. Solución en función del paso de integración.

Como se observa las soluciones son bastante similares, no obstante, sí que puede observarse variación. En el gráfico 2., se realiza un zoom de la zona con mayor variación para mejorar la apreciación de la misma.

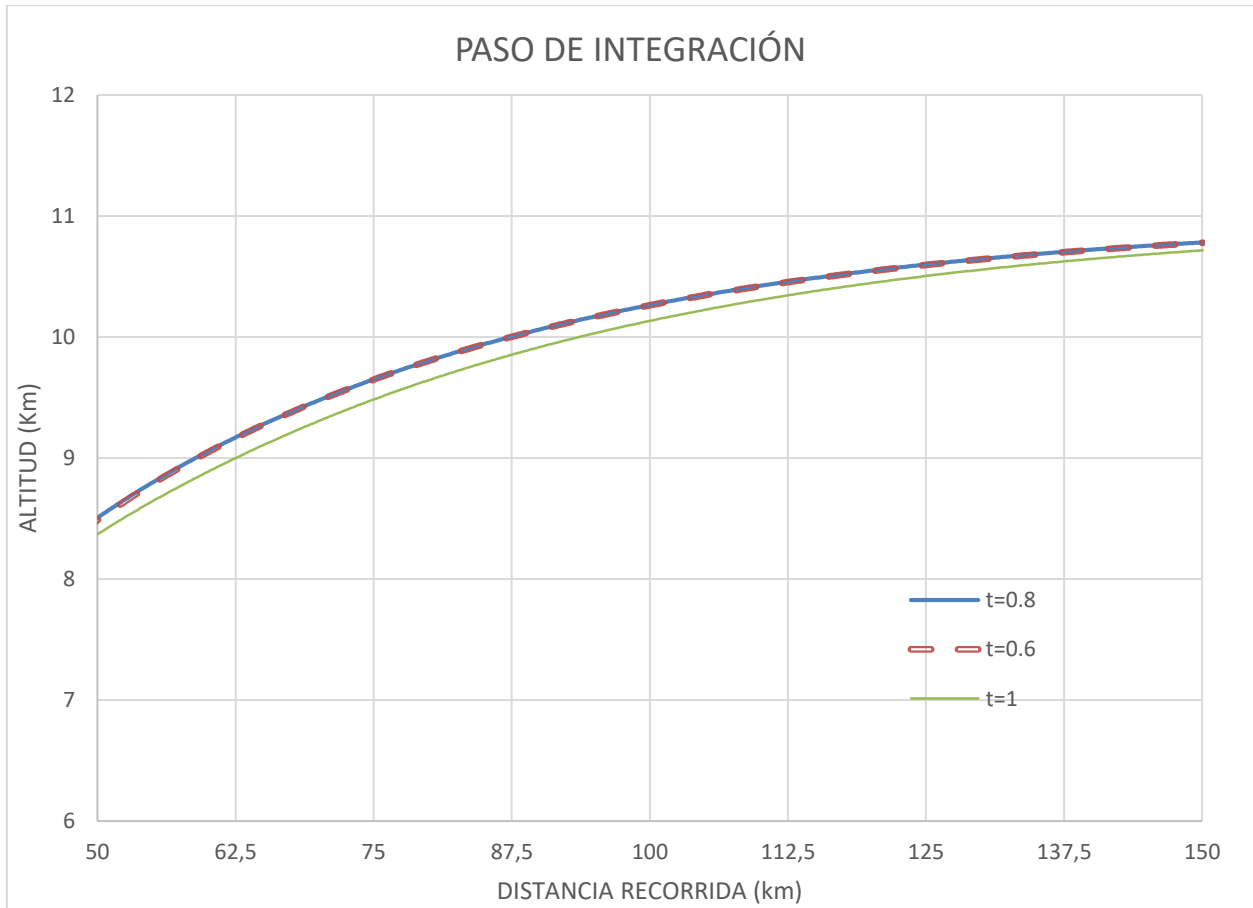


Gráfico 7. Zoom zona de mayor variación.

Aquí puede observarse mejor la magnitud de la variación entre el paso de integración escogido y el resultado obtenido. Como puede apreciarse, cuando el paso de integración es inferior a 0,8 (s), la solución apenas varía. Por lo tanto, este es el escogido buscando el compromiso anteriormente citado.

- **Constantes de control:** el ajuste de dichas constantes es realizado para cada modelo de forma manual, no obstante, el mismo tiene un fundamento. Como ya se explicó en el apartado 4.2 de la memoria, las constantes de control definen la respuesta de PID, y, por tanto, la solución obtenida. En este caso, buscando el confort de los pasajeros que viajan en la aeronave de estudio, interesaría una respuesta del tipo que se presenta en la Ilustración 30. Para demostrar el proceso de selección de dichas constantes, se utilizará a modo de ejemplo los datos del Boeing 777-8.

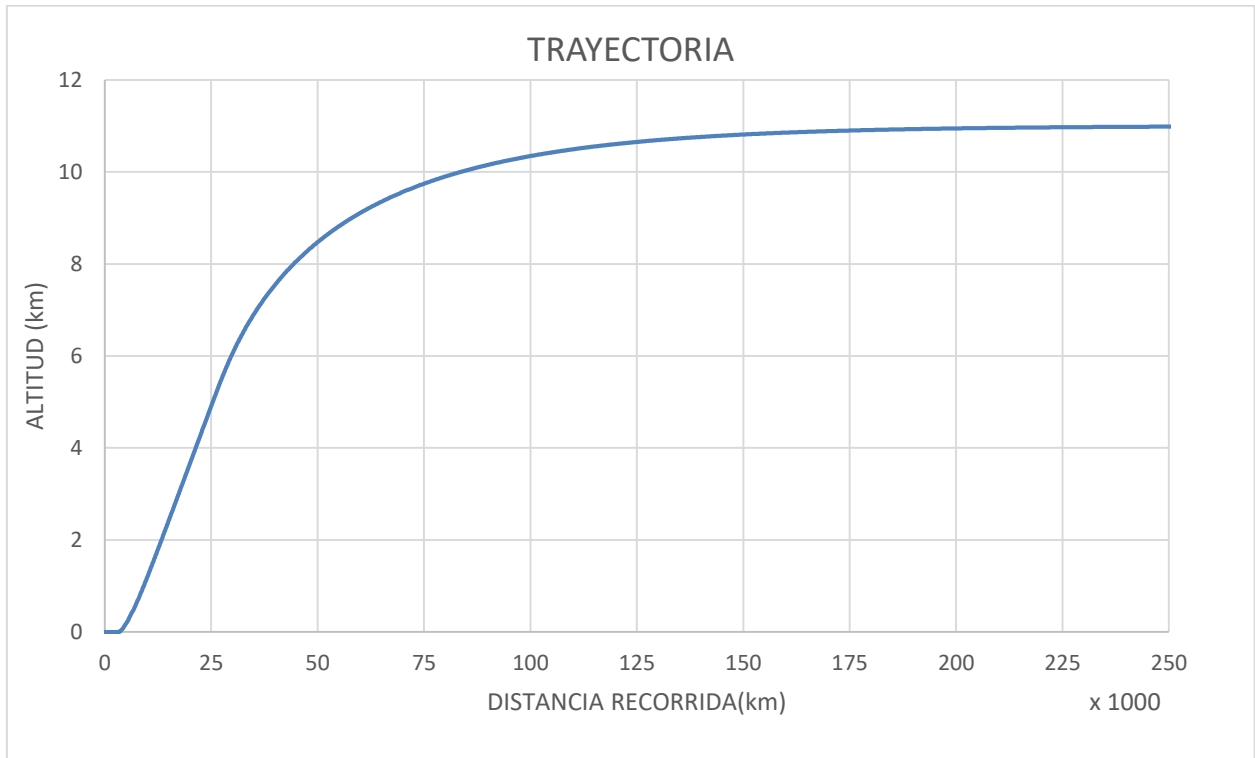


Gráfico 8. Respuesta del controlador para trayectoria Boeing 777-8.

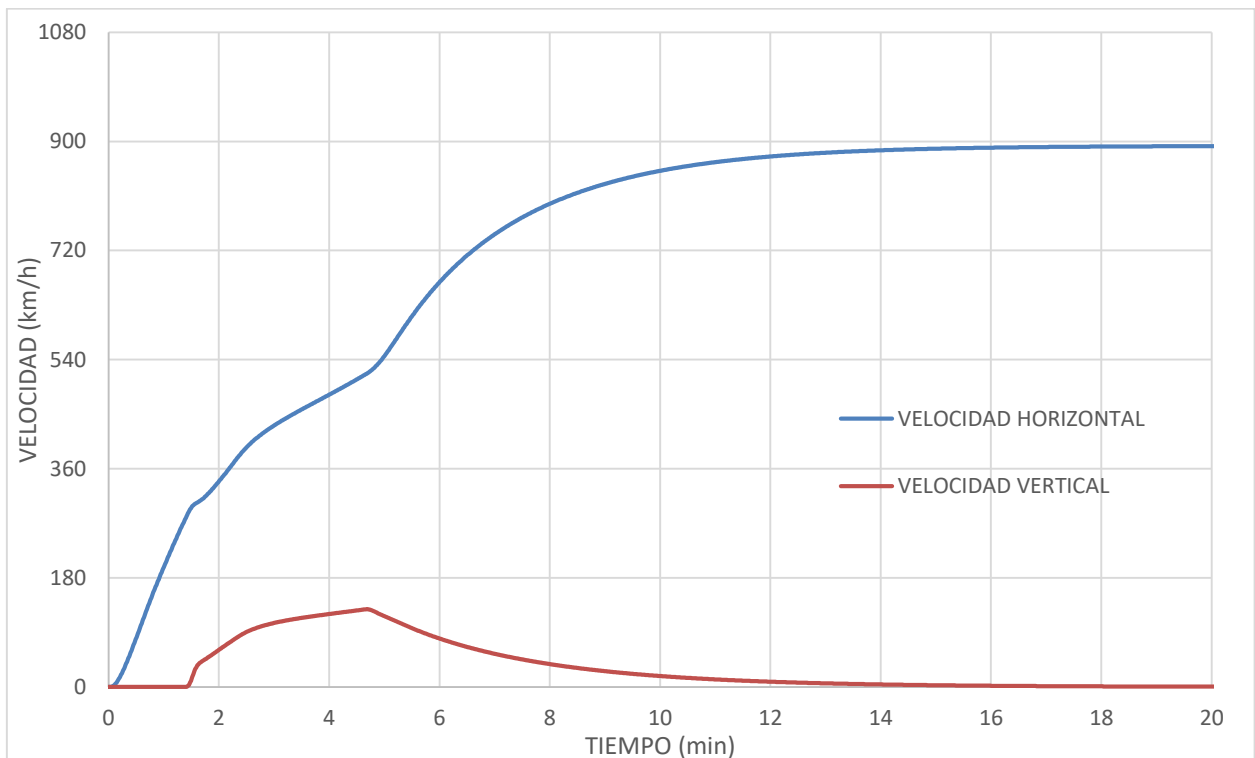


Gráfico 9. Respuesta del controlador para la velocidad Boeing 777-8.

Como se puede observar en los Gráficos 3 y 4., La evolución de la posición y de la velocidad siguen una trayectoria suave, cumpliendo con los objetivos a alcanzar. Por lo tanto, se puede concluir que las constantes elegidas son válidas.

No obstante, existe una pega para este planteamiento, pues el mismo no representa la realidad en lo que a aceleración se refiere. Pues cuando una aeronave despegue, lo normal es que hasta que alcance la velocidad mínima de despegue, la aceleración sea la máxima posible. Con estas constantes, al suavizar las transiciones, esta realidad no se cumple. Para poder satisfacer ambas condiciones se debería establecer una propuesta de control variable, que permita modificar o bien el objetivo durante la trayectoria, definiendo objetivos por tramos. O bien las constantes de control también dependiendo de la situación en la cual se encuentre la aeronave.

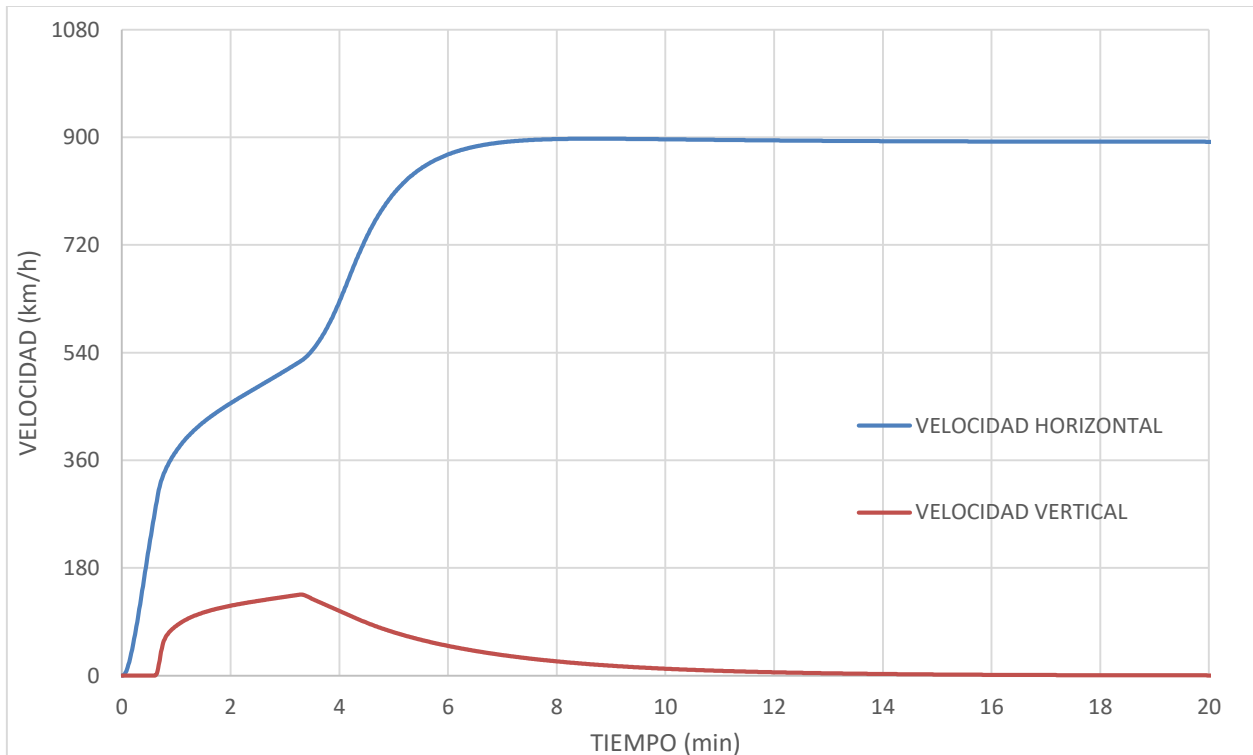


Gráfico 10. Respuesta del controlador para la velocidad del Boeing 777-8, con aceleración máxima.

En el Gráfico 5., se puede apreciar como en la respuesta ante la velocidad, cuando se opta por la opción de modelar la aceleración máxima, es más brusca, generando mayores pendientes en la gráfica.

Para el modelo de este trabajo se opta por utilizar la opción 1, en la cual la respuesta es menos brusca.

5.2. Presentación de los resultados obtenidos

En este apartado se procederá a una presentación general de los resultados obtenidos con el modelo. Para ello se presentarán los siguientes gráficos:

- Trayectoria de la aeronave: podrá observarse el recorrido de la aeronave en su tramo inicial, hasta la estabilización de la misma.
- Masa de combustible: esta permitirá visualizar la variación en la masa de combustible.
- Velocidades: permitirá visualizar tanto la velocidad vertical como la horizontal.
- Ángulos de subida e inclinación: aportarán visibilidad a la pendiente con la cual la aeronave asciende.
- Gasto de combustible: visualización del consumo de combustible a lo largo del tiempo de vuelo.

Una vez presentados los resultados obtenidos se procederá con la validación del modelo.

También se realizarán los estudios paramétricos considerados de mayor interés para diferentes aeronaves:

- *Estudio paramétrico de la variación del número de pasajeros*
- *Estudio paramétrico de la variación del coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje*
- *Estudio paramétrico de la variación de la altura de vuelo*
- *Estudio paramétrico de la variación de la velocidad de vuelo.*

En este apartado se presentarán los resultados de una de las aeronaves, que será representativa de la siguiente situación:

- *Aeronave pesada de largo alcance*

Los resultados de las demás aeronaves, a fin de no sobrecargar en exceso la memoria propiamente dicha, se presentarán a los anexos de la misma.

5.2.1. Resultados típicos Boeing 777-8

Esta aeronave, es de tamaño grande, con capacidad para 440 pasajeros, y una autonomía de 16090 km, por lo tanto, es de largo alcance.

