



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE SEGOVIA

**MÁSTER EN INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS SOCIALES.
EDUCACIÓN, COMUNICACIÓN AUDIOVISUAL, ECONOMÍA Y
EMPRESA.**

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

“Implantación de algoritmos alternativos ABN en la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria: Estudio mediante técnica Delphi.”



Autora: Ana Alonso Pobes
Tutor académico: José María Marbán

Nota:

En el siguiente trabajo se han intentado utilizar palabras genéricas para referirse a ambos sexos, si bien en ocasiones no ha sido posible y se ha utilizado el masculino para rehuir de un lenguaje redundante, sin intención de que se trate de una discriminación en ningún caso.

TÍTULO

Implantación de algoritmos alternativos ABN en la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria: Estudio mediante técnica Delphi

AUTOR

Ana Alonso Pobes

TUTOR ACADÉMICO

José María Marbán

TITULACIÓN

**Máster en Investigación en Ciencias Sociales. Educación,
Comunicación Audiovisual, Economía y Empresa.**

CURSO ACADÉMICO

2019/2020

FACULTAD

Facultad de educación
Campus Maria Zambrano de Segovia
Universidad de Valladolid



Universidad de Valladolid



**CAMPUS PÚBLICO
MARÍA ZAMBRANO
SEGOVIA**

RESUMEN

El presente Trabajo de Fin de Máster pretende la búsqueda de consenso entre posiciones encontradas en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria. Por un lado, los defensores de metodologías tradicionales, entre los que cada vez hay más tendencia hacia metodologías activas, pero que siguen empleando los mismos algoritmos y procesos de siempre. Por otro lado, los que apuestan por un cambio total en la enseñanza-aprendizaje del cálculo, el sentido numérico, el álgebra y la resolución de problemas correspondiente: los defensores del método ABN.

Para llegar a entendimiento entre las dos partes, se ha realizado un estudio aplicando la metodología Delphi, que consiste en un proceso de opinión hasta llegar a ideas acordadas entre todos los participantes. Se parte de las aportaciones de un grupo de expertos, en este caso, de docentes de matemáticas, que responden a una serie de cuestionarios encadenados entre sí. Con las respuestas del primer cuestionario se elabora el segundo y así sucesivamente. El resultado final es un conjunto de conclusiones en las que todos están de acuerdo.

En el Delphi que nos ocupa se han hecho un total de dos rondas de cuestionarios, llegando a un entendimiento en muchos aspectos de la metodología ideal a emplear en el aula de matemáticas.

PALABRAS CLAVE: algoritmos alternativos, ABN, método Delphi, consenso de opinión

ABSTRACT

The present Master's Work aims at finding consensus between conflicting positions in the teaching of mathematics in primary education. On the one hand, the defenders of traditional methodologies, among which there is an increasing tendency towards active methodologies, but which continue to use the same algorithms and processes as always. On the other hand, those who bet on a total change in the teaching-learning of calculus, number sense, algebra, and the problem solving: the defenders of the ABN method.

In order to reach an understanding between the two parties, this study has applied Delphi methodology, which consists of a process of opinion until ideas are agreed upon by all the participants. It is based on the contributions of a group of experts, in this case, math teachers, who answer a series of interlinked questionnaires. With the answers of the first questionnaire, the second one is elaborated and so on. The final result is a set of conclusions on which everyone agrees.

A total of two rounds of questionnaires have been made in the Delphi under discussion, reaching an understanding in many aspects of the ideal methodology to be used in the mathematics classroom.

KEY WORDS

alternative algorithms, ABN, Delphi method, consensus of opinion

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	12
2. OBJETIVOS.....	13
3. JUSTIFICACIÓN	14
4. MARCO TEÓRICO	16
4.1. EL MOVIMIENTO EUROPEO PRO ALGORITMOS ALTERNATIVOS 16	
4.2. LA SITUACIÓN EN ESPAÑA. PROPUESTAS PEDAGÓGICAS EMERGENTES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.....	17
4.2.1. JUMP Math	18
4.2.2. Método Singapur	18
4.2.3. EntusiasMAT	20
4.3. LA METODOLOGÍA ABN.....	21
4.3.1. Qué es ABN y en qué se fundamenta.....	21
4.3.2. Principios que rigen la metodología ABN.	25
4.3.3. ABN como herramienta de inclusión educativa.....	27
4.3.4. Diferencias con métodos tradicionales.....	29
4.3.5. Ventajas y desventajas de la implementación de la metodología ABN. 30	
4.3.6. La formación del profesorado en ABN	33
4.3.7. Literatura previa	34
4.4. EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO.....	36
4.4.1. ¿Qué es el EOS?.....	37
4.4.2. La teoría de la idoneidad didáctica.....	39

5. MARCO EMPÍRICO: METODOLOGÍA, FASES Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	41
5.1. Diseño de la investigación.....	41
5.2. Metodología empleada	42
5.2.1. La metodología Delphi	43
5.2.2. La triangulación de métodos	46
5.3. Población y muestra	48
5.3.1. Selección y conformación del panel.....	48
5.3.2. Número de expertos	49
5.3.3. Calidad del panel.....	50
5.4. Temporalización (proceso iterativo en rondas).....	51
5.5. Proceso	53
5.5.1. Proceso de construcción del primer cuestionario.....	53
5.5.2. Análisis del primer cuestionario.....	59
5.5.3. Proceso de elaboración del segundo cuestionario	62
5.5.4. Análisis del segundo cuestionario	65
5.6. Credibilidad del estudio.....	72
5.7. Implicaciones éticas	75
6. CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	77
6.1. CONCLUSIONES.....	77
6.2. LIMITACIONES.....	79
6.3. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	80
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	81
8. BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA	89
9. ANEXOS.....	90

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Extraída de Alsina, A. (2009) pg. 121 y 122.....	23
Tabla 2. Diferencias más importantes entre ABN y métodos tradicionales. Elaboración propia.....	30
Tabla 3. Tipos de Delphi. Elaboración propia a partir de las aportaciones de Landeta (2002)	45
Tabla 4. Características del panel de expertos. Elaboración propia.	49
Tabla 5. Fases de la construcción del primer cuestionario. Elaboración propia.	54
Tabla 6. Fases de la elaboración del segundo cuestionario. Elaboración propia.	63

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Principios básicos de Jump Math. Extraída de https://jumpmath.es/es/descubre/	18
Figura 2. Ejemplo de rejilla para suma ABN.	22
Figura 3. Características de los algoritmos ABN. Elaboración propia a partir de Martínez (2017)	25
Figura 4. Matriz DAFO para la implementación de ABN. Elaboración propia.....	32
Figura 5 Aspectos complementarios de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Elaboración propia a partir de Godino, Batanero y Font (2017).....	38
Figura 6 Distintas idoneidades parciales. Elaboración propia a partir de Godino (2013)	40
Figura 7. Etapas evolución método Delphi. Elaboración propia a partir de la revisión bibliográfica de López-Gómez (2018) quien recoge las fases de Rieger (1986).	44
Figura 8. Primera temporalización del estudio. Elaboración propia.	52
Figura 9. Fases definitivas del estudio. Elaboración propia.....	53
Figura 10. Idoneidad cognitiva secundaria.....	66
Figura 11. Idoneidad cognitiva primaria.	66
Figura 12. Idoneidad interaccional. Primaria.	67
Figura 13. Idoneidad interaccional. Secundaria.	67
Figura 14. Idoneidad mediacional. Secundaria.	68
Figura 15. Idoneidad mediacional. Primaria.	68
Figura 16. Idoneidad afectiva. Primaria	69
Figura 17. Idoneidad afectiva. Secundaria.	69
Figura 18. Idoneidad epistémica. Secundaria.....	70
Figura 19. Idoneidad epistémica. Primaria.....	70
Figura 20. Aportaciones de ABN. Primaria.	71
Figura 21. Aportaciones de ABN. Secundaria.	71

1. INTRODUCCIÓN

*“Si quieres resultados diferentes, no hagas siempre lo mismo.
Muchos son los que pretenden mejorar sin cambiar nada.”*

Albert Einstein

Bajo esta frase de Einstein, es desde la que comienzo mi trabajo profesional como docente. Creo en la escuela como guía del aprendizaje, pero sobre todo, creo en la escuela como motor de transformación de la vida de las personas. Algunos lo llaman la escuela transformadora social, yo simplemente ratifico la gran influencia de la educación en los seres humanos. De este modo, hay que cambiar los modelos tradicionales, hay que adaptarse a lo que demandan nuestros alumnos. Como dice Einstein, si queremos resultados diferentes, hagamos cosas diferentes.

¿Y qué relación tiene la influencia de la escuela con las matemáticas? Pues más de la que en un primer momento pudiera parecer, ya que las matemáticas han sido, a lo largo de los años, las grandes denostadas por la comunidad educativa, pasando desapercibidas tanto para alumnos en desventaja social y cultural, como para alumnos con poca memoria o dificultad para abstraer, los tradicionalmente llamados “malos en matemáticas”. Ya va siendo hora de hacer algo para cambiar la situación y que la escuela, se aborde desde cualquier área, sea algo atractivo para todos los alumnos. Sí, las matemáticas incluidas.

El tema elegido para este TFG surge de dos intereses personales. Por un lado, el de las metodologías empleadas en la enseñanza de las matemáticas en niveles de escolaridad obligatoria. Y por otro, el interés por la formación del profesorado y por averiguar qué puedo aportar para que la formación en matemáticas se adapte a lo que demandan los docentes en activo.

La importancia de las matemáticas en la vida de un escolar es tan grande, que incluso puede llegar a definir sus futuros estudios superiores y, por consiguiente, su profesión en la vida. Es un área con mucha aplicación en la vida diaria, por lo que su tratamiento competencial, debería ser absolutamente imprescindible en los niveles obligatorios de la escolaridad. Para dotar al alumnado de una buena competencia

matemática, no podemos seguir utilizando procesos memorísticos y descontextualizados, donde el razonamiento y las deducciones, solo están al alcance de los más rápidos o con mejor memoria.

Bajo ese principio de cambio metodológico, es bajo el que me amparo para comenzar este estudio, con el fin de mitigar las confrontaciones entre defensores y detractores de nuevas metodologías y apostando por que todos comencemos una evolución, que tienda hacia procesos más razonados y menos memorísticos, donde no haya buenos y malos en matemáticas, sino un total de alumnos capaces de alcanzar una buena competencia matemática.

Para empezar el proceso de cambio, se hace necesaria una buena formación del profesorado, tanto de base como continua. En mi caso, debido a mi profesión, me interesa especialmente la segunda. Me apasiona pensar que, con mi granito de arena, puedo mejorar la formación de los docentes y, como consecuencia, conseguir una mayor calidad en la enseñanza para los alumnos. Sólo así la escuela dejará una huella imborrable en ellos.

No se me ocurre mejor manera para contribuir a la formación del profesorado, que aunando criterios en cuanto a la implementación de los algoritmos ABN. El método Delphi parece la herramienta ideal para conseguir este propósito, rompiendo posiciones encontradas y dialogando hacia lo mejor para el alumnado.

Hagamos cosas diferentes, y no sólo eso, rompamos los esquemas a los más tradicionales, y busquemos puntos comunes desde los que empezar a trabajar.

2. OBJETIVOS

El objetivo general que se intenta alcanzar con este TFM es el siguiente:

Búsqueda de consenso entre docentes de matemáticas que defienden algoritmos y metodologías tradicionales y los que apuestan por el método ABN para la incorporación de algoritmos alternativos.

Este objetivo general se puede dividir en los siguientes más específicos:

- a) Comprender diferentes puntos de vista en la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria.
- b) Reflexionar sobre la propia práctica docente para los expertos que participan en el estudio.
- c) Generar conocimientos sobre los factores positivos que aportan diferentes metodologías.
- d) Describir los factores de resistencia para la incorporación de algoritmos alternativos ABN.
- e) Contribuir al cambio metodológico como motor de impulso de unas matemáticas activas, manipulativas y comprensibles.
- f) Hallar elementos comunes de actuaciones positivas entre los diferentes docentes que imparten matemáticas en Educación Primaria.
- g) Detectar carencias de formación entre los docentes de matemáticas, con el fin de dar respuesta a sus demandas en un futuro.

3. JUSTIFICACIÓN

Es evidente, para los expertos en el tema, la polaridad de opiniones en cuanto a la utilización o no de algoritmos alternativos en la enseñanza de las matemáticas.

Por un lado, un sector muy importante del profesorado de primaria, está cómodamente asentado en lo que se denomina, de manera informal, la zona de confort. Una manera de trabajar en la que llevan muchos años, cargada de memorizaciones sin razonamientos y en la que es fácil valorar a los alumnos, en función de pruebas de evaluación, que buscan la cuantificación numérica en lugar de buscar los procesos de mejora. En esa zona de confort se sienten seguros, porque no tienen que luchar con nadie para incorporar modificaciones. Tradicionalmente, las cosas se han hecho así y no hay porqué cambiarlas. Es más fácil dejarse arrastrar por la tradición que por la innovación.

No quiero que se malinterpreten mis palabras. No estoy demonizando todas las prácticas tradicionales, ya que, muchas de ellas, si se realizan de manera razonada y bajo la mirada de objetivos coherentes, seguro que surten los efectos deseados. Lo que sí que critico es el inmovilismo pedagógico. La falta de ganas de buscar un progreso en la profesión docente.

Por otro lado, están los que defienden el cambio, los que apuestan por la mejora de la enseñanza, los que ven en las metodologías activas una oportunidad para construir verdaderos conocimientos significativos. En el caso de las matemáticas, apuestan por incorporar métodos nuevos, aunque este término sea relativo, ya que, la mayoría, están asentados sobre concepciones del aprendizaje del siglo pasado. En lugar de métodos nuevos, diremos, métodos no tradicionales activos y participativos, donde el protagonista no sea el profesor, sino el alumno y donde las matemáticas no se entienden sino dentro del contexto de la vida real. En ese escenario es en el que surge la posibilidad de utilizar algoritmos alternativos, algoritmos ABN.

¿Qué ocurre cuando hay dos bandos tan encontrados? Pues que los perjudicados terminan siendo los alumnos, porque unos años van a contar con docentes “de toda la vida”, de tiza, libro y cuaderno, y otros años van a descubrir mundos nuevos a través del apasionante mundo de las matemáticas. Conclusión: los pobres no saben ni a qué atenerse o cual es la manera más adecuada para trabajar.

Es nuestra responsabilidad moral actuar en consecuencia, e intentar una búsqueda de posturas compartidas, donde las ideas de todos, defensores y detractores, tengan cabida, y los procesos de enseñanza-aprendizaje tengan una continuidad a lo largo de toda la escolaridad obligatoria.

El método Delphi se convierte en nuestro aliado en esa búsqueda de consenso de opiniones. Ofrece la posibilidad de llegar a acuerdos y permite procesos de autorreflexión de la propia práctica docente. En un escenario así, con entendimiento entre las dos partes, seguro que los alumnos contarán con una educación de mejor calidad.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. EL MOVIMIENTO EUROPEO PRO ALGORITMOS ALTERNATIVOS

La palabra algoritmo proviene del matemático persa Al-Juarismi, y según el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, se refiere al “conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema”.

Ya desde su definición, se está poniendo de relieve la necesidad de un contexto para la resolución de las operaciones, cosa que, en los algoritmos tradicionales, no sucede en la mayoría de las ocasiones. En educación primaria, en incontables ocasiones, se plantean algoritmos fuera de un contexto o de un problema. Se recurre así a la resolución de operaciones sin sentido, donde la memorización de los pasos para resolver el algoritmo, es la principal de las preocupaciones.

Uno de los máximos referentes, en la didáctica de la matemática actual, José Antonio Fernández Bravo, se pregunta, en uno de sus artículos: “¿La automatización de los pasos a realizar, en la aplicación del algoritmo, describe el quehacer matemático? ¿Tiene sentido actualmente la enseñanza de los algoritmos, sobre las cuatro operaciones básicas?” (Fernández Bravo, 2005, p. 31) Se pregunta también por la razón de seguir utilizando procesos memorísticos, basados en la tradición sin sentido, aún a sabiendas de no estar haciendo ningún bien a nuestros alumnos.

Este cuestionamiento de la enseñanza de los algoritmos tradicionales, no sólo sucede en nuestro país. Desde finales del siglo pasado, ha surgido una corriente en Europa que apuesta por la utilización de algoritmos alternativos. La sociedad en la que estamos inmersos y el sistema educativo actual, demandan unas matemáticas útiles para la vida real, que partan de la experiencia y huyan de la memorización sin significado. Los algoritmos alternativos podrían ser la solución a esa demanda educativa.

La influencia del matemático norteamericano Van Der Valle (2005), se ha hecho eco en la mayoría de los países europeos que apuestan por el cambio. De este modo, ha tenido repercusión en Portugal, Francia, Alemania o los Países Bajos.

Van Der Valle (2005) afirma que los algoritmos tradicionales hacen al niño consumir demasiado tiempo en procesos poco fructíferos, memorísticos y sin razonamiento. Las matemáticas han de dar sentido a los problemas del mundo, no seguir un conjunto de reglas memorizadas sin pensar. Esa aplicación memorística hace que los alumnos cometan muchos más errores. Por el contrario, cuando los algoritmos no son mecánicos, sino razonados, los errores disminuyen en un gran porcentaje.

Además de las aportaciones de Van Der Valle, hay otros muchos autores en Europa que defienden la misma línea de actuación. Es el caso, por ejemplo, de Thompson (2008) quien desde Reino Unido “deconstruye” métodos de cálculo para optar por algoritmos más comprensivos para los alumnos.

En el trabajo de Ereño (2014), se recoge la importancia del uso de algoritmos alternativos. Citando a Barba-Calvo (2009), Ereño establece tres motivos fundamentales para su uso:

- a. Motivo histórico. Es importante que el alumnado conozca que no siempre se ha operado de la misma forma, y que ésta, puede variar a lo largo de la historia.
- b. Multiculturalidad. No en todas las culturas se opera de la misma forma y eso tiene que saberlo el alumno.
- c. Valorar la transparencia. Cosa que sólo se consigue con algoritmos alternativos alejados de los tradicionales.

4.2. LA SITUACIÓN EN ESPAÑA. PROPUESTAS PEDAGÓGICAS EMERGENTES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

La actual inclinación hacia un trabajo competencial del área de matemáticas, ha hecho que los docentes se empiecen a replantear la didáctica de las mismas. La tendencia a la preocupación por la enseñanza de las matemáticas, se pueden ver reflejada en publicaciones en revistas, en libros sobre investigación en educación matemática, o en reflexiones de autores de reconocido prestigio.

Hasta nuestro país han llegado numerosas propuestas pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas: programa Jump Math, modelo Singapur, método NumericUpDown, Entusiasmat, ... Veamos brevemente las más significativas, con el fin de hacernos una idea general de las metodologías trabajadas en la actualidad en España.

4.2.1. JUMP Math

JUMP Math surge en Canadá en 2001 de la mano de John Mighton. Se origina como método superador de desigualdades, en cuanto a capacidades matemáticas. Trata de desterrar el mito de las habilidades innatas, para confiar en las posibilidades de todos los alumnos para el desarrollo de la competencia matemática.

