

ESTUDIO ANALÍTICO-EXPERIMENTAL

DE LA

# INDUCCIÓN Y AUTO-INDUCCIÓN

MAGNETO-ELÉCTRICAS

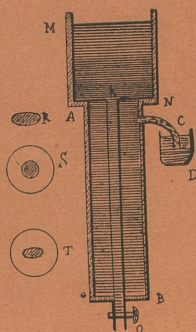
POR

Heliodoro Gallego Armesto

DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

DIPUTADO PROVINCIAL

ENCARGADO DEL CURSO PRÁCTICO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO DE LA UNIVERSIDAD CENTRAL



MADRID

Establecimiento Tipográfico de A. Marzo

Calle de las Pozas, núm. 12.

*VVA. BHSC. LEG. 060-2 n3653*

1901

*3653-leg 60 PR*



ESTUDIO ANALÍTICO-EXPERIMENTAL

DE LA

INDUCCIÓN Y AUTO-INDUCCIÓN MAGNETO-ELECTRICAS

UVA. BHSC. LEG.068/236

U/Bc LEG 60-2 nº3653

HTCA



1>0 0 0 0 2 0 6 2 6 0

El presente trabajo, constituye la tesis doctoral de su autor, juzgada por los Catedráticos de la Universidad Central

D. Francisco de P. Rojas.

„ Eduardo León y Ortiz.

„ Eduardo Lozano.

„ Luis Octavio de Toledo.

„ Faustino Archilla.

Verificado el ejercicio oral el día 25 de Junio de 1901, obtuvo la calificación de Aprobado.

ESTUDIO ANALÍTICO-EXPERIMENTAL

DE LA

# INDUCCIÓN Y AUTO-INDUCCIÓN

MAGNETO-ELECTRICAS

POR

Heliodoro Gallego Armesto

DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

DIPUTADO PROVINCIAL

ENCARGADO DEL CURSO PRÁCTICO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO EN LA UNIVERSIDAD CENTRAL



MADRID

Establecimiento Tipográfico, de A. Marzo

Calle de las Pozas, núm. 12.

UVA. BHS60.FEG.060:2 n3653

# INDUCCIÓN Y AUTO-INDUCCIÓN

MAGNETO-ELECTRICAS

Se vende esta obra, al precio de 2,50 pesetas, en todas las buenas librerías.

UVA. BHSC. LEG.060-2 n3653

## PREFACIO

---

El más bello y fecundo de cuantos descubrimientos han dado ilustre renombre á Faraday, es, sin duda alguna, el de las corrientes inducidas.

En 1831 describió este físico un hecho, por demás notable, cual es, que siempre que circula por un hilo metálico una corriente eléctrica, desarrolla en un circuito próximo, separado del primero por una substancia aisladora y paralelo á él, otra corriente. Acusa la presencia de ésta, la desviación de la aguja de un galvanómetro introducido en el segundo circuito, que por su dirección nos dice, además, que es de sentido contrario á la que la produce por su influencia. Cesa muy pronto esta corriente, aun cuando siga circulando la que le da origen; pero tan pronto como interrumpimos ésta, se produce otra también instantánea y de sentido inverso á la primera. Denominó Faraday *corrientes inducidas* ó *corrientes de inducción* á las así originadas, creando la rama de la electricidad dinámica conocida con el nombre de *inducción*, cuyo estudio es de los más importantes de la electrodinámica, tanto por los curiosos hechos que pone de manifiesto, como por las felicísimas aplicaciones á que dan lugar.

Reconoció también la producción de corrientes inducidas en los circuitos cerrados que se mueven en la proximidad de otras corrientes ó de imanes, y precisó su dirección.

Tiene en su historia este descubrimiento bastante analogía con el de Ørsted, pues así como encontró este sabio las acciones electromagnéticas buscando la influencia que la electricidad pudiera tener sobre la aguja imantada, así también descubrió Faraday la inducción voltaica instantánea, tratando de inquirir la existencia de la permanente, que ya habían hecho presuponer diez años antes las experiencias de Ampère.

Pareciéndonos curioso dar á conocer la forma en que tuvo lugar este descubrimiento, veamos lo que acerca de él dice Tyndall:

UVA. BHSC. LEG.060-2.n3653

«Faraday dió principio á sus experimentos sobre la inducción de las corrientes eléctricas haciendo una hélice con dos hilos aislados, los cuales enrolló paralelamente uno sobre otro en un mismo cilindro de madera. En seguida empalmó los extremos de uno de dichos hilos á los polos de una pila de diez elementos, y los extremos del otro á un galvanómetro muy sensible. Cuando quedó establecida la comunicación con la pila y circuló la corriente, no se notó efecto alguno en el galvanómetro; pero Faraday no se daba por satisfecho con un resultado hasta haber consumido en él toda su fuerza de voluntad. Aumentó los elementos de 10 hasta 20, pero sin éxito. La corriente circulaba tranquilamente por el hilo del circuito, sin producir á su paso ninguna desviación en la aguja del galvanómetro.

»*¡A su paso!* Precisamente durante este período esperaba obtener el efecto buscado. Pero la potencia de visión lateral de Faraday, que le permitió observar fuera de la línea de mira, vino en su auxilio, y el ilustre físico notó que la aguja hacía un ligero movimiento siempre que cerraba el circuito, que volvía en seguida á su posición de equilibrio y se mantenía tranquila, sin que influyese en ella la corriente que pasaba. Pero en el momento en que se rompía el circuito, la aguja se movía de nuevo, si quiera fuese entonces en dirección opuesta á la de la desviación observada al cerrar el circuito.

»Estos resultados y otros análogos le indujeron á deducir que al atravesar la corriente de la pila el primer hilo debía engendrar en el segundo una corriente semejante, la cual sólo duraba un momento, pareciéndose más en su naturaleza á la onda eléctrica emanada de una botella de Leyden ordinaria, que á la corriente de la pila.» (Tyndall. *Faraday inventor.*)

Estos preciosos descubrimientos han sido ligados después á los fenómenos electromagnéticos, de los que parecían desde luego independientes.

Constituyen los fenómenos de inducción una demostración de la conversión de la energía mecánica en eléctrica. Las investigaciones experimentales de Lenz hicieron dar un notabilísimo avance en su estudio. Descubrió este físico que las corrientes originadas por el movimiento de un circuito en un campo magnético se producen en dirección tal, que por su acción electromagnética tienden á parar el movimiento que les da vida. Por una feliz aplicación del principio de la conservación de la energía, establecieron más tarde Helmholtz y Thomson la reciprocidad de ambas clases de fenómenos y su relación numérica. Y á partir de este instante se completa el conocimiento de los más importantes hechos, traduciendo-



los en fórmulas matemáticas que los sintetizan con su algoritmo y dan su exacta medida.

---

Vamos á reseñar en este modestísimo trabajo, procurando hermanar con la sencillez la claridad, los principales hechos con que pueden comprobarse estos fenómenos, y para abarcarlos mejor en su exposición, trataremos de hacerlo de un modo sintético, estudiando el principio general de la inducción y aplicándolo luego á los casos particulares, con lo que creemos puede hacerse un *discurso* que satisfaga el cumplimiento de un ineludible deber para quien, cual yo, aspira—aunque inmerecidamente, por carecer de méritos y conocimientos propios suficientes—á la investidura de *Doctor*.



# PRIMERA PARTE

## INDUCCIÓN EN LOS CIRCUITOS LINEALES

### § 1.

#### Caso de las corrientes constantes.

*Siempre que hay intersección entre las líneas de fuerza de un campo magnético y la masa de un conductor, nace en éste una corriente eléctrica.*

En efecto; sabemos que bajo la acción de una corriente fija, un polo Norte gira por la acción de una fuerza; si suprimimos la corriente, el polo quedará quieto; pero si con nuestra fuerza muscular le obligamos á que gire en el mismo sentido que lo hacía antes, observamos que el polo se resiste al movimiento y veremos nacer en el hilo una *fuerza electromotriz*, fuerza que llamaremos inversa, por ser contraria á la que antes existía en el hilo, y que originará en éste una corriente si forma circuito cerrado.

Si en lugar de hacer girar el polo dejamos éste quieto y hacemos girar el trozo del circuito, los resultados serán idénticos. El esfuerzo muscular que tenemos que hacer para mover el alambre, esfuerzo innecesario si aquél no estuviese en un campo magnético, es el que se transforma en esa energía eléctrica que, bajo forma de corriente, aparece en el circuito. Para producir una corriente en un circuito, basta pues, una vez en presencia de un campo magnético, mover el circuito ó mover el polo productor del campo. En el primer caso, la traslación del conductor se verifica á través de las líneas de fuerza del campo; y en el segundo, el movimiento del campo se hace cortando sus líneas de fuerza al conductor.

Las corrientes inducidas son, pues, provocadas por quedar el circuito

inducido en el campo y ejercer las líneas de fuerza de éste la orientación de las corrientes elementales de aquél. No es preciso mover el inductor ó el inducido; pues aun en el caso de estar ambos en reposo, se produce la corriente por una variación en la intensidad del campo; porque al aumentar la intensidad del campo magnético, fluyen sus líneas de fuerza y encuentran al conductor á manera de ondas sucesivas, como las producidas por la alteración cada vez más profunda de la superficie de nivel de un líquido.

Con objeto de comprobar experimentalmente lo que acabamos de decir, tomemos un conductor de corrientes en condiciones tales, que la intensidad que lo anime sea constante moviéndose en un campo magnético. Para realizar estas condiciones, tomemos un conductor móvil rectangular alrededor de un eje vertical y coloquémosle formando parte de un circuito que contenga una brújula de tangentes y una pila bastante potente.

Observaremos, que la parte móvil empieza á girar, y su rotación, al principio acelerada, se convierte bien pronto en uniforme, produciéndose un trabajo absorbido por los rozamientos ó utilizable al exterior. Ahora bien; la brújula nos dice que la corriente permanece perfectamente constante desde que el movimiento es uniforme. La intensidad de la corriente aumenta si la velocidad disminuye y, por el contrario, disminuye cuando la velocidad aumenta. Por último, si á merced de una energía extraña obligamos al conductor á moverse en sentido contrario al de la acción electromagnética, la intensidad de la corriente aumenta hasta ser mayor de la que tendría estando el conductor parado, y si aún obligamos á aquél á seguir girando con mayor velocidad de rotación, podemos hacer la intensidad de la corriente tan grande como queramos; es más, podemos suprimir en absoluto la pila, y si hacemos entonces girar la parte móvil con movimiento uniforme, la aguja se desvía en un cierto sentido y acusa una corriente constante en el circuito. La intensidad de esta corriente aumenta con la velocidad de rotación, y su sentido es tal, que tendería, si obrase sola, á mover la parte móvil en sentido opuesto al de la rotación.

No es posible dejar de ver en estas experiencias la existencia de fuerzas electromotrices correlativas del movimiento; estas fuerzas son las *fuerzas electromotrices de inducción*. Un estudio sumario de lo que acabamos de decir, bastaría para poder precisar ya lo que las necesarias medidas del trabajo mecánico y de la intensidad revelarían. Encontraríamos: Que la fuerza electromotriz de inducción desarrollada en un aparato de-

pende solamente de la velocidad y del sentido de la rotación; es independiente de la fuerza electromotriz de las pilas que entretienen la corriente y de la resistencia total del circuito. En aparatos diferentes varía con las dimensiones de la parte móvil y varía también con la intensidad del campo magnético en que se mueve.

Veríamos también, que la fuerza electromotriz de inducción es proporcional á la cantidad de trabajo mecánico puesto en juego en la unidad de tiempo; que es negativa, cuando el aparato es un manantial de trabajo, es decir, cuando se verifica en el mismo sentido de las acciones electromagnéticas, y positiva, cuando aquél es un productor de electricidad, ó sea cuando el movimiento es contrario al producido por las acciones electromagnéticas, ó, como dice la ley de Lenz: que la inducción se verifica siempre en un sentido tal, que tiende á parar el movimiento.

El experimento anterior constituye el fundamento de todas las máquinas dinamoeléctricas, reducidas en su esencia á un hilo, formando parte de un circuito cerrado, á cuyo hilo y mediante una energía cualquiera (fuerza muscular, caída de agua, etc.), obligamos á moverse cortando las líneas de fuerza de un campo magnético.

## § 2.

### Aplicación del principio de la conservación de la energía.

#### Ley de Lenz.

Vamos á ver ahora cómo, con el auxilio del cálculo, nos damos cuenta de los fenómenos anotados en el párrafo anterior.

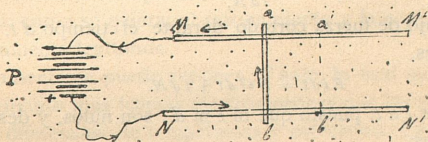


FIG. 1.<sup>a</sup>

Consideremos un campo magnético tal, que sus líneas de fuerza sean perpendiculares al plano del papel y se dirijan hacia los ojos del lector, y dentro de ese campo un circuito formado por una pila  $P$  (fig. 1.<sup>a</sup>), unida

á dos gruesas barras conductoras  $MM'$  y  $NN'$ , horizontales y paralelas entre sí, sobre las que descansa un alambre conductor  $ab$  recto. Suponemos además, que la resistencia de las dos barras es despreciable, comparada con la de la parte del circuito  $MPN$ ; de modo que, cualquiera que sea la posición de  $ab$ , la resistencia del circuito total sea siempre la misma; la de la parte  $MPN$ .

Evitemos que el conductor  $ab$  se mueva, sujetándolo convenientemente. Sea  $E$  la fuerza electromotriz de la pila que produce la corriente;  $I$  la intensidad constante en esta situación;  $R$  la resistencia total del circuito que la corriente recorre. En un tiempo infinitamente pequeño,  $dt$ , la energía química de la pila, ó sea el trabajo eléctrico producido por la fuerza electromotriz  $E$ ; vale, según sabemos,

$$E I dt.$$

Como toda esa energía de la pila se ha empleado en calentar las resistencias, transformándose en calor en el circuito, y ese calor vale, según la ley de Joule,

$$R I^2 dt,$$

en virtud de la ley de la conservación de la energía, tenemos

$$E I dt = R I^2 dt.$$

Supongamos que dejamos libre el conductor  $ab$ , el cual, por estar en un campo magnético, se moverá pasando en un tiempo  $dt$  de la posición  $ab$  á otra infinitamente próxima  $a'b'$ , y como en su movimiento encuentra las líneas de fuerza del campo, es claro que supone un trabajo realizado por la pila; esto ocasiona una disminución de la intensidad de la corriente. Sea  $i$  esta nueva intensidad y establezcamos la ecuación de la conservación de la energía, recordando que este nuevo trabajo es igual á

$$i dN,$$

siendo  $dN$  el flujo de fuerza cortado durante el tiempo  $dt$ . La nueva ecuación será, pues,

$$E i dt = R i^2 dt + i dN.$$

Dividiendo por  $i dt$ , puesto que ni  $i$  ni  $dt$  son nulos, y despejando el valor de  $i$ , tenemos:

$$i = \frac{E - \frac{dN}{dt}}{R}.$$

Lo primero que se hace patente al observar esta fórmula, es que la disminución sufrida por el valor de  $I$  se debe al término sustractivo  $\frac{dN}{dt}$ , término cuyo valor es finito. El valor de la intensidad es el que

daría ahora en el circuito, en virtud de la ley de Ohm, una fuerza electromotriz  $E - \frac{dN}{dt}$ ; luego el término  $\frac{dN}{dt}$  *no puede ser otra cosa que una fuerza electromotriz*; es decir, que las cosas pasan como si el movimiento del conductor *a b* hiciera nacer en el circuito una fuerza electromotriz, cuyo valor absoluto es

$$e = \frac{dN}{dt},$$

que en nuestro caso es contraria á la de la pila, y la cual es negativa si  $dN$  es positivo; es decir, si se produce trabajo disponible exteriormente; en otros términos: *si el aparato electromagnético es un manantial de trabajo mecánico*. La fuerza electromotriz  $e$  obra entonces debilitando la corriente, y, por consiguiente, para detener el movimiento. (*Ley de Lenz.*)

Se puede también suponer  $dN$  negativo; entonces es preciso tomar trabajo de un manantial exterior para entretenir el movimiento, que se efectúa en sentido inverso de las acciones electromagnéticas. La fuerza electromotriz  $e = -\frac{dN}{dt}$  es positiva, es decir, que obra aumentando la intensidad de la corriente, y, por consiguiente, para detener el movimiento. (*Ley de Lenz.*)

En el segundo caso, *el conjunto electromagnético es un manantial de electricidad*. Vemos así que los aparatos de esta especie son esencialmente reversibles. Esta preciosa propiedad no ha sido descubierta hasta hace un corto número de años; la encontraremos en todos los motores eléctricos, cualquiera que sea su mecanismo.

El valor de la fuerza electromotriz  $e$  de inducción dado por la fórmula, es perfectamente independiente de  $E$ . Se puede entonces suponer  $E$  tan pequeño como se quiera; el razonamiento y la conclusión permanecerán perfectamente legítimos.

Prácticamente se puede suponer  $E$  nulo, lo cual quiere decir que no hay en el circuito más fuerzas electromotrices que las que resultan de las inevitables diferencias de temperatura y estructura. La inducción subsistirá siempre; el valor de  $\frac{dN}{dt}$  correspondiente no se habrá alterado. Todas estas conclusiones de la teoría están en perfecto acuerdo con la experiencia.

En efecto; si quitamos la pila y la substituímos por un galvanómetro, moviendo con rapidez el conductor, veremos que nace una corriente inducida, y al mismo tiempo, notaremos una resistencia que se opone al movi-

miento, lo mismo cuando lo verificamos en un sentido como en el opuesto; esto es, variando el flujo que corta el circuito.

El trabajo que hacemos al pasar el conductor de la posición  $ab$  á la  $a'b'$ , ya sabemos que vale

$$i dN.$$

Este trabajo es el que toma en el circuito la forma de fuerza electromotriz ó energía eléctrica, produciéndose la *corriente inducida*. La ecuación de la conservación de la energía, nos dará en este caso

$$R i^2 dt = i dN,$$

de donde deducimos, para intensidad de esa corriente

$$i = \frac{\frac{dN}{dt}}{R};$$

el sentido de esta corriente es tal, que su dirección es de sentido contrario al trabajo, si  $dN$  es positivo, del mismo sentido, si  $dN$  es negativo.