Antes de presentar los datos, las consignas para altitud y velocidad son:

- Velocidad de crucero: $892,41 \text{ (km/h)}$
- Techo de vuelo: 11000 (m)
- $G_{f_{max}} = 13,71 \text{ (kg/s)}$

Una vez introducidos los datos y ajustadas las constantes de los controladores, podemos proceder a la extracción de los resultados:

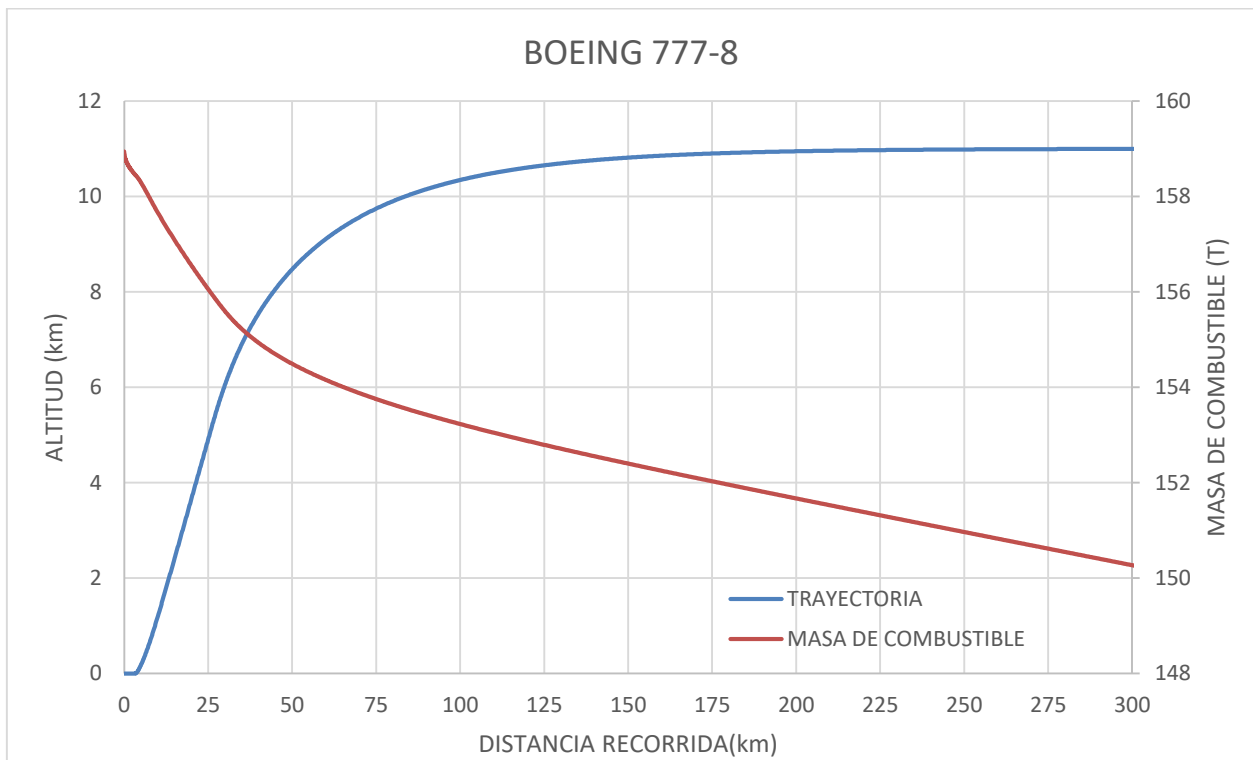


Gráfico 11. Trayectoria y masa de combustible.

En el gráfico 6., se puede observar el comienzo de la trayectoria de la aeronave, mostrando hasta la estabilización de la misma en vuelo de crucero. Como puede observarse, se cumple perfectamente la consigna de la altura de vuelo.

Es importante observar como el controlador lleva la aeronave a aproximarse lentamente a la trayectoria sin generar oscilaciones bruscas. Este funcionamiento era el deseado, pues dichas oscilaciones generarían cambios bruscos de posición y velocidad y elevadas aceleraciones que generarían discomfort en los pasajeros.

Como cabía esperar la masa de combustible varía más rápido, es decir, hay mayor gasto, durante la carrera de despegue y el ascenso de la aeronave hasta alcanzar la situación de vuelo de crucero. También puede observarse que el consumo se estabiliza tras alcanzar dicha situación.

Para visualizar la carrera de despegue podemos incorporar un gráfico de zoom de la trayectoria en la zona citada.

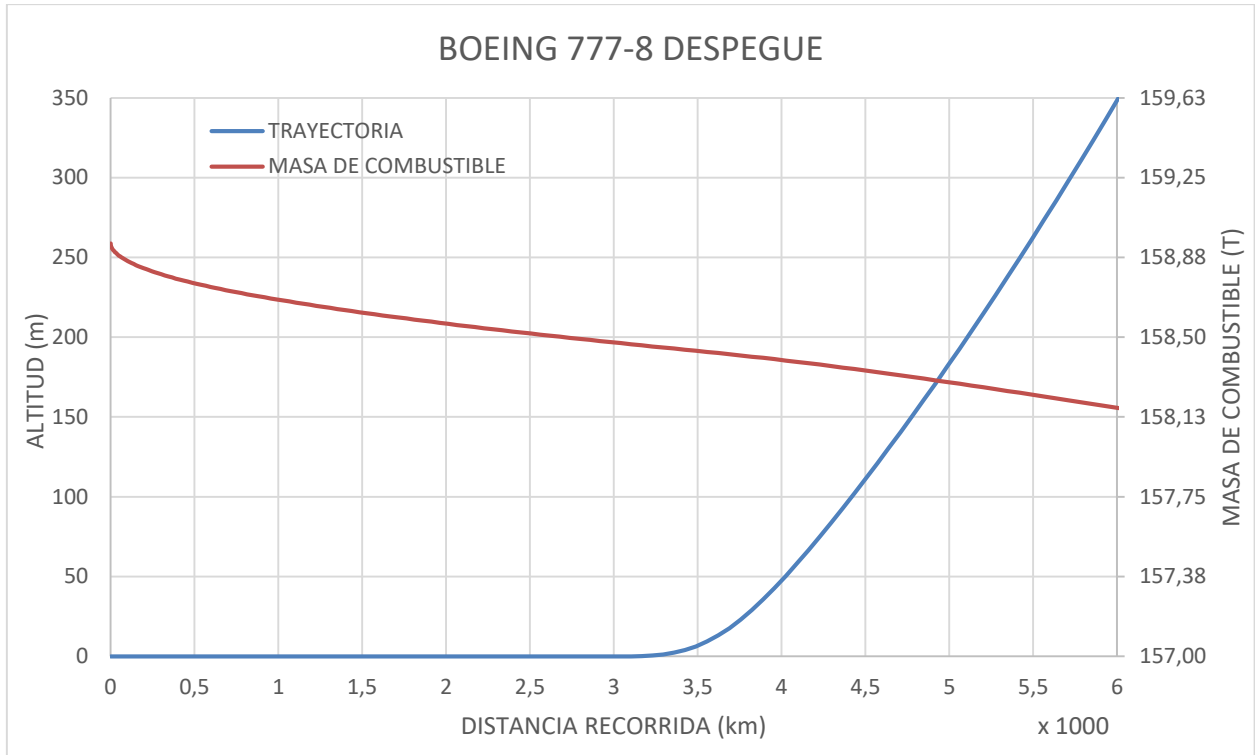


Gráfico 12. Trayectoria y masa de combustible en la carrera de despegue.

EL gráfico 7, no otorga información a mayores del anterior, no obstante, permite una mejor visualización de la actuación de despegue.

Antes de proseguir, se realizará un pequeño matiz para distinguir dos conceptos que pueden confundirse entre sí:

- Carrera de despegue: punto en el cual la aeronave deja la pista
- Actuación de despegue: punto en el cual la aeronave ha alcanzado una altitud de 100m.

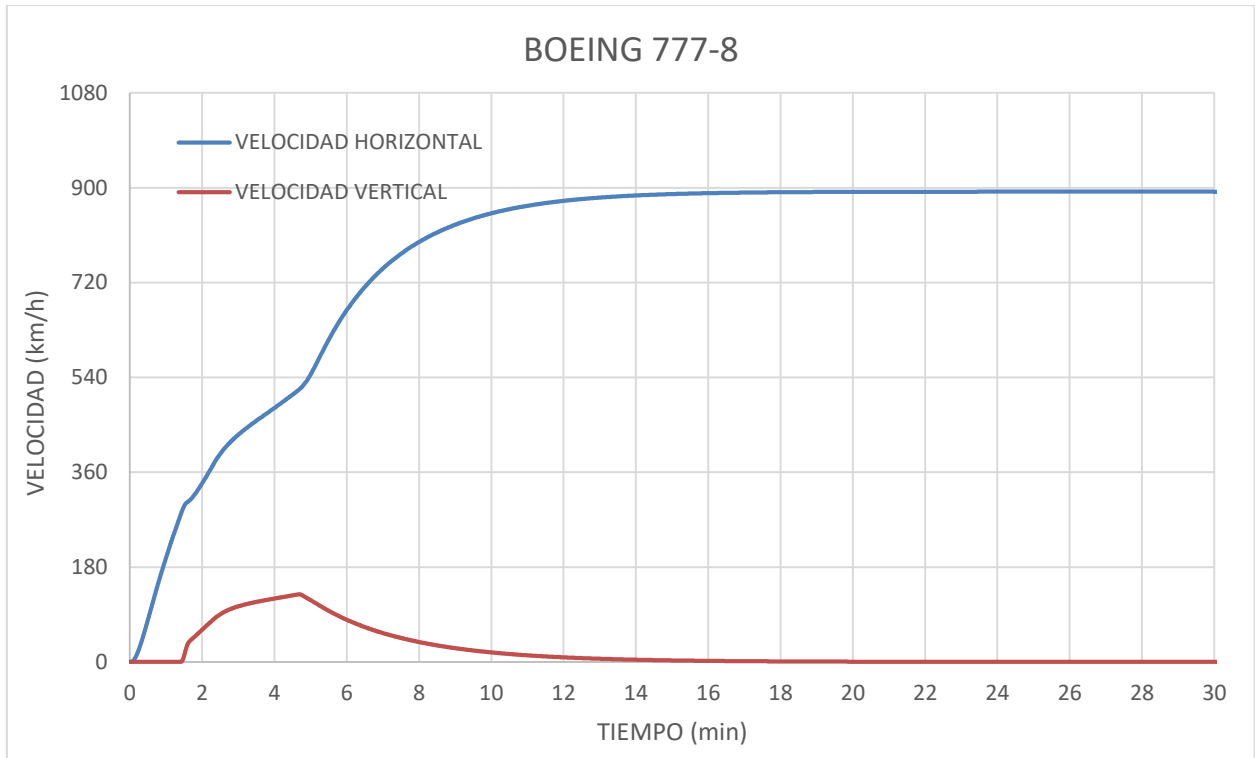


Gráfico 13. Velocidad de la aeronave.

El gráfico 8., permite visualizar como se modifica la velocidad de la aeronave durante la trayectoria. Al igual que en el caso de la trayectoria, interesa que la consigna se alcance de forma suave sin oscilaciones bruscas. En este caso, el control es algo más delicado que para la trayectoria, lo que conlleva un peor ajuste, no obstante, a pesar de no ser de tanta calidad como el anterior, si se observa que no se dan oscilaciones bruscas, por lo tanto, el control será satisfactorio, además en crucero la consigna se mantiene perfectamente y la velocidad vertical como cabría esperar es nula.

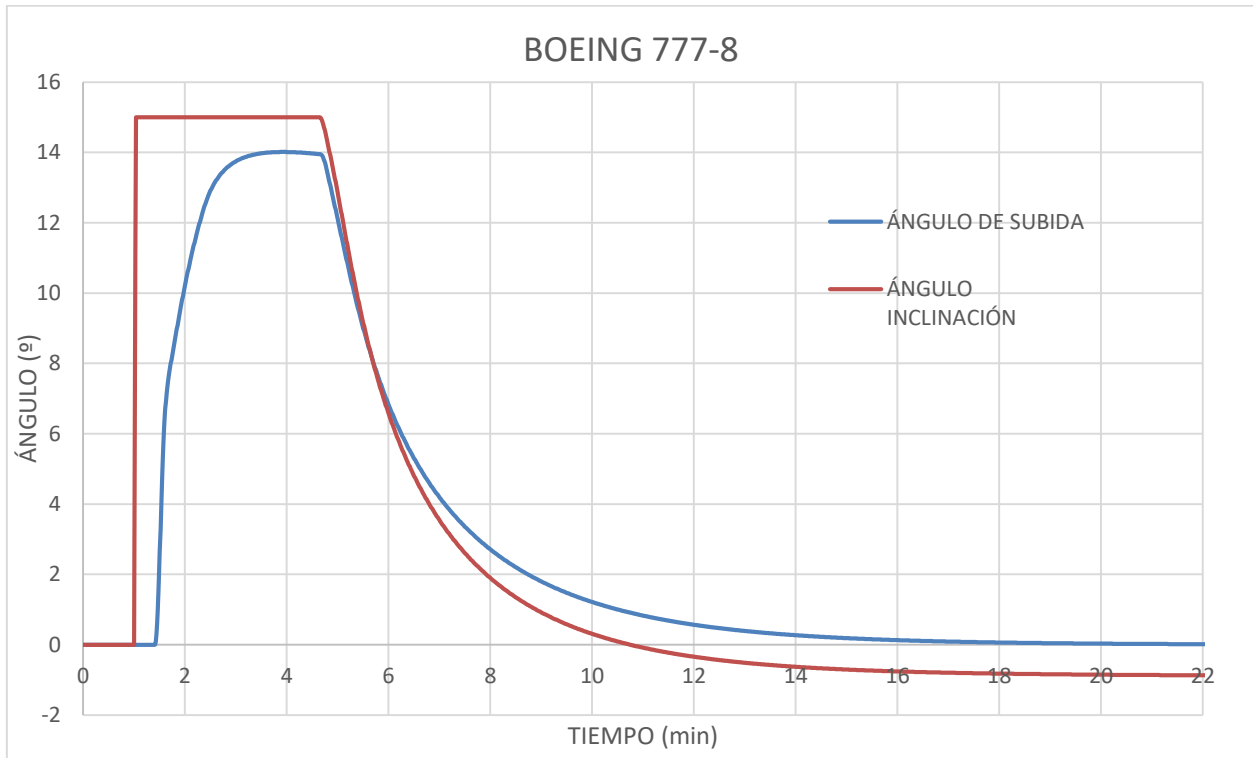


Gráfico 14. Ángulo de subida e inclinación.

El gráfico 9., permite visualizar dos variables de la trayectoria de la aeronave, el ángulo de subida (o ángulo de la velocidad) y el ángulo de inclinación (ángulo de la aeronave).

Como se puede observar, se cumple la condición de contorno que limita la máxima inclinación de la aeronave. Además, queda claro que la aeronave gana altura con ángulo de subida moderados, lo que permite garantizar el confort de los pasajeros durante el ascenso.

Otra apreciación interesante que puede hacerse acerca de este gráfico, se encuentra en el ángulo de inclinación, y es que, puede observarse como el mismo desciende moderadamente después de estabilizarse la aeronave. Esto se debe a la reducción del peso de la misma, pues este efecto del gasto de combustible, el cuál hasta el punto de vuelo de crucero, podría decirse que es muy elevado, genera una demanda menor de sustentación. Con lo cual, para mantener la altura y la velocidad, el controlador solo puede variar la sustentación a través de la variación del ángulo de ataque y por ende de la variación del ángulo de inclinación.

Esto último nos permite apreciar un signo de robustez en el controlador, el cual se adapta de forma adecuada a las solicitudes de la trayectoria. De manera que, si el control es robusto, podrá concluirse que el modelo también lo será.

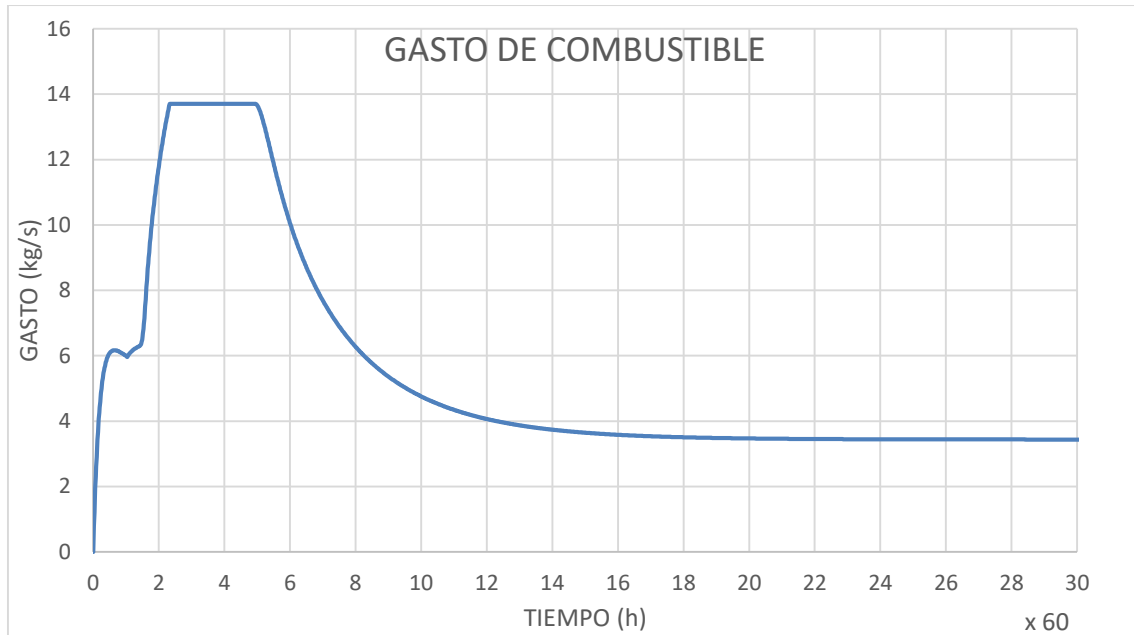


Gráfico 15. Consumo de combustible en función el tiempo.

