



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

**MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**  
**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES**  
**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**ARMADO ÓPTIMO PARA EL PROBLEMA DE  
DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO  
EN FLEXIÓN COMPUESTA BIAxIAL**

Autor: D. Juan José Manso Escribano  
Tutor: D. Mariano Cacho Pérez

Valladolid, julio, 2019

---





Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

**MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**  
**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES**  
**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**ARMADO ÓPTIMO PARA EL PROBLEMA DE  
DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO  
EN FLEXIÓN COMPUESTA BIAxIAL**

Autor: D. Juan José Manso Escribano  
Tutor: D. Mariano Cacho Pérez

Valladolid, julio, 2019

---



## Resumen

El hormigón armado es un material polifásico constituido por una mezcla de cemento, agua, áridos y aditivos. Además, dispone de una armadura en su interior formada por redondos corrugados de acero, de esta manera se solventa la baja resistencia a tracción que posee el hormigón. La forma final de la sección se obtiene a partir de moldes temporales o permanentes denominados encofrados. Esta sección resultante puede estar solicitada por diferentes esfuerzos según esté sometida a flexión pura, flexión simple, flexión compuesta, etc. En este trabajo se va a estudiar el agotamiento de una sección sometida a flexión biaxial mediante el problema de dimensionamiento. Es decir, se va a determinar el armado de una sección transversal dada para que pueda resistir un conjunto de esfuerzos ( $N, M_x, M_y$ ). Este problema donde se obtendrán el número y las dimensiones de los redondos se realizará a partir de un script en Matlab.

## Palabras clave

Hormigón, Sección, Redondos, Flexión biaxial, Matlab

## Abstract

The reinforced concrete is a polyphasic material made of a mixture of cement, water, aggregates and additives. In addition, it owns an internal steel frame formed by corrugated steel rods. In this way the low tensile strength of the concrete is solved. The final shape of the section is obtained by temporary or permanent mould called formwork. This section might be subject to different efforts, like, pure bending, simple bending, compound bending, etc. In this project, it will study the exhaustion of a section subjected to biaxial bending by the sizing problem. In other words, it will be determined the internal steel frame according to a set of stresses ( $N, M_x, M_y$ ). This problem will be made from a Matlab script. And at the end, it will obtain the number and dimensions of steel rods.

## Keywords

Concrete, Section, Steel rods, Biaxial bending, Matlab



# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....	3
1.1. Introducción.....	3
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Planteamiento del trabajo .....	4
2. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL HORMIGÓN .....	7
2.1. Elementos constituyentes del hormigón .....	7
2.2. Propiedades mecánicas del hormigón .....	8
2.3. Diagrama para el diseño en rotura de secciones .....	10
3. ANÁLISIS DE LA SECCIÓN EN FLEXIÓN .....	15
3.1. Flexión compuesta biaxial .....	15
3.1.1 Problema de dimensionamiento .....	15
3.1.1.1. Armadura pasiva .....	16
4. METODOLOGÍA DE CÁLCULO .....	21
4.1. Integración de Hammer .....	21
4.2. Método de los Elementos Finitos (MEF).....	22
4.3. Programación lineal discreta .....	25
4.4. Algoritmos genéticos. Problema de optimización. ....	26
4.4. Diagrama Parábola-rectángulo.....	27
4.5. Plano deformación .....	28
4.6. Resumen Problema de Dimensionamiento Matlab.....	29
4.7. Diagrama de bloques. Problema de dimensionamiento Matlab – Armado óptimo.....	31
4.8. Diagrama de bloques. Problema de dimensionamiento Matlab – Armado simple .....	32
5. EJEMPLOS PRÁCTICOS.....	35
5.1. Ejemplo 1 .....	35
5.2. Ejemplo 2 .....	44
5.4. Ejemplo 3 .....	45
5.5. Ejemplo 4 .....	47
6. CONCLUSIONES .....	51
6.1. Conclusiones .....	51
6.2. Líneas futuras de investigación .....	52
7. BIBLIOGRAFÍA.....	55







# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

---





# 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1. Introducción

El hormigón armado conocido como una mezcla de cemento, agua y áridos, cuyo interior está reforzado mediante una armadura de acero fue descubierto durante la Revolución Industrial. Esta idea fue realizada por primera vez en la construcción de un inmueble en París en el año 1853 por el francés François Coignet. Aunque durante este período, la idea de aumentar la flexión colocando armaduras se vió muy extendida por toda Europa. Por ello, surgen diferentes patentes al mismo tiempo como la de William Boutland Wilkinson en Inglaterra. Este británico patentó forjados reticulares construidos con encofrados perdidos de yeso. La de Joseph Monier quien en la exposición de París de 1855 presentó un barco de cemento armado para navegar. O por último, la de Joseph Luis Lambot, quien utilizaba este método para la construcción de jardineras. (1)

Todas estas patentes carecían de fundamentos científicos, y se basaban únicamente en los ensayos de prototipos. Por ello, a principios del siglo XX se empezó a intentar dar respuesta a su funcionamiento. Fueron muchos los ingenieros que estudiaron el cálculo de los elementos del hormigón. De esta manera, cada país desarrolló su propia normativa. Un ejemplo es la Circular Ministerial de 1906 en Francia, donde se elaboró una teoría acerca del hormigón armado. O la norma DIN 1045, desarrollada en Alemania en 1932.

En España la primera normativa data de 1939, pero años antes, en 1900 se construyó en territorio español el primer edificio de hormigón armado. Éste, fue la fábrica de harinas La Ceres ubicada en Bilbao. En 1968 se crea la Comisión Permanente del Hormigón (CPH), desde entonces se encarga de la elaboración de los proyectos de obras de hormigón armado y pretensado, y en la actualidad depende del Ministerio de Fomento. Hoy en día la normativa utilizada es la EHE-08 (2), la cual intenta asemejarse en gran medida con los Eurocódigos.



*Figura 1.1. Primera construcción realizada por hormigón armado (1853, París)*



*Figura 1.2. Fábrica de harinas La Ceres (en la actualidad), Bilbao*

## 1.2. Objetivos

El desarrollo del presente Trabajo Fin de Máster (TFM) tiene como principal objetivo desarrollar un script en Matlab, que permita dimensionar una sección transversal y a su vez resistir unos esfuerzos dados ( $N, M_x, M_y$ ). En relación a ello, se establecen los siguientes objetivos:

ARMADO ÓPTIMO PARA EL PROBLEMA DE DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN 3 ARMADO EN FLEXIÓN COMPUESTA BIAxIAL

- Conocer los principios fundamentales del hormigón armado junto con su normativa. De esta manera se podrá entender de una mejor forma el desarrollo del ejecutable en Matlab.
- Identificar las variables que intervienen en la flexión compuesta biaxial, así como los datos de partida.
- Estudiar el problema de dimensionamiento de una sección transversal. Para ello, previamente se necesita determinar la clase de exposición de la armadura que dará lugar al tipo de recubrimiento.
- Comprobar la resistencia de la sección transversal hallada para los esfuerzos dados. La sección armada viene definida por el número de redondos así como por sus diámetros.
- Desarrollar una estructura y armarla en el software CYPE 3D, tomando como base de partida los resultados para el ejecutable desarrollado.
- Comprobar a partir de tablas tabuladas para el armado de secciones rectangulares, los resultados obtenidos en el script de Matlab.
- Identificar las posibles líneas futuras en el desarrollo del hormigón armado.

### 1.3. Planteamiento del trabajo

El desarrollo del TFM comienza planteando los principios fundamentales del hormigón, así como sus características fundamentales. Una vez introducido el concepto de hormigón se definen las mejoras que resultan de introducir una armadura de acero, dando lugar al hormigón armado. Explicada la normativa con la que se trabaja en la actualidad, el TFM plantea el problema de flexión compuesta biaxial, que a la postre será el desarrollo realizado en el ejecutable de Matlab. El problema de flexión compuesta biaxial se puede resolver mediante el problema de comprobación o mediante el problema de dimensionamiento. En este caso, se llevará a cabo el problema de dimensionamiento. Para ello, se definirán y estudiarán las variables que intervienen, ya que algunas de estas variables están normalizadas como es el caso del diámetro de los redondos. Otras variables que intervienen depende del tipo de exposición al que se ve sometida la armadura, como por ejemplo el recubrimiento.

Tras el estudio de las incógnitas del problema de dimensionamiento, se realizarán diferentes ejemplos utilizando el script desarrollado en Matlab. Este script permite obtener una sección armada resistiendo a unos esfuerzos dados ( $N, M_x, M_y$ ). Estos esfuerzos introducidos en los ejemplos, serán similares a los utilizados en el armado de la estructura desarrollada en el software CYPE 3D. Esta estructura armada en CYPE 3D, permitirá observar el orden de magnitud del área de acero a emplear. Además, se emplearán tablas tabuladas para el armado de secciones rectangulares para comprobar los resultados. Estas tablas, muestran una mayor cantidad de acero a disponer en las secciones, ya que no poseen valores exactos de los esfuerzos. Sino que muestran las áreas mínimas según los diámetros y redondos, que cada armado puede disponer.

Finalmente, se describirán las conclusiones del TFM a partir de todo el trabajo desarrollado, identificando las posibles líneas futuras de investigación.

Capítulo 2  
**PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL HORMIGÓN**

---





## 2. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL HORMIGÓN

El hormigón es un material heterogéneo compuesto por cemento, agua, áridos y aditivos. Si a esta pasta se le introduce en su interior una armadura formada por redondos corrugados de acero, se denomina hormigón armado. Esta operación se realiza para solucionar la baja resistencia a tracción que posee el hormigón. De este modo, las barras de acero soportan la tracción que el hormigón no puede resistir. Hay dos tipos de armaduras según se hayan introducido los redondos. Es decir, si las barras son colocadas sin tensión se le denomina armadura pasiva. Por el contrario, si la armadura se encuentra tensada, transmite su tensión a la masa de hormigón, denominándose armadura activa.

### 2.1. Elementos constituyentes del hormigón

La composición porcentual del hormigón, aproximada es:

Agua (5-10%), Cemento (10-15%), Grava+Arena (70-80%), además se pueden añadir opcionalmente adiciones (hasta un 35% del peso del cemento) y aditivos (<5% del peso de cemento) (3). La relación agua-cemento puede variar dependiendo de la clase de exposición de la armadura, como se verá en capítulos posteriores.

#### Cemento

El cemento es un conglomerante formado a partir de una mezcla de caliza y arcilla calcinadas y posteriormente molidas. Los cementos están regulados en España por la Instrucción de Recepción de Cementos, RC-08. De acuerdo a la RC-08, y sujetos al marcado CE, se distinguen diferentes cementos según su forma de obtención o sus características. Como por ejemplo los cementos comunes también llamados cementos Pórtland, cementos de escorias de horno alto, o cementos especiales de muy bajo calor de hidratación.

#### Agua

En el instante en que el agua entra en contacto con el cemento se produce una reacción química exotérmica de hidratación. Transcurridos 28 días, el hormigón ha adquirido el 95% de su resistencia total. Por ello, esta fecha es considerada como la referencia para la evolución de la resistencia a compresión del mismo.

Las misiones del agua en la mezcla del hormigón son: la hidratación del cemento y dotar a la masa de trabajabilidad. Si se utiliza una cantidad de agua en exceso, ésta crea al evaporarse una serie de huecos o capilares que disminuye la resistencia del hormigón. El empleo adicional de cada litro de agua equivale a utilizar 2 kg menos de cemento. Aunque un uso escaso de agua también provoca desventajas, como la escasa trabajabilidad de la masa.

#### Adiciones y aditivos

El objetivo de las adiciones y los aditivos es mejorar alguna de las propiedades del hormigón, además de abaratar costes por parte de las adiciones. Algunos ejemplos de adiciones son las puzolonas naturales, cenizas volcánicas, escoria de alto horno y polvo de sílice. Por el contrario, los aditivos pueden tener efectos desfavorables si no se mantienen en menos del 5% del peso del cemento. Algunos de los aditivos más importantes son:

- Aceleradores: aceleran el fraguado y/o endurecimiento del hormigón. Por ejemplo, el carbonato sódico y los cloruros.
- Retardadores: retrasan el fraguado del hormigón, generalmente son sustancias orgánicas como hidratos de carbono.
- Fluidificantes y plastificantes: aumentan la trabajabilidad del hormigón. Los plastificantes son productos a base de polvos muy finos que facilitan el deslizamiento de los granos. Los fluidificantes son productos orgánicos de molécula larga aumentando la plasticidad de la masa.
- Impermeabilizantes: evitan la penetración del agua en la red capilar del hormigón. Un ejemplo son las sales de ácidos grasos.

### Áridos

Los áridos (grava+arena) se pueden obtener a partir de rocas machacadas (áridos provenientes del machaqueo de rocas volcánicas, basalto) o naturales (gravas y arenas de río). Todos los tipos de áridos se designan por el rango de su tamaño en mm d/D (mínimo d y máximo D).

El tamaño máximo de árido (D) es la mínima abertura de tamiz por el cual pasa más del 90% de los áridos a partir de los requisitos de la norma EHE-08 (2). Sin embargo, el tamaño mínimo de árido (d) es la máxima abertura del tamiz por el que pasa menos del 10% en peso. Cada tamiz retiene los granos de árido de diámetro contenido entre su paso de malla y el anterior. Además, la relación D/d no debe ser inferior a 1,4.

		Porcentaje en masa				
		2D	1,4 · D <sup>a)</sup>	D <sup>b)</sup>	d	d/2 <sup>a)</sup>
Árido grueso	D > 11,2 o D/d > 2	100	98 a 100	90 a 99	0 a 15	0 a 5
	D ≤ 11,2 o D/d ≤ 2	100	98 a 100	85 a 99	0 a 20	0 a 5
Árido fino	D ≤ 4 y d = 0	100	95 a 100	85 a 99	-	-

- Como tamices 1,4D y d/2 se tomarán de la serie elegida o el siguiente tamaño del tamiz más próximo de la serie-
- El porcentaje en masa que pase por el tamiz D podrá ser superior al 99% pero en tales casos el suministrador deberá documentar y declarar la granulometría representativa, incluyendo los tamices D, d, d/2 y los tamices intermedios entre d y D de la serie básica más de la serie 1, o de la serie básica más la serie 2. Se podrán excluir los tamices con una relación menor a 1,4 veces el siguiente tamiz más bajo.

