



---

**Universidad de Valladolid**  
**Facultad de Ciencias Económicas y**  
**Empresariales**

**Trabajo de Fin de Grado**  
**Grado en Finanzas, Banca y Seguros**

**Planes de ahorro SIALP**

Presentado por:  
***Andrea Guerra Velasco***

*Valladolid, 5 de julio de 2019*

## **Resumen**

Este trabajo surge dada la necesidad de conocer la multitud de productos financieros que están apareciendo en el mercado, como son los Seguros Individuales de Ahorro a Largo Plazo (SIALP), y la rentabilidad que estos proporcionan al inversor.

Este trabajo está dividido en las siguientes partes: en la primera se realiza un acercamiento al concepto de Plan de Ahorro a Largo Plazo (PALP) y las formas en las que este se puede instrumentar, aquí se realiza una exhaustiva explicación sobre las características de los SIALP. A continuación, se obtienen las ecuaciones de rentabilidad de los SIALP y se describe un método numérico para la resolución de estas ecuaciones, caracterizadas por ser no lineales (método de Newton-Raphson), para así obtener una solución aproximada de su rentabilidad. Por último, este método se aplica al cálculo de la rentabilidad de un SIALP, analizando como se ve afectada ante variaciones de distintos factores y comparando su rentabilidad con la de otros productos similares.

Códigos JEL: C02-C63-G10

Palabras clave: Productos financieros, seguros individuales de ahorro a largo plazo, rentabilidad, método Newton-Raphson.

## **Abstract**

This project stems in response to the multitude of financial products emerging in the financial market nowadays, such as long-term savings schemes, more precisely individual long term whole life insurance and its profitability towards their investors.

This project is divided into different parts. Firstly, we introduce the long term saving's concept, its different kinds and a thorough explanation of individual long-term whole life insurance. We obtain the profitability equation of a individual long term whole life insurance and use a numerical method to solve it, the Newton-Raphson method. This numerical method is applied to obtain the profitability of an individual long term whole life insurance. Finally, that individual long term

whole life insurance is analysed how it responds to some factors and it is compared with other similar products.

Key words: financial products, individual long term whole life insurance, yield, Newton-Raphson method.

# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN .....	1
2. LOS PLANES DE AHORRO A LARGO PLAZO.....	2
3. SEGUROS INDIVIDUALES DE AHORRO A LARGO PLAZO .....	5
3.1. Elementos fundamentales.....	5
3.2. Características .....	7
3.3. Fiscalidad de los Seguros Individuales de Ahorro a Largo Plazo.....	8
4. LA RENTABILIDAD FINANCIERA DE LOS SEGUROS INDIVIDUALES DE AHORRO A LARGO PLAZO .....	9
4.1. Rentabilidad con primas anuales .....	11
4.2. Rentabilidad con primas periódicas con periodicidad inferior al año ...	14
5. MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.....	17
6. APLICACIÓN .....	22
7. CONCLUSIONES.....	30
8. BIBLIOGRAFÍA .....	32

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 4.1 Esquema de prestaciones periódicas y contraprestación de un SIALP. .....	10
Figura 4.2 Esquema de prestaciones con periodicidad inferior al año y contraprestación de un SIALP.....	14
Figura 5.1 Construcción geométrica de iterantes con en el método de Newton- Raphson.....	18
Figura 5.2 Representación gráfica de $f(x) = x^3 - x - 1$ .....	21
Figura 6.1 Curva de rentabilidad anual efectiva frente a variaciones en el tipo de interés técnico inicial. ....	24
Figura 6.2 Curva de rentabilidad anual efectiva frente a variaciones en el coste del seguro inicial.....	25
Figura 6.3 Curva del fondo acumulado frente al crecimiento de la prima inicial. .....	27
Figura 6.4 Curvas de rentabilidad de SIALP, fondo de inversión y depósito... ..	29

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 6.1 Características de un SIALP.....	23
Tabla 6.2 Fondo acumulado y rentabilidad anual efectiva del SIALP de la Tabla 6.1. ....	23
Tabla 6.3 Datos depósito y fondo de inversión.....	28

## 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos 20 años las formas de ahorro han cambiado sustancialmente, dada la aparición de numerosos productos financieros que se ajustan a los diferentes perfiles de los ahorradores. Estos productos permiten crear colchones económicos para cubrir posibles contingencias que puedan acaecer en el futuro, como puede ser el fallecimiento, la invalidez o jubilación.