Las siglas JUMP significan Junior Undiscovered Math Prodigies. Su objetivo principal, explicado por González et al. (2015) es “mejorar el potencial de todos los niños y niñas, fomentando la comprensión y el disfrute de las matemáticas en el alumnado y en el docente.”

Se partió del diseño de sesiones para las clases de matemáticas, de tal forma que fueran rigurosamente científicas, matemáticamente hablando, pero que cualquier docente fuera capaz de implementarlas y todos los estudiantes pudieran entenderlas.

La Guía del Docente de Jump Math, explica sus principios básicos, que pueden verse en la figura 1.

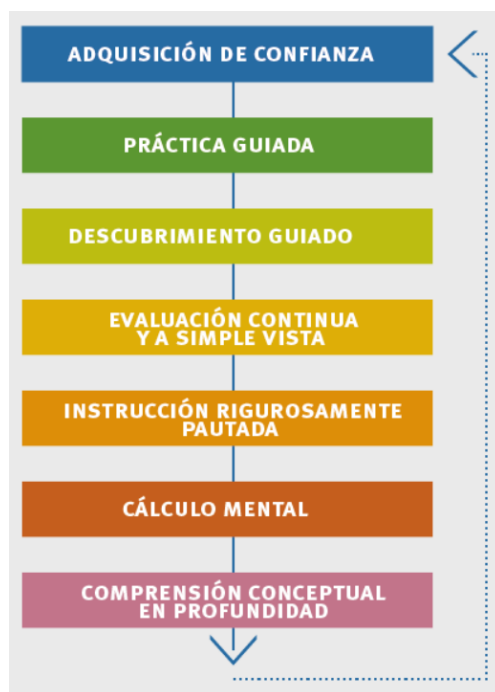


Figura 1. Principios básicos de Jump Math. Extraída de <https://jumpmath.es/es/descubre/>

4.2.2. Método Singapur

El Método Singapur, según su página web oficial, “es un compendio metodológico estructurado sobre la base de la resolución de problemas, como el eje de la enseñanza de las matemáticas”. Siguiendo el estudio de Espinoza et al. (2016), busca la mejora de la competencia matemática “a través de una estructura pentagonal, que articula el

desarrollo de conceptos, habilidades, procesos matemáticos, metacognición y actitudes necesarias para el aprendizaje, cuyo foco central es la resolución de problemas en contextos significativos.” (p. 93)

El nombre del método toma el del país donde fue creado.

Su inspiración pedagógica está amparada bajo los principios de Jerome Bruner, Richard Skemp y Zoltan Dienes; influyendo también las aportaciones de construcción del aprendizaje de Vygotski.

Los principios que rigen la metodología, según su página web oficial, son los siguientes:

- a) Visualización
- b) Resolución de problemas
- c) Matemática mental
- d) Dominio comprensivo
- e) Estrategias

Las características más destacadas de Singapur se resumen del siguiente modo:

- a) El currículo de progresión es en espiral
- b) Se utiliza el modelado de barras
- c) Se potencia el pensamiento algebraico
- d) Los alumnos pasan por tres etapas: enactiva- icónica- simbólica
- e) El modelo de enseñanza-aprendizaje se basa en:
 - Comprensión
 - Proceso concreto-pictórico-abstracto
 - Representación con material concreto
 - Maduración y desarrollo del alumno
 - Alumnos como aprendices activos
 - Ejercicio y práctica
 - Mejora de la memoria

4.2.3. EntusiasMAT

Aunque no es tan internacional como las dos metodologías anteriores, EntusiasMAT triunfa cada vez más en nuestro país, como medio para escapar de unas matemáticas tradicionales memorísticas y poco comprensivas.

Surge con un grupo de profesoras de matemáticas, en el Colegio Montserrat de Barcelona, hace más de diez años, quienes deciden diseñar un programa propio para la enseñanza de las mismas, partiendo de la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Howard Gardner.

No es una metodología propiamente dicha, sino un proyecto didáctico-pedagógico para la enseñanza de las matemáticas.

Para Urbano (2016), éste método intenta transmitir las matemáticas de ocho formas diferentes, ofertando al alumnado la posibilidad de adquirir el contenido según la inteligencia que más domine. De este modo, todos conseguirán asimilar los contenidos propuestos, pasando de lo concreto a lo abstracto.

Aunque en la literatura consultada no aparezca escrito, sus actividades dejan al descubierto una gran influencia, no sólo de la Teoría de las Inteligencias Múltiples, sino de la Cultura de Pensamiento, integrando en sus clases numerosos ejercicios relacionados con las rutinas y destrezas de pensamiento.

Según Miró (2012), EntusiasMAT proporciona recursos y materiales específicos, como:

- Las historias para pensar
- Los diarios de matemáticas
- Los cubos numéricos
- Los matijuegos

Otra ventaja de EntusiasMAT es la facilidad para seguirlo, tanto para el alumno como para el docente, ya que el empleo de los materiales está muy pautado.

Todos y cada uno de estos planteamientos, desde JUMP Math hasta EntusiasMAT, buscan la escapada de la enseñanza tradicional y su sustitución por modelos basados en la experimentación, la manipulación, la comprensión y técnicas concretas para facilitar el cálculo y la resolución de problemas. Ninguno de ellos, sin embargo, se aventura a apostar por un cambio en los algoritmos a utilizar, salvo la metodología ABN.

4.3. LA METODOLOGÍA ABN

4.3.1. Qué es ABN y en qué se fundamenta

Las siglas ABN corresponden al acrónimo Abierto Basado en Números. Explicamos a continuación el significado:

- Abierto, hace referencia a la manera de resolver, tanto los algoritmos, como otros procesos matemáticos. No existe un único modo de operar. A modo de ejemplo, existen numerosos caminos para llegar al mismo resultado de una operación, en función de las estrategias cognitivas que utilice cada sujeto.
- Basado en Números, se refiere a que el método siempre intenta coger la cantidad completa, nunca desmenuzándola en cifras que en el tradicional operan aisladas. Si las cantidades son muy grandes, entonces se utilizan estrategias para facilitar el cálculo.

El método no surge de forma espontánea, sino que es el fruto de muchos años de estudio y práctica de las matemáticas y su didáctica. El creador, Jaime Martínez Montero, además de haber ejercido como maestro e inspector de educación, es doctor en pedagogía. Ha sido profesor asociado en la Universidad de Cádiz, en el Departamento de Didáctica y ha pertenecido al Comité Científico de la Agencia Andaluza de Evaluación. Ha realizado múltiples trabajos y artículos sobre didáctica de las matemáticas, entre otros temas, y tiene varios libros, entre los que destacan, refiriéndonos a ABN:

- Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales
- Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en educación infantil
- Competencias básicas en matemáticas

El porqué del surgimiento del método, podemos resumirlo con la siguiente enumeración de los problemas del cálculo tradicional, que recoge el Observatorio Profuturo (2019) sintetizando las explicaciones de Martínez (2017):

- El sistema de cálculo tradicional no enseña a calcular, enseña una serie de reglas memorísticas y repetitivas.
- Los resultados en el área de matemáticas son inferiores al resto de áreas.
- No se favorece la capacidad de razonamiento.
- La actitud hacia las matemáticas es negativa.
- Se trabajan pocos tipos de problemas.

Para paliar estas deficiencias, es por lo que comienza el método ABN. Simplemente, surge aplicando en las aulas unos algoritmos más naturales para operar, de manera más comprensiva que con los tradicionales. Al introducir este elemento, junto con actividades y secuencias lógicas de aprendizaje matemático, es como va constituyéndose una metodología propia, que bebe de lo más significativo de los grandes expertos de la didáctica de la matemática.

En boca de De la Rosa (2019) en el IV Congreso ABN, distinguimos entre algoritmos ABN y metodología ABN. Los algoritmos hacen referencia al formato para operar, caracterizado en ABN por la utilización de enrejados donde reflejar los pasos que se van dando (ver el ejemplo de la figura 1).

	84	25	16
+6	90	25	10
+10	100	25	0
+25	125	0	0

Figura 2. Ejemplo de rejilla para suma ABN.

La metodología se refiere a todas aquellas decisiones y prácticas didácticas, encaminadas a facilitar la resolución de los algoritmos. Es decir, comprenden actividades, utilización de recursos, organización de espacios, tiempos, estructuras y

cualquier otro elemento para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, siempre encaminado a la facilitación de los algoritmos.

La metodología ABN toma como base los principios de la Educación Matemática Realista de Freudenthal (2012), EMR a partir de ahora. Para Bressan et al. (2016), uno de sus estudiosos, esta corriente considera la matemática como un proceso de creación de estructuras, que debe partir de la experimentación y que es posible para todos los estudiantes. El concepto fundamental del que parte es, que el proceso de enseñanza-aprendizaje, ha de estar unido a la vida real.

En la actualidad, la EMR tiene seis principios fundamentales.

PRINCIPIO DE ACTIVIDAD	Las matemáticas se consideran una actividad humana. La finalidad de las matemáticas es matematizar (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia matemática. La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema.
PRINCIPIO DE REALIDAD	Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en contextos reales. Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.
PRINCIPIO DE NIVELES	Los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión: - Situacional: en el contexto de la situación. - Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc. - General: exploración, reflexión y generalización. - Formal: Procedimientos estándares y notación convencional.
PRINCIPIO DE REINVENCIÓN GUIADA	Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal.
PRINCIPIO DE INTERACCIÓN	La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.
PRINCIPIO DE INTERCONEXIÓN	Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría, ...) no pueden ser tratados como entidades separadas.

Tabla 1. Extraída de Alsina, A. (2009) pg. 121 y 122

Además de basarse en los principios de la EMR, Martínez (2017) toma como punto de referencia a grandes autores de la didáctica de las matemáticas. De este modo, destacamos, entre otros muchos, los siguientes:

- De Gelman y Gallistel, toma los principios básicos del conteo.
- De Fuson y Hall, las fases de progresión de la cadena numérica.
- De Kamii, una nueva visión de la aritmética.
- De María Montessori adopta algunos de sus materiales y la idea de autonomía.
- De Sowder, el concepto de sentido numérico, importantísimo en la concepción del número en ABN.

Para este último autor, el sentido numérico supone un nuevo paradigma en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria (Sowder, 1988). El tratamiento del sentido numérico que propone, adoptado para ABN, significa:

- Comprender el tamaño de los números.
- Pensar sobre ellos.
- Representarlos de diferentes maneras.
- Utilizarlos como referentes.
- Desarrollar percepciones acertadas sobre los efectos de las operaciones.
- Emplear el conocimiento de los números para razonar de forma compleja:
 - o Extender a conjuntos mayores lo que sabe hacer con los pequeños
 - o Generalizar lo que sabe a otras situaciones
 - o Aplicar estrategias para solucionar dificultades

Para el desarrollo de la metodología, además de tener en cuenta las aportaciones de autores relevantes, se tomó en consideración la legislación española vigente, así como los informes PISA de la OCDE de varios años, con la idea de mejorar aquellos aspectos en los que más fallan los alumnos y facilitar la adquisición de competencias matemáticas.

Volviendo a los algoritmos, se inspiran, como hemos dicho en el epígrafe 1.1., en la utilización de algoritmos alternativos utilizados en otros países europeos. Martínez (2017) intenta que sean procesos que cumplan las siguientes características:

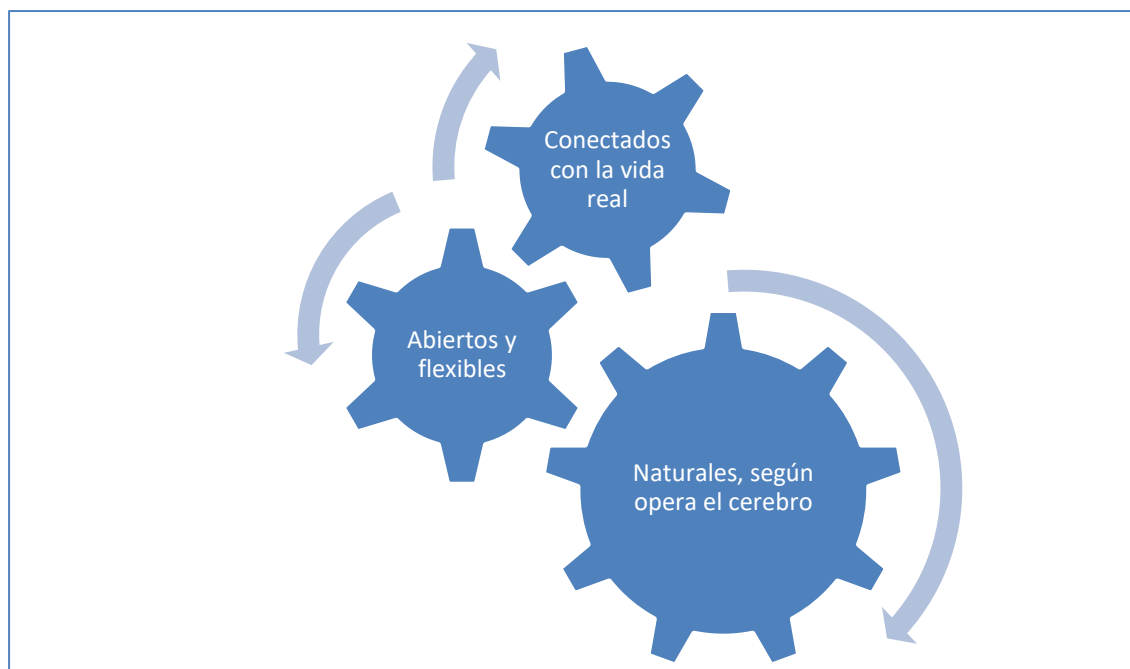


Figura 3. Características de los algoritmos ABN. Elaboración propia a partir de Martínez (2017)

El autor idea un algoritmo para la suma, cuatro para las diferentes restas, uno para la multiplicación y uno para la división. Añade algoritmos que no existían antes: la escalera ascendente, la escalera descendente y el algoritmo del reparto igualatorio. También hace combinaciones con los anteriores, como la sumirresta, la doble suma o la doble resta.

4.3.2. Principios que rigen la metodología ABN.

El creador del método, Martínez (2017), explica los principios que deberían regir en cualquier enseñanza de las matemáticas que prevenga las dificultades con las matemáticas. Estos son:

- a) El principio de igualdad. Es el presupuesto por el que “no existe un gen matemático que sea poseído por algunos alumnos y no por otros.” “El ser humano viene, de nacimiento, muy bien dotado para el aprendizaje matemático.” (p. 32)
- b) El principio de la experiencia. Es el principio mediante el cual, el niño llega a la abstracción matemática, experimentando directamente con el manejo de objetos y con la realización de acciones.
- c) El principio del empleo de referentes. Es la aplicación del principio de la experiencia, tomando como referente “datos, hechos y acciones de la vida diaria y del ámbito de sus experiencias vitales.” (p. 34)
- d) El principio de la transparencia. Por un lado, hace alusión a que en la resolución de los procesos, no se tienen que ocultar los pasos que se van dando para llegar a la solución. “Por otro, que los materiales y recursos simbólicos que se empleen han de reflejar, o hacer transparente de la forma más fiel posible, la realidad que toman como referencia.” (p. 34) Como es difícil la comprensión de este principio, pondremos como ejemplo la utilización de la bola verde del ábaco tradicional, para simbolizar la centena, en este caso, poco transparente; o la utilización de un manojo de cien palillos para simbolizar la centena, evidentemente, más transparente.
- e) El principio de la comprensión. Es el principio mediante el cual, el alumno aprende sin olvidar, porque entiende lo que hace. Lo contrario es la memorización sin razonamiento, lo cual conduce a la repetición sin sentido, pero que, desgraciadamente, tradicionalmente se ha visto recompensada con la resolución de operaciones.
- f) El principio del convencionalismo. También se puede llamar principio de la flexibilidad. Es aquel que permite optar por varias alternativas para la resolución de un ejercicio. A los alumnos se les entrena en este principio, ya que favorece la comprensión y la adquisición del sentido numérico.
- g) El principio de la construcción de modelos formales. “El uso de modelos formales permite la extensión de lo aprendido en un campo a otros campos distintos: aritmética a geometría, numeración a sistemas de medida o a álgebra, etc.” (p. 36)

- h) El principio del desglosamiento de los modelos formales. En ocasiones, modelos formales complejos, incomprensibles a ciertas edades, pueden desglosarse en modelos más sencillos para una correcta asimilación.

Partiendo de los principios enumerados, la primera doctora en ABN, Canto (2015), afirma que la metodología se apoya en cuatro pilares:

- Que el alumnado comprenda lo que hace en cada momento y, de este modo, avance poco a poco hacia mayores niveles de abstracción.
- Que el alumnado manipule materiales y objetos, cosas reales que pueden verse y tocarse.
- Que los problemas y operaciones puedan hacerse de diferentes maneras, usando distintas estrategias para su resolución.
- Que para trabajar los algoritmos ABN se sea fiel a los métodos y estrategias de cálculo de los mismos.

El Observatorio Profuturo (2019) añade:

- *Los progresos se basan en la comprensión de los aprendizajes anteriores.*
- *Se desmenuzan todos los contenidos para que las distintas dificultades que el alumnado vaya a encontrar, las pueda superar fácilmente.*
- *Se interrelacionan todos los aprendizajes, evitando así los contenidos estancos y los saltos sin conexión entre ellos.*
- *Se exploran una amplia variedad de caminos como métodos de resolución, de forma que se dota al alumnado de una alta capacidad de decisión y la opción de adaptar las situaciones problemáticas a sus capacidades y a las estrategias que mejor domine.*

4.3.3. ABN como herramienta de inclusión educativa

Además de los principios que acabamos de exponer, nos gustaría añadir un punto clave que aparece reflejado en el artículo de Adamuz-Povedano y Bracho-López (2014) y que, de forma oral, es transmitido de manera generalizada entre los usuarios de ABN.

Nos referimos al carácter compensador de desigualdades del método. Esta característica está relacionada con varios aspectos:

Por un lado, al surgir en zonas con un nivel socioeconómico bajo o medio-bajo, tuvo desde el principio que pensar en utilizar recursos de muy poco coste, por lo que no se discrimina a nadie por razón de tenencia o no de los materiales adecuados.

Por otra parte, respeta el ritmo individual de trabajo de cada individuo, adaptándose perfectamente a alumnado con diferentes necesidades educativas. Potencia mucho la idea de que todos los individuos son capaces, por lo que deja de etiquetarse a los alumnos, siendo un verdadero motor de inclusión en las clases de matemáticas.

Adamuz-Povedano y Bracho-López (2014, pg. 51) califican ABN como como de método con enfoque integrador, ya que “favorece la transformación del aula en un lugar de aprendizaje que potencia y apoya la participación de todo el alumnado, especialmente de los menos favorecidos, que con otras metodologías más rígidas parecen estar condenados al fracaso escolar (...)”

