



---

# Universidad de Valladolid

FACULTAD DE CIENCIAS

MÁSTER EN PROFESOR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA  
OBLIGATORIA Y BACHILLERATO DE MATEMÁTICAS

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

## Análisis del ESPAD en Castilla y León desde una perspectiva curricular

Presentado por  
Miguel Pérez Bustamante

---

Tutorizado por  
Víctor Gatón Bustillo  
Cesáreo Jesús González Fernández  
(Departamento de Matemática Aplicada)



*A mi padre,  
cuya pasión enseñando me inspira como docente.*

*A mi madre,  
víctima y, a la vez, apoyo de esta pasión familiar.*

*Valladolid, 16 de junio de 2019.*



# Índice general

<b>1. Preámbulo</b>	<b>1</b>
<b>2. Introducción contextual</b>	<b>5</b>
<b>3. Contribución a las competencias clave</b>	<b>9</b>
<b>4. Objetivos generales de ESPAD</b>	<b>15</b>
<b>5. Metodología</b>	<b>19</b>
<b>6. Recursos</b>	<b>25</b>
<b>7. Atención a la diversidad</b>	<b>29</b>
<b>8. Unidades didácticas</b>	<b>35</b>
Contenidos del módulo III científico-tecnológico	35
Objetivos específicos del módulo III científico-tecnológico	38
División de tiempos y espacios	41
Unidad 1: Números y operaciones	45
Unidad 2: Potencias	48
Unidad 3: Sucesiones numéricas	50
Unidad 4: Polinomios	52
Unidad 5: Ecuaciones	55

## ÍNDICE GENERAL

Unidad 6: Sistemas de ecuaciones	57
Unidad 7: Geometría	59
Unidad 8: Funciones	62
Unidad 9: La recta en el plano	65
Unidad 10: Estadística	67
<b>9. Actividades de aprendizaje</b>	<b>71</b>
<b>10. Planes complementarios</b>	<b>77</b>
Plan de fomento a la lectura	78
<b>11. Evaluación</b>	<b>81</b>
<b>12. Conclusión</b>	<b>85</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>87</b>

# Motivación

La Enseñanza Secundaria para Personas Adultas (ESPA) es una modalidad de la oferta educativa que se ofrece en todo el estado español y, en particular, en la Comunidad de Castilla y León. Esta modalidad de enseñanza busca desarrollar en personas adultas las competencias y actividades necesarias para obtener el título de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO). En este trabajo me centraré en la modalidad a distancia, denominada ESPAD.

La organización de ESPA y ESPAD difiere bastante de la habitual en la ESO ya que se organiza en dos niveles, subdivididos en dos módulos cada uno. Cada módulo se compone de tres ámbitos de carácter obligatorio: ámbito de comunicación, ámbito científico-tecnológico y ámbito social. Cada módulo corresponde a un curso lectivo y, a título orientativo, equivale a cada uno de los cursos de la ESO. La realización total de los cuatro módulos está preparada para realizarse en cuatro cursos lectivos.

En este trabajo me centraré en el ámbito científico-tecnológico, concretamente en la parte relativa a la asignatura de Matemáticas. En este ámbito se incluyen también contenidos de las asignaturas de Biología y Geología, Física y Química, Tecnología, Tecnologías de la Información y Comunicación y los aspectos relacionados con la salud y el medio natural de Educación Física.

Este trabajo pretende ser una orientación del desarrollo de una programación didáctica de ESPAD, y en particular, del módulo III del ámbito científico-tecnológico, centrándonos en el área de Matemáticas. Durante el trabajo haré un repaso de los contenidos que suelen acompañar a una programación didáctica, así como la presentación

Nivel I	Módulo I	Ámbito científico-tecnológico	} 1º ESO	
		Ámbito social		
		Ámbito de comunicación		
	Módulo II	Ámbito científico-tecnológico		} 2º ESO
		Ámbito social		
		Ámbito de comunicación		
Nivel II	Módulo III	Ámbito científico-tecnológico	} 3º ESO	
		Ampliación de Biología y Geología (opt.)		
		Ampliación de Tecnologías I (opt.)		
		Ámbito social		
		Educación artística I (opt.)		
		Ámbito de comunicación		
	Módulo IV	Ámbito científico-tecnológico		} 4º ESO
		Ampliación de Física y Química (opt.)		
		Ampliación de Tecnologías II (opt.)		
		Ámbito social		
		Educación artística II (opt.)		
		Ámbito de comunicación		

breve de una propuesta de unidades didácticas. Es importante remarcar que con este trabajo no se busca la presentación de una Programación Didáctica completa, sino una visión de la ESPAD en un marco curricular.

La fuente de motivación de este trabajo fueron las prácticas de este Máster, las cuales realicé en un curso de ESPAD en el centro Leopoldo Cano durante dos meses. Esto me permitió descubrir la poca información y conocimiento que, en general, se tiene sobre este tipo de educación reglada y que es ofertada por los servicios educativos de esta Comunidad. Quiero aquí dejar constancia de mi agradecimiento a Cesar, mi tutor en dichas prácticas, por su disposición para resolver todas las dudas sobre la ESPAD que me han surgido durante la realización de este trabajo.

Si bien es cierto que la mayor parte de los estudios de Educación Secundaria están centrados en la ESO, la educación para adultos es una realidad social presente desde hace mucho tiempo. Es debido a esto que considero necesario e importante conocer más, siendo esta la razón principal de la realización de este trabajo.



# 1 | Preámbulo

*Un currículo es una propuesta de actuación educativa. En un currículo se concretan una serie de principios ideológicos, pedagógicos, psicopedagógicos que, en su conjunto, muestran la orientación general del sistema educativo.*

- Luis Rico, 2009

*El currículo se sitúa entre la declaración de principios generales y su traducción práctica, entre lo que se prescribe y lo que realmente sucede en el aula.*

- Stenhouse, 1984

Ambas afirmaciones, citadas en *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular* (ver [8]), son una buena definición de lo que voy a tomar como referencia para presentar el ESPAD en este trabajo. Como ya he indicado, este trabajo se centra en el análisis de la ESPAD en la Comunidad de Castilla y León en el marco de una Programación Didáctica del módulo III, particularmente en los contenidos referentes al área de Matemáticas.

En Castilla y León, los documentos que establecen el currículo de ESPAD son, por un lado, la orden que regula la ESPAD en todo el Estado español recogida en el *BOE* (ver [14]) y, por el otro, el decreto que regula el currículo de ESPAD específicamente en la comunidad de Castilla y León, recogido en el *BOCyL* (ver [13]). Ambos documentos serán referenciados y citados a lo largo del trabajo en numerosas ocasiones.

El trabajo se ha estructurado acorde a las partes que fueron desarrolladas en la asignatura de Diseño Curricular de este Máster. Toda Programación Didáctica debe de tratar, en mayor o menor medida, los siguientes puntos:

- **Introducción contextual:** Corresponde a una descripción y análisis del entorno educativo y de la relación del módulo con los módulos anteriores. Será la base de nuestra Programación Didáctica para poder adaptar correctamente nuestro currículo a sus necesidades. Es fundamental haber realizado un buen análisis del alumnado.
- **Contribución a las competencias básicas:** La Programación Didáctica debe buscar ser educativamente completa y recoger, de forma clara y explícita, su aportación a las competencias básicas.
- **Objetivos didácticos:** Consta de las metas educativas que se desea que alcance el alumnado. Son la llave para la elección de los contenidos y actividades y, al mismo tiempo, la herramienta de control sobre ellos.
- **Contenidos:** Es el conjunto de conocimientos a presentar y enseñar durante el desarrollo de una unidad. Los contenidos se pueden clasificar en conceptuales, procedimentales y actitudinales.
- **Metodología:** Se centra en las pautas y procedimientos a seguir para presentar los contenidos y poder alcanzar los objetivos marcados.
- **Recursos:** Corresponde a las diferentes herramientas físicas disponibles por el profesor para poder ejercer la actividad docente.
- **División de tiempos y espacios:** Es la organización temporal de las fechas disponibles para desarrollar los contenidos y actividades a lo largo del curso.
- **Actividades de aprendizaje y enseñanza:** Consta del listado de ejercicios propuestos por el docente durante el desarrollo de la unidad.
- **Planes complementarios:** Constituye de las actividades adicionales, de carácter extraordinario, como complemento a la unidad.

- **Evaluación:** Establece los criterios para determinar si los alumnos han alcanzado, y en qué grado, el aprendizaje de los conocimientos, competencias y actitudes deseadas.
- **Atención a la diversidad:** Corresponde con los planes establecidos para adecuar la propia unidad didáctica a necesidades especiales de los alumnos.
- **Conclusión y evaluación de la unidad didáctica:** Es un resumen de los principales puntos de la unidad y de las reflexiones a seguir tras su ejecución. También incluye los como unas pautas para determinar la calidad y adecuación de la propia unidad didáctica.

La Junta de Castilla y León establece en el *BOCyL* (ver [15]) los elementos mínimos que deben formar parte de cualquier programación didáctica de ESPAD en esta Comunidad:

- a) *Secuencia y temporalización de los contenidos.*
- b) *Estándares de aprendizaje evaluables que se consideran básicos.*
- c) *Decisiones metodológicas y didácticas.*
- d) *Perfil de cada una de las competencias de acuerdo con lo establecido en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.*
- e) *Concreción de elementos transversales que se trabajarán.*
- f) *Medidas que promuevan el hábito de la lectura.*
- g) *Estrategias e instrumentos para la evaluación de los aprendizajes del alumnado y criterios de calificación.*
- h) *Actividades de recuperación de los alumnos.*

- i) *Medidas de atención a la diversidad.*
- j) *Materiales y recursos de desarrollo curricular.*
- k) *Programa de actividades extraescolares y complementarias.*

Además de los indicadores de logros necesarios para evaluar la Programación Didáctica. A lo largo este trabajo analizaré en diferentes capítulos cada uno de los elementos exigidos desde la Consejería de Educación.

## 2 | Introducción contextual

Uno de los apartados principales en el inicio de una programación didáctica (aunque no exigido desde la Consejería de Educación) es la Introducción Contextual. Es fundamental que el profesor haga un análisis del contexto educativo de curso que está programando, ya que en base a él construirá gran parte de los elementos de su programación (atención a la diversidad, metodología, planes complementarios...). Para realizar un análisis de este contexto, se observan elementos del curso que se programa, entre los que puedo contar:

- ▷ **Centro de enseñanza** (tipo de centro, instalaciones, barrio o municipio en el que se encuentra, número de alumnos, Departamento de Matemáticas...).
- ▷ **Perfiles del alumnado** (motivaciones, conocimientos previos, entorno familiar, económico o cultural...).
- ▷ **Temas transversales.**

En la Comunidad de Castilla y León hay centros que ofertan ESPAD, tanto en entornos urbanos como rurales, de los cuales 22 se encuentran en municipios de más de 10.000 habitantes y tan sólo uno en un municipio de menos habitantes (Guardo con 6.200 habitantes aproximadamente, ver [16]). Como se puede ver, casi la totalidad de los centros se encuentran en áreas urbanas, por lo que en adelante se tomará como referencia un centro situado en dicho entorno.

Entre todos estos centros, hay 16 Centros de Educación de Personas Adultas (CEPA)

y 7 Institutos de Educación Secundaria Obligatoria (IES). Analizar el tipo de centro es importante. La razón de esto es que la organización de un CEPA va orientada específicamente a la educación para adultos desde la propia dirección del centro, mientras que en un IES en el que se imparta ESPA o ESPAD será responsabilidad del departamento y del docente establecer las medidas específicas para personas adultas en sus clases.

Dentro de los alumnos que se pueden encontrar en el ESPAD, algunos perfiles habituales en las aulas son:

- a) Adultos que se encuentran trabajando y que, por motivos principalmente laborales, se proponen sacar el título para poder aumentar sus posibilidades de mejora laboral. Generalmente, estos alumnos abandonaron con 16 años la educación secundaria para incorporarse en el mundo laboral, sin llegar a sacar el título de ESO. Este tipo de alumnos suele tener un trabajo que tienen que compatibilizar con el estudio y, en algunos casos, una familia con hijos pequeños o padres mayores que requieren atención. Es por esto que este tipo de alumnos suelen priorizar la obtención del título y su asistencia a las tutorías suele ser limitada. Durante la última década, estas matriculaciones han crecido a raíz de la crisis económica que azotó al país y que dejó a muchos trabajadores no cualificados sin trabajo.
- b) Inmigrantes recién llegados al país en busca de empleo y, cuyos estudios realizados en su país de origen no pueden ser convalidados aquí total o parcialmente. Este tipo de alumnos suele ser muy similar al descrito anteriormente, ya que también suelen compatibilizar trabajo y familia con el estudio. Una diferencia significativa es que este tipo de alumnos pueden presentar dificultades con la lengua castellana pero, por contra, pueden dominar algunos de los conocimientos que se les exigirán en este ámbito, como matemáticas o tecnología. Como se verá más adelante, es importante plantear medidas que ayuden a estos alumnos a afianzar su aprendizaje de la lengua castellana.
- c) Adultos jóvenes que tienen sus estudios primarios incompletos, han cursado estudios de Garantía Social, Programas de Cualificación Profesional Inicial, Progra-

mas de Diversificación, talleres ocupacionales del INEM o hace años que abandonaron sus estudios por diferentes motivos (familiares, de salud...) y desean completarlos. Su objetivo suele ser conseguir el graduado de ESO lo antes posible. Sienten curiosidad por explorar la educación para adultos y la motivación suele ser residual, ya que algunos lo hacen obligados por sus padres. La educación para adultos puede ser la oportunidad de encontrar una oferta educativa que difiera de la vivieron en la ESO y que se adapte mejor a ellos, en un marco progresivo y atrayente.

- d) Personas jubiladas que, por motivos de necesidad económica o familiar, se incorporaron al mundo laboral muy jóvenes sin llegar a obtener ningún título de educación secundaria. Se suelen proponer obtener el título como un desafío personal, además de considerarlo como una fuente de educación reglada y gratuita. Normalmente son alumnos con mucha motivación, curiosidad y ganas de aprender, que además cuentan con mucho tiempo libre. Este perfil suele estar más orientado a la ESPA, pero algunos se matriculan en la ESPAD para no tener que atarse al horario fijo y constante que impone la educación presencial.

