Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Administración y Dirección de Empresas

El dilema del prisionero y la cooperación

Presentado por:

David García Prieto

Valladolid, 27 de Junio de 2019

Resumen:

El objetivo de este Trabajo Fin de Grado es el estudio de los conceptos fundamentales de la Teoría de Juegos para establecer una conexión con otras ciencias, principalmente con la Economía.

Para ello en primer lugar, se realiza una introducción de los tres conceptos fundamentales en este proyecto: “Teoría de Juegos”, “El Dilema del Prisionero” y “El Problema de la Cooperación”. Más adelante, se desarrollan los conceptos necesarios formalizar un juego, distinguiendo los tipos de juegos y sus formas de representación, para que podamos aplicar los conceptos de solución a cada juego y ver si se llega a un Equilibrio de Nash. Posteriormente, el estudio se centra en los juegos repetidos finitamente e infinitamente.

Finalmente, se establece una conexión entre la Teoría de Juegos desde el punto de vista teórico con el punto de vista de la vida real, debido a sus numerosas aplicaciones en este aspecto.

Palabras clave: Teoría de Juegos, Dilema del prisionero, Aplicaciones, Equilibrio de Nash.

Códigos JEL: C70, C71, C73

Abstract:

The objective of this Final Degree Project is to study the fundamental concepts of Game Theory to establish a connection with other sciences, mainly with the Economy.

First of all, an introduction to the three fundamental concepts in this project: "Game Theory", "The Prisoner's Dilemma" and "The Problem of Cooperation". Later, the necessary concepts are developed to formalize a game, distinguishing the types of games and their forms of representation, so that we can apply the concepts of solution to each game and see if it reaches a Nash Equilibrium. Subsequently, the study focuses on games repeated finitely and infinitely.

Finally, a connection is established between the Game Theory from the theoretical point of view with the real life point of view, due to its numerous applications in this aspect.

Keywords: Theory of Games, Prisoner´s Dilemma, Applications, Nash Equilibrium

JEL Codes: C70, C71, C73

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

La mayoría de las situaciones a las que nos enfrentamos en nuestro día a día, se pueden afrontar como si de un "juego" se tratase, ya que, en prácticamente cualquier contexto, nuestra función de utilidad depende de variables exógenas, es decir de elementos que se escapan de nuestro control.

Lo habitual es que actuemos sin ser conscientes de lo anterior, pero a pesar de esto, actuamos racionalmente, de forma estratégica y considerando que existe una relación de interdependencia entre nuestras decisiones y las del resto de individuos. Podemos empezar a considerar una situación como un "juego", cuando esta se convierte en un conflicto social.

La Teoría de Juegos es un área de la matemática aplicada que utiliza modelos con el fin de estudiar las interacciones que se producen en las estructuras formalizadas de incentivos, comúnmente denominadas como "juegos", para poder llevar a cabo posteriormente, procesos de toma de decisiones.

Un objeto de estudio básico para los investigadores de esta materia es el análisis del comportamiento previsto y observado de los individuos partícipes en el juego, así como el de sus estrategias óptimas.

El fin principal de este Trabajo Fin de Grado es acercarnos a la Teoría de Juegos para que tengamos una idea general de los conceptos fundamentales de esta área de la matemática aplicada y poder vincularla a otras ciencias, principalmente a la Economía. Para ello, en primer lugar, se lleva a cabo una breve introducción para acercarnos a tres conceptos fundamentales en este proyecto, "Teoría de Juegos", "El Dilema del Prisionero" y "El Problema de la Cooperación", más adelante, se desarrollan los conceptos precisos para lograr formalizar un juego, distinguiendo los tipos de juegos y sus formas de representación, para que a continuación podamos emplear los conceptos de solución a cada juego y observar alcanza una situación de Equilibrio de Nash.

Posteriormente, el estudio se concreta en los juegos repetidos tanto finitamente como infinitamente.

Finalmente, se citan una serie de ejemplos prácticos, con el fin de establecer una conexión entre la Teoría de Juegos en la economía desde la perspectiva teórica, con la Teoría de Juegos aplicada a la vida real, y así demostrar, que el tema principal de este trabajo tiene numerosas aplicaciones a distintos problemas que pueden originarse en diversas ramas de estudio.

2. FORMALIZACION DE LOS JUEGOS

En este capítulo en primer lugar se especifica en que consiste la teoría de juegos, en segundo lugar, se detallan los diferentes elementos que forman un juego, posteriormente se realizará una clasificación de dichos juegos, y por último se estudiarán los conceptos de solución de un juego y como alcanzar un Equilibrio de Nash. Además, se van a exponer dos formas de representación de un juego: Los juegos en forma extensiva y los juegos en forma estratégica.

Utilizar el juego del dilema del prisionero es clave en todo proceso de aprendizaje relacionado con la teoría de juegos, ya que nos facilita la comprensión de los conceptos relacionados con esta teoría.

Este dilema, es probablemente el juego más famoso, y sirve de ejemplo ilustrativo gracias a que se trata de un juego simple, estático de información completa pero imperfecta que puede tener gran cantidad de aplicaciones en el mundo real.

El enunciado básico de este juego tomando como referencia el libro "Teoría de Juegos" de Jimeno et al. se muestra a continuación:

"Dos delincuentes habituales son apresados cuando acaban de cometer un delito grave. No hay prueba clara contra ellos, pero sí indicios fuertes de dicho delito y además hay pruebas de un delito menor. Son interrogados simultáneamente en habitaciones separadas. Ambos saben que si los dos se callan serán absueltos del delito principal por falta de pruebas, pero condenados por el delito menor (1 año de cárcel), que si ambos confiesan, serán condenados por el principal, pero se les rebajará un poco la pena por confesar (4 años), y finalmente, que si sólo uno confiesa, él se librará de penas y al otro «se le caerá el pelo» (5 años).”

2.1 ¿Qué es la teoría de juegos?

La teoría de juegos es un área de la matemática aplicada, que se encarga de estudiar la influencia que tienen las decisiones que toman el resto de agentes económicos sobre las decisiones que toma un primer individuo.

La teoría de juegos no se aplica únicamente en economía, esta rama de estudio, se aplica a otras ciencias tales como: la biología, la psicología, la estadística o incluso los sistemas de votación electoral.

En cualquier estudio acerca de las decisiones de un individuo dentro de la teoría de juegos, la pregunta clave que hay que realizarse es: ¿Qué decisión va a tomar el individuo? Para contestar a esta pregunta hay que tener en cuenta las posibles decisiones que pueden tomar el resto de personas, ya que entre estos agentes la forma de actuar guarda relación interdependiente.

La teoría de juegos se utiliza para analizar la forma de tomar decisiones en diversos ámbitos tales como: el empresarial, el económico, el político o hasta juegos de azar cómo pueden ser el póker y el blackjack.

2.2 El juego y los principales elementos que lo componen

Un juego es cualquier tipo de interacción entre dos o más jugadores que se someten a unas reglas predefinidas para tomar una serie de decisiones, esto implica la adopción de acciones y estrategias en función de las cuales se obtienen distintos pagos o beneficios.

Los principales elementos que componen un juego son los siguientes:
-Los jugadores: son las personas o grupos que estén involucrados en el juego, estos toman decisiones con el fin de maximizar su utilidad.
-Las acciones: son los movimientos, actuaciones o comportamientos que lleva a cabo cada jugador cuando le toca jugar.
-La información: es el grado de conocimiento que tienen las personas involucradas en el juego sobre las variables del juego
-Las estrategias: son el conjunto de movimientos, comportamientos y actuaciones que puede desarrollar cada jugador. La suma de las acciones da lugar a una estrategia. Este conjunto de acciones puede ser finito o infinito, y el conjunto de estrategias da lugar a un perfil de estrategias, el cual está formado por una estrategia para cada jugador.
-Los resultados del juego: son las distintas formas en las que puede concluir un juego.
-Los pagos: son lo que recibe cada jugador cuando acaba el juego según haya sido el resultado de éste, este pago representa la utilidad que cada jugador atribuye a el resultado del juego.