De manera personal, consideramos ABN como metodología inclusiva porque:

- Se adapta al ritmo de cada alumno. El método proporciona apoyo suficiente para que todos puedan realizar las actividades, cada uno con más o menos apoyos materiales.
- Al no quedarse nadie descolgado, se acaban las etiquetas de “buenos” y “malos” en matemáticas. Aumenta la autoestima de los más desfavorecidos.
- Los alumnos trabajan en grupos heterogéneos, aprendiendo de sus compañeros.
- Se cuenta con las familias, ya que desde el comienzo se les ofrece formación en el centro y se les invita a que participen.
- Los profesionales que trabajan con ABN, comparten con sus iguales materiales y actividades, en un porcentaje muy superior a otros métodos.

Martínez (2017, pp. 32-33) afirma en este sentido que es deber de la escuela superar las desigualdades. Para ello propone, en relación con las matemáticas: “cambiar las expectativas respecto a las dificultades matemáticas (...); ofrecer más y más variados

métodos; dispensar tratamientos diferenciados en función de las capacidades (...) y utilizar de manera más amplia los muchos recursos y materiales”

4.3.4. Diferencias con métodos tradicionales.

Debido a la rápida extensión del método, son ya varios los expertos que han analizado las diferencias existentes entre ABN y el método tradicional (Bracho-López y otros, 2014; Lladó y Vázquez, 2012; Garrán, 2016; Canto, 2017, Aragón y otros, 2016; Díaz-López y otros, 2017; Martínez, 2011; Adamuz-Povedano y Bracho-López, 2014). A continuación, exponemos las diferencias más significativas realizando un compendio de las aportaciones de estos autores:

ABN	METODOLOGÍA TRADICIONAL
Mayor destreza en cálculo mental	Cálculo mental a través de reglas de memorización
Mejor conocimiento general de los números	Mejor conocimiento de las reglas rígidas que estructuran los algoritmos
Mayor capacidad de estimación	Mayor capacidad en conteo y destrezas automatizadas
Más comprensión de todos los procedimientos matemáticos	Más desarrollo de procesos mecánicos
Poca tradición cultural del empleo de algoritmos alternativos	Mucho legado del empleo de algoritmos tradicionales
Necesidad de muchos materiales	Necesidad de pocos materiales

Mayor implicación del profesorado	Implicación variable, dependiendo de los casos
Aumento de la afectividad hacia la materia	Materia considerada como poco querida entre los estudiantes
Basada en los aportes de la neurodidáctica y en aportaciones de grandes pedagogos matemáticos	Basada, en un porcentaje muy elevado de sus actuaciones, en la tradición cultural

Tabla 2. Diferencias más importantes entre ABN y métodos tradicionales. Elaboración propia.

4.3.5. Ventajas y desventajas de la implementación de la metodología ABN.

Al igual que en la implementación de cualquier otra metodología, la aplicación de ABN lleva aparejada una serie de ventajas y desventajas que enumeramos a continuación. Esta lista está basada en la práctica docente, tanto de la investigadora, como de compañeros de profesión, así como en una entrevista a una experta formadora de ABN.

Ventajas para el alumno:

- Mayor comprensión de todos los procesos matemáticos.
- Acorta tiempos de aprendizaje.
- Fija mejor y por más tiempo, los conocimientos adquiridos.
- Mejora en el cálculo, en el sentido numérico y en la resolución de problemas.
- Disminución de la animadversión hacia las matemáticas.
- Respuesta más eficaz hacia el tratamiento de la diversidad de las aulas.
- Mayor implicación en las tareas diarias por parte del alumnado.
- Aplicación de lo aprendido en el aula a la vida real.

Ventajas para los docentes:

- Mayor control sobre los procesos de aprendizaje.
- Optimización del tiempo lectivo.
- Mejora del sentimiento de eficacia.
- Aumento de la motivación, no sólo hacia la tarea en las clases de matemáticas, sino hacia la profesión docente en general.
- Mayor intercambio de experiencias y materiales (cooformación permanente)
- Sentimiento de pertenencia a un grupo.

Desventajas para los alumnos:

- Cambio de los esquemas mentales respecto a la operativa del cálculo tradicional.
- Desaparece la ayuda en casa, ya que los familiares, en la mayoría de los casos, están menos preparados que los alumnos.

Desventajas para los docentes:

- Cambio de los esquemas mentales respecto a la operativa del cálculo tradicional.
- Desconfianza, al principio, por parte de la comunidad educativa.
- Falta de acuerdos comunes entre la totalidad del claustro.
- Formación costosa en tiempo y esfuerzo.
- Legislación aún no adaptada para la incorporación de algoritmos alternativos.
- Justificación continua del trabajo realizado.

Si realizamos un análisis DAFO de la implementación de ABN en las aulas, este sería el resultado:



Figura 4. Matriz DAFO para la implementación de ABN. Elaboración propia.

Este tipo de estrategia se concibió para dar soluciones a posibles problemas o aspectos que no funcionan al máximo de su potencial. Se centra en utilizar las fortalezas, maximizando el aprovechamiento de las oportunidades y minimizando el efecto de las amenazas, reduciendo de este modo la magnitud de las debilidades. La utilidad que se obtiene con su uso es la comprensión de las condiciones reales en que se halla una organización, para aceptar los riesgos y beneficiarse de las oportunidades que le brinda el entorno. (Pérez, 2011, p.2)

El análisis DAFO se divide en dos partes:

Un análisis interno, que realiza una revisión de los aspectos evaluados tomando en consideración sus fortalezas y debilidades.

Un análisis externo, que toma en cuenta las cuestiones periféricas a las actuaciones, en este caso, para superar las amenazas o bien para aprovechar las oportunidades.

Para representarlo de forma gráfica se utiliza una matriz, en la que se expresan de manera visual cada uno de los cuatro componentes del análisis: debilidades, amenazas, fortalezas y oportunidades. Nos ha servido para describir los factores influyentes en la aplicación de ABN a nivel general.

4.3.6. La formación del profesorado en ABN

Como hemos explicado en el epígrafe anterior, la formación del profesorado en ABN, es una pieza clave si se pretende incorporar el método en un centro educativo. Por fortuna, cada vez es más el interés de los docentes hacia el aprendizaje de nuevas formas de enseñar los contenidos matemáticos.

Godino (2017) afirma que, la formación de los profesores es un tema importante de investigación dentro de la Didáctica de la Matemática, ya que “el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas básicas de los alumnos depende, de manera esencial, de dicha formación (p.91).

En los primeros años del método, la formación se podía calificar de insuficiente y, en algunos casos, hasta inexistente. Las experiencias se intercambiaban de modo informal y los únicos textos existentes en los que apoyarse, eran la bibliografía de Martínez, que enumeramos en el apartado 4.3.1.

Los últimos cinco años han supuesto una revolución, en lo que a formación de ABN se refiere. En la actualidad, es muy amplia y puede llegar a cualquier usuario, de manera fácil y asequible. Estos son los principales canales formativos:

- Formación inicial en muchas de las universidades españolas.
- Cursos, seminarios, grupos de trabajo, jornadas y congresos organizados por las administraciones educativas competentes de cada Comunidad Autónoma. En Castilla y León, todas las provincias tienen formación ABN por parte de los Centros de Formación e Innovación Educativa (CFIEs), así como formación propia solicitada para el propio centro educativo.

- Auto-formación a través de la literatura existente. Gran parte de esas aportaciones teóricas, están disponibles de forma gratuita en Internet.
- Contribución de las Redes Sociales al aprendizaje, a través de la difusión de multitud de videos formativos y de la donación, sin ánimo de lucro, de un sinfín de materiales. De forma específica, la página de Facebook de ABN cuenta, en julio de 2020, con 65.000 miembros.
- Cursos y otras actividades organizados por la Asociación Nacional de Cálculo ABN (AMCA), reconocida por el Ministerio de Educación y Formación Profesional, quien oferta formación continuada para toda España.
- Congreso Nacional de Cálculo ABN, organizado anualmente y que este año va por su 6ª edición.
- Cursos y otras actividades organizadas por organismos privados: academias, empresas de formación, sindicatos, centros concertados y privados, etc.

4.3.7. Literatura previa

Si tenemos presente, que la metodología comenzó a implementarse en el curso escolar 2008-2009, no sorprende que la literatura al respecto sea todavía escasa. A esta juventud del método hay que añadir que, un porcentaje elevado de la misma, está elaborada por estudiantes o docentes con poca práctica en tareas investigadoras, lo que en ocasiones, pone en entredicho la calidad de algunas publicaciones.

Según la revisión de la literatura sobre ABN, de Díaz López et al. (2017), quien realizan una búsqueda bibliográfica en seis bases de datos, en la fecha de su estudio había 444 participantes. Utilizaron las palabras clave: ABN, matemáticas, educación primaria y educación infantil. Según estas autoras, “la literatura científica y la publicación de estudios experimentales en relación al tema de estudio es aún escasa, no obstante, se muestran las bondades de la metodología ABN frente a la metodología tradicional en diversas prácticas y algunos estudios.”

A comienzos de julio de 2020, aparecen en Google Scholar, un total de 1110 resultados para la búsqueda “método ABN matemáticas” en español, lo cual es poco, si tenemos en consideración la importancia de las metodologías en el campo de la didáctica de las matemáticas.

Los estudios realizados hasta el momento versan sobre múltiples temas: la comparación con los resultados académicos en matemáticas, la afectividad hacia las matemáticas, el estudio de un aspecto concreto del currículum, la comprensión de algún contenido, el empleo de diferentes materiales, las opiniones de los familiares, la motivación del profesorado que lo aplica, la neuroeducación y su influencia en ABN, etc.

Son varias las Universidades españolas que están realizando estudios interesantes relativos a ABN. Destacan, tanto por su número de publicaciones, como por su calidad, la Universidad de Cádiz y la de Córdoba. Nos parecen muy interesantes los siguientes:

- Desde la Universidad de Córdoba, “Impacto Escolar de la Metodología Basada en Algoritmos ABN en Niños y Niñas de Primer Ciclo de Educación Primaria”, R. Bracho López, M. del C. Gallego Espejo, N. Adamuz Povedano, N. Jiménez Fanjul. (2014).
- También desde Córdoba, “Algoritmos flexibles para las operaciones básicas como modo de favorecer la inclusión social” Rafael Bracho López y Natividad Adamuz Povedano (2014).
- Desde la Universidad de Cádiz, “Perfil cognitivo asociado al aprendizaje matemático con el método algoritmo abierto basado en números” de Aragón-Mendizábal, E., Canto-López, M. C., Marchena-Consejero, E., Navarro-Guzmán, J. I., y Aguilar-Villagrán, M. (2017).
- Por supuesto, no puede faltar el primer trabajo destacado desde la misma Universidad, el de Martínez (2011) “El método de cálculo Abierto Basado en Números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales Cerrados Basados en Cifras (CBC)

- Desde la Universidad de Cádiz, se defendió la primera tesis doctoral en 2017, la de María del Carmen Canto López: “Método de aprendizaje matemático de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa al método cerrado basado en cifras (CBC)”
- Interesantísimo también el trabajo de Manuel García Sedeño, esta vez no desde un Departamento de Didáctica o de Matemáticas, sino desde el Departamento de Psicología de la UCA: “Cálculo matemático: Contraste entre los métodos ABN y CBC mediante un Sistema Interfaz Cerebro- Computador (BCI)”

No obstante, en la mayoría de las Universidades se están haciendo, no sólo investigaciones por parte de docentes universitarios, sino una multitud de Trabajos de Fin de Grado y Trabajos de Fin de Máster con esta temática. Sólo en los últimos 3 años, están registrados en Google Scholar, un total de 110 trabajos con esta temática.

4.4. EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Con el fin de no perder nunca de vista el objetivo de este estudio, la búsqueda de consenso entre partidarios y defensores de ABN, hemos intentado averiguar lo que opinan ambos sectores sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Con el fin de hacerlo de una manera ordenada y con sentido, hemos seguido las aportaciones del Enfoque Ontosemiótico (EOS a partir de ahora), por lo que nos parece imprescindible dejarlo reflejado en la fundamentación teórica. Se ha optado por el EOS por dos motivos:

El primero es por considerarlo completo, ya que toca todos aquellos aspectos fundamentales que componen una correcta enseñanza de las matemáticas.

El segundo motivo, es su carácter moral y de compromiso con la inclusión y la eliminación de desigualdades en el aprendizaje de esta área.

4.4.1. ¿Qué es el EOS?

Con palabras de Godino et al. (2017, p. 93), el EOS es un “sistema teórico que trata de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática. Dicho enfoque se apoya en presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y adopta principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista (...)” Se adapta, por lo tanto a los principios de la EMR de Freudenthal (2012) sobre los que se asienta el ABN.

El eje principal del EOS es “la modelización del conocimiento matemático, en su doble faceta epistémica (institucional) y cognitiva (personal), basada en una aproximación antropológica (la matemática como actividad humana) y ontosemiótica (en la que la noción de objeto y significado son centrales)” (Godino et al., 2017, p. 95)

Dentro del EOS, los conocimientos y las competencias a adquirir, están interconectados. No se conciben los unos sin las otras, por lo que encaja a la perfección con las últimas tendencias educativas que propugnan un desarrollo competencial del alumnado en todo su aprendizaje.

El EOS surge con el fin de poder analizar distintos puntos de vista y teorías sobre las matemáticas y su didáctica (Godino, 2013). Con esa intención, se parte de una concepción global, partiendo de las distintas dimensiones que intervienen en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

El dominio de los conocimientos matemáticos no es suficiente para una enseñanza ideal de la materia, por lo que en el EOS, Godino, Batanero y Font (2017) contemplan cinco aspectos complementarios que reflejamos en la siguiente figura:

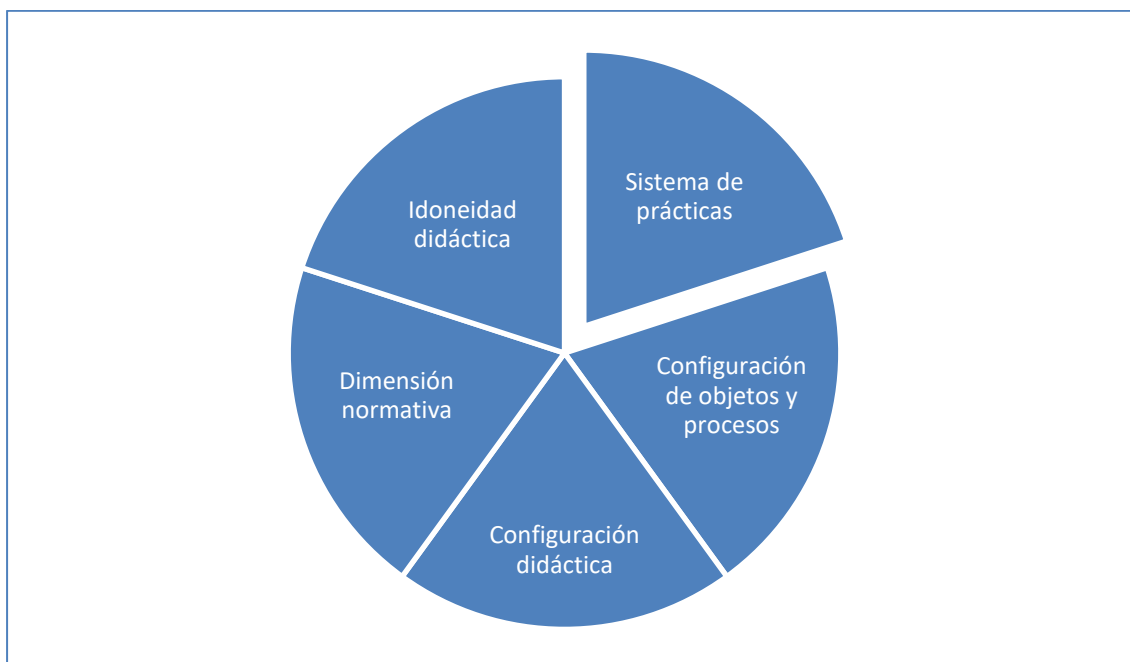


Figura 5 Aspectos complementarios de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
Elaboración propia a partir de Godino, Batanero y Font (2017)

El sistema de prácticas, operativas y discursivas, se centra en la resolución de problemas como eje para construir los contenidos.

La configuración de objetos y procesos matemáticos, es concebida hacia un enfoque interaccionista de los mismos.

La configuración didáctica es “entendida como sistema articulado de roles docentes y discentes (...) constituye la principal herramienta para el análisis de la instrucción matemática.” (p. 94)

La dimensión normativa es el sistema de reglas que estructuran y dirigen los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Por último, la noción de idoneidad didáctica, hace referencia al contexto y las acciones de los implicados en el acto de la enseñanza, así como a los recursos empleados y otros factores que les rodean.

4.4.2. La teoría de la idoneidad didáctica

Situamos la teoría de la idoneidad didáctica como parte del EOS como contribución para orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Una de las razones para la utilización de dicha idoneidad es su naturaleza intuitiva. Para Breda et al. (2018), los principios y criterios que plantea la idoneidad didáctica del EOS, funcionan como criterios de mejora regulares en un porcentaje elevado del profesorado, aún sin haberles enseñado en qué consiste dicho enfoque ni sus principios.

La idoneidad didáctica plantea unos principios, que pueden servir “primero, para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones (Breda et al. 2018, p.263)

Partiendo de un enfoque multidimensional, el ideal didáctico se estructura en torno a las dimensiones que describimos a continuación (Godino, 2013):

- a) La idoneidad epistémica
- b) La idoneidad cognitiva
- c) La idoneidad afectiva
- d) La idoneidad interaccional
- e) La idoneidad mediacional
- f) La idoneidad ecológica

La idoneidad epistémica, también llamada idoneidad matemática, se refiere a los problemas planteados, el lenguaje empleado, las reglas o procedimientos, los argumentos y las relaciones entre los objetos matemáticos.

La idoneidad cognitiva hace referencia a la manera en que los contenidos son adaptados para los alumnos a los que van dirigidos. Dentro de la idoneidad cognitiva se distinguen los siguientes componentes: los conocimientos previos, las adaptaciones curriculares pertinentes y el aprendizaje en su globalidad.

La idoneidad afectiva hace alusión a la situación afectiva y emocional del alumnado, por sus repercusiones en el aprendizaje. Distinguimos los componentes de las actitudes, las emociones y los intereses y necesidades.

La idoneidad interaccional se centra en las interacciones entre docente y discentes, entre alumnos, en la autonomía de éstos y en la evaluación formativa.

La idoneidad mediacional contempla los recursos y su adecuado uso para los procesos de enseñanza-aprendizaje. Comprende, entre sus componentes, los recursos materiales, personales y espaciales. De manera personal, consideramos añadir dentro de esta idoneidad los recursos temporales.

Por último, la idoneidad ecológica es la que relaciona las acciones docentes, con el entorno en el que se desarrollan. Dentro de sus componentes está la adaptación al currículum prescriptivo, la innovación, la adaptación socio-profesional y cultural, la educación en valores y las conexiones entre materias.

Todas estas idoneidades se relacionan entre sí, debido a la complejidad de los procesos de enseñanza- aprendizaje. Además de exponerlo Godino (2013), es un aspecto recogido dentro de los principios de la EMR, ya explicada con anterioridad.