Tabla 2.1 – Tabla 28.3a de la EHE-08. Requisitos generales de los tamaños máximo D y mínimos d

## 2.2. Propiedades mecánicas del hormigón

La relación tensión nominal – deformación, varía una vez que se ha generado la mezcla de hormigón con respecto a los componentes por separado del árido y el cemento. Es decir, estos componentes de manera individual presentan una relación lineal, mientras que al juntarse y dar lugar al hormigón esta linealidad se pierde (Figura 2.1.). Esto es debido a que pueden aparecer microgrietas en la pasta formada.

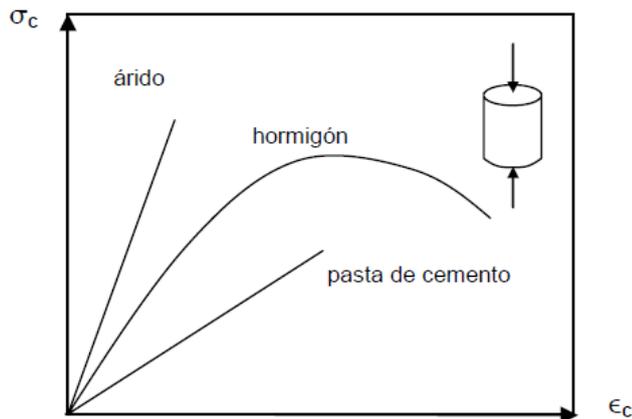


Figura 2.1. Diagrama tensión-deformación del hormigón. Fuente: Hormigón estructural. Hernández-Gil

La principal característica mecánica del hormigón es su resistencia a compresión ( $f_c$ ). También se definen las siguientes variables, las cuales serán usadas en el desarrollo del ejecutable en Matlab:

$\sigma_c$  tensión normal a la que está sometido el hormigón en un instante determinado.

$f_{ck}$  resistencia característica a compresión del hormigón en probeta cilíndrica a 28 días.

$f_{cm}$  resistencia media a tracción a los 28 días.

### Tipos de hormigones estructurales

Algunos tipos de hormigones para usos estructurales son:

- Hormigones convencionales: sus resistencias características a compresión son inferiores a 50 MPa y superiores a 25 MPa. Puede ser hormigón en masa (HM), hormigón armado (HA) o pretensado (HP).
- Hormigones de alta resistencia (HA): poseen resistencias características entre 50 y 100 MPa.
- Hormigones con fibras (HRF): son hormigones reforzados con fibras de acero distribuidas aleatoriamente y que no deben superar el 1,5% en volumen.

Según la EHE, los hormigones vienen definidos por las letras HM, HA o HP, según se trate de hormigón en masa, armado o pretensado, seguido de su resistencia características en MPa. Donde la primera letra se refiere a su consistencia, seguido por el tamaño máximo del árido y el ambiente.

Ejemplo: **HA-25/B/20/IIa**: Hormigón armado de resistencia característica 25 MPa, de consistencia blanda y tamaño máximo del árido 20 mm, para ambiente normal con humedad alta.

En determinadas ocasiones puede ocurrir que el hormigón experimente fenómenos de cansancio. Para evitarlo, se ha de introducir un coeficiente de seguridad que divida la resistencia característica a compresión del hormigón. Esta relación se denomina resistencia de cálculo o de diseño del hormigón a compresión,  $f_{cd}$ .

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Siendo  $\gamma_c$  el coeficiente parcial de seguridad del hormigón. Este coeficiente viene dado por la siguiente tabla:

Situación de proyecto	Hormigón $\gamma_c$	Acero pasivo y activo $\gamma_s$
Persistente o transitoria	1,5	1,15
Accidental	1,3	1

Tabla 2.2 – Coeficientes parciales de seguridad de materiales según la EHE

Estas acciones se pueden clasificar según la variación de intensidad con el tiempo.

Las acciones permanentes o persistentes actuarán en todo momento y son constantes en magnitud y posición. Por ejemplo, el peso propio de la estructura.

Las acciones variables o transitorias varían frecuentemente a lo largo del tiempo. Por ejemplo, las sobrecargas de uso o las acciones climáticas.

Las acciones accidentales son aquellas cuya probabilidad de actuación a lo largo de la vida útil de la estructura es pequeña pero tienen una magnitud importante. Por ejemplo, impactos o explosiones.

Al igual que sucede con el hormigón, al acero se le debe introducir otro coeficiente de seguridad,  $\gamma_s$ . De esta manera se obtiene el límite elástico de cálculo,  $f_{yd}$ .

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

En el caso del programa a desarrollar se ha optado por una acción persistente sobre la sección transversal, por lo que  $\gamma_c = 1,5$  y  $\gamma_s = 1,15$ .

### 2.3. Diagrama para el diseño en rotura de secciones

En el caso de las estructuras de hormigón, la caracterización de las situaciones de agotamiento por solicitaciones normales se basa en el estudio de planos de deformación, ya que se ha de tener en cuenta que una estructura de hormigón armado está formada por el hormigón y el acero. Por lo que el primer material que se agote será el que controlará el fallo.

Para el cálculo del acero se puede utilizar el diagrama tensión-deformación característico de las armaduras pasivas representado en la figura 2.2. El diagrama es el mismo tanto si el acero trabaja en tracción como en compresión.

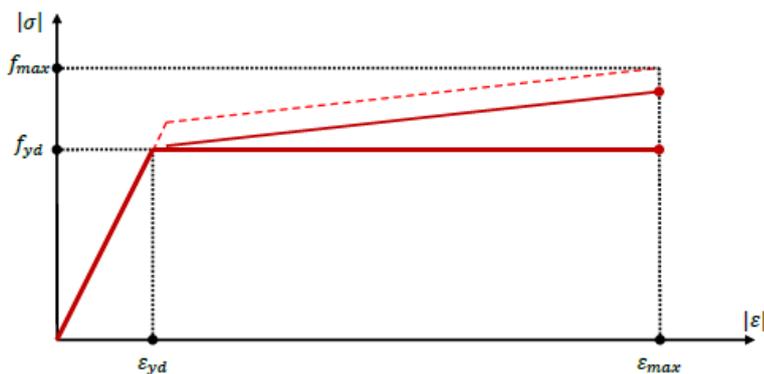


Figura 2.2 Diagrama tensión-deformación de cálculo de las armaduras pasivas

Los modelos tensión-deformación que determinan la resistencia última del hormigón son: el diagrama rectangular y el diagrama parábola-rectángulo. En este trabajo, se va a desarrollar únicamente el diagrama parábola-rectángulo ya que es el utilizado a la hora de elaborar el script en Matlab.

El diagrama parábola-rectángulo está formado por una parábola de grado  $n$  y un segmento rectilíneo. La parábola nace en el origen, y llega con pendiente horizontal al punto de deformación  $\epsilon_{c2}$  con tensión  $f_{cd}$  (que corresponde a la deformación de rotura del hormigón a compresión simple). El resto del diagrama es una línea horizontal que une el punto de deformación  $\epsilon_{c2}$  con el punto de deformación máxima,  $\epsilon_{cu2}$ .

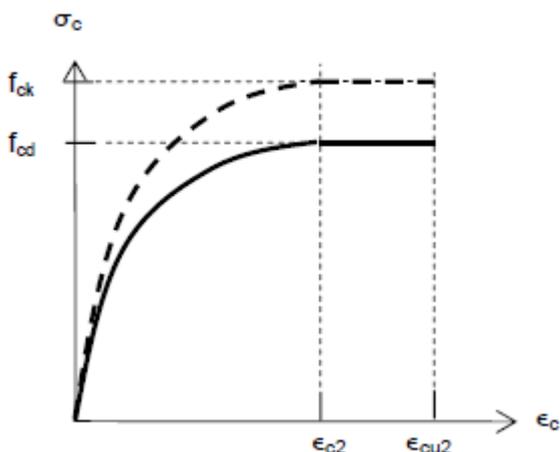


Figura 2.3 Diagrama Parábola - Rectángulo

El diagrama parábola-rectángulo viene dado por las siguientes expresiones, las cuales son introducidas mediante la función `initHormigon` en el script de Matlab.

La ecuación del tramo parabólico es:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{si } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{si } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2}$$

La deformación de rotura a compresión simple se estima a partir de:

$$\epsilon_{c2} = 0,002 \quad \text{si } f_{ck} < 50 \text{ Mpa}$$

$$\varepsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad \text{si } f_{ck} \geq 50 \text{ Mpa}$$

La deformación última de rotura en flexión se estima a partir de:

$$\varepsilon_{cu2} = 0,0035 \quad \text{si } f_{ck} < 50 \text{ Mpa}$$

$$\varepsilon_{cu2} = 2,6 + 35 \cdot \left(\frac{90-f_{ck}}{100}\right)^4 \quad \text{si } f_{ck} \geq 50 \text{ Mpa}$$

Y el grado n de la parábola se obtiene a partir de:

$$n = 2 \quad \text{si } f_{ck} < 50 \text{ Mpa}$$

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot \left(\frac{90-f_{ck}}{100}\right)^4 \quad \text{si } f_{ck} \geq 50 \text{ Mpa}$$

**Capítulo 3**  
**ANÁLISIS DE LA SECCIÓN EN FLEXIÓN**

---





### 3. ANÁLISIS DE LA SECCIÓN EN FLEXIÓN

El estudio del agotamiento frente a esfuerzos normales y flectores se realiza a nivel de sección. Por ello, a la hora de ejecutar el programa se ha de definir el canto ( $h$ ) y ancho ( $b$ ) de la sección, que permita estudiar la resistencia de esfuerzos.

Las hipótesis adoptadas para el estudio del comportamiento a nivel sección han sido: comportamiento del material según modelos de agotamiento, como ya se ha explicado en el capítulo 2, equilibrio en la sección y linealidad de deformaciones.

La linealidad de deformaciones implica que siempre que las tensiones no superen un determinado nivel, se puede considerar que el hormigón deforma linealmente. Por lo tanto, se considera que el módulo de deformación longitudinal del hormigón es constante.

#### 3.1. Flexión compuesta biaxial

La sección puede estar sometida a diferentes esfuerzos. Por lo que dependiendo de los esfuerzos a los que está sometida se determina su forma de trabajar. Por ejemplo, una sección está sometida a flexión pura cuando la única sollicitación a la que está sometida es un momento flector aplicado en un eje principal de inercia. La flexión simple cuando la sección está sollicitada por un momento flector en un eje principal de inercia más un cortante. La flexión compuesta uniaxial cuando la sección está sollicitada a flexión pura o simple más un esfuerzo axial. Aunque en el presente TFM se desarrolla el programa para una sección sometida a flexión compuesta biaxial. Esta flexión también se puede denominar flexión esviada. Se caracteriza o bien porque el momento flector no actúe sobre un eje principal de inercia, o porque presente dos momentos flectores en dos ejes principales de inercia cómo será el caso desarrollado. (4)

El estudio del agotamiento de una sección, se puede realizar desde dos puntos de vista: el problema de comprobación o el problema de dimensionamiento.

El problema de comprobación en el caso de flexión compuesta biaxial consiste en determinar si la sección dada resiste la terna de esfuerzos  $N, M_x$  y  $M_y$ . Dado que no es objeto de estudio el problema de comprobación en el presente TFM, únicamente se desarrollará el problema de dimensionamiento.

##### 3.1.1 Problema de dimensionamiento

El problema de dimensionamiento consiste en armar una sección transversal. Es decir, se ha de determinar el número de redondos junto con sus diámetros de la sección que permitan resistir la terna de esfuerzos  $N, M_x$  y  $M_y$ . De esta manera se obtiene la armadura que se debe disponer para que la sección no sufra agotamiento.

Este problema se desarrolla a partir del Plano de deformación de la sección dada. Es decir, se tiene un esfuerzo axial,  $N$ , y un momento flector,  $M$ , de componentes  $M_x$  y  $M_y$ .

La hipótesis de Navier establece que en el caso más general de una pieza elástica sometida a un esfuerzo axial las secciones permanecen planas después de la deformación. Esto constituye el punto de partida para el estudio de los efectos producidos por el esfuerzo axial de una sección. De acuerdo con dicha hipótesis, la

distribución de deformaciones en una sección valdrá:

$$\epsilon_1(x_2, x_3) = \alpha \cdot x_2 + \beta \cdot x_3 + \epsilon_1$$

Esta expresión se puede escribir a partir de los giros de la sección ( $\varphi_3, \varphi_2$ ):

$$\epsilon_1 \cdot ds = x_3 \cdot d\varphi_2 - x_2 \cdot d\varphi_3$$

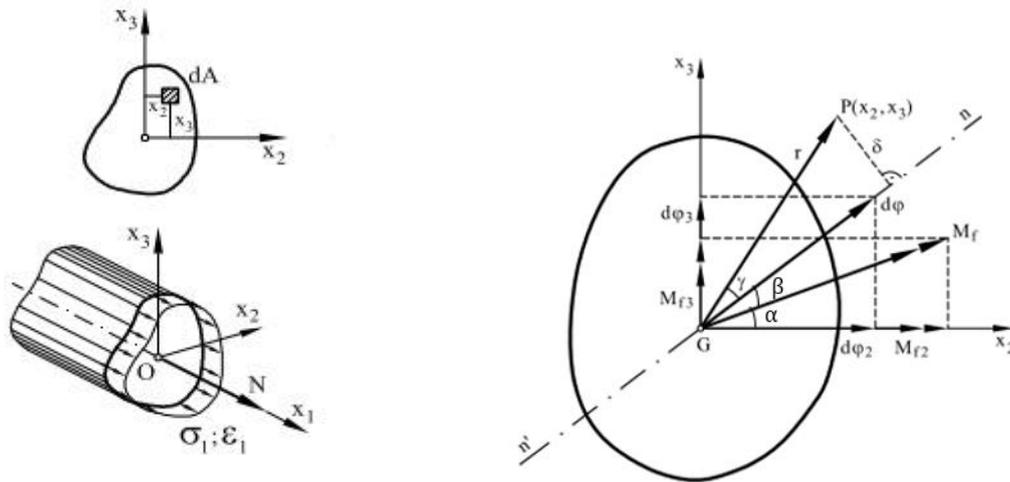


Figura 3.1. Sección sometida a flexión esviada

Y por tanto las tensiones:

$$\sigma_1 = \alpha \cdot E \cdot x_2 + \beta \cdot E \cdot x_3 + \epsilon_1 \cdot E$$

La distribución de tensiones en la sección está contenida en el plano.