Con esta variedad en el aula, homogeneizar conceptos, atendiendo simultáneamente las características propias de cada uno de ellos, es la labor más difícil del profesor y lograrlo constituye la mayor dificultad en el desarrollo de la programación.

Respecto a los temas transversales, se puede diferenciar los puntos donde este ámbito trabajará:

- La comprensión lectora, la expresión oral y escrita, se trabajarán al manejar el lenguaje matemático y científico, tanto en los contenidos teóricos como en el desarrollo de los ejercicios. Se valorará la precisión y la corrección tanto en el lenguaje hablado como escrito.
- La comunicación audiovisual, las Tecnologías de la Información y la Comunicación, se ven fomentadas con el uso de Internet como recurso dentro del marco de la educación a distancia.

- Trabajando en grupo y expresando opiniones, se fomentarán la igualdad, actitudes de respeto y de confraternidad hacia otros grupos humanos, así como prevención y resolución pacífica de conflictos.
- La proporcionalidad, la medida, el azar, estadísticas, gráficas, etc... ayudarán a que los alumnos puedan ir adquiriendo una actitud crítica hacia el desarrollo y afianzamiento del espíritu emprendedor. Además del sentido crítico, consolidar el espíritu emprendedor requiere desarrollar actitudes de confianza en uno mismo, iniciativa personal, capacidad de planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.



### 3 | Contribución a las competencias clave

Las competencias son el conjunto de métodos que cualquier persona utiliza, ya sean habilidades, actitudes, conocimientos o experiencias. En los últimos años, el protagonismo de las competencias dentro del currículo ha adquirido un carácter fundamental, haciendo que gran parte del desarrollo de éste gire en torno a ellas. El docente debe prestar atención a las competencias en todo momento, no solo para promover la adquisición de contenidos, si no para garantizar el desarrollo de capacidades por parte del alumno. La presencia de varias competencias de carácter no matemático permiten el empleo de elementos transversales a cualquier asignatura, como la comprensión lectora, la comunicación audiovisual o la educación ciudadana, como ya he presentado en el capítulo anterior.

El concepto educativo de competencias básicas surge en el año 2003, a raíz del proyecto *DeSeCo* promovido por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico). La finalidad de esta organización internacional es analizar y establecer orientaciones y normas sobre temas económicos, educativos, ambientales, etc. A partir de este proyecto, todos los países de la UE y, por tanto España, empiezan a reformular el currículo escolar orientándolo en torno al concepto de competencias. Las competencias permiten, entre otras cosas, una estandarización de los objetivos didácticos y una convalidación de los objetivos entre los propios países de la UE.

Las competencias se dividen en siete áreas, regladas de forma oficial en el *BOE*

(ver [12]). Es fundamental analizar el aporte que el ámbito científico-tecnológico puede realizar sobre cada una de ellas:

- **Comunicación lingüística.** Esta competencia gira en torno a la utilización del lenguaje como instrumento de comunicación oral y escrita, tanto respecto a la lengua materna como extranjera. Para el desarrollo de esta competencia, este módulo promueve:
  - El manejo de vocabulario técnico de carácter científico de las matemáticas y la tecnología. Especialmente el referente a las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs).
  - El desarrollo de la habilidad de razonar pensamientos lógicos y de organizarlos y utilizarlos para enfrentarse a problemas de carácter científico y técnico.
  - El dominio del lenguaje específico de las TICs desde diferentes perspectivas (académicas, sociales...).
  - La realización de búsquedas de información desde fuentes diferentes, diferenciando su lenguaje propio y el rigor asociado a cada una.
  - La redacción de trabajos académicos mediante un lenguaje formal y riguroso, especialmente en lo que al vocabulario matemático se refiere.
  
- **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.** Esta competencia gira en torno al desarrollo del razonamiento matemático, el uso del método científico y la aplicación de soluciones tecnológicas. Para el desarrollo de esta competencia, este módulo promueve:
  - El uso del razonamiento matemático aplicado a la resolución de problemas de carácter científico en un contexto cotidiano.
  - La adquisición del método científico como sistema organizativo de las principales fuentes de conocimiento.
  - El manejo de herramientas matemáticas como instrumentos de desarrollo y presentación de estudios científicos.

- La familiarización con procedimientos matemáticos de modelización que permitan identificar relaciones y patrones matemáticos en situaciones de la vida real, con el fin de predecir comportamientos.

Evidentemente, el desarrollo de esta competencia se convierte en el objetivo principal de este módulo, aunque no se debe perder de vista la adquisición del resto de competencias transversales.

- **Competencia digital.** Esta competencia entraña el manejo de las denominadas TICs, así como el uso seguro y crítico de éstas como fuente de trabajo, ocio y comunicación en la sociedad. Para el desarrollo de esta competencia, este módulo promueve:

- El manejo de las herramientas principales de las TICs, conociendo su funcionamiento y características asociadas a cada una.
- La utilización de instrumentos cooperativos de gestión del conocimiento como wikis o foros.
- El uso de herramientas de aprendizaje autónomo y a distancia como aulas virtuales, sistemas de gestión del aprendizaje (LMS) y cursos libres online a gran escala (MOOCs) y apreciar su papel en la formación de adultos más allá del ámbito escolar.

Además, se puede valorar el aprendizaje y el manejo de programas de cálculo y visualización de elementos matemáticos como GeoGebra o Wolfram Alpha.

- **Competencia de aprender a aprender.** Esta competencia se centra en el desarrollo de la capacidad del alumno en la adquisición, procesamiento y asimilación de nuevos conocimientos y capacidades. Para el desarrollo de esta competencia, este módulo promueve:

- La introducción a las nuevas posibilidades de organización y metodología del aprendizaje que las TICs ofrecen como fuente de conocimiento.
- La resolución de problemas de forma autónoma y desde una perspectiva motivante.

- La mejora de la actitud cara a trabajar como parte de un grupo o de forma individual.
- El fomento del aprendizaje autónomo y la motivación del uso de las TICs.

Esta competencia, cuyo desarrollo está presente durante todos los ciclos de enseñanza desde la infancia, se plantea como un desafío en la enseñanza para adultos. Normalmente, el alumno adulto que se incorpora de nuevo al aula para obtener su título, ha estado años sin ejercitar el estudio y, cuando lo hizo, fue con unos métodos de aprendizaje que poco tienen que ver con los actuales. El profesor debe prever la posibilidad de que sus alumnos tengan dificultades de aprendizaje y deba repasar o facilitar nuevos métodos de estudio.

- **Competencias sociales y cívicas.** Esta competencia prepara a los alumnos para participar dentro de la sociedad, desde un planteamiento cívico. Para esto, el alumno se ve nutrido con el conocimiento de conceptos y estructuras sociales y políticas y, así mismo, del compromiso de la participación activa y democrática. Para el desarrollo de esta competencia, este módulo promueve:

- El uso y la concienciación de las matemáticas, especialmente la estadística, como herramienta de análisis de la sociedad y de apoyo en la toma de decisiones.
- La valoración de la formación científica y tecnológica como fuente de cultura ciudadana e interacción social.
- El reconocimiento de los errores como medio de mejora personal.
- El uso de la ciencia como fuente de sentido crítico a la hora de tomar decisiones morales.
- El desarrollo en la habilidad de expresión oral a través de la exposición de los trabajos realizados.

- **Sentido de la iniciativa y desarrollo personal.** Esta competencia se entiende como la habilidad de una persona para idear y poner en práctica proyectos con

el fin de alcanzar unos objetivos. Para el desarrollo de esta competencia, este módulo promueve:

- La concienciación de la importancia de la investigación científica como medio de avance en la solución de problemas de la sociedad.
- La desenvolvura a la hora de tomar decisiones en la resolución de problemas, especialmente bajo presión, y su extrapolación a situaciones de la vida personal.
- La valoración de la importancia de la organización personal, especialmente en la consecución de objetivos a largo plazo.

- **Conciencia y expresiones culturales.** Esta competencia se centra en la apreciación, por parte del alumno, de la importancia de la expresión creativa de ideas, experiencias y emociones a través de distintos medios. Para el desarrollo de esta competencia, este modulo promueve:

- El uso de materiales tecnológicos como herramienta de trabajos artísticos.
- El uso del punto de vista científico como valoración crítica sobre creencias y pensamientos culturales.
- El interés por instituciones de divulgación de la cultura y la ciencia como centros de investigación y museos.

La aportación a las competencias básicas respecto a la que se puede hacer en un curso de ESO es muy similar, aunque se debe remarcar el aporte que un curso a distancia realiza a las **competencias tecnológicas**. Esto es debido principalmente a la necesidad de trabajar con elementos tecnológicos que faciliten la docencia no presencial y el aprendizaje autónomo. El paradigma de la educación a distancia debe verse como una oportunidad para potenciar el aprendizaje y la motivación del alumno a investigar por cuenta propia.



## 4 | Objetivos generales de ESPAD

Los objetivos generales de ESPAD en Castilla y León están establecidos en [13], los cuales procedo a exponer a continuación:

- a) *Comprender y elaborar mensajes orales y escritos en lengua castellana, con corrección, adecuación, propiedad, autonomía y creatividad, y darse cuenta de los procesos implicados en el uso del lenguaje así como de la contribución de éste a la organización del propio pensamiento; iniciarse en la lectura, el conocimiento y el estudio de la literatura.*
- b) *Comprender y expresarse con eficacia en una lengua extranjera, tanto en la forma oral como en la escrita, a fin de acceder a otras culturas.*
- c) *Concebir el conocimiento científico-tecnológico como un saber integrado que se estructura en distintas disciplinas matemáticas, científicas y técnicas.*
- d) *Conocer el funcionamiento del cuerpo humano para afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la práctica del deporte para favorecer el desarrollo en lo personal y en lo social.*
- e) *Alcanzar una preparación básica en el campo de las tecnologías, fundamentalmente mediante la adquisición de las destrezas relacionadas con las tecnologías de la información y de la comunicación, a fin de utilizarlas en el proceso de aprendizaje, para encontrar, analizar, intercambiar y presentar la información y el conocimiento adquiridos.*

- f) *Analizar los procesos y valores que rigen el funcionamiento de las sociedades, apreciar los derechos, deberes y libertades como un logro irrenunciable de la humanidad y una condición necesaria para la paz, y adoptar juicios y actitudes personales con respecto a ellos.*
- g) *Conocer el entorno social y cultural, desde una perspectiva amplia; valorar el medio natural y disfrutar de él, contribuyendo a su conservación y mejora.*
- h) *Apreciar, disfrutar y respetar la creación artística; identificar analizar críticamente los mensajes explícitos e implícitos que contiene el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas.*
- i) *Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas en los diversos ámbitos del conocimiento y de la experiencia, para su resolución y para la toma decisiones.*
- j) *Asumir responsablemente sus deberes y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia y la solidaridad entre las personas y ejercitarse en el diálogo, afianzando los valores comunes de una sociedad participativa y democrática.*
- k) *Obtener y seleccionar información utilizando las fuentes adecuadas, tratarla de forma autónoma y crítica, con una finalidad previamente establecida, y transmitirla de manera organizada, coherente e inteligible.*
- l) *Desarrollar y consolidar hábitos de estudio, disciplina y esfuerzo en el trabajo, como condiciones necesarias para realizar eficazmente las tareas y como medio para el desarrollo personal.*

Si se realiza un análisis sobre estos objetivos, puedo diferenciar fácilmente cuales hacen una mayor referencia a este ámbito científico-tecnológico y, en concreto, al área de Matemáticas. Los objetivos c, d, e y g tienen una relación total o parcial con los contenidos (los cuales presentaré más adelante) de este ámbito. Los cuatro últimos objetivos i, j, k y l, tienen una relación transversal con todo el módulo y, por tanto,



en particular con este ámbito. Estos últimos objetivos buscan el desarrollo del alumno como ciudadano en sociedad e individuo con recursos educativos que le permitan seguir aprendiendo a lo largo de la vida fuera de un marco de educación reglada.

Además, se puede hacer una valoración de la contribución de estos objetivos a las competencias clave y expresarla en una tabla.

	CMCT	CL	CD	CAA	CSC	SIE	CEC
a	✓		✓			✓	✓
b	✓			✓		✓	✓
c		✓	✓	✓			
d		✓		✓	✓	✓	
e	✓	✓	✓	✓		✓	
f					✓	✓	✓
g					✓		✓
h	✓				✓		
i		✓		✓		✓	✓
j	✓		✓	✓	✓	✓	
k	✓	✓	✓	✓	✓		✓
l			✓	✓		✓	

CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CL: Comunicación lingüística. CD: Competencia digital. CAA: Competencia de aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. SIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.



## 5 | Metodología

La metodología es otro de los pilares fundamentales de una Programación Didáctica. Es evidente que el método de enseñanza afecta a la calidad del aprendizaje del alumno y, por ello, la programación debe recoger una metodología con unas pautas claras y orientadas a conseguir los objetivos marcados. Además debe buscar adaptarse, en lo máximo posible, al alumnado y sus características, necesidades y motivaciones en conjunto, y no individualmente, ya que eso entra en el papel de la atención a la diversidad.

Centrándome en la enseñanza para las personas adultas, la propia ley recogida en el *BOCyL* (ver [11]), da unas pinceladas de los objetivos y desafíos en los que se debe centrar la educación para adultos en la actualidad. Uno de los principales, como ya se ha mencionado en el apartado de las competencias básicas, es el desarrollo de la competencia digital. Este objetivo tiene una doble importancia: por un lado, la necesidad de dominar y entender las TICs es fundamental para evitar la exclusión social y cultural, ya que el papel que la tecnología tiene en nuestra forma de informarnos, relacionarnos o disfrutar del ocio es cada vez mayor. Por otro lado, son precisamente las personas adultas las más vulnerables de presentar carencias de desarrollo de esta competencia, especialmente cuanto mayor edad tengan.

La metodología centrada en la actividad presencial queda bastante limitada ya que, tal y como recoge la organización de la ESPAD en Castilla y León, las clases presenciales quedan reducidas a dos sesiones semanales:

- Tutoría grupal: Semanalmente, el profesor realiza una clase con el conjunto de

alumnos. Tiene una hora de duración.

- Tutoría individual: Semanalmente, el profesor realiza una reunión por separado para trabajar, desde una atención individualizada con cada alumno. Tiene media hora de duración.