La expresión  $\frac{dN}{dt}$ , ó sea la variación del flujo con relación al tiempo, en que esta variación tiene lugar, se denomina fuerza electromotriz de inducción.

Observemos, en fin, que el valor numérico de la fuerza electromotriz  $e = \frac{dN}{dt}$ , es el del trabajo electromagnético por segundo, referido á la unidad de intensidad de la corriente; es, pues, proporcional al trabajo electromagnético; es decir, en los aparatos que hemos estudiado, proporcional á la intensidad magnética media del campo en que se mueve el conductor móvil, y proporcional á la velocidad del desplazamiento. Esto es también lo que prueban las experiencias indicadas más arriba.

El signo de  $\frac{dN}{dt}$ , y por tanto, el de la corriente de inducción, cambia con la variación del flujo, que puede ser de aumento ó disminución, y también cambia con la dirección de las líneas de fuerza. He aquí la regla para conocer el sentido de la corriente inducida: *Colóquese el observador mirando aquella cara del circuito, por donde salen las líneas de fuerza del campo. Si el flujo que pasa por el circuito aumenta, verá que la corriente circula en el sentido de las agujas de un reloj; si, por el contrario, el flujo que atraviesa el circuito disminuye, la corriente circulará en sentido inverso á aquél, según lo hacen las agujas del reloj. Si no hay variación en el flujo, no habrá fuerza electromotriz de inducción, ni por consecuencia, corriente.*

Conviene recordar aquí, que el sentido de las líneas de fuerza es aquel que tomaría un polo Norte libre.



Se ha convenido en poner siempre el signo *menos* á la expresi3n de la fuerza electromotriz de inducci3n. As3, cuando  $dN$  es positivo, el signo *menos* indica que la fuerza electromotriz es negativa, y cuando  $dN$  es negativo, 3 sea, cuando hay disminuci3n de flujo,  $\frac{dN}{dt}$  es positivo, precisamente por llevar delante el signo *menos*.

El fen3meno que acabamos de explicar, 3 sea, que en un alambre que forma un circuito cerrado se produce una corriente inducida siempre que hay variaci3n en el flujo que lo atraviesa, es el m3s importante de la ciencia, y no solamente sirve de fundamento á las dinamos, como ya dejamos dicho, sino que á su aplicaci3n debem3s los maravillosos aparatos llamados á transformar el modo de vivir, as3 en la ciudad como en el campo.

Lo mismo da para hacer variar el flujo que atraviesa el circuito, que movamos 3ste á trav3s de las l3neas del campo, como que aqu3llas se muevan con relaci3n al circuito, que haya 3 no trabajo de las acciones electromagn3ticas; es decir, que haya 3 no variaci3n en su punto de aplicaci3n; cada elemento del circuito que en un tiempo  $dt$  corta un n3mero de l3neas de fuerza  $dN$ , es asiento de una fuerza electromotriz

$$e = \frac{dN}{dt}.$$

Lo necesario, lo esencial, es que var3e el flujo que atraviesa el circuito, bien aumentando 3 disminuyendo. Se podr3, pues, tambi3n producir la corriente inducida por deformaci3n del circuito; puesto que, al variar la forma del alambre, puede producir una variaci3n en el flujo que lo atraviesa.

Todas estas fuerzas electromotrices se suman algebraicamente, ni m3s ni menos que si fueran elementos de pila, colocados unos á continuaci3n de otros, y como la suma de todas las l3neas de fuerza cortadas por los elementos del circuito es igual á la variaci3n  $dN$  de todas las que atraviesan 3ste, el valor de la fuerza electromotriz resulta en cada instante

$$e = \frac{dN}{dt}.$$

Si el alambre que movemos en un campo magn3tico, de modo que corte las l3neas de fuerza, no forma un circuito cerrado, claro es que no existir3 corriente; pero tendremos un caso an3logo al de una pila en circuito abierto, pues se produce la fuerza electromotriz de inducci3n, que se manifiesta en sus extremos, hasta dar en ellos una diferencia de potenciales, igual á la suma de las fuerzas electromotrices elementales, y valdr3 tambi3n

$$\frac{dN}{dt},$$

siendo  $dN$  el flujo cortado por el alambre recto durante el tiempo  $dt$ .

*Otra forma de la expresión de la fuerza electromotriz de inducción.*— Consideremos de nuevo la figura, en el caso que, quitada la pila, cerramos el circuito, poniendo en el lugar de ella un galvanómetro. Fijémonos en que el flujo que llamamos  $dN$ , es el que pasa por el rectángulo  $ab a' b'$ , que es igual, según sabemos, á la intensidad  $c$  del campo magnético, por el área de dicho rectángulo. El área del rectángulo es igual al producto de la longitud  $l$  del hilo inducido  $ab$  por el camino recorrido  $aa'$ . Y este camino, es á su vez, igual al producto de la velocidad  $v$  del conductor, por el tiempo  $dt$  que tarda en andarlo. Luego tenemos la igualdad

$$dN = c \times l \times v \times dt.$$

Luego la fuerza electromotriz  $e$  de inducción será:

$$-\frac{dN}{dt} = c l v \quad (1)$$

que nos dice: la fuerza electromotriz de inducción, es proporcional á la intensidad  $c$  del campo magnético, á la longitud del hilo inducido y á la velocidad con que movamos éste, todo lo cual expresa de un golpe la expresión

$$\frac{dN}{dt}.$$

Hemos supuesto hasta aquí, por ser el caso más favorable para la inducción, que el elemento  $dl$  del alambre inducido, corta normalmente á las líneas de fuerza, y se mueve en una dirección perpendicular al plano *de terminado, en cada momento, por dicho alambre, y las líneas de fuerza que corta*; sin embargo, la inducción se verifica en el *corte oblicuo, y únicamente deja de existir, cuando el alambre se mueve siguiendo la dirección de una línea de fuerza, ó sea, cuando no hay corte entre ambos*, que es de donde procede la fuerza electromotriz de inducción. Si el elemento de alambre forma con las líneas de fuerza un ángulo dado, el segundo miembro de la igualdad (1) debe ir multiplicado por el seno de aquel ángulo. Si además, no se mueve en dirección perpendicular al plano que determina con las líneas, deberá multiplicarse también, dicho segundo miembro, por el coseno del ángulo, que la perpendicular á aquel plano forme con la dirección del movimiento.

En un circuito que se mueve en un campo magnético, habrá elementos que produzcan fuerza electromotriz en sentido contrario á la producida por otros; la resultante será la suma algebraica de todas estas fuerzas electromotrices, lo que sintetiza la fórmula de Maxwell

$$-\frac{dN}{dt},$$

UVA. BHSC. LEG. 060-2 n3653

que en términos matemáticos nos dice, que la fuerza electromotriz es igual y de signo contrario á la derivada del flujo de fuerza con relación al tiempo.

Se generaliza esta fórmula, aplicando lo antes expuesto, primero á un circuito rectangular, y luego á uno curvilíneo cualquiera, al que substituímos por una línea quebrada, cuyos elementos sean alternativamente perpendiculares y paralelos á la dirección del movimiento.

### § 3

#### Caso de corrientes variables.

En el caso general en que un conductor sufre un desplazamiento cualquiera en un campo magnético dado, la corriente que atraviesa el conductor sufre variaciones por efecto de la naturaleza del campo, y por las condiciones del movimiento, pudiéndose decir, que su estado refleja todas las circunstancias que acompañan su origen. Vamos á comprobar experimentalmente que la ley de Lenz se aplica siempre.

1.º Faraday disponía dos hilos paralelos en una gran extensión, uno de los cuales se cerraba sobre un galvanómetro, y el otro sobre una pila. Formaba el primero el circuito inducido, y obraba el segundo de circuito inductor.

Ínterin permanecían inmóviles ambos, no se manifestaba fenómeno alguno en el inducido. Pero en el momento que se aproximaba vivamente el uno al otro, recibía una impulsión la aguja del galvanómetro, revelando la existencia en el inducido de una corriente, cuya dirección era contraria á la de la inductora. Cuando se alejaban el hilo inducido y el inductor, la corriente, cuya presencia en el inducido descubría el galvanómetro, era de sentido opuesto á la anterior, ó sea, de sentido igual á la inductora. Ambas corrientes eran casi instantáneas, pues la aguja volvía muy pronto á la posición inicial.

Para obtener corrientes inducidas algo intensas, es preciso hacer que los hilos inductor é inducido sean paralelos en una gran extensión. Se consigue esto, substituyendo los hilos rectilíneos de la experiencia de Faraday, por carretes huecos de cartón ó madera, sobre los cuales se arrojan los hilos convenientemente aislados por una cubierta de seda ó algodón, lo que permite hacer más largas las partes activas cuando uno de ellos se introduce en el otro, exagerando así los efectos.

Tomemos dos de estos carretes, uno formado de un alambre delgado y largo (de 100 metros para arriba), y otro más pequeño, para que pueda entrar en el anterior, y de hilo más grueso y más corto. Los extremos de dichos hilos van á parar á dos botones fijos en la base de los carretes, mediante los cuales ponemos el primero, que va á ser el hilo inducido, en comunicación con un galvanómetro, y el segundo con una pila.

Basta aproximar uno á otro, lo que se hace introduciendo brusca-mente el carrete inductor en el inducido, para notar en la aguja del gal- vanómetro una desviación que, por su dirección, nos indica la producción en el hilo inducido de una corriente, cuyo sentido es contrario al de la inductora.

Pasado el primer momento cesa, volviendo la aguja al cero donde permanece todo el tiempo que el carrete pequeño está dentro del grande; mas al sacarlo de pronto, vuelve á desviarse la aguja, pero no en el sen- tido que lo hizo antes, sino en sentido contrario, lo que nos prueba que la extracción del carrete inductor ocasiona en el inducido la producción de una corriente *directa*, ó sea, de la misma dirección que la suya; inme- diatamente, la aguja vuelve al cero.

Si en vez de meter y sacar el carrete inductor con rapidez, se acerca ó aleja con lentitud, la aguja acusa una corriente menos intensa que antes, y tanto menor, cuanto mayor sea la lentitud con que procedamos en la experiencia, ó lo que es lo mismo, cuanto mayor es la duración de la acción inductora.

De estas experiencias dedujo Faraday la siguiente ley:

*Una corriente que se aproxima, hace nacer en un circuito próximo, una corriente inversa. Una corriente que se aleja, hace nacer una corriente di- recta.*

Lenz hizo observar que el trabajo electrodinámico correspondiente al movimiento es tal, que en ambos casos tiende á pararse, porque la cor- riente inducida durante la aproximación, paralela y de sentido contra- rio á la inductora, la repele, en virtud de la ley de Ampère, y en el caso de la separación, por ser de igual sentido, se atraen. Tal es el origen his- tórico de la ley de Lenz.

2.º Faraday disponía un carrete hueco de un solo alambre de 200 á 300 metros de largo, en el cual se pudiese introducir una barra imantada. En el momento de verificarse la introducción de la barra, el galvanóme- tro acusaba la presencia en el hilo del carrete de una corriente inducida de sentido contrario á la del solenoide electromagnético equivalente al imán. Al extraerla ~~bruscamente, señalaba el galvanómetro una corriente de~~

igual sentido que la del solenoide equivalente al imán, é instantánea como la anterior.

Al reproducir estas experiencias, no debe echarse en olvido que su éxito depende de la rapidez; pues si se acerca ó aleja el imán lentamente, la aguja del galvanómetro queda inmóvil.

Si se introduce el otro extremo de la barra, cambia el sentido de las corrientes, sentido que está determinado por el siguiente enunciado debido á Faraday:

*Si aproximamos á un circuito un imán, desarrolla en él una corriente inducida de sentido contrario á la del solenoide electromagnético equivalente al imán. Cuando lo alejamos, desarrolla una corriente del mismo sentido.*

Este enunciado, queda como el anterior, comprendido en la ley de Lenz.

Se comprueba experimentalmente por las desviaciones del galvanómetro, que la corriente inducida correspondiente á un desplazamiento dado, transporta una cantidad de electricidad  $Q$ , que está en razón inversa de la resistencia  $r$  del circuito inducido.

Las dos corrientes inducidas inversas, que corresponden al mismo desplazamiento ejecutado en sentidos contrarios, transportan igual cantidad de electricidad. Esta cantidad es independiente de la velocidad y circunstancias del movimiento; pero depende del estado inicial y del estado final, es proporcional á la intensidad de la corriente inductora, y más generalmente, á la intensidad media del campo en la región considerada. Más adelante veremos cuál es su valor.

Siendo  $i$  la intensidad de la corriente inducida, en un momento cualquiera, y  $e$  la fuerza electromotriz de inducción correspondiente, la cantidad de electricidad correspondiente á esa intensidad es

$$i \times t,$$

puesto que  $i$  es, por definición, la que circula en un segundo. Mas como la corriente varía en cada instante, tenemos que buscar la cantidad de electricidad correspondiente á cada instante de tiempo infinitamente pequeño  $dt$ , y verificar luego la suma de todos los términos

$$i \times dt,$$

con lo que obtendremos la ecuación,

$$Q = \int_0^t i dt = \frac{t}{r} \int_0^t e dt.$$

1.º Puesto que la experiencia prueba que  $Q$  depende de  $R$ , la fuerza electromotriz  $E$  de inducción, resulta independiente de la resistencia del circuito inducido.

2.º Consideremos un desplazamiento cualquiera infinitamente pequeño; siendo  $Q$  independiente de la velocidad, y por lo tanto de  $dt$ , es preciso que  $e$ , esté en razón inversa de  $dt$ . *La fuerza electromotriz de inducción, es entonces proporcional á la velocidad.*

3.º Consideremos además, que si una corriente recorre el hilo inducido, su movimiento lleva consigo la producción de un trabajo electromagnético, que en cada momento será proporcional á la intensidad del campo y á la velocidad con que movamos el hilo inducido.

De este modo nos vemos conducidos á considerar que, la relación antes demostrada para las corrientes constantes, es aplicable al caso que consideramos, en el cual debe haber en cada momento igualdad numérica entre la cantidad de electricidad inducida, y la de trabajo producido referido á la unidad de corriente y á la de tiempo. Estas dos cantidades son de signo contrario, de acuerdo con la ley de Lenz.

Siendo así, la fuerza electromotriz inducida durante el tiempo  $dt$ , referida á la unidad de corriente y á la unidad de tiempo, es

$$e = - \frac{dN}{dt},$$

y la corriente

$$i = \frac{dN}{r},$$

de donde

$$i dt = - \frac{dN}{r},$$

y como  $i dt$  es la cantidad de electricidad inducida durante el tiempo  $dt$ , tenemos

$$dQ = i dt = - \frac{dN}{r}.$$

é integrando

$$Q = \frac{r}{r} \int_0^t - dN = \frac{r}{r} (N_0 - N).$$

La cantidad de electricidad inducida es, pues, igual á la variación de  $N$  cambiada de signo, ó sea, al incremento total del flujo de fuerza dividida por  $r$ ; es, pues, independiente de las condiciones del movimiento, y sólo depende del estado inicial y del estado final conforme á los resultados de la experiencia.

## § 4.

### Experiencias de Faraday.

Recordemos el primero de los experimentos de Faraday tratado en el párrafo anterior y coloquemos un interruptor en el circuito de la pila. Mientras la corriente que circula por el inductor no varíe de intensidad, la aguja del galvanómetro que forma parte del circuito, permanece quieta. Pero en el momento de interrumpir la corriente inductora, la aguja del galvanómetro recibe una brusca impulsión, indicándonos la presencia en el hilo inducido, de una corriente de igual sentido que la inductora, pues la desviación de la aguja, tiene lugar en la misma dirección en que la mueve la corriente de la pila. Diremos, pues, que por el hilo inducido pasa una corriente inducida *directa*; pero la aguja, al cabo de algunas oscilaciones, vuelve de nuevo á su posición primitiva, lo cual nos manifiesta que la inducida es instantánea. Si después de quedar en reposo la aguja, ó sea, al estar en el cero, donde la supondremos al empezar las experiencias, restablecemos la corriente de la pila, sufre aquélla en seguida otra impulsión, pero en sentido contrario de la anterior; luego, por el hilo inducido, circula una corriente de sentido contrario á la corriente inductora, corriente que es también instantánea, por cuanto la aguja vuelve en seguida al cero, aun cuando continúe circulando la inductora.

Para verificar estas experiencias, se substituyen los hilos rectilíneos por carretes, lo mismo que en el párrafo anterior, haciéndolo ahora en forma tal, que sea fácil establecer ó interrumpir la corriente de la pila en el inductor. Un medio fácil de conseguir esto, consiste en intercalar una capsulita con mercurio en una de las espiras de alambre que ponen en comunicación uno de los extremos del inductor con el correspondiente reóforo de la pila; dividida así en dos la espiral por la capsula, se introduce un extremo, y el otro se introduce también ó se extrae, según queramos establecer la corriente ó interrumpirla; todavía más sencillo que esto, es manejar una de las espiras con la mano.

La explicación de las corrientes inducidas originadas por interrumpir ó establecer la inductora, resulta sencilla, una vez conocido el principio general de la inducción.

Al establecerse la corriente inductora, crea alrededor de sí un campo magnético, y si dentro de él está el inducido, resulta que es cortado por el ensanchamiento de las líneas de fuerza de aquel campo. La instantanei-

dad se debe, á que cesando al llegar al régimen permanente la inductora, el ensanche de las líneas de fuerza de su campo magnético, no hay movimiento relativo de éste y el inducido, ó sea, corte de las líneas de fuerza, y como consecuencia, no hay inducción. Al interrumpir la inductora cesa de existir su campo, replegándose sus líneas de fuerza sobre el inductor, y cortando en este movimiento al inducido, originan en él la nueva corriente inducida.

Pueden compararse estos fenómenos á los de la electricidad estática, conocidos bajo el nombre de electrización por influencia, considerándolos como el resultado de la descomposición y recomposición, de molécula á molécula, de la electricidad neutra del alambre inducido, bajo la influencia de la que circula por el inductor.