En el gráfico 10., se puede visualizar el consumo de la aeronave en función del tiempo. Como puede observarse, el modelo limita el consumo al gasto máximo de la aeronave, definido como dato. Además, como cabría esperar, cuando se alcanza la situación de vuelo de crucero, el mismo se estabiliza.

Aquí puede apreciarse el tema comentado durante la selección de las constantes de control. Si se hubiese optado por conseguir la aceleración máxima para el despegue, al gasto de combustible aumentaría mucho más deprisa de lo que lo hace actualmente, alcanzando su máximo prácticamente nada más iniciar la trayectoria.

5.2.2. Validación del modelo 777-8

Una vez presentados y analizados los resultados típicos, se procederá con la validación del modelo, la misma pasa por comparar los resultados obtenidos con los resultados teóricos proporcionados por los fabricantes, en concreto se comparará la autonomía de la aeronave. Obteniendo los siguientes resultados:

$$Autonomía_{teórica} = 16090 \text{ (km)}$$

$$Autonomía_{simulada} = 11041,98 \text{ (km)}$$

Como se puede observar existe un error entre el dato extraído de la simulación y el dato real. Siendo este:

$$error = 31,37 \%$$

Este es un error que a priori parece excesivo, no obstante, si analizamos las circunstancias, el mismo es justificable.

En primer lugar, hay que tener en cuenta las limitaciones del modelo planteado. La más importante y de mayor influencia en el tema en cuestión, son las limitaciones que presenta el modelo aerodinámico propuesto.

En el mismo se hace una suposición del coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje, esta suposición mayor a dicho coeficiente, pues se basa en el diámetro mayor del fuselaje, no considerando la geometría real del mismo.

En la realidad el diseño de este está optimizado al máximo, de manera que genere la menor fricción posible.

Durante el vuelo de crucero, la resistencia aerodinámica que genera el fuselaje, debido a la alta velocidad de vuelo genera una carga resistente muy importante. El valor de la misma extraído del modelo sería de:

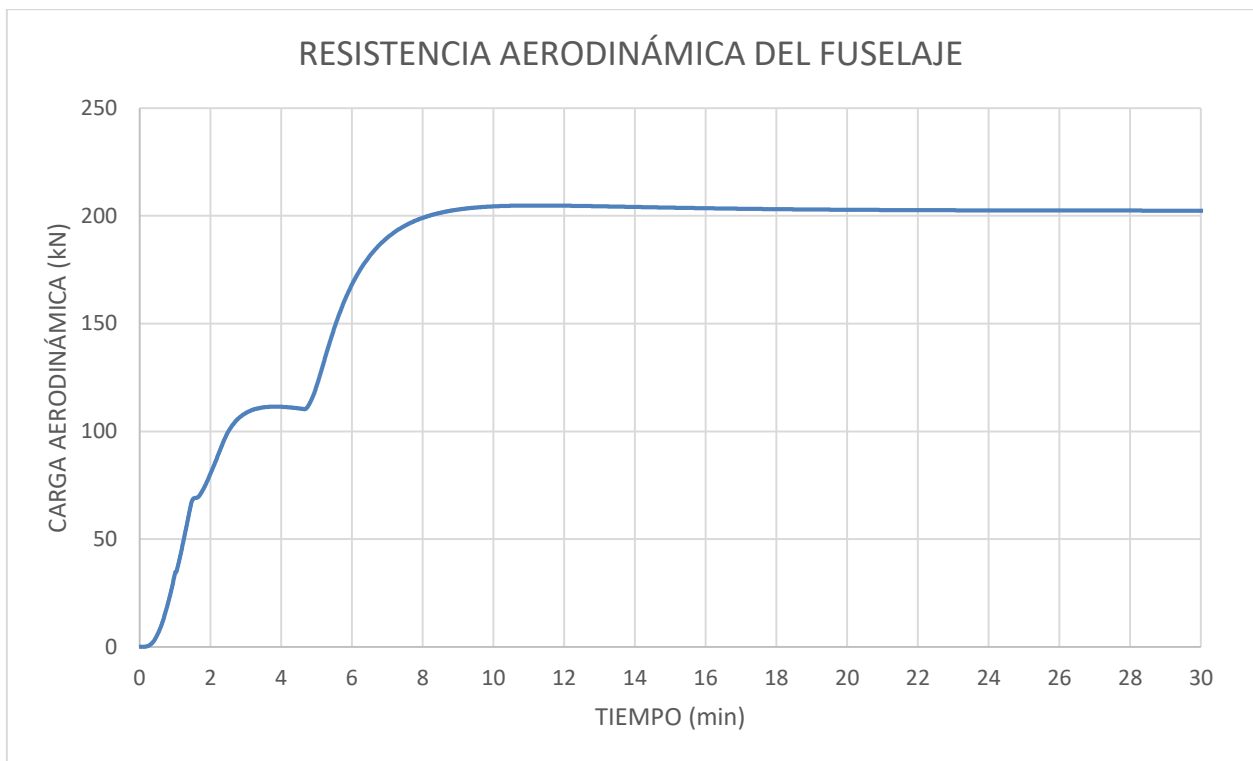


Gráfico 16. Carga aerodinámica del fuselaje.

Como puede observarse en el gráfico 11., la carga aerodinámica del fuselaje es muy elevada, con lo que puede intuirse que una pequeña variación en la geometría del mismo o en el coeficiente de resistencia aerodinámica, generará una gran variación de la carga resistente y por ende una bajada importante del consumo y el correspondiente aumento de la autonomía. Como se presentará en el apartado 5.2.3. de la memoria, si se realiza un estudio paramétrico de dicho coeficiente, se pondrá de manifiesto la enorme influencia del mismo. No obstante, por concluir esta explicación, se presentará una gráfica de las cargas aerodinámicas para el que posteriormente será definido como coeficiente de resistencia óptimo.

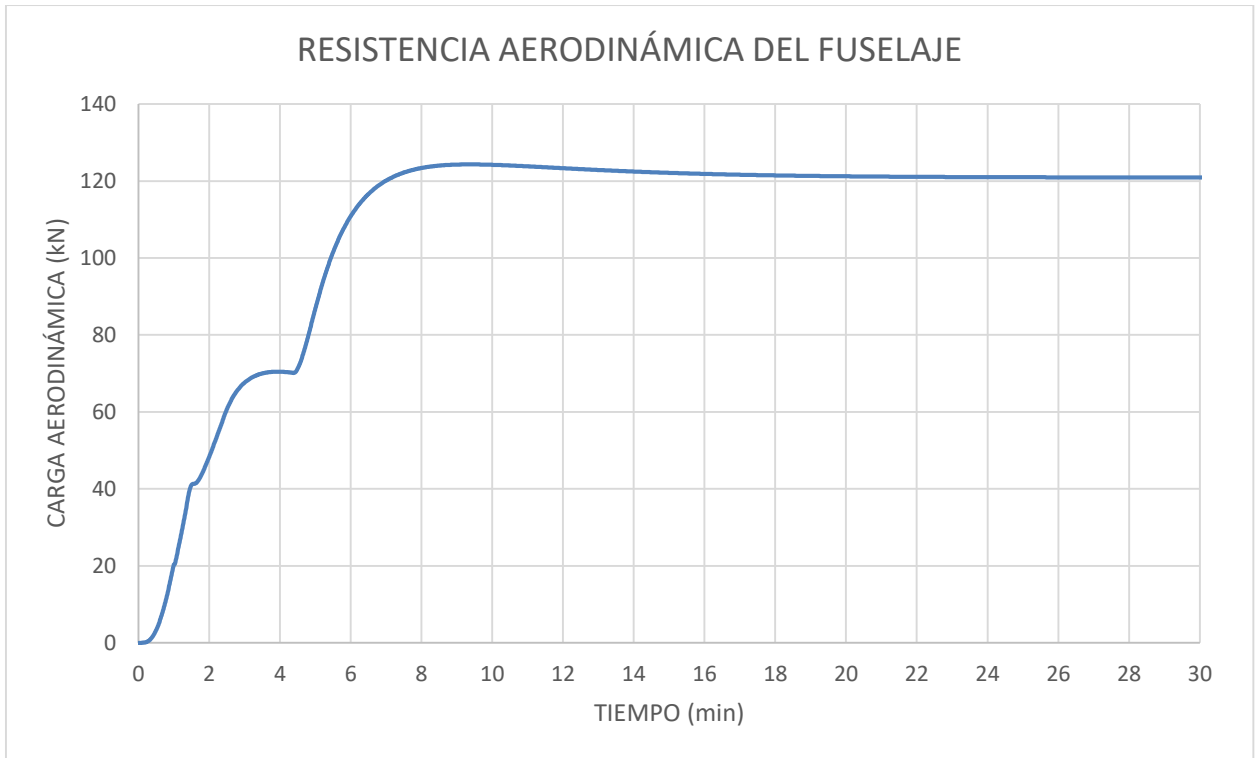


Gráfico 17. Carga aerodinámica para C_d óptimo.

Si se comparan los gráficos 10 y 11., se observa la gran disminución que experimenta la resistencia aerodinámica de la aeronave.

En conclusión, si se optimiza el modelo aerodinámico del fuselaje propuesto, podría disponerse de un modelo cuyo resultado sea exactamente igual al teórico.

Por lo tanto, se puede dar por validado el modelo en base a dos criterios:

- *Solución con error asumible, justificable y corregible*
- *Robustez y buena respuesta ante alteraciones.*

5.2.3. Estudios paramétricos Boeing 777-8

El siguiente paso es la realización, presentación y análisis de los diferentes estudios paramétricos.

- *Efecto de la variación en el número de pasajeros.*

Este estudio consiste en la variación del número de pasajeros que transporta la aeronave, lo que se traduce en la variación de la masa correspondiente a la carga y, por tanto, la masa total de esta aeronave. A continuación, se presentan las gráficas correspondientes a los resultados, para su explicación y entendimiento.

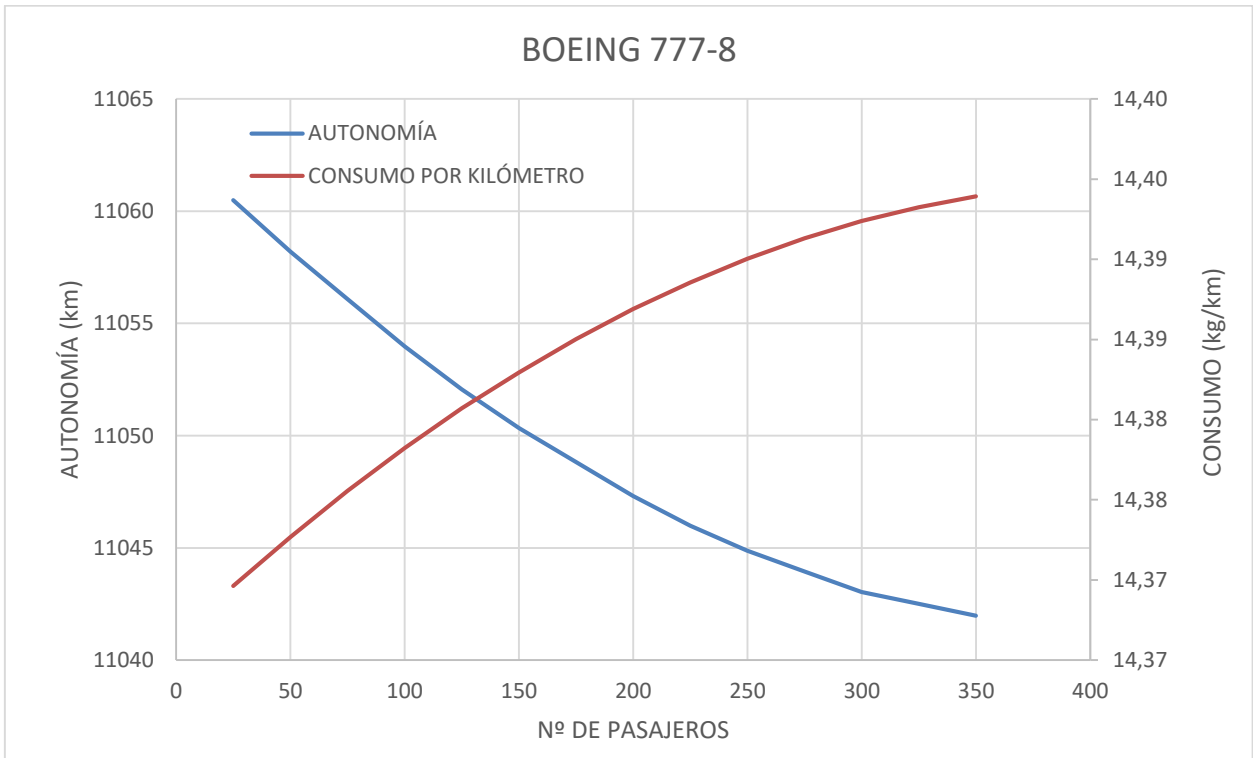


Gráfico 18. Variación de la autonomía y el consumo medio por kilómetro en función del número de pasajeros.

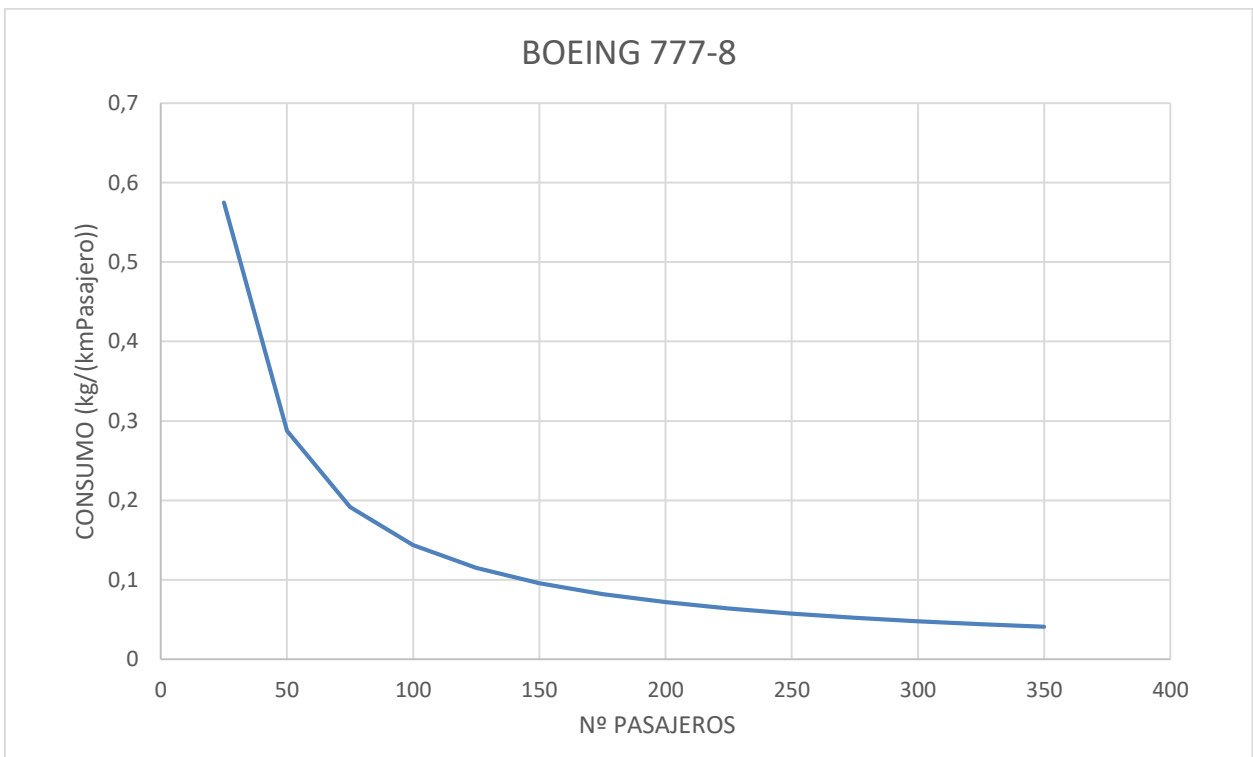


Gráfico 19. Variación del consumo medio por kilómetro y pasajero en función del número de pasajeros.

A partir de los datos presentados en las gráficas anteriores, podemos extraer una serie de conclusiones:

- La **autonomía aumenta** al disminuir el número de pasajeros, esto se debe a la reducción de la masa de la aeronave, que, a su vez, genera una disminución en el gasto de combustible necesario para mantener las consignas de vuelo (altura y velocidad), predefinidas anteriormente.
- El **consumo medio por kilómetro y pasajero se dispara**, sobre todo cuando el número de pasajeros es muy pequeño en comparación con el máximo posible.

De esta información, se puede obtener una conclusión general. Si bien, el gasto de combustible disminuye a medida que se reduce el número de pasajeros (la disminución es relativamente baja), se pierde eficiencia, pues el consumo por pasajero aumentaría notablemente.