En lo que a la tutoría grupal se refiere, la dinámica metodológica se centrará en la **clase magistral**, que es la exposición, por parte del profesor, de unos conocimientos estructurados de forma lógica con el fin de activar procesos cognitivos en el estudiante relacionados con el tema que se esté impartiendo. El profesor, en función del número de alumnos, puede variar un poco la dinámica de la clase haciéndola más o menos participativa por parte del alumnado. Entre las dinámicas que el profesor puede desarrollar en clase puedo diferenciar:

- *Presentación del profesor del tema correspondiente*. El profesor realiza una explicación de los contenidos correspondientes sin que el alumno intervenga salvo en ocasiones puntuales. Aunque es una opción cómoda para el profesor, éste debe intentar no caer en el uso desmesurado de este método, ya que el alumno puede perder la atención y la motivación fácilmente.
- *Uso de material multimedia*. El profesor puede proyectar vídeos con el fin de mejorar la atención y la motivación del alumnado.
- *Intervención verbal del alumno en público*. El profesor puede animar a los alumnos a que completen sus explicaciones con razonamientos lógicos propios. De esta manera el alumno mantiene la atención mientras que el profesor es capaz de valorar la atención del alumno en ella y corregirle si es necesario.
- *Intervención escrita del alumno en público*. El profesor puede invitar al alumno a salir a la pizarra y resolver un ejercicio por su cuenta o bien expresar gráficamente las indicaciones que le vaya dando el profesor.

Este tipo de exposiciones del profesor deben ir de lo concreto a lo abstracto, de lo

particular a lo general, de lo sencillo a lo complicado. Respecto a esto, el profesor debe intentar:

1. Realizar una introducción breve de los contenidos, ya que el tiempo es bastante limitado, motivando el aprendizaje con la presentación de la utilidades y repercusiones de los contenidos.
2. Procurar que las explicaciones sean claras, concisas y ajustadas a los contenidos. Las explicaciones demasiado largas dispersan la atención de los alumnos asistentes y no fomentan el interés ni la motivación. Se buscare incentivar a los alumnos para que aporten su punto de vista en preguntas al final de las exposiciones.
3. Ilustrar las explicaciones con varios ejemplos que favorezcan la comprensión de los alumnos y atraiga su atención.
4. Adaptar el ritmo de los explicaciones al grupo de alumnos, otorgando cierta flexibilidad para los contenidos de mayor dificultad.
5. Combinar el lenguaje oral y escrito con el apoyo de la pizarra y expresiones visuales.
6. Buscar la explicación de un concepto por varias vías si se detectan dificultades por parte del alumnado.

A pesar de la variedad de dinámicas posibles, como el número de horas de sesiones grupales es muy limitado, es fundamental que el profesor siempre tenga en mente el control del tiempo disponible para poder impartir todos los contenidos programados.

Por otro lado, las tutorías individuales se centran más en la prestación individualizada de lo que se conoce como el **contrato de aprendizaje**. Este tipo de actuación metodológica se centra en un “contrato” entre el profesor y el alumno, donde el alumno busca la consecución de unos objetivos previamente marcados por el profesor. Este contrato se organizaría de periodos semanales, donde profesor y alumno tendrían una reunión de control, la cual correspondería con la tutoría individual antes citada.

Como herramienta de trabajo, flexible y adaptable a la necesidades de los alumnos a lo largo del curso, se utilizará una hoja de trabajo de carácter semanal en la que el profesor seleccionará una lista de ejercicios de dificultad progresiva para que los alumnos realicen en casa. Esta hoja será entregada a los alumnos en la tutoría grupal para ser recogida en la tutoría individual de cada alumno. Los criterios de organización y selección de los ejercicios de dicha hoja de trabajo vienen desarrollados en el capítulo 9. Las dinámicas que el profesor seguirá en las tutorías individuales son:

- *Resolución de dudas y repaso de conocimientos.* Aquí el alumnos presenta al profesor los diferentes ejercicios o actividades resueltas por él mismo durante el último periodo semanal. El alumno también puede pedir repasar o aclarar conceptos expuestos durante las tutorías grupales.
- *Detección de carencias conceptuales o procedimentales.* Durante las correcciones de dichos ejercicios y actividades, el profesor puede detectar errores de razonamiento, cálculo o conocimientos mal adquiridos por el alumno. Además podrá mandarle al alumno actividades que le permitan corregirlos de forma autónoma.
- *Medidas de atención a la diversidad.* Como se planteará en el apartado de atención a la diversidad, el profesor puede poner en práctica algunas medidas específicas. Por ejemplo, repasar términos de difícil pronunciación a alumnos que presenten carencias en la lengua castellana.

Este tipo de metodología permite realizar una atención individualizada sobre el alumno, lo cual es muy beneficioso cuando se encuentra con un grupo muy heterogéneo, como puede ocurrir en la ESPAD. Debido a ello, me centraré en una **combinación metodológica entre la clase magistral y el contrato de aprendizaje.**

Un aspecto al que metodológicamente el profesor debe prestar atención es a los **conocimientos previos** de los alumnos, ya que tendrá que invertir parte del tiempo, especialmente en las tutorías individuales, en recordar y reforzar las herramientas y conceptos para que puedan seguir el ritmo de las clases sin perderse. Este tipo de

ejercicio docente debe centrarse en repasar lo explicado en sesiones anteriores, ya que se considera que forma parte de sus conocimientos desde ese momento.

Además, como ya he explicado, el desarrollo de las competencias digitales queda marcado como un objetivo fundamental. Es por esto por lo que el uso de un **Campus Virtual** va a ser unas de las piedras angulares de la metodología. El uso de esta herramienta complementa notablemente la educación a distancia, ya que permite al profesor interactuar con los alumnos más allá de la hora y media de tutoría semanal que recoge la organización del ESPAD. Como se verá en el apartado de recursos, las utilidades de este tipo de herramientas educativas son muy completas de cara al aprendizaje autónomo.

Por último, otra herramienta metodológica muy útil tanto para el alumno como para el profesor es el denominado **portfolio**. El portfolio es una recopilación digital o física de documentos, ya sean ejercicios, apuntes o trabajos de investigación, que el alumno ha ido preparando durante el curso. De esta manera, el alumno selecciona, ordena y agrupa algunos de dichos documentos. Su utilidad es doble: por un lado el alumno tiene que realizar un esfuerzo organizativo y un análisis de la asignatura que le dé una visión más global del área. Por otro lado, permite al profesor tener un acceso más fácil y sencillo al material preparado por el alumno, y así poder valorar la evolución del alumno a lo largo del curso. El profesor debe plantearlo como un trabajo opcional que permita, a los alumnos con más tiempo y motivación, obtener los beneficios educativos ya citados. Con el fin de hacer un refuerzo sobre el desarrollo de las competencias tecnológicas, el portfolio propuesto será digital y, como he dicho, opcional, con el fin de obtener principalmente un refuerzo sobre la motivación de los alumnos con más tiempo.





## 6 | Recursos

Entre todos los recursos disponibles para las clases en la enseñanza secundaria, se puede hacer una selección de algunos especialmente útiles para la ESPAD debido a los diferentes beneficios que aportan en este tipo de clases. Algunos ya son usuales en las clases, como pizarras analógicas, calculadoras o cuadernos del alumno, pero se va a ver por qué otros pueden ser especialmente útiles para el profesor en esta modalidad de enseñanza.

- Uno de los grandes avances en el desarrollo docente de las clases ha venido de con la aparición de **plataformas educativas online**, también conocidas como Campus Virtuales. Las plataformas tipo Moodle permiten la creación de espacios virtuales para el profesorado y el alumnado en un entorno de trabajo seguro. Esto facilita la comunicación constante a distancia entre profesores y alumnos. Hoy en día, la mayor parte de los institutos públicos tienen disponible una aula virtual Moodle ofrecido por la Junta de Castilla y León (ver [17]). El número de funcionalidades de este tipo de herramientas en el aula es enorme, especialmente en la educación a distancia, ya que permite la comunicación constante entre el profesor y los alumnos. Entre las diferentes herramientas y facilidades que se pueden encontrar tenemos:

- El almacenamiento de recursos: documentos, imágenes, vídeos, enlaces...
- El trabajo colaborativo (wikis).
- Los foros de debate.

- Las encuestas de evaluación.
- La presentación y entrega de trabajos.

En la enseñanza para adultos es particularmente relevante que el profesor sepa analizar a su alumnado y acordar con ellos el grado de uso que espera de estas herramientas. Esto es muy importante ya que es bastante común, entre las personas adultas, que haya un desconocimiento, e incluso aversión, hacia las herramientas tecnológicas, llegando a haber casos donde los alumnos ni siquiera tengan acceso a un ordenador en sus propios hogares. Este enfoque se debe ver como una oportunidad de aprendizaje y desarrollo de los alumnos en las competencias digitales, muy relevantes para el currículo en la educación para adultos.

- Como complemento del desarrollo de las competencias digitales se propondrá en las clase, normalmente desde un carácter más opcional y punto de vista más investigador del uso de **programas matemáticos** de diferente índole y utilidad como *Wolfran Alpha* (aunque sus utilidades son muy extensas, limitándonos a su uso como analizador de funciones) o *Geogebra* (para representación gráfica de elementos geométricos y algebraicos).
- Las editoriales, debido al menor número de alumnos en la ESPAD que en la ESO, no suelen publicar **libros de texto** orientados a este tipo de enseñanza. Debido a esto, la Junta de Castilla y León ha publicado su propio libro de texto en versión electrónica como parte de la obra colectiva *Elaboración de materiales didácticos módulos III y IV. Enseñanza Secundaria de Personas Adultas* (ver [1]). Esta colección solo abarca los módulos tercero y cuarto, por lo que para los dos primeros debe ser el propio docente el que los desarrolle en unos apuntes suyos. Otros libros disponibles son los publicados electrónicamente de forma libre y gratuita por el grupo de enseñanza Marea Verde (ver [5]), algunos de los cuales son específicos para la enseñanza secundaria para adultos. Esta agrupación docente tiene publicados una versión general y dos versiones adaptadas a currículos autonómicos (Madrid y C. Valenciana). Aunque el profesor no decida usar estas publicaciones como eje principal de la clase, pueden ser muy útiles como **material de refuerzo**

### **y complementario.**

- Hoy en día cada vez es más fácil encontrar en las clases una **pizarra digital**. Aunque la pizarra convencional no debe caer en desuso, este tipo de herramientas electrónicas permite funcionalidades muy útiles para las tutorías:
  - Proyección de material multimedia y online. Las pizarras permiten proyectar material en cualquier tipo de formato, ya sea audio, vídeo o escrito, lo cual ayuda a hacer la clase mas amena y visual. Para las clases de ESPAD será especialmente útil, ya que permite proyectar los libros de ejercicios y recortarlos sobre una hoja en blanco donde escribir las diferentes anotaciones. Además, esto permite ahorrar tiempo, lo cual es especialmente importante en ESPAD, debido a la escasez de horas presenciales disponibles.
  - Recuperación y guardado de anotaciones. Permite recuperar hojas ya escritas, por lo que si el profesor desea recuperar ejercicios o explicaciones escritas previamente, en un par de segundos los tiene de nuevo en pantalla. Además, la posibilidad de guardar las anotaciones de las tutorías, cuyo número es escaso y con ritmo intenso, permite que aquellos alumnos interesados en repasar la clase posteriormente, puedan hacerlo por su cuenta.
  - Acceso a Internet integrado. El acceso a la red permite aprovechar un recurso tan amplio y variado como Internet como apoyo de las clase. Además, permite la asistencia a distancia de los alumnos que así lo hayan acordado con el profesor.



## 7 | Atención a la diversidad

En una sociedad cada vez más consciente de su diversidad, la importancia de valorarla y apoyarla implica la necesidad, en el sistema educativo, de adaptarse con el fin de mejorar el acceso y desarrollo educativo de los distintos individuos que forman parte de la sociedad. Debido a esto, aparece la atención a la diversidad, la cual se centra en las medidas previstas por el centro y el profesorado para adaptarse a las diferentes necesidades que puedan tener los alumnos.

El centro educativo debe tener un plan de atención a la diversidad propio, fruto de la coordinación de cargos directivos, departamentos y docentes, que establezca unas pautas generales de actuación sobre las posibles necesidades. Además, cada departamento debe establecer unas medidas específicas de su área, por ejemplo, el Departamento de Matemáticas podría buscar una alternativa al uso de calculadoras convencionales para alumnos con problemas de visión. Por último, debe ser el docente el responsable de valorar la necesidades de los alumnos y poner en práctica las medidas que mejor se adapten a dichas necesidades.

Entre las medidas de atención a la diversidad se pueden encontrar y clasificar como:

1. **Medidas generales u ordinarias de atención educativa.** Son aquellas medidas que se desarrollan desde el la dirección del centro y se aplican en las pautas de organización del propio centro. Son estrategias organizativas y metodológicas que no modifican el currículo. Dentro de estas medidas se pueden encontrar:

- La acción tutorial.

- Los agrupamientos flexibles, los desdoblamientos de grupos y los grupos de refuerzo o apoyo en las materia instrumentales.
- Las adaptaciones curriculares sobre la metodología didáctica.
- Los planes de acogida en el Proyecto Educativo del Centro (PEC).
- Las medidas de actuación y control del absentismo escolar.
- La elección de materias y opciones.
- Las medidas personalizadas para alumnos que se presenten a la evaluación final y no la hayan superado.

2. **Medidas específicas de atención educativa.** Son aquellas medidas que implican, entre otras, la modificación significativa de los elementos del currículo para adecuarlos a las necesidades de los alumnos, la intervención educativa de profesores especialistas o la escolarización de alumnos en modalidades diferentes a la ordinaria. Dentro de estas medidas se pueden encontrar:

- El apoyo en el aula por maestros especialistas de pedagogía terapéutica o audición y lenguaje.
- Las adaptaciones de accesibilidad al currículo dirigidas al Alumnado Con Necesidades Educativas Especiales (ACNEE).
- Las adaptaciones curriculares significativas dirigidas al ACNEE.
- La modalidad de escolarización del alumno con discapacidad.
- La atención educativa al alumnado por situaciones personales de hospitalización o de convalecencia domiciliaria.
- Los programas de mejora del aprendizaje y rendimiento que faciliten al alumno la obtención del título de ESO.
- La atención educativa específica para el alumnado que se incorpore más tarde al sistema educativo y presente carencias de la lengua castellana.