Las variables que aparecen en las diferentes ecuaciones hacen referencia a:

- $x_2$  y  $x_3$  son los ejes de la sección
- $\epsilon_1$  es la deformación en cualquier punto de la sección
- $\epsilon_1$  hace referencia a la deformación en el punto de corte de la directriz de la pieza con la sección recta considerada
- $\beta$  es el ángulo formado por los vectores  $M_f$  y  $d\varphi$
- $\alpha$  es el ángulo entre el vector  $M_f$  y su componente en  $x_2$ ,  $M_{f2}$

El problema completo se encuentra resuelto en *Resistencia de Materiales y Estructuras*, Juan Miquel Canet. (5)

A la hora de dimensionar hay que tener en cuenta diferentes factores. Ya que el armado de la sección sigue ciertas normas a la hora de elegir el diámetro, el tipo de recubrimiento o la distancia mínima entre barras.

### 3.1.1.1. Armadura pasiva

Con el objetivo de mejorar la adherencia entre el acero y el hormigón, los redondos se suelen presentar de manera corrugada (6). Además, los diámetros de dichas barras se

encuentran normalizados. De esta manera los únicos diámetros con los que se puede trabajar son los normalizados: 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 25, 32 y 40 mm.

El acero de las barras corrugadas se designa por la letra B seguido de su límite elástico  $f_{yk}$  y de la letra S si es soldable o de la letra SD si tiene especiales características de ductibilidad (posibilita que la estructura absorba energía deformándose) o de T si es alambre trefilado. Los diferentes tipos de armadura implica que las corrugas puedan tener inclinaciones o separaciones diferentes según indica la EHE.

### Recubrimiento

El recubrimiento de hormigón es la distancia entre la superficie exterior de la armadura (incluyendo cercos y estribos) y la superficie del hormigón más cercana.

Se define como recubrimiento mínimo de una armadura pasiva aquel que debe cumplirse en cualquier punto de la misma. Para garantizar estos valores mínimos, se determina un valor nominal del recubrimiento  $r_{nom}$  definido como:

$$r_{nom} = r_{min} + \Delta r$$

Donde:

$r_{nom}$  es el recubrimiento nominal

$r_{min}$  es el recubrimiento mínimo

$\Delta r$  es el margen de recubrimiento, en función del nivel de control de ejecución, y cuyo valor será: 0 mm en elementos prefabricados con control intenso de ejecución, 5 mm en el caso de elementos ejecutados in situ con nivel intenso de control de ejecución, y 10 mm en el resto de los casos.

En el caso de las armaduras pasivas o armaduras activas pretensas, los recubrimientos mínimos deben cumplir una serie de condiciones las cuales aparecen reflejadas en el artículo 37.2.4 de la EHE-08 (2). Por otra parte, en piezas hormigonadas contra el terreno, salvo que se haya previsto de hormigón de limpieza, el recubrimiento mínimo será de 70 mm.

Además, los recubrimientos mínimos vienen dados según la clase de exposición. Antes de definir dichos recubrimientos mínimos, se va a proceder a la descripción de los diferentes tipos de exposición a los que puede estar sometido el hormigón. Tabla 3.1.

Clase de ambiente	Ejemplos
I – no agresivo	Interior de edificios
Ila – normal de humedad alta	Sótanos no ventilados, cimentaciones
IIb – normal de humedad media	Tableros y pilas de puentes
IIIa – ambiente marino aéreo	Edificaciones a menos de 5 km de la costa
IIIb – ambiente marino sumergido	Diques, pantalanés
IIIc – ambiente marino en zonas de mareas	Pilas de puentes sobre el mar
IV – corrosión por cloruros	Piscinas
Qa – ataque químico débil	Instalaciones industriales con ataque

	débil
Qb – ataque químico medio	Estructuras marinas en general
Qc – ataque químico fuerte	Conducciones de agua residuales
H – heladas sin sales fundentes	Construcciones en alta montaña
F – heladas con sales fundentes	Tableros de puentes en alta montaña
E – erosión por cavitación o abrasión	Pilas en cauces muy torrenciales

Tabla 3.1. Clases generales de exposición. Fuente: Hormigón estructural. Hernández-Gil

Tipo de elemento	Recubrimiento mínimo (mm) según la clase de exposición												
	I	IIa	IIb	IIIa	IIIb	IIIc	IV	Qa	Qb	Qc	H	F	E
General	20	25	30	35	35	40	35	40	30	35	30	30	30
Elementos prefabricados y láminas	15	20	25	30	30	35	30	35	35	35	30	30	30

Tabla 3.2. Recubrimientos mínimos. Fuente: Hormigón estructural. Hernández-Gil

Estos diferentes tipos de exposición también determinan la máxima relación agua-cemento (A/C) y el mínimo contenido de cemento como se puede comprobar en la Tabla 3.3. (Tabla 37.3.2 de la EHE).

Parámetro de Dosificación	CLASE DE EXPOSICIÓN												
	I	IIa	IIb	IIIa	IIIb	IIIc	IV	Qa	Qb	Qc	H	F	E
Máxima relación A/C	0,65	0,60	0,55	0,50	0,50	0,45	0,50	0,50	0,50	0,45	0,55	0,50	0,50
Mínimo contenido de cemento kg/cm <sup>3</sup>	250	275	300	300	325	350	325	325	350	350	300	325	300

Tabla 3.3. Máxima relación agua-cemento y mínimo contenido de cemento (Tabla 37.3.2 de la EHE)

### Distancia entre barras

A la hora de verter el hormigón, todas las barras deben quedar bien envueltas en el hormigón. A partir de la instrucción EHE-08 (2) se establece que la distancia libre para armadura pasiva, horizontal y vertical, entre dos barras aisladas consecutivas, salvo que formen grupo de barras, será igual o superior a:

- 20 mm
- El diámetro de la mayor
- 1,25 veces el tamaño máximo de árido (D)

# Capítulo 4

## METODOLOGÍA DE CÁLCULO

---





#### 4. METODOLOGÍA DE CÁLCULO

En este trabajo, se ha resuelto el problema de dimensionamiento en flexión compuesta biaxial. Para ello, previamente se ha necesitado calcular los esfuerzos máximos a los que una sección de hormigón armado está sometida. Dicho cálculo se realiza a partir de la integración de las tensiones en el hormigón y en el acero. El cálculo de las tensiones en el hormigón se ha resuelto discretizando la sección completa e integrando sobre la malla generada. Las integrales se calculan mediante la cuadratura de Gauss, a partir de la integración de Hammer como se verá después.

Todos estos cálculos se realizan a partir de funciones generadas en el software de Matlab (7). Estos archivos pueden aceptar argumentos de entrada y devolver argumentos de salida.

##### 4.1. Integración de Hammer

La cuadratura de Gauss es una aproximación de la integral definida de una función. De manera que los puntos seleccionados para la evaluación se han escogido de manera óptima y no de una forma igualmente espaciada. Es decir, la posición de estos puntos se determina con la condición de alcanzar la mayor precisión posible de la integral.

A partir de dicha cuadratura de Gauss, Hammer desarrolló las integrales en función de las coordenadas de área. Las fórmulas para elementos triangulares son:

$$\int_0^1 \int_0^{1-L_3} f(L_1, L_2, L_3) dL_2 dL_3 = \sum_{p=1}^{n_p} f(L_{1p}, L_{2p}, L_{3p}) W_p$$

Donde  $n_p$  es el número de puntos de integración;  $L_{1p}$ ,  $L_{2p}$ ,  $L_{3p}$  y  $W_p$  son los valores de las coordenadas del área y del peso en el punto de integración  $p$ , respectivamente. (8)

En la función desarrollada en Matlab se ha utilizado una precisión cuadrática. La precisión es el polinomio de mayor grado que la fórmula integra exactamente. En el caso desarrollado los parámetros son:

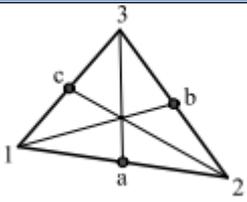
Figura	n	Precisión	Puntos	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$W_i$
	3	Cuadrática	a	1/2	1/2	0	1/6
			b	0	1/2	1/2	1/6
			c	1/2	0	1/2	1/6

Tabla 4.1. Coordenadas y pesos Cuadratura de Gauss

La función desarrollada en Matlab es utilizada para calcular la deformación del hormigón, las tensiones y a partir de ellos los esfuerzos. La función posee la siguiente forma:

```

function [Li,Wi]=integraHammer()
    % metode de integracion de Hammer eltos triangulares

    Li=1/2*[
        [1 1 0]
        [1 0 1]
        [0 1 1]
        ] % coordenadas
    Wi=1/6*[1 1 1] % pesos

end

```

Figura 4.1. Función Integración Hammer

## 4.2. Método de los Elementos Finitos (MEF)

El Método de los Elementos Finitos es un método numérico de resolución de problemas de Mecánica de Sólidos. Es una herramienta de cálculo muy potente que permite resolver gran cantidad de problemas de una gran complejidad. A pesar de ello, este método no proporciona una solución exacta, sino que la solución es aproximada dependiendo de la discretización efectuada.

El método consiste en subdividir un sólido continuo sometido a unas cargas en un número finito de pequeñas partes (elementos) interconectadas entre sí a través de los nudos de los elementos. Es decir, estos nudos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes.

De esta manera, el campo de desplazamiento en el interior de cada elemento, puede expresarse en función de los desplazamientos que sufren los nudos del elemento (desplazamiento nodales). Posteriormente, se podrá determinar la matriz de rigidez de cada elemento, obteniendo los desplazamientos en los nudos de cada elemento. Una vez conocidos los desplazamientos, se podrán obtener las tensiones. (9)

Por lo tanto, el MEF, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado, esta transformación se denomina discretización del modelo.

Discretizar una sección consiste en un proceso matemático mediante el cual se trata de hallar resultados aproximados a la ecuación diferencial dada. Para ello, se divide la sección escogida en los intervalos requeridos. La discretización se basa en:

- Elementos finitos: son líneas o superficies imaginarias en regiones continuas.
- Nudos: son las uniones de los elementos finitos.
- Grados de libertad: son los desplazamientos de los nudos.
- Funciones de forma/ aproximación: con ellas se calcula el desplazamiento interior en el elemento finito.

Dentro de los elementos finitos cabe destacar, las vigas, placas, cáscaras laminares curvas, elasticidad 1D, 2D, 3D y simetría de revolución. En el presente TFM, los elementos finitos son 2D. (10)

El Método de los Elementos Finitos posee 3 criterios de convergencia:

- Criterio 1: Movimiento de sólido rígido (MSR). Sin producir tensiones en el elemento.
- Criterio 2: Estado de tensión constante. Este criterio es un caso particular del

criterio 1, ya que un movimiento como sólido rígido con tensión nula es un caso de tensión constante.

- Criterio 3: Deformaciones lineales. Debe existir continuidad de desplazamiento en la unión entre elementos aunque puede haber discontinuidad en la deformación.

En definitiva, un análisis converge si al disminuir el tamaño de los elementos y aumentar el número de nodos y elementos, la solución tiende a la exacta.

Generalmente, el Método de los Elementos finitos se ha utilizado con topologías cuyos elementos son triangulares o cuadriláteros en 2D, o sus extensiones a 3D. Pero últimamente este método también se usa a mallas poligonales. Estos elementos de polígonos de  $n$  lados mejoran la precisión y aumentan la flexibilidad con el mallado. Esta forma de mallar, se denomina elementos finitos poligonales. En las secciones poligonales este mallado mejora los resultados aunque resulta más sencillo las topologías triangulares o cuadrilateras. Aquellas secciones con geometrías más o menos complejas, además de utilizar la triangulación de Delaunay que se explicará a continuación, se pueden utilizar los métodos de mapeo y función de transferencia. Estos métodos denominados también, métodos algebraicos, consisten en el mallado de una malla de referencia y la proyección de los nodos de ésta al dominio real mediante una función de transferencia. La capacidad de generar mallas en dominios con geometrías más o menos complejas, va a depender de la naturaleza de dicha función de transferencia. (11)

La función discretiza desarrollada en Matlab trata de dividir la sección dada a partir de la triangulación de Delaunay. Esta triangulación determina que la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo. Una red de triángulos es una triangulación de Delaunay si todos los triángulos de la misma cumplen dicha condición (Figura 4.3). Si por el contrario la circunferencia circunscrita posee algún vértice en su interior no cumple la condición (Figura 4.2.)

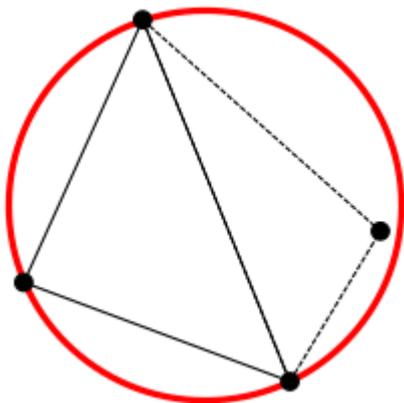


Figura 4.2. No cumple condición Delaunay

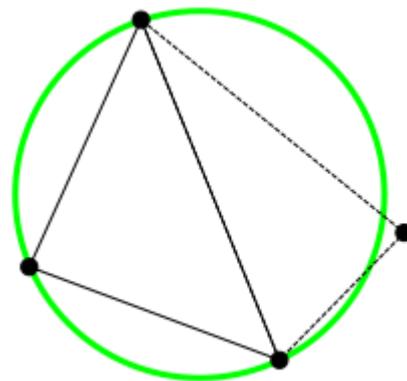


Figura 4.3. Cumple condición Delaunay

Es decir, la triangulación de Delaunay se basa en las siguientes características:

- Todos los puntos están conectados entre si y forman el mayor número de triángulos posibles sin que se crucen sus aristas.