La consecuencia de esta globalidad de productos es la aparición de productos cada vez más competitivos, por ejemplo, los Planes de Ahorro a Largo Plazo (PALP), que encuentran su principal ventaja en los beneficios fiscales ofrecidos. Esta característica hace a los PALP muy atractivos para el público en general, ya que suponen un ahorro fiscal y un aumento de la rentabilidad. Pero esta ventaja solo se obtiene cumpliendo una serie de requisitos establecidos por ley.

En este trabajo analizamos una de las formas en las que se instrumentan los PALP: los Seguros Individuales de Ahorro a Largo Plazo (SIALP). Para realizar este análisis se lleva a cabo una revisión bibliográfica de la legislación que regula estos productos, y se simula mediante el software Matlab un SIALP, en el que se varía alguna característica para ver la respuesta de su rentabilidad anual efectiva.

El principal objetivo de este trabajo consiste en explicar con detalle el funcionamiento de los SIALP y analizar su rentabilidad anual efectiva y su rentabilidad neta después de impuestos. El cálculo de la rentabilidad anual efectiva de los SIALP se realiza utilizando el método numérico de Newton-Raphson, y como instrumento para su programación y cálculo, el software MATLAB.

Para lograr este objetivo, el trabajo se estructura de la siguiente forma. En primer lugar, en la Sección 2 se realiza un acercamiento al concepto de los PALP, se describen sus principales características, cómo se pueden instrumentar y la diferencia existente entre SIALP y Cuentas de Ahorro a Largo Plazo (CIALP).

En la Sección 3 se realiza una exhaustiva explicación de los SIALP, enumerando las diferentes figuras que intervienen en el contrato, las principales características que diferencian a este producto y la normativa fiscal aplicable.

Una vez explicadas las principales características de los SIALP y su funcionamiento, la Sección 4 se adentra en la obtención de las fórmulas generales de la rentabilidad anual efectiva y de la rentabilidad neta después de impuestos de los SIALP, tanto para el caso en el que las primas tienen periodicidad anual como para el caso en el que las primas tienen una periodicidad inferior al año.

A continuación, en la Sección 5 se introduce el método de Newton-Raphson, como una herramienta para la resolución de las ecuaciones no lineales que se plantean en la Sección 4, y se explica con un ejemplo el funcionamiento de dicho método.

Finalmente, en la Sección 6 se aplica el método numérico descrito en la Sección 5 a la resolución de las ecuaciones de la Sección 4, obteniendo así la rentabilidad anual efectiva y la rentabilidad neta después de impuestos. En esta sección también se analiza el efecto que tienen sobre la rentabilidad anual efectiva las principales variables, como son el coste del seguro, el tipo de interés técnico o las primas pagadas y se compara con la rentabilidad neta después de impuestos de otros productos similares pero que carecen de ventajas fiscales.

## **2. LOS PLANES DE AHORRO A LARGO PLAZO**

Formalmente, los PALP son contratos de ahorro celebrados entre una persona física y una entidad aseguradora o de crédito. Este tipo de productos se encuentra regulado en la Ley 26/2014, del 27 de noviembre del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas (IRPF) y en modificaciones posteriores parciales de esta ley y de las leyes de los Impuestos sobre Sociedades, sobre la

Renta de no Residentes y sobre el Patrimonio, donde encontramos sus características y sus ventajas fiscales.