En el caso de "El Dilema del Prisionero" los jugadores son los dos prisioneros, que les vamos a llamar prisionero 1 y prisionero 2. Las acciones, son las dos posibles actuaciones que pueden tener los prisioneros que son confesar o no confesar (es decir callar). Los resultados con los que concluye el juego son que los prisioneros sean condenados, absueltos, o uno condenado y otro absuelto. Los pagos representan la utilidad que recibe cada jugador cuando concluye el juego, éstos están en función de los años que permanecerán en prisión.

2.3 Tipos de juegos

Los juegos se categorizan teniendo en cuenta distintos aspectos como la relación existente entre los jugadores, la forma de realizar las jugadas o la información que ponen los jugadores.

Según la relación existente entre los jugadores existen dos tipos de juegos:
-Los cooperativos: son aquellos en los que los jugadores pueden firmar coaliciones entre ellos, es decir los jugadores pueden colaborar unos con otros.
-Los no cooperativos: son aquellos en los que cada jugador adopta de forma individual la estrategia que maximiza sus pagos sin posibilidad de coalición con los oponentes.

Según la forma con la que los jugadores realizan las jugadas existen dos tipos de juegos:
-Los estáticos: tienen lugar cuando ambos jugadores toman sus decisiones simultáneamente, por tanto, cuando un jugador decide, este desconoce el movimiento del resto de jugadores. Este tipo de juegos se representan en forma normal o estratégica.
-Los dinámicos: tiene lugar cuando los jugadores toman decisiones siguiendo un orden de actuación, es decir los jugadores juegan unos a continuación de otros, pero no de manera simultánea. Este tipo de juegos se representa de forma extensiva.

Según el grado de información que poseen los jugadores acerca de las consecuencias del juego existen dos tipos de juegos:
-Con información completa: son aquellos en los que los jugadores tienen un conocimiento común, ya que conocen las reglas del juego y las funciones de utilidad de cada jugador, es decir conocen la estructura del juego.
Esto no significa que necesariamente tengan que conocer las acciones de los jugadores en el desarrollo del juego, de modo que un juego con información completa puede tener información perfecta o imperfecta.
-Con información incompleta[1]: son aquellos en los que los jugadores tienen información asimétrica, al no conocer ni las reglas del juego, ni las funciones de utilidad de cada jugador, es decir no conocen la estructura del juego.

[1] John Harsanyi desarrolló la teoría de la información incompleta en su publicacion del 1967: “Games with Incomplete Information Played by ‘Bayesian’ Players”.

Según el grado de información que poseen los jugadores acerca del comportamiento del resto de jugadores existen dos tipos de juegos:

-Con información perfecta: son aquellos en los que en cualquier momento se conoce a la perfección el desarrollo del juego por parte de los jugadores, por ejemplo, en el juego del ajedrez.

-Con información imperfecta: son aquellos en los que no se conoce el desarrollo del juego, por tanto, cuando un jugador toma una decisión no sabe cuál ha sido el transcurso del juego anteriormente.

Aplicando los anteriores conceptos al juego de “El Dilema del Prisionero” concluimos que este es un juego estático con información completa:

Es un juego estático porque ambos prisioneros toman la decisión de callar o confesar simultáneamente, el tipo de información es completa ya que ambos prisioneros conocen las reglas del juego y las funciones de utilidad de cada preso, es decir conocen la estructura del juego. Además, la información es imperfecta como en todo juego estático.

2.4 Las formas de representación de un juego

En este apartado el estudio se centrará en los juegos no cooperativos, este tipo de juegos pueden representarse de dos formas:

-En forma normal o estratégica, donde la representación se hará gráficamente mediante el uso de matrices.

-En forma extensiva o de árbol, donde la representación se hará mediante el uso de árboles de decisión.

2.4.1 Juegos en forma normal o estratégica

La representación de un juego en forma normal está determinada por la especificación de jugadores, estrategias y pagos ante los posibles resultados, formalmente: $G = \{ J, (S_i)_{i\in J}, (u_i)_{i\in J} \}$.

Donde "J" es el número total de jugadores del juego y "S_i" el conjunto de estrategias posibles para el jugador 'i' y "u_i" la función de pagos para el jugador "i".

También debemos considerar que para denotar los pagos que va a conseguir cada miembro del juego en función de la estrategia que adopte tanto el mismo jugador, como el resto de jugadores, se utiliza $u_i = u_i\ (s_1,..., s_n)$, que es el pago para cada jugador "i" cuando se juega al perfil $(s_1,..., s_n)$. Dichas estrategias son elegidas individualmente y de manera simultánea por el conjunto de jugadores.

Los juegos en forma normal o estratégica se caracterizan porque prestan especial atención a las estrategias de los jugadores, como si éstos pudiesen lograr tomar todas sus decisiones al mismo tiempo.
Son juegos simultáneos en los que no importa el timing, es decir, el desarrollo temporal de las estrategias. Además, se tiene una información completa ya que se sabe lo que va a pasar dada cualquier acción del rival.

En el caso de n=2, con un conjunto de estrategias finito, podemos representar un juego en forma normal mediante una doble matriz donde se recogen los pagos de ambos jugadores ante las posibles estrategias.

Por ejemplo, en el juego de pares o nones, hay dos jugadores que deben elegir entre pares (P) y nones (N), si ambos actúan de la misma manera, se verá beneficiado el Jugador 1 al obtener un pago mayor, ya que este ganara 2€ y el otro jugador pierde 2€, en cambio, si cada jugador adopta una estrategia distinta, el jugador que obtendrá un pago mayor es el Jugador 2, debido a que éste obtiene 2€ y el otro jugador pierde 2€. En la siguiente tabla están representados los pagos de cada jugador dependiendo de su elección:

Tabla 2.1: Juego Pares o Nones

		Jugador 2	
		Pares	Nones
Jugador 1	Pares	2,-2	-2,2
	Nones	-2,2	2,-2

Representación del Dilema del Prisionero

Debido a que nuestro objeto de estudio es el Dilema del Prisionero, vamos a especificar los componentes necesarios para formalizar un juego en forma estratégica o normal. Para ello tenemos que tener en mente el enunciado original del dilema del prisionero y su representación en forma estratégica.

Tabla 2.2: Representación en forma estratégica del Dilema del Prisionero[2]

		Prisionero 2	
		Callar	Confesar
Prisionero 1	Callar	4,4	0,5
	Confesar	5,0	1,1

El Dilema del Prisionero será representado por $G = \{J, (S_i)_{i \in J}, (u_i)_{i \in J}\}$ donde:

-El conjunto de los jugadores es J = {1, 2}

-El conjunto de las estrategias de J_1 es S_1={Confesar, Callar}, y el de J_2 es S_2={Confesar, Callar}.

-Hay cuatro perfiles de estrategias que son (Callar, Callar), (Callar, Confesar), (Confesar, Callar) y (Confesar, Confesar), cada uno de los cuales lleva a uno de los resultados del juego.

[2] Teniendo en cuenta el enunciado básico del Dilema del Prisionero Pérez et al., hemos realizado una transformación afín positiva sumando a todos los pagos del juego 5 unidades con el fin de obtener una escala estándar. De modo que al realizar esta transformación, la estrategia con la que menos pena tienen los jugadores es (Callar,Callar) con (4,4) de pago para los jugadores, es decir la menor pena posible.