- Los triángulos se definen de forma que los puntos más próximos están conectados entre sí por una arista.
- Esto implica que los triángulos formados sean lo más regulares posible, es decir, que se maximicen sus ángulos menores y se minimice la longitud de sus lados.  
(12)

Esta triangulación es ampliamente utilizada en la informática debido a sus propiedades y características mencionadas. En Matlab, la creación de triangulaciones de Delaunay se ejecuta a partir de la función `delaunayTriangulation`. Esta función permite conocer las diferentes coordenadas de los triángulos realizados. Las cuales serán guardadas en una matriz.

Esta función discretiza desarrollada en Matlab (Figura 4.6.), discretiza la sección dada. Se puede observar en la Figura 4.4. la discretización de una sección rectangular, y en la Figura 4.5. la discretización de una sección hexagonal. Ambas secciones son subdivididas en elementos triangulares, de forma que estos elementos se suponen interconectados a través de sus vértices. Las consideraciones hechas a la hora de generar las coordenadas (Figura 4.6.) se pueden modificar para realizar un mallado más refinado. Esto provocaría que se redujeran el tamaño de los elementos, y por tanto se aumentara el número de ellos, obteniendo una solución más aproximada pero con mayor coste computacional.

La diferencia entre ambas discretizaciones, reside en el número y tamaño de sus triángulos. A partir de ellos, se conocen los diferentes vértices de la sección junto con sus coordenadas. Estos parámetros, serán usados para obtener los esfuerzos máximos a partir de la ecuación de la deformación máxima, función inithomigón, que se verá más tarde.

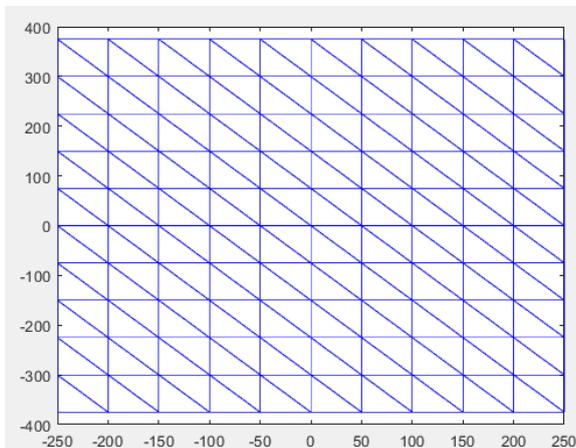


Figura 4 .4. Discretización rectangular

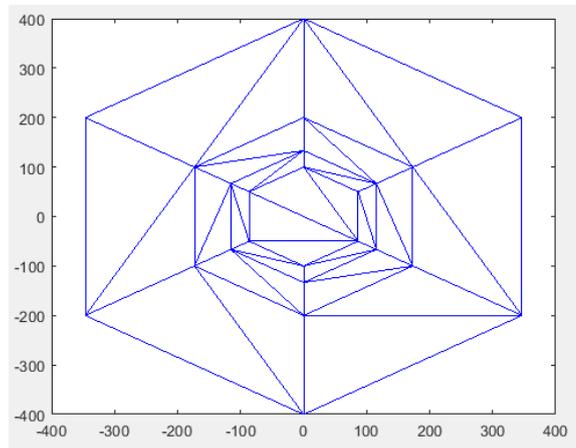


Figura 4 .5. Discretización sección hexagonal

```

function [nodos,eltos]=discretiza()
    % discretizacion
    x0=-b/2:b/10:b/2;
    y0=-h/2:h/10:h/2;

    [X,Y] = meshgrid(x0,y0);

    nx=size(x0);
    nx=nx(2);
    x=reshape(X,nx^2,1);

    ny=size(y0);
    ny=ny(2);
    y=reshape(Y,ny^2,1);
    DT=delaunayTriangulation(x,y); % triangulacion de Delaunay
    figure;
    triplot(DT)

    nodos=DT.Points; % nodos
    eltos=DT.ConnectivityList; % elementos

end

```

Figura 4.6. Función discretiza Matlab sección rectangular

### 4.3. Programación lineal discreta

Los modelos de optimización se pueden clasificar en métodos clásicos y métodos metaheurísticos. Los métodos clásicos buscan garantizar un óptimo local, como por ejemplo: la optimización lineal, lineal entera mixta, estocástica, dinámica. Los métodos metaheurísticos buscan alcanzar un óptimo global, como por ejemplo los algoritmos evolutivos, como se verá en el punto 4.4.

La programación lineal (PL) es un método para resolver problemas de optimización condicionada. La función objetivo a establecer (maximizar o minimizar) y las restricciones que deben ser satisfechas, son todas ellas lineales y las variables matemáticas que intervienen no pueden tomar valores negativos. (13)

Hay dos tipos de programación lineal. La programación lineal en enteros puros (PLEP), la cual solo puede tomar el valor de enteros; mientras que la programación lineal en enteros mixtos (PLEM), puede desarrollarse a partir de variables continuas y enteras. En definitiva, la programación lineal entera es un modelo donde las variables son números enteros no negativos. Donde las situaciones a las que se enfrenta el analista, son decisiones de sí o no. Estas variables se pueden representar como variables binarias.

Los modelos de optimización deben ser manejables, resolubles y representativos de la situación original. Es decir, hay que hacer una valoración previa entre el tiempo computacional y la calidad de los resultados.

Además, los modelos de optimización pueden representar de manera exacta los problemas reales de la sociedad. Esto permite implementar procedimientos exactos para la programación de la producción, programación de distribución, transporte, localización y distribución de planta, gestión de proyectos, etc. Esto ha hecho que la programación ARMADO ÓPTIMO PARA EL PROBLEMA DE DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE 25 HORMIGÓN ARMADO EN FLEXIÓN COMPUESTA BIAJIAL

lineal

se haya extendido a campos muy diversos como el transporte, la economía o la Ingeniería Química.

#### **4.4. Algoritmos genéticos. Problema de optimización.**

La dificultad que poseen ciertos problemas a la hora de ser resueltos de una manera eficiente, ha impulsado el desarrollo de procedimientos para encontrar óptimas soluciones. Estos métodos, en los que tanto la rapidez como la calidad de la solución hallada son igual de importantes, se denominan heurísticos o aproximados.

Por otra parte, los procedimientos metaheurísticos constituyen la nueva generación de métodos aproximados. Estos procedimientos son guiados a través de unas reglas que permitirá resolver el problema. Dentro de estos procedimientos se encuentran entre otros la búsqueda tabú, aceptación por umbrales o los métodos evolutivos. En este TFM, únicamente nos centraremos en la descripción de métodos evolutivos. Estos métodos se basan en generar, seleccionar, combinar y reemplazar un conjunto de soluciones.

Los métodos evolutivos están basados en poblaciones de soluciones. A diferencia de los métodos clásicos de mejora basados en seguimiento de trayectorias, en cada iteración del algoritmo no se tiene una única solución sino un conjunto de estas. Uno de los métodos evolutivos más utilizados actualmente son los algoritmos genéticos. (14)

Los algoritmos genéticos son métodos adaptativos que se basan en el proceso genético de los organismos vivos. Es decir, imitan la evolución humana. Las poblaciones evolucionan en la naturaleza según los principios de la selección natural y la supervivencia, según postuló Charles Darwin en 1859. En definitiva, un algoritmo genético es un método de optimización basado en la selección natural de las especies. El número inicial de individuos forman la población inicial que tendrá un cierto ajuste con la solución del problema. Los algoritmos genéticos difieren de los principales métodos tradicionales de optimización en cuatro puntos fundamentales:

1. Los algoritmos genéticos trabajan con codificaciones de los puntos del espacio de búsqueda en lugar de con los puntos propiamente dichos.
2. La búsqueda se realiza a partir de una población de puntos en lugar de un solo punto.
3. No utilizan derivadas ni otras propiedades de la función objetivo, sino únicamente la función objetivo.
4. Se rigen mediante reglas de transición probabilísticas, no determinísticas.

El uso de reglas probabilísticas durante el proceso de algoritmos genéticos hace que se incremente la probabilidad de encontrar un óptimo. Ya que este algoritmo trabaja con una población de puntos simultáneamente. A diferencia de los métodos tradicionales que pasan del punto actual al siguiente mediante un incremento, pudiendo encontrar únicamente un óptimo local.

Como ya se ha dicho, un algoritmo genético es un método para solucionar problemas de optimización con o sin restricciones (en el presente TFM si posee restricciones como se verá más adelante). La función desarrollada trata de optimizar el número de redondos a

la hora de armar la sección. Además, el diámetro de dichos redondos está normalizado como ya se vio en el capítulo 3.

La función utilizada para resolver este problema ha sido una función propia de Matlab llamada “ga” que utiliza un solucionador de algoritmos genéticos (Figura 4.7.). Como se ha dicho anteriormente, a esta función se le pueden aplicar diferentes restricciones para conseguir el parámetro deseado. En este caso, las restricciones impuestas describen la separación mínima entre barras, así como la relación de tamaño entre unos diámetros y otros. Por otra parte, se ha creado una función de ajuste que contiene el objetivo a minimizar. En este caso, es el área total de los redondos.

```
[xbestDisc, fbestDisc, exitflagDisc] = ga(@variables_discretiza,5, [], [], [], [], lb, ub, @restricciones_discretiza, 1:5);
```

Figura 4.7. Llamada a la función optimización “ga”

Esta función, halla los valores óptimos de los diámetros junto con el número de redondos a disponer en la armadura, así como el área de acero requerida. Esta función depende de la geometría de la sección, de los esfuerzos que la solicitan, de la resistencia de los materiales y el plano de deformación.

La obtención de un área mínima no solo repercute en el coste económico del armado, sino también en los aspectos medioambientales asociados a la disminución de los recursos consumidos para la elaboración de la armadura. En el dimensionamiento de piezas flexo-comprimidas es habitual emplear procedimientos convencionales de obtención del armado con la condición de armadura simétrica, ya que puede resultar conveniente en algunos casos de flexiones de ambos signos y con valores similares. Aunque muchas veces esta condición es un error. Debiendo emplearse la condición de armadura total mínima. De esta forma, se reduce la cantidad de acero, lo que conlleva un menor gasto económico y se mejoran las condiciones ambientales al no fabricarse excedente de acero.

Una de las ventajas de los algoritmos genéticos es que no es necesaria una buena solución de partida. Aún así, en la función desarrollada en Matlab se inicializa el problema con el menor número de redondos posible, y su menor diámetro normalizado, para reducir el tiempo de cálculo. A partir de estos parámetros introducidos, el problema es capaz de converger.

#### 4.4. Diagrama Parábola-rectángulo

El diagrama parábola-rectángulo está formado por una parábola de grado  $n$  y un segmento rectilíneo. La función `inithormigon` creada en Matlab, desarrolla las ecuaciones del diagrama parábola-rectángulo. Como ya se explicó en el capítulo 2, este diagrama trata dar respuesta a la resistencia última del hormigón. Para ello, a partir de la compresión característica del hormigón a compresión considerado, se obtienen las ecuaciones de las deformaciones a partir de las cuales se obtendrá la tensión del hormigón.

```

function [n,ec2,ecu2]=initHormigon(fck)
    % diagrama parabola-rectangulo

    if(fck<50)
        n=2;
        ec2=2/1000;
        ecu2=3.5/1000;
    else
        n=1.4+23.4*((90-fck)/100)^4;
        ec2=(2.0+0.085*(fck-50)^0.53)/1000;
        ecu2=(2.6+35*((90-fck)/100)^4)/1000;
    end

end

```

Figura 4.8. Función Parábola – rectángulo (inithormigon)

Esta función está vinculada con la función llamada “tensionhormigon” en Matlab, ya que determina la tensión propia del hormigón a partir de ciertos parámetros hallados anteriormente.

```

function v=tensionHormigon(x,y,s)
    % tension en el Hormigon
    v=0;

    ec=defLong(x,y,s);
    if((ec>0)&&(ec<=ec2))
        v=fcd*(1-(1-ec/ec2)^n);
    elseif(ec>ec2)
        v=fcd;
    end

end

```

Figura 4.9. Función Tensión Hormigón (tensionhormigon)

#### 4.5. Plano deformación

La sección a dimensionar puede agotarse por solicitaciones normales siguiendo distintos planos de deformación. Estos planos vienen totalmente descritos en el libro “Hormigón Estructural” de Hernández-Gil (4) a partir de la profundidad de la fibra neutra. En el caso de este TFM, el plano de deformación viene dado a partir de los giros que provocan las solicitaciones introducidas por el usuario. La función defLong creada en Matlab permite hallar el plano de deformación que sigue la sección a armar. Para ello se crea un vector *s*, donde se guardan las diferentes coordenadas del mismo. Es decir, se calculan los diferentes giros en torno a los ejes, así como la deformación axial. Más tarde, estos valores serán las entradas del cálculo final de los esfuerzos.

```

function v=defLong(x,y,s)
    % plano de deformacion
    % (x,y): coordenadas en la seccion
    % e0: deformacion axial
    % ax: giro en torno al eje x
    % ay: giro en torno al eje y

    e0=s(1);
    ax=s(2);
    ay=s(3);

    v=e0+ay*x+ax*y;
end

```

Figura 4.10. Función Plano deformación (defLong)

#### 4.6. Resumen Problema de Dimensionamiento Matlab

El problema de dimensionamiento se puede realizar mediante dos formas. La primera es mediante un armado óptimo y la segunda mediante un armado simple.

El armado óptimo consiste en armar toda la sección, tanto la zona superior, inferior, derecha e izquierda simultáneamente. Es decir, se busca la óptima combinación teniendo en cuenta al mismo tiempo todas las zonas. Mientras que el armado simple, consiste en armar primeramente la zona superior e inferior. Una vez armadas estas zonas, se calcula el armado lateral. De esta forma, el armado simple poseerá una mayor cantidad de acero (área) ya que no aprovecha la combinación de armado para la sección completa.

Para ambas formas de dimensionar, inicialmente el usuario debe introducir las dimensiones de la sección transversal en milímetros. El canto (h) y el ancho (b) siempre y cuando el usuario haya elegido la Opción 1 en la interfaz.

Por el contrario, si el usuario elige la Opción 2, las dimensiones a introducir será la longitud de lado en milímetros junto con el número de lados que desea que disponga el polígono. Entre las combinaciones posibles, el usuario puede elegir entre un triángulo, un cuadrado, un pentágono, un hexágono o un círculo.