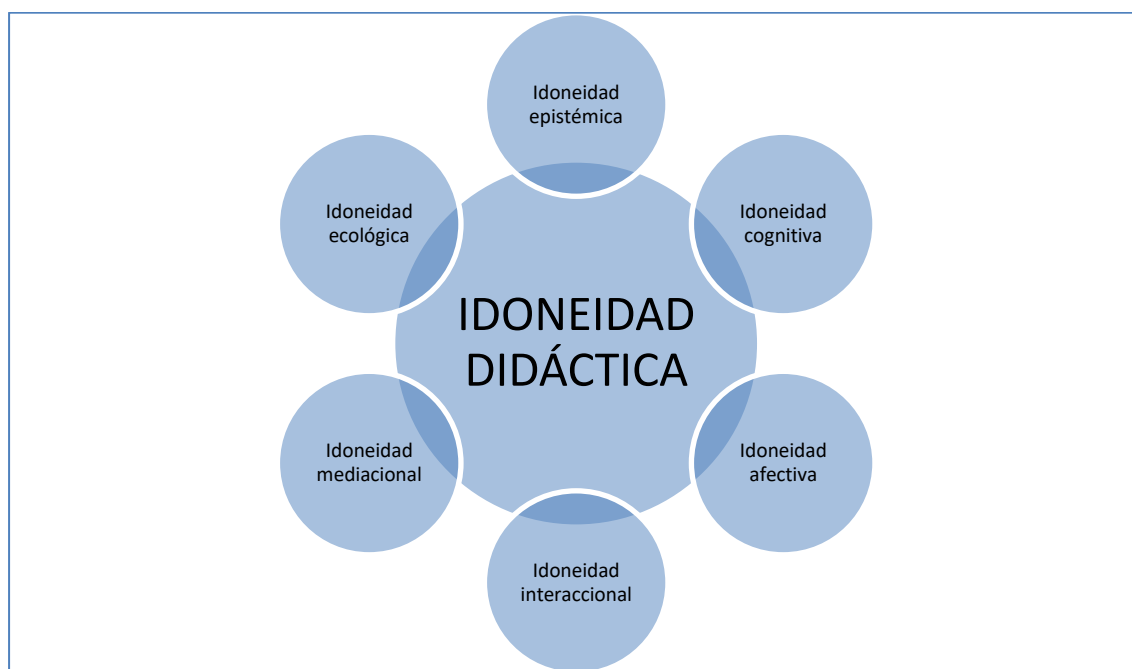


Figura 6 Distintas idoneidades parciales. Elaboración propia a partir de Godino (2013)

5. MARCO EMPÍRICO: METODOLOGÍA, FASES Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación, se expone el marco empírico de nuestro estudio, que comprende, desde el diseño de la investigación, la metodología empleada y el proceso seguido, hasta la credibilidad del estudio y las implicaciones éticas que tiene el mismo.

5.1. Diseño de la investigación

Para explicar el diseño de la investigación, se han tomado como referencia las aportaciones de Monjarás et al. (2019), quienes definen los distintos diseños en función de los parámetros siguientes:

- a) Según el nivel de investigación, entendido éste como la profundidad con la que se abordará el problema, este estudio tiene un diseño exploratorio. “Se utiliza cuando un problema aún no ha sido abordado o suficientemente estudiado, su función es el reconocimiento e identificación de problemas” (Monjarás et al., 2019, p. 119). En este caso, la polaridad de opiniones en el empleo de algoritmos tradicionales, versus algoritmos alternativos ABN, es bastante reciente y, como consecuencia, está muy poco estudiada.
También podría considerarse explicativo, porque intenta dar la aclaración al porqué de ciertas informaciones.
- b) Según los datos analizados, es un estudio de carácter mixto, ya que en un primer momento de la investigación se analizan respuestas abiertas de un primer cuestionario y en rondas sucesivas se utilizan cuestionarios que arrojan resultados cuantificables que se pueden ordenar y comparar.
- c) Según su dimensión temporal, es un estudio transversal, no longitudinal, en el que se extrae información de diferentes expertos en un momento concreto. Las tecnologías facilitan esta tarea, al poder enviar los cuestionarios a la vez y que los expertos los rellenen en un periodo relativamente similar.
- d) Teniendo en cuenta la obtención de sus datos, es un estudio retrospectivo, ya que los datos se obtienen de hechos ya sucedidos.

5.2. Metodología empleada

El término metodología, según Chaves (2017, p. 166) se refiere “al modo en que enfocamos los problemas y buscamos las respuestas, a la manera de realizar la investigación.”

En nuestro caso, hemos optado por la investigación mixta, por su potencial para el investigador y para la calidad de los procesos.

Para Chaves (2017), hay cinco razones para optar por este tipo de metodología:

- la triangulación, referida a “la búsqueda de la convergencia y la corroboración de los resultados de los diferentes métodos y modelos que estudian el mismo fenómeno.” (p. 175)

- la complementariedad, o mejora de los resultados de una metodología junto a los resultados de la otra.

- la iniciación, entendida como “el descubrimiento de las paradojas y contradicciones que conducen a la re-elaboración de la pregunta de investigación.” (p. 176)

- el desarrollo, o la manera en como una metodología ayuda a explicar la otra.

- de expansión, o búsqueda de un mayor alcance de la investigación, al ampliar el campo de las posibles consultas.

Compartiendo estos principios de Chaves, nos aventuramos en un proceso Delphi con dos partes muy diferenciadas. La primera ronda, cualitativa al completo, y la segunda ronda, en la que prevalece lo cuantitativo .

Exponemos a continuación todo lo referido al Delphi y, dedicamos un epígrafe especial a la triangulación, por considerarla de máxima importancia en nuestra investigación.

5.2.1. La metodología Delphi

La metodología Delphi, según Rodríguez et al. (2019, p.9) “consiste en solicitar informaciones a avezados reconocidos en la materia para ponerlas en común y tratar de definir pautas concretas de actuación que estén validadas por el juicio colectivo de los expertos consultados.” Cabero e Infante (2014, p.4) la definen en el mismo sentido “(...) pretende obtener una visión colectiva de expertos sobre un tema a partir de rondas repetidas de preguntas, siendo un método capaz de obtener y depurar los juicios de grupo.”

Ha sido elegida por presentar muchas ventajas, entre las que se destacan: su versatilidad, al poder emplearse en muchas temáticas y disciplinas; su carácter participativo; el anonimato de los participantes y la posibilidad de reflexión de los expertos hasta llegar a niveles de acuerdos (Reguant-Álvarez y Tornado-Fonseca, 2016; Cabero e Infante, 2014).

Arroyo (2010, p. 181) establece otras dos ventajas de la utilización del método:

- *La información disponible está más contrastada que aquella de la que dispone el participante mejor preparado, es decir, que la del experto más versado en el tema.*
- *El número de factores que es considerado por un grupo es mayor que el que podría ser tenido en cuenta por una sola persona. Cada experto podría aportar a la discusión general la idea que tiene sobre el tema debatido desde su área de conocimiento.*

Es por lo tanto un método con mucha vigencia social y metodológica, al que no han sido ajenas las Ciencias de la Educación. (López-Gómez, 2018). En un artículo muy reciente, Martínez-García et al. (2019) destacan que “para su aplicación se hace uso de una metodología mixta, con procedimientos de carácter cualitativo y cuantitativo, lo que enriquece el proceso de análisis de datos.”

El método Delphi comenzó a utilizarse a mitad del siglo pasado en EEUU. Sus inicios perseguían fines militares y pocos años después se extendió su uso a otros ámbitos muy diversos. La revisión bibliográfica que realiza López-Gómez (2018)

recoge las etapas que explican la evolución del método, expuestas en la figura 6, desembocando en la actual, en la que la metodología está muy consolidada y añade como valor de presente y futuro, la incorporación de las posibilidades que ofrece la tecnología para la aplicación de la técnica.

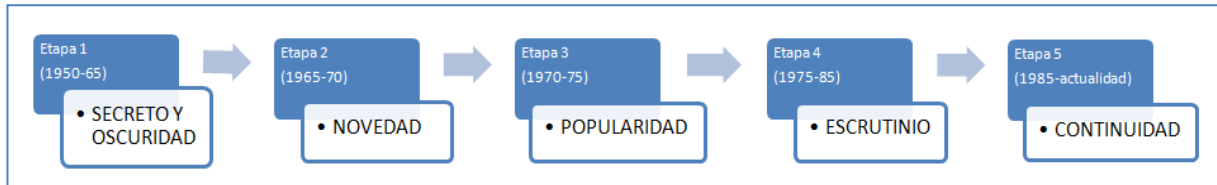


Figura 7. Etapas evolución método Delphi. Elaboración propia a partir de la revisión bibliográfica de López-Gómez (2018) quien recoge las fases de Rieger (1986).

La mayor parte de los autores consultados están de acuerdo en unas características comunes. Recogemos las que sintetizan Reguant-Álvarez y Torrado-Fonseca (2016):

- a. Proceso iterativo. Los expertos tienen varias oportunidades para expresar sus opiniones. Entre un cuestionario y otro existe la posibilidad de reflexión, tanto de sus respuestas, como de las respuestas del resto de participantes.
- b. Garantía de anonimato. Esto favorece que no se dé más valor a personas con más prestigio o liderazgo. A su vez, supone un aliciente para el experto, al saber que su aportación no va a ser criticada nominativamente.
- c. Feedback controlado. El investigador tiene que comprobar que en la ronda siguiente aparezcan representadas todas las respuestas dadas con anterioridad.
- d. Respuesta estadística de grupo, especialmente en rondas distintas a la primera, utilizándose frecuencias y medidas de tendencia central.
- e. Las opiniones son personales, no representando instituciones ni a colectivos, con el fin de enriquecer el proceso.
- f. Supone una mezcla de evidencia científica y valores sociales.

La técnica Delphi, ha evolucionado desde su primera aplicación. Cabero e Infante (2014) afirman que, en la actualidad, son varias las maneras de llevarla a la práctica. Uno de los autores que más la han utilizado, Landeta (2002 y 2011) establece una clasificación de Delphis teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- Según el soporte utilizado para la recogida de la información.
- Según el objetivo que se intente alcanzar.
- Según la contribución del estudio realizado.

En la siguiente tabla, recogemos la categorización de Landeta (2002) y subrayamos donde encajamos nuestro trabajo.

PRINCIPIO DIFERENCIADOR	TIPO DE DELPHI
Soporte utilizado	<ul style="list-style-type: none"> • Convencional (cuestionario relleno con papel y lápiz) • <u>En tiempo real (con ordenador conectado a Internet)</u> • Mixto (mezcla de los dos anteriores)
Objetivo que persigue	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Objetivo de consenso</u> • Objetivo de disenso (también llamado Delphi político)
Contribución del estudio	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Delphi clásico: previsión o estimación consensuada</u> • Delphi político: comprensión de la realidad social • Delphi de asesoramiento y Delphi decisional: decisión y creación de conocimiento de la realidad. • <u>Delphi de aprendizaje</u> • <u>Delphi de comunicación y participación</u> • Delphi generador de confianza

Tabla 3. Tipos de Delphi. Elaboración propia a partir de las aportaciones de Landeta (2002)

Nuestro Delphi, según el soporte, se clasificaría como Delphi en tiempo real, refiriéndonos a la realización de los cuestionarios a través de un ordenador conectado a Internet. Aunque el autor considera solamente el medio material del ordenador, entendemos, debido a la evolución de la tecnología, que nuestros encuestados han utilizado otros dispositivos conectados a internet, como smartphones o tabletas.

Según el objetivo que se persigue, es un estudio orientado al consenso, con la finalidad de establecer lazos de unión entre posturas enfrentadas, entre partidarios y detractores de la implantación de algoritmos alternativos ABN, en las clases de matemáticas de primaria.

Según la contribución del estudio, sería un Delphi clásico, también llamado de consenso, en el que se pretende una estimación consensuada, en este caso, del panorama de la enseñanza de las matemáticas a través de la metodología ABN. También tiene un objetivo de aprendizaje, especialmente para los docentes que no conocen lo suficiente los principios básicos de los algoritmos alternativos y un objetivo de comunicación.

5.2.2. La triangulación de métodos

Como medio para asegurar la calidad del estudio, se ha utilizado la triangulación, ya que “permite un análisis conjunto de los datos, ayudando a la superación de sesgos en la investigación, favoreciendo un análisis de resultado más rico, plural y completo, y ofreciendo al conjunto del proyecto de investigación mayor calidad y coherencia.” (Alzás y Casa, 2017, p. 395). La triangulación “implica tener un enfoque holístico, puesto que permite abarcar la totalidad de los aspectos que intervienen en el fenómeno de estudio.” (p. 413).

Denzin (2000) establece cuatro tipos de triangulación: la metodológica, la de datos, la de investigadores y la de teorías.

- En cuanto a la primera, la triangulación metodológica, en un primer momento se podría pensar que sólo se ha utilizado la metodología Delphi, pero la misma se ha complementado con un juicio de expertos para la elaboración de los cuestionarios, con pequeñas entrevistas a los participantes una vez enviadas las respuestas y una entrevista a una experta formadora para la realización teórica del epígrafe 4.3.5.

El juicio de expertos se utiliza cada vez más en investigación como medio para garantizar la fiabilidad de los procesos. Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez (2008, p.29) lo definen como “una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otras como expertos

cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones.”

Las entrevistas a los participantes corroboran la información transmitida por escrito y ofrecen interpretaciones a algunas de las preguntas.

- En cuanto a la triangulación de datos, se ha optado por obtener datos, tanto cualitativos, en el primero de los cuestionarios, como cuantitativos, en el segundo.
- En relación con la triangulación de investigadores, además de las aportaciones de la investigadora principal, se han tenido muy en cuenta las sugerencias y propuestas de los expertos, tanto en la elaboración de los cuestionarios, en la que han participado cinco expertos, como en la revisión de todo el proceso por parte del tutor. A estos, hay que añadirles la propia naturaleza del Delphi, que utiliza a versados en la materia, tanto para la generación de conocimiento como para la obtención del consenso pretendido.
- Por último, referido a la triangulación de teorías, se ha partido de dos teorías enfrentadas: la de los defensores de la incorporación de los algoritmos alternativos ABN en las aulas de primaria y la de los defensores de los algoritmos tradicionales.

A los cuatro tipos de triangulación establecidos por Denzin (2000) añadimos la triangulación de momentos y de perspectivas, expuestas en la tesis de Arroyo M.J. (2010):

- La triangulación de momentos hace referencia a la recogida de información en diferentes tiempos. En nuestro caso, se correspondería con la aplicación de un primer cuestionario y su análisis, y con la implementación de un segundo cuestionario junto con sus conclusiones, ambos en momentos diferentes del proceso.
- La triangulación de perspectivas hace alusión a la consideración de las distintas visiones y opiniones de los agentes implicados. No podríamos realizar un Delphi sin esta triangulación, ya que es la clave para conseguir el consenso deseado.

5.3. Población y muestra

En el apartado actual se expone lo referido a la población y la muestra. Según las aportaciones de López-Gómez (2018, p. 21), comprende: “Selección y conformación del panel de expertos, número de expertos y calidad del panel”.

5.3.1. Selección y conformación del panel

El panel de expertos, se escogió intencionadamente, teniendo en consideración los siguientes criterios de inclusión:

- a. Ser especialista en la enseñanza de las matemáticas.
- b. Conocer el método ABN.
- c. Ser docente en activo.

Los docentes elegidos fueron todos de la Comunidad Autónoma de Castilla y León, concretamente de las provincias de Ávila, León y Valladolid.

Para su selección, se intentó, en todo momento, contar con un panel de expertos bastante heterogéneo:

- De todos los niveles educativos, desde infantil hasta secundaria.
- De todos los sexos.
- De todas las edades.
- Con mayor y menor experiencia docente.
- De centros públicos y no públicos.
- Que hayan incorporado algoritmos alternativos en sus clases y que no los hayan incorporado.
- Y lo más importante, que haya tanto defensores, como detractores, de la implantación de la metodología ABN. En total se contó con 7 defensores, 5 detractores y 5 expertos que se consideraron neutrales.

En la siguiente tabla, se pueden ver reflejados todos los datos personales de los encuestados.

Experto	Nivel educativo	Sexo	Rango Edad	Experiencia docente	Tipo de centro	Experiencia implementando ABN	Defensor o detractor
P002	Primaria	m	51-60	+ de 20 años	concertado	sí	defensor
P005	Infantil	m	31-40	Entre 11 y 20 años	concertado	Sí	defensor
P009	Primaria	m	41-50	Entre 11 y 20 años	público	Sí	defensor
P019	Infantil	m	41-50	Entre 11 y 20 años	público	sí	neutral
P022	Infantil	m	51-60	+ de 20 años	público	Poca	neutral
P023	primaria	h	41-50	Entre 11 y 20 años	privado	no	detractor
P041	Primaria	h	31-40	Entre 5 y 10 años	público	sí	neutral
P043	primaria	m	41-50	+ de 20 años	público	Sí, junto con tradic.	neutral
P050	Primaria	m	51-60	+ de 20 años	público	Muy poco	defensor
P053	Primaria	h	31-40	Entre 11 y 20 años	Público	Sí	defensor
P058	primaria	m	31-40	Entre 11 y 20 años	publico	no	detractor
S002	Secund	h	51-60	+ de 20 años	público	No	defensor
S003	Secund	h	41-50	+ de 20 años	público	No	detractor
S013	Secund	h	22-30	Menos de 5 años	público	No	neutral
S014	Secund	m	31-40	Entre 11 y 20 años	público	No	detractor
S015	secund	m	41-50	Entre 11 y 20 años	público	no	defensor
S016	Secund	h	31-40	Entre 11 y 20 años	concertado	no	detractor

Tabla 4. Características del panel de expertos. Elaboración propia.

5.3.2. Número de expertos

El número de expertos ideal es estudiado por Cabero e Infante (2014). Estos autores indican que no existe un acuerdo al respecto, pero que varía entre 7, que plantea Landeta como mínimo y 30, que plantean como máximo León y Montero. La revisión bibliográfica de López-Gómez (2018, pp. 23 y 24)) corrobora lo analizado por Cabero e Infante, estableciendo que “el panel no suele ser inferior a una decena.”

Nosotros, después del proceso de cribado, nos quedamos con 17.

La constitución del panel de expertos se ha visto muy condicionada por el conocimiento de la metodología ABN, uno de los requisitos exigidos para poder aportar conocimiento en este estudio. Son dos los motivos por los que ha resultado más difícil la búsqueda de expertos:

Por una parte, es una metodología de reciente creación, apenas cuenta con una década de vida. Aún hay un porcentaje muy elevado del profesorado que no ha sido formado en ABN.

Por otra parte, los alumnos que han aprendido algoritmos alternativos, aún no han llegado a secundaria, por lo que encontrar docentes en secundaria que conocieran ABN, ha sido más complicado todavía.

No obstante, coincidiendo con Cabero e Infante (2014), creemos que 17 es un número acertado para poder aportar información suficiente, y llegar al consenso deseado tras el proceso.