Por lo tanto, se concluye que la mayor efectividad en el aprovechamiento del combustible consumido se da cuando el número de pasajeros es el máximo que la aeronave es capaz de transportar, pues es en este punto, en el que el consumo medio por kilómetro y pasajero es menor.

La mejor opción si se pretendiese reducir el consumo de la aeronave a partir de la reducción de la masa de la misma, no está en transportar menos pasajeros, sino en optimizar al máximo posible la estructura y geometría de la misma, con el objetivo de reducir lo máximo posible la masa propia. También en función de la trayectoria que pretenda realizarse, puede disminuirse la carga de combustible por debajo de la máxima, si la autonomía lo permite. Siempre respetando márgenes que garanticen la seguridad de los pasajeros.

- ***Efecto de la variación en el coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje.***

El objetivo de este estudio es observar la importancia de la optimización de la geometría exterior de la aeronave, pues al final esta definirá las cargas aerodinámicas, tanto de sustentación como de resistencia.

Este trabajo no ha tenido por objeto el cálculo de las cargas aerodinámicas de la forma más purista y detallada, por lo tanto, no se realiza un estudio en profundidad del perfil alar, lo que conllevaría una carga de trabajo excesiva, no obstante, comentar que se ha seleccionado el perfil en función de la eficiencia aerodinámica, escogiendo aquel que otorga mayor eficiencia para bajos ángulos de ataque (eficiencia alta en vuelo de crucero).

A continuación, se mostrarán los gráficos con los resultados obtenidos:

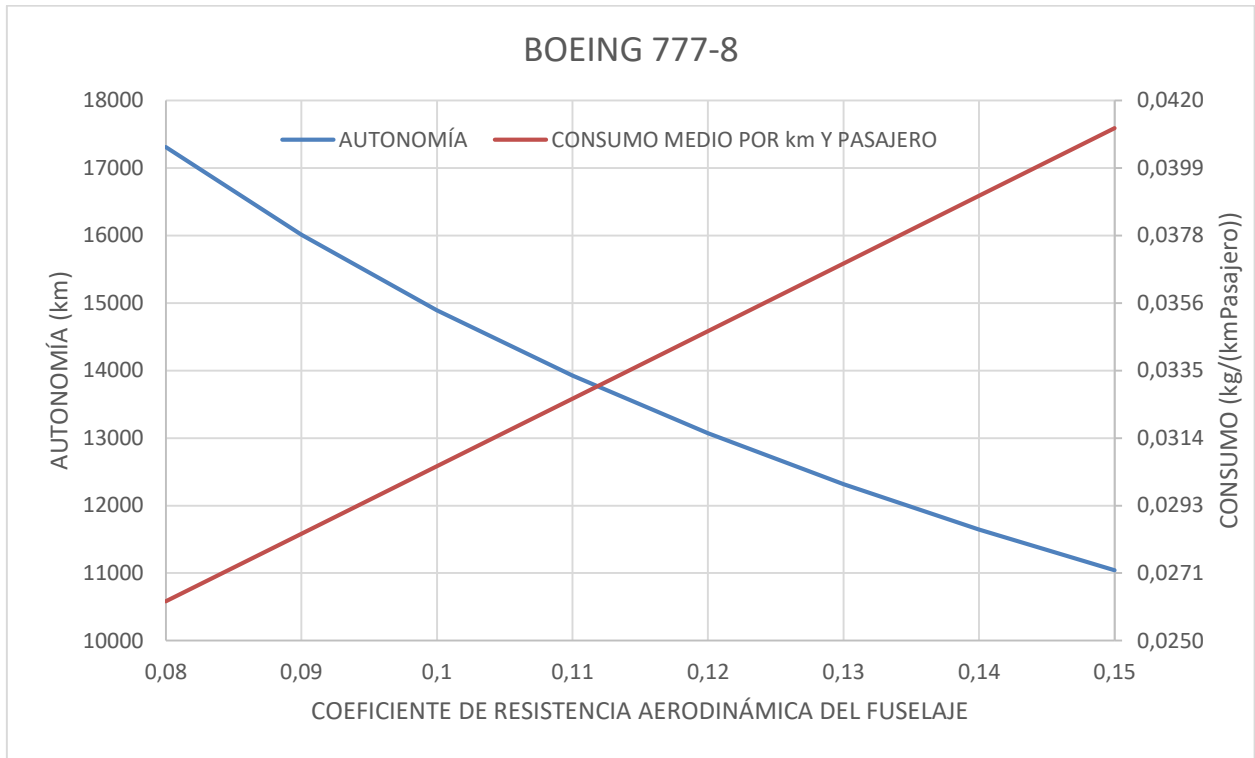


Gráfico 20. Variación de la autonomía y el consumo medio por kilómetro y pasajero en función del coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje.

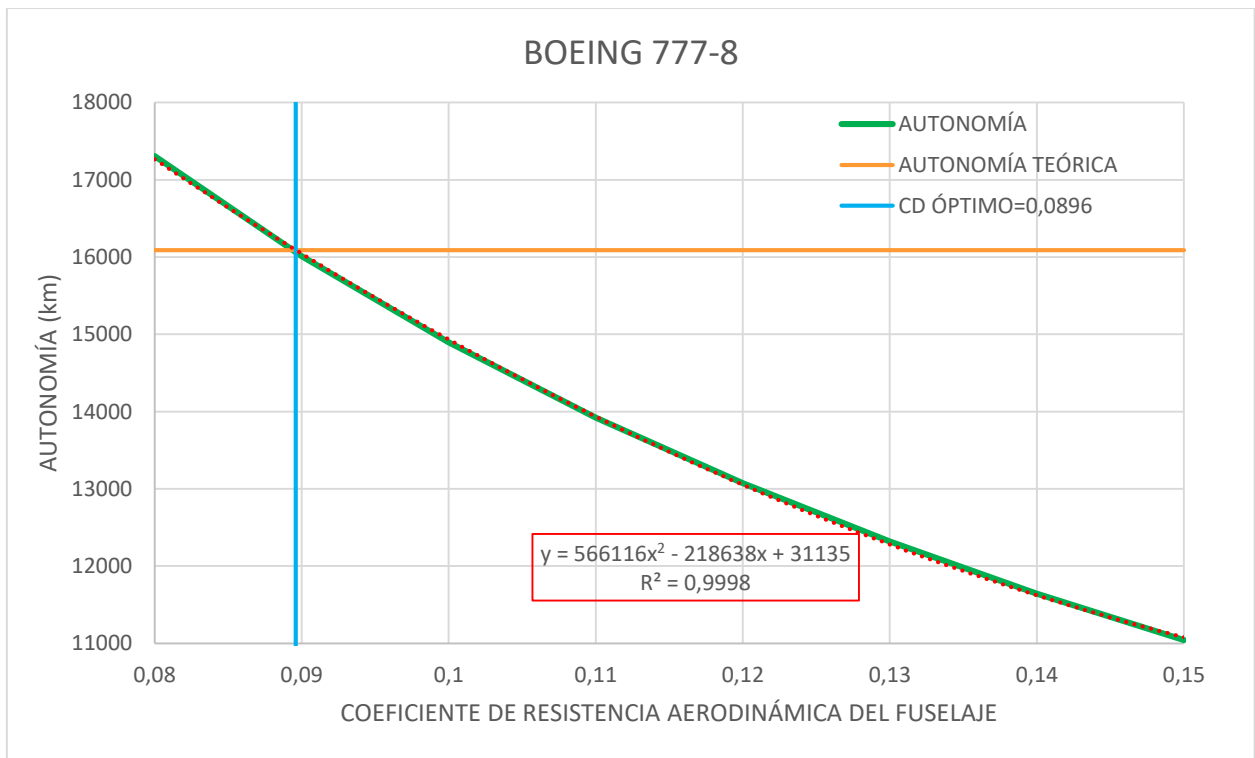


Gráfico 21. Optimización de Cd del fuselaje

En los gráficos anteriores puede observarse la gran importancia de este parámetro de estudio. Pues pequeñas variaciones del mismo generan una gran variación en las prestaciones de la aeronave.

Como conclusión principal, decir que, a medida que disminuimos la resistencia aerodinámica del fuselaje, disminuyo notablemente el consumo medio por kilómetro y pasajero, lo que conlleva un aumento, también notable, en la autonomía de la aeronave. El efecto de la variación del coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje, será tanto mayor, cuanto mayor sea el área frontal del mismo.

En la segunda gráfica se puede visualizar la optimización de dicho coeficiente, entendiendo por optimización el punto en el cual la autonomía simulada por el software coincide con la autonomía teórica de la aeronave. En el caso del BOEING 777-8, el coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje óptimo sería:

$$C_{D\text{óptimo}} = 0,0896$$

Hay que tener en cuenta que este dato se trata de una aproximación y no de una optimización real, pues a la hora de plantear el modelo aerodinámico, se realizaron hipótesis bastantes restrictivas, que, si bien, permiten que conozcamos la realidad de la influencia en los resultados que presentan estos parámetros, pueden no ser tan precisos como se desearía.

- **Efecto de la variación de la altitud de vuelo**

A continuación, se muestra el estudio para visualizar las variaciones que genera cambiar la consigna de la altura de vuelo manteniendo constante el Mach de vuelo.

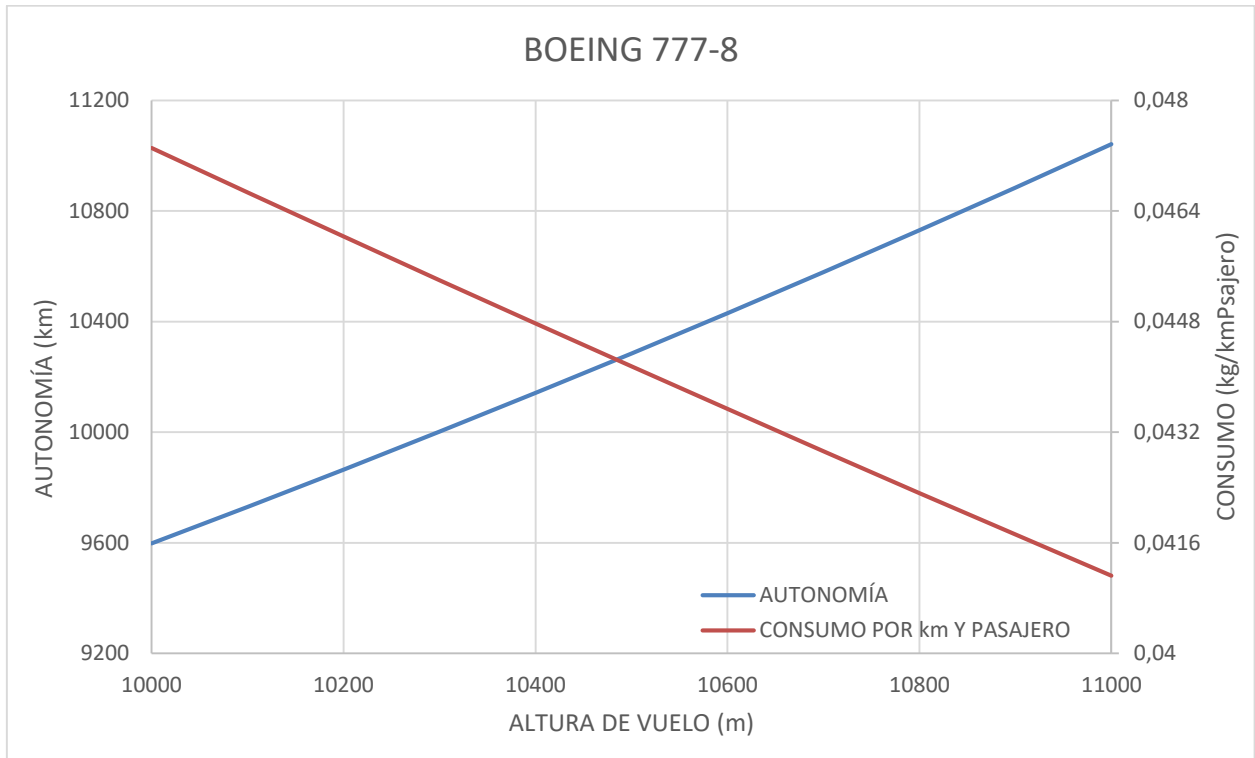


Gráfico 22. Autonomía y consumo medio por kilómetro y pasajero en función de la altura de vuelo.

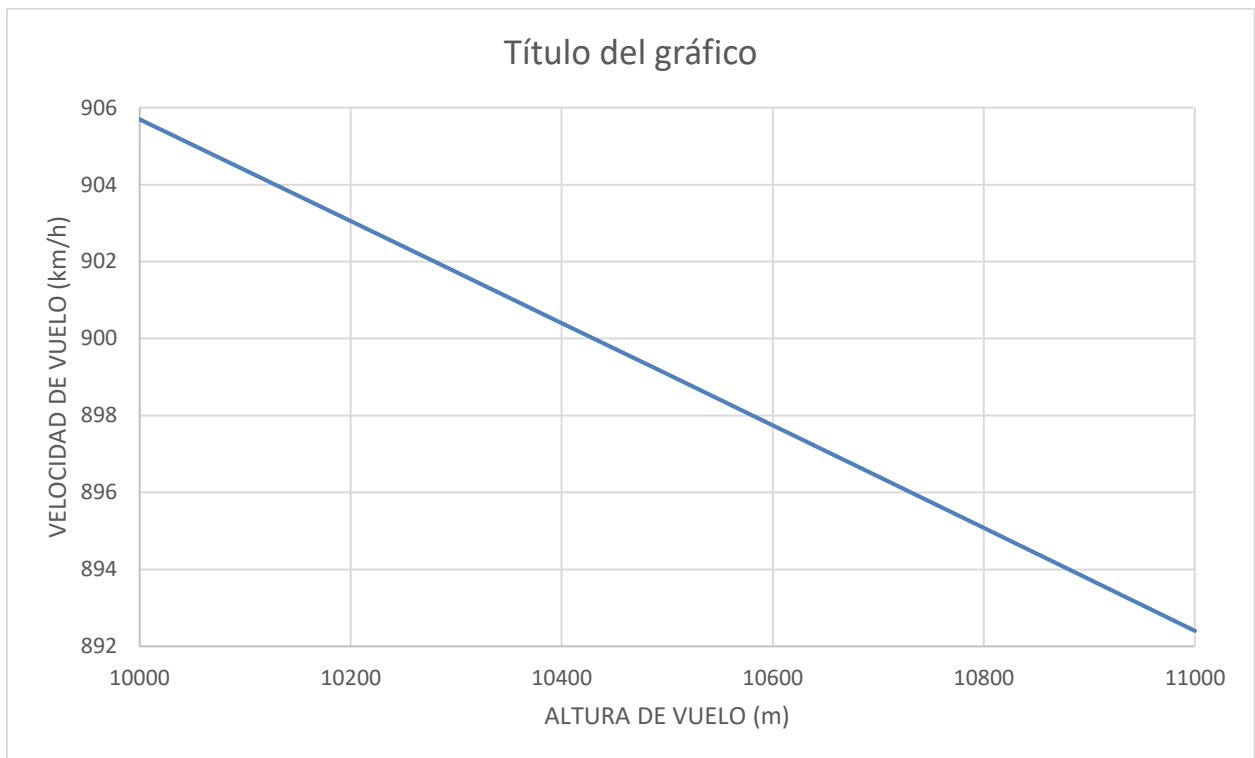


Gráfico 23. Velocidad de vuelo en función de la altura de vuelo.

En los dos gráficos anteriores se pueden visualizar las modificaciones generadas por una variación en la consigna de la altura de vuelo de la aeronave:

- Se produce un **aumento de la velocidad de vuelo**, esto se debe a que la consigna del Mach de vuelo permanece fija, por lo tanto, al disminuir la altura aumenta la temperatura ambiente, y por consiguiente la velocidad del sonido en el medio.

$$a = \sqrt{\gamma R_g T} \text{ (m/s)}$$

Al aumentar la velocidad del sonido, para un Mach constante, aumenta la velocidad de vuelo:

$$M_{vuelo} = \frac{V_{vuelo}}{a}$$

- Cuando disminuye la altitud de vuelo también se produce un **aumento del consumo medio por kilómetro y pasajero**, lo que conlleva una **disminución en la autonomía** de la aeronave.

Este aumento del consumo es debido a dos factores, estos son el aumento de la velocidad de vuelo y el aumento de la densidad ambiente. La combinación de estos dos factores se traduce en un aumento de las cargas de resistencia aerodinámica, tanto alar como del fuselaje:

$$D_{cuerpo} = \frac{1}{2} \rho A_f V^2 C_{d_{fuselaje}} \text{ (N)}$$

$$D_{alar} = \frac{1}{2} \rho S_{alar} V^2 C_{d_{alar}} \text{ (N)}$$

Como se observa, manteniendo fijos los coeficientes de fricción aerodinámicos, así como la superficie alar y el área frontal del fuselaje, si aumenta la densidad y la velocidad, aumentarán las cargas.

Por lo tanto, para mantener las consignas de vuelo propuestas, al aumentar la resistencia aerodinámica global, deberá aumentar el empuje que la supla, y en consecuencia el gasto de combustible.