-Los pagos que reciben J_1 y J_2 para cada perfil de estrategias son:

-u1(Callar, Callar) = 4	-u2(Callar, Callar) = 4
-u1(Callar, Confesar) = 0	-u2(Confesar,Confesar) = 1
-u1(Confesar, Callar) = 5	-u2(Callar, Confesar) = 5
-u1(Confesar,Confesar) = 1	-u2(Confesar, Callar)

2.4.2 Juegos en forma extensiva

La representación de un juego en forma extensiva está determinada por la especificación de jugadores, nodos, acciones, conjuntos de información, una distribución de probabilidades y una función de pagos ante los posibles resultados, formalmente: $G = \{N, (X, \sigma), (A, \alpha), \{X_i\}_{i\in N}, \{H_i\}_{i\in N}, p, \{u_i\}_{i\in N}\}$, donde "N" es el conjunto de jugadores, "X" es el conjunto de nodos que representan una posible situación del juego y σ(x) es el nodo que precede a x, "A" son las acciones posibles y para cada nodo x≠0, α(x) es la acción que lleva a σ(x) en x, "X_i" es el conjunto de nodos de decisión para los que el jugador "i" tiene que jugar, "H_i" son los conjuntos de información, "u_i" la función de pagos para cada jugador y "p" la distribución de probabilidad en el caso de que intervenga el azar.

Una estrategia pura para un jugador "i" asocia una acción para cada conjunto de información de dicho jugador.

Un conjunto de información se representa con una línea discontinua, esta indica que estamos ante un conjunto de nodos de decisión para el mismo jugador. Cuando se juega desde un conjunto de información, el jugador no sabe en qué nodo del conjunto se encuentra.

Los juegos en forma extensiva o de árbol se caracterizan por enfatizar el carácter secuencial de las decisiones que se toman en el juego, es decir las posibles maneras en las que va o pueden evolucionar las acciones de los jugadores con el fin de alcanzar los resultados potenciales del juego.
Además, importa el timing ya que hay una secuencia temporal en el juego.

Un árbol de decisión es una serie limitada de nodos o vértices que están conectados por unas líneas, llamadas arcos, dando lugar a una figura conectada la cual carece de curvas cerradas.

Los elementos que definen un árbol de decisión son:

-Los jugadores

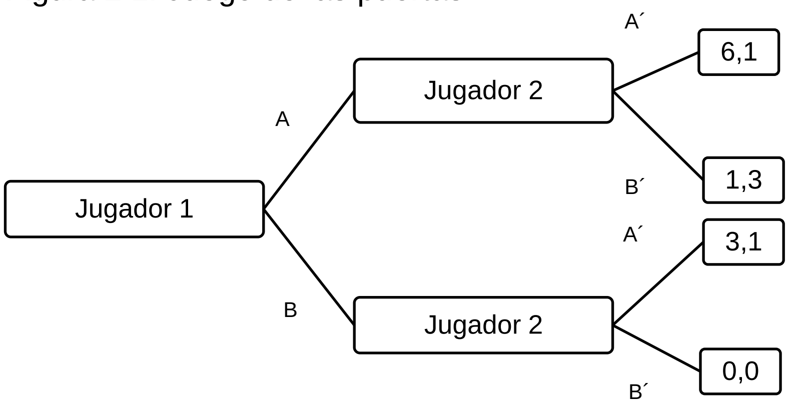
-Una serie de nodos, los cuales corresponden a las posibles situaciones de decisión de alguno de los jugadores.

-Una serie de acciones, que son las que unen los nodos, y que representan las elecciones de los jugadores.

-Los vectores de pagos, cada uno de éstos, está conectado a un nodo final y poseen dos componentes, el que recoge el pago o utilidad que recibe el jugador 1 y el que recoge el pago o utilidad que obtiene el jugador 2 en el caso de que el juego finalice en ese nodo.

En la figura 2.1, observamos que para juegos sencillos la representación se simplifica, como es el caso de este juego dinámico con información completa en forma extensiva de dos jugadores. En este ejemplo, en primer lugar el jugador 1 elige la acción del conjunto factible A_1={Puerta A, Puerta B}, posteriormente el jugador 2 decide tras ver que acción ha sido seleccionado el jugador eligiendo la acción del conjunto factible A_2={Puerta A’, Puerta B’}.

Figura 2.1: Juego de las puertas



A pesar de que cualquier juego se puede representar en forma normal o en forma extensiva, lo más común es que un juego estático se represente en forma normal y que un juego dinámico se represente en forma extensiva.

2.5 Conceptos de solución

Los conceptos de solución son los procedimientos que llevan a cabo los participantes del juego para conseguir una solución de forma racional, al proponer una serie de argumentos que dan lugar a un resultado razonado atendiendo a diferentes criterios.
Esto es debido a que, en diversas ocasiones, la decisión no depende solo de lo que decida cada jugador, lo que puede parecer evidente ya que estamos tratando con “juegos”.
En la práctica, el concepto de solución es una situación que puede dar lugar a una solución, a la que se llega mediante un método racional.

Existen dos tipos de concepto de solución: la solución mediante argumentos de dominación y la solución mediante argumentos de equilibrio, dentro de estos el más utilizado es el equilibrio de Nash[3].

2.5.1 Argumentos de dominación

La dominación estratégica se basa en que un jugador utilizará una estrategia que le proporcione mejores pagos que otra, frente a lo que hagan el resto de jugadores, de modo que una estrategia domina a otra si ésta proporciona un pago mayor que el resto de estrategias. Es lógico pensar que un individuo racional nunca utilizará una estrategia que esté dominada por otra. Partiendo de este concepto se pueden distinguir varios tipos de estrategias: las estrategias dominadas y las estrategias estrictamente dominadas.

[3] John Forbes Nash (1928-2015) has sido uno de los matemáticos y economistas más relevantes de los siglos XX y XXI. Padeció esquizofrenia a lo largo de su vida, pero esto no le impidió ser Un científico brillante hasta tal punto que fue galardonado con un nobel en 1994. Falleció en 2015 a causa de un accidente de tráfico junto a su esposa.

Dado un juego $G = \{S_1,\ldots,S_n \; ; \; u_1,\ldots, u_n\}$, con s'_i y s''_i como dos estrategias posibles del jugador i:

- s'_i está dominada por s''_i cuando tenga lugar la siguiente desigualdad:

$$u_i(s_1,\ldots,s_{i-1}, s'_i, s_{i+1},\ldots, s_n) \leq u_i(s_1,\ldots,s_{i-1}, s''_i, s_{i+1},\ldots, s_n)$$

Esta desigualdad tiene lugar para cualquier combinación de estrategias s_{-i} del resto de jugadores, teniendo en cuenta que en algunas de estas se cumple de modo estricto.

- s'_i está estrictamente dominada (EED[4]) por s''_i cuando tenga lugar la siguiente desigualdad:

$$u_i(s_1,\ldots,s_{i-1}, s'_i, s_{i+1},\ldots, s_n) < u_i(s_1,\ldots,s_{i-1}, s''_i, s_{i+1},\ldots, s_n)$$

Esta desigualdad tiene lugar para cualquier combinación de estrategias s_{-i} del resto de jugadores.

Una estrategia es dominante (estrictamente dominante) si domina (domina estrictamente) al resto de estrategias.

A continuación, se hará una especificación del uso de distintos argumentos de dominación, podemos distinguir el uso de estrategias dominantes y los procesos de eliminación iterativa estricta y de eliminación iterativa débil.

Las estrategias dominantes (ED): Es solución del juego el perfil formado por las estrategias dominantes de cada uno de los jugadores, este concepto de solución, está situado dentro de los argumentos de dominancia y en la práctica no siempre es aplicable.

Cuando ambos jugadores tienen una ED esa es la estrategia que van adoptar ya que hay un Equilibrio de ED. Esto sólo es posible si todos los jugadores tienen una estrategia dominante.

---

[4] Una estrategia estrictamente dominada existe sí existe otra u otras que ofrecen mayores pagos en todas sus eventualidades.

Aplicando este razonamiento a “El Dilema del Prisionero” concluimos que la acción “confesar” será la estrategia dominante y por tanto según este concepto de solución, la solución del juego será (Confesar, Confesar).
Esto es debido a que ambos prisioneros tienen una ED, por lo que ésa es la estrategia que van adoptar ya que hay un Equilibrio de ED que sólo es posible si todos los jugadores tienen una estrategia dominante.

La eliminación iterativa estricta (EIE) [5]: Es un concepto de solución que presupone que ningún jugador va a seguir en el juego una estrategia que esté estrictamente dominada.