3. **Medidas extraordinarias de atención a la diversidad.** Son aquellas medidas que inciden, principalmente, en la flexibilización temporal sobre el desarrollo

curricular de cara a mejorar el alcance de los objetivos educativos y la adquisición de las competencias. Dentro de estas medidas se pueden encontrar:

- La escolarización en cursos anteriores para alumnos con una incorporación tardía y que presenten desfases curriculares de más de un curso.
- La prolongación de la escolaridad en una etapa para alumnos con necesidades educativas especiales con el objetivo de mejorar su integración socioeducativa y a adquisición de los objetivos de dicha etapa.
- La aceleración y ampliación de partes específicas del currículo para la atención sobre el alumnado con altas capacidades.
- La flexibilización del periodo de estancia en una etapa para el alumnado con altas capacidades.

Las medidas recogidas en un currículo de ESPAD del Departamento de Matemáticas varían mucho en función del tipo de centro. Evidentemente, las medidas que el departamento y el docente deben plantear son más amplias si se trata de un Instituto de Educación Secundaria (IES) que si es un Centro de Educación de Personas Adultas (CEPA). Las medidas presentadas por la dirección de un CEPA están centradas desde el principio en la atención de personas adultas y afectan a toda la organización del centro. Si se trata de un IES que ofrece ESPAD como parte de una oferta educativa más amplia (ESO, Bachillerato...), debe ser cada departamento el que las planee y ponga en práctica en aquellas asignaturas que se centran en alumnos adultos.

Entre las medidas citadas, selecciono algunas por ser especialmente útiles en ESPAD:

- *Atención educativa específica para el alumnado que se incorpore tardíamente al sistema educativo y presente graves carencias en lengua castellana.* Debido a lo variado de las situaciones personales de un adulto cuando se incorpora a una clase de ESPAD, existe una gran variedad de casos problemáticos que el profesor debe prever e intentar solucionar con anterioridad.

La incorporación tardía de un alumno es un caso muy común en la educación para adultos. Las razones pueden ser variadas: inmigrantes recién llegados al

país, adultos con personas a su cargo que se matriculan pero no se incorporan hasta que ya ha empezado el curso, trabajadores sin título que por motivos de inestabilidad laboral se incorporan cuando pierden el empleo...

Como ya he indicado, la matriculación de inmigrantes es muy habitual en el ESPAD, por lo que es frecuente encontrar casos en los que el alumno presenta dificultades de adquisición y uso de la lengua castellana.

Para suplir estas posibles necesidades, las medidas que el profesor puede adoptar son:

- Mantener la comunicación y realizar un seguimiento de los alumnos matriculados que no hayan acudido a las clases o lo hagan de manera poco frecuente. Conocer las situaciones personales de los alumnos para prever incorporaciones tardías o ausencias prolongadas.
- Preparar resúmenes y hojas de ejercicios para facilitar la puesta al día de un alumno incorporado durante el curso.
- En caso de contar con una pizarra digital, subir semanalmente a la plataforma online las hojas de la pizarra correspondientes al desarrollo de la clase. De este modo se facilita que el alumno se ponga al día con las explicaciones gráficas realizadas en la pizarra en cada clase.
- Usar un lenguaje sencillo y una pronunciación clara y pausada en las clases. Con el fin de facilitar la pronunciación de términos matemáticos, en las tutorías individuales el profesor puede repasar con el alumno términos de difícil pronunciación.

Otra medida muy interesante si se cuenta con alumnos con dificultades de idioma pero conocimientos previos (principalmente inmigrantes) y alumnos nativos castellanos con tiempo y motivación (principalmente jubilados) es la organización de clases de “repaso” entre estos dos tipos de alumnos, en un marco de cooperación. Por un lado, los alumnos con dificultades de lenguaje son ayudados por los alumnos cuya lengua materna es el castellano y por el otro, los alumnos con



necesidades de repaso de las clases pueden ser ayudados por aquellos que tienen mayor dominio de la materia.

- *Flexibilización del periodo de estancia en una etapa para el alumnado con altas capacidades.* Aunque no se tienen por qué tratarse de altas capacidades, es habitual encontrar alumnos que se matriculan en el primer módulo, pero que ya dominan algunos de los conocimientos mínimos, bien sea por haber cursado algún tipo de educación extranjera no convalidable o por la propia cultura adquirida de forma autónoma. El profesor debe prever estos casos y contar con pruebas de evaluación que permitan probar estos conocimientos y encontrar el curso adecuado para el nivel del alumno, incluso sugerirle, si tiene el nivel suficiente, presentarse al examen libre de obtención del título de ESO.



## 8 | Unidades didácticas

A lo largo de este capítulo presentaré una programación didáctica con las unidades en las que se puede dividir los contenidos referentes a la parte de matemáticas del ámbito científico-tecnológico del módulo III. Además, en este módulo hay dos bloques más no referentes al área matemática: bloque 6 (Las personas y la salud. Promoción de la salud) y bloque 7 (El relieve terrestre y su evolución).

### Contenidos

Los contenidos del módulo III están recogidos en [13] y se dividen en siete bloques. De ese total de siete bloques, cinco son referentes al área de Matemáticas, por lo que sólo tendré en cuenta dichos bloques.

Una diferencia importante respecto a la ESO es que la ESPAD no repite contenidos en los módulos que forman parte de un mismo nivel. Por ejemplo, el tercer y cuarto módulo (ambos componen el nivel II) no repiten contenidos entre ellos, por lo que un contenido impartido en el tercer módulo no se imparte de nuevo en el siguiente módulo.

Es importante remarcar que esto no significa que unos contenidos programados en el cuarto módulo puedan impartirse previamente en el tercer módulo esperando no darse de nuevo en el siguiente curso. Esto se debe a que el profesor no puede suponer que los alumnos de un curso serán los mismos en el siguiente, de nuevo, ya que puede haber incorporaciones de otros centros o alumnos repetidores. Lo que sí se puede es hacer un avance de dichos contenidos en el tercer curso buscando facilitar el aprendizaje en el

siguiente, siempre que sean recogidos en el currículo como contenidos complementarios ya que su exigencia como contenido mínimo no es posible.

### **Bloque 1. Números**

- *Operaciones con números enteros y fraccionarios. Jerarquía de operaciones.*
- *Potencias de números naturales con exponente entero. Propiedades. Significado y uso.*
- *Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños y muy grandes, en valor absoluto. Operaciones con números expresados en notación científica.*
- *Números racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos.*
- *Operaciones con fracciones y decimales.*

### **Bloque 2. Álgebra**

- *Expresión usando lenguaje algebraico.*
- *Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas.*
- *Polinomios con una indeterminada: suma, resta y multiplicación. Igualdades notables.*
- *Ecuaciones de primer grado con una incógnita.*
- *Sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas.*
- *Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones de primer grado y sistemas.*

### **Bloque 3. Geometría**

- *Geometría del plano: perímetro y área de figuras elementales.*
- *Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Escalas.*

- *Aplicación a la resolución de problemas en contextos reales.*
- *Teorema de Pitágoras. Aplicación a la resolución de problemas.*
- *El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.*

#### **Bloque 4. Funciones**

- *Análisis e interpretación de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.*
- *Análisis de una situación a partir del estudio de las características de la gráfica correspondiente.*
- *Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.*
- *Utilización de las funciones lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana y el mundo de la información. Elaboración de gráficas sencillas y obtención de la expresión algebraica.*
- *Expresiones de la ecuación de la recta.*
- *Utilización de los medios tecnológicos apropiados, que faciliten la representación gráfica de las funciones, la percepción de sus características y su comprensión.*

#### **Bloque 5. Estadística**

- *Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, cuantitativas discretas y continuas.*
- *Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra.*
- *Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.*

- *Gráficas estadísticas. Histograma, diagrama de barras, diagrama de sectores).*
- *Medidas de centralización (moda, mediana, media).*
- *Medidas de dispersión: varianza y desviación típica.*

## Objetivos específicos

En el *BOCyl* (ver [13]) se establecen también los objetivos específicos del ámbito científico-tecnológico del módulo III. Siguiendo lo establecido, se deberá desarrollar en los alumnos y alumnas las capacidades que les permitan:

### Bloque 1. Números

- 1.1. *Conocer la jerarquía de operaciones y ser capaz de ponerla en práctica.*
- 1.2. *Clasificar un número decimal y transformarlo en fracción cuando sea posible (y a la inversa).*
- 1.3. *Expresar una cantidad, cuando convenga, utilizando la notación científica.*
- 1.4. *Utilizar las propiedades de los números racionales y decimales para operarlos utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas, y presentando los resultados con la precisión requerida.*

### Bloque 2. Álgebra

- 2.1. *Valorar la utilidad de las sucesiones en general y las progresiones en particular en situaciones cotidianas.*
- 2.2. *Obtener y manipular expresiones simbólicas (fórmulas) que describan sucesiones numéricas.*
- 2.3. *Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado extrayendo la información relevante y transformándola, y valorar su conveniencia.*

- 2.4. *Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado.*
- 2.5. *Plantear y resolver sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, aplicando métodos algebraicos, gráficos o recursos tecnológicos y valorando, contrastando y comprobando los resultados obtenidos.*

### **Bloque 3. Geometría**

- 3.1. *Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas.*
- 3.2. *Utilizar el teorema de Tales para el cálculo de medidas indirectas de elementos inaccesibles, objetos de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o para la resolución de problemas geométricos.*
- 3.3. *Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.*
- 3.4. *Utilizar el teorema de Pitágoras para el cálculo de longitudes, áreas y resolución de problemas geométricos.*
- 3.5. *Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.*

### **Bloque 4. Funciones**

- 4.1. *Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica. Describir las características de una función a partir de su gráfica. Saber interpretar una gráfica.*
- 4.2. *Ser capaz de construir tablas de valores adecuadas para representar una función lineal.*
- 4.3. *Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de*

*este modelo y de sus parámetros, especialmente la pendiente, para describir el fenómeno analizado.*

### **Bloque 5. Estadística**

- 5.1. *Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.*
- 5.2. *Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos, para comparar distribuciones estadísticas y para obtener conclusiones.*
- 5.3. *Analizar e interpretar de manera crítica la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.*

Como ya hice en el capítulo 4, se puede valorar la aportación que los objetivos tienen sobre las competencias clave y representarlo en una tabla.

	CMCT	CL	CD	CAA	CSC	SIE	CEC
1.1	✓						
1.2	✓				✓		
1.3	✓		✓				
1.4	✓	✓		✓		✓	
2.1	✓						✓
2.2	✓		✓				
2.3	✓	✓					
2.4	✓		✓	✓	✓		
2.5	✓		✓	✓	✓	✓	
3.1	✓	✓					✓
3.2	✓			✓			✓
3.3	✓		✓		✓		✓
3.4	✓					✓	



	CMCT	CL	CD	CAA	CSC	SIE	CEC
3.5	✓	✓	✓		✓		
4.1	✓	✓	✓			✓	✓
4.2	✓						✓
4.3	✓		✓	✓		✓	✓
5.1	✓	✓		✓	✓	✓	
5.2	✓					✓	
5.3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CL: Comunicación lingüística. CD: Competencia digital. CAA: Competencia de aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. SIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

## División de tiempos y espacios

En lo que a los espacios se refiere, en el ESPAD el profesor suele limitarse al aula, ya que contemplar alguna salida del centro educativo se hace complicado debido a la escasez de las horas de tutorías. Pese a esto, si el profesor considera adecuada una salida de interés cultural puede plantear a los alumnos su ejecución fuera del horario de tutorías.

Como ya he comentado antes, las situaciones personales del alumnado en el ESPAD son muy diversas, que van desde trabajadores con jornada laboral y tiempo libre más reducido a jubilados con mayor tiempo y, generalmente, interés. Es decisión y responsabilidad del profesor plantear estas salidas como una actividad opcional para el alumno para así poder adaptarse al máximo de situaciones del alumnado.

Como ya se ha visto, los contenidos de este curso engloban un total de siete bloques, de los cuales los cinco primeros son del área de Matemáticas. Si se reparte el total de bloques en un año, puedo asignar los cuatro primeros bloques en los dos primeros trimestres y los tres bloques restantes en el tercero. Siguiendo este reparto, la distribución

de los bloques quedaría:

### **Primer trimestre**

- Números y operaciones. Bloque 1
- Potencias. Bloque 1
- Sucesiones numéricas. Bloque 2
- Polinomios. Bloque 2
- Ecuaciones. Bloque 2