En conclusión, a priori podría suponerse que cuanto mayor sea la altitud de vuelo, menor será el consumo de la aeronave, no obstante, como en casi todos los casos, lo que favorecería las condiciones de funcionamiento tiene limitaciones. En este caso, esta limitación se encuentra en la densidad del medio, y es que, cuando la altitud es demasiado elevada, pasando ya a la Estratosfera, esta sería muy baja, lo que a su vez conlleva una caída de la sustentación, y por tanto no podría mantenerse la aeronave sin propulsión vertical (cohetes o vehículos aeroespaciales).

Lo solución es llegar a un compromiso en la altitud de vuelo, de manera que se reduzca el consumo lo máximo posible, sin sacrificar la sustentación de la aeronave.

- **Efecto de la variación de la velocidad de vuelo**

El siguiente estudio tiene por objeto visualizar las variaciones generadas por un cambio en la consigna del Mach de vuelo, manteniendo fija la altitud de vuelo.

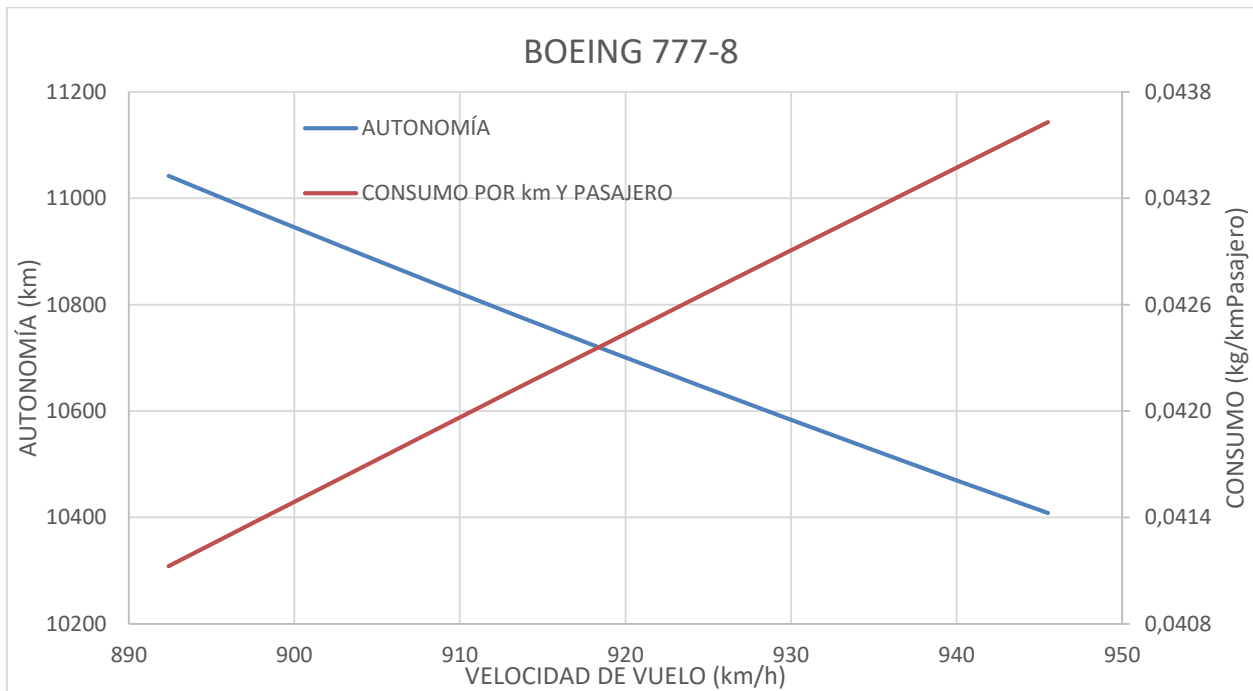


Gráfico 24. Variación en la autonomía y el consumo medio por kilómetro en función de la velocidad de vuelo

Como se observa en el anterior gráfico, la respuesta de las prestaciones ante la variación en la consigna de la velocidad de vuelo, no dista de lo esperado, y es que, al aumentar la velocidad de vuelo, aumenta el consumo medio por kilómetro y pasajero y, por tanto, la autonomía de la aeronave se ve penalizada.

Este aumento se debe en parte a lo visto en el estudio anterior, el aumento de la velocidad genera un aumento de la resistencia aerodinámica, que a su vez genera la necesidad de aumentar el empuje y por consiguiente el gasto de combustible.

Por tanto, se hace necesario alcanzar un compromiso entre la velocidad de vuelo y el consumo, de manera que la aeronave consuma lo menos posible, pero no peque de lentitud.

Otro factor a tener en cuenta a la hora de limitar la velocidad es el tipo de motor utilizado, en este caso se trata de un turbofan, por lo cual, la aeronave no debería alcanzar la velocidad del sonido si se pretende tener eficiencia en la operación, pues no son motores adaptados para vuelo supersónico y las ondas de choque generadas durante la admisión supersónica del motor, generaría una caída en el rendimiento general del motor y por tanto del sistema de propulsión, aparte de poder generar daños estructurales en el motor.

5.3. Comparación de resultados de las diferentes aeronaves

Este apartado de la memoria se centrará en realizar un estudio comparativo de las diferentes aeronaves analizadas en el trabajo, dicho estudio tiene por objeto la visualización de las diferentes características y posibilidades que estas ofrece.

5.3.1. Comparación de trayectorias de despegue.

El primer estudio se basa en comparar las diferentes trayectorias de despegue que siguen cada una de las aeronaves. El objetivo es la visualización de la diferencia entre las carreras de despegue y de la trayectoria inicial de subida de las mismas.

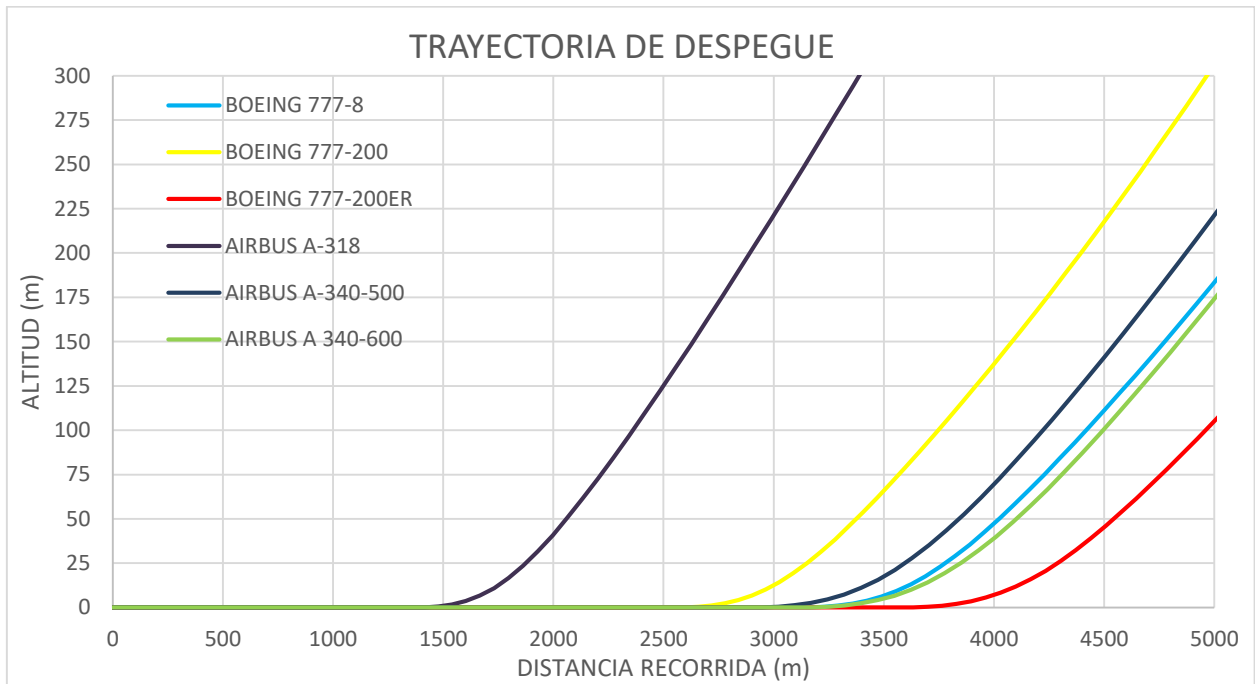


Gráfico 25. Comparación trayectorias de despegue.

En el gráfico anterior se muestran las diferentes trayectorias de despegue para cada una de las aeronaves estudiadas.

A continuación, se realiza una comparativa entre las carreras de despegue teóricas y simuladas:

AERONAVE	CARRERA SIMULADA (m)	CARRERA TEÓRICA (m)
BOEING 777-8	No conocida	3104,04
BOEING 777-200	2530	2539,25
BOEING 777-200ER	3570	3568,45
AIRBUS A318	1355	1358,01
AIRBUS A340-500	3050	3056,5
AIRBUS A340-600	3100	3105,14

Tabla 17. Comparativa de las carreras de despegue.

Como se muestra en la comparativa de la Tabla 17., las carreras de despegue teórica y simuladas coinciden con un margen de error muy pequeño. Esto se debe a que se han utilizado como apoyo para definir las constantes de control, sumando esta condición a lo explicado en el apartado 5.1.8. del trabajo.

Se puede observar algo interesante, y es que, a pesar de estar en una situación poco realista durante el despegue, en la cual no se intenta conseguir lo antes posible la máxima aceleración, la carrera de despegue consigue ajustarse a la teórica. A priori este resultado no tiene mucho sentido, no obstante, tiene una explicación. Este efecto se debe al modelo propulsivo utilizado, pues al utilizar un modelo basado en el empuje específico, no se tiene en cuenta la gran penalización del rendimiento del motor a reacción en parado.

El no contar esa pérdida de rendimiento, supone que, con menos aceleración, es decir, con menos consumo de combustible, en el modelo la carrera de despegue sea similar a la teórica. Si se hubiese optado por la configuración de máxima aceleración, el resultado sería que la aeronave necesitaría mucho menos recorrido para despegar. Por otra parte, con la opción elegida, si se considerase la pérdida de rendimiento, sería el caso opuesto, la aeronave necesitaría mayor recorrido en pista para despegar.

Antes de proceder al análisis, se presentará una tabla resumen de las características de las aeronaves, en concreto las características que nos permitirán las aeronaves en categorías, a saber:

- Aeronave ligera, corto alcance
- Aeronave pesada, medio alcance
- Aeronave pesada, largo alcance

AERONAVE	Nº MÁXIMO DE PASAJEROS	AUTONOMÍA (km)
BOEING 777-8	440	16090
BOEING 777-200	440	9700
BOEING 777-200ER	440	14305
AIRBUS A318	132	6000
AIRBUS A340-500	440	16670
AIRBUS A340-600	475	14450

Tabla 18. Tabla resumen de las diferentes aeronaves

Atendiendo a la tabla mostrada y a la clasificación previa, se puede concluir:

AERONAVE	CLASIFICACIÓN
BOEING 777-8	Pesada largo alcance
BOEING 777-200	Pesada medio alcance
BOEING 777-200ER	Pesada largo alcance
AIRBUS A318	Ligera corto alcance
AIRBUS A340-500	Pesada largo alcance
AIRBUS A340-600	Pesada largo alcance

Tabla 19. Clasificación de las diferentes aeronaves.

Una vez definida esta clasificación, se procede con el análisis de los resultados.

En primer lugar, decir, que como se podía prever, la aeronave ligera es la que presenta una trayectoria de despegue más corta, es decir, necesita menos distancia de pista para empezar a ganar altitud, así como menos tiempo para despegar.

Por otra parte, se puede observar que, siempre las aeronaves más pesadas necesitan mayor distancia en pista y mayor tiempo de despegue. La explicación a esto podemos encontrarla en el Teorema de la Cantidad de movimiento:

$$\vec{F}_E = \frac{d(m\vec{V}_E)}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{V}_E + m\frac{d\vec{V}_E}{dt}$$

Despejando la aceleración de esta expresión, obtenemos:

$$\frac{d\vec{V}_E}{dt} = \frac{1}{m} \left[\vec{F}_E - \frac{dm}{dt}\vec{V}_E \right]$$

Como se observa la aceleración es inversamente proporcional a la masa de la aeronave, con lo cual, a mayor masa, menor para la misma fuerza. Si bien las aeronaves pesadas utilizan motores con mayor capacidad para generar empuje, les cuesta más ganar la velocidad necesaria para que la sustentación venza al peso de la aeronave y este empiece a elevarse.

Dentro de aeronaves del mismo tipo, podemos observar que las carreras de despegue son similares. Aun así, sigue observándose una variación de la trayectoria de despegue, esto se debe tanto a las diferentes configuraciones de las aeronaves, destacando sobre todo la geometría de las mismas, tanto del fuselaje como de los perfiles hipersustentadores de las alas de las aeronaves, que variarán las cargas aerodinámicas, lo que conlleva una importante diferenciación, tanto en la eficiencia de la aeronave, como en su comportamiento general durante la trayectoria.

5.3.2. Comparación de las autonomías de las diferentes aeronaves.

En este punto se realizará un estudio comparativo de las autonomías de las diferentes aeronaves. También se comparan con las autonomías teóricas ofrecidas por los fabricantes.

AERONAVE	AUTONOMÍA SIMULADA (km)	AUTONOMÍA TEÓRICA (km)
BOEING 777-8	11041,98	16090
BOEING 777-200	6069,43	9700
BOEING 777-200ER	8943,14	14305
AIRBUS A318	4614,23	6000
AIRBUS A340-500	13315,05	16670
AIRBUS A340-600	12201,17	14450

Tabla 20. Autonomía teórica y simulada.

Para facilitar la visualización de los datos presentados en la tabla anterior, se recurrirá al siguiente gráfico:

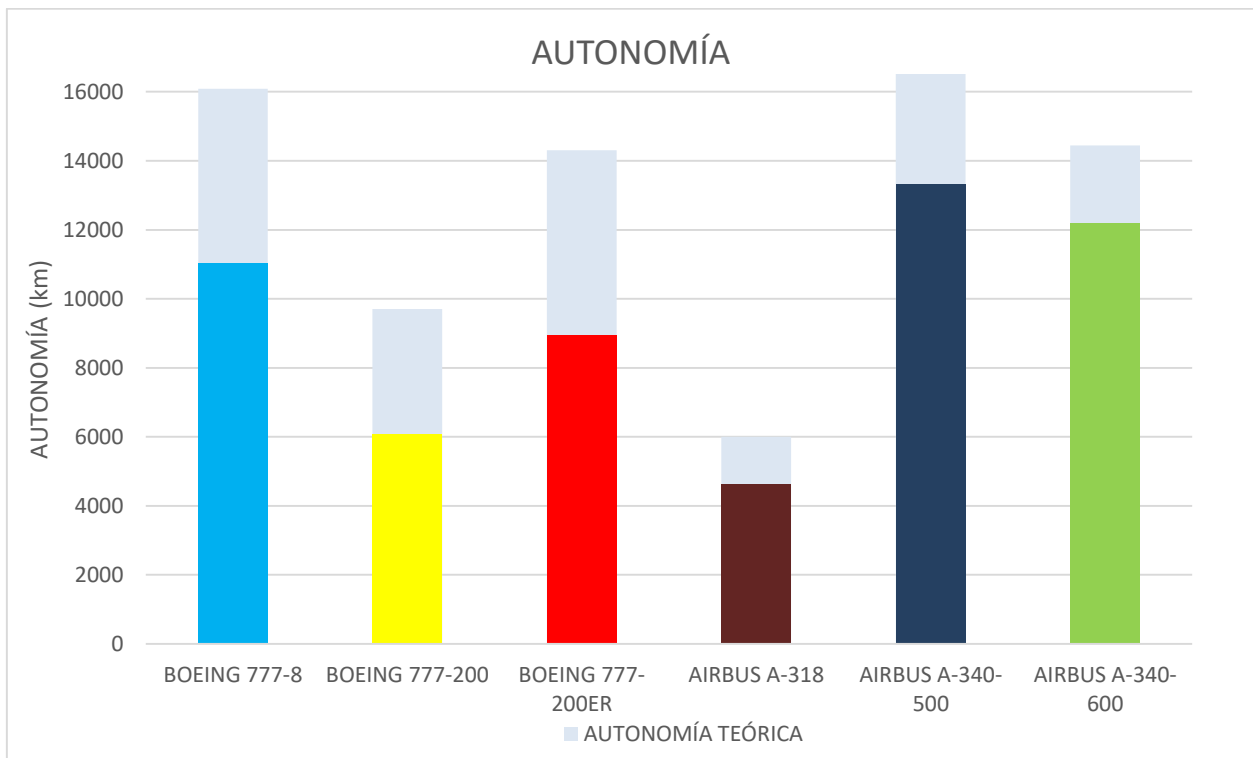


Gráfico 26. Autonomía teórica y simulada.

Como se comentó en el apartado 5.2.2 de la memoria, con el modelo inicial planteado, se comete un error importante, debido a la mala predicción de la resistencia aerodinámica generada por el fuselaje.

No obstante, como ya se ha mostrado, explicado y planteado, puede determinarse un coeficiente de resistencias aerodinámica optimizado para el fuselaje que permita mejorar la predicción del modelo.

A continuación, se procederá al cálculo de dicho coeficiente para cada una de las aeronaves de estudio.