La eliminación iterativa estricta (EIE) se basa en el siguiente razonamiento:
-Se eliminan simultáneamente las estrategias de cada jugador que estén estrictamente dominadas para llegar a un juego más reducido.
-Se eliminan simultáneamente las estrategias de cada jugador que estén estrictamente dominadas del juego reducido para llegar a un juego más reducido aún.
-El procedimiento finaliza cuando solo queda una estrategia superviviente, dicha estrategia será la solución del juego. En “El Dilema del Prisionero” concluiríamos que la solución es (Confesar,Confesar).

De manera que son soluciones del juego los perfiles que sobreviven cuando se aplica el proceso de EIE.

La eliminación iterativa débil (EID): La necesidad de este concepto de solución tiene lugar gracias a que no siempre se puede usar la EIE.
La clave de este concepto de solución es muy similar al de la EIE, con la salvedad de que en la EID no hace falta eliminar las estrategias que estén estrictamente dominadas, vale con eliminar solo las estrategias débilmente dominadas.

[5] Cuando un jugador tiene una EED la podemos eliminar de la matriz y seguir trabajando con una matriz más pequeña. Si aplicando el proceso de eliminación de estrategias estrictamente dominadas de forma consecutiva (iterativa) llegamos a una sola estrategia supervivientes que además es un equilibrio de Nash.

La eliminación iterativa débil (EID) se basa en el mismo razonamiento que la EIE:
-Aplicando el procedimiento de EID a un juego que queremos analizar, llegamos a una única solución o varios perfiles estratégicos como solución.
-Estos resultados no tienen que coincidir necesariamente con los de la EIE, incluso dentro de las soluciones posibles de la EID estas pueden ser diferentes según el orden de eliminación que hemos aplicado. En "El Dilema del Prisionero" también concluiríamos que la solución es (Confesar,Confesar).

En los tres conceptos de solución anteriores se ha concluido el mismo resultado para el dilema del prisionero, (Confesar, Confesar), a pesar de esto, esta solución no es la que proporciona mayores beneficios a ambos prisioneros.
Hay que tener en cuenta que el perfil de estrategias obtenido aplicando estos conceptos de solución es eficiente desde el punto de vista individual y no desde el punto de vista social. Desde esta perspectiva el perfil de estrategias adecuado es (Callar, Callar).

2.5.2 El Equilibrio de Nash

El equilibrio de Nash (EN) es uno de los conceptos más relevantes de la teoría de juegos, este concepto de solución tiene lugar cuando cada jugador busca su mejor estrategia, es decir maximiza su utilidad dado el perfil de estrategias que van a llevar a cabo el resto de jugadores.

El razonamiento se basa en que cada jugador obtiene el mejor resultado posible dadas las estrategias utilizadas por el resto de jugadores.

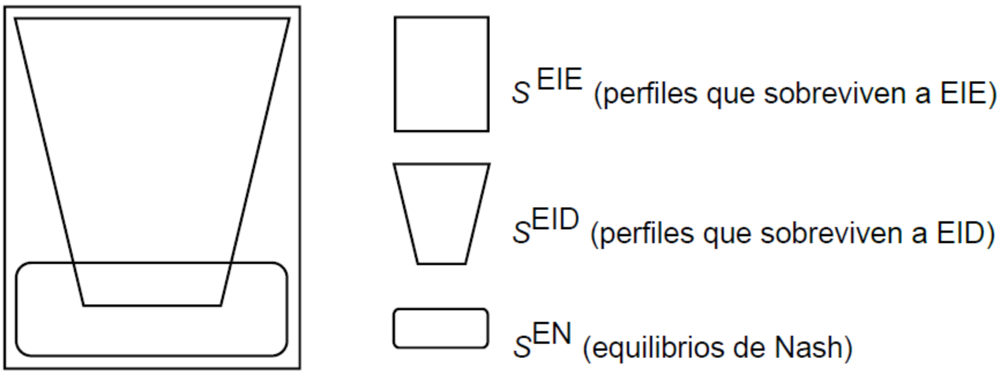
Un perfil de estrategias $s^* = (s^*_1 ,\ldots s^*_i ,\ldots,s^*_n)$ es un equilibrio de Nash (EN) sí y solo sí:
$u_i(s^*_1,\ldots,s^*_{i-1} ,s^*_i,s^*_{i+1},\ldots,s^*_n) \geq u_i (s^*_1,\ldots,s^*_{i-1} ,s_i ,s^*_{i+1} ,\ldots,s^*_n)\ \forall\ s_i \in S_i$, con $i=1,\ldots, n$

Si $s^* = (s^*_1 ,\ldots, s^*_i ,\ldots, s^*_n)$ es un equilibrio de Nash, entonces s_i va a ser una solución del problema max $u_{i\ s_i\in S_i}$ $(s^*_i , s^*_{i-1} , s_i, s^*_{i+1} ,\ldots, s^*_n)$ donde s_i es la variable de decisión y pertenece a S_i, De esta forma cuando nos encontramos en una situación de equilibrio de Nash s*, nadie tiene incentivos a cambiar de estrategia a no ser que el otro cambie. Por lo que un perfil de estrategia es un equilibrio de Nash si la estrategia de cada jugador es óptima dada la de sus rivales.

Todo EN sobrevive cuando se aplica la EIE, pero cuando se aplica la EID a veces no sobreviven los EN.

La siguiente figura ilustra los perfiles estratégicos que sobreviven a los conceptos de solución anteriores, siendo el proceso de EIE, el concepto de solución en el que mayor número de estrategias sobreviven, ya que todos los EN sobreviven cuando se aplica la EIE. Podemos observar que aplicando la EID a veces no sobreviven todos los EN. A pesar de esto, existen juegos como por ejemplo “El Dilema del Prisionero”, en los que aplicando cualquiera de los conceptos de solución citados anteriormente se llega al mismo perfil estratégico como solución adecuada en forma normal.

Figura 2.2: Relaciones de inclusión entre los conjuntos de perfiles de los conceptos de solución que hemos estudiado.



Fuente: Pérez, et al., (2004)

Tabla 2.3: Resolución de “El Dilema del Prisionero por Equilibrio de Nash”

		Prisionero 2	
		Callar	Confesar
Prisionero 1	Callar	4,4	0,**5**
	Confesar	**5**,0	**1**,**1**

Observamos que se dan las siguientes situaciones en la tabla anterior:
-Si consideramos que el Prisionero 2 va a seguir la estrategia de “Callar”, el Prisionero 1 elegiría “Confesar”, en cambio si el Prisionero 2 elige “Confesar”, el Prisionero 1 elegiría “Confesar”.
-Si consideramos que Prisionero 1 va a seguir la estrategia de “Callar”, el Prisionero 2 elegiría “Confesar”, en cambio si el Prisionero 1 elige “Confesar”, el Prisionero 2 elegiría “Confesar”.

Vemos que llegamos a la misma solución (Confesar, Confesar), que es la adecuada en forma normal. A pesar de haber llegado a un Equilibrio de Nash podemos observar que ambos prisioneros podrían mejorar su situación si decidiesen cooperar y no confesaran, de manera que, obtienen un pago mayor, que en este caso son menos años de cárcel. Sin embargo, ninguno de los dos jugadores tiene incentivos a cambiar de estrategia, y pasar de “Confesar” a “Callar”, ya que los prisioneros no se fían, el uno del otro, al pensar que la otra parte actuará de forma egoísta.

Otro aspecto a considerar es que los presos no se pueden comunicar entre ellos, por tanto, no pueden saber la decisión que ha tomado el otro.

Este Equilibrio de Nash no es un óptimo de Pareto[6], ya que ambos jugadores tienen la posibilidad de mejorar su situación sin perjudicar la utilidad que obtiene el otro, pero no deciden intentar incrementar dicha utilidad ya que no tienen incentivos para hacerlo, al desconfiar entre ellos.