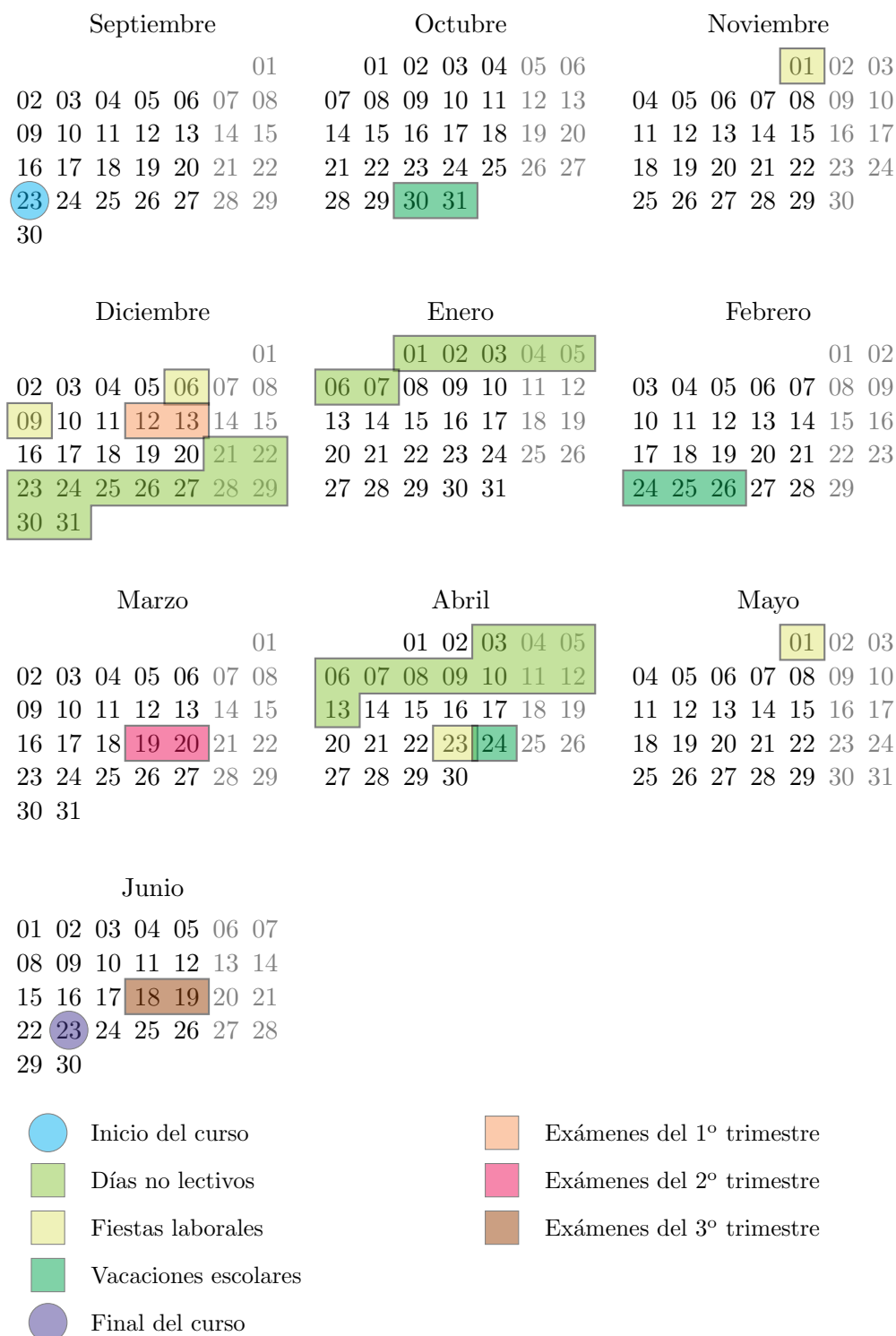
### **Segundo trimestre**

- Sistemas de ecuaciones. Bloque 2
- Geometría. Bloque 3
- Funciones. Bloque 4
- La recta en el plano. Bloque 3

### **Tercer trimestre**

- Estadística. Bloque 5
- Las personas y la salud. Bloque 6
- El relieve terrestre. Bloque 7

La propuesta de calendario, acorde al publicado por la Junta de Castilla y León, consta de 33 semanas lectivas (el total de días lectivos es 165 días). Recordar que las sesiones presenciales constan de una tutoría general de una hora y una particular con cada alumno de media hora. Lo habitual es que ambas sean el mismo día (esto queda en la organización del centro) pero en este trabajo contaré ambas tutorías como una única sesión en el mismo día.



A continuación presentaré cada una de la unidades programadas para un curso completo de la parte de Matemáticas del módulo III de ESPAD. En cada unidad describiré

los contenidos y su importancia desde un punto global de su asignatura, así como una referencia a los libros de textos de la Junta de Castilla y León citados anteriormente (ver [1]). Es importante señalar que estos libros fueron publicados en 2013, mientras que la última orden en la que se establecen los contenidos de cada módulo es del año 2017. El profesor debe prestar atención a los contenidos y suplir con apuntes propios las posibles carencias de estos volúmenes, acorde a la actual legislación vigente. En las unidades didácticas también se presentan:

- Contenidos mínimos y complementarios.
- Objetivos didácticos.
- Relación entre los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje diseñados por el autor en base a los recogidos en la ley.

## Unidad 1: Números y operaciones

Esta unidad viene desarrollada en el primer tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Quien parte y reparte, se lleva la mejor parte*. Concretamente en la primera mitad de dicho tema.

### Contenidos mínimos

- Números enteros. Representación y ordenación.
- Fracciones y números decimales.
- Transformaciones entre decimales y fracciones.
- Operaciones con fracciones y decimales.

### Contenidos complementarios

- Representación en la recta de fracciones.
- Decimales periódicos.
- Números irracionales.

### Objetivos didácticos

1. Dividir y ordenar operaciones complejas en otras más pequeñas, priorizándolas correctamente. Conocer los números fraccionarios y la representación en la recta.
2. Manejar los números decimales, clasificándolos y expresándolos como fracción cuando sea posible, realizando esta transformación en ambos sentidos.
3. Operar con números fraccionarios y decimales para resolver problemas.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también las competencias sociales y cívicas (mediante el uso de fracciones, las cuales son una de las principales formas de expresión de informaciones estadísticas como el resultado de elecciones o estudios sociológicos).

El tiempo destinado a esta unidad es de dos semanas, lo cual se traduce en dos sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Septiembre								Octubre							
							01	01	02	03	04	05	06		
02	03	04	05	06	07	08		07	08	09	10	11	12	13	
09	10	11	12	13	14	15		14	15	16	17	18	19	20	
16	17	18	19	20	21	22		21	22	23	24	25	26	27	
23	24	25	26	27	28	29		28	29	30	31				
30															

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Números enteros y fraccionarios.</b></p> <p>Operaciones. Jerarquía de operaciones. Representación en la recta.</p>	<p>1. Dividir y ordenar operaciones complejas en otras más pequeñas, priorizándolas correctamente. Conocer los números fraccionarios y la representación en la recta.</p>	<p>1.1. Simplifica fracciones.</p> <p>1.2. Aplica correctamente la jerarquía de operaciones cuando calcula expresiones numéricas de números enteros o fraccionarios con el uso de operaciones elementales.</p>
<p><b>Números decimales.</b></p> <p>Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos.</p>	<p>2. Manejar los números decimales, clasificándolos y expresándolos como fracción cuando sea posible, realizando esta transformación en ambos sentidos.</p>	<p>2.1. Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en ese caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.</p>
<p><b>Operaciones con fracciones y decimales.</b></p>	<p>3. Operar con números fraccionarios y decimales para resolver problemas.</p>	<p>3.1. Diferencia y valora cuándo usar números fraccionarios o decimales en la resolución de problemas cotidianos.</p> <p>3.2. Expresa correctamente el resultado de un problema, atendiendo a aspectos como la medida adecuada, forma fraccionaria o decimal, precisión del redondeo en caso de que sea necesario, etc. y reflexiona sobre el resultado y su coherencia.</p>

## Unidad 2: Potencias

Esta unidad viene desarrollada en el primer tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Quien parte y reparte, se lleva la mejor parte*. Concretamente en la segunda mitad de dicho tema.

### Contenidos mínimos

- Potencias de números naturales con exponente entero.
- Potencias de números racionales.
- Operaciones con potencias.
- Notación científica. Operaciones.
- Operaciones con números en notación científica con calculadora.
- Resolución de problemas con datos expresados en notación científica.

### Objetivos didácticos

1. Conocer el significado y representación de las potencias. Utilizar las propiedades de las potencias para operarlas.
2. Usar la notación científica en las ocasiones adecuadas y operar con ella.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia digital (mediante el uso de la notación científica en calculadoras o programas informáticos) o la competencia de aprender a aprender (mediante el uso aplicado de notación científica en la resolución de problemas).

Como se puede observar los contenidos nuevos en esta unidad son muy pocos, por lo que el tiempo destinado a esta unidad es de una semana y media, lo cual se traduce en una sesión presencial y parte de la siguiente. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:



## Octubre

	01	02	03	04	05	06
07	08	09	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Potencias.</b> Potencias de números naturales con exponente entero. Propiedades. Significado y uso.</p>	<p>1. Conocer el significado y representación de las potencias. Utilizar las propiedades de las potencias para operarlas.</p>	<p>1.1. Representa correctamente una potencia. Diferencia las diferentes partes de ella con claridad. 1.2. Opera con potencias correctamente y detecta cuando una expresión de varias potencias no se puede simplificar más.</p>
<p><b>Potencias de base 10.</b> Aplicación para la expresión de números muy pequeños y muy grandes, en valor absoluto. Operaciones con números expresados en notación científica.</p>	<p>2. Usar la notación científica en las ocasiones adecuadas y operar con ella.</p>	<p>2.1. Expresa ciertos números muy grandes y muy pequeños en notación científica, opera con ellos, con y sin calculadora. 2.2. Resuelve problemas sencillos utilizando notación científicas para representar determinados valores muy grandes o pequeñas y realiza cambios entre la notación convencional y científica</p>

### Unidad 3: Sucesiones numéricas

Esta unidad busca que los alumnos conozcan los números racionales y su construcción mediante fracciones de números enteros. Las fracciones son introducidas previamente en el módulo anterior, además de las correspondientes operaciones y ordenación de fracciones.

Esta unidad viene desarrollada en el segundo tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Cuanto más, mejor y viceversa*.

#### Contenidos mínimos

- Sucesiones. Significado e interpretación.
- Sucesiones recurrentes.
- Progresiones aritméticas y geométricas.

#### Objetivos didácticos

1. Entender el concepto de sucesión y obtener y manejar el término general. Valorar su utilidad en situaciones cotidianas.
2. Conocer el concepto de progresión y diferenciar los diferentes tipos de ellas.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia de conciencia y expresiones culturales (la identificación de sucesiones numéricas presentes en la naturaleza y numerosas expresiones artísticas) y la competencia digital (en la representación de sucesiones mediante programas y la búsqueda en la red de ejemplos cotidianos o artísticos que contengan sucesiones).

El tiempo destinado a esta unidad es de una semana y media, lo cual se traduce en una parte de la última sesión presencial de la unidad anterior y la siguiente sesión. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Octubre

01	02	03	04	05	06	
07	08	09	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Sucesiones.</b>            Término general. Sucesiones recurrentes.</p>	<p>1. Entender el concepto de sucesión y obtener y manejar el termino general. Valorar su utilidad en situaciones cotidianas.</p>	<p>1.1. Calcula términos de una sucesión numérica a partir del término general.            1.2. Valora la importante presencia de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.</p>
<p><b>Progresiones.</b>            Progresiones aritméticas.            Progresiones geométricas.</p>	<p>2. Conocer el concepto de progresión y diferenciar los diferentes tipos de ellas.</p>	<p>2.1. Diferencia y clasifica progresiones y deduce su termino general correspondiente.            2.2. Resuelve problemas, con enunciado, de progresiones aritméticas y geométricas.</p>

## Unidad 4: Polinomios

Esta unidad viene desarrollada en el tercer tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Las letras y los números: un cóctel perfecto*.

### Contenidos mínimos

- Expresiones con lenguaje algebraico.
- Monomios. Operaciones.
- Polinomios. Operaciones.
- Factorización de polinomios. Identidades notables.

### Contenidos complementarios

- Cociente de polinomios.
- Regla de Ruffini.
- Fracciones algebraicas sencillas.

### Objetivos didácticos

1. Conocer y manejar la terminología y representación simbólica de las expresiones algebraicas. Reconocer relaciones algebraicas en situaciones algebraicas.
2. Operar con expresiones algebraicas y encontrar factores comunes.
3. Aplicar correctamente la factorización de un polinomio, mediante el uso de identidades notables y procedimientos como el método de Ruffini.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia lingüística (mediante el uso de términos matemáticos específicos, algunos de ellos de difícil pronunciación).

El tiempo destinado a esta unidad es de tres semanas, lo cual se traduce en tres sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Octubre							Noviembre								
01	02	03	04	05	06			01	02	03					
07	08	09	10	11	12	13	04	05	06	07	08	09	10		
14	15	16	17	18	19	20	11	12	13	14	15	16	17		
21	22	23	24	25	26	27	18	19	20	21	22	23	24		
28	29	30	31				25	26	27	28	29	30			

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Lenguaje algebraico.</b> Concepto y elementos: coeficientes y grado. Relación con el lenguaje natural.</p>	<p>1. Conocer y manejar la terminología y representación simbólica de las expresiones algebraicas. Reconocer relaciones algebraicas en situaciones cotidianas.</p>	<p>1.1. Sabe y reconoce los principales elementos de los monomios y polinomios. 1.2. Sabe representar algebraicamente un enunciado o situación cotidiana dada en el lenguaje usual.</p>
<p><b>Monomios y polinomios.</b> Suma, resta y producto. Factor común y sus aplicaciones. Fracciones algebraicas.</p>	<p>2. Operar con expresiones algebraicas y encontrar factores comunes.</p>	<p>2.1. Opera con monomios y polinomios (suma, resta y producto) y expresa el polinomio resultado ordenando sus monomios según su grado. 2.2. Calcula el cociente y el resto de la división de polinomios. 2.3. Opera y simplifica fracciones algebraicas sencillas.</p>
<p><b>Factorización de polinomios.</b> Concepto de factorización. Identidades notables. Regla de Ruffini.</p>	<p>3. Aplicar correctamente la factorización de un polinomio, mediante el uso de identidades notables y procedimientos como el método de Ruffini.</p>	<p>3.1. Conoce las igualdades notables y las utiliza cuando su uso es necesario. 3.2. Factoriza polinomios correctamente mediante las igualdades notables y el método de Ruffini.</p>

## Unidad 5: Ecuaciones

Esta unidad viene desarrollada en el cuarto tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Fácil, fácil, fácil. Pon una ecuación en tu vida*.

### Contenidos mínimos

- Concepto de ecuación y solución de una ecuación.
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Resolución de ecuaciones de primer grado.

### Contenidos complementarios

- Ecuaciones de primer grado con infinitas soluciones.
- Ecuación sencillas de segundo grado.

### Objetivos didácticos

1. Asimilar y entender el concepto de ecuación y identificar sus partes, así como entender el papel de la solución de una ecuación.
2. Reconocer las ecuaciones de primer grado y sus elementos, así como resolverlas y determinar el número de ecuaciones.
3. Reconocer las ecuaciones de segundo grado y diferencia su utilidad respecto a una de primer grado.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia lingüística (mediante la expresión oral y escrita de relaciones algebraicas en lenguaje usual y su reescritura en lenguaje algebraico) y la competencia de aprender a aprender (el mecanismo de expresión algebraica de relaciones numéricas permite desarrollar el manejo representativo de elementos abstractos, llave para el aprendizaje de otros conocimientos matemáticos y científicos).