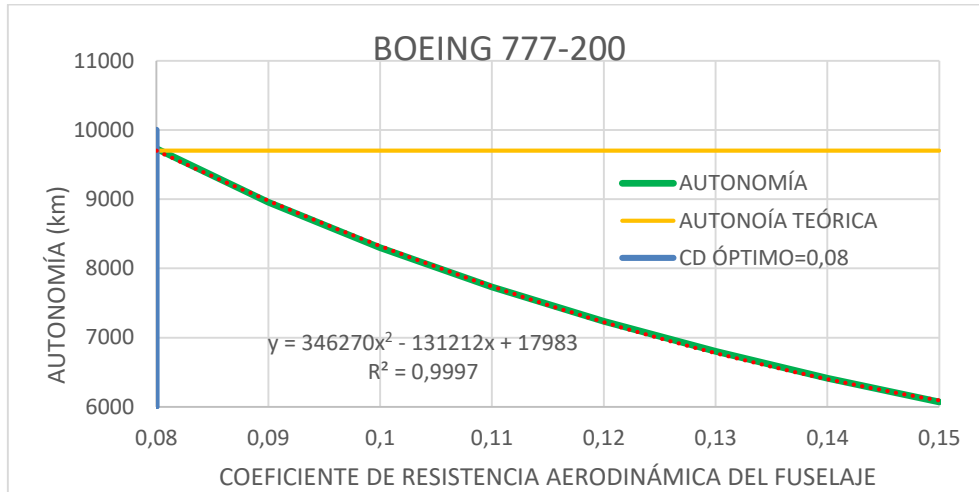


Gráfico 27. Estudio paramétrico Cd Boeing 777-200

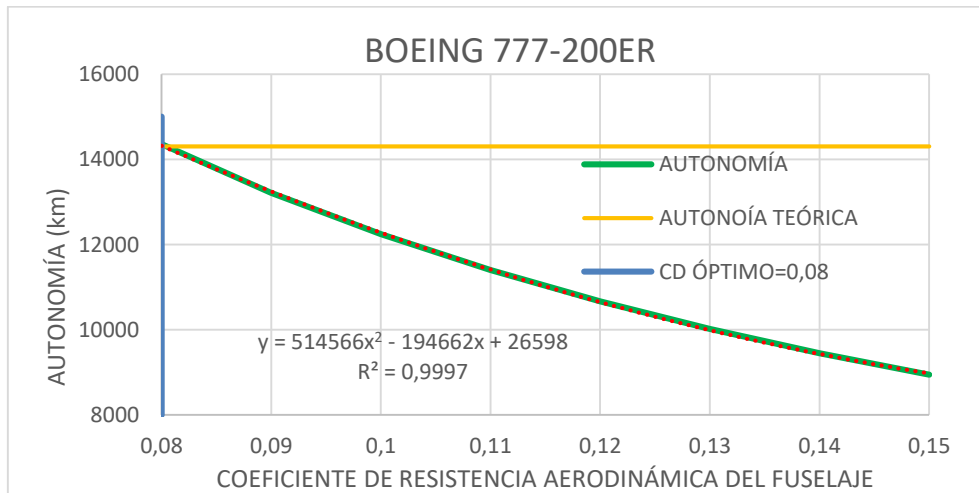


Gráfico 28. Estudio paramétrico Cd Boeing 777-200ER

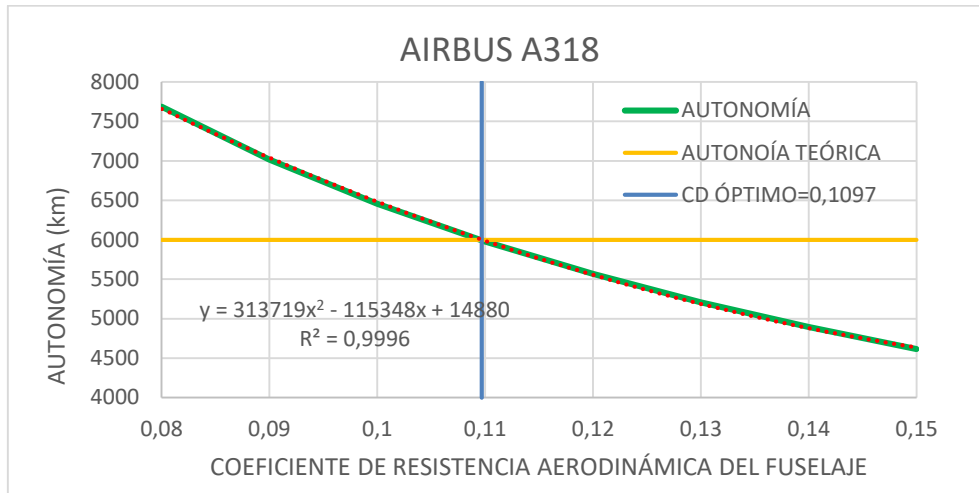


Gráfico 29. Estudio paramétrico Cd Airbus A318

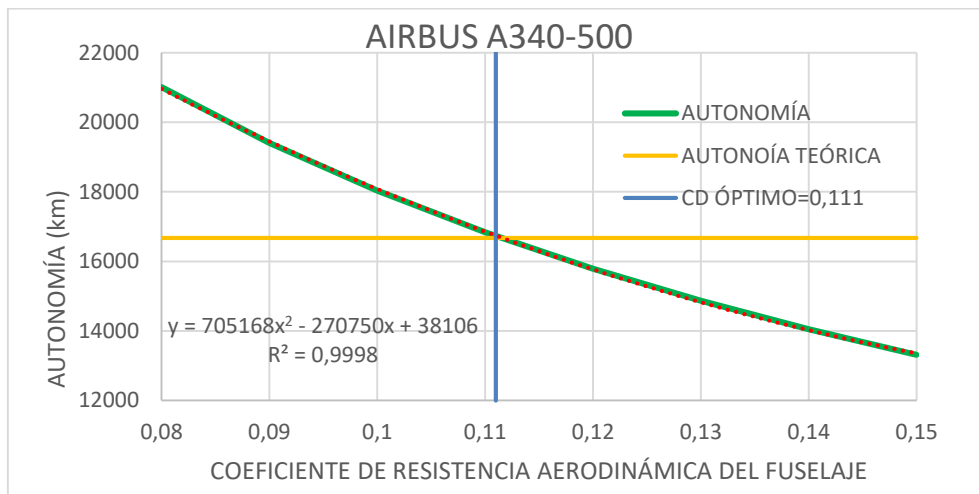


Gráfico 30. Estudio paramétrico Cd Airbus A340-500

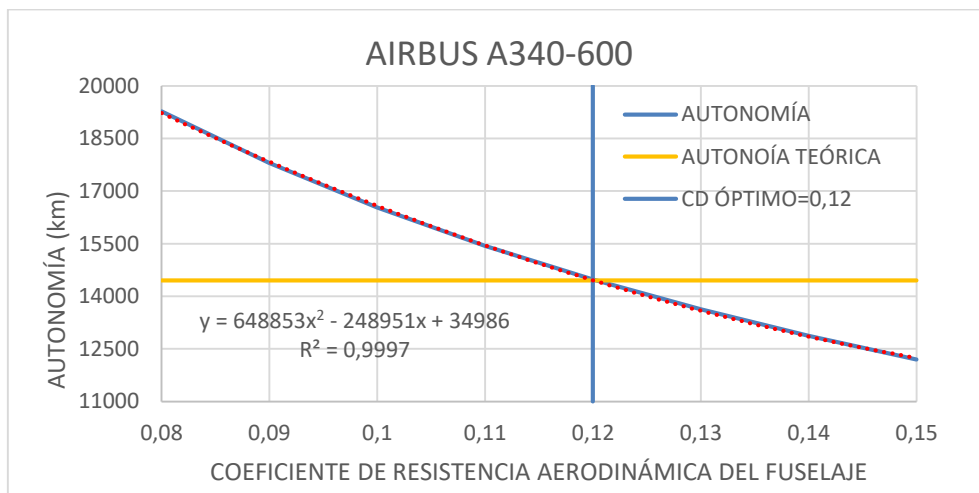


Gráfico 31. Estudio paramétrico Cd Airbus A340-600

No confundir la existencia de este valor que el hecho de que dicho valor sea el coeficiente real del fuselaje, simplemente tomar como aproximación que permite

realizar una simulación más precisa. Además, sirve a modo de visualización de la tremenda importancia de la aerodinámica en la mecánica de vuelo.

En el siguiente apartado se hará referencia a estos valores entendidos como valores

AERONAVE	Cd óptimo
BOEING 777-200	0,08
BOEING 777-200ER	0,08
AIRBUS A318	0,11
AIRBUS A340-500	0,111
AIRBUS A340-600	0,12

Tabla 21. Cd óptimo para cada una de las aeronaves.

5.3.3. Comparación de los consumos de las diferentes aeronaves

Este apartado, se centra en el objetivo final del trabajo, el cuál es el estudio de los consumos de las diferentes aeronaves, para ello, se utilizarán los datos extraídos del modelo original y, además, se realizará una comparativa con los datos obtenidos al optimizar el coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje como se presentó en el apartado anterior.

En lo referente al estudio, se va a presentar el siguiente tipo de datos:

- *Consumo medio por kilómetro y pasajero.*
- *Consumo medio por kilómetro.*
- *Consumo medio por pasajero.*

En lo sucesivo, se hablará de valores medios del consumo de la aeronave, y no del consumo instantáneo (gasto de combustible).

No obstante, el primer tipo es el más interesante, pues permite realizar una comparación real entre las diferentes aeronaves independientemente del tipo, tamaño y carga de la misma.

AERONAVE	CONSUMO MEDIO (kg/kmPasajero)
BOEING 777-8	0,0411
BOEING 777-200	0,0351
BOEING 777-200ER	0,0348
AIRBUS A318	0,0318
AIRBUS A340-500	0,0304
AIRBUS A340-600	0,0282

Tabla 22. Consumo medio por kilómetro y pasajero.

Para permitir una mejor visualización de los datos se dispone del siguiente gráfico.

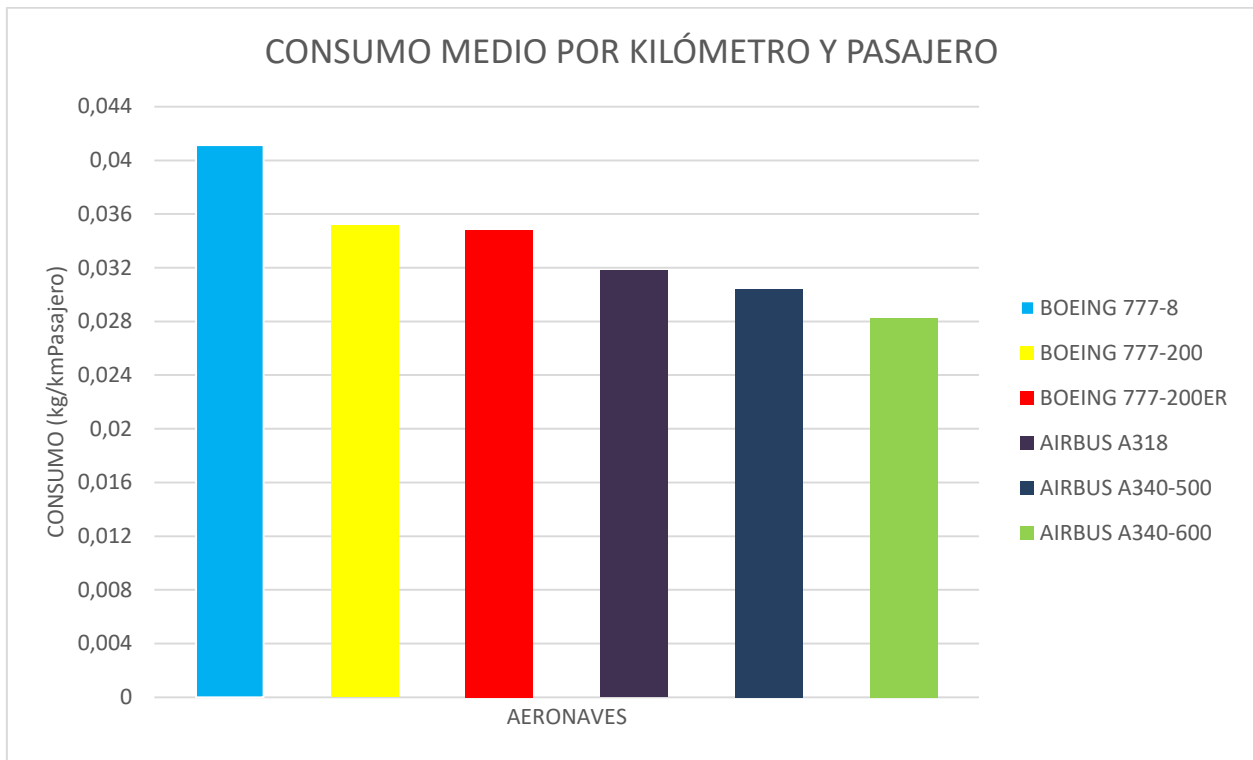


Gráfico 32. Consumo medio por kilómetro y pasajero.

En el gráfico anterior se puede observar la diferencia de consumos para todas las aeronaves, siendo la que presenta menor consumo Airbus A340-600.

Este consumo permite dar una idea de la eficiencia de la aeronave, es decir, como se aprovecha el combustible para su función final que en este caso se trata del transporte de pasajeros. Por lo tanto, la citada aeronave sería la más eficiente de todas.

Esta variación es debida esencialmente a tres aspectos:

- Configuración geométrica de la aeronave, lo que se traduce en la masa de la aeronave, distinguiendo entre masa propia del cuerpo de la aeronave, masa de la carga, masa de combustible. Dependiendo de los diferentes modelos la configuración del peso de la aeronave cambia, con lo que se varía el consumo de la misma.
- Configuración aerodinámica de la aeronave, como se vio durante el estudio de la autonomía, tanto el modelo aerodinámico de la aeronave, como la configuración de la misma varía de forma significativa los resultados, lo que se traduce en un efecto importante sobre el consumo de la aeronave.
- Configuración del sistema de propulsión, hasta ahora el trabajo no se ha centrado en el estudio interno de los motores, no obstante, si lo analizásemos, determinaríamos que cada motor diferente, tiene diferentes prestaciones, variando así el consumo de la aeronave.

Obteniéndose los siguientes resultados:

AERONAVE	CONSUMO MEDIO (kg/kmPasajero)
BOEING 777-8	0,0284
BOEING 777-200	0,0219
BOEING 777-200ER	0,0217
AIRBUS A318	0,0245
AIRBUS A340-500	0,0241
AIRBUS A340-600	0,0238

Tabla 23. Consumo medio por kilómetro y pasajero teórico

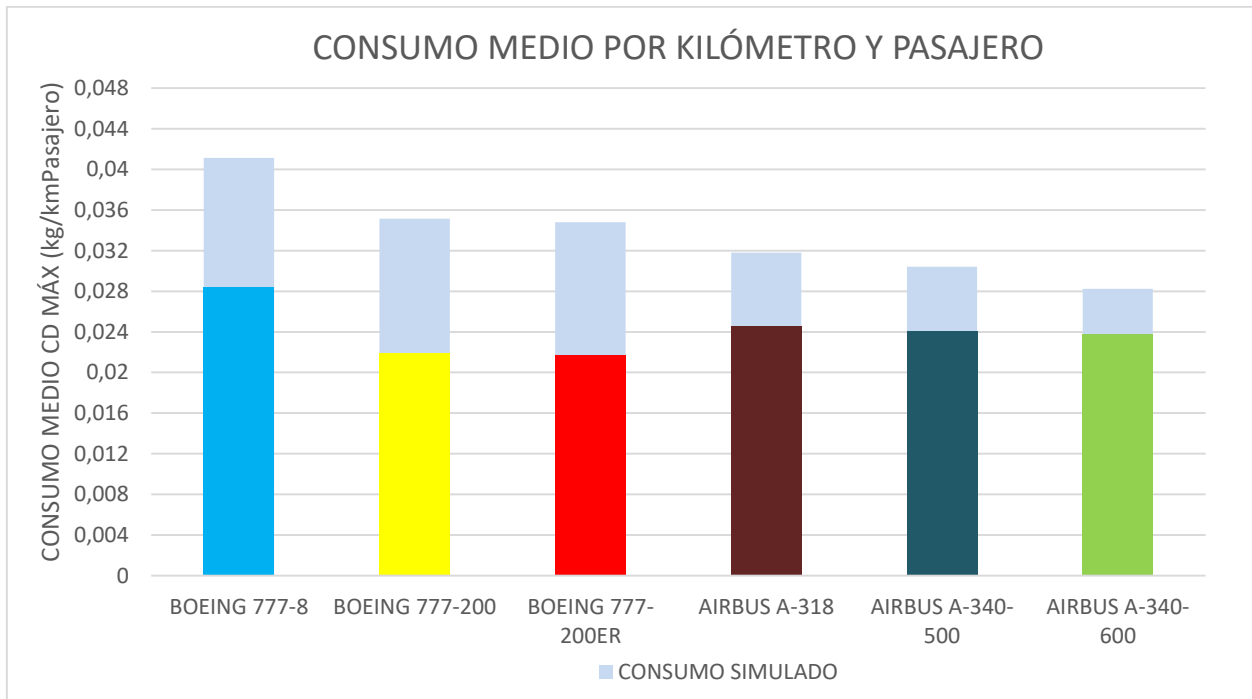


Gráfico 33. Consumo medio por kilómetro y pasajero simulado.