3. JUEGOS DINÁMICOS

Los juegos dinámicos con información completa tienen lugar cuando los jugadores toman decisiones siguiendo un orden de actuación y además conocen la estructura del juego. Su representación es en forma extensiva o de árbol,

---

[6] El óptimo de Pareto es un concepto que precisó Vilfredo Pareto (1848-1923), un economista, político y sociólogo. Este óptimo es un punto de equilibrio en el cual ninguno de los partícipes puede mejorar su situación sin que esto perjudique al bienestar o a cualquier otro agente económico.

por lo que enfatizan el carácter secuencial de las decisiones que se toman en el juego.

Los juegos repetidos se sitúan dentro de los juegos dinámicos, a continuación, se hará una breve introducción de este tipo de juegos para poder explicar mejor los conceptos que vamos a estudiar en este apartado.

3.1 Generalidades. Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos

Los juegos dinámicos con información completa tienen mayor complejidad que los juegos estáticos, debido a la relevancia que tiene el tipo de información en este tipo de juegos junto a la presencia de subjuegos.

Si la información es perfecta los juegos son más sencillos, por el contrario, si la información es imperfecta, como sucede en el dilema del prisionero repetido “n” veces, aumenta la complejidad del juego al desconocerse las jugadas posibles de los rivales.

Otro término de gran importancia en este apartado es el de equilibrio de Nash perfecto en subjuegos (ENPS), éste es un nuevo concepto de solución con el que se refina el anterior concepto de Equilibrio de Nash, al pretender ser una mejor solución, ya que se basa en el criterio de la credibilidad, de manera que descarta los EN que se basan en amenazas no creíbles. Normalmente se deducen los ENPS a través de “la inducción hacia atrás” de los diferentes resultados finales del juego, al eliminar movimientos no creíbles en ciertas partes del juego, ya que estos no serán óptimos de ese nodo.

El algoritmo de inducción hacia atrás generalizado se va a aplicar a los juegos con información completa pero imperfecta, el procedimiento habitual será el siguiente:

-Determinar los subjuegos que se dan en último lugar, para posteriormente calcular los EN si existen.

-Eliminar dichos subjuegos, exceptuando el nodo en que se inician, y se les aplica los pagos del EN resultante. De manera que se habrán “podado” las

últimas ramas del juego que teníamos inicialmente.
-Se repite este procedimiento con el árbol resultante, que es un árbol reducido, hasta que se consiga llegar al nodo inicial del juego.

En los ENPS los miembros del juego tienen que considerar que las decisiones que tomen pueden tener influencia en pagos posteriores tanto propios como ajenos y que también las hipotéticas decisiones futuras pueden influir sobre las decisiones presentes.

La principal diferencia entre el ENPS y el EN simple, radica en que el primero evalúa la veracidad de las posibles decisiones futuras en el momento de tomar la decisión sobre las presentes, de modo que el ENPS intenta dar una solución más completa al dejar de lado situaciones que carecen de credibilidad en el desarrollo del juego.

Es importante considerar que, si nos encontramos ante un juego estático, el equilibrio de Nash simple de este tipo de juegos coincide con el ENPS. Por otra parte, si estamos ante un juego dinámico finito, en este tipo de juegos siempre va a existir un ENPS en estrategias mixtas[7].

3.2 Juegos repetidos

Son juegos en los cuales, los participantes saben que su relación va a ser duradera, por lo que la situación actual se repetirá en el futuro, ya que también se jugará en momentos posteriores.

Este tipo de juegos están formados por los mismos jugadores en idénticas circunstancias que en la ronda inicial del juego, además la actuación presente es conocida por todos los partícipes.

Es imposible analizar cada ronda de manera independiente ya que hay que tener

[7] Las estrategias mixtas son una forma de aleatorizar las estrategias puras, a través de una distribución de probabilidades entre las estrategias puras del jugador siendo finito el conjunto de estas.

en cuenta de manera conjunta todas las rondas que se juegan, debido a que hay un plan de juego previo.

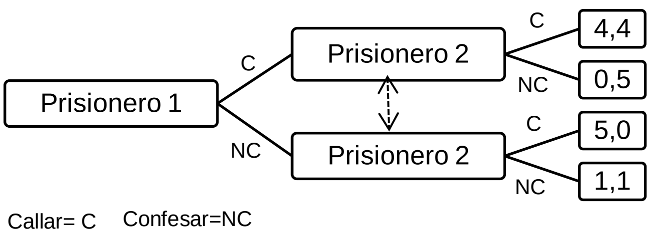
De modo que cada etapa no se considera de forma independiente y el conjunto de estas tampoco se puede considerar como una acumulación de juegos. El juego debe abordarse como un juego completo con diferentes etapas, que puede darse un número finito o infinito de veces.

3.2.1 Juegos repetidos finitamente

Para estudiar este tipo de juegos nos apoyaremos en “El Dilema del Prisionero”, en este juego, ambos prisioneros deben de elegir entre “Callar” y “Confesar”, como indica el enunciado original.

Si el juego no se repite, se juega solo una vez (T=1) y los jugadores no vuelven a verse, este tipo de juegos se representan en forma normal (un tipo de representación estudiada en apartados anteriores), aunque cabe la posibilidad de representarle en forma extensiva, como se aprecia en la figura 3.1.

Figura 3.1: Dilema del Prisionero en forma extensiva con T=1

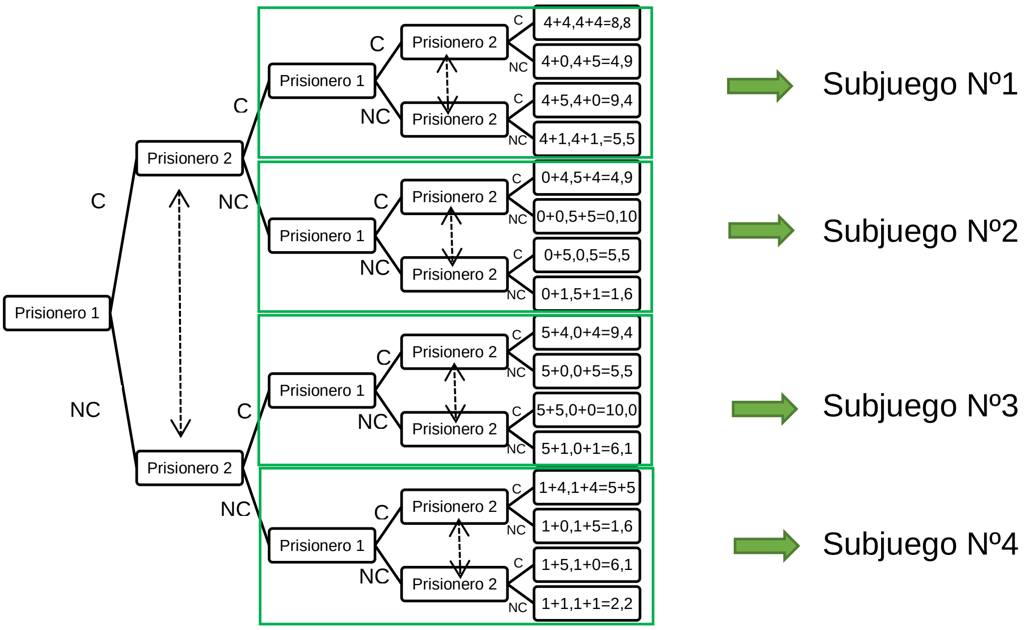


Si el juego se repite, se juegan dos veces (T=2), en esta situación los jugadores toman la decisión de “Callar” o “Confesar” simultáneamente considerando que sus pagos estarán constituidos por la dotación que reciban en ambas rondas.

El procedimiento que se utiliza en este tipo de juegos es el método de inducción hacia atrás.

La siguiente figura muestra la representación de “El Dilema del Prisionero” en forma extensiva y en T=2, es decir jugado dos veces, podemos observar que la siguiente ronda del juego tiene lugar tras la segunda interacción del prisionero uno. Cuando esto sucede los jugadores tienen que escoger entre las acciones posibles, teniendo en cuenta la decisión que debe de tomar al inicio del juego en función de si el otro jugador ha elegido “Callar” o “Confesar”, o ambos jugadores deciden actuar de la misma manera. Por lo tanto, los 2 prisioneros cuentan con 2^5=32 estrategias posibles.