Esta teoría de las corrientes inducidas, es la adoptada por el señor de la Rive.

Atribúase antes el origen de la corriente inversa, á que mediante la inductora, se desarrollaba en el hilo inducido un estado eléctrico particular, que se manifiesta por un estado eléctrico también, que es la corriente inducida. Y la producción de la directa, diciendo que el inducido pierde el estado eléctrico antes adquirido, lo que origina un movimiento inverso del anterior.

En resumen: entre dos alambres próximos, por uno de los cuales circula una corriente eléctrica, hay inducción, cuando ésta se establece; la corriente inducida dura el tiempo que la inductora tarda en llegar al régimen permanente; también hay inducción, cuando cesa la inductora, siendo la dirección de la corriente inducida así originada, la que determina el enunciado siguiente debido á Faraday:

*Una corriente que empieza, produce en un circuito inmediato otra corriente inducida de sentido contrario; toda corriente que cesa, origina otra de su mismo sentido.*

En vez de establecer ó interrumpir la corriente inductora, hagamos variar su intensidad, para lo cual, estableceremos comunicación entre dos puntos intermedios del inductor, mediante un hilo de derivación. En el momento de establecer esta derivación, la aguja del galvanómetro nos indica, por su desviación, la preseneia en el circuito inducido de una corriente del mismo sentido que la inductora. Al quitar la derivación, se produce otra en sentido contrario á la inductora; ambas son instantáneas.

Puede hacerse esto mismo, substituyendo la derivación por un reóstato que introducido en el circuito inductor, nos permite hacer variar rápidamente su resistencia, y por lo tanto, la intensidad de la corriente; lo que



equivale á introducir nuevos flujos en un caso, ó repliegues y estrechamientos de líneas de fuerza en el campo de la inductora, y de aquí el hecho de inducción.

Análogos efectos se observan, si introduciendo en el carrete inducido un imán, hacemos variar su intensidad, pues todo aumento de ella, produce una corriente inversa; y toda disminución una directa.

También puede comprobarse la acción inductora de los imanes, mediante el siguiente experimento: Introdúzcase dentro del carrete inducido un manajo de alambres de hierro dulce ó un cilindro ó barra de dicho metal; en el momento que se le aproxima un imán vigoroso, se desenvuelve en el carrete una corriente inversa, y una directa, cuando aquél se aleja. Aquí la inducción es producida por la imantación del hierro dulce dentro del carrete, por la acción de la barra imantada. Hay que advertir, que en este caso se desenvuelven con mayor violencia las corrientes inducidas en el hilo del carrete.

De modo que, *por toda variación de posición de un imán, ó por alteración de su intensidad, se desenvuelven en un conductor comprendido en su campo, corrientes inducidas.*

Obtiénense los mismos efectos de inducción en los hilos de un electroimán, si en presencia de los polos de éste se hace girar una barra imantada, de modo que sus polos actúen sucesivamente por influencia sobre los del electroimán; y también, formando dos carretes alrededor de los polos de un imán en forma de herradura, y haciendo girar frente á ellos una plancha de hierro dulce, pues imantándose entonces el hierro dulce por la acción del imán, desarrolla por su influencia corrientes inducidas, de sentido sucesivamente contrario en los carretes.

Se obtienen simultáneamente los dos efectos de inducción, y por consiguiente corrientes inducidas, si se introduce en el carrete una barra, ó todavía mejor, un haz de hilos de hierro dulce. Cuando la corriente se establece en el inductor, se imanta el hierro dulce, y ejerce una inducción sobre el inducido que se suma á la producida por el inductor, pues ambas acciones tienen lugar en el mismo sentido, como se ve fácilmente si imaginamos substituído el imán por el solenoide electromagnético equivalente; se suman también ambas acciones, cuando interrumpimos la corriente del inductor. Se puede decir con Faraday, que en el primer caso el imán es un imán que empieza, y en el segundo uno que cesa.

Resulta la inducción por los imanes, una nueva comprobación de la teoría de Ampère sobre el magnetismo; pues siendo según ella, los imanes unos verdaderos solenoides, se explican los fenómenos apuntados,

U. de la O. de S. C. E. G. D. 692. n. 563

por las corrientes que recorren la superficie de los imanes; es decir, que la inducción producida por aquéllos, viene á ser la misma originada por las corrientes.

*Resumiendo: todo imán que empieza ó cuya intensidad aumenta, desarrolla en un circuito próximo una corriente inducida de sentido contrario á la que circula por el solenoide equivalente á él; y un imán que acaba ó cuya intensidad decrece, desarrolla una corriente de sentido igual á la del solenoide.*

El sentido de la desviación de la aguja del galvanómetro, marca en cada caso, cuál es el de la corriente inducida, que concuerda con la regla de Faraday, pues por acercar un imán ó aumentar su intensidad, se refuerza el campo magnético, y por alejarlo ó disminuirlo se debilita, lo que se traduce por un aumento de flujo de líneas de fuerza en el primer caso, y un repliegue ó estrechamiento en el segundo.

Resumiendo todo lo dicho en este párrafo: hay corriente inversa en el circuito inducido cuando la corriente ó el imán se acercan, aumentan en intensidad ó empiezan; hay corriente directa, cuando se alejan, disminuyen en intensidad ó cesan.

O lo que es lo mismo: una corriente que empieza ó que aumenta en intensidad, se comporta como una corriente constante que se acerca; una corriente que cesa ó cuya intensidad disminuye, como una que se aleja; y lo mismo para los imanes. O, considerando esta analogía desde un punto de vista más general: la creación de un campo alrededor de un conductor inmóvil, equivale á traer el conductor de una región donde el campo fuera nulo (el infinito), al lugar que ocupa, é inversamente.

## § 5.

### Extra-corrientes.

Las fórmulas precedentes no son suficientes aún, para calcular la intensidad de la corriente inducida que en un momento cualquiera circula por un circuito inducido. Faraday demostró, que toda variación en la intensidad de una corriente produce, aun en el caso de no estar sometida á la acción de ningún campo magnético exterior, una corriente inducida en su mismo conductor, cuyo efecto es superponerse á la principal, y de acuerdo con la ley de Lenz, aumenta su intensidad cuando decrece, y la debilita cuando sufre un aumento.

En efecto; es un hecho por demás notable, que siempre que interrumpimos un circuito salta entre los extremos resultantes una chispa apenas perceptible, cuando es corto. Su efecto fisiológico es nulo, aun cuando el observador tenga en sus manos dichos extremos, si la corriente no es muy intensa. Pero, por el contrario, cuando el alambre es largo, y sobre todo, si está formando una espiral de vueltas muy apretadas, el observador que coja los extremos de él, sufre violentas sacudidas, observando la producción de fuertes chispas, tanto más intensas cuanto mayor es el número de vueltas. Se designa tal fenómeno, que es efecto de la inducción de la corriente sobre sí misma, ó sea, una inducción *interior*, con el nombre de *auto-inducción*, y la corriente, que es su resultado, se llama *extra-corriente*.

Faraday explicó esta *auto-inducción*, ó aumento de la intensidad de la corriente en el momento de su interrupción, considerando á cada espira como inductora para las inmediatas.

No tan sólo se produce la extracorrente en el momento de interrumpir el circuito, pues también se manifiesta aquélla cuando se cierra, con la diferencia de que en este caso, según la ley general, la nueva corriente es contraria á la principal, y tiende á disminuir su intensidad. Hay, pues, dos clases de corrientes de auto-inducción en el mismo hilo conductor: la de apertura ó directa, llamada *extra-corriente*, y la inversa ó de cierre, denominada *contra-corriente*. Veamos las experiencias realizadas por Faraday para poner de manifiesto ambas.

Puestos en comunicación los polos de una pila con los extremos de un

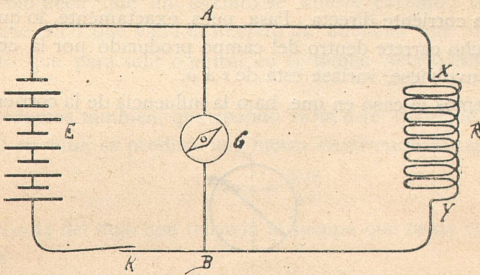


FIG. 2.<sup>a</sup>

carrete de alambre delgado *R* (fig. 2.<sup>a</sup>), se establece entre dos puntos cualesquiera del circuito *A* y *B*, por ejemplo, una derivación conteniendo un galvanómetro *G*, poniendo además en *k* un interruptor que permita abrir ó cerrar el circuito á voluntad; dispuesto así el aparato, en el mo-

DVA. BHSC. LEG. 060-2 n.3653

mento que se establece la corriente se bifurca al llegar á *A* en dos; una que atraviesa el carrete y la otra el galvanómetro, regresando ambas al polo negativo de la pila. Bajo esta corriente, la aguja del galvanómetro se desvía en una cierta dirección. Sea  $\alpha$  la posición de la aguja en este caso (fig. 3.<sup>a</sup>). Llevemos la aguja artificialmente al *O*, é impidamos que se mueva en el sentido de antes, mediante un tope ó cala; pero permitiéndole



FIG. 3.<sup>a</sup>

moverse en el sentido opuesto. En este estado, la acción de la corriente la oprime contra este obstáculo; pero si mediante el interruptor se quita la comunicación de la pila con el circuito, la aguja es lanzada súbitamente en sentido contrario, lo cual prueba que en la derivación se ha establecido una corriente que circula en opuesto sentido á la que la animaba antes. Ahora bien; al cesar la corriente de la pila, el único circuito cerrado que persiste es *ABR*, y puesto que en la parte *AB* hay una corriente que circula de *B* hacia *A*, es preciso que recorra el circuito todo en el sentido *RB A*; es decir, en el mismo sentido que la corriente principal en el carrete, y en opuesto sentido en la derivación. Su presencia prueba que la variación de  $i$  á  $o$  de la intensidad de la corriente principal produce en el carrete una corriente directa. Pasa, pues, exactamente, lo que ocurriría si estando dicho carrete dentro del campo producido por la corriente de otro que lo envolviese, variase ésta de  $i$  á  $o$ .

Consideremos el caso en que, bajo la influencia de la corriente llegada

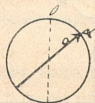


FIG. 4.<sup>a</sup>

á su régimen permanente, la aguja ocupa su posición de equilibrio  $\alpha$  (figura 4.<sup>a</sup>). Cojamos de nuevo el tope y coloquémoslo de modo que impida á la aguja volver al cero, é interrumpamos la corriente. Cuando se restablece otra vez, la aguja es lanzada más allá de  $\alpha$ , volviendo en seguida á su posición primera. En el instante, pues, en que se establece la corriente,

UNA. BHSC. LEG. 060-2.13653

acusa en el galvanómetro una intensidad mayor que la que tiene durante el régimen permanente. Hay, por lo tanto, una fuerza electromotriz suplementaria en el circuito que no contiene la pila, debida á la inducción, que tiene la misma dirección que la de la principal en la derivación  $A G B$ , y por lo tanto, circula en el sentido  $R A B$ , es decir, en sentido contrario que la corriente principal en el carrete, lo cual está de acuerdo con la ley de Lenz; puesto que la corriente principal pasa de una intensidad nula á la permanente  $i$ , y el fenómeno tiene lugar de un modo análogo á como ocurriría si el carrete  $R$  estuviera dentro de otro inductor, cuya intensidad de corriente variase de cero á  $i$ .

El carrete  $R$  se induce, pues, á sí mismo. Consideremos, al efecto, que cada una de las espiras se encuentra dentro de un campo magnético producido, no por una corriente exterior, sino por la que se propaga por las espiras inmediatas. Análogas experiencias podríamos realizar, haciendo variar por un medio cualquiera, la intensidad de la corriente. En general, la fuerza electro-motriz de una corriente sobre sí misma, ó fuerza electro-motriz de auto-inducción, es de signo contrario á la variación de intensidad. Hablemos la expresión de su valor, y á fin de hacerlo de un modo general, consideremos un circuito tan complejo como se desee, animado por una corriente eléctrica. Ya sabemos que toda corriente eléctrica tiene su campo magnético representado por sus correspondientes líneas de fuerza, las que saliendo del interior por su cara Norte, vuelven por el exterior del circuito á penetrar en él por su cara Sur. Sabemos también, que es lo mismo decir que un circuito se mueve cortando las líneas de un campo, que decir que varía el número de aquellas que caen dentro de él, puesto que para salir ó entrar en él tienen necesariamente que cortarlo.

Recordemos también, que cuando varía este flujo que pasa por el interior del circuito, se produce una fuerza electromotriz, cuyo valor

$$e = - \frac{dN}{dt} \quad (1)$$

es la derivada del flujo con relación al tiempo que tarda en producirse su variación.

Esto sentado, el circuito complejo considerado contendrá dentro un cierto flujo de líneas de fuerza que designamos por  $N$ . Si en la proximidad del conductor no hay ninguna substancia magnética, es decir, si la permeabilidad magnética del medio en que se encuentra es constante, y si su forma no varía, la experiencia nos enseña que el flujo magnético producido por la corriente es directamente proporcional á su intensidad. Re-

presentando, pues, por  $L$  esta relación constante entre  $N$  é  $i$ , podemos poner

$$N = Li$$

ó

$$\frac{N}{i} = L.$$

El coeficiente  $L$ , propio para cada circuito y constante, se llama *coeficiente de auto-inducción del circuito*, y cada circuito tiene su valor propio para  $L$  mientras no cambie la permeabilidad del medio. Este valor depende, en cada uno, de su forma, siendo grande cuando aquélla es la de un carrete, pues al variar la intensidad y menguar ó crecer el flujo magnético creado por la corriente, las líneas de fuerza de cada espira cortan á las inmediatas.

Será muy grande el valor de  $L$  siempre que el carrete contenga dentro hierro dulce, porque el flujo tiene mayor intensidad.

El flujo  $N$  creado por la corriente, lo designaremos con el nombre de *flujo propio del circuito*, para distinguirlo de cualquier otro procedente de una causa exterior, que sería á su vez un *flujo extraño*, del que prescindimos ahora.

En el período variable, variando  $i$ , variará necesariamente  $N$ ; pero conservándose siempre la relación

$$\frac{N}{i} = L.$$

Ahora bien; esta variación de  $N$  crea en el circuito una fuerza *electromotriz de auto-inducción*, cuyo valor obtendremos partiendo de dicha relación según lo expuesto. Tomémosla bajo forma entera, y derivando con relación al tiempo, obtendremos la igualdad

$$\frac{dN}{dt} = L \frac{di}{dt}.$$

Pero como, según la (I), la fuerza electromotriz de inducción vale siempre

$$-\frac{dN}{dt},$$

resulta que la fuerza electromotriz  $e'$  de auto-inducción, ó sea la que se produce en un circuito por variación de su propia intensidad, vale

$$e' = \text{fuerza electromotriz de auto-inducción} = -\frac{dN}{dt} = -L \frac{di}{dt}.$$

Se puede hacer ahora extensiva al caso de la autoinducción el valor de la fuerza electromotriz

$$e = -\frac{dN}{dt},$$

para lo que basta tener en cuenta, además del flujo originado por la corriente inductora, el producido por la auto-inducción.

Consideremos para esto, dos circuitos próximos é invariables, que designaremos por  $A$  y  $A'$ . Sean  $L$  é  $i$  el coeficiente de autoinducción y la intensidad de corriente en el circuito  $A$ , y  $L'$  é  $i'$  lo mismo para el  $A'$ . Es evidente, que parte del flujo originado por  $A'$  podrá penetrar en  $A$ . Sea  $M$  el coeficiente de inducción mutua de ambos circuitos, ó lo que es lo mismo, sea  $M$  el flujo que atraviesa el circuito  $A$  originado por la corriente de  $A'$ , cuando su intensidad fuese la unidad; pero como no es así, sino que la corriente de  $A'$  tiene una intensidad medida por  $i'$ , el flujo que atraviesa el  $A$  procedente del  $A'$ , es  $i'$  veces mayor que  $M$ , de modo que podemos escribir

$$N' = M i'.$$

Luego el flujo que atraviesa el circuito  $A$  será, además de éste, el suyo propio; y por lo tanto,

$$N = M i' + L i.$$

Si variamos este flujo, á la fuerza electromotriz propia de la corriente producida por la pila de  $A$  habrá que sumar algebraicamente otra producida por la inducción, y cuyo valor  $e$ , obtenido derivando la expresión anterior con relación al tiempo, es

$$e = - \frac{dN}{dt} = - L \frac{di}{dt} - M \frac{di'}{dt}.$$

Las dos corrientes de auto-inducción ó extra-corrientes son verdaderas corrientes inducidas, diferenciándose solamente de ellas en presentarse en el conductor mismo cuya corriente les da origen, mientras que aquéllas tienen su asiento en otros inmediatos.

La de apertura, ocasionada en el momento de interrumpir ó abrir el circuito, como es de la misma dirección que la primaria, se adiciona con ella y hace que la chispa entonces producida alcance mayor tensión; por el contrario, la de cierre, como es de sentido opuesto, disminuye los efectos de la principal y anula la chispa.

Para recoger la directa se ponen en comunicación los extremos de un solo alambre con otro terminado por una plancha de cobre; poniéndolas después en comunicación con el conductor que se quiere someter á la extra-corriente, se lanza en el alambre del carrete la corriente de una pila; obsérvase entonces, que á cada interrupción sucesiva de ésta pasan por las planchas extracorrientes que funden el platino, descomponen el agua, desvían la aguja imantada, etc. Si un observador forma parte del circuito, teniendo una plancha en cada mano, sufre violentas conmociones. Estos efectos son todavía más energicos, si dentro del imán introducimos una ba-

rra de hierro dulce, ó lo que es igual, si lanzamos la corriente en los carretes de un electroimán. En este caso, la chispa que lleva consigo la apertura del circuito, es mucho más brillante y más enérgica, y si un ser vivo forma parte del circuito, los efectos fisiológicos que experimenta son violentísimos. Esto, como ya hemos dicho antes al hablar del coeficiente de auto-inducción, es efecto de la imantación del hierro dulce en el interior del carrete, pues al imantarse aquél, las corrientes que en él se desarrollan ejercen la inducción sobre las espiras, originando en ellas una corriente inducida del mismo sentido que la extra-corriente.