El tiempo destinado a esta unidad es de dos semanas, lo cual se traduce en dos sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Noviembre										Diciembre									
				01	02	03												01	
04	05	06	07	08	09	10				02	03	04	05	06	07	08			
11	12	13	14	15	16	17				09	10	11	12	13	14	15			
18	19	20	21	22	23	24				16	17	18	19	20	21	22			
25	26	27	28	29	30					23	24	25	26	27	28	29			
										30	31								

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<b>Ecuaciones.</b> Concepto y elementos. Soluciones. Tipos de ecuaciones.	1. Asimilar y entender el concepto de ecuación y identificar sus partes, así como entender el papel de la solución de una ecuación.	1.1. Conoce los conceptos de ecuación, solución y partes de una ecuación (incógnita, miembro). 1.2. Es capaz de aproximar la solución de una ecuación fruto del análisis de dicha ecuación.
<b>Ecuaciones de primer grado.</b> Ecuaciones equivalentes. Identidades. Resolución de ecuaciones de primer grado. Número de soluciones de una ecuación.	2. Reconocer las ecuaciones de primer grado y sus elementos, así como resolverlas y determinar el número de ecuaciones.	2.1. Conoce y interpreta las ecuaciones de primer grado. 2.2. Resuelve de ecuaciones de primer grado. 2.3. Establece e interpreta el numero de ecuaciones de una ecuación de primer grado. 2.4. Resolver problemas mediante ecuaciones.
<b>Ecuaciones de segundo grado.</b> Concepto de ecuación de segundo grado.	3. Reconocer las ecuaciones de segundo grado y diferencia su utilidad respecto a una de primer grado.	3.1. Conoce las ecuaciones de segundo grado y las situaciones con utilidad de su uso.



## Unidad 6: Sistemas de ecuaciones

Esta unidad viene desarrollada en el quinto tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Las letras y los números, un cóctel perfecto (2)*.

### Contenidos mínimos

- Ecuaciones con dos incógnitas
- Sistemas de ecuaciones.
- Métodos de resolución.
- Resolución gráfica.

### Contenidos complementarios

- Sistemas equivalentes.
- Clasificación de los sistemas de ecuaciones en función de las soluciones.

### Objetivos didácticos

1. Conocer el concepto de ecuaciones con varias incógnitas y representarlas gráficamente.
2. Conocer los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, resolverlos mediante varios métodos y clasificarlos por sus soluciones.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también las competencias sociales y cívicas (mediante la modelización matemática de fenómenos sociales), la competencia de aprender a aprender (mediante la valoración de la modelización, fundamental para la investigación de muchas disciplinas científicas) y el sentido de la iniciativa y el desarrollo personal (por el esfuerzo intelectual y de superación que supone la modelización, donde no hay algoritmos completos para su planteamiento).

El tiempo destinado a esta unidad es de tres semanas, lo cual se traduce en tres sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Diciembre	Enero
01	01 02 03 04 05
02 03 04 05 06 07 08	06 07 08 09 10 11 12
09 10 11 12 13 14 15	13 14 15 16 17 18 19
16 17 18 19 20 21 22	20 21 22 23 24 25 26
23 24 25 26 27 28 29	27 28 29 30 31
30 31	

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Ecuación con dos incógnitas</b> Concepto de ecuación con varias incógnitas. Representación gráfica.</p>	<p>1. Conocer el concepto de ecuaciones con varias incógnitas y representarlas gráficamente.</p>	<p>1.1. Relaciona la solución de una ecuación con dos incógnitas a la representación gráfica de una recta.</p>
<p><b>Sistema de ecuaciones lineales.</b> Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Representación gráfica. Métodos analíticos de resolución. Resolución gráfica. Clasificación den función de las soluciones.</p>	<p>2. Conocer los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, resolverlos mediante varios métodos y clasificarlos por sus soluciones.</p>	<p>2.1. Conoce e identifica las partes de un sistema de ecuaciones diferenciales. 2.2. Resuelve un sistema por cualquier método analítico. 2.3. Resuelve un sistema gráficamente. 2.4. Clasifica un sistema de ecuaciones en función de sus soluciones e interpreta su significado. 2.5. Resuelve un problema mediante un sistema de ecuaciones.</p>

## Unidad 7: Geometría

Esta unidad viene desarrollada en el sexto tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *¿Eres mi semejante?*.

### Contenidos mínimos

- Figuras elementales en el plano.
- Perímetros y áreas.
- Semejanza y proporcionalidad. Escalas.
- Teorema de Tales.
- El triángulo rectángulo. Teorema de Pitágoras.
- El globo terráqueo.

Debido a la extensión de los contenidos mínimos de este tema no se plantea la inclusión de contenidos complementarios. En el caso de encontrar necesidades de mayor exigencia en los alumnos se plantea incrementar la complejidad de los problemas sobre los contenidos mínimos en vez de aumentar la cantidad de contenidos.

### Objetivos didácticos

1. Clasificar las principales figuras planas y sus características geométricas y calcular sus perímetros y áreas asociadas.
2. Conocer el concepto de proporcionalidad y el teorema de Tales y detectar su aplicación en situaciones reales.
3. Conocer el teorema de Pitágoras y aplicarlo con criterio en problemas que lo requieran.
4. Interpretar el globo terráqueo desde una perspectiva geométrica y calcular medidas sobre él.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia digital (con el uso de programas de representación gráfica de matemáticas como Geogebra), competencias sociales y cívicas (el estudio de las proporciones y, por tanto, las escalas, facilita la interpretación de mapas y otras herramientas de las ciencias sociales) y la competencia de conciencia y expresiones sociales (la geometría y sus figuras elementales son elementos básicos presentes en gran parte de las expresiones artísticas, como la pintura, la escultura o la arquitectura).

El tiempo destinado a esta unidad es de cuatro semanas, lo cual se traduce en cuatro sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Enero						Febrero							
		01	02	03	04	05					01	02	
06	07	08	09	10	11	12	03	04	05	06	07	08	09
13	14	15	16	17	18	19	10	11	12	13	14	15	16
20	21	22	23	24	25	26	17	18	19	20	21	22	23
27	28	29	30	31			24	25	26	27	28	29	

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Figuras planas.</b> Clasificación de las figuras planas. Perímetros y áreas. Aplicación sobre problemas.</p>	<p>1. Clasificar las principales figuras planas y sus características geométricas y calcular sus perímetros y áreas asociadas.</p>	<p>1.1. Clasifica y dibuja figuras geométricas planas. 1.2. Calcula las áreas y perímetros de figuras planas y resuelve problemas mediante su uso.</p>
<p><b>Semejanza.</b> Teorema de Tales. Proporcionalidad. Aplicaciones reales: figuras equivalentes y escalas.</p>	<p>2. Conocer el concepto de proporcionalidad y el teorema de Tales y detectar su aplicación en situaciones reales.</p>	<p>2.1. Reconoce proporciones en figuras y segmentos. 2.2. Conoce el teorema de Tales y resuelve problemas mediante su uso. 2.3. Detecta aplicaciones de la proporcionalidad en situaciones cotidianas como escalas y figuras semejantes.</p>
<p><b>Teorema de Pitágoras.</b> El triángulo rectángulo. Aplicaciones del teorema de Pitágoras.</p>	<p>3. Conocer el teorema de Pitágoras y aplicarlo con criterio en problemas que lo requieran.</p>	<p>3.1. Conoce el teorema de Pitágoras y los elementos relacionados a él, incluido el triángulo rectángulo. 3.2. Conoce la importancia del teorema de Pitágoras y lo utiliza en la resolución de problemas.</p>
<p><b>El globo terráqueo.</b> Medidas de localización geográfica.</p>	<p>4. Interpretar el globo terráqueo desde una perspectiva geométrica y calcular medidas sobre él.</p>	<p>4.1. Conoce el globo terráqueo y conceptos inherentes a él, y calcula coordenadas geográficas mediante procedimientos geométricos adquiridos.</p>

## Unidad 8: Funciones

Esta unidad viene desarrollada en el séptimo tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Sigue la línea*. Concretamente en la primera mitad de dicho tema.

### Contenidos mínimos

- Conceptos iniciales para la representación de gráficas de funciones: magnitudes, variables y ejes.
- Elementos de definición e interpretación de gráficas (dominio, recorrido, puntos de corte, pendiente, crecimientos y decrecimientos, extremos, continuidad y periodicidad) como análisis de una función.
- Representación de gráficas.
- Análisis e interpretación de gráficas que representan elementos cotidianos.
- Representación numérica de funciones mediante tables de valores.
- Expresiones de representación de la recta.
- Utilización de medios tecnológicos que faciliten el la representación de gráficas.

### Contenidos complementarios

- Relaciones entre magnitudes.

### Objetivos didácticos

1. Conocer los elementos que definen una gráfica y permiten su interpretación. Analizar en comportamiento de una gráfica e interpretarlo analíticamente.
2. Construir tablas de valores a partir de la expresión de una función lineal.
3. Identificar situaciones cotidianas que modelizar mediante funciones lineales sencillas valorando su adecuación mediante el estudio de sus características como sus parámetros y la pendiente.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia lingüística (mediante el aprendizaje de nuevos conceptos ligados al estudio de funciones, con definiciones y su correspondiente rigurosidad matemática en su enunciado) y las competencias sociales y cívicas (mediante la concienciación de importancia de la representación de funciones matemáticas presentes en los medios de información, como medio para expresar gráficamente el comportamiento de variables numéricas).

El tiempo destinado a esta unidad es de tres semanas, lo cual se traduce en tres sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Febrero										Marzo									
							01	02											01
03	04	05	06	07	08	09				02	03	04	05	06	07	08			
10	11	12	13	14	15	16				09	10	11	12	13	14	15			
17	18	19	20	21	22	23				16	17	18	19	20	21	22			
24	25	26	27	28	29					23	24	25	26	27	28	29			
										30	31								

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Representación gráfica de funciones.</b></p> <p>Magnitudes. Conceptos elementales de gráficas (magnitudes, variables y ejes). Elementos de representación de gráficas. Análisis e interpretación.</p>	<p>1. Conocer los elementos que definen una gráfica y permiten su interpretación. Analizar en comportamiento de una gráfica e interpretarlo analíticamente.</p>	<p>1.1. Reconoce el comportamiento de una función mediante la interpretación de su gráfica y expresa gráficamente enunciados de problemas.</p> <p>1.2. Detecta las elementos principales de una gráfica y saca conclusiones sobre su comportamiento global.</p> <p>1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado.</p> <p>1.4. Identifica diferentes magnitudes y las relaciones entre ellas.</p>
<p><b>Representación numérica de funciones.</b></p> <p>Tablas de valores.</p>	<p>2. Construir tablas de valores a partir de la expresión de una función lineal.</p>	<p>2.1. Desarrolla una tabla de valores de una función y representa gráficamente la recta asociada.</p>
<p><b>Modelización de funciones lineales.</b></p> <p>La recta como función. Formas de representación.</p> <p>Representación de funciones con medios digitales.</p> <p>Resolución de problemas.</p>	<p>3. Identificar situaciones cotidianas que modelizar mediante funciones lineales sencillas valorando su adecuación mediante el estudio de sus características como sus parámetros y la pendiente.</p>	<p>3.1. Expresa la ecuación de una recta dada en diferentes formas identificando puntos de corte y pendiente y la representa gráficamente.</p> <p>3.2. Obtiene la expresión de una función lineal asociada a un enunciado.</p> <p>3.3. Representa funciones lineales mediante medios tecnológicos asociadas a situaciones reales cotidianas.</p>



## Unidad 9: La recta en el plano

Esta unidad viene desarrollada en el séptimo tema del módulo III de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Sigue la línea*. Concretamente en la segunda mitad de dicho tema.

### Contenidos mínimos

- Elementos de las funciones lineales.
- Formas de ecuación de la recta.
- Análisis de representación de la recta.
- Utilización de medios tecnológicos que faciliten el la representación de gráficas.

### Contenidos complementarios

- Funciones cuadráticas sencillas.

### Objetivos didácticos

1. Identificar situaciones cotidianas que modelizar mediante funciones lineales valorando su adecuación mediante el estudio de sus parámetros y su pendiente.
2. Usar programas digitales para la representación de funciones lineales concienciándose de la importancia de estos medios en la actualidad.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia digital (mediante el uso de herramientas informáticas de representación gráfica de funciones como Wolfram Alfa) y la competencia de conciencia y expresiones culturales (mediante la identificación de elementos de carácter artístico donde estén presentes las funciones lineales, como, por ejemplo, en la arquitectura).

El tiempo destinado a esta unidad es de dos semanas, lo cual se traduce en dos sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Marzo

				01	
02	03	04	05	06	07 08
09	10	11	12	13	14 15
16	17	18	19	20	21 22
23	24	25	26	27	28 29
30	31				

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Modelización de funciones lineales.</b></p> <p>La recta como función. Formas de representación. Funciones cuadráticas. Resolución de problemas.</p>	<p>1. Identificar situaciones cotidianas que modelizar mediante funciones lineales valorando su adecuación mediante el estudio de sus parámetros y su pendiente.</p>	<p>1.1. Expresa la ecuación de la recta en diferentes forma identificando puntos de corte y pendiente y a representa gráficamente.</p> <p>1.2. Obtiene la expresión de una función lineal asociada a un enunciado.</p> <p>1.3. Reconoce funciones cuadráticas sencillas.</p>
<p><b>Representación digital.</b></p> <p>Representación de funciones con medios digitales.</p>	<p>2. Usar programas digitales para la representación de funciones lineales concienciándose de la importancia de estos medios en la actualidad.</p>	<p>2.1. Representa funciones lineales mediante medios tecnológicos asociadas a situaciones reales cotidianas y valora su importancia en la actualidad</p>

## Unidad 10: Estadística

Esta unidad viene desarrollada en el quinto tema del módulo IV de la colección de la Junta de Castilla y León, titulado *Todos iguales, todos diferentes*. Llama la atención que el material de esta unidad venga en un libro preparado para el cuarto curso. Esto se debe a que como he comentado antes los contenidos dentro del mismo nivel no se repiten, y en el momento de edición de dichos volúmenes los contenidos estadísticos estaban recogidos en el cuarto curso.