Figura 3.2: Dilema del Prisionero en forma extensiva con T=2



Callar= C Confesar=NC

Los juegos de la segunda etapa, pueden representarse separadamente en cuatro tablas que corresponden a cada subjuego resaltado en la figura anterior.

Tabla 3.1: Representación en forma normal de los subjuegos anteriores

Subjuego Nº1

		Prisionero 2	
		Callar	Confesar
Prisionero 1	Callar	5,5	1,6
	Confesar	6,1	2,2

Subjuego Nº2

		Prisionero 2	
		Callar	Confesar
Prisionero 1	Callar	5,5	1,6
	Confesar	6,1	2,2

Subjuego Nº3

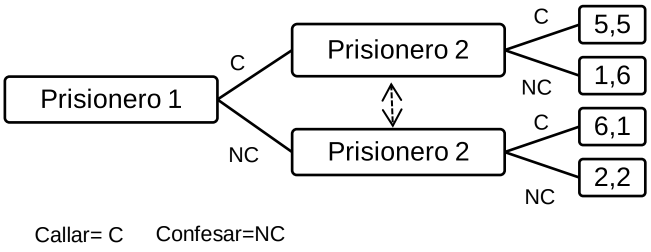
		Prisionero 2	
		Callar	Confesar
Prisionero 1	Callar	5,5	1,6
	Confesar	6,1	2,2

Subjuego Nº4

		Prisionero 2	
		Callar	Confesar
Prisionero 1	Callar	5,5	1,6
	Confesar	6,1	2,2

Si consideramos que ambos prisioneros tienen que seleccionar su acción más apropiada en la primera etapa, es decir, que hacer si el otro preso jugara a callar y cómo actuar en el caso de que este último decida confesar. En esta situación, la elección de los jugadores se simplifica, ya que dichas estrategias se pueden representar mediante un nodo final que este compuesto por los perfiles estratégicos que han sido seleccionados de entre las matrices anteriores y que a su vez son equilibrios de Nash.

Figura 3.3: Forma extensiva tras aplicar la inducción hacia atrás



Cuando analizamos "El Dilema del Prisionero" desde la perspectiva de los juegos repetidos, es posible pensar que la actuación de los jugadores va a diferir, pero en cambio obtenemos los mismos resultados que en los análisis anteriores, ya que los prisioneros no van a cooperar y por tanto decidirán no callar, con la intención de obtener una pena más reducida.

En “El Dilema del Prisionero” podemos observar que en la primera etapa del juego los prisioneros deciden no cooperar, al tomar la decisión de confesar. En la siguiente etapa los jugadores también deciden confesar, debido a que esta estrategia es un Equilibrio de Nash del juego que estamos analizando.

En el caso de que en la segunda etapa los dos prisioneros decidan confesar se obtiene un juego transformado, que tiene como solución el perfil estratégico (Confesar,Confesar), esta solución se denomina Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos. Para llegar a ella, es necesario aplicar el método de inducción hacia atrás.

El resultado que obtenemos en este juego, es el nodo final de la figura 3.3, la cual se puede representar en forma normal.

Tabla 3.2: Representación en forma normal tras la inducción hacia atrás

		Prisionero 2	
		Callar	Confesar
Prisionero 1	Callar	5,5	1,**6**
	Confesar	**6**,1	**2**,**2**

Con lo anterior se quiere ilustrar que cuando en cualquier juego solo exista un único equilibrio de Nash, si dicho juego se repite un número finito de veces, éste solo tendrá un solo Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos. El resultado anterior es general, para juegos con un número finito de etapas.

3.2.2 Juegos repetidos infinitamente

El planteamiento de los juegos repetidos infinitamente, en un principio es similar al de los juegos repetidos finitamente, con la salvedad de que éstos tienen un horizonte temporal claramente definido. En cambio, en los juegos repetidos de forma infinita, se desconoce su horizonte temporal.

En general, en los juegos repetidos, independientemente de su horizonte temporal, pero con información completa, se presta especial atención a la evolución de la manera de proceder de los sujetos que participan en el juego. En este tipo de juegos no hay certeza del momento en el que van a concluir las interacciones que tienen lugar entre los participantes, de modo que si la interacción finaliza tras un número de jugadas el juego será repetido finitamente, en caso contrario el juego será repetido infinitamente. De manera que se puede interpretar un juego repetido de forma infinita, como un juego en el que, aunque es posible que la interacción sea la última, siempre cabe una posibilidad de que no lo sea.

Para que un juego repetido se considere como repetido infinitamente tienen que darse las siguientes circunstancias:

-Que antes de que comience el juego, éste sea conocido públicamente, al igual que el factor de descuento para cada jugador.

-Al concluir cada etapa del juego, se puede pasar a una siguiente.

-Que los pagos tienen el mismo factor de descuento para todos los jugadores.

-Que todas las jugadas realizadas sean conocidas públicamente antes de comenzar cada etapa.

Debido a que existen diferentes secuencias de pagos, se forman una serie de flujos de pagos que son comparables gracias al uso del factor de descuento.

Para poder realizar las comparaciones es necesario utilizar el valor presente, de modo que si se considera $\{q_t\}_{t=1,2,\ldots}$ una secuencia o flujo de pagos de forma infinita, se puede estimar que:

Partiendo de un factor de descuento δ, el valor presente descontado de la secuencia de pagos $\{q_t\}_{t=1,2,\ldots}$ se expresa como VP$[\{q_t\}_{t=1,2,\ldots,\delta}]$, para definirse finalmente como: VP$[\{q_t\}_{t=1,2,\ldots,\delta}]=q_1+\delta q_2+\delta^2 q_3+\ldots+\delta^{t-1}q_t+\ldots=\Sigma_t\, q_t\, \delta^{t-1}$

A “El Dilema del Prisionero” repetido un numero infinito de veces se le conoce como DP∞(δ), uno de los perfiles estratégicos de este juego es el de la estrategia del gatillo o del disparador.

La estrategia del gatillo o del disparador: Se caracteriza porque todos los jugadores cooperan, por lo que en “El Dilema del Prisionero” ambos prisioneros elijen la opción “callar” en la primera etapa, posteriormente, los prisioneros actuarán de la misma manera en la que lo haga el otro, de modo que continuarán cooperando hasta que uno decida no cooperar al elegir la opción “confesar”, en este caso durante el resto del juego siempre se va a elegir “confesar” sin volver a existir la posibilidad de que decidan “callar”. Por lo tanto mientras se mantenga la estrategia que propone (Callar,Callar) en cada etapa, se estará eligiendo una solución cooperativa que es un EN.

Con esto se va a probar que en “El Dilema del Prisionero” repetido un número infinito de veces, surge la cooperación de manera natural, si ningún preso traiciona al otro, por lo que se abandona el EN obtenido en “El Dilema del Prisionero” jugado solo una vez, ya que cuando este juego no es repetido llegamos a la solución (Confesar, Confesar), que es la adecuada en forma normal y es un EN, pero al jugar a este juego un número finito de veces ambos prisioneros mejoran su situación si deciden cooperar, al obtener pagos mayores, y en este caso sí que tienen incentivos a cambiar de estrategia, y pasar de “Confesar” a “Callar”, ya que los prisioneros cooperan de forma natural, ya que callando se van acumulando pagos mayores, esto será así, siempre que no haya traiciones entre ellos.