Veamos cómo explica nuestro distinguido maestro Sr. Rojas estos fenómenos, y á fin de que su brillante hipótesis sobre la auto-inducción no pierda nada — al ser tratada por nosotros — de la claridad y sencillez con que él la expone, la transcribimos á continuación, tal y como la encontramos en su *Tratado de electrodinámica industrial*.

## § 6.

### Hipótesis del Sr. Rojas para explicar los fenómenos de auto-inducción.

«Ante todo, conviene sentar la proposición ó teorema siguiente: si tenemos un circuito formado por un generador (pila ó dinamo) de fuerza electromotriz  $E$  y  $R$  la resistencia *total* del circuito y exigimos al generador un nuevo trabajo, disminuirá la intensidad  $I$  de la corriente. En efecto; para exigir al circuito nuevo trabajo, ó tendremos que aumentar la resistencia del circuito ó tendremos que introducir una fuerza contra-electromotriz; en el primer caso, tendremos siendo  $r$  la nueva resistencia,

$$i = \frac{E}{R + r}.$$

En el segundo caso se tendrá, siendo  $e$  la fuerza contra-electro-motriz,

$$i = \frac{E - e}{R}.$$

En ambos casos la corriente será menor que la primitiva, que era

$$I = \frac{E}{R}.$$

Cuando introducimos la nueva resistencia  $r$ , el nuevo trabajo será calorífico y será electrolítico ó mecánico; si lo que hemos introducido en serie en el circuito es un voltámetro ó es un motor eléctrico. En los dos



casos el trabajo *total* que por segundo hace el generador, que es  $Ei$ , será menor que el primitivo, que era  $E I$ .

Pues si el trabajo que se exige al generador fuese imantar al hierro ó crear un campo magnético, sucederá lo mismo que hemos dicho en el segundo caso: se producirá un descenso en la corriente primitiva, porque aparecerá *mientras dure la creación del campo* una fuerza contra-electromotriz  $e$  en el circuito.

Sabemos que toda corriente eléctrica engendra un campo magnético, cuyas líneas de fuerza son circunferencias, cuyos planos son perpendiculares al hilo conductor de la corriente y cuyos centros están en el hilo. Formemos con un generador eléctrico (una pila) y un largo hilo conductor un circuito. La experiencia enseña:

- 1.º Que al cerrar el circuito no se establece la corriente instantánea-

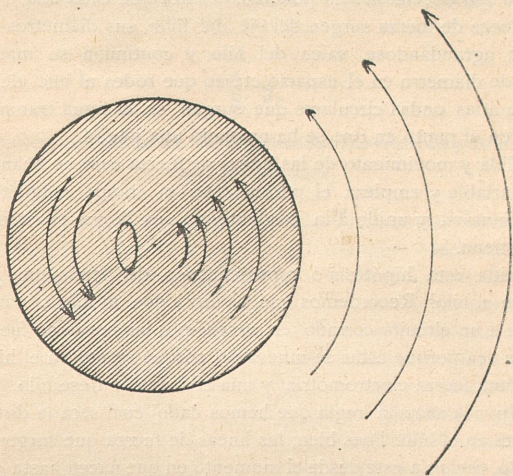


FIG. 5.<sup>a</sup>

mente; que empieza ésta por cero y va creciendo hasta alcanzar un valor máximo, en cuyo caso queda constante. Este tiempo, aunque corto, que tarda la corriente en establecerse con todo su valor en el circuito, se llama *período variable* de la corriente.

- 2.º Durante ese período variable se forma el campo magnético, el cual sigue en su formación la misma ley que la corriente; empieza por

cero y va creciendo hasta llegar á su valor constante, ó sea del *régimen permanente*.

3.º El campo magnético que la corriente crea empieza por aparecer ó ser sensible muy cerca del hilo; un momento después se hace sensible más lejos; después más lejos, hasta que forma su valor definitivo del régimen permanente.

4.º La intensidad del campo en cada punto es proporcional á la distancia del punto al hilo.

Este conjunto de hechos nos ha inducido á formular esta hipótesis sobre la generación del campo magnético por una corriente.

Sea  $\theta$  (fig. 5.<sup>a</sup>) la sección del hilo interpolar que al cerrarse el circuito va á engendrar el campo magnético.

Se supone el hilo vertical y la corriente ascendente. De las líneas de fuerza que son circulares sólo ponemos un trozo de cada una.

Las líneas de fuerza surgen del eje del hilo; sus diámetros van sucesivamente agrandándose, salen del hilo y continúan su marcha y su aumento de diámetro en el espacio etéreo que rodea al hilo, de un modo semejante á las ondas circulares que surgen en el agua tranquila de un estanque en el punto en que se ha arrojado una piedra.

La salida y movimiento de las líneas de fuerza cesa en cuanto cesa el período variable y empieza el permanente; el campo magnético queda formado, inmóvil y unido á la corriente, que es la que lo engendró y la que lo sostiene.

Admitida esta hipótesis ó representación del fenómeno, ¿qué debe suceder en el hilo? Recordemos que siempre que un hilo conductor perteneciente á un circuito cerrado es *cortado* por las líneas de fuerza de un campo, ya sea porque éstas se muevan ó porque se mueva el hilo, se engendrará una fuerza electromotriz y una corriente en ese hilo. Más aún: sabemos (por la sencilla regla que hemos dado) cuál será la dirección de la corriente en el hilo. Pues bien; las líneas de fuerza que surgen del centro del hilo, *cortan* á éste desde el momento en que nacen hasta que salen fuera del hilo. Luego se producirá una fuerza electromotriz descendente, esto es, contraria á la del generador. Esta fuerza contra electro-motriz es la que impide que la corriente del generador tome instantáneamente su valor del régimen permanente. La corriente que engendraría esta fuerza contra-electromotriz es lo que se llama *corriente inducida del cierre del circuito*. En cada instante del período variable la corriente circulante es la diferencia entre la que produciría el generador y la inducida.

Rompamos el circuito una vez llegado al régimen permanente. La

experiencia enseña que en ese acto se presenta la corriente del generador *grandemente reforzada* y luego llega á cero. En nuestra hipótesis el fenómeno se explica lo mismo que el anterior. Al romper el circuito, las líneas de fuerza, se replegan sobre el mismo conductor donde surgieron, disminuyendo de diámetro hasta reducirse á un punto que coincide con el centro de donde ellas surgieron. Pero en este movimiento vuelven á cortar el metal del hilo, y como el movimiento es contrario al que dichas líneas tenían en el período variable, se produciría una fuerza electromotriz ascendente, esto es, que se suma con la del generador; de aquí la corriente inducida de abertura del circuito que refuerza á la del generador.

La ventaja de esta hipótesis es reducir los fenómenos de autoinducción á los ya conocidos de la inducción ordinaria de un conductor que se mueve en un campo magnético cortando las líneas de fuerza.»

## § 7.

### Leyes experimentales de las corrientes inducidas por variación de intensidad.

A pesar de que en un principio parecen idénticas las corrientes inducidas inversa y directa, presentan entre sí marcadas diferencias, al reconocerlas por la intensidad y duración de sus efectos, viniendo en conocimiento de que, si bien *son iguales bajo la relación de la cantidad, difieren, sin embargo, en su duración y su tensión*. Comprobaremos la primera parte de esta ley, haciéndolas pasar por un mismo electrolito simultáneamente, y viendo que la acción electrolizante es nula; nos prueba lo mismo la inmovilidad de la aguja de un galvanómetro que forma parte de un circuito inducido, á pesar de que abramos y cerremos con bastante rapidez el inductor; también queda inmóvil, cuando substituyendo el interruptor por una caja de resistencias, subimos y bajamos con rapidez una misma llave, lo que produce una rápida sucesión de variaciones de intensidad iguales y contrarias; las tres experiencias nos demuestran que la cantidad total de electricidad que ha pasado es nula. A pesar de esto, las dos corrientes directa é inversa no son iguales, ni en duración, ni en tensión, pues la directa dura menos y su tensión es mayor. En efecto; vimos ya que cuando se cierra el circuito no llega la corriente inmediatamente al régimen permanente, sino que pasa por un período variable, que dura más

ó menos. Ahora bien; cualquiera que sea la duración de este período variable, la cantidad de electricidad que pasa por el circuito durante él es la misma, la necesaria para llegar al régimen permanente. Luego la acción inductiva, no dependiendo del tiempo en que se produce, es constante cualquiera que sea aquél. Por el contrario, á lo que pasa á la intensidad media de la corriente inducida, que es tanto menor cuanto más tarda en verificarse la inducción. Sería preciso, para que las intensidades de las corrientes inducidas inversa y directa fuesen iguales, que ambas se produjesen en el mismo tiempo, lo que no sucede á causa de las extracorrientes de apertura y cierre, según vamos á ver.

Si tomamos un carrete de dos alambres, uno grueso por el que circula la corriente de la pila, y otro delgado que va á ser asiento de la inducida, vemos que hay en él tres corrientes: la inductora del carrete grueso, la inducida inversa ó directa del delgado y la extracorrente de apertura ó cierre, que al desarrollarse la anterior se produce simultáneamente en el grueso; todas ellas se influyen mutuamente. Sentado esto, como la extracorrente de cierre es de sentido contrario á la inductora, debilita ésta, prolongando la duración del desarrollo de la inducida en el alambre delgado. Por el contrario, cuando abrimos el circuito, la extracorrente, siendo del mismo sentido que la inductora, la refuerza, suministrando así un refuerzo que se traduce por la producción de una segunda corriente inversa en el delgado que marcha por él, antes de ser substituída por la directa final. Reduciéndose así su duración, se hace mayor su intensidad, que resulta, por tanto, superior á la de la inversa, según confirma la experiencia. Hipp encontró que la corriente de apertura es á la de cierre como 1 á 6 y la duración era respectivamente de 0,0114 para la de cierre y 0,0042 para la directa. Además, la tensión de la corriente de apertura es la mayor, por cuanto lanzada en un hilo telegráfico, transmite un despacho á 250 leguas de distancia, en tanto que la de cierre sólo franquea 20 leguas.

Vamos á estudiar ahora las leyes de las corrientes inducidas por variación de intensidad, y para ello consideraremos solamente corrientes inducidas de la misma especie, las debidas al cierre de la corriente inductora.

I.—*La inducción originada por una corriente sinuosa es la misma que produciría una rectilínea de igual intensidad; es, además, independiente de la naturaleza de los conductores y depende de su intensidad.*

M. Felice se valía para demostrar esta ley de tres anillos colocados sobre un cilindro de de H. J. Los dos anillos extremos están animados por la

corriente de una misma pila; pero su disposición hace que aquella circule en opuesto sentido en el uno que en el otro; lleva además el circuito de la pila un interruptor, y el anillo del medio se hace comunicar con un galvanómetro. Los hilos que hacen llegar á los anillos la corriente están aislados entre sí y torcidos uno sobre el otro, á fin de eliminar la acción inductiva que pudieran producir. Así las cosas, cuando se interrumpe ó restablece la comunicación de la pila con los anillos extremos, las corrientes de inducción producidas en el intermedio son de dirección contraria, pudiendo regularse las distancias del anillo inducido á cada uno de los inductores, de modo que aquéllas se anulen. Desde luego, podíamos ver que estas distancias son iguales, como resulta de la experiencia. Si estando equidistantes los anillos substituimos el galvanómetro por un electrodinámometro que nos dará  $\int i^2 dt$  en vez de  $\int i dt$ , que obteníamos antes, hay aún equilibrio. No es solamente en este estado nula la cantidad total de electricidad puesta en juego  $\int i dt$ , sino que es también nula en cada instante infinitamente pequeño.

Podemos además disponer en el circuito principal un reotomo que permita abrir y cerrar sucesivamente el circuito de modo tal, que el galvanómetro reciba solamente las corrientes directas, por ejemplo. Partamos en esta nueva experiencia de la posición de equilibrio; en el momento que trasladamos el anillo inducido hacia uno de los inductores, aun cuando su variación de posición sea la menor posible, la aguja toma una desviación constante en un cierto sentido; si después lo movemos aproximándolo al otro, la desviación constante de la aguja se verifica en sentido opuesto. Si una vez visto esto, reemplazamos uno de los anillos inductores por otro sinuoso, veremos que la posición de equilibrio es exactamente la misma de antes, con lo que queda probada la ley relativa á las corrientes sinuosas.

El mismo aparato sirve para demostrar, de acuerdo con lo ya previsto por Faraday, que la inducción es independiente de la naturaleza de los conductores. Una vez realizada la posición de equilibrio mediante los anillos de cobre, substituyamos uno de ellos por otro de cinc, plomo, etc., y veremos que no cambia dicha posición de equilibrio. Podemos también comprobar experimentalmente que la fuerza electromotriz de inducción es proporcional á la intensidad de la corriente, según ya demostramos anteriormente, mediante el cálculo. En efecto, si substituimos uno de los anillos inductores de cobre de un solo hilo de sección  $s$ , por otro formado de  $n$  hilos de sección  $\frac{s}{n}$  salvo en sus extremos donde se reúnen todos en

uno solo, la posición de equilibrio del anillo inducido no varía, lo que nos dice que la inducción producida por una sola corriente  $i$  es la misma que produce la suma de  $n$  corrientes de intensidad  $\frac{i}{n}$ , y por tanto, que la inducción producida por una sola corriente es proporcional á su intensidad.

Luego la inducción depende solamente de la intensidad de la corriente inductora y de su posición con relación al circuito inducido, la que permite admitir que la inducción total es la suma de las inducciones parciales de cada uno de los elementos del circuito inductor, sobre cada uno de los del inducido.

II.—*La fuerza electromotriz de inducción varía en razón inversa de la distancia.*

M. Felice calcula, para demostrar esta ley experimentalmente, la inducción ejercida por un circuito circular sobre otro también circular, de igual diámetro, paralelo al anterior, y teniendo su centro sobre la normal en el centro al plano del otro.

De sus observaciones dedujo, que cuando la distancia entre los planos de ambos círculos varía proporcionalmente á sus radios, las fuerzas electromotrices de inducción son también proporcionales á dichos radios.

He aquí su forma de experimentar: toma un cilindro de boj y coloca sobre él dos anillos iguales y paralelos; toma otro cuyo radio guarda con el anterior una relación sencilla, y forma sobre él otros dos anillos, pero á tal distancia, que guarde con la de los del otro cilindro igual relación que la que existe entre sus radios. Ambos cilindros se alejan entre sí lo suficiente para no influir mutuamente, y se pone un anillo de cada uno en comunicación con la misma pila, y los otros se unen á un galvanómetro, pero haciendo el roleo en forma tal, que las corrientes que se superpongan en el galvanómetro sean de sentido contrario.

Para que esta corriente inducida sea nula cuando el radio de uno de los cilindros sea doble, triple, etc., del otro, es preciso que el anillo de esto tenga dos, tres, etc., vueltas de hilo. La inducción sobre el primer cilindro, es pues, doble, triple, etc., de la producida en el más pequeño. En todas estas experiencias pueden substituirse las corrientes de apertura ó cierre, por las que tienen su origen en la variación de intensidad de la inductora.

Resumiendo: si las distancias son iguales, la inducción es la misma, aun cuando uno de los conductores sea sinuoso; si la distancia varía, la inducción es proporcional á esta distancia; luego la intensidad de una corriente inducida es constante para la misma separación del circuito inductor.

§ 8.

Energía potencial de las corrientes.

Como consecuencia del principio de la conservación de la energía, hemos establecido que la producción de una fuerza electromotriz inducida en un circuito recorrido por una corriente, corresponde al trabajo electromagnético realizado por su desplazamiento. Y como la experiencia nos ha dado á conocer la existencia de otras corrientes inducidas, originadas durante la variación del campo, la fuerza electromotriz de inducción no corresponde por tanto á la producción de un trabajo mecánico exterior; pero siendo siempre aplicable por sí el principio de la conservación de la energía, nos vemos conducidos á considerar esta fuerza electromotriz como correspondiente á variación de la energía potencial de los imanes ó corrientes que animan el campo.

Supuesto esto, consideremos un circuito único é inmóvil, en el que no se deje sentir la influencia de ningún campo magnético exterior, pero el cual contiene fuerzas electromotrices  $E$ . Sea  $i$  la intensidad de la corriente al cabo del tiempo  $t$  y  $r$  su resistencia total. Durante el tiempo  $dt$ , la acción de las fuerzas electromotrices da una cantidad de trabajo  $E i dt$ , una parte del cual se transforma en calor en las resistencias, en cantidad igual á  $r i^2 dt$ , según la ley de Joule; la otra produce una variación en la energía potencial, que designamos por  $dW_p$ ; luego

$$E i dt = r i^2 dt + dW_p,$$

de donde dividiendo por  $i$  y por  $dt$ , resulta

$$E = \frac{dW_p}{dt} + r i.$$

La variación de la energía potencial equivale, pues, á la producción de una fuerza electromotriz  $-\frac{r}{i} \frac{dW_p}{dt}$ , sobre la cual nada sabemos *a priori*. Sin embargo, la experiencia nos dice que esta es la fuerza electromotriz de autoinducción, cuyo valor ya sabemos es, al cabo del tiempo  $t$  del periodo variable,

$$e = -L \frac{di}{dt}.$$

El trabajo producido por esta fuerza es igual al producto de ella misma por la intensidad de la corriente que atraviesa el circuito, y por el tiempo  $dt$ , según ya sabemos. La variación de energía, ó sea el trabajo ó

la energía eléctrica que se transforma en potencial durante el tiempo  $dt$ , es, pues, el producto de estas tres cantidades

$$L \frac{di}{dt} \times i \times dt = L \cdot i \cdot di,$$

luego

$$dW_p = L \cdot i \cdot di.$$

La suma de todos los términos análogos desde que se cierra el circuito hasta que la corriente adquiere su valor  $I$  del régimen permanente, suma que obtendremos integrando la expresión anterior desde  $i = 0$  hasta  $i = I$ , ó sea, durante todo el tiempo del periodo variable, es

$$W_p = \int_0^I L \cdot i \cdot di = \frac{L}{2} I^2$$

y representa una cantidad de energía que no corresponde á ningún trabajo aparente. Esta energía se ha empleado en modificar el campo representado por sus líneas de fuerza: todo aumento de esta energía acrece la intensidad del campo, y el trabajo efectuado por la corriente creando el campo, es positivo. Cuando la intensidad disminuye, la energía del campo disminuye y el trabajo realizado por la corriente es negativo, por serlo  $di$ . Vemos, pues, que la energía se almacena en el campo magnético, y que se restituye íntegramente al circuito cuando cesa la corriente; por esta razón se conoce esa energía con el nombre de *energía potencial ó intrínseca* de la corriente.