### Contenidos mínimos

- Elementos básicos de un estudio estadístico (individuo, población y muestra)
- Variables estadísticas y su clasificación (cualitativas, cuantitativas discretas y continuas).
- Muestras estadísticas y métodos de selección.
- Tipos de frecuencias (absolutas, relativas y acumuladas) y agrupación en intervalos.
- Tablas de frecuencias.
- Gráficas estadísticas (histograma, diagrama de barras y de sectores).
- Medidas de centralización (media, moda y mediana).
- Medidas de dispersión (varianza y desviación típica).
- Lenguaje inherente a la información estadística en los medios de comunicación.

### Contenidos complementarios

- Diagrama de caja (mediana y cuartiles).

### Objetivos didácticos

1. Conocer los principales elementos de un estudio estadístico así como las variables estadísticas y su relevancia dentro de estos.

2. Analizar estudios estadísticos a través de gráficas, conociendo sus principales características y facilidades de análisis de cada una.
3. Conocer las principales medidas de un estudios estadístico y las relaciones inherentes a ellos como fuente de información de una muestra a través de su representación gráfica.
4. Conocer el papel fundamental de la estadística como fuente de información en la sociedad y utilizarla en la interpretación de datos.

Respecto a las competencias clave, aparte de la competencia matemática y en ciencia y tecnología, en esta unidad se trabajará también la competencia lingüística (como ya he visto en otras unidades, con el aprendizaje de nuevos conceptos, en este caso, referentes a la estadística, y la interpretación rigurosa de sus definiciones), las competencias sociales y cívicas (mediante el desarrollo de un sentido más crítico en el alumno a la hora de interpretar información estadística en los medios de información) y el sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor (mediante la concienciación del alumno sobre la importancia y potencial de los datos estadísticos a la hora de tomar decisiones).

El tiempo destinado a esta unidad es de cuatro semanas, lo cual se traduce en cuatro sesiones presenciales. Los días asignados son los marcados en amarillo y el calendario queda:

Marzo							Abril						
						01			01	02	03	04	05
02	03	04	05	06	07	08	06	07	08	09	10	11	12
09	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19
16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26
23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30			
30	31												

La relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje es la siguiente:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
<p><b>Estudios estadísticos.</b> Elementos básicos de un estudio. Muestras estadísticas. Métodos de selección. Variables estadísticas.</p>	<p>1. Conocer los principales elementos de un estudio estadístico así como las variables estadísticas y su relevancia dentro de estos.</p>	<p>1.1. Conoce los conceptos de individuo, población y muestra y el papel de las muestras como fuentes de conocimiento estadístico. 1.2. Sabe las características de una variable estadística y las reconoce en función de</p>
<p><b>Frecuencias estadísticas.</b> Tipos de frecuencias. Tablas de frecuencias. Tipos de gráficos. Características de cada gráfico.</p>	<p>2. Analizar estudios estadísticos a través de gráficos, conociendo sus principales características y facilidades de análisis de cada una.</p>	<p>2.1. Elabora tablas de frecuencias absolutas, relativas, acumuladas y de porcentajes, así como los representa gráficamente. 2.2. Interpreta tablas y gráficos estadísticos y reconoce la información característica de cada tipo de ellos.</p>
<p><b>Parámetros estadísticos.</b> Medidas de centralización. Medidas de dispersión. Interpretación de una muestra. Diagramas de caja.</p>	<p>3. Conocer las principales medidas de un estudio estadístico y las relaciones inherentes a ellos como fuente de información de una muestra a través de su representación gráfica.</p>	<p>3.1. Calcula las medidas de centralización y dispersión de una muestra y las representa en un diagrama de caja.</p>
<p><b>Interpretación de estudios estadísticos.</b> Resolución de problemas.</p>	<p>4. Conocer el papel fundamental de la estadística como fuente de información en la sociedad y utilizarla en la interpretación de datos.</p>	<p>4.1. Utiliza un lenguaje adecuado para la descripción, análisis e interpretación de un estudio estadístico en los medios de comunicación. 4.2. Resuelve problemas a través de estudios sencillos a través de la elaboración y análisis de estos.</p>



## 9 | Actividades de aprendizaje

Otra de las partes fundamentales de una Programación Didáctica son las actividades de enseñanza y aprendizaje. Aquí el profesor da unas pautas que seguirá cuando seleccione los ejercicios y tareas que el alumnado realizará durante el curso, ya bien sea en clase o en casa. Además planteará un listado orientativo de los ejercicios de cada unidad didáctica de la programación.

Uno de los criterios que debe tener el profesor en cuenta a la hora de elegir los ejercicios y tareas es una clasificación de estos en base a los niveles de **demanda cognitiva** que tienen en el alumnado. Para catalogarlos se puede usar la clasificación propuesta por Smith y Stein (ver [2]), la cual los divide en cuatro niveles:

1. **Tareas de memorización.** Este tipo de actividades se basan en la reproducción de un conocimientos explicado previamente. No guardan ambigüedad alguna ya que implican la repetición de una tarea ya realizada en clase y no tiene conexión con los fundamentos del reglas, hechos o definiciones que se están trabajando.
2. **Tareas de procedimientos sin conexión.** Son actividades cuya resolución es algorítmica, y además expresan explícitamente el método de resolución. No buscan generar demandas cognitivas, si no producir respuestas y una descripción del procedimiento usado en la resolución.
3. **Tareas de procedimientos con conexión.** Estas tareas se enfocan en el uso de procedimientos que profundicen en la comprensión de los conocimientos y su fundamentación matemática. Sugieren las ideas generales de la resolución pero

requieren de cierto esfuerzo cognitivo para planearla y ejecutarla.

4. **Tareas de “hacer matemáticas”.** Estas tareas exigen el mayor nivel de demanda cognitiva. Requieren una visión general y completa, de los conocimientos y procedimientos de resolución disponibles, que permita hacer uso de una combinación de ellos para resolver la cuestión planteada.

Se puede observar que esta clasificación abarca desde unos niveles muy bajos de demanda cognitiva, más cercanos a la educación primaria que a la secundaria. Esto es debido, a que parte del alumnado que se incorporan a las aulas de ESPAD ha pasado por un largo periodo desde la última vez que realizaron estudios reglados, que les exigieran un esfuerzo cognitivo superior, especialmente en el área de las matemáticas. Por esto el profesor debe plantear ejercicios que vuelvan a activar los procesos cognitivos en el alumno, de manera progresiva.

La dinámica de trabajo con los ejercicios y problemas es la siguiente: al final de las clases grupales, el profesor dará una hoja de trabajo para realizar en casa por los alumnos. La siguiente semana, el profesor recogerá los ejercicios hechos para detectar las posibles carencias o dificultades de cada alumno y resolverá las dudas que le hayan podido surgir durante la resolución. La estructura de la hoja de ejercicios buscará la consecución de varios objetivos secuenciales:

- Los ejercicios planteados al principio de la hoja requerirán una demanda cognitiva mínima por parte del alumno, y buscarán que el alumno afiance los conocimientos impartidos en la clase grupal. Este tipo de ejercicios suele aburrir algunos de los perfiles del alumnado de ESPAD, así que se debe limitar su uso al mínimo necesario para aquellos que sí que lo necesiten.
- Los últimos ejercicios se tratan de problemas de mayor esfuerzo cognitivo. Estos deben realizarse una vez el alumno ha afianzado los conceptos matemáticos correspondientes. Es aquí donde el profesor debe analizarlos detenidamente para detectar posibles errores de base en la comprensión de los conceptos.



- Por último, el profesor puede mandar una tarea de investigación sencilla cuya realización no se priorizará y que buscará ser una aportación del portfolio opcional que se presentará al final del curso. Además puede aprovechar estas pequeñas investigaciones, seleccionar algunas para publicarlas en el campus virtual y el resto de alumnos pueda beneficiarse, tanto de los conocimientos que abarque, como de la motivación que puede generar en ellos para futuras hojas de trabajo.

Veamos algunos ejemplos de actividades útiles tanto para la clase, como para la hoja de trabajo. Para la selección de las tareas me centraré en las unidades quinta y sexta de las planteadas en el capítulo 8, las cuales engloban las ecuaciones de primer grado y sus sistemas, abarcando su planteamiento y resolución.

**Ejercicio 1.** Resuelve, tal y como se ha resuelto en clase, la siguiente ecuación de primer grado:

$$10x + 21 = 3x$$

En este ejercicio, el alumno se limita a repetir el ejercicio que ha resuelto el profesor previamente en la clase. El alumno no debe justificar los pasos que está realizando, ya que él no ha decidido por qué utilizar esos, si no expresar con sus palabras y de forma clara la resolución de la ecuación. Este tipo de ejercicios tienen el nivel más bajo de demanda cognitiva, la denominada memorización, donde el alumno debe afianzar un algoritmo de resolución, sin reflexionar en su fundamentación o en la relación con otros conceptos.

**Ejercicio 2.** Resuelve los siguientes sistemas con el método de sustitución.

Una vez resueltos, comprueba la solución.

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x + y = 10 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \quad c) \begin{cases} -10x - 5y = 0 \\ 21x - 7y = 28 \end{cases}$$

En este tipo de ejercicios, que son catalogados como tareas de procedimientos sin conexión, se busca que los alumnos cojan soltura con un procedimiento algorítmico. En estos ejercicios se le dice al alumno de forma clara y explícita qué algoritmo debe utilizar, aunque sea sobre un caso que no ha sido resuelto previamente, por lo que el alumno debe ser capaz de conocerlo desde una visión más general, no exclusivamente particular sobre un caso concreto. También se busca que el alumno se acostumbre a comprobar la solución una vez alcanzada esta.

**Ejercicio 3.** *Busca tres números consecutivos cuya suma sea 111.*

Este ejercicio, se centra en la modelización de un problema matemático. Este ejercicio se clasifica como una tarea de procedimientos con conexión, ya que se le está pidiendo al alumno explícitamente lo que queremos obtener pero no cómo obtenerlo. En este caso el alumno debe, primero, modelar la ecuación de primer grado que expresa la relación expuesta en el anunciado y, después, proceder a resolverla. Para este tipo de ejercicios conviene trabajar con el alumno previamente cómo organizar la información que nos presta el ejercicio, para así facilitar la modelización de la ecuación o sistema.

**Ejercicio 4.** *Tenemos dos coches A y B con distintas potencias. Si conducimos con el coche A durante 30 minutos y después con el coche B durante 10 minutos, hemos recorrido 55 kilómetros en total. Pero si conducimos con el coche A durante 20 minutos y después con el coche B durante 10 minutos, hemos recorrido 40 kilómetros en total. Si la velocidad de los coches es constante, ¿a qué velocidad en kilómetros por minuto se mueve cada coche? ¿Y si queremos calcular el número de minutos que tarda cada coche en recorrer un kilómetro?*

Este último problema es lo que se conoce como una tarea de “hacer matemáticas”. El uso de realidades cotidianas es muy útil en la educación secundaria, pero especialmente en ESPAD. Los alumnos de ESPAD están especialmente familiarizados con estas situa-

ciones reales que se les proponen debido a su mayor edad que un alumno de la ESO. Este tipo de ejercicios deben ser claros y no dar pie a ambigüedades, especialmente en alumnos que muestren dificultades con el lenguaje castellano. En este caso, el enunciado establece un problema de carácter cotidiano en el que el alumno desconoce a priori qué tipo de proceso debe seguir para encontrar la solución numérica a la pregunta. Se intenta familiarizar al alumno con algo tan común como es la velocidad de un coche, pero debe ser el propio alumno el que reconozca que no se le pide en la medida que está acostumbrado a medir esta magnitud, que suele ser en kilómetros por hora.

Por último, una tarea de investigación que incluir en la hoja de trabajo semanal podría ser la siguiente:

**Investigación.** *En la fachada de la Sagrada Familia de Barcelona hay esculpido un cuadrado mágico, el cual se puede ver en la imagen<sup>a</sup>. ¿Qué es un cuadrado mágico?*



*Construye tu propio cuadrado mágico. ¿Qué relaciones algebraicas detectas entre los números de tu cuadrado mágico?*

<sup>a</sup>Imagen extraída de <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=612892>

En este trabajo, por ejemplo, se consigue que el alumno haga uso de Internet (trabajando así las competencias digitales, tan demandadas en la ESPAD) para buscar información sobre este tipo de estructuras algebraicas, y que acabe encontrando páginas que le dan un algoritmo manual de creación del cuadrado (ver [18]). Precisamente por esto, posteriormente se le pide que justifique las relaciones algebraicas entre los números de su cuadrado y que haga uso de expresiones matemáticas para expresar dichas relaciones.

Por último, siguiendo una las premisas más importantes del ESPAD, que es la flexibilidad curricular, se debe recordar que el listado de ejercicios propuesto por el profesor puede sufrir cambios durante el curso. Las razones pueden ser variadas: un nivel de conocimientos previos no previsto (ya sean mayor o menor de lo esperado), flexibilización del tiempo disponible para cada unidad o aplicación de medidas específicas de atención a la diversidad (que ya recogí en el capítulo 7).

## 10 | Planes complementarios

El apartado de planes complementarios se centra en el planteamiento de actividades adicionales que permitan al alumno consolidar lo aprendido, aprender nuevos contenidos extracurriculares o desarrollar una visión del área de matemáticas más allá de la que le puedan aportar las clases ordinarias, especialmente desde un punto de vista práctico. Además, plantearé un plan de fomento a la lectura, ya que la propia ley recoge la obligación de desarrollar uno.

Lo primero que debe hacer la programación didáctica es remitirse a los diversos planes y programas desarrollados por el centro con carácter general. A pesar de esto, es el departamento de Matemáticas el que debe crear unos planes específicos sobre su área.

Antes de citar los diferentes planes que desde el departamento se pueden llevar a cabo, es importante analizar de nuevo los alumnos que tenemos: por un lado, estudiantes con poco tiempo y necesidades laborales que atender y, por otro, alumnos ya jubilados donde el tiempo libre y las ganas de aprendizaje son mayores. En base a esto se puede plantear:

- Visita a centros de formación profesional: Si nos centramos en el ámbito de las matemáticas, es interesante que los alumnos con ganas de continuar con su formación conozcan mejor la formación profesional, especialmente aquellas titulaciones más relacionadas con las matemáticas que principalmente serían las tecnológicas. Recordar que este módulo incluye también otros conocimientos científicos y tecnológicos.

- Visita de profesionales al centro: Con el fin de ampliar su conocimiento y visión del mundo laboral se puede plantear a la visita de profesionales del área tecnológica o de otra área que pueda estar relacionado también con al módulo científico-tecnológico. También se podría plantear una visita de los alumno a la propia empresa.