En este caso habrá un Equilibrio de Nash mientras se den factores de descuento (δ) lo bastante elevados:

-En primer lugar, actualizamos los pagos del perfil estratégico (Callar,Callar), obtenemos:

$$VP= 4 + (4)*\delta + (4)*\delta^2 + (4)*\delta^3 + \ldots = (4)/(1 - \delta)$$

-En cambio, si alguno de los dos prisioneros traiciona a el otro, los pagos actualizados desde ese momento serán:

$$VP' = 5 + \delta + (1)*\delta + (1)*\delta^2 + (1)*\delta^3 + \ldots = (5-4 *\delta)/(1 - \delta)$$

A partir de estas dos ecuaciones, podemos saber que VP es mejor que VP´ de acuerdo a la siguiente desigualdad:

$$(4)/(1 - \delta) \geq (5-4 *\delta)/(1 - \delta)$$

La solución tiene lugar cuando δ ≥ 1/4, siendo la estrategia un EN en dichos valores.

Además, dicha solución también es un ENPS, esto se demuestra de las siguientes maneras:
-Los subjuegos donde la historia hasta ese momento ha seguido siempre el perfil estratégico (Callar,Callar) tienen una estructura $DP^{\infty}(\delta)$ y la estrategia del gatillo o del disparador siempre da lugar a un EN donde $\delta \geq 1/4$.
-Los subjuegos donde en algún punto de la historia cambiado el perfil estratégico, debido a una traición y a partir de este momento el perfil estratégico es (Confesar,Confesar), ya que los prisioneros han perdido toda la confianza que tenían entre ellos. Este último perfil estratégico también es un ENPS siempre que $\delta \geq 1/4$.

4. APLICACIONES DEL DILEMA DEL PRISIONERO

El Dilema del Prisionero, es uno de los principales ejemplos de estudio dentro de la Teoría de Juegos, el análisis de este juego sobrepasa el plano teórico, ya que ha sido empleado a lo largo del tiempo en numerosas ramas de estudio de distintas materias.

En este capítulo haremos hincapié en el carácter práctico de “El Dilema del Prisionero” ilustrándolo con algún ejemplo.

Alejándonos del plano teórico, en la vida real podemos encontrar infinidad de situaciones en las que se aplica el problema de la cooperación y el dilema del prisionero.

Un claro ejemplo que podemos de lo citado anteriormente, se dá en el ciclismo, ya que cuando se produce una escapada de dos ciclistas del pelotón (con las mismas características fisicas), en una etapa de “La Vuelta España”, estos tienen que alternar su posición en lo restante de la etapa y sus opciones son:
-Turnar la posición del que va en cabeza (los dos deciden cooperar) y cuando van a llegar a la meta con las mismas posibilidades de obtener la victoria al disputarse el sprint final.
-Dejar que uno siempre vaya en primera posición (uno decide no cooperar y otro cooperar), en este caso, el que siempre va rezagado es el que no coopera, este

último, probablemente sea el vencedor de la etapa, ya que se está beneficiando del que va a en cabeza, que es el que coopera y por tanto el que más desgaste físico sufre, de modo que cuando van a llegar a la meta para disputarse el sprint final el que no ha cooperado tiene una mayor ventaja para vencer en el sprint final al llegar menos cansado.

-También cabe la posibilidad de que deciden no cooperar y circulen en una posición en la que ninguno se beneficie de adoptar una postura aerodinámica eficiente respecto al otro ciclista, esto claramente les perjudica, porque si siguen este perfil estratégico el pelotón finalmente les alcanzaría, ya que ninguno sigue una estrategia con la que se pueda beneficiar de la escapada, por lo que es prácticamente imposible que sigan este último perfil estratégico.

La cantidad de ejemplos que nos podemos encontrar diariamente para ilustrar este tema son innumerables, pero hay algunos que destacan, a continuación, ilustraremos dos de los ejemplos más representativos.

4.1 Los aranceles y la cooperación

En este ejemplo representativo, tenemos dos países que se enfrentan al problema de la cooperación en lo relativo al establecimiento de aranceles. Estos tienen incentivos para frenar las importaciones de ciertos productos al mercado nacional, mediante el establecimiento de aranceles aduaneros. Aplicar un tipo impositivo a las importaciones, responde a la intención de que dentro de las fronteras prime consumo de producto nacional frente al extranjero.

En esta situación se puede aplicar “El Dilema del Prisionero” ya que ambos países pueden decidir cooperar (esto significa que hay libre comercio) o no cooperar (esto significa que han establecido aranceles comerciales). Si ambos países deciden establecer unos impuestos razonables, debido a que estos no son demasiado elevados, se considera que los dos países están cooperando, ya que ninguno frena las importaciones de otro de manera excesiva y se puede compaginar el consumo nacional con el de productos importados, esta situación será beneficiosa para ambos países ya que el perfil estratégico (Cooperar,Cooperar) será el que mayores beneficios reportara para ambos.

En cambio, si deciden no cooperar, el establecimiento de unos impuestos exagerados, prácticamente anula el consumo de mercancías exteriores del otro país. Ante esta situación, la intervención del gobierno favorece al comercio exterior, ya que estos deben de promover la cooperación entre países, debido a que de esta manera se posibilita el comercio exterior y se gravan las entradas de productos extranjeros con aranceles razonables.

Observamos que ambos países podrían mejorar su situación si decidiesen cooperar y estableciesen una situación de libre comercio, de manera que, obtienen un pago mayor, que en este caso son 20 millones de € de beneficios. Sin embargo, ninguno de los dos jugadores tiene incentivos a cambiar de estrategia, y pasar de "No Cooperar" a "Cooperar", de "Aranceles" a "Libre Comercio", ya que los paises no se fían, el uno del otro, al pensar que la otra parte actuará de forma egoísta estableciendo aranceles para frenar las importaciones.

Este Equilibrio de Nash no es un óptimo de Pareto, ya que ambos paises tienen la posibilidad de mejorar su situación sin perjudicar la utilidad que obtiene el otro, pero intentan incrementar dicha utilidad al no tener incentivos para hacerlo, ya que los países no se fían entre ellos.

Normalmente, la decisión por parte del gobierno de que el país coopere o no coopere, depende de lo que haga el otro país, por lo que siempre existe el riesgo de que un país cierre la frontera ante los productos extranjeros.
Para evitar esta situación lo más común es que entre ambos países se establezca un acuerdo de cooperación entre ambas naciones, ya que siguiendo esta estrategia se maximiza la utilidad de las dos partes.

Tabla 4.1: "El Dilema del Prisionero" en los aranceles

		País 2	
		Aranceles bajos	Aranceles altos
País 1	Aranceles bajos	20,20	6,30
	Aranceles altos	30,6	10,10

Aranceles bajos=Cooperar ; Aranceles altos=No Cooperar

4.1.1 La “Guerra Comercial” entre EEUU y China

“La Guerra Comercial” que están teniendo actualmente EEUU y China en lo que respecta al establecimiento de aranceles es un ejemplo de actualidad en el que podemos aplicar de “El Dilema del Prisionero”.

En el comercio internacional podemos observar que hay una clara situación de tensión entre dos de las economías más potentes del mundo, esto desemboca en un escenario de clara incertidumbre en los mercados internacionales y se debe intentar evitar en la medida de lo posible una situación de “Guerra Comercial”.

El presidente de los EEUU, Donald Trump, ha apostado por incrementar los aranceles a la importación, ante esto China ha respondido adoptando la misma estrategia, por lo que ambos países están entrando en una peligrosa espiral de aumento de aranceles que puede perjudicar enormemente las relaciones comerciales entre ambas naciones.

El “Equilibrio de Nash” muestra el perfil estratégico de “Guerra Comercial”, es decir (Con Tarifas, Con Tarifas), como el escenario más probable, ya que de esta manera ambos países en buscan el mayor beneficio.
Ante esto, el presidente Xi Jinping anunció, medidas aperturistas, mediante la reducción de las tarifas arancelarias, esto se interpretó por algunos expertos como un posible paso atrás en la “Guerra Comercial”.

Pero si analizamos la situación, teniendo como referencia los estudios de John Nash y utilizando “El Dilema del Prisionero” podemos intuir que el resultado más probable para la disputa entre los países sin haber incentivos para la cooperación, es el que muestra 'Equilibrio de Nash', es decir una “Guerra Comercial”, en la que ambos países establecen aranceles a las importaciones de su “rival comercial”, para buscar obtener el mayor beneficio.