La expresión

$$W_p = \frac{L}{2} I^2$$

nos dice, que *la energía potencial de una corriente que no está sometida á la influencia de ningún campo magnético exterior, es proporcional al cuadrado de su intensidad.*

### § 9.

#### Inducción por la Tierra.

Es á Faraday á quien debemos también el descubrimiento de las que él llamó *corrientes de inducción telúrica*, demostrando que la Tierra, obrando de conformidad con la teoría de Ampère, ó sea, como un solenoide cuyas corrientes elementales van dirigidas de Este á Oeste paralelamente al ecuador magnético, actúa sobre los cuerpos metálicos puestos en movimiento, desarrollando en ellos corrientes de inducción. Puesto que, un ca-



rette ó una hélice conductora como la de un solenoide, se sitúan paralelos á la aguja de declinación, cuando situados en la dirección del meridiano magnético, se hace pasar por ellos una corriente, recíprocamente la tierra podrá desarrollar en ellos corrientes de inducción. El traslado de un circuito cerrado inextensible paralelamente á sí mismo en el campo magnético terre-tre, no origina la producción de una corriente, porque el flujo que lo atraviesa es constante. Por ejemplo: el movimiento de un anillo formado de varias vueltas de alambre paralelamente á sí mismo sobre la mesa en que descansa, no mueve la aguja de un galvanómetro, al que previamente unimos sus extremos; pero si en vez de trasladarlo le imprimimos un movimiento de rotación, ó si le hacemos sufrir una deformación cualquiera, las cosas cambian.

Para demostrar esto, se valió Faraday de una hélice formada por un alambre de cobre recubierto de seda, cuyos cabos se unían formando el eje, permitiendo al sistema girar alrededor de él; puesto este eje en dirección perpendicular al plano del meridiano magnético, colocó la hélice paralelamente á la aguja de inclinación, haciéndola entonces girar  $180^\circ$ ; observó que un galvanómetro puesto en comunicación con la hélice causaba una corriente en cada semirrevolución. Faraday había empezado por colocar una barra de hierro dulce en el interior de la hélice que, imantándose por la influencia de la Tierra, servía de intermediaria á la acción de aquella. Pero como el cambio de dirección que del movimiento de rotación resultaba, cambiaba la imantación de la barra, esto originaba corrientes inducidas de la misma dirección que las de la hélice, y al agregarse á ellas se confundían sus efectos. Tomemos de nuevo el anillo de antes y observaremos que, si lo volvemos frente por frente, la aguja recibe una brusca impulsión, volviendo en seguida á su posición de equilibrio; si el giro que le imprimimos es sólo de  $90^\circ$ , el ángulo descrito por la aguja es dos veces más pequeño que antes.

Al determinar el valor de la fuerza electromotriz de inducción (§ 2), vimos que su valor era

siendo  $\epsilon$  la intensidad del campo,  $l$  la longitud del hilo inducido y  $v$  la velocidad con que movíamos dicho hilo.

Tomemos de nuevo el circuito que entonces consideramos, y después de substituir la pila por un galvanómetro, coloquémoslo en forma tal, que el plano determinado por las dos barras paralelas  $MM'$  y  $NN'$  sea vertical y éstas perpendiculares al meridiano magnético, y movamos el alambre recto  $ab$  con una velocidad constante  $v$ . Designando por  $H$  la inten-

sidad del campo magnético terrestre, la variación del flujo es  $Hvl$ , la fuerza electromotriz de inducción es  $-Hvl$  y la intensidad de la corriente por ella producida, siendo  $R$  la resistencia constante del circuito

$$i = -\frac{Hvl}{R}$$

Consideremos el caso más general de un circuito cerrado (un alambre formando un rectángulo ó una circunferencia, por ejemplo), que gira con una velocidad angular constante alrededor de un diámetro. La figura 6 representa una proyección sobre un plano horizontal. Las líneas de fuerza

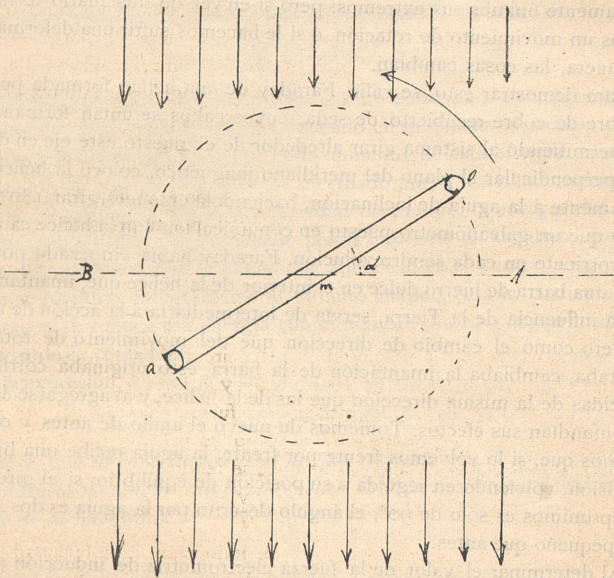


FIG. 6.<sup>a</sup>

serían líneas paralelas al meridiano magnético; pero en la pequeña región ocupada por el conductor podemos suponerlas rectas, paralelas, dirigidas de Norte á Sur. El circuito se proyecta en  $ao$ ; el eje de rotación se proyecta en  $m$ , el movimiento tiene lugar en el sentido indicado por la flecha y empieza cuando el circuito está en un plano perpendicular al meridiano magnético, proyectándose en  $AB$  y contándose el tiempo á partir de esta posición, de modo que en  $A$  está el origen del movimiento y del tiempo.

En la figura,  $a o$  representa la posición del circuito al cabo del tiempo  $t$ , que forma con el plano perpendicular al meridiano magnético el ángulo  $\alpha$ . La intensidad del campo magnético, ó sea, *el flujo del campo por unidad de superficie equipotencial* (ó plano vertical, perpendicular al meridiano magnético), es la componente horizontal del magnetismo terrestre, que designamos por  $H$ . Llamemos  $S$  al área encerrada por el circuito.

Este, en su rotación, habrá descrito un ángulo  $\alpha$ , y desde la posición inicial  $AB$  á la  $a o$  habrá transcurrido un número de segundos que llamamos  $t$ . Designemos la velocidad angular (que suponemos constante), ó sea, el ángulo descrito por el plano del circuito en cada segundo de tiempo por  $a$ , por  $r$ , la resistencia del circuito, y como siempre, por  $L$  su coeficiente de autoinducción. El tiempo necesario para dar una vuelta completa al circuito, ó  $2\pi$ , se llama período y se designa por la letra  $T$ .

Podemos ya establecer entre estas cantidades las igualdades

$$(1) \quad \alpha = a t. \quad a = \frac{2\pi}{T}. \quad (2)$$

En la posición  $a o$ , correspondiente al tiempo  $t$ , el flujo magnético  $N$ , que pasa por dentro del circuito, es el que pasa por su proyección  $S \cos \alpha$ . Luego

$$N = HS \cos \alpha,$$

poniendo por  $\alpha$  su valor (1), tendremos

$$N = HS \cos a t. \quad (3)$$

Durante el tiempo  $d t$  siguiente á  $t$ , el circuito habrá descrito un ángulo infinitesimal á partir de la posición  $a o$  y el flujo  $N$  habrá sufrido una variación  $d N$ , á la que corresponderá una fuerza electromotriz de *inducción* desarrollada en el movimiento, y como su valor es igual á menos la derivada del flujo con relación al tiempo, se tendrá

$$\text{fuerza e. m. de inducción} = \varepsilon = - \frac{dN}{dt} = H S a \sin a t. \quad (4)$$

Conociða la fuerza electromotriz de inducción, la intensidad de la corriente inducida debida á ella, será en el instante  $t$ ,

$$i = \frac{H S a \sin a t}{r}.$$

Combinando estas expresiones con la (2), resulta

$$\varepsilon = H S a \sin 2\pi \frac{t}{T}. \quad i = \frac{H S a}{r} \sin 2\pi \frac{t}{T}. \quad (5)$$

Estas fórmulas nos dicen, que tanto la fuerza electromotriz de inducción, como la intensidad de la corriente que á ella corresponde, varían con el tiempo  $t$ , ó sea, con la posición que ocupe el circuito en el momento considerado.

Para  $t = 0$ , ó sea, en el momento de empezar el movimiento, el flujo que atraviesa el circuito es máximo, y la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente son nulas. Crece, hasta que  $\alpha$ , ó sea  $a t$ , vale  $90^\circ$ , ó lo que es lo mismo,  $t = \frac{T}{4}$ ; entonces el flujo que atraviesa el circuito es nulo y los valores de  $\varepsilon$  é  $i$  son máximos, designando estos valores máximos por  $\varepsilon_0$  é  $i_0$ , tendremos

$$(6) \quad \varepsilon_0 = H S a, \quad i_0 = \frac{H S a}{r} \quad (7)$$

Creciendo el tiempo, desde  $\frac{T}{4}$  hasta  $\frac{T}{2}$ , ó sea, continuando el giro desde  $90^\circ$  hasta  $180$ , aumenta el flujo y disminuyen la fuerza electromotriz y la corriente, y cuando el tiempo valga  $\frac{T}{2}$ , vuelven á ser máximo el flujo y nulas la fuerza electromotriz y la corriente.

Creciendo el tiempo, desde  $\frac{T}{2}$  hasta  $3 \frac{T}{4}$ , ó sea, continuando el giro desde  $180^\circ$  á  $270$ , el seno de  $2 \pi \frac{t}{T}$  será negativo, lo cual nos dice que la corriente circulará en sentido contrario al de antes. Cuando  $t = 3 \frac{T}{4}$  el flujo será nulo y  $\varepsilon$  é  $i$  máximas, pero negativas. Siguiendo el giro de  $270^\circ$  á  $360$ , continúan siendo ambas negativas y decreciendo en valor absoluto hasta que el tiempo vale  $T$ , en cuyo caso vuelven á anularse y así sucesivamente.

La corriente es, pues, *alternativa* ó *alterna*, y en cada revolución pasa por dos mínimos que valen cero y por dos máximos,

Teniendo en cuenta la (7), la (5) podemos escribirla abreviadamente

$$i = i_0 \sin 2 \pi \frac{t}{T}$$

Pero las cosas no pasan de modo tan sencillo, porque en lo que precede, solamente hemos tenido en cuenta el flujo extraño al circuito, sin cuidarnos para nada del suyo propio ó de *autoinducción*, que altera sensiblemente los resultados obtenidos, modificando algo los valores obtenidos para los máximos y haciendo que aquéllos no tengan precisamente lugar en las posiciones del circuito señaladas más arriba. Este flujo propio de la corriente ya sabemos que vale

$$L i$$

De modo que el circuito estará atravesado al cabo del tiempo  $t$  por un flujo que será la suma del (3) y del  $L i$ ; luego su valor será

$$N' = H S \cos a t + L i$$

La fuerza electromotriz real  $\varepsilon'$ , que es siempre igual á menos la derivada del flujo con relación al tiempo, será

$$\varepsilon' = - \frac{dN'}{dt} = H S a \operatorname{sen} at - L \frac{di}{dt}.$$

Conocida la fuerza electromotriz y la resistencia  $r$  del circuito, la fórmula de Ohm nos dará el valor de la corriente,

$$i = \frac{H S a \operatorname{sen} at - L \frac{di}{dt}}{r},$$

ó representando para abreviar la cantidad constante  $H S a$ , según dijimos antes, por  $\varepsilon_0$ .

$$i = \frac{\varepsilon_0 \operatorname{sen} at - L \frac{di}{dt}}{r}, \quad (A)$$

ecuación diferencial con dos variables  $i$  y  $t$ , que integrada nos dará el valor de  $i$  correspondiente al que queramos dar á  $t$ , ó sea, la intensidad de la corriente en cualquier momento.

Multiplicando por  $r$ ; después por  $dt$ ; dividiendo luego por  $L$  y separando las variables, queda:

$$di + \frac{r}{L} i dt = \frac{\varepsilon_0}{L} \operatorname{sen} at \times dt.$$

Y si para simplificar el cálculo hacemos

$$\frac{r}{L} = b \quad (7)$$

la ecuación anterior se convierte en esta otra

$$di + b i dt = \frac{\varepsilon_0}{L} \operatorname{sen} at \times dt.$$

Integremos esta ecuación siguiendo un procedimiento conocido que se reduce á establecer la ecuación

$$i = u \times v, \quad (8)$$

ó sea, igualar la función  $i$  al producto de dos nuevas variables, entre las cuales podemos establecer la relación que más nos convenga.

Eliminando  $i$  y  $di$  mediante el sistema

$$\begin{cases} di + b i dt = \frac{\varepsilon_0}{L} \operatorname{sen} at \times dt. \\ i = u \times v \\ di = u dv + v du, \end{cases}$$

tendremos

$$u (v dv + v du) + b u v dt = \frac{\varepsilon_0}{L} \operatorname{sen} at \times dt. \quad (9)$$

Valiéndonos ahora de la libertad que nos permite la (8), establezcamos la nueva ecuación

$$dv + b.v.dt = 0,$$

con cuya condición, la (9) se reduce á esta

$$v du = \frac{\epsilon_0}{L} \text{sen } at \times dt,$$

con lo cual, la cuestión queda reducida á resolver el sistema

$$\begin{cases} dv + bvd t = 0 \\ v du = \frac{\epsilon_0}{L} \text{sen } at \times dt. \end{cases}$$

La primera de las cuales se resuelve fácilmente, pues escrita así

$$\frac{dv}{v} = -b dt$$

se integra inmediatamente y da

$$\log. \text{ nep. } v = -bt + \log. \text{ nep. } k,$$

designando por *log. nep. k* la constante de la integración. Si para abreviar suprimimos la indicación *nep.*, queda

$$\log. \frac{v}{k} = -bt$$

ó

$$\frac{v}{k} = e^{-bt}$$

de donde

$$v = k e^{-bt}.$$

Substituyendo este valor de *v* en la otra, se obtiene

$$k e^{-bt} \times du = \frac{\epsilon_0}{L} \text{sen } at \times dt,$$

que da el valor de *du*

$$du = \frac{1}{k} e^{bt} \times \frac{\epsilon_0}{L} \text{sen } at \times dt,$$

é integrando se obtiene

$$u = k' + \frac{1}{k} \cdot \frac{\epsilon_0}{L} \int e^{bt} \text{sen } at \times dt,$$

siendo *k'* la constante de la integración.

Substituyendo los valores de *u* y *v* en la (8), obtendremos el de *i*

$$i = k k' e^{-bt} + e^{-bt} \frac{\epsilon_0}{L} \int e^{bt} \text{sen } at \times dt.$$

Como el término  $k k' e^{-bt}$  solamente influye en el valor de *i* en los primeros momentos siguientes al en que empieza el fenómeno, por de-

crecer muy rápidamente el factor  $e^{-bt}$  con el tiempo, podemos suprimirlo y tomar, sin que por ello cometamos gran error, para  $i$  el valor

$$i = e^{-bt} \frac{\varepsilon_0}{L} \int e^{bt} \operatorname{sen} at \times dt. \quad (10)$$

Hallemos el valor de la integral que forma parte de esta expresión, y como la cantidad en ella comprendida es un producto de dos factores funciones de la variable, apliquemos el método de integración por partes y tendremos:

$$\int e^{bt} \operatorname{sen} at \times dt = -\frac{\cos at}{a} \times e^{bt} + \frac{b}{a} \int e^{bt} \cos at \times dt.$$

Haciendo lo mismo con esta última, resultará:

$$\int e^{bt} \cos at \times dt = \frac{\operatorname{sen} at}{a} \times e^{bt} - \frac{b}{a} \int e^{bt} \operatorname{sen} at \times dt,$$

y substituyendo este valor en la anterior, nos dará

$$\int e^{bt} \operatorname{sen} at \times dt = -\frac{\cos at}{a} \times e^{bt} + \frac{b}{a^2} \operatorname{sen} at \times e^{bt} - \frac{b^2}{a^2} \int e^{bt} \operatorname{sen} at \times dt.$$

Despejando de aquí el valor de integral, obtenemos;

$$\int e^{bt} \operatorname{sen} at \times dt = \frac{a^2}{a^2 + b^2} \left( \frac{b}{a^2} \operatorname{sen} at \times e^{bt} - \frac{\cos at}{a} \times e^{bt} \right)$$

Substituyendo este valor en la ecuación (10), se convertirá en ésta

$$i = e^{-bt} \frac{\varepsilon_0}{L} \left[ \frac{a^2}{a^2 + b^2} \left( \frac{b}{a^2} \operatorname{sen} at \times e^{bt} - \frac{\cos at}{a} \times e^{bt} \right) \right]$$

Podemos ya suprimir los factores exponenciales, porque su producto es igual á uno y transformemos la ecuación así:

$$i = \frac{\varepsilon_0}{L} \cdot \frac{a^2}{a^2 + b^2} \left( \frac{b}{a^2} \operatorname{sen} at - \frac{\cos at}{a} \right)$$

ó bien

$$i = \frac{\varepsilon_0}{L} \left( \frac{b}{a^2 + b^2} \operatorname{sen} at - \frac{a}{a^2 + b^2} \cos at \right)$$

ó lo que es lo mismo:

$$i = \frac{\varepsilon_0}{L} \times \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left( \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \operatorname{sen} at - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos at \right).$$

Como cada uno de los quebrados que hay dentro del paréntesis es menor que 1 y la suma de sus cuadrados es igual á 1, podemos substituirlos uno por el seno y otro por el coseno del mismo ángulo; designando este por  $\varphi$ , la ecuación anterior se transforma en esta otra:

$$i = \frac{\varepsilon_0}{L} \times \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} (\operatorname{sen} at \cdot \cos \varphi - \cos at \operatorname{sen} \varphi),$$

ó recordando una fórmula muy usada de trigonometría,

$$i = \frac{\varepsilon_0}{L \sqrt{a^2 + b^2}} \operatorname{sen} (at - \varphi). \quad (11)$$

El ángulo  $\varphi$  viene determinado por las relaciones

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \operatorname{cos} \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

y por tanto,

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{a}{b}.$$

Substituyendo en estas expresiones  $b$  por su valor (7'), tendremos;

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{aL}{\sqrt{a^2 L^2 + r^2}} \quad \operatorname{cos} \varphi = \frac{r}{\sqrt{a^2 L^2 + r^2}}$$

y también

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{aL}{r} \quad (B)$$

y en ésta  $a$  por el suyo (2) resulta

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{2\pi L}{rT}. \quad (B)$$

De modo que el ángulo  $\varphi$ , á más de ser determinado, es perfectamente conocido en función de los datos de la cuestión á estudiar.