Los planes de ahorro poseen las siguientes características:

- ❖ Cada persona física solo puede ser poseedora de un único PALP, ya sea en forma de seguro o en forma de cuenta de ahorro.
- ❖ La apertura del plan se produce cuando se realiza la primera aportación a la cuenta, o cuando se realiza el pago de la primera prima. Es decir, cuando se realiza el primer desembolso por parte del inversor.
- ❖ Las aportaciones que realice la persona física o el importe de las primas a pagar no pueden superar los 5000€ anuales, los rendimientos que se generan en la inversión no se tienen en cuenta para este límite. Si se superan, tributarán en el IRPF como rendimientos del capital mobiliario y formarán parte de la base imponible del ahorro.
- ❖ El contrato se rescindirá cuando el contribuyente realice cualquier disposición, incumpla el límite de las aportaciones máximas establecidas por el legislador, incumpla el límite de las aportaciones mínimas establecidas por la compañía o cuando se cumpla el vencimiento. En el momento de su vencimiento, no es posible su disposición como una renta, sino únicamente como capital único.
- ❖ Si el plan de ahorro se mantiene al menos durante cinco años, se puede disfrutar de ciertas ventajas fiscales relacionadas con los rendimientos generados por la inversión. En caso de disposición anticipada, las entidades aseguradoras o las entidades de crédito deben garantizar el 85% de la suma de las primas satisfechas o aportaciones realizadas al plan.

Los PALP pueden tomar la forma de SIALP (producto ofrecido por aseguradoras), o de CIALP (producto ofrecido por las entidades de crédito).



Cada uno de estos tipos de PALP tienen diferentes características que los hacen más o menos atractivos según el perfil de los ahorradores.

Por un lado, el SIALP es un contrato de seguro combinado, celebrado por una persona física y una compañía aseguradora, cubre contingencias de fallecimiento o supervivencia, en él se realiza un pago de primas, dichas primas no pueden superar el límite de 5000€ anuales. Si este seguro se mantiene durante al menos cinco años y las primas son inferiores al límite de 5000€, la persona física podrá beneficiarse del principal atractivo de estos productos: los rendimientos procedentes de las aportaciones del SIALP estarán exentos de tributar como rendimientos del capital mobiliario en el IRPF.

Por otro lado, el CIALP es un contrato de depósito de dinero celebrado por una persona física y una entidad de crédito. En él se realizan aportaciones a uno o varios depósitos bancarios y dichas aportaciones no pueden superar el límite de 5000€ anuales. Si este producto se mantiene durante al menos cinco años y las aportaciones son inferiores al límite de 5000€, la persona física podrá beneficiarse de la ventaja fiscal: los rendimientos procedentes de las aportaciones al CIALP estarán exentos de tributar como rendimientos del capital mobiliario en el IRPF.

Estas características y diferencias entre SIALP y CIALP están recogidas en la disposición adicional vigésima sexta de la Ley 26/2014, del 27 de noviembre del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas (IRPF)

Una diferencia importante entre ambos es el organismo de supervisión, en el caso de los SIALP es la Dirección General de Seguros, y para los CIALP, el Banco de España. Derivado de lo anterior, un SIALP estará garantizado por el Consorcio de Compensación de Seguros, mientras que un CIALP lo estará por el Fondo de Garantías de Depósitos, según Zalba-Caldu S.A (2019)

Este trabajo se centra en el análisis de la rentabilidad de los SIALP. Por tanto, a continuación, se describe este producto con más detalle.

### **3. SEGUROS INDIVIDUALES DE AHORRO A LARGO PLAZO**

Los SIALP son uno de los productos en los que se puede instrumentar un PALP y, como se ha mencionado en la sección anterior, se contratan entre una persona física y una compañía aseguradora.

Los principales objetivos de este producto son: asegurar un capital a una fecha establecida por el vencimiento del seguro y proporcionar un beneficio fiscal. Además, este producto lleva asociado un seguro combinado que cubre contingencias de fallecimiento o supervivencia.

Para obtener el capital final y beneficiarse de las contraprestaciones en caso de supervivencia, el asegurado debe realizar una serie de pagos en forma de primas (periódicas o únicas), con la posibilidad de realizar aportaciones extraordinarias, sin sobrepasar los límites establecidos en la sección anterior.