5.3.3. Calidad del panel

Todos los autores consultados al respecto, coinciden en la importancia de la calidad de los expertos (Arroyo, 2010; Landeta y Barrutia, 2011; Cabero e Infante, 2014; Reguant-Álvarez y Torrado-Fonseca, 2016; López-Gómez, 2018;; Díaz et al., 2018; Cruz-Ramírez, 2019; Bermúdez et al., 2019; Martínez-García et al., 2019; Rodríguez et al, 2019). De una buena selección del panel, depende, en gran medida, que el proceso Delphi tenga éxito.

Cabero e Infante (2014, p. 8) llegan incluso a considerar como problemática la selección de los participantes, debido a la ambigüedad de la palabra “experto”. Citan a otro autor que establece una diferenciación:

Landeta (2002), distingue dos tipos de expertos, los que denomina como “especialistas” y “afectados”. Los primeros son los que poseen conocimiento científico y experiencia sobre la temática objeto de estudio, mientras que los segundos son los que se encuentran implicados de alguna forma en el área de estudio concreta.

Algunos autores, incluso hablan de utilizar un coeficiente de competencia experta, que se apoya en biogramas donde se recoge la producción científica y la experiencia en el tema a tratar.

En nuestro caso concreto, una inmensa mayoría son expertos “afectados”, no dedicados de forma profesional a la investigación en ninguna de sus variantes, pero poseedores del conocimiento que la experiencia y la formación permanente proporcionan a los docentes. Sin menospreciar en ningún momento las aportaciones que los expertos “especialistas” hubieran podido realizar, consideramos a los expertos

“afectados” como una fuente rica de conocimiento práctico, que, en este estudio concreto, es lo que más nos interesa.

Nos quedamos con las aportaciones de Reguant-Álvarez y Torrado-Fonseca (2016), quienes establecen que los expertos han de cumplir los siguientes requisitos: “la voluntad de participar, el compromiso con la actividad, la disponibilidad de tiempo y la capacidad de comunicación.” A estos requisitos, Cabero e Infante (2014) les añaden:

- el conocimiento y la experiencia en el tema
- la experiencia profesional
- y el compromiso para participar en todas las rondas que se establezcan.

Todas las personas seleccionadas para nuestro Delphi cumplían el 100% de esas características.

5.4. Temporalización (proceso iterativo en rondas)

En un primer momento se pensó en el establecimiento de un máximo de 3 rondas de cuestionarios, ya que, según los autores consultados, enumerados en el apartado 5.3.3., las respuestas tienden a ser muy parecidas a partir de ese momento y se corre el riesgo de desgastar la buena disposición de la muestra. Para López-Gómez (2018, p. 25) “la mayoría de aplicaciones Delphi se desarrollan en dos rondas, usualmente en tres y raramente en más.” Es habitual fijar de antemano el número de rondas, para dar a conocer al encuestado la dimensión del trabajo y la implicación que se espera por su parte.

Esta fue la primera temporalización diseñada para el TFM:

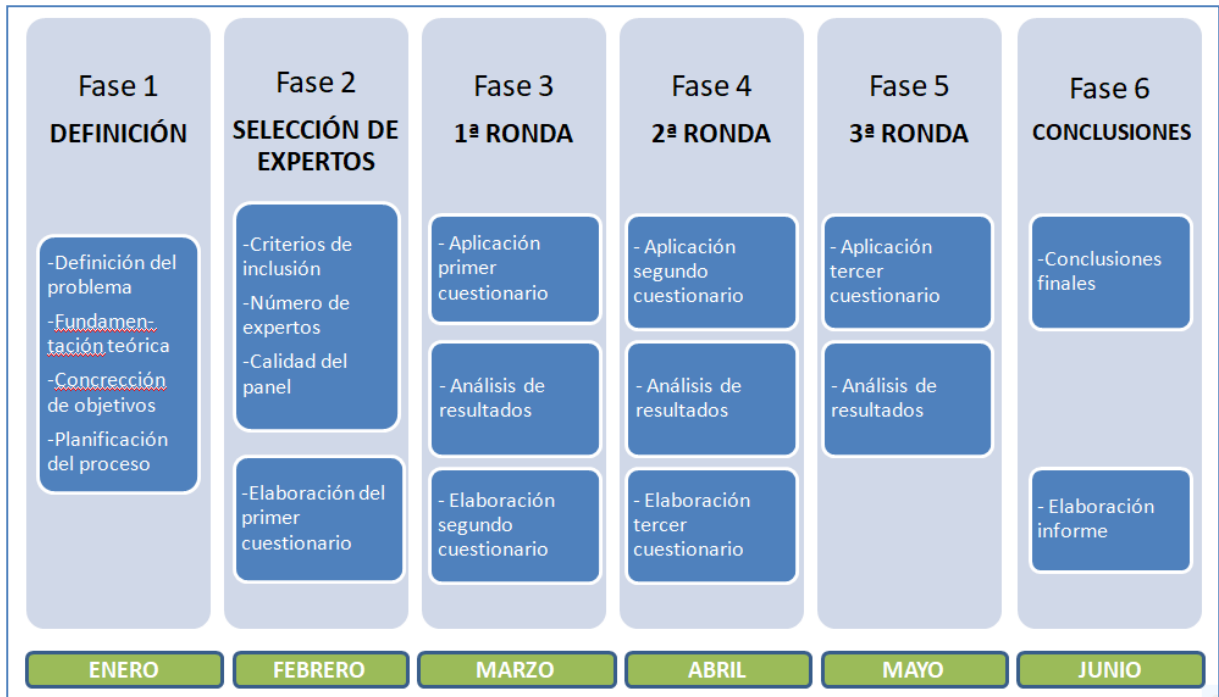


Figura 8. Primera temporalización del estudio. Elaboración propia.

Este cronograma tuvo que modificarse por completo, debido a la situación personal, familiar y de conciliación laboral, ocasionada como consecuencia del COVID-19.

El cronograma definitivo puede apreciarse en la figura 8. Como se puede observar, se han tenido que ajustar mucho los tiempos, y se han reducido las rondas de cuestionarios a dos.

La reducción de rondas a dos, es recomendada en algunas modalidades de Delphi. Cabero e Infante (2014), apoyándose en los argumentos de varios autores, establecen los siguientes motivos para ello:

- El Delphi excesivamente largo puede ser demasiado costoso, tanto para investigador como para entrevistados.
- Cada vez que se realiza una ronda, se consume tiempo, que hace que cada vez sea más complicado mantener niveles de respuestas aceptables.
- Con sólo dos rondas, es más sencillo mantener el interés de los participantes.
- Los expertos contestan ante un tema en lugar de proponer uno nuevo.

- Al no tener que construir, se atiende más a llegar a acuerdos sobre el tema, evitando las divagaciones.

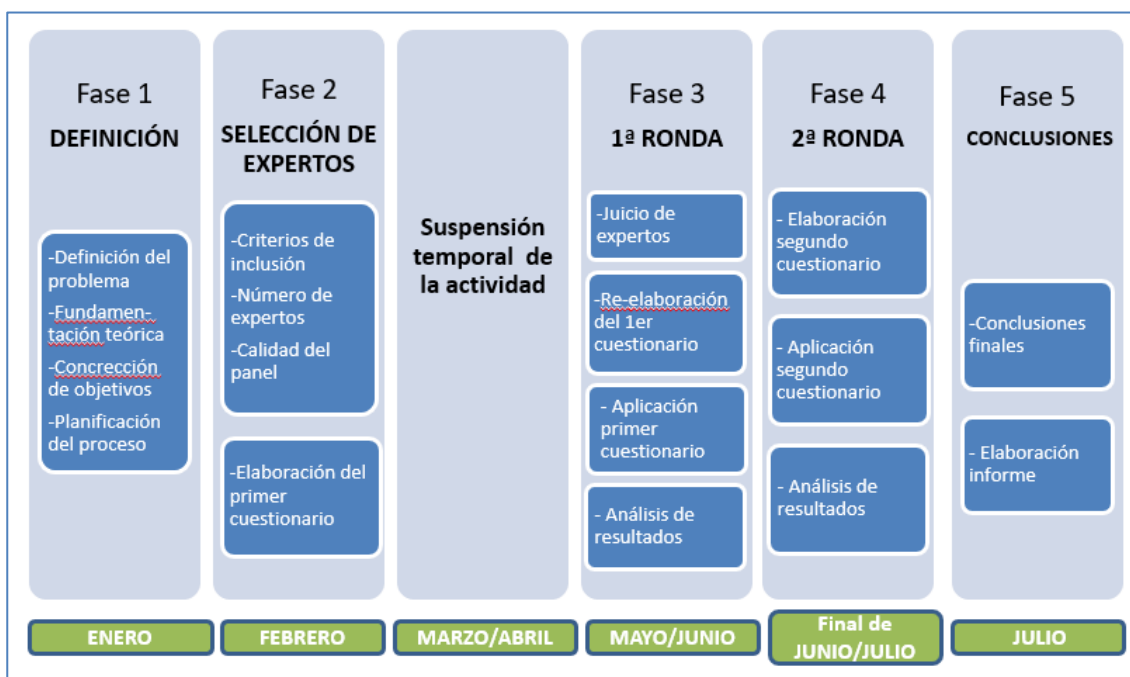


Figura 9. Fases definitivas del estudio. Elaboración propia.

Otro cambio que se realizó respecto de la temporalización planificada en un primer momento, fue la dedicación de varios días para someter, a juicio de expertos, el primer cuestionario piloto.

5.5. Proceso

5.5.1. Proceso de construcción del primer cuestionario

Para la elaboración del primer cuestionario, hemos ido pasando por las siguientes fases que recogemos en la tabla 2:

a	Fundamentación teórica sobre el empleo de la técnica Delphi y los cuestionarios.
b	Identificación de la información que queremos recoger.
c	Elaboración del primer cuestionario piloto.
d	Verificación de que las preguntas responden a los objetivos del TFM.
e	Envío al tutor del TFM y modificación con sus sugerencias.
f	Juicio de expertos y modificación posterior.
h	Prueba piloto del primer cuestionario.
i	Modificación de fallos.

Tabla 5. Fases de la construcción del primer cuestionario. Elaboración propia.

a) Fundamentación teórica sobre el empleo de la técnica Delphi y los cuestionarios.

No me detengo en volver a explicar la técnica Delphi, ya que ha sido recogida en el apartado 5.2.

En cuanto al cuestionario, según Meneses (2016, p.7), dentro de la investigación social, se trata de “un instrumento estandarizado que permite la recogida eficiente de datos, muchas veces a gran escala, para extraer información relevante sobre una muestra o la población que esta muestra representa.”

Los cuestionarios elaborados han sido enviados a través de medios digitales, y presentan las siguientes ventajas, recogidas en la literatura consultada de varios autores (Mayorga et al., 2016; Pozo et al., 2018; Tejada, 2018; Meneses, 2016):

- Son instrumentos válidos y fiables.
- Garantizan el anonimato y, por consiguiente, permiten la expresión libre en preguntas delicadas.
- Al enviarse por medios telemáticos, facilita la llegada a un número mayor de participantes y evita intermediarios para recoger las respuestas.
- Permiten medir y comparar.
- La obtención de datos puede ser inmediata, así como la obtención de feedback por parte de los participantes.
- Se evitan errores de codificación o transcripción.
- Posibilitan un gran alcance geográfico con poco coste económico.
- Ahorran tiempo en el trabajo de campo.

A esta lista, le añadiremos la posibilidad de extracción de datos de cualquier índole, tanto cuantitativos como cualitativos, debido a su versatilidad según el tipo de preguntas generadas.

Los cuestionarios plantean también una serie de limitaciones, que recoge Amaya (2007) en la p. 58 de su libro:

- Posibilidad de respuestas catalogadas como de *deseabilidad social*, por lo que es importante solicitar a los participantes que sean sinceros, recordándoles la confidencialidad del documento.
- Necesidad de contrastar la información recogida con el empleo de otras técnicas, para favorecer su fiabilidad.

b) Identificación de la información que queremos recoger

Este ha sido uno de los aspectos que han supuesto más dificultad, porque al buscar consenso sobre un tema muy amplio, el primer cuestionario supone hacer una concreción de los aspectos sobre los que pretendemos que los expertos opinen. En este sentido, en un primer momento, se establecieron los siguientes puntos:

- Respeto al ritmo individual del alumno con la metodología empleada
- Creencias respecto a las capacidades innatas del alumnado
- Periodicidad de actividades manipulativas en la enseñanza

- Comprensión de contenidos y procesos
- Uso cotidiano de lo aprendido en el aula
- Formación del profesorado y su influencia en la metodología matemática empleada
- Ventajas del uso de algoritmos alternativos
- Inconvenientes del uso de algoritmos alternativos
- Influencia o no de haber aprendido algoritmos alternativos en primaria cuando se pasa a cursos superiores
- Nivel afectivo hacia las matemáticas

Después de una larga reflexión sobre los aspectos a tratar y de consultar mucha bibliografía al respecto, se decidió ampliar estos ítems, utilizando el esquema expuesto en el marco teórico, referente a la idoneidad didáctica. El argumento fundamental para su uso fue el querer reflejar de manera completa, cómo perciben los docentes el proceso de enseñanza de las matemáticas, tanto si eran defensores como detractores.

Recordamos los subapartados que establece la idoneidad didáctica de Godino (2013) y que establecieron los propios subapartados del test:

- a) La idoneidad epistémica
- b) La idoneidad cognitiva
- c) La idoneidad afectiva
- d) La idoneidad interaccional
- e) La idoneidad mediacional
- f) La idoneidad ecológica

Hay que matizar que añadimos un subapartado al comienzo, con los datos identificativos de los participantes, en los que se reflejaban los siguientes aspectos:

- a) Nivel o etapa en la que imparte docencia
- b) Edad
- c) Años de experiencia docente
- d) Sexo
- e) Aplicación o no de ABN en el aula

- f) Conocimiento de experiencias de aula en relación a ABN
- g) Metodología utilizada habitualmente
- h) Factores que considera influyentes en la metodología utilizada

También nos parece necesario reseñar que, de los seis subapartados que establece Godino (2013), en nuestro cuestionario decidimos prescindir del último, con la idea de no sobrecargar al entrevistado y aligerar la tarea.

c) Elaboración del primer cuestionario piloto

Para su preparación se optó por preguntas abiertas. Según la revisión bibliográfica de López-Gómez (2018), este tipo de preguntas razonadas y argumentadas ofrecen mucha información relevante.

Se pueden ver las preguntas realizadas en el anexo I: Texto del primer cuestionario.

El diseño físico del cuestionario se hizo utilizando la aplicación LimeSurvey, ya que el sistema está instalado en el servidor de la Universidad de Valladolid.

La aplicación de los cuestionarios se realiza a través del ordenador y de otros medios digitales, principalmente por medio de e-mails a los expertos (Ver anexo II) y mensajería a través de redes sociales como WhatsApp.

d) Verificación de que las preguntas responden a los objetivos del TFM

Una vez elaborado el primer cuestionario, se verificó que las preguntas estaban bien encaminadas hacia la consecución de los objetivos propuestos en el TFM.

e) Envío al tutor del TFM y modificación con sus sugerencias

El tutor recibió el primer cuestionario y se modificaron algunas preguntas en función de sus sugerencias.

f) Juicio de expertos y modificación posterior

Una vez elaborado el cuestionario y modificado en función de las aportaciones del tutor, se envió a cinco expertos en la materia. Según la clasificación de Landeta (2002) quien distingue entre expertos “especialistas” y expertos “afectados”, en este caso se trataba de expertos especialistas en el tema, con experiencia en investigación y en la mayoría de los casos con años de trabajo en la universidad.

Destacamos, entre los cinco expertos, al creador de los algoritmos alternativos ABN, Jaime Martínez Montero, quien se ofreció a participar en todo aquello que pudiera hacer, para ayudar en el proceso.

Los cinco especialistas hicieron bastantes observaciones al cuestionario, algunas de ellas, coincidentes, aún no habiendo hablado entre ellos. Destacamos las siguientes:

- El cuestionario es demasiado largo y es previsible que los entrevistados se echen atrás en cuanto vean la extensión.
- Algunas preguntas son difusas y no se entiende bien el significado, a no ser que seas una persona muy formada en el tema.
- Sería interesante saber si la persona ha implementado ABN alguna vez, como parte de su metodología docente.
- Hay preguntas muy generales, que deben concretarse más con el fin de facilitar su respuesta.

El resto de las aportaciones, son más particulares de cada experto, por lo que sólo se añadieron las que se pensó que podían aportar algo significativo.

g) Envío del cuestionario piloto a una muestra muy reducida de participantes.

Además de pedirles que lo rellenen, se les solicita que opinen sobre si las instrucciones son claras, las preguntas fáciles o difíciles de responder, etc.

h) Modificación de fallos

Se modificó algún pequeño fallo, tanto de forma como de contenido.

5.5.2. Análisis del primer cuestionario

La técnica escogida para el proceso fue el análisis documental, ya que se trataba de analizar preguntas abiertas. En la mayoría de los casos, la investigadora pudo hablar telefónicamente con los encuestados, por lo que el análisis de las respuestas escritas pudo complementarse con comentarios orales a posteriori.

Para el análisis documental, no se utilizó programa informático estadístico, a pesar de barajar la posibilidad de usar ATLAS.TI como herramienta que facilitara la tarea. La razón fundamental para no usarlo, fue la de contar con una muestra poco significativa de encuestados y, por consiguiente, la facilidad de realizar la reflexión sin medios tecnológicos.

Pocos días después de la cumplimentación del primer cuestionario, los expertos recibieron un e-mail con un pequeño resumen de las conclusiones extraídas tras el análisis, que expongo a continuación:

INFORME DEL PRIMER CUESTIONARIO

La muestra seleccionada ha estado conformada por expertos docentes de matemáticas de las etapas de infantil, primaria y secundaria. Entre ellos, hay detractores y defensores de la metodología ABN, así como docentes que se manifiestan neutros ante este y otros métodos.

Se han elegido profesionales de ambos sexos, de todas las edades, con más y menos experiencia docente y de todo tipo de centros educativos.

Para preguntarles sobre su concepción de la enseñanza del cálculo, el sentido numérico y el álgebra, se ha optado por seguir los indicadores de idoneidad didáctica propuesto por Godino (2013) en el que se analizan los aspectos que conformarían una práctica ideal de la didáctica de las matemáticas. Estos indicadores se han adaptado a los principios que conforman la metodología ABN.

Partiendo de esta estructura, el **objetivo** del proyecto es la **búsqueda de consenso** entre lo que opinan todos los encuestados, sean partidarios o no de ABN.

Tras la aplicación del primer cuestionario, estas han sido, a modo de resumen, las **ideas extraídas**:

En primaria, más de la mitad de los encuestados utiliza o ha utilizado alguno de los pilares básicos que conforman la metodología ABN, mientras que el método no ha llegado a secundaria. En la ESO, ni siquiera han recibido a alumnos que vinieran de ABN, salvo en contadas excepciones. Han oído hablar de ABN, tanto a través de lecturas y redes sociales, como a través de experiencias de conocidos.