En la fórmula (11) substituyamos  $b$  por su valor y tendremos:

$$i = \frac{\varepsilon_0}{L \sqrt{L^2 a^2 + r^2}} \operatorname{sen} (at - \varphi). \quad (12)$$

La expresión que nos da el valor de la intensidad de la corriente, tiene un factor  $\operatorname{sen} (at - \varphi)$ , que depende del tiempo, y puesto que el seno tiene valores máximos de signo contrario separados por otros nulos, otro tanto le pasará á la corriente; luego ésta será *alterna*. Estos máximos y mínimos de la corriente no corresponden con los de la fuerza electromotriz  $\varepsilon$  originada por la influencia del campo exterior, porque, según vimos antes, el valor de esta fuerza es

$$\varepsilon = H S a \cdot \operatorname{sen} at = \varepsilon_0 \operatorname{sen} at,$$

y comparando ambos valores y teniendo en cuenta la representación gráfica de las corrientes alternativas, vemos que, esta corriente va retrasada sobre la fuerza electromotriz de inducción un ángulo  $\varphi$ .

En efecto; la fuerza electromotriz tiene su máximo cuando el seno de  $at$ , ó lo que es lo mismo  $\frac{2\pi}{T} t$ , vale 1, ó sea, cuando  $\frac{2\pi}{T} t$  es igual



á  $90^\circ$  ó  $\frac{\pi}{2}$ . El tiempo correspondiente á este valor máximo se deduce de la ecuación

$$\frac{2\pi t}{T} = \frac{\pi}{2}$$

de donde se obtiene

$$t = \frac{T}{4},$$

ó sea, un cuarto de periodo. La fuerza electromotriz será, pues, máxima cuando el circuito haya girado  $90^\circ$ , ó sea, cuando se halle en el meridiano magnético.

Ahora bien; la corriente  $i$  alcanza su máximo cuando el seno de  $(at - \varphi)$ , ó lo que es lo mismo, el seno de  $\left(\frac{2\pi}{T}t - \varphi\right)$  vale 1, ó sea, cuando

$$at - \varphi = \frac{\pi}{2},$$

de donde

$$at = \frac{\pi}{2} + \varphi.$$

Lo que nos dice, que la corriente no llega á su máximo cuando el circuito ha girado  $90^\circ$ , momento en que llega al suyo la fuerza electromotriz, sino cuando ha girado  $90^\circ + \text{el ángulo } \varphi$ , viniendo, pues, la corriente retrasada sobre la fuerza electromotriz que la origina, un ángulo  $\varphi$ , que no puede llegar nunca á valer  $\frac{\pi}{2}$ , porque su tangente, que tiene por valor

$$\frac{aL}{r},$$

no puede jamás alcanzar un valor infinito, porque para ello sería preciso que ocurriese una de estas tres cosas, todas imposibles:

Que la velocidad angular, ó sea  $\frac{2\pi}{T} = \infty$

Que el coeficiente de autoinducción  $L = \infty$

Que la resistencia del circuito  $r = 0$ .

Por lo anteriormente dicho, al ángulo  $\varphi$  se le llama *ángulo de retardo de la corriente sobre la fuerza electromotriz de inducción*.

Este retardo es originado por la *auto-inducción*, como expresa claramente la fórmula (A), cuyo numerador es la suma de las fuerzas electromotrices de inducción  $\varepsilon_0 \text{ sen } at$  y de auto-inducción  $-L \frac{di}{dt}$ .

Si queremos conocer el tiempo  $t'$  que corresponde al ángulo de retardo, recordemos que el circuito gira con movimiento uniforme y que el

tiempo  $T$ , ó periodo, corresponde á una vuelta entera  $2\pi$ ; podemos, pues, poner la proporci3n:

$$2\pi : T :: \varphi : t',$$

de donde

$$t' = \frac{\varphi}{2\pi} \cdot T.$$

La expresi3n anteriormente obtenida puede tambi3n escribirse bajo otra forma que conviene conocer. Para obtenerla, substituyamos en el coeficiente de la (12) la velocidad angular  $a$  por su valor  $\frac{2\pi}{T}$ , con lo que tendremos

$$i = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{r^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}}} \times \text{sen}(at - \varphi),$$

que podemos escribir así

$$i = \frac{\varepsilon_0}{r \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 L^2}{r^2 T^2}}} \times \text{sen}(at - \varphi);$$

pero en virtud de la ecuaci3n (B), el quebrado que hay bajo el radical es igual á la tangente del ángulo de retardo elevada al cuadrado; luego

$$i = \frac{\varepsilon_0}{r \sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \text{sen}(at - \varphi).$$

Y como, seg3n nos enseña la trigonometría,

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} = \cos \varphi,$$

tenemos la expresi3n de  $i$  bajo esta nueva forma

$$i = \frac{\varepsilon_0 \cos \varphi}{r} \text{sen}(at - \varphi). \quad (13)$$

Si queremos obtener bajo esta misma forma el valor de la fuerza electromotriz de *auto inducci3n*, recordemos que el valor de aqu3lla es

$$e = -L \frac{di}{dt},$$

luego deduciendo el valor  $\frac{di}{dt}$  de la (13) y substituyendo su valor en la expresi3n anterior, resulta

$$e = -L \times \frac{\varepsilon_0 \cos \varphi}{r} \times a \times \cos(at - \varphi).$$

Pero en virtud de la (B)

$$\frac{aL}{r} = \frac{\tan \varphi}{UVA. BHSC. LEEG. 060-2 n3653}$$

luego

$$\varepsilon = -\varepsilon_0 \cos \varphi \times \text{tang } \varphi \times \cos (at - \varphi),$$

ó lo que es lo mismo,

$$e = -\varepsilon_0 \text{ sen } \varphi \times \cos (at - \varphi).$$

La fuerza electromotriz de inducción vimos ya que vale

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \text{ sen } at.$$

La fuerza electromotriz *resultante* ó *efectiva*, vimos también que es igual, de acuerdo con la ley de Ohm, á la suma de la de inducción y auto-inducción; luego su valor será

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \text{ sen } at - \varepsilon_0 \text{ sen } \varphi \times \cos (at - \varphi) = \varepsilon_0 [\text{sen } at - \text{sen } \varphi \times \cos (at - \varphi)],$$

ó sea

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 [\text{sen } at - \text{sen } \varphi (\cos at \cos \varphi + \text{sen } at \text{sen } \varphi)],$$

ó lo que es lo mismo,

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 (\text{sen } at - \text{sen } \varphi \times \cos at \times \cos \varphi - \text{sen}^2 \varphi \times \text{sen } at),$$

que es igual á esta otra

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 [\text{sen } at (1 - \text{sen}^2 \varphi) - \text{sen } \varphi \times \cos at \times \cos \varphi]$$

ó sea

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 (\text{sen } at \times \cos^2 \varphi - \text{sen } \varphi \times \cos at \times \cos \varphi) = \varepsilon_0 [\cos \varphi (\text{sen } at \times \cos \varphi - \text{sen } \varphi \times \cos at)],$$

ó finalmente,

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \cos \varphi \times \text{sen } (at - \varphi).$$

Anteriormente vimos que representando por  $\varepsilon_0$  el valor máximo que puede tomar la fuerza electromotriz de inducción  $\varepsilon$ , valor que es máximo cuando el  $\text{sen } at$  es igual á 1, la expresión de la fuerza electromotriz de inducción, causa de todo, por cuanto la de auto-inducción es una consecuencia de ella, es

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \text{ sen } at.$$

La expresión (12) del valor de  $i$ , pone inmediatamente de manifiesto que su valor máximo es, designándolo por  $I$ ,

$$I = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{L^2 a^2 + r^2}}. \quad (14)$$

Podemos, pues, escribir la (12) así (forma muy usada):

$$i = I \text{ sen } (at - \varphi).$$

Si por un momento suponemos nula la auto-inducción y por tanto hacemos  $L = 0$  en la (14), obtendremos el valor de la *intensidad máxima sin auto-inducción*, valor que es mayor que  $I$  y tiene por expresión

$$UVA. BHSC. \frac{E}{L} G. 060-2 n3653$$

Comparando ambos valores se ve que el efecto de la auto-inducción no solamente es causar la disminución de la intensidad de la corriente y retardarla en *fase* sobre la fuerza electromotriz, según ya dijimos, sino que equivale á tanto como si en el circuito se presentase en vez de la resistencia  $r$ , llamada óhmica, otra mayor, cuyo valor es

$$\sqrt{r^2 + a^2 L^2}.$$

A esta razón es debido el nombre que se da á esta resistencia, llamada *resistencia aparente del circuito, impedancia*.

Basta echar la vista sobre el valor de esta resistencia aparente para convencerse de que crece, no solamente con el valor de  $L$ , sino también con la velocidad angular  $a$ , y como ésta vale

$$a = \frac{2\pi}{T},$$

á medida que disminuya el período aumentará la resistencia aparente.

Se denomina *frecuencia* de la corriente alterna al número de períodos que haya en cada segundo de tiempo; luego

$$\text{frecuencia} = \frac{1}{T}.$$

Por tanto nos es dado decir, que la resistencia aparente aumenta con la frecuencia.

Si el eje de rotación lo ponemos inclinado sobre el horizonte, los efectos obtenidos serían análogos. El valor máximo del flujo de fuerza sería proporcional á la componente del campo magnético terrestre perpendicular al eje de giro y en el plano del meridiano magnético. El único caso en que no se produciría corriente en el circuito, sería aquel en que el eje de rotación coincidiese con la dirección de la aguja de inclinación, porque entonces la componente horizontal del campo terrestre, perpendicular en ese caso á la dirección de la aguja y en el plano del meridiano magnético, sería nula.

## § 10.

### Corrientes inducidas de diferentes órdenes.

A pesar de la instantaneidad de las corrientes inducidas, por una cualquiera de las causas antedichas, originan á su vez nuevas corrientes inducidas por su influencia sobre los circuitos cerrados á ellas inmediatos, dando éstas á su vez lugar á otras y así sucesivamente; estas corrientes

así creadas se distinguen con la denominación de *corrientes inducidas de orden superior*.

Manifiéstase la existencia de estas nuevas corrientes, descubiertas por el Sr. Henry en New-Jersey, haciendo actuar unos sobre otros sucesivamente varios carretes. Consideremos al efecto un circuito animado por una pila ó un electromotor cualquiera  $P$  (fig. 7), que contiene un carrete

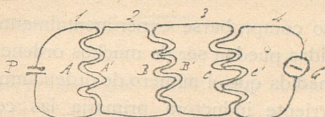


FIG. 7.<sup>a</sup>

inductor  $A$ . Un segundo circuito formado por un carrete inducido  $A'$  y otro inductor, un tercero igual al anterior y así sucesivamente hasta un último circuito, formado por un carrete inducido y un galvanómetro. Si la corriente primaria de la pila sufre una variación cualquiera en su intensidad, todos los circuitos serán atravesados por corrientes inducidas. Se denominan corrientes inducidas primarias ó de primer orden las desarrolladas en el circuito 2, de segundo orden, ó secundarias las que tienen asiento en el circuito 3, y así sucesivamente.

No necesitamos apelar al cálculo para darnos exacta cuenta de lo que ocurre cuando la corriente de la pila comienza á terminar. Sabemos ya que en ese caso la corriente inducida primaria parte de cero, para volver á anularse rápidamente. Esta corriente inducida actuando sobre el circuito 3, desarrolla, en él una corriente inducida de segundo orden y se porta como dos corrientes, una de las cuales empieza mientras la otra acaba, casi en el mismo instante; esta corriente inducida de segundo orden estará, pues, constituida por dos corrientes que circulan en sentido contrario, y la cantidad total de electricidad por ella puesta en juego, será nula. Es muy difícil apreciar la existencia de estas corrientes, pues siendo instantánea su duración, se juntan los efectos de la directa é inversa, anulándose en parte y haciendo insensible su acción sobre la aguja del galvanómetro.

Pero si para manifestar la existencia de las corrientes inducidas de orden superior resulta impropio el galvanómetro, no ocurre otro tanto y se puede acusar su presencia con el electrodinamómetro; por la medida del calentamiento de los hilos, y en general por todas aquellas acciones de las corrientes proporcionalmente á su intensidad. Pueden tam-

bién manifestarse haciéndalas actuar convenientemente sobre el voltámetro de agua, como lo hicieron Verdet y Masson, empleando electrodos muy finos y corrientes de gran intensidad, pues en este caso se producen independientemente los efectos de las corrientes de sentido inverso, originando una y otra desprendimientos de gas en los dos polos, y pudiendo, por tanto, recoger en cada uno de ellos la mezcla detonante de oxígeno é hidrógeno.

Según ha podido comprobarse experimentalmente, resulta: 1.º, que las corrientes inducidas pueden ser de muchos órdenes; 2.º, que su intensidad disminuye á medida que el número de orden aumenta; 3.º, que cuando empieza la corriente inductora primaria las corrientes inducidas de 1.º, 3.º, 5.º... orden, ó sean las impares, son inversas, y las de 2.º, 4.º, 6.º... orden, ó sean las pares, son directas; y 4.º, que al interrumpir la inductora cambia el sentido de éstas, ó lo que es lo mismo, que las de 1.º, 3.º, 5.º... orden son directas, é inversas las de 2.º, 4.º, 6.º... etc.

Un caso particular de las corrientes inducidas de orden superior, es aquel en que reemplazamos la pila  $P$  por un electro-motor periódico, cuya fuerza electromotriz sea, por ejemplo,  $E = A \sin \omega t$ . Se demuestra en este caso que todos los circuitos estarán animados por corrientes alternativas del mismo período, pero de fase y de intensidad máxima variable de un circuito á otro, según los valores respectivos de sus resistencias y de sus coeficientes de auto-inducción.

## § 11.

### Inducción por las descargas eléctricas.

En 1834 descubrió Masson las corrientes inducidas originadas por las descargas de las botellas de Leyden, siendo deudores de los principales estudios sobre este particular al citado Masson y á Verdet.

Pudiendo considerarse la descarga de una batería cual una corriente, se comprende que la acción de la electricidad estática pueda, al igual que la de la pila, originar fenómenos de inducción, y que, cuando la descarga de un condensador no sea oscilante, desenvuelva en un circuito sometido á su influencia corrientes inducidas, según confirma la experiencia. Las leyes por que se rigen las corrientes así producidas y á las que se distingue con el calificativo de corrientes *Leyden-eléctricas*, son las mismas de las corrientes originadas por la inducción de otras corrientes.

## SEGUNDA PARTE

### INDUCCIÓN EN UN CIRCUITO CUALQUIERA

#### § 12.

##### Inducción en las masas metálicas.

Acabamos de ver que toda variación del flujo que atraviesa un circuito cerrado, desarrolla en él una corriente. Dijimos también que siempre que movemos á través de las líneas de fuerza de un campo magnético un alambre recto, se produce en él una fuerza electromotriz, que no puede traducirse en corriente porque el alambre no forma circuito cerrado; pero se traduce en una diferencia de potenciales, en sus extremos equivalente á esa fuerza electromotriz.

He aquí la regla para saber la dirección de esta fuerza electromotriz:

REGLA.—*Sobre una de las líneas de fuerza hacia que camina el conductor, y mirando á éste, colóquese el observador en forma tal, que aquélla le entre por los pies y le salga por la cabeza. En esta disposición el observador, la fuerza electromotriz irá de su derecha á su izquierda.*

Visto, pues, lo relativo á la inducción en los conductores lineales, vamos á ver ahora como, igualmente, toda variación de flujo determina corrientes inducidas en los conductores que no afectan aquella forma, y que aquéllas se desarrollan en las masas metálicas por la influencia de corrientes ó de imanes, con relación á los cuales se mueven. La ley de Lenz es siempre aplicable.

Consideremos, pues, ahora el caso de un conductor cualquiera: una masa metálica *A* (fig. 8), que impulsada por una fuerza cualquiera penetra

en un campo magnético, cuyas líneas de fuerza son perpendiculares al plano del papel y entran por los ojos al observador. La flecha  $f$  marca el sentido del movimiento de  $A$ . Aplicando la regla veremos que en la parte de  $A$  que penetró en el campo, la fuerza electromotriz es descendente, y como hay una parte del conductor donde no se produce fuerza electromotriz, aquélla cierra el circuito y se producirán, por tanto, dentro de la masa corrientes circulatorias en el sentido que indica la figura. Estas corrientes se llaman corrientes de *Foucault*. Si el campo no es uniforme, por ejemplo, si es más intenso en la parte de  $A$  que va delante que en la que va detrás, habrá en ambas fuerzas electromotrices en sentido descendente; pero como las de la parte de adelante son más intensas, se producirán también las *corrientes de Foucault*, á causa de esa diferencia de fuerzas

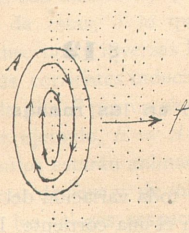


FIG. 8.<sup>a</sup>

electromotrices que obran en opuesto sentido. Aun en un campo uniforme se producen las corrientes de Foucault, á causa de la forma que afecte el cuerpo.