Como se observa han cambiado los resultados con el caso anterior de estudio. Este resultado sería el resultado teórico que podría obtenerse disponiendo de los datos de carga de combustible, autonomía de la aeronave y número de pasajeros.

Si bien difiere del modelo inicial planteado, como se observa el orden de magnitud de los resultados está acorde con el que obtendría teóricamente.

Por otra parte, decir que en los casos en los cuales el error cometido en el cálculo de la autonomía era mayor, la corrección de Cd, también es mayor, con lo cual, esto también tiene influencia en los datos finales del consumo.

Capítulo 6

Conclusiones

Este capítulo de la memoria se centra en las conclusiones del trabajo. En el mismo se tratarán diferentes temas:

- Conclusiones de los resultados obtenidos
- Análisis del cumplimiento de los objetivos planteados
- Posibles líneas de futuro

6.1. Conclusiones sobre los resultados obtenidos

Este apartado será abordado de forma bastante genérica, pues, en general cada uno de los resultados obtenidos fue ya explicado tras su presentación y no corresponde extender demasiado el texto explicando lo mismo de nuevo.

En general, se puede concluir que los resultados, si bien distan de los teóricos, el error es asumible para el modelo planteado, pues el mismo tiene diversas limitaciones/simplificaciones:

- Movimiento bidimensional sobre plano.
- Estudio aerodinámico simplificado.
- Modelo propulsivo sin adentrarse en el propio motor.
- Modelo geométrico de la aeronave simplificado, basado únicamente en las dimensiones fundamentales.
- Atmósfera en calma.

Teniendo en cuenta lo anterior parecería ilógico que el modelo simulase de manera totalmente fidedigna la realidad.

No obstante, constituye una buena herramienta para tratar de entender el funcionamiento de la aeronave, así como la mayor o menor importancia de los parámetros de diseño.

A continuación, se procederá a explicar los factores fundamentales que marcan el funcionamiento de la aeronave:

- Aerodinámica: este podría ser definido, junto al sistema de propulsión, como uno de los factores más importantes a tener en cuenta. Como se ha visto es de suma importancia por dos causas:

- Fuselaje: a priori parecería que la aerodinámica del fuselaje no es tan importante como la de las alas, y puede llegar a ser cierto si se discretizan situaciones. Así pues, durante el despegue y el ascenso, cierto es, que el fuselaje tiene menor influencia, pues la velocidad todavía es relativamente baja y no generará una resistencia aerodinámica excesiva. No obstante, cuando la aeronave se encuentra en vuelo de crucero, a máxima velocidad, esto cambia, puesto que, la resistencia aerodinámica generada por el fuselaje es muy elevada, por lo tanto, una leve mejora del coeficiente de resistencia aerodinámica de este o en su defecto una disminución de las dimensiones exteriores del mismo, generarán una variación importante del consumo y en consecuencia de la autonomía, como pudo observarse en el capítulo 5 de la memoria.

Concluir diciendo que, en la etapa de diseño de la aeronave, sería muy importante intentar optimizar al máximo la geometría exterior de la aeronave, a fin de reducir dicha resistencia. Buscando a su vez un compromiso entre confort de los pasajeros (espacio interior) y las mínimas dimensiones posibles para el fuselaje.

- Alas: esta es otra parte fundamental, en este caso, presentan gran importancia en el conjunto de la trayectoria. Constituyen el perfil hipersustentador, el cual genera la sustentación de la aeronave, permitiendo que la misma se eleve.

Es muy importante escoger una geometría del perfil adecuada, es decir, que maximice la eficiencia aerodinámica, y a su vez esta sea elevada para bajos ángulos de ataque. La razón de esta última afirmación se encuentra en el consumo, y es que en vuelo de crucero (actuación en la cual la aeronave está más tiempo durante la trayectoria), el ángulo de ataque es prácticamente nulo, con lo cual una gran penalización de la eficiencia aerodinámica para bajos ángulos de ataque trae consigo un aumento importante del consumo.

- Sistema propulsivo: el tema del sistema de propulsión no ha sido el tema central del trabajo, no obstante, no puede concluirse este informe sin realizar una pequeña reseña al mismo.

Por supuesto, al igual que la anterior, es fundamental un buen diseño y elección del sistema. En lo referente al diseño, sobre todo del capítulo interno del motor (escalonamiento de turbinas y compresores), es fundamental optimizarle, pues marcará el rendimiento y en consecuencia el consumo, aumentado este significativamente si el rendimiento se penaliza en exceso.

Otro tema muy importante en referencia a lo anterior, sería una selección adecuada del sistema de propulsión, es decir escoger un sistema que se adapte a las condiciones de operación de la aeronave.

Pues si se utiliza un motor no adecuado a las condiciones, esto penalizará gravemente su rendimiento. Un ejemplo de esta podría ser una aeronave cuyo vuelo de crucero sería supersónico, en este caso los motores Turbofan no operarían correctamente y sería conveniente optar por otros diseños: Turborreactor, Motor Ramjet, Estatorreactor, Pulsorreactor, ect.

- Geometría de la aeronave: la geometría también es un factor muy importante, pues al final, será la que condicione las cargas aerodinámicas que actúan sobre la aeronave, así como la capacidad de combustible y en consecuencia la autonomía de la aeronave y por supuesto, el número de pasajeros.

A parte de este análisis de los factores principales de influencia, digamos en el diseño o concepción de la aeronave, hay otros factores del tipo operativo que también influyen mucho en el funcionamiento de la misma.

- Número de pasajeros: como se vio en el capítulo de estudios paramétricos, una reducción del número de pasajeros, trae consigo una reducción en el consumo total de la aeronave, puesto que se reduce la masa. Ahora bien, la masa que se reduce es muy pequeña en comparación con la masa total de la aeronave. Además, se reduce enormemente la eficiencia de la aeronave, pues en proporción el consumo medio por pasajero y kilómetro se ve muy penalizado, con lo que se puede concluir que para tener la máxima eficiencia y aprovechar lo máximo posible el combustible consumido, debería utilizarse la aeronave a plena capacidad, es decir, con el número máximo de pasajeros o un número próximo al mismo.
- Características de vuelo: también es muy importante adecuar la aeronave utilizada, tanto para el número de pasajeros que se quiera transportar, como para la distancia que quiera recorrerse. Por lo tanto, sería recomendable no utilizar aeronaves muy pesadas y con gran autonomía para distancias cortas de vuelo, pues el consumo medio por kilómetro y pasajero se reduciría.
- Altura de vuelo: al aumentar la altura de vuelo, disminuye la densidad del aire, lo que a su vez reduce las cargas aerodinámicas sobre la aeronave. A priori esto parece muy bonito, pero como siempre no es oro todo lo que reluce, y por supuesto, hay efectos contraproducentes, como es la reducción de la sustentación. Otro efecto negativo se encuentra en el sistema de propulsión, pues al tener el aire menor densidad, habría que aumentar la relación de compresión del fan y del compresor hasta encontrar un equilibrio que proporcione el mismo empuje que a menor altura. Por lo tanto, habría que buscar un compromiso entre la altura de vuelo y el consumo. Por supuesto siempre se va a estar por debajo de alturas de entrada en pérdida, por ello estas no se han mencionado hasta ahora.

Por último, en cuanto a los resultados, se hablará del método para alcanzar dichos resultados:

- Método de resolución de ecuaciones del modelo: en cuanto a los métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales, podríamos mencionar

muchos, con muchas variantes. Lo importante es escoger un método que no genere un error muy elevado y su coste computacional no sea demasiado elevado.

- Paso de integración: a la hora de resolver, el paso de integración es un punto fundamental. Pues al final. Este condicionará la calidad de la solución. Cuanto menor sea, en principio, más se afinaría la solución. No obstante, hay que buscar un compromiso entre el coste computacional que esto genera y el refinado de la solución, es decir, puede no ser interesante seguir reduciendo el paso de integración a partir de valores en los cuales la solución no se vea afectada de manera importante.

6.2. Análisis del cumplimiento de objetivos

En este apartado de la memoria, se van a valorar los objetivos planteados al comienzo del trabajo, para visualizar si los mismos han sido o no completados. Como se comentó al definirlos, habrá tres bloques principales de objetivos.

Se comenzará por el bloque de los objetivos de propis:

- Objetivos propios: estos están fundamentados en el aprendizaje propio del desarrollador, teniendo:

Entender el movimiento de la aeronave



Comprender la importancia de las cargas aerodinámicas y su tratamiento



Aprender la importancia de la organización a la hora de programar un código para resolver un modelo



- Objetivos en los resultados: estos están fundamentados en los resultados buscados para el trabajo:

Construcción del modelo predictivo



Creación del simulador de vuelo



Implementación en software



Cálculo de prestaciones



- Objetivos de transmisión de información: estos están fundamentados en la redacción de la memoria y que esta sea lo más dinámica y entretenida posible, de manera que facilite su comprensión:

Facilitar comprensión y transmisión de información



El cumplimiento de este ha de ser valorado por el lector.

Como conclusión, decir que los objetivos han sido cumplidos de manera satisfactoria, generando así conformidad con el trabajo desarrollado.

6.3. Posibles líneas de futuro

Como se ha comentado desde el inicio del trabajo, este se trata de un proyecto inconcluso, pues no es su objetivo cerrar el tema en cuestión, sino marcar un inicio y un punto de partida para el mismo.

Por lo tanto, surge la necesidad de definir próximos avances o implementaciones en el mismo, basándose estas esencialmente en mejorar el modelo predictivo y por ende el simulador. Consiguiendo así aumentar las posibilidades del mismo y abriendo posibilidades de desarrollos futuros a mayores.

El modelo actual presenta dos carencias fundamentales, las cuales definen los caminos prioritarios a seguir a partir de este trabajo, siendo estas:

- Implementación en el modelo de un estudio termodinámico del motor: este tema ha sido tratado de forma superficial durante la realización del modelo actual. No obstante, ese primer acercamiento ha permitido determinar en esencia las dificultades y problemas que podría traer consigo la implementación del mismo.

La primera dificultad grave detectada ha sido el funcionamiento en parado de los motores a reacción, pues los mismos, en vuelo de crucero, no tienen problemas, pero se fundamentan en la entrada de aire por la sección de entrada del difusor, y por supuesto, en parado esto no existe, por lo tanto, es necesario disponer de un motor de arranque que mueva el fan, actuando este de ventilador. De manera que absorba un flujo de aire que permita iniciar la combustión y así arrancar el motor.

A la hora de implementar esto en el software se dispone de las ecuaciones y desarrollos del apartado 2.6 de la memoria. A parte del planteamiento termodinámico, a la hora de implementar, encontramos el problema anteriormente descrito, el mismo se resolvería implementando un método iterativo para la relación de compresión del fan y la velocidad de entrada de aire. Esta velocidad en parado sería mayor a la de la aeronave, y en vuelo debería ser muy próxima a la componente perpendicular al área frontal del motor de la velocidad de la aeronave.

El método iterativo podría ser definido a través del siguiente diagrama de bloques, no obstante, convendría ver previamente la Ilustración 13 y el apartado 2.6 de la memoria, para así recordar el proceso termodinámico que experimenta el fluido y la nomenclatura.

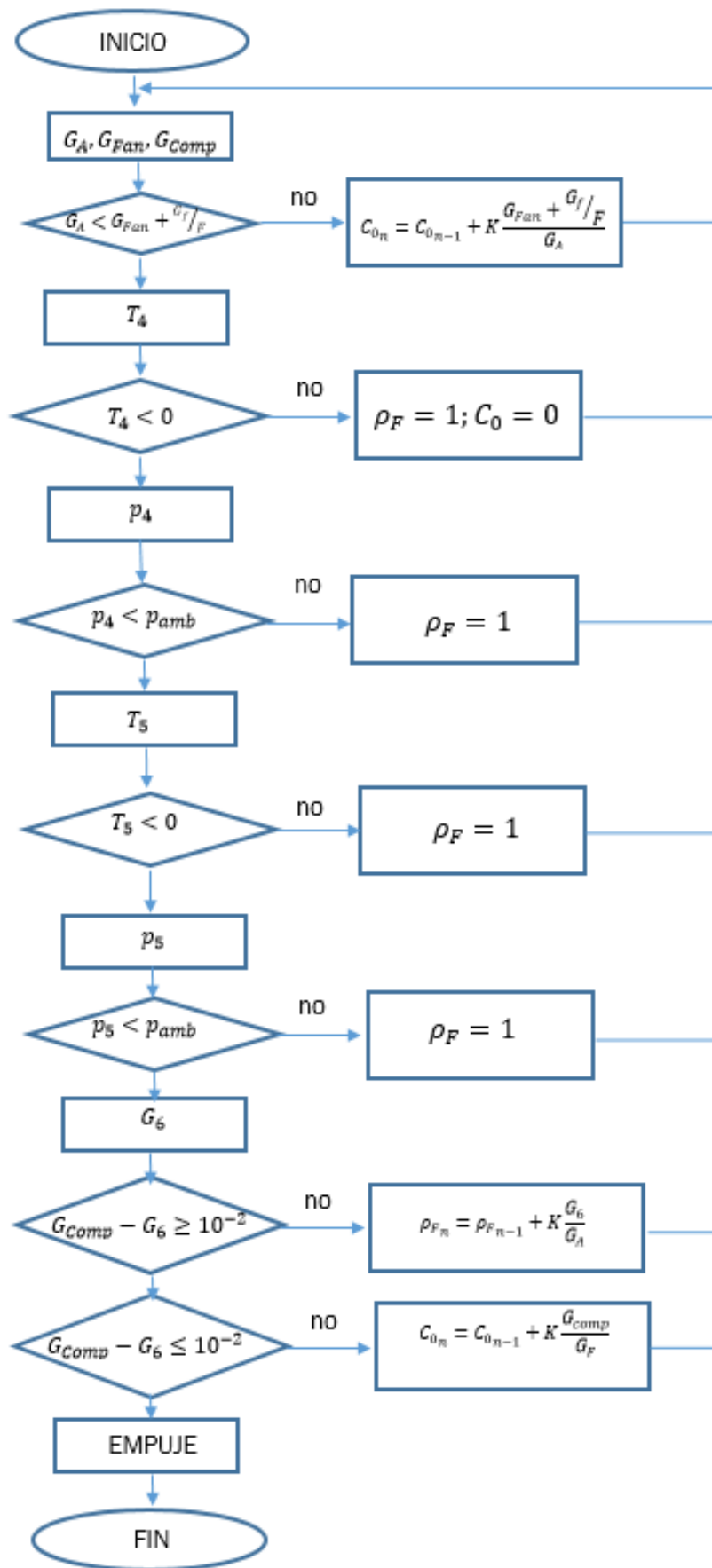


Ilustración 47. Diagrama de bloques proceso iterativo.

Con este diagrama se puede observar que se trata de una iteración secuencial, cuyo objetivo es ajustar la velocidad de entrada de aire por la sección frontal del motor y la relación de compresión del fan, quedando así definidos los gastos de aire total, flujo secundario y primario. El gasto de combustible puede conocerse a través de la posición del acelerador.

Por lo tanto, conociendo las características de los elementos integrantes de la turbomáquina, ya podría calcularse todo.

- Mejora del modelo aerodinámico: como se ha visto a lo largo del trabajo, el modelo aerodinámico planteado está muy limitado debido a las simplificaciones. Por lo tanto, una mejora clara y fundamental sería la mejora del mismo, realizando un estudio detallado de la geometría de cada aeronave. Si la geometría fuese conocida, podría, a través de diversas simulaciones CFD establecerse una correlación que permitiese calcular la carga aerodinámica total de la aeronave, sin discretizar cada una de las partes. No obstante, esto sería excesivamente laborioso, y como mejora inmediata se propondría centrarse en el estudio aerodinámico del fuselaje.

Otra mejora del modelo aerodinámico, sería tener en cuenta la variación de la geometría del perfil alar utilizada durante el despegue y el aterrizaje, como se muestra en la Ilustración 48.

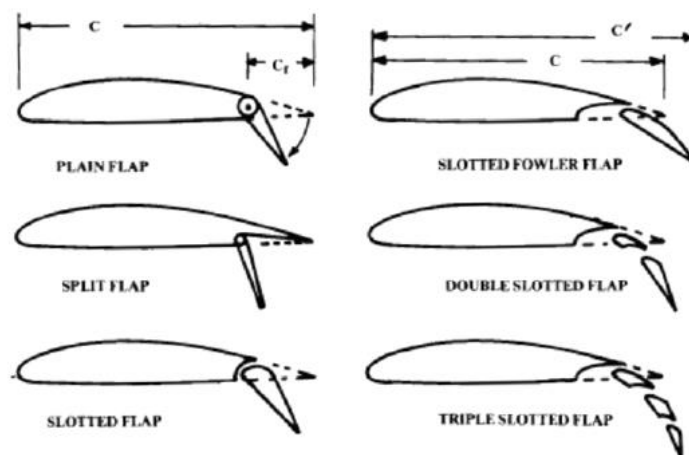


Fig. 12.16 Flap types.

Ilustración 48. Modificaciones del perfil alar.