#### **3.1. Elementos fundamentales**

Los elementos que participan en estos contratos son los genéricos de un contrato de seguro:

##### **❖ Asegurado/Tomador**

El asegurado es la persona que se halla expuesta al riesgo. Mientras, el tomador es la persona física o jurídica que firma el contrato, asume el pago de la prima y asume las obligaciones que se derivan del contrato. En este tipo de seguros la figura del asegurado y del tomador coinciden, ya que el contrato va dirigido a la misma persona que realiza el pago de las primas. Este debe cumplir las condiciones establecidas en los artículos del 14 al 17 de la Ley 50/1980, de 8 de octubre, de Contrato de Seguro.

#### ❖ El beneficiario

Es la persona que, ocurrido el siniestro o producidas las circunstancias que determinan el pago de la prestación por parte del asegurador, tiene derecho a recibir la indemnización, este es designado por el tomador.

En los SIALP, al tratarse de un seguro combinado, nos encontramos con que el beneficiario puede tomar distintas personalidades. En caso de supervivencia, la figura de este coincide con el asegurado o tomador ya que es el único que tendrá derecho a la recepción del capital al vencimiento. En caso de que el fallecimiento del tomador se produzca en un momento anterior al vencimiento, los beneficiarios, como en cualquier seguro de fallecimiento, son los designados por el tomador o los herederos directos, se registrará conforme a lo establecido en el artículo 84 de la Ley 50/1980, de 8 de octubre, de Contrato de Seguro. En este caso, el beneficiario recibirá el valor del fondo acumulado, esto es, el total de las primas satisfechas y los rendimientos generados por las mismas, o incluso puede recibir alguna cantidad adicional, según ICEA (2019)

Los beneficiarios tendrán derecho al capital asegurado, siempre que se haya abonado al menos la primera prima.

#### ❖ El asegurador

Es la entidad autorizada para operar en la actividad aseguradora, para poder operar debe cumplir las condiciones establecidas en la Ley 20/2015, de 14 de julio, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras y cumplir lo recogido en los artículos del 17 al 21 de la Ley 50/1980, de 8 de octubre, de Contrato de Seguro.

Por tanto, es el encargado de hacer efectivo el capital que le corresponde al beneficiario y de nombrar la sociedad gestora.

- ❖ La sociedad gestora

Esta sociedad es nombrada por el asegurador y es la encargada de la gestión y administración de las primas acumuladas, con el fin de invertirlas y obtener una rentabilidad.

- ❖ Las primas

Son el precio del seguro. En nuestro caso, son las aportaciones que se realizan al plan de ahorro. Según la forma de pago de la prima podemos distinguir:

- *Prima periódica*

Son aquellos pagos recogidos en el contrato que se realizan en los plazos establecidos hasta el vencimiento. Estas pueden ser anuales o fraccionadas. La prima fraccionada es aquella que se satisface en periodos más reducidos que el año, como manifiesta Grupo Allianz (2019).

- *Prima única*

Es el pago anticipado y que se realiza de una sola vez para toda la duración del seguro.

### **3.2. Características**

Los SIALP son un producto peculiar con las siguientes características:

- ❖ La edad mínima de contratación es de 18 años y cada compañía aseguradora tiene la capacidad de establecer una edad máxima de contratación.
- ❖ Los derechos económicos del SIALP se pueden movilizar únicamente a otro SIALP o a un CIALP. Esta movilización debe ser total, en cualquier otro caso se perderán las ventajas fiscales que poseen.

- ❖ El tomador puede solicitar el rescate total una vez pagada la primera anualidad de la póliza. En el caso en el que el pago se hubiera fraccionado, el asegurado puede ejercer este derecho cuando haya realizado el pago completo de la correspondiente anualidad, no solo de la parte fraccionada. Si la prima es única, se podrá solicitar el rescate total una vez transcurrido un año completo desde el pago.
- ❖ Una vez pagada la primera anualidad del seguro, el tomador puede solicitar la paralización del pago de las primas, siempre que la compañía aseguradora no fije un pago mínimo anual en el correspondiente contrato.
- ❖ Cuando el contrato vence se puede prorrogar o contratar otro SIALP, destinando a él todo el importe acumulado, no computándose para el límite de los 5000€ anuales.