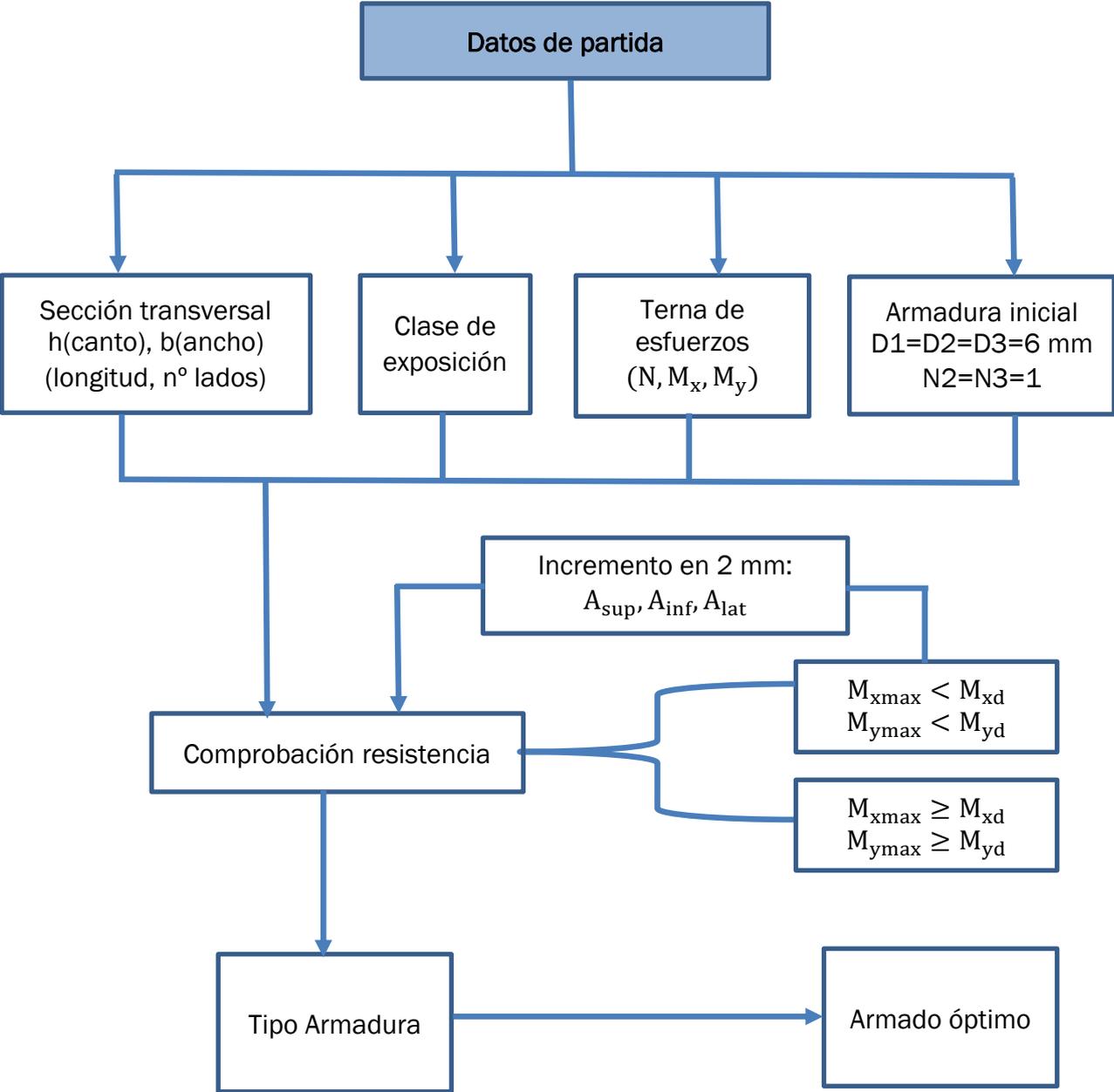
A partir de la sección elegida, se va a determinar la armadura correspondiente para que resista a la terna de esfuerzos  $N$ ,  $M_x$  y  $M_y$  introducida.

El usuario también deberá elegir la clase de exposición a la que se encuentra sometida la armadura, entre una lista desplegable que se le ofrece, ya que como se ha visto en el capítulo 3, el recubrimiento depende directamente del tipo de exposición.

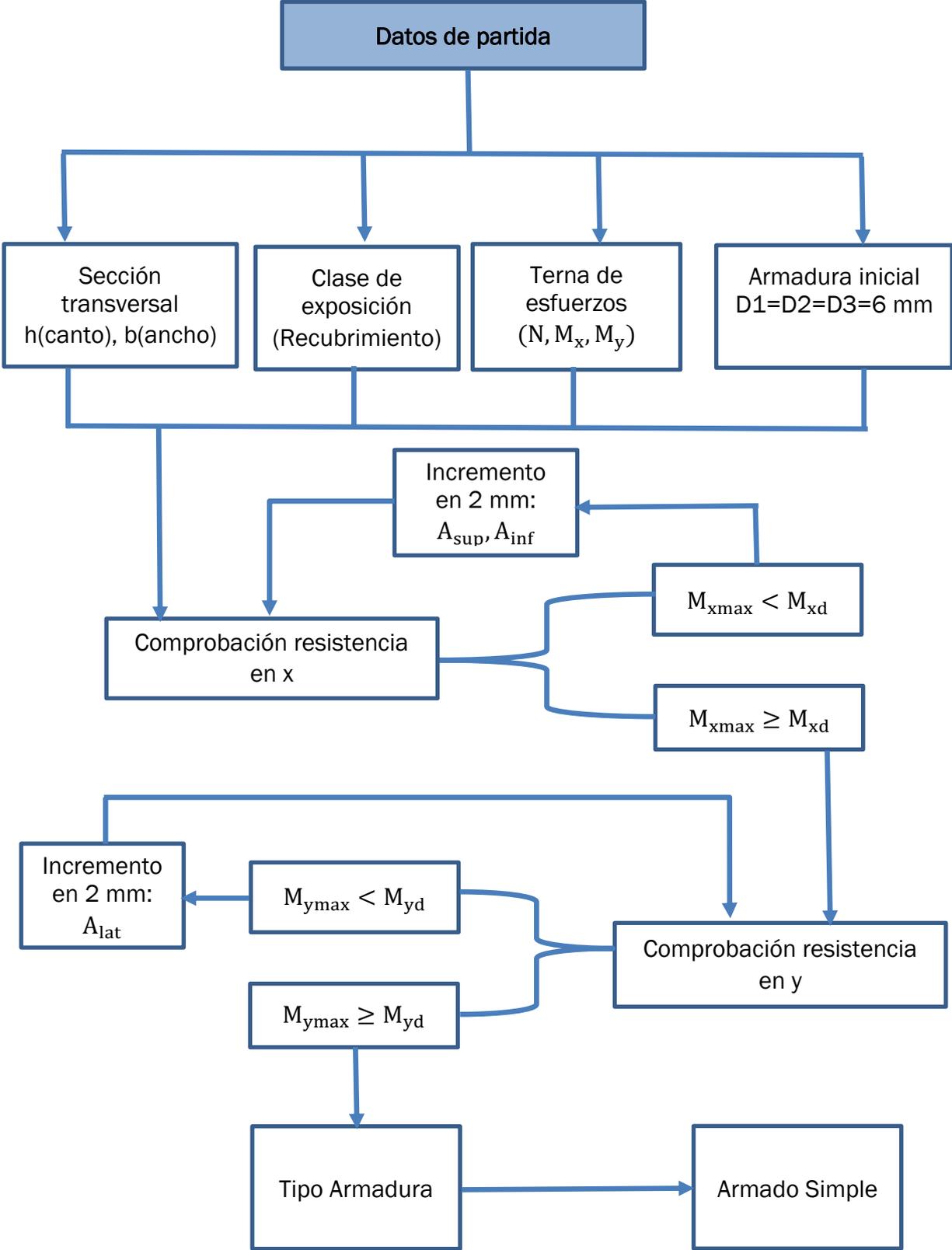
Una vez que se han introducido todos los parámetros el programa comienza con la iteración hasta dar lugar a la armadura correcta. Es decir, el programa comienza la iteración a partir de una armadura mínima de parámetros:  $D1=D2=D3= 6$  mm. Con este dimensionamiento se evalúa por primera vez su resistencia, y sino resiste se incrementan las armaduras de la sección. Si la opción elegida es el armado óptimo, este incremento se realizará tanto en las armaduras laterales, como en la superior e inferior, y será de un valor de 2 mm (este valor puede ser reducido dependiendo del tiempo de ejecución computacional deseado), con estas dos nuevas áreas se optimiza el nuevo armado y se comprueba de nuevo si dicha armadura resiste a la terna de esfuerzos. En caso de no resistir, se vuelve a incrementar de nuevo tanto el área superior, inferior y laterales obteniendo un nuevo armado optimizado para dichas áreas. En el momento en

el cual la armadura hallada resista los esfuerzos, se para la iteración y se muestran por pantalla los resultados. Por el contrario, si la opción elegida es el armado simple, se incrementa en primer lugar el armado superior e inferior, hasta que ambas zonas resistan los esfuerzos dados. Una vez que esto ocurra, comienza la iteración de nuevo para el armado lateral, repitiendo la misma secuencia. Una vez encontrado el armado lateral que resista los esfuerzos introducidos, se muestra por pantalla los resultados.

4.7. Diagrama de bloques. Problema de dimensionamiento Matlab – Armado óptimo



4.8. Diagrama de bloques. Problema de dimensionamiento Matlab – Armado simple



**Capítulo 5**  
**EJEMPLOS PRÁCTICOS**

---

---



## 5. EJEMPLOS PRÁCTICOS

En este capítulo se van a evaluar diferentes situaciones de cálculo. Para ello, se ha desarrollado previamente una estructura de hormigón en el software CYPE 3D. En dicha estructura se han armado tanto los pilares como las vigas, habiendo introducido previamente unos esfuerzos. Estos resultados de armado, serán introducidos en el script realizado y serán comparados a partir de tablas y ábacos tabulados (15), determinando el error aparecido. Estas situaciones se van a describir paso a paso. Es decir, se trata de explicar el funcionamiento e introducción de datos por parte del usuario en la interfaz gráfica desarrollada en Matlab. Estos resultados, muestran una aproximación gráfica de cómo sería el armado de la sección, junto con una matriz de valores. La matriz determina el número exacto de redondos a introducir en el armado de la sección, con sus respectivos diámetros normalizados. Una vez obtenidos los parámetros de dimensionamiento (número de redondos, diámetro de redondos), serán comparados con tablas tabuladas. De esta manera se determinará la desviación que hay entre el programa desarrollado y estos métodos de cálculo empleados en la comparación.

### 5.1. Ejemplo 1

El ejemplo 1, trata de desarrollar un armado óptimo (“Opción 1”) Figura 5.1. Este armado consiste en armar toda la sección, tanto la zona superior, inferior, derecha e izquierda simultaneamente. Es decir, se busca la óptima combinación teniendo en cuenta al mismo tiempo todas las zonas. Para ello, se ha resuelto a partir de la función de optimización de Matlab “ga”. Esta función permite obtener los valores óptimos de los diámetros junto con el número de redondos a disponer en la armadura. Es decir, se obtiene el área mínima de acero a disponer en la armadura a partir de las restricciones dadas. La función itera a través de los diámetros normalizados junto con diferentes números de redondos a disponer, hasta obtener el armado mínimo a partir de las restricciones dadas que rigen la norma EHE. Sin el uso de esta función, no se podría obtener el dimensionamiento óptimo de la sección. Ya que como se ha mencionado, analiza todas las posibles combinaciones hasta obtener la óptima y correcta.

## PROBLEMA DE DIMENSIONAMIENTO-FLEXIÓN COMPUESTA BIAIXIAL

Este problema consiste en dimensionar una sección, es decir trata de calcular la armadura necesaria para que la sección resista unos determinados esfuerzos ( $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$ ). Para ello, el usuario introducirá los parámetros que determinan la sección, y los esfuerzos que se preve que resista la misma.

Se puede elegir entre diferentes secciones:

### Opción 1

La sección es rectangular pudiendo elegir entre 2 formas de resolver el problema:

- 1) Se obtiene el óptimo de redondos del total de la sección.
- 2) Se obtiene un armado independiente entre las diferentes zonas.

### Opción 2

La sección puede poseer la forma de un triángulo, un cuadrado, un pentágono, un hexágono o un círculo. El armado será el óptimo de la sección.

Opción 1

Opción 2

Figura 5.1. Interfaz Problema de Dimensionamiento. Opción 1.

En primer lugar, se pulsa la opción elegida. En este caso "Opción 1". Una vez elegida la opción deseada, se deben rellenar los campos vacíos como muestra la Figura 5.2.

En este caso la clase de exposición es IV, la cual equivale a un recubrimiento de 45 mm. Los valores que adquieren los recubrimientos respecto a la clase de exposición fue explicado en el capítulo 3.

Como se ha dicho anteriormente, los valores a introducir son los obtenidos a partir del software CYPE 3D redondeados (Figura 5.3.). Estos valores son los obtenidos al armar el pilar de una estructura de sección 750 x 500 mm. (Figura 5.2.)