- Participación y seguimiento de desafíos matemáticos no académicos. Se pueden encontrar series de retos y desafíos matemáticos en diversos medios digitales. Por ejemplo, el periódico español EL PAÍS publicó, principalmente durante el año 2011 y en colaboración con la Real Sociedad Matemática Española, una lista de desafíos matemáticos extensa y desde una perspectiva práctica y cotidiana (ver [19]). Este tipo de ejercicios no solo consolidan sus conocimientos matemáticos, son también una fuente de motivación en el área.

## Plan de fomento a la lectura

La lectura es una herramienta básica en el aprendizaje y en la formación del individuo, además de ser la principal vía de acceso al conocimiento y a la cultura. El valor de la lectura es incalculable, es la llave que te permite acceder a la información contenida en los textos y asimilarla de un modo crítico. En la sociedad actual en la que vivimos, donde la sobreexposición a la información está al orden del día, la lectura responsable y selectiva tiene un papel fundamental en la adquisición de nuevo conocimiento que nos aporte valores críticos.

Dada la importancia de la lectura en la formación crítica del individuo la adquisición y consolidación del hábito lector debe ser prioritario dentro de todo centro educativo. Además, debido a la revolución tecnológica que vivimos, es necesario ampliar el concepto de lectura y no asociarlo a exclusivamente a un soporte concreto, sino a cualquiera de los nuevos medios.

Desde el departamento se puede promover medidas como:

- Uno de los puntos de mayor dificultad en los alumnos en la comprensión de los

enunciados. Se promoverá la lectura pausada y atenta de los enunciados, repitiendo la lectura tantas veces como sea posible. Además, cuando sea necesaria una lectura grupal de algún texto un alumno será elegido para hacerlo en voz alta, mientras los demás lo leen en silencio.

- Trabajar con textos científicos sencillos que poder mandar como lectura en casa para que el alumno saque las principales ideas y conclusiones de relevancia científica, además de esquematizar y resumir dichas ideas.

- Actualizar los fondos bibliográficos de la biblioteca del Departamento de Matemáticas y proponer libros de divulgación científica de matemáticas para la biblioteca del centro.

- Usar artículos de periódicos, revistas o libros con datos numéricos o estadísticos para analizar la validez de dichos datos (tablas, gráficas...) y de las conclusiones del artículo.

- Propuesta de lectura de una selección de libros, principalmente de divulgación científica, atractivos para las personas adultas y que toquen temas cotidianos o curiosidades del mundo real. Algunos libros interesantes son:

- *Planilandia: un romance en muchas dimensiones* (Edwin Abbott, 1884).
- *El enigma de Fermat* (Simon Singh, 1997/2015).
- *Los códigos secretos* (Simon Singh, 2000).
- *El andar del borracho: cómo el azar gobierna nuestras vidas* (Leonard Mlodinow, 2010).
- *El hombre anumérico* (John Allen Paulos, 1988).
- *Gödel, Escher, Bach: un Eterno y Grácil Bucle* (Douglas R. Hofstadter, 1979/1995).





# 11 | Evaluación

La evaluación se convierte en la herramienta con la que no sólo valoraremos la consecución de los objetivos marcados, si no que será un reflejo del éxito parcial de nuestra labor como docente. Es precisamente por esto por lo que el docente debe planear un método de evaluación que sea justo y realista con lo que a los alumnos se refiere.

El alumnado que se tiene en el aula presenta una gran variedad de situaciones personales. Con el fin de flexibilizar la evaluación y adaptarse al alumnado planteo dos posibilidades de evaluación.

- **Examen final:** Esta opción, especialmente pensada para aquellos alumnos que no puede mantener una constancia por motivos personales (laborales, familiares...), constan es una única prueba de evaluación al final del curso. Esta prueba evaluará la totalidad de los contenidos del curso, respetando los porcentajes de contenidos de cada área contenidos en cada módulo. En el caso del módulo III, en el que hay 7 bloques en total, cinco de ellos corresponden al área de Matemáticas y dos al área de Física y Química. Previo acuerdo con el otro departamento con el que se comparte este ámbito, el porcentaje de contenidos se puede establecer en 70 por ciento de Matemáticas y 30 por ciento de Física y Química. Si se utiliza el mismo criterio para repartir los porcentajes del resto de módulos se obtiene:

Módulo I	Matemáticas	50 %
	Biología y Geología	35 %
	Tecnología	15 %
Módulo II	Matemáticas	70 %
	Física y Química	30 %
Módulo III	Matemáticas	70 %
	Biología y Geología	30 %
Módulo IV	Matemáticas	70 %
	Física y Química	30 %

Para garantizar la obtención de conocimientos mínimos de todas las partes, el alumno debe sacar al menos un 30 % de la calificación en la parte del examen correspondiente a cada área.

- **Evaluación continua:** Esta opción permite a los alumnos ir eliminando materia, aprobándola por partes. Se plantean tres evaluaciones distribuidas equitativamente en el tiempo (están recogidas en el calendario propuesto). La recuperación de cada evaluación se hace en el examen de la siguiente evaluación, lo cual permite al alumno repasar los contenidos del examen de nuevo y al profesor focalizar en los puntos de mayor necesidad durante un trimestre entero. En el caso de la tercera evaluación no hay examen de recuperación y coincide el día del examen final de junio. Todas estas medidas deben ser acordadas y coordinadas con el departamento encargado de la otra parte del ámbito (en el caso del módulo III del departamento de Biología).

Los instrumentos de evaluación son los medios que permiten al docente obtener la información necesaria para verificar los logros y dificultades del alumnado. Se puede citar dichos instrumentos clasificándolos según el criterio de cuantificación.

#### Indicadores (cuantificables numéricamente)

- Número de errores en la realización de las pruebas o actividades escritas (errores de cálculo, ortografía...)

- Notas de las pruebas de la evaluación continua o final.
- Partes del portfolio presentadas en base a las exigidas por el profesor.
- Número de incidencias en el comportamiento del alumno en clase, incluyendo faltas de asistencia y puntualidad.

#### Evidencias (observables)

- Participación en clase.
- Presentación e interés en la tutorías individuales.
- Trabajo en casa (tareas, aula virtual,...)

Como fuente de motivación y de trabajo con medios tecnológicos añadiré la creación opcional de un portfolio digital cuya calificación será la parte proporcional a un punto adicional en la nota de la evaluación continua (este portfolio debe incluir también los trabajos del área de Biología y Geología, por lo que la nota de cada alumno debe ser acordada con el profesor responsable). Este nota también tendrá en cuenta el trabajo personal realizado en las tutorías a lo largo del curso.

La fórmula de cálculo de la nota de la evaluación continua sería la siguiente:

$$N_F = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{3} + 0,1 \cdot P$$

siendo  $N_i$  la nota del examen del i-ésimo trimestre (o de la recuperación de dicho trimestre, si es mayor) y  $P$  la nota del portfolio. Todas las notas son sobre diez puntos. En el caso de que el alumno no haya optado a la evaluación continua, se deberá presentar al examen de todos los contenidos en junio. En caso de que tampoco aprobase, tendría que presentarse al examen de recuperación en septiembre.



## 12 | Conclusión

A lo largo del trabajo he presentado las particularidades del ESPAD viéndola como una intersección de dos tipos de educación: por un lado, la educación para adultos y, por el otro, la educación a distancia.

En lo que a la *educación para adultos* se refiere, he visto que la diferencia con la ESO es notable especialmente en la variedad del alumnado. Por eso, como he enfatizado a lo largo de todo el trabajo, hacer un análisis inicial y conocer a tu alumnado se convierte en parte crucial.

Respecto a la *educación a distancia*, a lo largo del trabajo se ha planeado la necesidad de la tutorías individuales, especialmente como herramienta de control del avance del alumnos y de sus necesidades. Este tipo de sesiones hacen este tipo de educación muy distinto de lo que he visto hasta ahora en la ESO convencional. Metodológicamente hablando la cantidad de opciones de repaso, control o refuerzo para estas sesiones es enorme.

Justo en el punto intermedio de estas dos partes, se encuentran las TIC, que tienen doble función en este tipo de oferta educativa. Por un lado, facilitan sistemáticamente el ejercicio de la docencia con alumnos a distancia, ya que permiten al alumno tener una interacción casi constante con el profesor y resto de alumnos, en un entorno digital interactivo. Por el otro lado, son la llave del desarrollo de las competencias digitales en la clase, de especial importancia en los adultos como herramientas culturales y sociales.

Por último, la programación no es una herramienta invariante en el tiempo, sino

que debe ir evolucionando en función de múltiples factores: leyes, alumnado, centro y muchos otros que ya he mencionado a lo largo del trabajo. Para ayudar con esta adaptación continua, el docente debe hacer una autoevaluación de la propia programación didáctica y de su uso a lo largo del curso para así poder valorar la herramienta que tiene actualmente en sus manos y encontrar los cambios necesarios en ella. Un ejemplo de herramienta de evaluación puede ser la siguiente:

Aspectos evaluables	Valoración (1-5)	Indicadores
Se ha seguido la programación didáctica estrictamente a lo largo del curso.		
Se han abordado todas las competencias clave en mayor o menor medida.		
Ha dado tiempo a finalizar todos los contenidos planeados.		
El reparto de las horas de cada unidad ha sido adecuado.		
Ha hecho falta o se ha utilizado algún recurso no programado.		
Ha habido alguna medida de atención a la diversidad no recogida.		
Los alumnos han participado activamente en las clases grupales.		
Los alumnos han participado activamente en las tutorías individuales.		
El ambiente en el aula ha sido adecuado y no ha habido incidentes.		
Las tareas ha sido suficientes y han cumplido las expectativas de aprendizaje.		
Las estrategias metodológicas han sido adecuadas en el marco de la educación a distancia.		
Las herramientas de evaluación han sido eficientes y flexibles con los alumnos.		
Los alumnos han quedado satisfechos y motivados al final del curso.		

# Bibliografía

- [1] Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León (2013). *Ámbito científico-tecnológico parte de la colección *Elaboración de materiales didácticos módulos III y IV. Enseñanza Secundaria de Personas Adultas. Currículo Castilla y León**. Recuperado de <https://www.educa.jcyl.es/adultos/es/materiales-recursos/ensenanza-secundaria-personas-adultas/ambito-cientifico-tecnologico/modulo-iii-cientifico-tecnologico>
- [2] Cortadellas Benítez, T. (2016) *Interpretación y clasificación de la demanda cognitiva de actividades matemáticas que involucran a los números fraccionarios y decimales en Educación Primaria*. Revista Números. Vol. 92, pp. 7-19. Recuperado de [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/92/Articulos\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/92/Articulos_01.pdf)
- [3] De Miguel Díaz, M. (2005) *Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias*. Oviedo: Ediciones Universidad de Oviedo.
- [4] I.E.S. Marqués de Lozoya. *Plan de atención a la diversidad*. Cuellar (Segovia). Recuperado de <http://iesmarquesdelozoya.net/pec/planesyproyectos/pad.pdf>
- [5] Grupo Marea Verde. *Apuntes de Matemáticas la Enseñanza Secundaria para Adultos (ESPA)*. Colección de apuntes Marea Verde. Recuperado de <http://apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/PersonasAdultas.htm>
- [6] Real Pérez, M. (2013). *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas*. Materiales para el desarrollo curricular de matemáticas de terce-

- ro de ESO por competencias. Recuperado de [https://personal.us.es/suarez/ficheros/tic\\_matematicas.pdf](https://personal.us.es/suarez/ficheros/tic_matematicas.pdf)
- [7] Rico Romero, L. (2007). *Bases teóricas del currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*. Colección Educación matemática en Secundaria. Madrid: Editorial Síntesis.
- [8] Rico Romero, L. & Lupiañez J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- [9] Rico Romero, L. & Moreno Verdejo A. (2016). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*. Colección Psicología. Sección Pedagogía. Madrid: Ediciones Pirámide.
- [10] Sastre Enjuto, Francisco (2016). *Planificación y elaboración de unidades didácticas de un curso de la E.S.O.* Trabajo fin de máster. Universidad de Valladolid, Valladolid. Recuperado de <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/20887>

## Legislación

- [11] Orden EDU/1259/2008, de 8 de julio, por la que se regula la Enseñanza Secundaria para Personas Adultas en la Comunidad de Castilla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León*. 15 de julio de 2008, num. 135, pp. 14539-14580. Recuperado de <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/orden-edu-1259-2008-8-julio-regula-ensenanza-secundaria-per.ficheros/905469-Decreto%204-2017%2Cde%2023%20de%20marzo.pdf>
- [12] Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 3 de enero de 2015, num. 3, pp. 169-546. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>
- [13] Decreto 4/2017, de 23 de marzo, por el que se establece el currículo específico de la enseñanza secundaria para personas adultas en la Comunidad de Casti-



lla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León*. 27 de marzo de 2017, num. 59, pp. 10785-10951. Recuperado de <http://bocyl.jcyl.es/boletines/2017/03/27/pdf/B0CYL-D-27032017-1.pdf>

- [14] Orden ECD/651/2017, de 5 de julio, por la que se regula la enseñanza básica y su currículo para las personas adultas en modalidad presencial, a distancia y a distancia virtual, en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 8 de julio de 2017, num. 162, pp. 58643-58940. Recuperado de <https://www.boe.es/eli/es/o/2017/07/05/ecd651>
- [15] Orden EDU/487/2017, de 15 de junio, por la que se modifica la Orden EDU/1259/2008, de 8 de julio, por la que se regula la Enseñanza Secundaria para Personas Adultas en la Comunidad de Castilla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León*. 26 de junio de 2017, num. 120, pp. 24992-25002. Recuperado de <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/orden-edu-487-2017-15-junio-modifica-orden-edu-1259-2008-8.ficheros/1082523-B0CYL-D-26062017-1.pdf>

## Webgrafía

- [16] <http://directorio.educa.jcyl.es/es/directorios/centros-espad>
- [17] <https://aulavirtual.educa.jcyl.es/directorio/>
- [18] <https://soymatematicas.com/cuadrados-magicos/>
- [19] [https://elpais.com/sociedad/2011/07/12/actualidad/1310421608\\_850215.html](https://elpais.com/sociedad/2011/07/12/actualidad/1310421608_850215.html)