Podemos, pues, considerar á toda masa metálica como un conjunto de conductores lineales cerrados, cada uno de los cuales estará animado por una corriente. Designando por  $R$  la resistencia de uno de estos conductores, y por  $i$  la intensidad de la corriente que la anima, en un instante  $t$ , tendremos como en el caso de los conductores lineales

$$e - Ri = 0$$

y

$$e = - \frac{dN}{dt},$$

representando  $N$  el flujo total de fuerza á través del circuito considerado. Este flujo resultará: 1.º, del campo magnético exterior; 2.º, del campo magnético originado por las demás corrientes consideradas en la masa, y 3.º, del campo magnético propio de la corriente en cuestión. El pro-

U.S. BUREAU OF STANDARDS, WASHINGTON, D.C. 20540



blema á resolver consiste en determinar la forma de los conductores en que descomponemos la masa, ó sea la forma de las líneas de corriente y la intensidad de éstas, ó sea la intensidad en cada punto del conductor referida á la unidad de sección.

Maxwell dió la teoría general de las corrientes de Foucault, estudiando en particular los conductores de dos dimensiones é indicando los procedimientos de cálculo más indicados en cada caso. Pero como los desarrollos que lleva consigo este estudio nos haría muy pesados, nos limitaremos á una exposición de los principales hechos revelados por la experiencia.

### § 13.

#### Magnetismo de rotación.

En 1824 el ilustre constructor Gambey observó, que una aguja imantada que separada de su posición de equilibrio, oscila bajo la influencia de la acción magnética de la tierra, es influida por la aproximación de ciertas masas metálicas, y especialmente el cobre, viendo que mientras una aguja imantada introducida dentro de una caja de madera daba más de trescientas oscilaciones antes de volver á su posición de equilibrio, si se la introducía en una de cobre recobraba el reposo después de 3 ó 4 solamente. Arago repitió algún tiempo después la misma experiencia, haciendo oscilar la aguja, primero sobre un disco de madera y luego sobre uno de cobre, y viendo que la disminución de amplitud era mucho más rápida en este último caso que en el primero, trajo inmediatamente la experiencia, diciendo que probaba la existencia de una fuerza entre la aguja y el metal opuesta al movimiento de aquélla, y que podía compararse á un rozamiento. Esta interpretación lo llevó en 1825 á otro hecho todavía más inesperado, pues supuso que haciendo girar al disco alrededor de un eje que pasara por el estilete que sustenta la aguja, ésta debía seguirlo en su movimiento, viendo su previsión confirmada por la experiencia, pues la aguja empezó por separarse del meridiano magnético en el sentido de la rotación, y formó con él un ángulo de 25 ó 30°, según la velocidad de rotación del disco; aumentando ésta, continuó la aguja desviándose hasta 90°, y á partir de aquí adquirió un movimiento continuo de rotación, menos rápido que el del disco, del mismo sentido y que no cesó hasta parar aquél. Su efecto varía con la distancia de la aguja al disco.

Ocurrióseles á Babbage y Herschel inventar la experiencia, y en lugar

de suspender la aguja, colocaron en equilibrio sobre un estilete central un disco de cobre, separado de un poderoso imán en forma de U por una hoja de pergamino, para evitar que la acción del aire ejerza perturbación alguna, y hacían girar el imán mediante un engranaje alrededor de un eje. El razonamiento que guió á Arago demuestra que el disco debe girar, y la experiencia lo comprobó, pues el disco adquirió movimiento de rotación en el mismo sentido que el imán.

Por último, Faraday invirtió también la experiencia de Gambey. Puesto que la presencia de una masa metálica en reposo para las oscilaciones de la aguja imantada, recíprocamente, la presencia de un imán inmóvil, debe detener el movimiento de una masa metálica que gira. Para demostrar esto, el ilustre físico suspendió entre los polos de un enérgico electroimán un cubo de cobre, retorciendo mucho el hilo de suspensión. Al abandonar el cubo á sí mismo, adquiere, por efecto de la destorsión del hilo, un rápido movimiento de rotación. Tan pronto como por la circulación de la corriente en los carretes del electroimán se imantaba el hierro dulce, el cubo detenía bruscamente su movimiento, cualquiera que fuese su posición, y la velocidad que en aquel momento le animase; en el instante mismo que el hierro dulce perdía sus condiciones de imán, por cesar las corrientes en los carretes, el cubo reanudaba su interrumpido movimiento.

Análogos efectos se obtienen cuando el imán es reemplazado por un solenoide ó por un carrete.

Todas estas experiencias, que no son sino medios diversos de contrastar una misma acción, pueden condensarse en la siguiente ley general.

Siempre que un imán ó un solenoide está en presencia de una masa metálica continua y se da al imán ó al metal un movimiento relativo, se produce una fuerza que tiende á oponerse al movimiento, es decir, á parar aquel de los cuerpos que se obligó á mover ó á hacer mover, arrastrándolo al que se dejó quieto.

Al principio no se encontró causa alguna á que atribuir estos fenómenos; algún tiempo después creyó ver en ellos Arago un efecto de influencia, atribuyéndolos á una forma especial del magnetismo, que llamó *magnetismo de rotación* ó *magnetismo en movimiento*, y en la imposibilidad de poder hacer otra cosa por entonces, se dedicó á investigar las leyes á que estaban sometidos. Empezó, pues, por tratar de inquirir la dirección de las fuerzas que solicitan la aguja, reconociendo que la que le imprime su movimiento de rotación es la resultante de otras tres.

1.º La primera experiencia demuestra que hay una componente horizontal paralela al plano del disco, perpendicular á la dirección de la aguja en cada uno de sus puntos, y que obra por atracción en el sentido del movimiento del disco; esta fuerza es la que obliga á girar á la aguja.

2.º Si suspendemos la aguja del platillo de una balanza sobre el plano del disco, sufre una aparente disminución de peso en el momento que se le hace girar; esto nós prueba que hay otra componente vertical, que es repulsiva.

3.º Hay, por último, una tercera componente en el sentido del radio del disco, porque una aguja de inclinación móvil en un plano perpendicular al meridiano magnético, que debe ser vertical, se mueve cuando gira el disco. Es vertical en  $OB$  (fig. 9) sobre el centro; se aproxima á éste

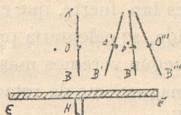


FIG. 9.ª

en  $O'B'$ ; vuelve á permanecer vertical en  $O''B''$ , á una cierta distancia, y á partir de este punto se aleja del centro. Esto prueba que la tercera componente es atractiva, nula ó repulsiva, según la distancia del polo al centro del disco, empezando por ser atractiva desde el centro, cambiándose en repulsiva después de pasar por cero, á medida que se acerca más á la circunferencia.

Esto y no más, fué lo que la experiencia enseñó sobre el asunto. La cuestión no hizo progreso alguno hasta que, descubierta la inducción por Faraday, se hizo evidente la causa del magnetismo de rotación, pues si Arago no descubrió el origen de las distintas fuerzas que tienden á mover la aguja, Faraday probó en 1832 que aquéllas son debidas á ciertas corrientes de inducción desarrolladas en los discos en movimiento, las cuales por su reacción sobre la aguja, tienden á hacerla marchar en el sentido de la rotación.

## § 14.

### Explicación del magnetismo de rotación.

Sabemos ya que toda masa metálica es inducida por la presencia de un imán ó de un solenoide, desarrollándose por su introducción en el campo magnético por aquéllos creado, las corrientes de Foucault; por con-

secuencia, en los fenómenos que estudiamos, el imán desarrolla en el disco corrientes que por su reacción electrodinámica tienden á parar el movimiento que les dió vida; obran, pues, como lo haría un rozamiento. Tyndall, que fué uno de los que repitieron la experiencia antes citada de Faraday, compara la resistencia del cubo que se detiene entre las ramas del electroimán, á la que opondría un medio viscoso.

«Aunque la vista no percibe resistencia alguna —dice—, si se obliga al cobre á girar en el campo magnético después de la excitación, creeríase que está sometido en un medio viscoso. Si se imprime á una pieza plana de este metal un movimiento de vaivén ó de sierra entre los dos polos, la resistencia que se experimenta, se parece á la que opone una masa de manteca ó de queso al cuchillo que la corta. Esta *frotación virtual* del campo magnético es tan fuerte, que el cobre que recibiera entre los polos una rotación rápida, se calentaría probablemente hasta fundirse.» Tyndall lo realizó así, según veremos más adelante. La ley establecida por Arago acerca del magnetismo de rotación es precisamente la ley de Lenz, y la inducción explica en muy pocas palabras, los experimentos de Gambey, de Arago, de Herschel y Babbage y de Faraday. Expliquemos cada una de ellas en particular.

1.<sup>a</sup> Supongamos que siendo *AB* (fig. 10) la aguja de Gambey, va en una de sus oscilaciones de *N* á *M*, según indican las flechas. El movi-

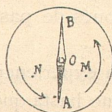


FIG. 10.<sup>a</sup>

miento de la aguja en presencia de un conductor como es el cobre, desarrolla en él corrientes inducidas de dos clases; en los puntos hacia que se acerca como *M*, corrientes inducidas *inversas* que la repelen; en aquellas de que se aleja corrientes *directas* que la atraen, ambas acciones se suman, pues, para detener el movimiento de la aguja en virtud de la ley de Lenz.

2.<sup>a</sup> Cuando el disco gira de *N* hacia *M* y la aguja está fija, ésta rechaza en virtud de la inducción, los puntos tales como *N*, que se le acercan, y atrae aquellos que, como *M*, se alejan; luego tiende á detener el movimiento del disco, según demuestra la experiencia de Faraday.

3.<sup>a</sup> Herschel y Babbage hacen girar el imán con velocidad uniforme;

en este caso, el polo  $A$  repele en virtud de la acción de las corrientes inducidas, los puntos hacia que se acerca, y atrae aquellos de que se aleja, determinando, como consecuencia de ambas acciones, el movimiento del disco.

4.<sup>a</sup> Cuando es un cubo el que gira en presencia de los polos de un electroimán, al emitir la corriente á éste se desarrollan corrientes inducidas en el cobre; siendo la reacción del magnetismo, ó de las corrientes particulares del electro-imán sobre las inducidas las que ocasionan la detención del cubo. La supresión del magnetismo de *rotación* restituye al cubo su primitivo movimiento de rotación.

5.<sup>a</sup> Por último, en la experiencia de Arago, es el disco el que gira de  $N$  hacia  $M$ ;  $N$  se aproxima á  $A$  y lo repele;  $M$  se aleja y lo atrae; por lo tanto,  $A$  se mueve en el mismo sentido del disco.

Siendo verdadera esta explicación, todas aquellas circunstancias que favorezcan la inducción aumentarán los efectos de los fenómenos que estudiamos, disminuyéndolos aquellas que no favorecen la inducción. Ahora bien; la inducción se desarrolla con tanta mayor facilidad cuanto más conductoras son las substancias que á ella sometemos, anulándose con los cuerpos aisladores, y precisamente Arago, substituyendo el disco de cobre con otros de distintas substancias, comprobó que la energía del fenómeno depende de la conductibilidad de aquéllas, anulándose casi con discos de madera, de vidrio ó de agua. El efecto es máximo con el hierro, hallando Babbage y Herschel que representando por 100 la acción de un imán sobre un disco de cobre, en los demás metales puede expresarse por los números siguientes: cinc, 95; estaño, 46; plomo, 25; antimonio, 9 y bismuto, 2; se debilita esta acción notablemente si el disco está calado. Dove demostró que la inducción sobre un tubo hendido que se introduce en un carrete es nula, y Arago, que parecía haber presentado esto, serró un disco en el sentido de sus radios, de modo que quedase dividido en sectores iguales adheridos entre sí solamente por el vértice; el efecto del disco así dispuesto sobre la aguja llegaba á ser nulo; pero una vez rellenas dichas soluciones con un metal cualquiera, recobraba su peculiar intensidad, no siendo ésta la misma para las diversas substancias empleadas.

Matteucci probó experimentalmente la verdad de esta teoría, haciendo ver que el movimiento alrededor de un eje de un circuito estático en relación á un imán próximo, no desarrollando corrientes inducidas, no es detenido por el imán. Para ello reemplazó el cubo macizo de la experiencia de Faraday por otro preparado con laminas de cobre paralelas, sepa-



todas las posiciones desde la circunferencia al centro; las consideraba Matteucci como sondas, pues siempre que se encuentren sobre la dirección de una de las corrientes que circulan en la superficie, deben recogerla y acusar su presencia en el galvanómetro. Con tan ingenioso aparato patentizó los fenómenos representados en la figura 11, donde  $A$  y  $B$  son las proyecciones de los polos del electroimán, y  $EF$  el diámetro que pasa por encima de estos polos. Supongamos que  $M$  y  $N$  son dos puntos tocados. Cuando están sobre una línea donde no hay corriente, la aguja del galvanómetro permanecerá inmóvil; pero si dejando fija una, movemos la otra sonda de modo que toque un punto  $N'$  próximo á  $N$ , el galvanómetro acusará una corriente, pues habrá entre estos puntos una fuerza electromotriz, que será positiva ó negativa, según que  $N'$  se encuentre de un lado ó del otro de la línea  $MN$ . Se puede, pues, determinar por la experiencia la forma de las líneas  $MN$ ; referir después los puntos tocados á dos ejes rectangulares  $CD$  y  $EF$ , y trazar las líneas de potencial igual, ó sea aquéllas donde no hay corriente. Veamos el resultado de tales determinaciones.

Cuando la velocidad no es muy grande, todo es simétrico con relación á los ejes  $CD$  y  $EF$ ; basta, pues, como hicimos en la figura, trazar las líneas correspondientes á uno de los cuatro cuadrantes en que dichos ejes dividen el disco. Matteucci encontró las marcadas con trazo continuo, normales todas al eje  $EF$ . De éstas, una es el eje  $CD$ ; hay otra muy notable, que pasa por encima de los polos del electroimán y es casi circular, que viene á ser una *línea de inversión*, pues las interiores y exteriores á ella son recorridas por corrientes de opuesto sentido; después cambian de forma á medida que se alejan del centro, encorvándose todas á su terminación, á fin de cortar normalmente la circunferencia del disco.

Los puntos en que se proyectan los polos del electroimán, son puntos *neutros* ó de corriente nula.

Se comprende, pues, que trazando trayectorias normales á las líneas antes determinadas, representarán la dirección de las corrientes que circulan en la placa; hemos representado estas corrientes por líneas punteadas, y una de ellas es la línea  $EF$ , ya reconocida por Faraday, siendo todas las demás tangentes á ella.

Todo esto, en el supuesto de que la velocidad no sea muy grande, es verdad, y la recta que pasa por encima de los polos es un eje de simetría para las corrientes. Pero si la velocidad con que gira el disco aumenta, este eje se separa en el sentido del movimiento, colocándose en  $E'F'$  y formando en el  $EF$  un ángulo que aumenta con dicha velocidad. Luego

el desplazamiento del imán está perfectamente ligado á este eje de simetría, porque si las corrientes desarrolladas fuesen exactamente simétricas á uno y otro lado de  $AB$ , su acción sería igual en ambos sentidos y el imán no se movería.

La posición de la línea neutra de inversión, que pasa por las proyecciones de los polos, no sufre modificación, aun cuando varía el espesor del disco, ó su naturaleza, ó la intensidad de la corriente que anima el electro-imán; pero dicha línea se reduce á medida que aumenta la velocidad de rotación del disco.

Por último, á uno y otro lado de esta línea y sobre el diámetro polar, se encuentran dos puntos, correspondientes cada uno á un *máximum*, y cuya distancia á dicha línea depende del diámetro del disco giratorio y del espesor del electro-imán.

Matteucci, una vez hecho este análisis, lo completó por la síntesis. Al efecto, colocó sobre un disco de cera hilos de cobre en las posiciones representadas por las líneas punteadas, é hizo que por ellos circularan corrientes. De este modo constituyó un sistema de corrientes idéntico al que circula en la masa del disco, como consecuencia de su movimiento. Si en el momento en que su eje de simetría está en  $E'F'$  se pone en la dirección  $AB$  una aguja imantada, es, como en la experiencia de Arago, atraída hacia  $E'F'$ . Fenómenos que afirman la teoría de Faraday sobre el magnetismo de rotación.

## § 15.

### Determinación del equivalente mecánico del calor por medio de las corrientes inducidas.

Vimos en el párrafo anterior cómo un cubo de cobre detenía su movimiento de rotación, cuando sobre él actuaban los polos de un electro-imán. Es evidente que, si queremos hacer que persista el movimiento del cubo, á pesar de la acción del electro-imán, requeriremos el gasto de cierta cantidad de trabajo para vencer la resistencia resultante de la acción inductiva del imán. La energía así absorbida se encuentra bajo la acción de calor, en virtud de la ley de Joule, calor desarrollado por la producción de nuevas corrientes de inducción, desarrolladas en la masa conductora en movimiento. Fundándose, pues, en la teoría de la transformación del trabajo mecánico en calor, se ha determinado el que desarrollan las corrientes inducidas que tienen su origen en los conductores en



movimiento, bajo la acción de poderosos imanes. Además, cuando el cuerpo sometido al movimiento alcanza un volumen constante, no habiendo entonces variación de energía potencial, debe haber equivalencia entre el trabajo gastado y la cantidad de calor producida. Nos basta, pues, en este caso, dejando á un lado la naturaleza de las acciones en juego, medir este trabajo gastado y el calor producido, para deducir el equivalente mecánico del calor.

El primero que intentó realizarlo así fué Joule en 1843, para lo cual arrolló un alambre de cobre alrededor de un cilindro de hierro dulce, introdujo el todo así formado en un tubo lleno de agua, y comunicó á éste un rápido movimiento de rotación entre los polos de un electroimán; el calor producido en el hierro dulce y en el alambre que lo envolvía, lo determinaba un termómetro introducido en el líquido. En una serie de experiencias así realizadas, y comparando el calor producido al trabajo empleado, dedujo Joule, para cada caloría grande que se producía, números que variaban entre 322 y 572 kilográmetros gastados.

En 1857, valiéndose de las máquinas electromagnéticas de *L'Alliance*, corrigió Le Roux estas determinaciones, encontrando los números 442, 462 y 470.