### **3.3. Fiscalidad de los Seguros Individuales de Ahorro a Largo Plazo**

El principal atractivo de este producto es la ventaja fiscal que proporciona, ya que, a diferencia de otra clase de productos, como por ejemplo los depósitos, los SIALP están exentos de tributación, siempre que se cumplan una serie de condiciones.

Para el caso en el que el inversor mantenga el SIALP al menos cinco años y las aportaciones anuales sean inferiores o iguales a 5000€, “los rendimientos de capital mobiliario obtenidos con la inversión del capital de supervivencia o el ejercicio del derecho de rescate con posterioridad al quinto año, no estarán sujetos a retención a cuenta del IRPF, ni tributarán como rendimientos del capital mobiliario en el mismo”, Caser Seguros (2019).

Si se cancela antes de cinco años o las aportaciones anuales son superiores al límite de 5000€, entonces el inversor tiene que tributar por los rendimientos del capital mobiliario generados hasta el momento. Por tanto, en ese caso, no se

beneficia de ninguna ventaja fiscal, tal y como se establece en el artículo 7, apartado ñ de la Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas y de modificación parcial de las leyes de los Impuestos sobre Sociedades, sobre la Renta de no Residentes y sobre el Patrimonio.

En caso de fallecimiento del tomador, el capital correspondiente al beneficiario estará sujeto únicamente al Impuesto de Sucesiones y Donaciones, que deberán abonar los herederos, tal y como se establece el artículo 8 de la Ley 29/1987, de 18 de diciembre, del Impuesto sobre Sucesiones y Donaciones. Por tanto, tampoco disfrutará de ninguna ventaja fiscal.

#### **4. LA RENTABILIDAD FINANCIERA DE LOS SEGUROS INDIVIDUALES DE AHORRO A LARGO PLAZO**

Para poder comparar diferentes productos financieros entre sí, o incluso el mismo producto, pero con diferentes características, es necesario calcular su rentabilidad anual efectiva. Además, si los productos incluyen algún tipo de ventaja fiscal, como es el caso particular de los SIALP, es interesante obtener también la rentabilidad neta después de impuestos.

El SIALP es un producto de ahorro peculiar ya que se fundamenta en un contrato de seguro. Por tanto, para su valoración sería necesario el uso de la matemática actuarial. Sin embargo, en este trabajo únicamente se analiza la rentabilidad financiera una vez finalizada la inversión y sin tener en cuenta dicho seguro. Por tanto, en esta sección se plantea cómo obtener la ecuación de la rentabilidad anual efectiva al vencimiento del SIALP, utilizando las herramientas de la matemática financiera clásica. Para su cálculo se debe utilizar la ley de capitalización compuesta ya que se trata de una operación a largo plazo.

En toda operación financiera se ha de verificar que las prestaciones y las contraprestaciones son equivalentes. Por un lado, la prestación estará formada por las primas satisfechas por el tomador,  $P_j$ . Por otro lado, la contraprestación

es única y estará formada por el fondo acumulado,  $FA$ , el cual se define como la totalidad de las primas satisfechas revalorizadas al tipo de interés técnico aplicable en cada momento, de acuerdo con Seguros Santalucia (2019). El tipo de interés técnico  $i_j$ , es el tipo de interés al que la sociedad gestora reinvierte las primas y se obtiene como la suma del tipo de interés que garantiza el banco al comienzo del periodo  $b_j$ , más el diferencial de rentabilidad entre lo garantizado por la compañía y lo realmente obtenido  $d_j$  y menos el coste del seguro en caso de fallecimiento  $c_j$ , es decir,

$$i_j = b_j + d_j - c_j, \quad j = 0, 1, \dots, n - 1.$$

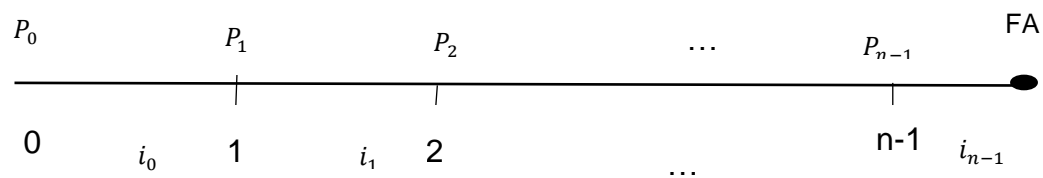


Figura 4.1 Esquema de prestaciones periódicas y contraprestación de un SIALP.