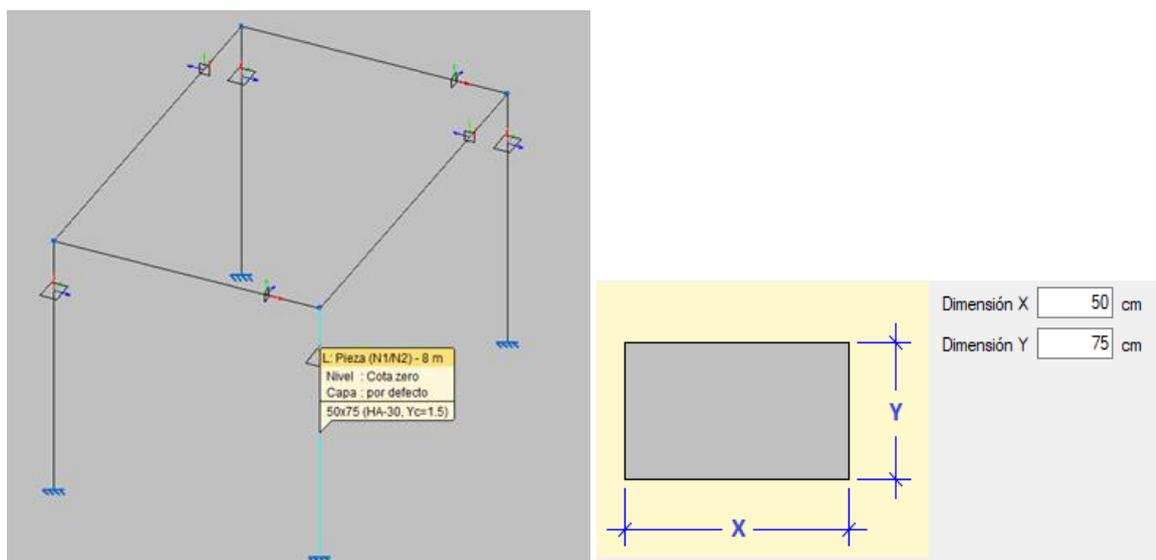


Figura 5.2. Estructura dimensionada en CYPE 3D

Combinación	Comp.	Esfuerzos pésimos					Referencia		Eq.	Com.	
		N (kN)	Mxx (kN-m)	Myy (kN-m)	Qx (kN)	Qy (kN)	Mxx (kN-m)	Myy (kN-m)			
1.35·PP+1.5·N1	Q,N,M	2162.9	925.0	734.0	77.6	106.5	764.4	505.5			
PP+1.5·N1	Q,N,M	2060.6	886.8	707.7	72.8	95.2	733.7	489.7			

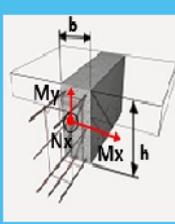
Figura 5.3. Valores esfuerzos en pilar. CYPE 3D

Opción 1

Resultado

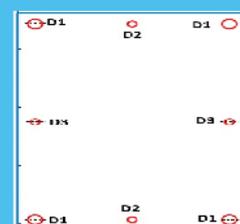
Esfuerzos sección

Nx (kN)	2000
Mx (kN)	900
My (kN)	700



Parámetros sección

Canto (mm) [h]	750
Ancho (mm) [b]	500



**Armado superior**  
NºD1 D1 r NºD2 D2

**Armado inferior**  
NºD1 D1 r NºD2 D2

**Armado izquierdo**  
0 0 r NºD3 D3

**Armado derecho**  
0 0 r NºD3 D3

Clases de exposición

Clase de exposición	Recubrimiento [r] (mm)
IV	45

I - no agresivo (Interior de edificios)

Ila - normal de humedad alta (Sótanos no ventilados, cimentaciones)

Ilb - normal de humedad media (Tableros y pilas de puentes)

Illa - ambiente ,arino aéreo (Edificaciones a menos de 5 km de la costa)

IIlb - ambiente marino sumergido (Diques, pantalanes)

IIlc - ambiente marino en zonas de mareas (Pilas de puentes sobre el mar)

IV - corrosión por cloruros (Piscinas)

Qa - ataque químico débil (Instalaciones industriales con ataque débil)

Tipo de armado

Armado Óptimo	1
---------------	---

**Armado Óptimo**  
Se obtiene el óptimo de redondos del total de la sección.

**Armado Simple**  
Se obtiene un armado independiente entre los diferentes lados verticales y horizontales.

Figura 5.4. Interfaz Opción 1. Armado óptimo. Clase de exposición IV.

Una vez introducidos todos los valores, se pulsa en resultado. De esta forma el programa comienza a correr. Al finalizar la ejecución del programa, los resultados se observan en pantalla. Estos resultados muestran la disposición gráfica de la sección junto con su matriz de armado. Los valores que aparecen en la matriz de armado son descritos en la interfaz de "Opción 1". La imagen de la sección está a escala 1:2.

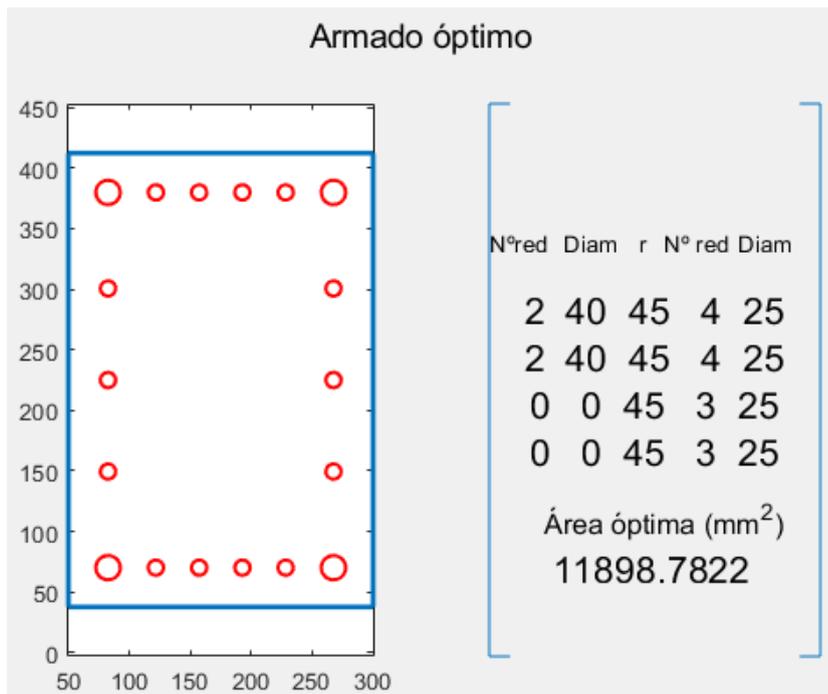


Figura 5.5. Resultados Armado óptimo con las restricciones aplicadas E 1:2. Clase de exposición IV.

Inicialmente CYPE 3D nos muestra un armado por defecto. Pero al realizar la comprobación de armado, se observa que es erróneo para los esfuerzos establecidos.

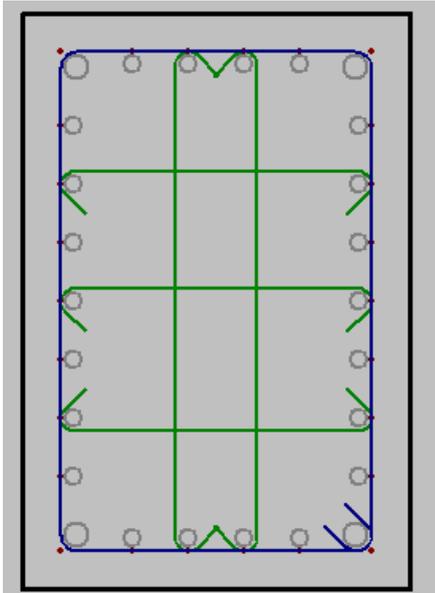
	Nivel	Cota	Dimensión		Armado longitudinal				Armado transversal		As/Ac (%)			
			X (cm)	Y (cm)	Esquinas	Cara X	Cara Y	Cercos	Separación					
Nivel 1	8.15 m	7.35 m	50	75	4	Ø12	4	Ø12	6	Ø12	Ø6	10	0.4	✓
	7 m				4	Ø25	6	Ø25	14	Ø25	Ø8	30		
	0.6 m				4	Ø25	6	Ø25	14	Ø25	Ø8	6	3.1	✗
	Cota zero				0 m	4	Ø25	6	Ø25	14	Ø25	Ø8	3	3.1

Figura 5.6. Armado sección por defecto. CYPE 3D.

Se rearma la sección, y se comprueba que el armado obtenido en CYPE 3D:

	Nivel	Cota	Dimensión		Armado longitudinal				Armado transversal		As/Ac (%)			
			X (cm)	Y (cm)	Esquinas	Cara X	Cara Y	Cercos	Separación					
Nivel 1	8.15 m	7.35 m	50	75	4	Ø12	4	Ø12	6	Ø12	Ø6	10	0.4	✓
	7 m				4	Ø25	6	Ø25	14	Ø25	Ø8	30		
	0.6 m				4	Ø25	6	Ø25	14	Ø25	Ø8	6	3.7	✓
	Cota zero				0 m	4	Ø32	8	Ø25	14	Ø25	Ø8		

Figura 5.7. Armado sección obtenido. CYPE 3D.



$$\text{Área}_{\text{CYPE 3D}} = 14016,21 \text{ mm}^2$$

Figura 5.8. Sección dimensionada. CYPE 3D.

Una vez obtenidos los resultados a partir del programa desarrollado en Matlab y CYPE 3D, se va a realizar la comparación con tablas y ábacos tabulados.

El empleo de las escalas tanto de flexión simple como de flexión compuesta se encuentran descritas en el libro “Hormigón Armado basado en la EHE”, Jimenez Montoya” (15).

En este caso, la sección a dimensionar es un ejemplo de flexión compuesta.

El problema se va a realizar para un armado simétrico y para un armado antisimétrico.

Los datos de partida son:

$$b \times h = 0,5 \times 0,75 \text{ m}^2$$

$$r = 0,045 \text{ m}$$

$$d = h - r = 0,705 \text{ m}$$

$$M_{xd} = 900 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{yd} = 750 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$N_d = 2000 \text{ kN}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2 = 25 \text{ Mpa}; \gamma_c = 1,5$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 16,67 \text{ N/mm}^2 = 16,67 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2 = 500 \text{ MPa}; \gamma_s = 1,15$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 435 \text{ N/mm}^2 = 435 \text{ MPa}$$

### Armado Antisimétrico

Se determina la excentricidad de la solicitación respecto a la armadura de tracción:

$$e_x = \frac{M_{xd}}{N_d} + \frac{d - r}{2} = \frac{900}{2000} + \frac{0,705 - 0,045}{2} = 0,45 + 0,33 = 0,78 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_{yd}}{N_d} + \frac{d - r}{2} = \frac{700}{2000} + \frac{0,705 - 0,045}{2} = 0,35 + 0,33 = 0,68 \text{ m}$$

El momento de la resultante en  $x$   $N_d$  respecto a la armadura de tracción es:

$$N_d \cdot e = 2000 \cdot 0,78 = 1560 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento de la resultante en  $y$   $N_d$  respecto a la armadura de tracción es:

$$N_d \cdot e = 2000 \cdot 0,68 = 1360 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Entrando en la escala funcional correspondiente a la sección se obtienen las capacidades mecánicas (15). Para obtener un  $h$  de 0,75 m es necesario interpolar entre los valores de 0,70 y 0,80 m.

### Capacidades mecánica en x

$$h = 0,80 \text{ m}$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 2250 \text{ kN (tracción)}$$
$$U' = A' \cdot f_{yd} = 100 \text{ kN (compresión)}$$

$$h = 0,70 \text{ m}$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 2600 \text{ kN (tracción)}$$
$$U' = A' \cdot f_{yd} = 600 \text{ kN (compresión)}$$

$$h = 0,75 \text{ m}$$

$$\frac{0,80 - 0,70}{2250 - 2600} = \frac{0,80 - 0,75}{2250 - x} \rightarrow x = 2425,12$$

$$\frac{0,80 - 0,70}{100 - 600} = \frac{0,80 - 0,75}{100 - x} \rightarrow x = 350$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 2425,12 \text{ kN (tracción)}$$
$$U' = A' \cdot f_{yd} = 350 \text{ kN (compresión)}$$

### Capacidades mecánica en y

$$h = 0,80 \text{ m}$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 2050 \text{ kN (tracción)}$$
$$U' = A' \cdot f_{yd} = 0 \text{ kN (compresión)}$$

$$h = 0,70 \text{ m}$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 2400 \text{ kN (tracción)}$$
$$U' = A' \cdot f_{yd} = 400 \text{ kN (compresión)}$$

ARMADO ÓPTIMO PARA EL PROBLEMA DE DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN 40  
ARMADO EN FLEXIÓN COMPUESTA BIAIXIAL

$$h = 0,75 \text{ m}$$

$$\frac{0,80 - 0,70}{2050 - 2400} = \frac{0,80 - 0,75}{2050 - x} \rightarrow x = 2225,1$$

$$\frac{0,80 - 0,70}{0 - 400} = \frac{0,80 - 0,75}{0 - x} \rightarrow x = 200$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 2225,1 \text{ kN (tracción)}$$

$$U' = A' \cdot f_{yd} = 200 \text{ kN (compresión)}$$

Una vez obtenidos estos valores, se entra en las tablas de capacidades mecánicas según el número de barras traccionadas o barras comprimidas. (1)

$\phi$ mm	NÚMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	12,29	24,58	36,87	49,16	61,45	73,74	86,03	98,32	110,61	122,90
8	21,85	43,70	65,55	87,40	109,25	131,10	152,95	174,80	196,65	218,50
10	34,15	68,30	102,45	136,60	170,75	204,90	239,05	273,20	307,35	341,50
12	49,17	98,34	147,51	196,68	245,85	295,02	344,19	393,36	442,53	491,70
14	66,93	133,86	200,79	267,72	334,65	401,58	468,51	535,44	602,37	669,30
16	87,42	147,84	262,26	349,68	437,10	524,52	611,94	699,36	786,78	874,20
20	136,59	273,18	409,77	546,36	682,95	819,54	956,13	1092,72	1229,31	1365,90
25	213,42	426,84	640,26	853,68	1067,10	1280,52	1493,94	1707,36	1920,78	2134,20
32	349,67	699,34	1049,01	1398,68	1748,35	2098,02	2447,69	2797,36	3147,03	3496,70
40	546,36	1092,72	1639,08	2185,44	2731,80	3278,16	3824,52	4370,88	4917,24	5463,60

Tabla Capacidad Mecánica en Kn según el número de barras traccionadas acero B 500 S

$\phi$ mm	NÚMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	11,9	23,8	35,6	47,5	59,4	71,3	83,1	95,0	106,9	118,8
8	21,1	42,2	63,3	84,4	105,6	126,7	147,8	168,9	190,0	211,1
10	33,0	66,0	99,0	131,9	164,9	197,9	230,9	263,9	296,9	329,9
12	47,5	95,0	142,5	190,0	237,5	285,0	332,5	380,0	427,5	475,0
14	64,7	129,3	194,0	258,6	323,3	387,9	452,6	517,2	581,9	646,5
16	84,4	168,9	253,3	337,8	422,2	506,7	591,1	675,6	760,0	844,5
20	131,9	263,9	395,8	527,8	659,7	791,7	923,6	1055,6	1187,5	1319,5
25	206,2	412,3	618,5	824,7	1030,8	1237,0	1443,2	1649,3	1855,5	2061,7
32	337,8	675,6	1013,4	1351,1	1688,9	2026,7	2364,5	2702,3	3040,1	3377,8
40	527,8	1055,6	1583,4	2111,2	2638,9	3166,7	3694,5	4222,3	4750,1	5277,9