A pesar de esto el “Equilibrio de Nash” (EEUU -5; China -5) no es el mejor escenario para ambos, por lo que será necesario fomentar el uso del diálogo e intentar mejorar las relaciones institucionales entre ambos países intentando establecer un marco de beneficio mutuo, ya que el “Equilibrio de Nash” anterior no es un “Óptimo de Pareto”.

Tabla 4.2: “El Dilema del Prisionero” en la “Guerra Comercial”

		China	
		Sin tarifas	Con tarifas
EEUU	Sin tarifas	5,5	-10,10
	Con tarifas	10,-10	-5,-5

Sin tarifas=Cooperar ; Con tarifas=No Cooperar

4.2 La contaminación y la cooperación

El juego de la contaminación es otro de los ejemplos más representativos de “El Dilema del Prisionero” que nos podemos encontrar en el mundo empresarial.

El punto de partida es un conjunto de empresas maximizadoras de beneficios que no están reguladas, por tanto, tienen preferencia por la contaminación, frente a la instalación de sistemas que eviten la emisión de sustancias nocivas para el medio ambiente, ya que estas instalaciones incrementan sus costes de producción.

Por otra parte, las empresas que se preocupan por el medio ambiente e instalan estos sistemas anticontaminantes, al tener mayores costes de producción tienen que elevar los precios de venta, lo que les hace competir en desventaja frente a otras empresas, al no poder establecer un precio inferior, ya que con este no se cubrirían los costes de producción. De manera que hay dos situaciones posibles: elevar precios y perder clientes o mantener el precio y no cubrir costes de producción. Ambas situaciones conducen irremediablemente a la empresa a la quiebra.

Aplicando el Equilibrio de Nash como concepto de solución, llegamos al perfil estratégico (Contaminar, Contaminar), de modo que, el hecho de que ninguno de los países coopere no es ni lo más beneficioso para ellos, ni para la sociedad, ya que sería mejor que estos redujesen la contaminación cooperando, pero esto no da lugar a una situación de equilibrio ya que ambos países tendrían incentivos para no cooperar al obtener unos pagos mayores si seleccionan un modelo productivo contaminante.

De modo que la competencia del mercado conduce a las empresas participes en el mercado a una situación que podemos denominar como un Equilibrio de Nash, ya que, una vez alcanzada esta situación, ninguna de las empresas participes en el mercado tiene incentivos para intentar reducir aún más la contaminación, dado que por esto no obtendrán más beneficios.

En el caso de que el Estado no intervenga para regular la contaminación, se alcanzará un Equilibrio de Nash en el que ninguna de las empresas coopera y este equilibrio será la solución del problema. Este es el escenario en el que habrá mayores niveles de contaminación y nos encontramos ante una situación de “equilibrio no cooperativo” o de equilibrio de Nash que es socialmente ineficiente.

Ante una situación de equilibrios no centralizados e ineficientes y que además no son socialmente deseables, el Estado tiene la posibilidad de intervenir para establecer una normativa con el propósito de regular la contaminación industrial y establecer tasas sobre las emisiones. Este intervencionismo contribuye a alcanzar el equilibrio de forma cooperativa, de manera que las empresas participes en el juego de la contaminación que reducen la emisión de sustancias nocivas, pueden obtener los mismos beneficios que si sus métodos de producción no se preocupasen por el medio ambiente.

Tabla 4.3: “El Dilema del Prisionero” en la contaminación

		País 2	
		Reducir emisiones	Contaminar
País 1	Reducir emisiones	12,12	-3,15
	Contaminar	15,-3	6,6

Reducir emisiones=Cooperar ; Contaminar=No Cooperar

Otra posibilidad es que el Estado decida poner un impuesto a las empresas que contaminen de tal magnitud, que de lugar a una situación de “equilibrio cooperativo” al forzar que surja una cooperación de manera no natural debido a que el gobierno ha establecido políticas que benefician enormemente a las empresas que deciden cuidar el medio ambiente hasta tal punto que si las empresas de un país deciden contaminar esto les haría tener pérdidas porque no serian capaces de competir con las empresas que cuidan el planeta. En este contexto se ha forzado el “equilibrio cooperativo” ya que las empresas que deciden reducir emisiones, tienen incentivos a mejorar su situación cooperando y por tanto a cambiar de estrategia, y obtienen pagos mayores que si no cooperan y deciden contaminar. Si a esta situación la añadimos el componente temporal y por tanto se van acumulando los pagos con el paso de los años, se observa claramente que el gobierno ha conseguido forzar una situación de cooperación de forma no natural.

Tabla 4.4: “El Dilema del Prisionero” en la contaminación con cooperación de manera natural

		País 2	
		Reducir emisiones	Contaminar
País 1	Reducir emisiones	4,4	6,-3
	Contaminar	-3,6	-1,-1

Reducir emisiones=Cooperar ; Contaminar=No Cooperar

5. CONCLUSIONES

En el desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado mi objetivo ha sido dar una perspectiva general de La Teoría de Juegos desde el punto de vista teórico, aplicando cada concepto estudiado a “El Dilema del Prisionero”, para posteriormente poder ilustrar ejemplos prácticos que nos podemos encontrar en la economía real y que esten vinculados a los conocimientos adquiridos.

En primer lugar, se realiza una breve introducción para acercarnos a tres conceptos clave de este proyecto, “Teoría de Juegos”, “El Dilema del Prisionero” y “El Problema de la Cooperación”, más adelante, se estudia todo lo necesario para conseguir formalizar un juego: diferenciando los tipos de juegos y sus formas de representación, para posteriormente aplicar los conceptos de solución a cada juego y observar si se consigue llegar a un equilibrio de Nash.

Una vez logremos esto, el estudio se centra en los juegos repetidos tanto finitamente como infinitamente.

Por último, se exponen una serie de ejemplos prácticos, con el objetivo de intentar conectar la Teoría de Juegos en la economía desde el plano puramente teórico, con la Teoría de Juegos aplicada a la vida real, de modo que se demuestra, que el tema central de este trabajo tiene infinidad de aplicaciones a diferentes problemas que pueden surgir en diversas ramas de estudio.

Se concluye que la Teoría de Juegos y todo lo relacionado con esta área de la matemática aplicada tiene innumerables aplicaciones en la Economía y en muchas otras ciencias, su aplicación práctica es de gran utilidad en la actualidad, además, se está desarrollando y actualizando el estudio de esta disciplina constantemente.

6. BIBLIOGRAFIA

Aguiar, F., Lara, N., y Barragán, J., (2009): *Economía, sociedad y Teoría de Juegos*. Mc-Graw Hill Interamerciana de España, S.L.

Axelrod, R., (1996): *La evolución de la cooperación: El Dilema del Prisionero y La Teoría de Juegos*. Alianza Universidad

BBC (2015): *Muere John Nash, el matemático de la "mente brillante"*. Disponible en: https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/05/150524_robert_nash_mentre_brillante_muerte_aw

Binmore, K., (2011): *La Teoria de Juegos: Una breve introduccion*. Alianza Editorial

Bolsamanía (2018): *Nash y la 'teoría de juegos' apuntan a la consecución de la guerra comercial*. https://www.bolsamania.com/noticias/economia/nash-teoria-juegos-apuntan-consecucion-guerra-comercial--3243082.html

Deulofeu, J., (2016): *Teoría de Juegos: Prisioneros con dilemas y estrategias dominantes.* RBA Libros

Dinar, A,, Albiac, J., y Sánchez-Soriano, J., (2008): *Game Theory and Policy Making in Natural Resources and the Environment.* Routledge

Hardin, G., (1968): *La tragedia de los comunes*. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2917105.pdf

Pérez Navarro, J., Cerdá Tena, E., y Jimeno Pastor, J.L., (2004): *Teoría de Juegos*. Pearson Educación, S.A.

Pindyck, R.S., y Rubinfeld, D.L., (2001): *Microeconomía*. Prentice-Hall