En lo que se refiere a la IDONEIDAD COGNITIVA

Las dificultades con las que se encuentran alumnos y docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se deben a factores como la inmadurez, la falta de comprensión a causa de la necesaria capacidad de abstracción, la falta de motivación (en el caso de secundaria), el tiempo insuficiente y la falta de conocimientos previos. También se alude a las actividades poco atractivas para los alumnos, planteadas tradicionalmente y las que aparecen en los libros de texto.

En cuanto a la IDONEIDAD INTERACCIONAL

En estas preguntas se observan diferencias de respuestas según se trate de grupos numerosos o poco numerosos. La interacción entre alumnos fluida y eficaz es más fácil de conseguir en aulas con un número de alumnos no muy grande. Y lo mismo ocurre con las relaciones entre el docente de matemáticas y el alumnado.

Algunos encuestados manifiestan mantener una idoneidad interaccional, mientras que otros afirman que podría mejorarse. Todos o casi todos declaran intentarlo y le conceden un gran valor.

En lo relacionado con la IDONEIDAD MEDIACIONAL (materiales, tiempos, espacios, recursos personales,...)

Casi todos los encuestados tienen una percepción similar hacia el uso del material, el tiempo, el espacio y otros medios. Coinciden en los siguientes aspectos:

- ✓ El uso de materiales manipulativos es mayor en cursos más bajos.
- ✓ Según se avanza en edad, se disminuye el uso de material físico a utilizar.
- ✓ No se utilizan tanto los materiales manipulativos como se debería o como le gustaría al profesorado.
- ✓ La falta de formación didáctica del profesorado influye en la utilización de los recursos.
- ✓ Los docentes aluden a la falta de tiempo como justificación para no utilizar material manipulativo.
- ✓ Sería adecuada una mayor inversión en materiales y medios.
- ✓ En algunos casos no existen los medios informáticos suficientes.
- ✓ Sería más fácil utilizar más materiales con grupos menos numerosos.
- ✓ La ratio debería bajarse, especialmente en secundaria.
- ✓ Sería buena idea tener profesorado de apoyo en el aula.

Respecto a la idoneidad AFECTIVA

En estas preguntas hay poco acuerdo entre los docentes. Mientras que unos afirman que las matemáticas son atractivas para el alumnado, otros creen que no es una materia que les interese demasiado y que hay que trabajar mucho para lograr captar el interés de los alumnos.

Una conclusión importante de las encuestas de secundaria es, que influye mucho la afectividad hacia las matemáticas que el alumnado trae desde primaria.

En lo que se refiere a la atención a la diversidad, todos o casi todos coinciden en que no se consigue una verdadera atención a todo el alumnado, ya que se favorecen los procesos para los alumnos más capaces. Se intenta llegar a todos, pero finalmente no se trabaja competencialmente, sino para decir que se ha explicado un temario, con lo que salen beneficiados los más rápidos, maduros o los que tienen mejor memoria.

En referencia a la IDONEIDAD EPISTÉMICA (matemática)

Todos coinciden en que sería mejor trabajar competencialmente y dejar atrás aprendizajes memorísticos y poco razonados, pero algunos reconocen no trabajar con problemas reales. En cursos altos hacen referencia a la complejidad de los cálculos si así se hiciera. En cursos más bajos afirman que se trabaja muy descontextualizadamente, lejos de la realidad del alumnado.

En cuanto al currículum, no hay coincidencia de opiniones. La mitad, aproximadamente, considera que está bien orientado y la otra mitad, que está obsoleto y hay que actualizarlo. Tiene mejores valoraciones en primaria que en secundaria.

5.5.3. Proceso de elaboración del segundo cuestionario

Para la elaboración del cuestionario de la 2ª ronda, se analizó el contenido obtenido con el primer cuestionario y se elaboraron preguntas de modo que pudieran tratarse estadísticamente. Se complementa así la información cualitativa con la cuantitativa.

Estas fueron las fases para su elaboración:

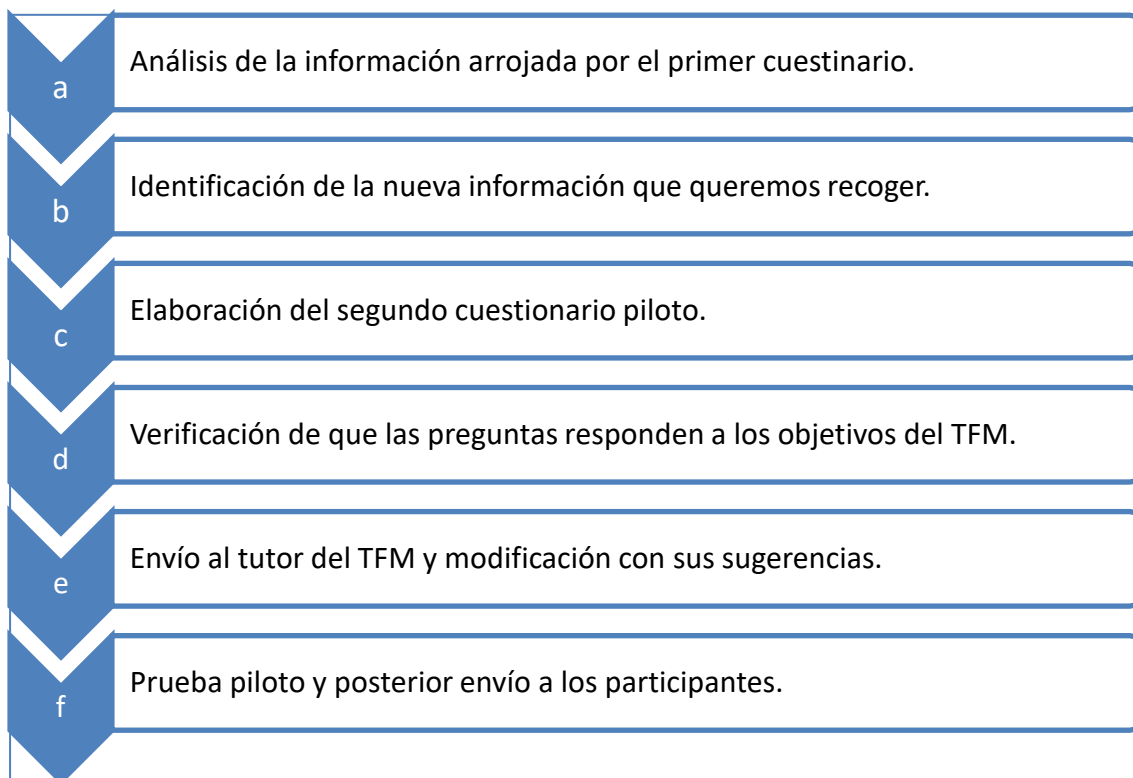


Tabla 6. Fases de la elaboración del segundo cuestionario. Elaboración propia.

a) Análisis de la información arrojada por el primer cuestionario

Como acabamos de explicar en el epígrafe anterior, para el proceso de reflexión se utilizó la técnica del análisis documental, complementado con las aportaciones orales de algunos de los expertos.

b) Identificación de la nueva información que queremos recoger.

Lo primero que se determinó fue la naturaleza del test. Se decidió que fuera más sencillo de rellenar para los encuestados, para lo cual se optó por preguntas cerradas, diseñadas principalmente en formato de escala Likert.

Además de facilitar a los expertos su cumplimentación, el empleo de preguntas cerradas, ofrece la ventaja de poder extraer información cuantitativa, lo que posibilita un enriquecimiento del proceso.

La información que se pretendía obtener con la segunda ronda de cuestionarios, respondía a los siguientes objetivos:

- Comprobar el grado exacto de consenso en muchos de los ítems del primer cuestionario.
- Aclarar respuestas que resultaron un poco ambiguas.
- Preguntar por algunos aspectos que no pudieron incluirse en el primero debido a su extensión.
- Buscar respuestas en las que todos estuvieran de acuerdo, con el fin de llegar al consenso.

c) Elaboración del segundo cuestionario piloto

Para la elaboración del segundo cuestionario se optó por establecer los mismos subapartados que en el primero, y se añadió uno más, específico de las aportaciones de ABN en relación con aspectos variados de la idoneidad didáctica. Los subapartados fueron los siguientes:

- Idoneidad cognitiva
- Idoneidad interaccional
- Idoneidad mediacional
- Idoneidad afectiva
- Idoneidad epistémica o matemática
- Aportaciones de ABN

Se puede consultar el texto completo del 2º cuestionario en el anexo III.

d) Verificación de que las preguntas responden a los objetivos del TFM.

Después de redactar el 2º cuestionario, se confirmó, exactamente igual que en el primero, que los ítems estaban bien encaminados a cumplir los objetivos del estudio.

e) Envío al tutor del TFM y modificación con sus sugerencias

El tutor realizó sugerencias para mejorar algunas de las preguntas, de tal manera que resultara más fácil para los expertos su cumplimentación.

f) Prueba piloto y posterior envío a los participantes.

Se realizó una prueba piloto antes del envío definitivo a los participantes, con la finalidad de comprobar que el texto fuera correcto y que funcionaban todos los enlaces.

5.5.4. Análisis del segundo cuestionario

El segundo de los cuestionarios se realizó con preguntas cerradas mediante el formato de respuesta tipo escala Likert. Se realizaron algunas preguntas diferentes entre primaria y secundaria, para adaptarnos a la experiencia de los sujetos, por lo que en el proceso de análisis, encontraremos más tablas, debido a esa característica.

Para su análisis, se utilizó el programa informático estadístico SPSS, con la intención de ayudar al cálculo de estadísticos descriptivos. Se ha intentado simplificar el proceso al máximo, pero rescatando la información relevante para la interpretación de los datos. Se han extraído las puntuaciones mínimas y máximas de cada ítem, así como las medias y la desviación típica. Hemos considerado como respuesta consensuada, aquella cuya desviación típica es menor que la unidad.

Veamos apartado por apartado, cual es el análisis de la información recogida.

Respecto a la idoneidad cognitiva, estos fueron los resultados obtenidos:

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. tip.
Dificultad: abstracción	11	3	5	3,82	,874
Dificultad: limitaciones de tiempo	11	1	4	3,18	,874
Dificultad: sujeción a libro de texto	11	1	5	3,36	1,206
Dificultad: conocimientos previos	11	2	5	3,55	1,036
Dificultad: lenguaje matemático	11	2	5	3,64	1,286
Dificultad: competencias de los estudiantes	11	2	5	3,45	1,128
Enseñanza numeración y cálculo centrada en procedimientos algorítmicos	11	1	5	2,91	1,300
Enseñanza numeración y cálculo centrada en comprensión conceptual	11	2	5	4,18	,982
Enseñanza numeración y cálculo centrada en contextualización en situaciones vida cotidiana	11	4	5	4,91	,302
Enseñanza numeración y cálculo centrada en desarrollo del sentido numérico	11	3	5	4,36	,809
N válido (según lista)	11				

Figura 11. Idoneidad cognitiva primaria.

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. tip.
Dificultades: madurez cognitiva entre los diferentes alumnos.	5	2	5	3,80	1,304
Dificultades: La falta de motivación.	5	2	5	3,60	1,342
Dificultades: El nivel de abstracción.	5	4	5	4,40	,548
Dificultades: El conocimiento de la base desde la que parten los alumnos.	5	3	5	3,60	,894
Numeración y el cálculo deberían centrarse en procedimientos algorítmicos.	5	1	4	2,60	1,342
Numeración y el cálculo deberían centrarse en comprensión conceptual.	5	2	5	3,60	1,342
Numeración y el cálculo deberían centrarse en contextualización en situaciones.	5	4	5	4,60	,548
Numeración y el cálculo deberían centrarse en desarrollo del sentido numérico.	5	4	5	4,60	,548
N válido (según lista)	5				

Figura 10. Idoneidad cognitiva secundaria.

Los ítems exactos que aparecían en el cuestionario, se pueden consultar en el Anexo III . En las figuras sólo aparece de manera resumida.

En lo referente a las dificultades que los docentes encuentran para su práctica profesional, hay acuerdo, tanto en primaria, como en secundaria, en la dificultad de la abstracción de los contenidos que debemos trabajar y en las limitaciones del tiempo del que disponemos en el horario a lo largo del curso, para matemáticas.

En cuanto al aspecto de en qué debería estar centrada la enseñanza de la numeración y el cálculo, todos coinciden en la importancia de la contextualización en situaciones de la vida real y en el desarrollo del sentido numérico.

En el resto de ítems, a pesar de que no existen diferencias muy significativas, vamos a considerar que no hay un consenso absoluto, si bien, hay que matizar, que, el hecho de que las desviaciones típicas no lleguen en ningún caso a 2, es síntoma de que las opiniones, en este apartado, no están muy alejadas en la mayoría de los casos.

Respecto a la idoneidad interaccional, estos fueron los resultados obtenidos:

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. tip.
Entre mis alumnos y yo: Explico los contenidos principales y ellos preguntan dudas.	11	1	5	3,64	1,206
Entre mis alumnos y yo: Intento llegar a consensos con base en los mejores argumentos.	11	2	5	3,73	1,009
Entre mis alumnos y yo: Se facilita la participación de los alumnos en la dinámica de la clase.	11	3	5	4,64	,674
Entre mis alumnos y yo: Si hay buenas relaciones, tanto alumnos como profesor tenemos mejor actitud hacia matem.	11	3	5	4,73	,647
Entre los propios alumnos: No influye el método que utilices, las interacciones entre ellos van a ser las mismas.	11	1	4	1,73	,905
Entre los propios alumnos: Es más fácil que sean adecuadas cuando se trata de grupos poco numerosos	11	2	5	3,64	1,120
Entre los propios alumnos: Intento que entre ellos haya mucha interacción.	11	3	5	4,55	,688
Entre los alumnos y las matemáticas: Utilización rígida del libro de texto, influye negativamente.	11	3	5	4,45	,688
El uso de actividades motivadoras facilita la interacción entre el alumno y las matemáticas.	11	4	5	4,91	,302
N válido (según lista)	11				

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. tip.
Entre mis alumnos y yo: Explico los contenidos principales y ellos preguntan.	5	3	5	3,80	,837
Entre mis alumnos y yo: Intento llegar a consensos con base en argumentos.	5	3	5	3,80	,837
Entre mis alumnos y yo: Se facilita la participación de los alumnos.	5	4	5	4,80	,447
Entre mis alumnos y yo: Si hay buenas relación, tanto alumnos como profesor tenemos mejor actitud hacia matem.	5	5	5	5,00	,000
Entre los propios alumnos, no influye el método que utilices, las interacciones son las mismas.	5	2	5	2,60	1,342
Entre los propios alumnos, es más fácil que las relaciones sean adecuadas cuando son pocos.	5	4	5	4,80	,447
Entre los propios alumnos, intento que haya mucha interacción.	5	4	5	4,20	,447
Una utilización rígida del libro de texto, influye negativamente en las interacciones entre alumnos y matem.	5	2	5	4,20	1,304
El uso de actividades motivadoras facilita la interacción entre el alumno y matemáticas.	5	5	5	5,00	,000
N válido (según lista)	5				

Figura 12. Idoneidad interaccional. Primaria.

Figura 13. Idoneidad interaccional. Secundaria.

Se ha llegado a consenso en ítems relativos a las relaciones que se establecen entre el profesor y los alumnos, concretamente en que se facilita la participación de todos los alumnos de la clase, o que si hay buenas relaciones entre profesor y alumnos, se tiene mejor actitud hacia las matemáticas.

En los ítems relacionados con las relaciones entre los propios alumnos, se ha llegado al acuerdo en uno de los ítems, en el que se les pregunta a los expertos si intentan que entre los alumnos haya mucha interacción.

Absolutamente todos, tanto de primaria, como de secundaria, han ofrecido valores muy altos en un ítem relativo a la relación entre los alumnos y la materia. Ha sido el referente al uso de actividades motivadoras, si facilita la relación con las matemáticas.

Respecto a la idoneidad mediacional, estos fueron los resultados obtenidos:

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Los medios materiales de los centros son insuficientes.	11	1	5	3,45	1,214
Se puede enseñar matemáticas con pocos materiales, pero bien empleados.	11	3	5	4,27	,647
En Primaria se debería utilizar la representación gráfica, antes de pasar a la abstracción numérica.	11	2	5	4,55	1,036
En los cursos bajos de Primaria se deben utilizar más materiales que en cursos altos.	11	1	5	3,00	1,549
Las TIC son útiles en la enseñanza de las matemáticas.	11	3	5	4,55	,688
La formación permanente del profesorado influye en los materiales que utiliza.	11	4	5	4,82	,405
El nº de alumnos por aula condiciona los materiales a utilizar.	11	2	5	4,00	1,183
El tiempo del que se dispone para matemáticas es insuficiente.	11	1	4	3,00	1,095
N válido (según lista)	11				

Figura 15. Idoneidad mediacional. Primaria.

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Los medios son escasos y depende de la voluntad del profesor el usarlos.	5	2	3	2,20	,447
Las TIC son útiles en la enseñanza de las matemáticas.	5	4	5	4,60	,548
La formación permanente del profesorado influye en los medios materiales que utiliza.	5	4	5	4,60	,548
Un elevado número de alumnos por aula dificulta el proceso.	5	2	5	4,20	1,304
Intento que las tareas que planteo, tengan interés.	5	4	5	4,60	,548
Es difícil que las actividades sean motivadoras.	5	1	4	2,00	1,225
N válido (según lista)	5				

Figura 14. Idoneidad mediacional. Secundaria.

Hay diferencias significativas entre primaria y secundaria en lo referente a los medios materiales de los que disponen los centros. Mientras que en primaria no hay consenso en el aspecto relativo a la dotación de material, en secundaria sí que lo hay, ya que todos piensan que los medios son insuficientes.

Tanto en primaria como en secundaria, hay consenso en cuanto a la consideración de los medios tecnológicos, ya que todos consideran las TIC como útiles en la enseñanza de las matemáticas.

También existe consenso en la consideración de la formación permanente del profesorado. Ambos grupos opinan que la misma determina los materiales que el docente utilice.

En lo referente a ítems que sólo están en secundaria, se ha alcanzado unanimidad cuando se les ha preguntado si intentan que sus actividades tengan interés para el alumnado. Todos han manifestado en grado alto que lo intentan.

En cuanto a ítems que sólo están en primaria, los encuestados afirman que se puede enseñar matemáticas con pocos materiales, pero bien empleados.

Respecto a la idoneidad afectiva, estos fueron los resultados obtenidos:

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Las matemáticas interesan a los alumnos porque forman parte de su vida.	11	1	5	3,36	1,362
Las tareas que planteo tienen interés.	11	3	5	4,00	,775
Recompenso el esfuerzo.	11	3	5	4,55	,688
Intento transmitir la belleza de las matemáticas	11	3	5	4,27	1,009
Hay que trabajar mucho para captar el interés.	11	2	5	3,73	1,009
En lo referido a la atención a la diversidad, se intenta llegar a todos los alumnos.	11	2	5	4,36	1,027
Se acaba favoreciendo, sin querer, a los más rápidos.	11	1	5	2,73	1,191
Sin darme cuenta, cuesta atender a los alumnos que llevan un ritmo más lento.	11	1	4	2,45	1,214
Es fácil adecuarse al nivel de todos los alumnos.	11	1	5	3,36	1,286
N válido (según lista)	11				

Figura 16. Idoneidad afectiva. Primaria

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
La aversión o no hacia las matemáticas, ya viene desde Primaria.	5	1	4	2,80	1,304
En lo referido a la atención a la diversidad, es fácil adecuarse al nivel de todos los alumnos.	5	2	4	2,60	,894
N válido (según lista)	5				

Figura 17. Idoneidad afectiva. Secundaria.