Fuente: Elaboración propia.

La Figura 4.1 muestra un esquema de las prestaciones y contraprestaciones de un SIALP que vence en  $n$  con primas periódicas  $P_0, P_1, \dots, P_{n-1}$ , siendo  $i_0, i_1, \dots, i_{n-1}$  el tipo de interés técnico de cada periodo y  $FA$  la contraprestación obtenida al final de la operación.

Para el cálculo del fondo acumulado, se utiliza la ley de capitalización compuesta. Por tanto, se capitaliza al momento de vencimiento  $n$  las primas pagadas por el tomador utilizando el correspondiente interés técnico de cada periodo.

$$\begin{aligned}
FA &= P_0(1 + i_0)(1 + i_1)(1 + i_2) \dots (1 + i_{n-1}) \\
&+ P_1(1 + i_1)(1 + i_2) \dots (1 + i_{n-1}) + \\
&\dots \\
&+ P_{n-1}(1 + i_{n-1}).
\end{aligned}$$

Así, el fondo acumulado se puede expresar como:

$$FA = \sum_{k=0}^{n-1} P_k \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j). \quad (1)$$

A continuación, mostramos cómo obtener la ecuación de la rentabilidad de un SIALP en función de cómo se pagan las primas.

#### 4.1. Rentabilidad con primas anuales

Para obtener la ecuación de la rentabilidad de un SIALP, igualamos el valor final de las prestaciones y de las contraprestaciones, en el momento de su vencimiento.

Por tanto, la ecuación de la rentabilidad anual efectiva del inversor con un esquema de aportaciones como el recogido en la Figura 4.1 viene determinado por la siguiente expresión

$$FA = P_0(1 + r)^n + P_1(1 + r)^{n-1} + \dots + P_{n-1}(1 + r), \quad (2)$$

donde  $r$  es la rentabilidad anual efectiva obtenida por inversor.

Si sustituimos el fondo acumulado (1) en (2) obtenemos:

$$\sum_{k=0}^{n-1} P_k \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j) = P_0(1 + r)^n + P_1(1 + r)^{n-1} + \dots + P_{n-1}(1 + r). \quad (3)$$



Como hemos comentado anteriormente, cuando el inversor mantiene el SIALP durante al menos cinco años y las aportaciones son inferiores a 5000€, los rendimientos obtenidos no están sujetos a retención a cuenta del IRPF, ni deben tributar posteriormente. Por tanto, la rentabilidad neta después de impuestos coincidirá con la rentabilidad anual efectiva obtenida en (3).

Sin embargo, si el SIALP se cancela antes de cinco años la rentabilidad neta después de impuestos no coincide con la rentabilidad anual efectiva, ya que los rendimientos obtenidos están sujetos a retención a cuenta del IRPF<sup>1</sup>. Suponiendo que el SIALP se cancela al final del año  $n$  ( $n < 5$ ), a partir de (2) y restando la retención a cuenta del IRPF de los rendimientos obtenidos,

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{n-1} P_k \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j) - \left( \sum_{k=0}^{n-1} P_k \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j) - \sum_{k=0}^{n-1} P_k \right) t_{IRPF} \\ & = P_0(1 + r')^n + P_1(1 + r')^{n-1} + \dots + P_{n-1}(1 + r'), \end{aligned}$$

siendo  $t_{IRPF}$  el tipo de retención a cuenta del IRPF.

Agrupando los términos:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{n-1} P_k \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j)(1 - t_{IRPF}) + t_{IRPF} \sum_{k=0}^{n-1} P_k \\ & = P_0(1 + r')^n + P_1(1 + r')^{n-1} + \dots + P_{n-1}(1 + r'), \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $r'$  es la rentabilidad neta después de impuestos.