(Tomado de: "Esteban, S. (2013)")

Estas dos medidas descritas, tendrían el objetivo de mejorar el modelo, a continuación, se presentan otras tres que permitirían la ampliación del mismo:

- Estudio del aterrizaje: en el modelo actual, no se contempla el aterrizaje de la aeronave, por lo tanto, este punto se convierte en la primera ampliación del modelo planteado. Para ello, no se requeriría un esfuerzo excesivo, ni una ampliación de las ecuaciones del modelo. A priori, bastaría con ampliar el sistema de control, introduciéndole una nueva variable objetivo, la distancia recorrida. Así una vez se alcance esta, se modificaría la altura y la velocidad objetivo, haciéndose estas nulas.

Este planteamiento, al igual que el estudio interno del motor, se ha estudiado de forma superficial, obteniendo los siguientes resultados:

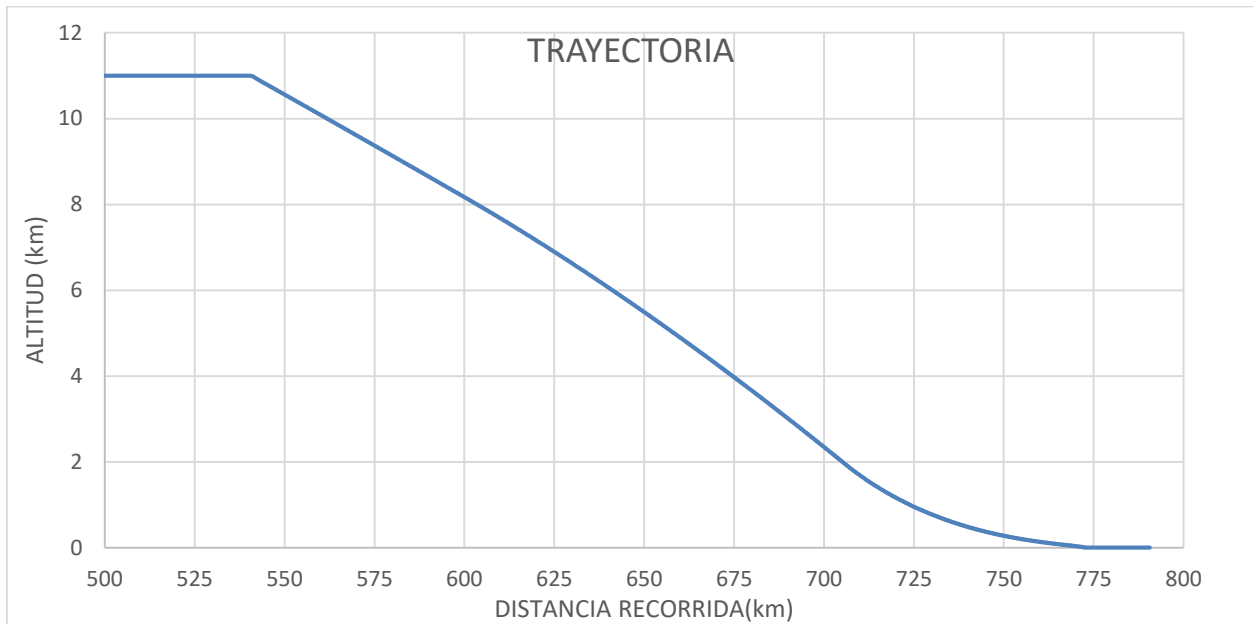


Gráfico 34. Prueba para el aterrizaje

Como se observa, en el modelo planteado para tener en cuenta el aterrizaje, se consigue un resultado bastante aceptable. No obstante, existen pegas al mismo, la primera es bastante visible en la gráfica anterior, y es que el inicio del descenso es demasiado brusco.

Una posible solución para esto sería iniciar el descenso antes de llegar a la distancia objetivo (planeo), y probablemente sea necesario un reajuste de las constantes de control, incluso redefinir las mismas desratizando entre las diferentes soluciones.

Existen otros fallos en el planteamiento que habría que pulir, no obstante, los mismos no competen a este trabajo, sino a futuros trabajos.

- Estudio del movimiento en tres dimensiones: otra ampliación importante, sería ampliar el rango de estudio y las ecuaciones que integran el modelo, para así poder realizar el estudio del movimiento de la aeronave en tres dimensiones.

Para ello habría que tener en cuenta más variables de control, como serían los flaps de las alas, influyendo estos también en el aterrizaje y en el despegue). También convendría establecer dentro del modelo la ecuación diferencial que regiría el cambio de inclinación de la aeronave, a través de la actuación del timón de cola.

Por último, nos encontraríamos ante la posibilidad de implementar el modelo en un software más adecuado para su resolución como podría ser Simulink o LabView.

Concluir este trabajo comentado que, si bien se ha realizado una breve introducción a lo que serían los posibles desarrollos futuros del modelo aquí planteado, existen otros caminos y muchas otras opciones de mejora.

Capítulo 7

Bibliografía

Este capítulo de la memoria tiene por objeto introducir las referencias bibliográficas utilizadas para la consecución de este trabajo:

- De la Fuente, M^aJ. *Sintonía de reguladores PID*. Valladolid: Dpt. Ingeniería de Sistemas y Automática, Facultad de Ciencias, Universidad de Valladolid.
- Esteban, S. (2013). *Cálculo de aeronaves. Aerodinámica Fase Preliminar*. Sevilla: ETSI Dpt. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos.
- Gómez, A.; Pérez, M. Puentes, C. (2012). *Mecánica de vuelo*. Madrid: Garceta.
- Hernández, V. (2018). *Análisis y estudio de los motores a reacción civiles*. Valladolid: Trabajo fin de Máster
- Herrero, R. *Aerodinámica*. Cartagena: UPCT
- López, J.M. (2012). *Estudio de un turbofan*. Tarrasa: ETSEIA de Tarrasa
- Mazzone, V. (2002). *Controladores PID*. Universidad Nacional de Quilmes
- Melgar, A. (2017). *Motores a reacción*. Valladolid: EII Dpt. Ingeniería Energética y Fluidomecánica
- Molero, M.; Salvador, A.; Menárgues, M^aT.; Garmendia, M. (2007). *Análisis Matemático para Ingeniería, Métodos numéricos de un paso*. Penitence Hall
- Morilla, F (2007). *El controlador PID*. Madrid: ETSI de Informática, UNED
- Nyhuis, P. (2014). *Eliaible capacity planning despite uncertain disassembly, regeneration and reassembly workloads by using statistical and mathematical approaches*. Recuperado de:
https://www.researchgate.net/figure/Schematic-high-bypass-turbofan-engine-8_fig1_275541751
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Madrid: Pearson Educación
- Piqueras, P; Gimeno, J.; Tiseira, A.; Gil, A. (2013). *Ejercicios resueltos de motores a reacción y turbinas de gas*. Valencia Universitat Politècnica de València
- Puello, N. (2018). *What's the difference between jet engine and turbofan engine?* Recuperado de:
<https://www.quora.com/Whats-the-difference-between-jet-engine-and-turbofan-engine>

- Rivas, D. (2013). *Mecánica de vuelo. Actuaciones de punto*. Sevilla: ETSI Dpt. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos.
- Rivas, D. (2013). *Mecánica de vuelo. Actuaciones en viraje*. Sevilla: ETSI Dpt. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos.
- Rivas, D. (2013). *Mecánica de vuelo. Actuaciones integrales*. Sevilla: ETSI Dpt. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos.
- Rivas, D. (2013). *Mecánica de vuelo. Despegue y aterrizaje*. Sevilla: ETSI Dpt. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos.
- Rivas, D. (2013). *Mecánica de vuelo. Ecuaciones del movimiento*. Sevilla: ETSI Dpt. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos.
- Rivas, D. (2013). *Mecánica de vuelo. Modelos de atmósfera y de avión*. Sevilla: ETSI Dpt. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos.
- Sacrpín, G.H. *Aerodinámica de perfiles, Apunte de la materia aeronáutica general*. Córdoba: IUA (2002)
- Airbus A318. Recuperado de:
<https://www.airbus.com/aircraft/passenger-aircraft/a320-family/a318.html>
- Airbus A318. Recuperado de:
<https://www.globalair.com/aircraft-for-sale/Specifications?specid=1280>
- Airbus A340-500. Recuperado de:
<http://www.modernairliners.com/airbus-a340-specs/>
- Airbus A340-500. Recuperado de:
https://es.wikipedia.org/wiki/Airbus_A340#A340-500
- Airbus A340-500. Recuperado de:
<https://www.airbus.com/aircraft/previous-generation-aircraft/a340-family/a340-500.html>
- Airbus A340-600. Recuperado de:
https://es.wikipedia.org/wiki/Airbus_A340
- Airbus A340-600. Recuperado de:
<https://www.airbus.com/aircraft/previous-generation-aircraft/a340-family/a340-600.html>
- Boeing 777-200/200ER. Recuperado de:
<https://www.boeing.com/commercial/777/>
- Boeing 777-200/200ER. Recuperado de:
<https://www.boeing.es/productos-y-servicios/commercial-airplanes/777.page>
- Boeing 777X. Recuperado de:
<http://www.modernairliners.com/boeing-777/boeing-777x/>
- Boeing 777X. Recuperado de:
<https://www.boeing.es/productos-y-servicios/commercial-airplanes/777x.page>
- *Perfiles hipersustentadores NACA*. Recuperado de:
<http://airfoiltools.com/search/index>
- *Introducción a la automatización y el control*. EII Universidad de Valladolid
- *Métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales*. Universidad de Salamanca

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Rotación sobre eje Z	10
Ilustración 2. Rotación sobre eje Y.	11
Ilustración 3. Rotación sobre eje X.	12
Ilustración 4. Rotación entre el sistema de ejes de horizonte local y el sistema de ejes de viento.....	13
Ilustración 5. Rotación entre el sistema de ejes de cuerpo y el sistema de ejes de viento.	14
Ilustración 6. Capa límite.	17
Ilustración 7. Desprendimiento de la capa límite.	18
Ilustración 8. Cuerpos romos.	18
Ilustración 9. Perfil hipersustentador.	19
Ilustración 10. Motor Turbofan.	23
Ilustración 11. Flujos en el motor Turbofan.	24
Ilustración 12. Flujo secundario en Turbofan	25
Ilustración 13. Flujo primario en Turbofan	25
Ilustración 14. Volumen de control cámara de combustión	29
Ilustración 15. Tobera convergente	30
Ilustración 16. Representación de las fuerzas gravitatorias en el Sistema de ejes de Horizonte Local.....	34
Ilustración 17. Representación de las fuerzas aerodinámicas en el Sistema de ejes de Viento.	35
Ilustración 18. . Representación de las fuerzas propulsivas en el Sistema de ejes de Cuerpo	36
Ilustración 19. Sistemas de referencia.....	42
Ilustración 20. Cargas propulsivas sobre la aeronave	46
Ilustración 21. Cuerpo romo para aproximar fuselaje de aeronave.	47
Ilustración 22. Cargas aerodinámicas sobre la aeronave	50
Ilustración 23. Peso de la aeronave	51
Ilustración 24. Reacción de suelo y fuerza de rozamiento	52
Ilustración 25. Distribución completa de cargas	53
Ilustración 26. Esquema de funcionamiento del Modelo planteado	59
Ilustración 27. Distribución de la hoja Excel.	63
Ilustración 28. Diagrama de bloques genérico	66
Ilustración 29. Salida del sistema con controlador PID, tipo 1.....	68
Ilustración 30. Salida del sistema con controlador PID tipo 2.....	68
Ilustración 31. Diagrama de bloques controlador inclinación.....	69
Ilustración 32. Diagrama de bloques controlador velocidad.....	70
Ilustración 33. Hojas de cálculo del simulador.....	73
Ilustración 34. Condiciones de contorno hoja de cálculo Modelo 1	74
Ilustración 35. Lista de aeronaves Hoja de cálculo Modelo 1.....	75
Ilustración 36. Macro hoja de cálculos Modelo 1	75
Ilustración 37. Constantes de ajuste de los controladores.....	75

Índice de ilustraciones

<i>Ilustración 38. Macro para extracción de resultados.....</i>	<i>76</i>
<i>Ilustración 39. Contador para columna de extracción de datos</i>	<i>76</i>
<i>Ilustración 40. Macro estudio paramétrico en función del número de pasajeros...76</i>	
<i>Ilustración 41. Macro estudio paramétrico Cd del fuselaje</i>	<i>77</i>
<i>Ilustración 42. Boeing 777-8.....</i>	<i>80</i>
<i>Ilustración 43. Boeing 777-200.....</i>	<i>81</i>
<i>Ilustración 44. Airbus A318.....</i>	<i>83</i>
<i>Ilustración 45. Airbus A340-500.....</i>	<i>84</i>
<i>Ilustración 46. Airbus A340-600.....</i>	<i>85</i>
<i>Ilustración 47. Diagrama de bloques proceso iterativo.</i>	<i>123</i>
<i>Ilustración 48. Modificaciones del perfil alar.....</i>	<i>124</i>

Índice de tablas

Tabla 1. Comparativa perfiles NACA.	48
Tabla 2. Ecuaciones diferenciales que definen el modelo.....	61
Tabla 3. Fuerzas de actuación	62
Tabla 4. Expresiones del Modelo Internacional de Atmósfera.	62
Tabla 5. Ecuaciones para integración, método de Euler.	65
Tabla 6. Datos Boeing 777-8.....	80
Tabla 7. Datos Boeing 777-200.....	81
Tabla 8. Datos Boeing 777-200ER.	82
Tabla 9. Datos Airbus A318.....	83
Tabla 10. Datos Airbus A-340-500.	84
Tabla 11. Datos Airbus A340-600.	85
Tabla 12. Datos del motor GE9X.....	86
Tabla 13. Datos del motor GE-90-94B	86
Tabla 14. Datos del motor PW6000	86
Tabla 15. Datos del motor TRENT 500.....	86
Tabla 16. Constantes de los controladores.....	87
Tabla 17. Comparativa de las carreras de despegue.....	107
Tabla 18. Tabla resumen de las diferentes aeronaves	108
Tabla 19. Clasificación de las diferentes aeronaves.....	109
Tabla 20. Autonomía teórica y simulada.....	110
Tabla 21. Cd óptimo para cada una de las aeronaves.....	113
Tabla 22. Consumo medio por kilómetro y pasajero.....	113
Tabla 23. Consumo medio por kilómetro y pasajero teórico	115

Índice de gráficos

Gráfico 1. Variación de coeficiente de sustentación aerodinámica para el perfil hipersustentador NACA 1408. $Re=1000000$.	20
Gráfico 2. Variación de coeficiente de resistencia aerodinámica para el perfil hipersustentador NACA 1408. $Re=1000000$.	20
Gráfico 3. Geometría adimensionalizada de perfil NACA 6412	48
Gráfico 4. Variación del coeficiente de sustentación aerodinámica con el ángulo de ataque.	49
Gráfico 5. Variación del coeficiente de sustentación aerodinámica con el ángulo de ataque.	49
Gráfico 6. Solución en función del paso de integración.	88
Gráfico 7. Zoom zona de mayor variación.	89
Gráfico 8. Respuesta del controlador para trayectoria Boeing 777-8.	90
Gráfico 9. Respuesta del controlador para la velocidad Boeing 777-8.	90
Gráfico 10. Respuesta del controlador para la velocidad del Boeing 777-8, con aceleración máxima.	91
Gráfico 11. Trayectoria y masa de combustible.	93
Gráfico 12. Trayectoria y masa de combustible en la carrera de despegue.	94
Gráfico 13. Velocidad de la aeronave.	95
Gráfico 14. Ángulo de subida e inclinación.	96
Gráfico 15. Consumo de combustible en función el tiempo.	97
Gráfico 16. Carga aerodinámica del fuselaje.	98
Gráfico 17. Carga aerodinámica para C_d óptimo.	99
Gráfico 18. Variación de la autonomía y el consumo medio por kilómetro en función del número de pasajeros.	100
Gráfico 19. Variación del consumo medio por kilómetro y pasajero en función del número de pasajeros.	100
Gráfico 20. Variación de la autonomía y el consumo medio por kilómetro y pasajero en función del coeficiente de resistencia aerodinámica del fuselaje.	102
Gráfico 21. Optimización de C_d del fuselaje	102
Gráfico 22. Autonomía y consumo medio por kilómetro y pasajero en función de la altura de vuelo.	104
Gráfico 23. Velocidad de vuelo en función de la altura de vuelo.	104
Gráfico 24. Variación en la autonomía y el consumo medio por kilómetro en función de la velocidad de vuelo	106
Gráfico 25. Comparación trayectorias de despegue.	107
Gráfico 26. Autonomía teórica y simulada.	110
Gráfico 27. Estudio paramétrico C_d Boeing 777-200	111
Gráfico 28. Estudio paramétrico C_d Boeing 777-200ER	111
Gráfico 29. Estudio paramétrico C_d Airbus A318.	112
Gráfico 30. Estudio paramétrico C_d Airbus A340-500.	112
Gráfico 31. Estudio paramétrico C_d Airbus A340-600.	112
Gráfico 32. Consumo medio por kilómetro y pasajero.	114
Gráfico 33. Consumo medio por kilómetro y pasajero simulado.	115

Gráfico 34. Prueba para el aterrizaje 125