Foucault, que fué el primero que hizo el razonamiento de que el rozamiento que la detención origina se convierte en calor, dió á la experiencia para demostrarlo una forma sorprendente, valiéndose de un disco de cobre rojo de 75 milímetros de diámetro y siete de grueso, que gira con una velocidad de 150 á 200 vueltas por segundo, mediante una serie de engranajes, y el cual penetra parcialmente entre dos piezas de hierro dulce, que, puestas en prolongación de los polos de un electroimán, imantándose por influencia, concentran la acción de aquél sobre las caras del disco.

Cuando el electroimán no está excitado, basta un pequeño esfuerzo para hacer mover el disco, y si habiendo adquirido una velocidad considerable se abandona el manubrio, continúa el movimiento del disco y de las demás piezas algún tiempo, por efecto de la velocidad adquirida; mas si en este momento lanzamos la corriente en los carretes del electroimán, se extingue el movimiento del disco y de las demás piezas casi instantáneamente, como si se hubiera aplicado al móvil un freno invisible. Pero si en ese estado se da vuelta al manubrio para restituir al aparato el movimiento perdido, siéntese una resistencia considerable, y si á pesar de esta resistencia se sigue girando, es necesario ejercer un esfuerzo muy grande para mover el disco, y el trabajo gastado se presenta bajo la for-

ma de calor concentrado en el cuerpo giratorio, elevándose la temperatura de éste muchos grados.

Merced á un termómetro que penetra en la masa del disco, se puede seguir paso á paso la elevación de temperatura. En un experimento de Foucault, elevóse la temperatura de un disco plano de cobre rojo de 10 á 60°, en seis minutos, y eso que la pila estaba formada por tres elementos Bunsen. Con seis elementos, es tal la resistencia que no se podría girar mucho tiempo. La experiencia da un bellísimo ejemplo de la transformación de la energía mecánica en calor. Tyndall, en sus conferencias sobre el calor considerado como modo de movimiento, hizo girar entre los polos de un electro-imán un cilindro metálico sólido, cuyo núcleo estaba formado de un metal más fusible que la envolvente. Activado el electro-imán, el núcleo quedaba fundido á los pocos minutos, y Tyndall podía verter el metal licuado en presencia de los espectadores.

En 1871, Violle midió el trabajo necesario para hacer girar el disco de Foucault, comunicándole el movimiento por la caída de un peso. Disponía para ello de una altura suficiente, para que la velocidad con que descendía aquél fuera uniforme, y bastaba entonces medir el tiempo que empleaba en descender una cantidad fija, un metro, por ejemplo, para conocer dicha velocidad. Encontró que aquélla era proporcional al peso motor útil, ó sea al peso necesario para mover el disco, disminuido del indispensable para vencer las resistencias pasivas; este último lo obtenía haciendo mover el disco cuando el electro-imán no era excitado. Resulta, pues, que el trabajo absorbido proporcional al peso motor y á la velocidad, lo es en definitiva al cuadrado de esta última. Lo cual confirma la ley de Neuman, pues si cada una de las corrientes inducidas es proporcional á la velocidad del desplazamiento, el trabajo de las acciones electrodinámicas es proporcional á la intensidad de estas corrientes, y al camino recorrido, ó bien al cuadrado de la velocidad.

A fin de medir el calor desarrollado en el disco, Violle instaló aquél en el eje, mediante dos anillos de caucho y de un cerrojo, que permite, tirando de él un poco é imprimiendo un choque al disco, que aquél se desprenda en un momento cualquiera de la rotación; se le recoge en una red de hilos de seda y se inmerge en seguida en un calorímetro. El calentamiento así medido no es exactamente la medida del calor desarrollado en el disco, porque estando aquél en parte sumergido en el aire, pierde una cantidad de calor en el medio ambiente. Para no despreciar ésta, Violle realizó varias experiencias idénticas, pero de distinta duración, deduciendo de ellas la ~~corrección necesaria por este~~ concepto.

Haciendo las experiencias con metales distintos, obtuvo estos resultados:

METAL EMPLEADO	Equivalente mecánico del calor en kilográmetros.
Cobre.....	435,2
Plomo.....	435 8
Estaño.....	437,4
Aluminio.....	434,9

Violle adoptó el número 435 (1). Veamos cuál es su valor en el sistema C. G. S. Sabemos que el gramo tiene 981 dinas, luego el kilogramo valdrá 981.000 dinas. El trabajo llamado kilográmetro es, pues, el que realiza una fuerza de 981.000 dinas, cuando su punto de aplicación recorre 100 centímetros. Este trabajo será, pues,

$$981.000 \times 100 \text{ dinas centímetros.}$$

ó sea,

$$98.100\ 000 \text{ ergs.}$$

Por tanto,

$$1 \text{ kilográmetro} = 98.100.000 \text{ ergs.}$$

La caloría *pequeña* ó de *gramo grado*, es la cantidad de calor que exige un gramo de agua para que tomado á cero grados se caliente un grado, y como el kilográmetro acabamos de ver que vale 98.100 000 ergs, se tendrá (con el equivalente de Violle)

$$1 \text{ caloría} = \frac{435 \times 98.100\ 000}{1.000} = 426\ 735 \times 10^5 \text{ ergs.}$$

Comparado este número á las mejores determinaciones de Joule (2), parece un poco grande; la diferencia debe ser, sin duda, atribuída á una evaluación demasiado pequeña de la corrección por enfriamiento.

## § 16.

### Teoría del P. Secchi para interpretar los fenómenos de la inducción.

El P. Secchi, á cuyo talento investigador no podemos sustraernos de rendir el debido homenaje, opina que en la electricidad estática, una dis-

(1) El adoptado hoy es 424.

(2) Joule da: 1 caloría = 415,844 Ergs. G. 060-2 n3653

tinta condensación del éter da origen á todos sus fenómenos; y en dinámica explica la corriente un flujo etéreo.

Basa su teoría (en particular por lo que á la inducción se refiere), en las analogías de dichos fenómenos de inducción con varias experiencias de hidráulica, fijándose principalmente en las siguientes:

Consideremos un recipiente *AB* (fig. 12) lleno de agua, con un largo

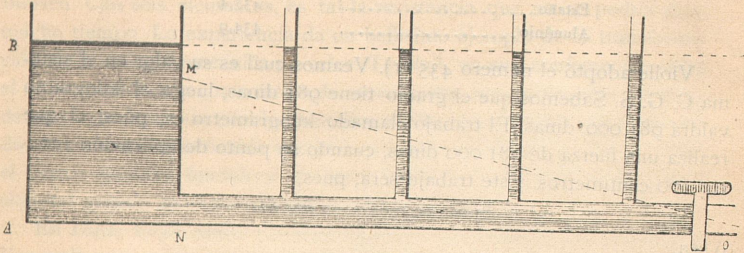


FIG. 12.<sup>a</sup>

tubo horizontal por donde puede salir aquélla, provisto de una llave *O* en su extremo, y sobre el cual ponemos varios tubos verticales de pequeño diámetro.

Mientras la llave está cerrada, el equilibrio del líquido hace que la superficie de nivel en todos estos tubitos sea la misma del recipiente.

En el momento de abrir la llave *O*, el líquido desciende en los tubitos rápidamente, alcanzando nivel inferior al que le corresponde por la salida constante, y si la velocidad de escape del líquido es suficiente, se produce en ellos una serie de oscilaciones.

Una vez establecida la corriente de manera permanente, la superficie libre de nivel se mantiene constante en todos, determinando una línea recta *MN*, inclinada sobre el horizonte, que corta al recipiente en un punto inferior á su nivel; hay una verdadera succión en los tubos al empezar la salida.

En el momento de cerrar el orificio *O*, el nivel del líquido se eleva súbitamente, rebasando la línea de horizontalidad del recipiente, volviendo después de una serie de movimientos oscilatorios, al nivel horizontal de equilibrio.

Estos fenómenos recuerdan bastante los de la producción de la corriente de inducción inicial y final, y el P. Secchi los aplica para explicar aquéllas, viendo que es más intensa esta última, correspondiéndose el cerrar el circuito con abrir la llave *O*, y cerrar ésta con abrir aquél.

Veamos otro fenómeno que, siendo permanente, nos resulta interesante por su paralelo con la electricidad.

Consideremos un recipiente  $MN$  (fig. 13), que lleva adaptado á su fondo un tubo de caucho  $KO$ , perfectamente cilíndrico: al abrir la llave y dar salida al líquido del recipiente, dicho conducto se deforma y su sección, de circular que era, toma una forma alargada, representada casi exactamente en  $R$ . Esta sección es entonces más pequeña, lo que se

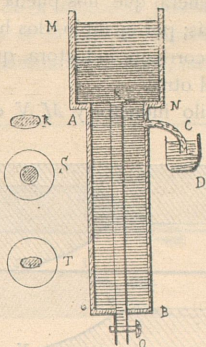


FIG. 13.<sup>a</sup>

manifiesta de este modo. Se introduce el conducto en otro tubo de vidrio ó metal en forma tal, que ocupe aquél su eje, y se pone hacia la parte superior un tubo recurvado que termina en una cápsula también con líquido (el  $AB$  se llena).

En el momento que abrimos la llave  $O$ , una parte del líquido de la cápsula  $D$  pasa á la añadidura  $C$ . Al cerrar la llave  $O$  ocurre lo contrario. Estos resultados son evidentemente debidos á la disminución de presión que tiene lugar en todo conducto atravesado por un fluido, en el momento del escape de éste. La cavidad del tubo  $AB$ , que era anular como representa  $S$ , se transforma en otra  $T$ , cuya área es mayor, puesto que la sección del tubo flexible ha disminuído.

Esta variación en la presión del medio que rodea al conductor, sirve al P. Secchi para explicar las corrientes de inducción, puesto que si la corriente eléctrica es un flujo de éter ó de cualquier otra materia, resulta evidente que al invadir un conductor el medio ambiente, se ve obligado á modificar su estado de presión, provocado por el movimiento del éter, hasta que se restablece un nuevo régimen, lo cual no se hace esperar.

Este nuevo estado de equilibrio, persistirá tanto tiempo como la corriente. Tan pronto como ésta cese habrá reflujó, con objeto de que el medio ambiente vuelva á su primitivo estado.

Esta teoría es general, prestándose á numerosas deducciones y aplicándose á los diferentes casos particulares de inducción. Veamos, pues, cómo una variación de presión en el éter que envuelve un conductor, es capaz de desarrollar una corriente inducida, y para ello consideremos un caso sencillo y bastante general que nos pueda servir como síntesis que comprenda todos los demás; por ejemplo, dos hilos paralelos por uno de los cuales va á circular la corriente inductora, que desarrollará por su influencia una inducida en el otro.

Sea  $AB$  (fig. 14) el hilo inductor y  $MN$  el inducido, separado del

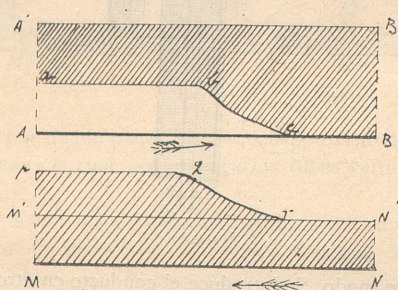


FIG. 14.<sup>a</sup>

anterior por una capa delgada de una substancia inepta para dejar paso á la electricidad, pero cuyo equilibrio etéreo puede ser modificado por una variación de tensión eléctrica. Representemos por las ordenadas de una línea recta  $A'B'$ , la tensión natural del hilo  $AB$ , y por las de otra  $M'N'$ , paralela á  $MN$ , la cantidad de éter en el hilo  $MN$  antes de establecer la corriente en  $AB$ . Tan pronto como se cierra el circuito  $AB$ , el paso de la corriente va produciendo depresión en  $AB$ , de suerte que la ordenada  $A'A'$  queda reducida á la porción  $A'a$  y toda la disminución puede ser representada por el área de la curva  $abc$ , área que es proporcional á la intensidad de la corriente en las diversas secciones. La conservación del equilibrio exige, que tan pronto se produce disminución de presión en el conductor haya en el medio que le envuelve un llamamiento de electricidad hacia el hilo. En este momento, disminuyendo en  $AB$  la presión que sufre el trozo  $M'N'$  del circuito  $MN$ , su éter se precipita en

este vacío imperfecto para restablecer el equilibrio, y como no puede ir de la parte  $M'r$ , porque estando frente á partes enrarecidas, sobrevendría en estos puntos una disminución de presión todavía mayor, tiene que ir de la parte  $rN'$ , todavía no invadida por la corriente, con lo que se producirá un nuevo equilibrio. Luego en el hilo inducido se produce una corriente de sentido contrario á la inductora, ó sea, de  $N$  hacia  $M$ , y la carga de este hilo puede ser representada por  $M'pqr$ .

Examinemos el caso de la inducción producida por abrir el circuito. Las ordenadas de la línea  $A'B'$  (fig. 15) representan la carga natural del éter en el hilo á presión ordinaria, es decir, cuando por él no circula co-

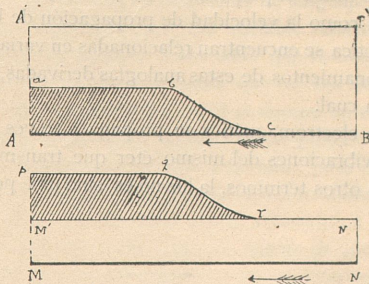


FIG. 15.<sup>a</sup>

riente. En el momento en que ésta circula, la presión disminuye, y en tal momento estará representada por  $A'aB'$ . Al cabo de un cierto tiempo la parte  $cB$  vuelve al estado natural, al que aún no llegó todavía  $a b$ . El espacio  $A a b c$  representa el vacío imperfecto en la región correspondiente, en tanto que el flujo eléctrico continúa en la dirección indicada por la flecha. En tal estado, es claro que el conductor  $MN$  continuará en su presión natural en la parte  $N'r$ , y tendrá en  $M'r$  una carga representada por  $M'pqr$ . Luego en el hilo inducido irá restableciéndose el equilibrio de presiones en el mismo sentido de la corriente inductora, pues de lo contrario, no habría equilibrio entre ambos conductores; ese movimiento de las masas etéreas constituye la corriente inducida directa, ó de apertura del circuito.

La ciencia moderna se inclina de modo decisivo, á pesar de tan brillante exposición, en apoyo de la teoría del éter que marcha, por la del éter que vibra. Son tantas y tan convincentes las analogías descubiertas

C.A. B.A.S.C. L.E.G. 060-2 11365

entre la electricidad y la luz, que no es extraño que los físicos de hoy día se sientan atraídos con predilección hacia la última teoría citada.

Los interesantes estudios de Faraday acerca de la polarización rotatoria magnética, y los de Clerk, Maxwell y otros, dando lugar á la creación de la nueva rama de la Física, ha poco completamente ignorada, y hoy estudiada con interés, la electro-óptica, afirma la teoría vibratoria como verdadera.

Así, el rayo de luz se propaga por vibraciones perpendiculares á su dirección, y la inducción electro magnética la hace por perpendiculares á las líneas de fuerza: es además innegable la reciprocidad de las propiedades de los cuerpos desde el punto de vista de su opacidad y conductibilidad eléctrica, así como la velocidad de propagación de la luz y la inducción electromagnética se encuentran relacionadas en varias substancias.

Sobre los razonamientos de estas analogías derivadas, apoya su teoría Maxwell, según la cual:

«La inducción electromagnética se propaga á través de espacio por deformaciones ó vibraciones del mismo éter que transmite las vibraciones luminosas; en otros términos, la luz no es sino una perturbación electromagnética.»



## INDICE

### CONCLUSIÓN

Terminado el precedente y mal redactado trabajo, que no me atrevo á llamar *Discurso*, por carecer de donosuras de lenguaje y galas retóricas, no siento el ánimo embargado por esa inefable satisfacción que experimenta todo el que pone término á una labor que resulte de utilidad.

En mi trabajo no encontraréis nada que no sea de todos perfectamente conocido; resulta, por tanto, inútil el tiempo en él empleado.

Mas si no experimento grata satisfacción al ponerle fin, tampoco me agobian grandes tristezas por llevarlo á término, pues confío en la benevolencia de aquellos á cuya digna consideración lo somete el neófito, que al abandonar las aulas universitarias aspira solamente á ingresar—siquiera sea en el más modesto lugar—en esa falange de obreros de la inteligencia que, ocultos en sus laboratorios y en sus cuartos de estudio, trabajan sin descanso, ansiosos de mejorar la condición humana, arrancando á la Naturaleza las admirables leyes que rigen sus fenómenos. Benignidad, pues, á la buena intención. He dicho.

*Neliodoro Gallego Armesto.*

Madrid 19 de Febrero de 1901.

# ÍNDICE

Páginas

PREFACIO .....	5
----------------	---

## PRIMERA PARTE

### INDUCCIÓN EN LOS CIRCUITOS LINEALES

§ 1.—Caso de las corrientes constantes.....	9
§ 2.—Aplicación del principio de la conservación de la energía. Ley de Lenz.....	11
§ 3.—Caso de corrientes variables.....	17
§ 4.—Experiencias de Faraday.....	21
§ 5.—Extra-corrientes.....	24
§ 6.—Hipótesis del Sr. Rojas para explicar los fenómenos de auto-inducción.....	30
§ 7.—Leyes experimentales de las corrientes inducidas por variación de intensidad.....	33
§ 8.—Energía potencial de las corrientes.....	37
§ 9.—Inducción por la Tierra.....	38
§ 10.—Corrientes inducidas de diferentes órdenes.....	50
§ 11.—Inducción por las descargas eléctricas.....	52

## SEGUNDA PARTE

### INDUCCIÓN EN UN CIRCUITO CUALQUIERA

§ 12.—Inducción en las masas metálicas.....	53
§ 13.—Magnetismo de rotación.....	55
§ 14.—Explicación del magnetismo de rotación.....	57
§ 15.—Determinación del equivalente mecánico del calor por medio de las corrientes inducidas.....	62
§ 16.—Teoría del P. Secchi para interpretar los fenómenos de la inducción.....	65



OBRAS DEL MISMO AUTOR

---

Guía del ciclista en España.—Madrid-1896.