En Primaria se ha llegado a acuerdo en el ítem que dice que las matemáticas interesan a los alumnos porque forman parte de su vida cotidiana y en el que alude a la recompensa que da el docente hacia el trabajo, con el fin de eliminar miedos y que los alumnos tengan más gusto por las matemáticas.

Ha habido discrepancias entre primaria y secundaria en el siguiente ítem: En lo referido a la atención a la diversidad, es fácil adecuarse al nivel de todos los alumnos. Mientras que en primaria no ha habido acuerdo en ese sentido, en secundaria si, rondando valores entre el 2 y el 4.

Respecto a la idoneidad epistémica, estos fueron los resultados obtenidos:

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Los problemas trabajados en el aula no tienen nada que ver con la realidad.	11	1	5	2,82	1,537
A cursos más elevados, mayor desconexión entre problemas y vida real.	11	2	5	3,45	1,214
Promuevo la argumentación de los procesos y no tanto los resultados.	11	3	5	4,45	,688
Presto mucha atención al lenguaje.	11	3	5	4,45	,688
Intento que mis alumnos hablen mucho.	11	2	5	3,91	1,136
Las reglas, definiciones o procedimientos, deberían ser descubiertas por los propios alumnos.	11	3	5	3,91	,539
Es el maestro o la maestra quien debe presentar todas las reglas.	11	1	5	2,73	1,191
Se deben utilizar diferentes representaciones de los números (verbal, gráfica, simbólica,...)	11	4	5	4,82	,405
N válido (según lista)	11				

Figura 19. Idoneidad epistémica. Primaria.

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Los alumnos relacionan el cálculo con sus actividades cotidianas.	5	3	5	3,40	,894
Los alumnos relacionan el álgebra con sus actividades cotidianas.	5	2	5	3,20	1,095
Conforme el alumno madura, establece más conexiones entre lo aprendido y la vida real.	5	3	5	4,40	,894
El currículum prescriptivo está bien diseñado y sus contenidos son los adecuados.	5	1	4	2,20	1,304
N válido (según lista)	5				

Figura 18. Idoneidad epistémica. Secundaria.

En este apartado hay pocos ítems coincidentes entre primaria y secundaria, debido a la naturaleza de las preguntas y su adecuación al nivel educativo del que estamos hablando.

Entre los consensos a los que se ha llegado en las preguntas exclusivas para primaria, obtienen valores parecidos el ítem que dice que el maestro promueve la argumentación de los procesos y no tanto los resultados. También hay acuerdo en que prestan mucha atención al lenguaje empleado, para que sea matemáticamente correcto y se adecúe al nivel del alumnado. En los que se refiere a si se deben utilizar diferentes representaciones de los números (verbal, gráfica, simbólica,...) también hay consenso, con puntuaciones, todas ellas, entre el 4 y el 5.

En lo referido a secundaria, se ha llegado a consenso en lo correspondiente a si los alumnos establecen relaciones entre el cálculo y su vida cotidiana, aportando todos valores entre el 3 y el 5. También con los mismos valores, están de acuerdo en el ítem que dice que conforme el alumno madura, establece más conexiones entre lo aprendido y la vida real.

Respecto a las aportaciones de ABN, estos fueron los resultados obtenidos:

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Cada alumno resuelve algoritmos o procesos según sus estrategias o ritmo.	11	3	5	4,55	,820
Mucho trabajo del cálculo mental.	11	3	5	4,36	,809
Trata intensivamente el concepto de cantidad.	11	2	5	4,00	1,095
Trabaja muchos más tipos de problemas.	11	3	5	4,36	,809
No se explica el proceso. Presenta situaciones para que los alumnos deduzcan.	11	2	5	3,91	1,044
Importante la representación simbólica a través de la manipulación de objetos.	11	3	5	4,55	,688
Concede mucha importancia también la fase figurativa o pictórica.	11	3	5	4,64	,674
Fomenta el uso de TIC o de materiales atractivos.	11	3	5	4,45	,688
Los libros de texto tienen un papel secundario o inexistente.	11	2	5	3,45	1,036
Potencia la autoestima.	11	3	5	4,55	,688
Los problemas, muchas veces los plantea el propio alumno.	11	2	5	4,18	1,079
Crece el gusto por las matemáticas..	11	2	5	4,36	1,027
Trabaja competencialmente.	11	3	5	4,45	,688
Tiene mucho cuidado con el lenguaje utilizado.	11	3	5	4,45	,688
N válido (según lista)	11				

Figura 20. Aportaciones de ABN. Primaria.

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Cada alumno resuelve algoritmos según sus estrategias o ritmo.	5	2	5	4,20	1,304
Mucho trabajo del cálculo mental en Primaria.	5	2	5	4,00	1,225
Trata intensivamente el concepto de cantidad.	5	2	5	3,60	1,517
Trabaja muchos más tipos de problemas.	5	1	5	3,20	1,483
Resuelve los algoritmos de izquierda a derecha.	5	2	5	3,40	1,140
El docente no explica el proceso. Propone deducciones.	5	3	5	3,80	,837
Cobra especial importancia la representación simbólica a través de la manipulación.	5	4	5	4,80	,447
Concede mucha importancia también la fase figurativa o pictórica.	5	3	5	4,40	,894
Fomenta el uso de TIC o de material atractivo.	5	2	5	3,80	1,304
Los libros de texto tienen un papel secundario.	5	3	5	3,80	,837
Potencia la autoestima.	5	2	5	3,20	1,095
Los problemas, muchas veces los plantea el alumno.	5	2	5	3,80	1,095
Crece el gusto por las matemáticas.	5	2	5	4,00	1,225
Trabaja competencialmente.	5	3	5	4,00	,707
Tiene mucho cuidado con el lenguaje.	5	3	5	4,00	1,000
N válido (según lista)	5				

Figura 21. Aportaciones de ABN. Secundaria.

Pese a que en este apartado del cuestionario, las preguntas entre primaria y secundaria son idénticas, han variado mucho las respuestas de los docentes de primaria a los de secundaria. Mientras que en primaria se ha llegado a consenso en 9 de los ítems, en secundaria sólo en 5. Habría que destacar, en este sentido, que entre primaria es donde se encontraba el mayor número de defensores de ABN y en secundaria el número de defensores y detractores estaba más igualado, incluso había más detractores.

Tomando los datos en su conjunto, se ha llegado a acuerdo en tres de los principios que propone la metodología ABN:

- Es importante la representación simbólica a través de la manipulación de objetos.
- La importancia de la fase figurativa o pictórica.
- Y el trabajo competencial, a través de simulaciones de la vida real.

5.6. Credibilidad del estudio

La calidad de un estudio cualitativo, o incluso mixto, como en este caso, ha sido tema de preocupación para muchos autores debido a la naturaleza “menos objetivable” en comparación con los estudios puramente racionalistas. Arias y Giraldo (2011) hacen un recorrido para establecer el estado de la cuestión del rigor en la investigación cualitativa y localizan un sinnúmero de expertos que reflexionan al respecto, entre los que destacan algunos de la talla de Corbin, Strauss, Cook, Campbell, Adelman, Miles, Huberman, Patton, Popper, Morse, etc. Sobresalen, por sus aportaciones prácticas, Guba y Lincoln, en los que nos apoyaremos para establecer los procedimientos a emplear en el presente TFM.

Guba y Lincoln (1981) sugieren cuatro preocupaciones en relación a la credibilidad, que son:

- valor de verdad
- aplicabilidad
- consistencia
- y neutralidad

En función de estas preocupaciones, cada paradigma da respuesta con unos términos u otros, que se recogen en el siguiente esquema:

Preocupaciones	PARADIGMA RACIONALISTA	PARADIGMA NATURALISTA
VALOR DE VERDAD	Validez interna	Credibilidad
APLICABILIDAD	Validez externa o generabilidad	Transferibilidad
CONSISTENCIA	Fiabilidad	Dependencia
NEUTRALIDAD	Objetividad	Confirmabilidad

Figura 1. Términos racionalistas y naturalistas, apropiados para los cuatro aspectos de credibilidad (Guba,1981, p.152)

La validez de los diseños cualitativos viene expresada (McMillan y Schumacher, 2005, cap.10, p.414) por “el grado en el que las interpretaciones y los conceptos poseen significados recíprocos entre los participantes y el investigador”, es decir, si lo que el investigador dice que ha ocurrido es corroborado por el participante. La validez en este caso es entendida como credibilidad de la investigación. Para ello, McMillan y Schumacher (2005), proponen 10 estrategias para mejorar la validez del diseño: trabajo de campo prolongado y continuo, estrategias con varios métodos, importancia del lenguaje del participante, indicadores de baja inferencia, investigadores múltiples, datos registrados de manera mecánica, investigador participante, comprobación de miembros, revisión de participantes y casos negativos o datos discrepantes.

A la lista expuesta, Arias y Giraldo (2011) añaden las siguientes estrategias promotoras de rigor científico: muestreo teórico, actitud analítica activa y reflexividad como herramienta meta-cognitiva.

La mayor parte de los procedimientos propuestos tanto por McMillan como por Arias, son los recogidos por Guba (1981) y surgen de la clasificación recogida en la figura 1. De entre ellos, vamos a seleccionar los siguientes para nuestro TFM: credibilidad, transferibilidad, dependencia y confirmabilidad.

Como procedimientos para dar respuesta a la credibilidad, contrastando con diferentes fuentes, emplearemos:

- a. Juicio crítico de los expertos. Primeramente, se pedirá opinión a expertos “especialistas” en ABN, de forma que el cuestionario tenga una mayor validez. Posteriormente, se obtendrá información a través de expertos “afectados”, que son los que completaran los cuestionarios.
- b. Triangulación de métodos, de datos, de investigadores, de teorías, de momentos y de perspectivas, ya explicada en el apartado 5.2.2.
- c. Recogida de material de adecuación referencial, a través de los cuestionarios y sus registros en LimeSurvey.
- d. Comprobaciones con los participantes, para asegurarnos de que lo que hemos percibido es lo mismo que el participante quería transmitir en los cuestionarios.

- e. Corroboración de la coherencia estructural, comprobando que no hay contradicciones.

En cuanto a los procedimientos para dar respuesta a la transferibilidad, entendida como “la transferencia entre dos contextos como consecuencia de ciertas similitudes esenciales entre ellos.” (Guba, 1981, p.153) se realizará:

- a. Muestreo teórico, para aumentar la cantidad de información que permita comprender la aplicación del método ABN y la percepción del profesorado respecto al citado método.
- b. Recogida de abundantes datos, que posibiliten la transferencia de nuestro estudio a contextos similares.

Respecto a los procedimientos para dar respuesta a la dependencia, aceptando el proceso científico como inestable y con variaciones atribuidas a diferentes factores, usaremos:

- a. Métodos solapados, con el fin de reforzar la estabilidad. Usaremos revisión bibliográfica del método ABN; método Delphi, con dos rondas de cuestionarios y pequeñas entrevistas telefónicas con los encuestados.
- b. Observador externo para la revisión de la dependencia, en este caso el tutor del TFM y expertos en la metodología ABN.

En lo referente a los procedimientos para dar respuesta a la confirmabilidad de los datos:

- a. Triangulación, de la que ya hemos hablado.
- b. Ejercicio de la reflexión, incorporando no solamente datos sobre el proceso, sino también sobre la investigadora.

A los criterios de credibilidad y procedimientos anteriormente seleccionados, añadimos para nuestro estudio dos más propuestos por Torrego (2014): la validez democrática y la validez catalítica. Ambos criterios, bajo nuestro punto de vista, estarían a caballo entre criterios de calidad y criterios morales del investigador.

Esta validez democrática “se refiere al grado de colaboración de las personas dedicadas a la investigación con todos aquellos participantes afectados (...)” (Torrego, 2014, p.119) Su finalidad es la de tener en cuenta de manera efectiva a las personas implicadas en el proceso, para de este modo comprender mejor la realidad estudiada. En nuestro intento por conocer la percepción de la aplicación de ABN por los propios docentes, carecería de sentido no tenerles en cuenta a lo largo de todo el proceso.

La validez catalítica hace alusión “al grado en el que el proceso de la investigación reorienta y motiva a los participantes a analizar y entender la realidad con el fin de transformarla” (Later, 1986. Citado por Torrego, 2014, p. 119). Se subraya aquí la importancia del coaprendizaje entre el investigador y los sujetos investigados. En el caso que nos afecta, el proceso de reflexión de los docentes arrojará luz sobre los puntos fuertes y débiles del método, con la intención de solventar lo negativo y cambiar la realidad hacia unas matemáticas realmente inclusivas y motivadoras. En el caso de los docentes que no implementan el método, seguro que les hace reflexionar sobre aspectos metodológicos que mejoren su práctica docente.

A pesar de la utilización de todos los procedimientos anteriormente expuestos, es evidente la dificultad de establecer criterios de rigor en investigación cualitativa y mixta, debido entre otros aspectos al “carácter interpretativo, constructivista y naturalista con diferentes posturas” (Varela y Vives, 2016, p.193) lo que hace de la investigación naturalista un desafío si se quieren incorporar a ella criterios de credibilidad de calidad. Aceptaremos el desafío de dicha complejidad, intentando respetar al máximo los procedimientos explicados anteriormente.

5.7. Implicaciones éticas

Como defienden Murillo e Hidalgo (2017), en una investigación de calidad, es muy importante la ética del investigador.

Arroyo (2010, p. 208) para describir las implicaciones éticas de su estudio, establece tres tipos: implicaciones de relaciones colaborativas, el acceso negociado y las utilidades del estudio. Seguiremos esta clasificación para nuestro TFM. De este modo:

Las implicaciones de relaciones colaborativas, son imprescindibles en un Delphi, ya que es un proceso que exige bastante implicación por parte de los expertos participantes en las diferentes rondas. Las relaciones de colaboración fueron fluidas y cordiales, por tratarse, en la mayoría de los casos, de docentes conocidos por la investigadora y en los menos, por docentes conocidos de sus conocidos. El vínculo de interconexión estaba creado, incluso antes de comenzar el proceso.

Este conocimiento previo, facilitó las posteriores entrevistas telefónicas, realizadas para corroborar los datos proporcionados en los cuestionarios y la aclaración de algunos aspectos de las respuestas.

El acceso negociado, según Arroyo (2010, p.209) se entiende como “los procesos de consulta, información, acuerdo y compromiso, obtención de permiso, acceso a la información, que se establecen con las personas participantes en este tipo de dinámicas colaborativas de trabajo e investigación.” En nuestro caso se tuvo informado a los participantes en todo momento, tanto de los objetivos de la investigación, como de la metodología empleada de sus derechos como informantes y otros aspectos relevantes. Una vez se realizó cada cuestionario, se les envió el informe correspondiente, que puede consultarse en los epígrafes 5.5.2. y 5.5.4.

A pesar de que los encuestados eran mayores de edad, eran conocidos y estaban, de motu proprio, interesados en participar, se pidió permiso para pasar los cuestionarios a la Consejería de Educación, a través de la Dirección General de Innovación. Los trámites para dicho proceso fueron muy lentos y por eso se decidió optar por un permiso del CEIM (Comité de Ética de la Investigación con Medicamentos), ya que tiene un convenio con la UVA para autorizar este tipo de estudios. Finalmente, se obtuvo un dictamen favorable, tanto del CEIM como de la Consejería de Educación.

En cuanto al último aspecto, las utilidades e implicaciones del estudio, queremos pensar que el Delphi aplicado sirve, no sólo para la obtención de información, sino también para favorecer la autorreflexión de los encuestados y, de este modo, mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

6. CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

6.1. CONCLUSIONES

Lo primero que haremos en este apartado, será establecer, si los objetivos propuestos en el estudio, se han alcanzado.

El objetivo principal de la investigación, la búsqueda de consenso entre partidarios de ABN y partidarios de métodos tradicionales, se ha conseguido, siendo muchísimos los aspectos en los que piensan de manera similar. Son los siguientes:

- Existe dificultad para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a consecuencia de la abstracción de los contenidos a trabajar y por las limitaciones del tiempo del que disponen los docentes en el horario a lo largo del curso.
- Es importante la contextualización en situaciones de la vida real.
- También es importante el tratamiento y desarrollo del sentido numérico.
- Se facilita la participación de todos los alumnos de la clase.
- Si hay buenas relaciones entre profesor y alumnos, se tiene mejor actitud hacia las matemáticas.
- Se intenta que entre los alumnos haya mucha interacción.
- El uso de actividades motivadoras, facilita la relación entre el alumnado y las matemáticas.
- Las TIC son consideradas como útiles en la enseñanza de las matemáticas.
- La formación permanente del profesorado, determina los materiales que el docente utiliza.
- Es importante la representación simbólica a través de la manipulación de objetos.
- Es primordial la fase figurativa o pictórica.
- Y el trabajo competencial, a través de simulaciones de la vida real.

Si desmenuzamos el objetivo general en otros más específicos, como puede verse en el apartado [2](#) del TFM, también se ha conseguido casi todo lo que se planteó.

- a) Se han comprendido diferentes puntos de vista en la enseñanza de las matemáticas, aunque estamos un poco descontentos con algunas respuestas, en las que se percibe, a simple vista, poca sinceridad, probablemente influenciada por la limitación de la deseabilidad.
- b) A los expertos que han participado en el estudio, les ha posibilitado momentos de reflexión sobre su propia práctica docente, lo que sin duda mejorará sus procesos de enseñanza y, por consiguiente, redundará en el aprendizaje de sus alumnos.
- c) Se han recogido conocimientos sobre los factores positivos que aportan diferentes metodologías, en especial, sobre los factores positivos que aporta ABN y que son compartidos por los no defensores.
- d) En cuanto a la descripción de los factores de resistencia para la incorporación de algoritmos alternativos ABN, no ha quedado muy claro cuales son esos factores, por lo que se podría constituir como tema, para un futuro estudio de la metodología.
- e) En lo referente a la contribución al cambio metodológico, como motor de impulso de unas matemáticas activas, manipulativas y comprensibles, creemos, que los procesos de autorreflexión a los que se han visto obligados los participantes, promueven las ganas por la innovación metodológica, o por lo menos, por la mejora de la propia práctica educativa.
- f) El siguiente objetivo que nos propusimos, el de hallar elementos comunes de actuaciones positivas entre los diferentes docentes que imparten matemáticas en Educación Primaria, creemos que se ha alcanzado, ya que a través de los ítems en los que se ha llegado al consenso, se pueden ver muchas de estas actuaciones positivas, sean partidarios o no de ABN.

- g) En cuanto al último de los objetivos parciales, detectar carencias de formación entre los docentes de matemáticas, con el fin de dar respuesta a sus demandas en un futuro, ocurre como con el punto d, no se han detectado carencias significativas de formación. El motivo puede estar en la redacción de las preguntas, que no han ido en ese sentido en ningún momento.