---

<sup>1</sup> Los rendimientos obtenidos también forman parte de la Base Imponible del Ahorro, luego tributan a un tipo impositivo establecido en función de los rendimientos del capital mobiliario obtenidos. Sin embargo, si estos rendimientos son inferiores a una cuantía mínima establecida (actualmente 6000€), el tipo impositivo coincide con el tipo de retención a cuenta del IRPF (actualmente de 19%) tal y como se establece en el artículo 66 de la Ley 35/2006, de 28 de noviembre del Impuesto de la Renta de las Personas Físicas y modificaciones posteriores a dicha ley. En este trabajo supondremos siempre que el tipo impositivo coincide con el tipo de retención a cuenta del IRPF.

En el caso en el que las primas pagadas sean constantes, el fondo acumulado se obtiene considerando  $P_j=P, j=0,1,\dots,n-1$  en (1):

$$FA = P \sum_{k=0}^{n-1} \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j). \quad (5)$$

La ecuación de la rentabilidad anual efectiva del inversor se obtiene sustituyendo  $P_j=P, j=0,1,\dots, n-1$  y el fondo acumulado (5) en (2).

$$P \sum_{k=0}^{n-1} \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j) = P(1 + r)^n + P(1 + r)^{n-1} + \dots + P(1 + r), \quad (6)$$

donde  $r$  es la rentabilidad anual efectiva.

Al ser las primas constantes, tal y como establece Miner (2008), se puede expresar (6) de forma más sencilla

$$\sum_{k=0}^{n-1} \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j) = \ddot{s}_{\overline{n}|r}. \quad (7)$$

Así, en el caso particular de que las primas son constantes, se observa que la rentabilidad efectiva de la operación no depende de la prima constante pagada, únicamente afectará al fondo acumulado.

En el caso de que el SIALP se cancele al final del año  $n$ , con  $n < 5$ , los rendimientos obtenidos estarán sujetos a retención a cuenta del IRPF, por lo que la rentabilidad neta después de impuestos,  $r'$ , se calcula de forma análoga a como se realiza en (4), pero considerando las primas constantes.

$$\sum_{k=0}^{n-1} \prod_{j=k}^{n-1} (1 + i_j) (1 - t_{IRPF}) + n t_{IRPF} = \ddot{s}_{\overline{n}|r'}$$

donde  $t_{IRPF}$  es el tipo de retención a cuenta del IRPF en el momento de la cancelación anticipada del SIALP y  $n$  un número entero de años menor que cinco.

#### 4.2. Rentabilidad con primas periódicas con periodicidad inferior al año

Cuando el pago de las primas se realiza con periodicidad inferior al año, para obtener la ecuación de rentabilidad de los SIALP, se sigue el mismo procedimiento que en la sección anterior, aunque las ecuaciones de rentabilidad (2) y (4) no van a coincidir.

La Figura 4.2 muestra un esquema de las prestaciones y la contraprestación de un SIALP cuando las aportaciones se realizan con una periodicidad inferior al año.

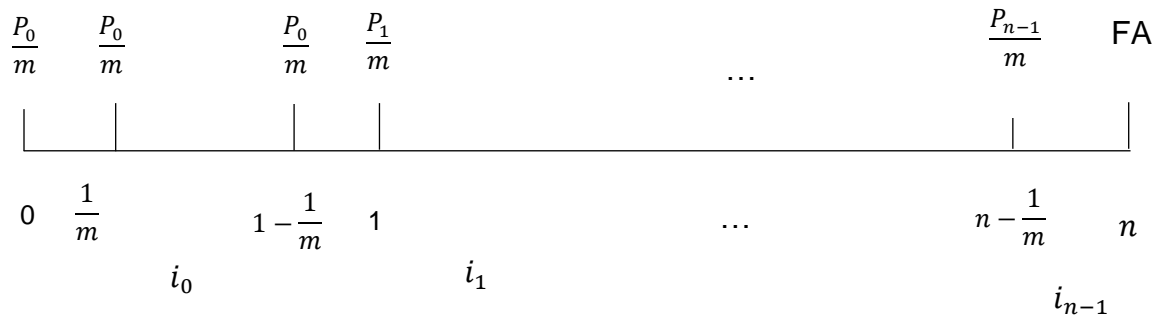


Figura 4.2 Esquema de prestaciones con periodicidad inferior al año y contraprestación de un SIALP.