Tabla Capacidad Mecánica en Kn según el número de barras comprimidas acero B 500 S

De ambas tablas se obtiene el dimensionamiento siguiente:

ARMADO ÓPTIMO PARA EL PROBLEMA DE DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN 41  
ARMADO EN FLEXIÓN COMPUESTA BIAxIAL

Tracción en x: 7Ø32  
Compresión en x: 8Ø12  
Tracción en y: 7Ø32  
Compresión en y: 10Ø8

El área total dispuesto para armar la sección es de:

$$\begin{aligned}A_{\text{Total}_x} &= A_{\text{Tracción}_x} + A_{\text{Compresión}_x} = 5629,73 + 904,77 = 6534,51 \text{ mm}^2 \\A_{\text{Total}_y} &= A_{\text{Tracción}_y} + A_{\text{Compresión}_y} = 5629,73 + 502,65 = 6132,38 \text{ mm}^2 \\A_{\text{Total}} &= A_{\text{Total}_x} + A_{\text{Total}_y} = 6534,51 + 6132,88 = 12666,90 \text{ mm}^2\end{aligned}$$

### Armado Simétrico

Se determina la excentricidad de la sollicitación respecto a la armadura de tracción:

$$\begin{aligned}e_0 &= \frac{M_d}{N_d} = \frac{1200}{2000} = 0,575 \\M_d &= N_d \cdot e_0 = 2000 \cdot 0,575 = 1200\end{aligned}$$

$$A \cdot \frac{f_{yd}}{b} = A' \cdot \frac{f_{yd}}{b} = 2600 \text{ kN/m}$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 1300$$

## HA-25

### DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo  $M_u$ ,  $N_u$  correspondientes a las acciones ponderadas con  $\gamma_f$ )

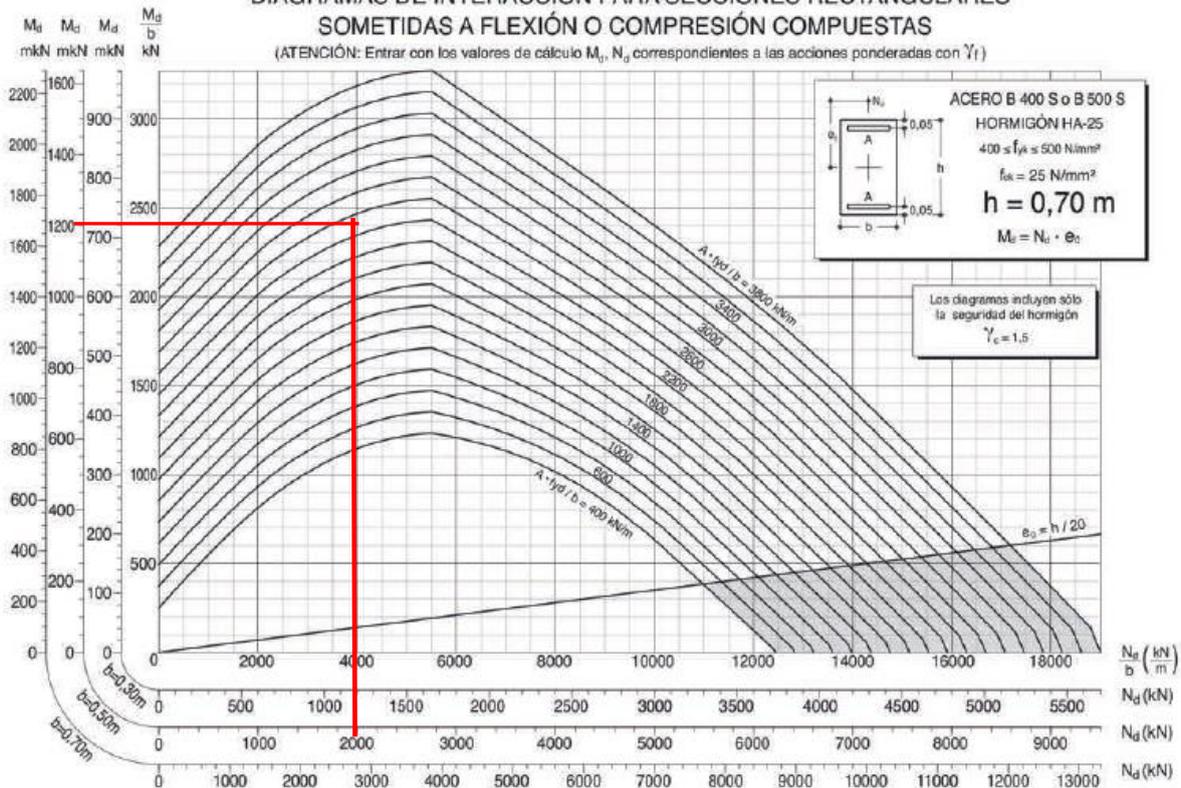


Figura 5.9. Diagrama de Interacción para secciones rectangulares

De las tablas de capacidad mecánica se obtiene el dimensionamiento siguiente:

Tracción en x: 6 $\emptyset$ 25

Compresión en x: 6 $\emptyset$ 25

Tracción en y: 6 $\emptyset$ 25

Compresión en y: 6 $\emptyset$ 25

El área total dispuesto para armar la sección es de:

$$A_{\text{Total}_x} = A_{\text{Tracción}_x} + A_{\text{Compresión}_x} = 3436,11 + 3436,11 = 6872,23 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{Total}_y} = A_{\text{Tracción}_y} + A_{\text{Compresión}_y} = 3436,11 + 3436,11 = 6872,23 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{Total}_x} + A_{\text{Total}_y} = 6534,51 + 6132,88 = 13744,46 \text{ mm}^2$$

Una vez obtenido el armado de 4 formas diferentes se van a comparar los resultados en una tabla.

Área CYPE 3D	Área script Matlab	Área Antisimétrica	Área simétrica
14016,21 mm <sup>2</sup>	11898,78 mm <sup>2</sup>	12666,90 mm <sup>2</sup>	13744,46 mm <sup>2</sup>

Tabla 5.1. Áreas comparativas del dimensionamiento sección rectangular

Las 4 áreas se encuentran en el mismo orden de magnitud. La mayor semejanza se encuentra entre las halladas con el software CYPE 3D y el script desarrollado en Matlab. La diferencia entre estas, reside en la restricción aplicada en Matlab, donde se exige que el redondo de los extremos sea mayor al redondo interior. Por ello, la diferencia de áreas se encuentra en este factor. Se puede observar en las Figuras 5.5 y 5.8, la disposición y el número de redondos.

ARMADO ÓPTIMO PARA EL PROBLEMA DE DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN 43  
ARMADO EN FLEXIÓN COMPUESTA BIAIXIAL

Por el contrario, la mayor diferencia de áreas se encuentra con la obtenida a partir de los ábacos, ya que estas no poseen el área exacta requerida al igual que las tablas tabuladas. Además, como ya se dijo anteriormente, las áreas simétricas en las secciones implican una mayor carga de acero. De esta forma el área aumenta con respecto a los armados antisimétricos que intentan dar respuesta de una forma optimizada.

## 5.2. Ejemplo 2

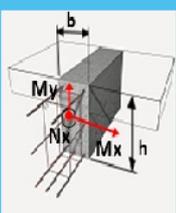
El ejemplo 2, trata de desarrollar un armado simple (“Opción 1”) Figura 5.4. Este armado consiste en dimensionar primeramente en un plano y luego en el otro. De esta forma, el armado simple poseerá una mayor cantidad de acero (mayor área) ya que no aprovecha la combinación de armado para la sección completa. Este ejemplo se va a resolver con los mismos valores que el ejemplo 1. De esta manera se compararán ambos resultados.

**Opción 1**

**Resultado**

**Esfuerzos sección**

<b>Nx (kN)</b>	2000
<b>Mx (kN)</b>	900
<b>My (kN)</b>	700



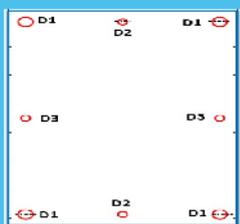
**Parámetros sección**

**Canto (mm) [h]**

750

**Ancho (mm) [b]**

500



**Armado superior**  
NºD1 D1 r NºD2 D2

**Armado inferior**  
NºD1 D1 r NºD2 D2

**Armado izquierdo**  
0 0 r NºD3 D3

**Armado derecho**  
0 0 r NºD3 D3

**Clases de exposición**

Clase de exposición	Recubrimiento [r] (mm)
IV	45

**I** - no agresivo (Interior de edificios)

**Ila** - normal de humedad alta (Sótanos no ventilados, cimentaciones)

**Ilb** - normal de humedad media (Tableros y pilas de puentes)

**Illa** - ambiente ,arino aéreo (Edificaciones a menos de 5 km de la costa)

**IIlb** - ambiente marino sumergido (Diques, pantalanes)

**IIlc** - ambiente marino en zonas de mareas (Pilas de puentes sobre el mar)

**IV** - corrosión por cloruros (Piscinas)

**Qa** - ataque químico débil (Instalaciones industriales con ataque débil)

**Tipo de armado**

**Armado Simple**

2

**Armado Óptimo**  
Se obtiene el óptimo de redondos del total de la sección.

**Armado Simple**  
Se obtiene un armado independiente entre los diferentes lados verticales y horizontales.

Figura 5.10. Interfaz Opción 1. Armado simple. Clase de exposición IV.

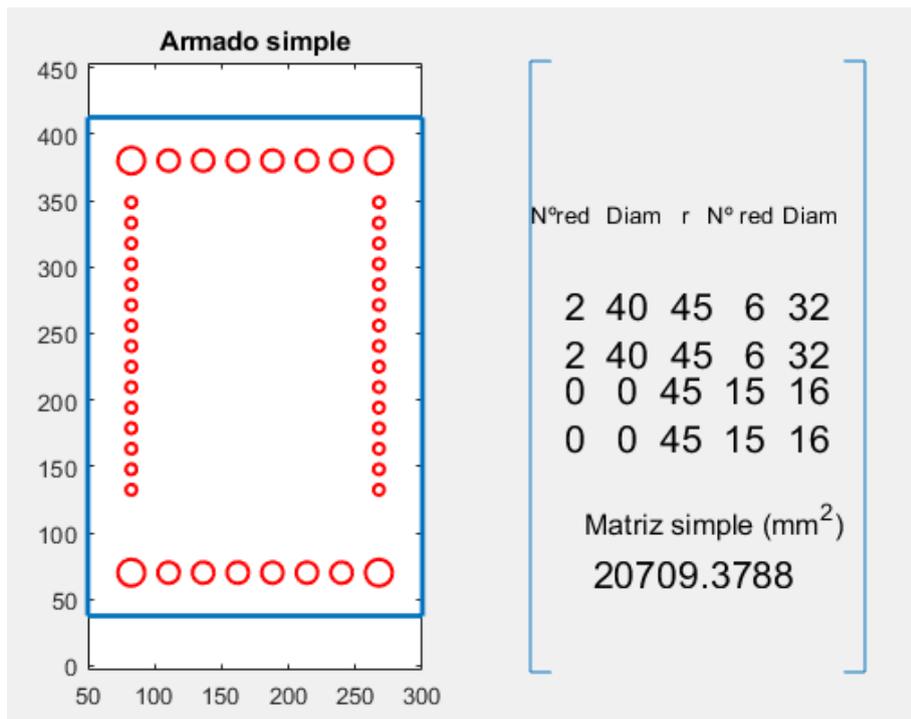


Figura 5.11. Resultados Armado óptimo. Clase de exposición IV.

El armado simple de la sección se observa que posee un área de 20709,37 mm<sup>2</sup> muy superior al obtenido a partir del armado óptimo, 11898,72 mm<sup>2</sup>. Esto se debe, como se ha explicado antes, a que en el armado simple se calcula primeramente el armado superior e inferior, y más tarde el lateral, sin tener en cuenta el armado ya obtenido.

### 5.4. Ejemplo 3

El ejemplo 3 trata de comprender el uso de la interfaz a partir de un armado óptimo de un hexágono (Opción 2).

## PROBLEMA DE DIMENSIONAMIENTO-FLEXIÓN COMPUESTA BIAIXIAL

Este problema consiste en dimensionar una sección, es decir trata de calcular la armadura necesaria para que la sección resista unos determinados esfuerzos ( $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$ ). Para ello, el usuario introducirá los parámetros que determinan la sección, y los esfuerzos que se preve que resista la misma.

Se puede elegir entre diferentes secciones:

### Opción 1

La sección es rectangular pudiendo elegir entre 2 formas de resolver el problema:

- 1) Se obtiene el óptimo de redondos del total de la sección.
- 2) Se obtiene un armado independiente entre las diferentes zonas.

### Opción 2

La sección puede poseer la forma de un triángulo, un cuadrado, un pentágono, un hexágono o un círculo. El armado será el óptimo de la sección.

Opción 1

Opción 2

Figura 5.12. Interfaz Problema de Dimensionamiento. Opción 2.

En primer lugar, se pulsa la opción elegida. En este caso “Opción 2”. Una vez elegida la opción deseada, se deben rellenar los campos como muestra la siguiente imagen (Figura 5.13.).

The interface for Option 2 is displayed on a light gray background. At the top, a yellow button labeled "Opción 2" is highlighted. Below it, there are three main input panels:

- Esfuerzos sección:** A blue panel with three input fields:  $N_x$  (kN) with value 2000,  $M_x$  (kN) with value 500, and  $M_y$  (kN) with value 200.
- Parámetros sección:** A blue panel with two input fields: Longitud (mm) with value 400, and Número de lados with a dropdown menu set to 6.
- Clases de exposición:** A blue panel with two input fields: Clase de exposición with a dropdown menu set to IV, and Recubrimiento (mm) with value 45. Below these fields is a list of exposure classes: I (no agresivo), IIa (normal de humedad alta), IIb (normal de humedad media), IIIa (ambiente marino aéreo), IIIb (ambiente marino sumergido), IIIc (ambiente marino en zonas de mareas), IV (corrosión por cloruros), and Qa (ataque químico débil).