6.2. LIMITACIONES

Teniendo en cuenta la naturaleza mixta del estudio, las primeras limitaciones son las referidas a este tipo de investigación. Según Chaves-Montero (2017), las dificultades del método mixto se sintetizan en tres:

- Es complicado, para el investigador, mezclar de la forma adecuada la parte cuantitativa y la cualitativa.
- Es necesario más tiempo para realizarlo.
- A veces, puede resultar difícil el análisis, si los resultados que ofrecen ambas partes son contradictorios.

En nuestro caso particular, tenemos la suerte de que los resultados de nuestras dos rondas, no son contradictorios, sino complementarios en su totalidad.

La metodología Delphi, también conlleva aparejadas una serie de limitaciones per se. López-Gómez, 2018; Martínez-García et al., 2019 y otros autores consultados, exponen como una de las limitaciones principales de los Delphi el bajo número de expertos participantes en los cuestionarios, ya que sus conclusiones no permiten una generalización a otros entornos.

También puede considerarse como limitación de muchos Delphis, el nuestro incluido, el centrarnos en un solo tipo de Delphi, ignorando las posibilidades del resto. Esta limitación viene determinada por la extensión del trabajo y no consideramos que sea especialmente relevante.

Respecto a las limitaciones de nuestro estudio en particular, destacamos las siguientes:

- El método matemático estudiado, cuenta con muy poca trayectoria, por lo que la experiencia práctica de los encuestados con ABN, nunca puede considerarse de mucha profundidad, especialmente en secundaria.
- La formación de los expertos en el tema, es muy heterogénea, lo cual puede influir considerablemente en las respuestas.
- Al contar con expertos conocidos con anterioridad en la mayoría de los casos, se puede tender a la deseabilidad en las respuestas.
- El no anonimato de los encuestados, debido a que luego tienen que participar en la segunda ronda, puede restar libertad para la expresión.
- La escasez de tiempo, derivada del periodo de confinamiento, hizo que el segundo cuestionario no pudiera ser validado a través del juicio de expertos.

6.3. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Si tenemos en cuenta la línea de investigación en torno al tema del ABN, las posibilidades de acción, son infinitas, debido a que es un método de reciente creación y aún está casi todo por estudiar.

A modo de ejemplo, y de manera personal, proponemos algunos estudios que podrían resultar interesantes:

- La posibilidad de mejora del ABN incorporando TIC.
- La mejora o no de la competencia lingüística de los alumnos ABN.
- Un estado de la cuestión con datos estadísticos de ABN en España. Cuántos centros lo implementan y a qué niveles.
- Resultados en secundaria y bachillerato de los alumnos ABN (Creo que ya hay algún estudio incipiente en este sentido, como el TFM de Manuel Abellán, pero habría que profundizar)
- El ABN como factor determinante en futuros estudios o tendencias formativas de los estudiantes.

- Factores de resistencia de la incorporación de ABN en primaria y secundaria.
- La elaboración de guías más sencillas para los docentes, que las que existen en la actualidad.
- La relación entre los Proyectos Educativos de Centro y la incorporación de ABN.
- Estudio de la influencia de las redes sociales en la expansión del método.
- La comparativa entre diferentes metodologías matemáticas
- La percepción de la comunidad educativa en un proceso de reciente implementación de ABN.
- El tratamiento del ABN desde el punto de vista de los equipos directivos.
- Las acciones de coordinación entre institutos que reciben a alumnos ABN y los colegios de los que vienen.
- Datos estadísticos sobre el conocimiento de ABN entre el profesorado de matemáticas de secundaria.
- El ABN en relación a la Teoría de las Inteligencias Múltiples.
- El funcionamiento de ABN dentro de la realización de Grupos Interactivos.
- Estudio de los principales canales formativos de ABN para el profesorado

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adamuz-Povedano N. y Bracho-López R. (2014) Algoritmos flexibles para las operaciones básicas como modo de favorecer la inclusión social. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS)*, 3, (1), 37-53
- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. *Investigación en educación matemática XIII*. Coord. por González et al. pp. 119-128
- Alzás, T. y Casa, L.M. (2017). La evolución del concepto de triangulación en la investigación social. *Revista Pesqui Qualit* 5(8)

- Amaya, R. (2007). *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. Dirección General de Educación, Formación Profesional e Innovación Educativa (CIDE)
- Aragón, E., Delgado, C. y Marchena E. (2016). Diferencias de aprendizaje matemático entre los métodos de enseñanza ABN y CBC. *Psychology, Society and Education*. Vol 9(1), pp. 61-70
- Aragón-Mendizábal, E., Canto-López, M. C., Marchena-Consejero, E., Navarro-Guzmán, J. I., y Aguilar-Villagrán, M. (2017). Perfil cognitivo asociado al aprendizaje matemático con el método algoritmo abierto basado en números. *Revista de Psicodidáctica*. Vol. 22 (1) pp. 54-59 Recuperado el 10/02/2020 de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1136103417300448>
- Arias, M.M. y Giraldo, C.V. (2011). *El rigor científico en la investigación cualitativa*. Invest Educ Enferm. 29 (3) pp. 500-514.
- Arroyo M.J. (2010). La lengua en la integración del alumno inmigrante. Estudio de las Aulas Aliso en la provincia de Segovia. Universidad de Valladolid.
- Bermúdez, I.B., Téllez, A.M., López, M., García, M.E., Flores, J.F. y Reyes, I. (2019). Validación por método Delphi de indicadores de calidad para evaluar un servicio de educación sanitaria. *Revista Cubana de Farmacia*. 52 (1): e205
- Bracho-López, R., Gallego-Espejo, M. C., Adamuz-Povedano, N. y Jiménez-Fanjul, N. (2014). Impacto escolar de la metodología basada en algoritmos ABN en niños y niñas de primer ciclo de Educación Primaria. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 39, 97-109.
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L.R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad matemática. *Bolema: Boletín de Educação Matemática*. Extraído de <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13> el 09/07/2020

- Bressan, A.; Gallego, F.; Pérez, S. y Zolkower, B. (2016). Educación Matemática Realista, Bases Teóricas. Publicación del GPDM.
- Cabero, J. e Infante, A. (2014). Empleo del método Delphi y su empleo en la investigación en comunicación y educación. *EDUTECH, Revista Electrónica de Tecnología Educativa*. 48.
- Canto, M. C. (2015). Método ABN. *Curso: Formación en centros*. CEP de Ronda. Junta de Andalucía.
- Canto, M. C. (2017). Tesis: Método de aprendizaje matemático de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa al método cerrado basado en cifras (CBC)". Universidad de Cádiz. En proceso de publicación.
- Chaves-Montero, A. (2017) La utilización de una metodología mixta en investigación social. Rompiendo barreras en la investigación. Coord: Delgado, K., Gadea, W. F. y Vera-Quíñonez, S. Editorial Utmach. Universidad Técnica de Machala, Ecuador. Recuperado el 14/07/2020 de <http://186.3.32.121/bitstream/48000/14221/1/Cap.8-La%20utilizaci%3%b3n%20de%20una%20metodolog%3%ada%20mixta%20en%20la%20investigaci%3%b3n-.pdf>
- Cruz-Ramírez, M. (2019). Un estudio sobre la distancia psicológica entre métodos de investigación educacional. El método Delphi. *Luz*. Año XVII. (3) , pp. 29-42.
- De la Rosa (2019). Conferencia en el *V Congreso ABN*. Valencia.
- Denzin N, Lincoln Y, editores (2000). *Manual de investigación cualitativa*. 2da ed. Thousand Oaks: Publicaciones sabias.
- Díaz, Y., Velázquez, Y. y Molina S. D. (2018). Indicadores contextualizados para la evaluación de la alfabetización digital: validación a través del método Delphi. *XVII Convención y Feria Internacional Informática*. La Habana. Cuba.

Díaz-López, M., Torres López, N., & Lozano Segura, M. (2017). Nuevo enfoque en la enseñanza de las matemáticas, el método ABN. *Revista INFAD de Psicología. International Journal of Developmental and Educational Psychology.*, 3(1), 431-434. doi:<https://doi.org/10.17060/ijodaep.2017.n1.v3.1012>

Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española

Ereño, A. (2014). TFG: Algoritmos alternativos para la enseñanza de operaciones en educación primaria. Universidad Internacional de La Rioja. Facultad de Educación. Recuperado el 13/05/2020 de [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2243/Ere%
c3%b1o-Arrizabalaga.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2243/Ere%c3%b1o-Arrizabalaga.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Escobar-Pérez, J. y Cuervo-Martínez, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en Medición* , 6, pp. 27-36. Recuperado el 11/07/2020 de [http://www.humanas.unal.edu.co/psicometria/files/7113/8574/5708/Articulo3_Juicio de expertos 27-36.pdf](http://www.humanas.unal.edu.co/psicometria/files/7113/8574/5708/Articulo3_Juicio_de_expertos_27-36.pdf)

Espinoza, Lorena, Matus, Claudia, Barbe, Joaquim, Fuentes, Jennypher, & Márquez, Felipe. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad en la educación*, (45), 90-131. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-45652016000200004>

Fernández Bravo, J.A. (2005). Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. N° 4. P. 31-46. Recuperado el 13/07/2020 de https://www.researchgate.net/profile/Bernardo_Gomez3/publication/28140280_La_ensenanza_del_calculo_mental/links/542915440cf238c6ea7cf43a.pdf#page=31

Freudenthal, H. (2012). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.

- García-Sedeño, M. (2017). Cálculo matemático: Contraste entre los métodos ABN y CBC mediante un Sistema Interfaz Cerebro- Computador (BCI). Pendiente de publicación. *Presentación en el IV Congreso de Cálculo ABN*.
- Garrán, J. M. (2016). La introducción del método ABN: Problemas y respuestas. *II Congreso Nacional sobre cálculo ABN*. Madrid.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J.D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 8. Número 11. pp. 111-132. Costa Rica. Extraído de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720/13965>
- González, S., Andújar, B. y Salcedo, C. (2015). JUMP Math: la apuesta por una innovación con resultados. *Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*. Extraído de <http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n76.pdf> el [09/07/2020](http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n76.pdf)
- Guba, E.G. (1981). *Criteria for Assessing the thurhworthiness of naturlistic inquiries* *ERIC/ECTJ Anual*, vol.29, 2, pp. 75-91. Publicado en Gimeno, J. y Pérez, A. (1989). *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Akal.
- IBM Statistics SPSS. Versión 20
- Landeta , J. (2002). *El método Delphi: una técnica de previsión para la incertidumbre*. Barcelona: Ariel.
- Landeta, J. y Barrutia, J. (2011). Consulta de personas para construir el futuro: una aplicación de Delphi. *Revista Internacional de Pronósticos*. Vol. 27, nº 1, pp. 134-151. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2010.04.001>

- Lladó, N. y Vázquez, M. A. (2012). El cambio de metodología como alternativa a los tratamientos de las dificultades de los alumnos en el área de matemáticas. Método ABN, el método de cálculo abierto basado en números. En J. Navarro, M. T. Fernández, F. J. Soto y F. Tortosa (Coords.) *Respuestas flexibles en contextos educativos diversos*. Murcia: Consejería de Educación, Formación y Empleo. Recuperado de (2016, agosto 15) <http://diversidad.murciaeduca.es/publicaciones/dea2012/docs/nllado.pdf>
- López-Gómez, E. (2018). El Método Delphi en la investigación actual en educación: una revisión teórica y metodológica. *Educación XXI*, 21, (1), 17-40. Doi: 10.5944/educXX1.20169
- Martínez-García, I.; Padilla-Carmona, M.T. y Suárez-Ortega, M. (2019). Aplicación de la metodología Delphi a la identificación de factores de éxito en el emprendimiento. *Revista de Investigación Educativa*, 37(1), 129-146. <https://dx.doi.org/10.6018/rie.37.1.320911>
- Martínez (2011) “El método de cálculo Abierto Basado en Números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales Cerrados Basados en Cifras (CBC). *Bordón*, 63 (4) 95-110.
- Martínez Montero, J. (2017). *Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales*. 3ª edición. Madrid: Wolters Kluwer.
- Mayorga, M.J. ; Gallardo, M. y Madrid, M.D. (2016). Cómo construir un cuestionario para evaluar la docencia universitaria. Estudio empírico. *UTE Revista de Ciències de l'Educació*. 2, 6-22 <http://dx.doi.org/10.17345/ute.2016.2.974>
- McMillan, J. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa 5ª edición*. Madrid: Pearson Educación
- Miró, N. (2012). EntusiasMAT hace reales las matemáticas. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, pp. 85-90

- Monjarás, A. J., Bazán, A. K., Pacheco-Martínez, Z. K., Rivera, J. A., Zamarripa, J. E., y Cuevas, C. E. (2019). Diseños de Investigación. *Educación Y Salud Boletín Científico Instituto De Ciencias De La Salud Universidad Autónoma Del Estado De Hidalgo*, 8(15), 119-122. <https://doi.org/10.29057/icsa.v8i15.4908>
- Murillo F. J. e Hidalgo N. (2017). Hacia una Investigación Educativa Socialmente Comprometida. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*. 10 (2) p. 5-8 Recuperado el 12/07/2020 de <https://revistas.uam.es/riee/article/view/8609>
- Pérez, J. (2011). Óbito y resurrección del análisis DAFO. *Revista Avanzada Científica*. Vol. 14. No.2
- Pozzo, M.; Borgobello, A. y Pierella, M. (2018). Uso de cuestionarios en investigaciones sobre universidad: análisis de experiencias desde una perspectiva situada. *Revista Latinoamericana de Metodología de las Ciencias Sociales*, 8 (2), e046. En Memoria Académica. Disponible en: http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.9347/pr.9347.pdf
- Profuturo Observatorio Innovación para la Inclusión*. Metodologías innovadoras. Recursos. Reto 13. Algoritmos ABN: por unas matemáticas naturales, sencillas y divertidas. Extraído el 07/07/2020 de <https://observatorio.profuturo.education/blog/2019/12/16/algoritmos-abn-por-unas-matematicas-sencillas-naturales-y-divertidas/>
- Reguant-Álvarez, M. y Torrado-Fonseca, M. (2016). El método Delphi. *REIRE, Revista d'Innovació i Recerca en Educació*, 9 (1), 87-102. DOI:10.1344/reire2016.9.1916
- Rodríguez, M. F.; Camacho, A. y Álvarez, M.C. (2019). El acceso a la Inspección Educativa en España. Un estudio mediante la técnica Delphi. *Avances en Supervisión Educativa. Revista de la Asociación de Inspectores de Educación en España*, 31. <https://doi.org/10.23824/ase.v0i31.644>

Sowder, J. T. (1988). Mental computation and number comparison: Their roles in the development of number sense and computational estimation. En Hiebert y Behr (Eds.) *Number concepts and operation in the middle grades*. Reston: N.C.T.M. Pp 182-197.

Tejada C. I. (2018) Comparación entre la aplicación en formato papel y en formato online de dos instrumentos de evaluación: Cuestionario de la Forma Corporal y Cuestionario de los Tres Factores versión revisada 18. En *Intervención en contextos clínicos y de la salud. Vol II* Comps: Molero M.M et al. Cap 33. 271-278 Ed: ASUNIVEP

Thompson, I. (2008). Deconstructing Calculation Methods. *Mathematics Teaching Incorporating Micromath*. Nº 206. Pp. 34-37 Recuperado el 13/05/2020 de https://www.atm.org.uk/write/MediaUploads/Resources/Ian_Thompson_part_3.pdf

Torrego-Egido, L. (2014). ¿Investigación difusa o emancipatoria? Participación e inclusión en investigación educativa. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 7 (14), 113-124.

Urbano, C. (2016). TFG: Análisis didáctico y valoración del método EntusiasMAT. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada.

Varela, M. y Vives, T. (2016). *Autenticidad y calidad en la investigación educativa cualitativa: multivocalidad*. *Inv Ed Med*. 5 (19) pp. 191-198.

Van de Walle, J. A. (2005). Do We Really Want To Keep the Traditional Algorithms for Whole Numbers?

Webgrafía:

<https://jumpmath.es/es/descubre/>

<https://metodosingapur.com>

Google Scholar

8. BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

Aragón E., Pérez, C., Navarro, José I. y Aguilar, M. (2018) The Open Algorithm Based on Numbers (ABN) Method: An Effective Instructional Approach to Domain-Specific Precursors of Arithmetic Development. *Frontiers in Psychology*, 25 (9) Recuperado el 2/02/2020 de <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2018.01811/full>

Benavides, M. O. y Gómez-Restrepo, C. (2005) Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 34 (1), 118-124. Recuperado el 11 de julio de 2020, de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-74502005000100008&lng=en&tlng=es.

González Flórez, C. (2018). TFM: Influencia del método ABN en el rendimiento matemático y en el nivel de memoria de trabajo. Universidad Internacional de La Rioja.

Martínez, J. y Sánchez, C. (2013). *Resolución de problemas y método ABN*. Madrid: Wolters Kluwer.

Martínez, J. y Sánchez, C. (2017). *Desarrollo y Mejora de la inteligencia matemática en educación infantil*. 2ª Edición. Madrid: Wolters Kluwer.

Webgrafía:

<http://algoritmosabn.blogspot.com>

<http://www.actiludis.com>

<http://www.sosprofes.es>

9. ANEXOS

Anexo 1: Texto del primer cuestionario

Anexo 2: Emails enviados a los expertos

Anexo 3: Texto del segundo cuestionario

Anexo 4: Vídeo presentación del TFM

Anexo 1: Texto del primer cuestionario

El primer cuestionario se puede consultar a través del siguiente enlace:

Primaria

<http://albergueweb1.uva.es/edumatencuestas/index.php/441898?lang=es>

Secundaria

<http://albergueweb1.uva.es/edumatencuestas/index.php/544373?lang=es>

Anexo 2: Emails enviados a los expertos

Buenos días.

Muchas gracias por acceder a rellenar el cuestionario para el estudio **“Implantación de algoritmos alternativos ABN en la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria: Estudio mediante técnica Delphi”**

Tu colaboración es fundamental para la obtención de información relevante. Si conoces a alguien más de primaria o infantil que conozca algo del método ABN, agradecería mucho su difusión.

Un cordial saludo

Ana Alonso Pobes

(Estudiante del Máster de Investigación en Ciencias Sociales de la Univ. de Valladolid)

Para comenzar, pinche en el siguiente enlace:

<http://albergueweb1.uva.es/edumatencuestas/index.php/441898?lang=es>

Anexo 3: Texto del segundo cuestionario

El segundo cuestionario se puede consultar a través del siguiente enlace:

Primaria

<http://albergueweb1.uva.es/edumatencuestas/index.php/427751?lang=es>

Secundaria

<http://albergueweb1.uva.es/edumatencuestas/index.php/216116?lang=es>

Anexo 4: Vídeo presentación del TFM

A handwritten signature in blue ink, reading "Aue Alonso". The signature is written in a cursive style with a large initial "A" and a long horizontal stroke at the bottom.

Ávila, a 15 de julio de 2020