To the right of the input panels, there are two red boxes representing results: "Resultado Sección poligonal" (highlighted with a red border) and "Resultado Sección circular".

Figura 5.13. Interfaz Opción 2. Hexágono. Clase de exposición IV.

Una vez introducidos todos los valores, se pulsa en resultado sección poligonal. Este comando inicia la simulación de las secciones de 3, 4, 5 y 6 lados.. Al finalizar la ejecución del programa, los resultados se observan en pantalla.

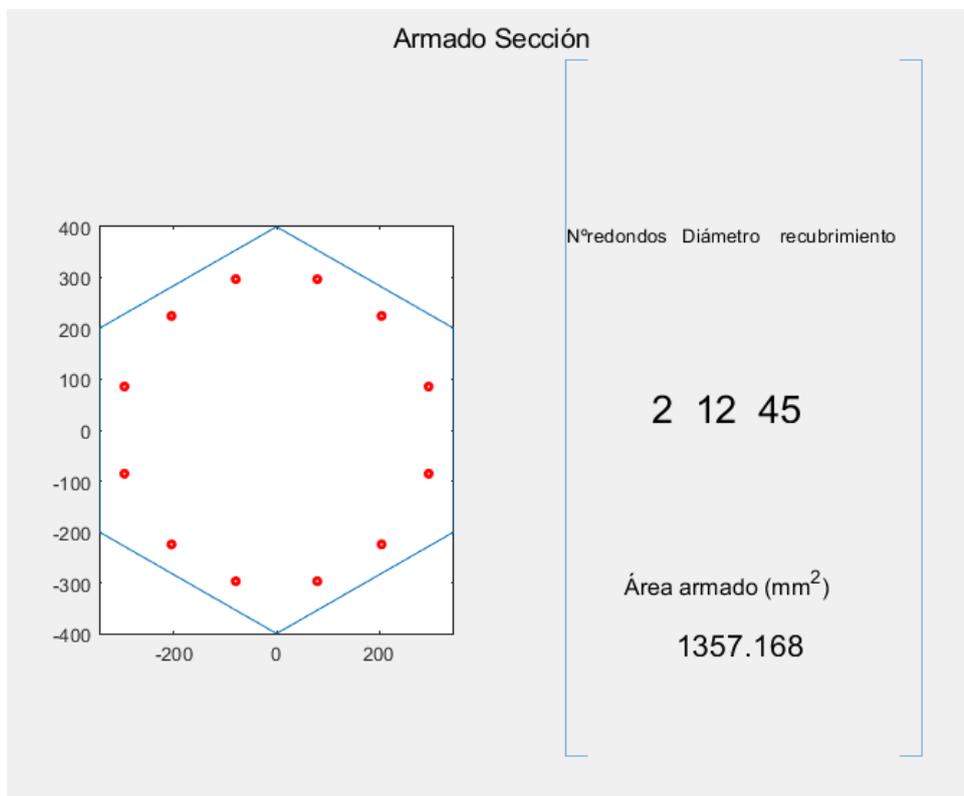


Figura 5.14. Resultados Armado Hexágono. Clase de exposición IV

## 5.5. Ejemplo 4

El ejemplo 4 trata de comprender el uso de la interfaz a partir de un armado óptimo de una sección circular (Opción 2).

Para ello previamente se ha elegido la opción 2 en la interfaz de dimensionamiento. Los parámetros a rellenar son los que muestra la Figura 5.15. La clase de exposición en este caso es otra que no aparece en el desplegable, cuyo recubrimiento posee un valor de 80 mm. Es decir, son piezas hormigonadas contra el terreno. Como ya se explicó en el capítulo 3. Para iniciar la simulación se debe pulsar resultado sección circular.

Este ejemplo difiere de las secciones rectangulares en el desarrollo del script en Matlab. Ya que no se utiliza la función de optimización “ga”. De esta manera, se evalúa cada diámetro normalizado hasta que se cumplen las condiciones de la terna de esfuerzos.

**Opción 2**

**Esfuerzos sección**

<b>Nx (kN)</b>
2000
<b>Mx (kN)</b>
900
<b>My (kN)</b>
700

**Parámetros sección**

<b>Longitud (mm)</b>
400
<b>Número de lados</b>
Círculo
20

**Clases de exposición**

<b>Clase de exposición</b>	<b>Recubrimiento (mm)</b>
Otro	80

- I - no agresivo (Interior de edificios)
- IIa - normal de humedad alta (Sótanos no ventilados, cimentaciones)
- IIb - normal de humedad media (Tableros y pilas de puentes)
- IIIa - ambiente ,arino aéreo (Edificaciones a menos de 5 km de la costa)
- IIIb - ambiente marino sumergido (Diques, pantalanés)
- IIIc - ambiente marino en zonas de mareas (Pilas de puentes sobre el mar)
- IV - corrosión por cloruros (Piscinas)
- Qa - ataque químico débil (Instalaciones industriales con ataque débil)

**Resultado**  
Sección poligonal

**Resultado**  
Sección circular

Figura 5.15. Interfaz Opción 2. Círculo 1. Clase de exposición Otro.

A partir de los parámetros hallados, se obtiene la siguiente sección circular. (Figura 5.16.).

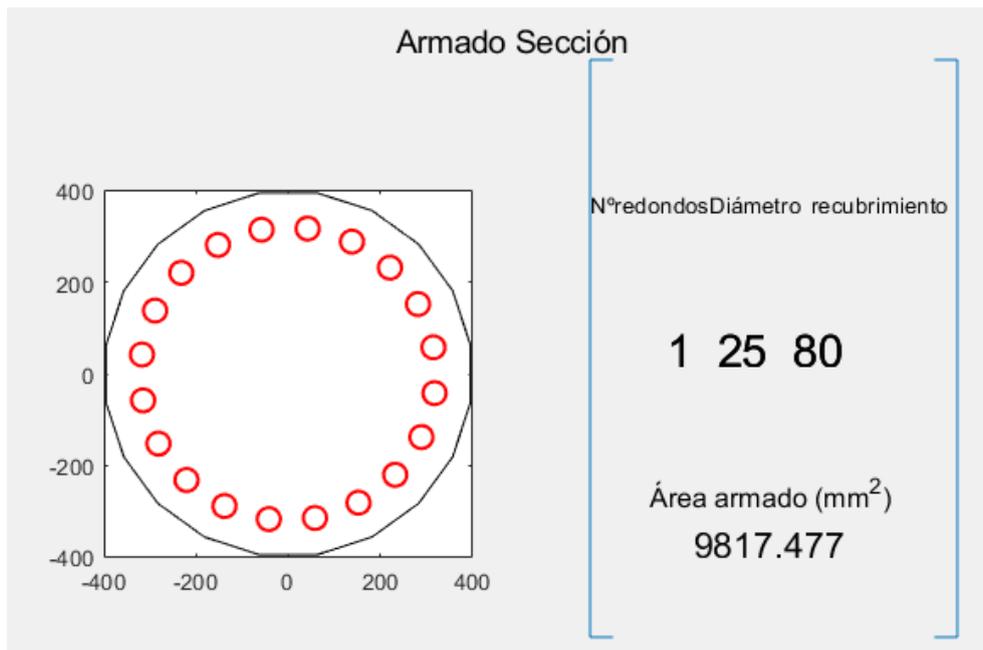


Figura 5.16. Interfaz Opción 2. Círculo. Clase de exposición Otro.



## Capítulo 6

# CONCLUSIONES

---

---



## 6. CONCLUSIONES

### 6.1. Conclusiones

El programa junto con la interfaz desarrollada a partir del software Matlab permite calcular el problema de dimensionamiento. De esta manera se obtiene la armadura óptima de la sección transversal dada, la cual resiste la terna de esfuerzos  $N$ ,  $M_x$  y  $M_y$  introducidos. Por lo tanto, se obtienen los parámetros que caracterizan el armado junto con una imagen representativa del mismo.

Para comprender el Script realizado, se ha desarrollado una guía-resumen que desarrolla el problema de dimensionamiento para una sección sometida a flexión compuesta biaxial. Es decir, a partir de los capítulos desarrollados en el TFM, se puede conseguir comprender de una mejor manera, las funciones realizadas en Matlab, además de las características y normativa que debe poseer cualquier armado de una sección.

Además, esta guía-resumen describe varios ejemplos sobre el propio uso de la interfaz. De esta manera será más fácil e intuitivo el manejo de la misma para el usuario. Estos mismos ejemplos, serán comparados con el armado de secciones a partir de tablas y gráficas tabuladas.

A continuación, se exponen las conclusiones más importantes obtenidas en este TFM:

- Importancia del conocimiento acerca de la normativa EHE-08, ya que a partir de estas instrucciones se establece la base de cálculo para cualquier problema acerca del hormigón. Como por ejemplo, el tipo de recubrimiento, separación entre barras o los diámetros normalizados.
- El problema de dimensionar una sección transversal en flexión biaxial implica muchas variables, fundamentalmente relacionadas con la posición y la sección de las armaduras. Estas variables quedan determinadas a partir de su plano de deformación.
- El armado de las secciones puede tener infinitas soluciones. Por ello, en el script de Matlab se introducen unas restricciones a mayores de la normativa para dirigir la búsqueda del armado óptimo.
- El problema de dimensionamiento es el estudio de agotamiento de una sección transversal, que permite calcular la armadura necesaria para que la sección resista unos determinados esfuerzos, ( $N$ ,  $M_x$  y  $M_y$ ).
- El armado de secciones rectangulares se puede realizar a partir de tablas tabuladas. Estas tablas determinan las capacidades mecánicas a tracción o compresión a partir del momento  $M_d$ . Una vez obtenidos estos valores, se introducen en las tablas de capacidades mecánicas según el número de barras traccionadas o barras comprimidas de la sección.
- Las tablas y gráficas tabuladas para el armado de secciones rectangulares sometidas a flexión simple y compuesta sólo permiten el armado en las zonas traccionadas y comprimidas de las zonas superiores e inferiores de la sección. Es decir, no permiten armados laterales.

## 6.2. Líneas futuras de investigación

Desde mediados y finales del siglo XX hasta la actualidad, la investigación en los diferentes ámbitos de utilización del hormigón armado, especialmente en obra civil y arquitectura, ha avanzado a una velocidad realmente espectacular y vertiginosa, principalmente en el descubrimiento de nuevos aditivos. Estos elementos permiten adelantar o retrasar el fraguado del hormigón, o evitar la penetración de agua en la red capilar del hormigón entre otros. Además, han conseguido que se realicen obras en condiciones cada vez más extremas. Como por ejemplo el Gran puente de Akashi Kaikyo. Este puente japonés es el puente en suspensión más largo, alto y costoso del mundo. Además, se encuentra en la ruta de los tifones y es una de las rutas comerciales más concurridas del mundo. Para su construcción fue necesario el descubrimiento de un hormigón de alto rendimiento, ya que la estructura de acero que se disponía para amar la sección era demasiado intrincada. Esto imposibilitaba que el hormigón tradicional fluyera entre los elementos. Por lo que se descubrió un hormigón altamente fluido, utilizado por primera vez en la construcción de dicho puente. (16)

Estas técnicas, acompañadas con softwares de simulación como CYPE 3D permiten simular el armado a partir de los esfuerzos involucrados. Por el contrario, estas secciones no permiten ser poligonales al igual que si se realiza el armado por tablas o ábacos. Donde únicamente se permite el dimensionado de secciones rectangulares.

A pesar de ello, los programas informáticos usados en el diseño de construcciones, permiten conseguir unas tolerancias dimensionales cada vez más bajas. Esto ayuda en la fabricación por ejemplo de prefabricados de hormigón. De esta manera, se reduce el tiempo de construcción y se optimizan los procesos.

## Capítulo 7

# BIBLIOGRAFÍA

---

---



## 7. BIBLIOGRAFÍA

1. Fco. de Borja Varona Moya, José Antonio López Juárez, Luis Bañón Blázquez. Apuntes de Hormigón Armado. Universidad de Alicante; 2013.
2. EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural. Gobierno de España. Ministerio de Fomento; 2008.
3. Escuela Técnica Superior de Ingenieros. Tema 4. Hormigones y Morteros. Universidad de Madrid; 2013.
4. Hernández-Gil. Hormigón estructural. Universidad de Granada; 2007.
5. Juan Miquel Canet. Resistencia de Materiales y Estructuras. CIMNE. 2012. 541 p.
6. Luis Bañón Blázquez. Tema 05. Las armaduras Pasivas. Universidad de Alicante; 2010.
7. MATLAB - El lenguaje del cálculo técnico - MATLAB & Simulink [Internet]. [cited 2019 Mar 18]. Available from: <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>
8. Tomás J, Lizarza C. Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural. Escuela Superior de Ingenieros de San Sebastián, editor.
9. Enrique Nieto García. INTRODUCCION AL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS: APLICACIÓN A LA MECANICA DE SÓLIDOS. In: Universidad de Sevilla, editor.
10. E. Oñate. Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos. Análisis Estático Lineal. Vol 1. CIMNE, editor. 2016. 504 p.
11. Mart P. Alternativas de discretización para la integración numérica de tensiones en secciones de hormigón armado. 2014;(August).
12. Tello EAR. Triangulaciones de Delaunay. In: CINVESTAV-Tamaulipas, editor. Ciudad Victoria; 2013. p. 1–80.
13. Bermúdez Colina Y. Aplicaciones de programación lineal, entera y mixta. Ing Ind Actual y Nuevas Tendencias. 2011.
14. Enrique Alba, Manuel Laguna RM. Métodos Evolutivos. In: Universidad de Málaga, editor. 2011.
15. Jimenez Montoya. ÁBACOS , DIAGRAMAS Y ESCALAS. In: Editorial Gustavo Gil, editor. Hormigón Armado basado en la EHE. 14 va. 2001.
16. Mega Estructuras. JAPÓN (Puente Akashi Kaikyo) - YouTube [Internet]. [cited 2019 Jun 16]. Available from: <https://www.youtube.com/watch?v=PDT-XHa23GU>