Fuente: Elaboración propia.

Se observa, en la Figura 4.2, que a lo largo de cada año el tipo de interés y la prima son constantes. Por tanto, el valor al final de cada año de las primas pagadas dicho año se obtiene de la siguiente forma:

$$Vf_j = P_j \ddot{s}_{1|i_j}^{(m)},$$

donde  $P_j$  es la prima total que se paga a lo largo del año  $j$ ,  $i_j$  el tipo de interés técnico que proporciona el SIALP a lo largo del año con  $j = 0, 1, \dots, n - 1$  y  $m$  el número de pagos periódicos que se realizan cada año.

Si se capitalizan todas las primas pagadas al instante del vencimiento del SIALP, se obtiene el fondo acumulado:

$$\begin{aligned}
FA &= P_0 \ddot{s}_{\overline{1}|i_0}^{(m)} (1 + i_1) \dots (1 + i_{n-1}) \\
&+ P_1 \ddot{s}_{\overline{1}|i_1}^{(m)} (1 + i_2) \dots (1 + i_{n-1}) + \\
&\dots \\
&+ P_{n-1} \ddot{s}_{\overline{1}|i_{n-1}}^{(m)} \\
&= \sum_{j=0}^{n-1} P_j \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h). \quad (8)
\end{aligned}$$

Si se iguala el fondo acumulado en (8) al valor final de las primas pagadas, se obtiene la ecuación de la rentabilidad anual efectiva:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=0}^{n-1} P_j \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h) &= \frac{P_1}{m} (1 + r)^n + \frac{P_1}{m} (1 + r)^{n - \frac{1}{m}} + \dots + \frac{P_1}{m} (1 + r)^{\frac{1}{m}} \\
&+ \frac{P_2}{m} (1 + r)^{n-1} + \\
&\dots \\
&+ \frac{P_n}{m} (1 + r) + \dots + \frac{P_n}{m} (1 + r)^{\frac{1}{m}}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Si expresamos (9) en función de rentas anuales fraccionadas, véase De Pablo López (1998), se obtiene

$$\sum_{j=0}^{n-1} P_j \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h) = P_0 \ddot{s}_{\overline{1}|r}^{(m)} u^{n-1} + P_1 \ddot{s}_{\overline{1}|r}^{(m)} u^{n-2} + \dots + P_{n-1} \ddot{s}_{\overline{1}|r}^{(m)},$$

donde  $r$  es la rentabilidad anual efectiva y  $u=(1+r)$ , es el factor de capitalización.

Finalmente agrupando los términos:

$$\sum_{j=0}^{n-1} P_j \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h) = \ddot{s}_{\overline{1}|r}^{(m)} \sum_{k=0}^{n-1} P_k u^{n-(k+1)}. \quad (10)$$

Como se ha mencionado en apartados anteriores, si el SIALP se mantiene durante al menos cinco años la rentabilidad neta después de impuestos coincide con la rentabilidad anual efectiva.

Sin embargo, si el SIALP se cancela al final del año  $n$ , con  $n < 5$ , entonces está sujeto a la retención a cuenta del IRPF. Y la ecuación de la rentabilidad neta será la siguiente:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{n-1} P_j \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h) - \left( \sum_{j=0}^{n-1} P_j \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h) - \sum_{k=0}^{n-1} P_k \right) t_{IRPF} \\ & = P_0 \ddot{s}_{\overline{1}|r'}^{(m)} (1 + r')^{n-1} + P_1 \ddot{s}_{\overline{1}|r'}^{(m)} (1 + r')^{n-2} + \dots + P_{n-1} \ddot{s}_{\overline{1}|r'}^{(m)}, \end{aligned}$$

agrupando términos

$$(1 - t_{IRPF}) \sum_{j=0}^{n-1} P_j \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h) + t_{IRPF} \sum_{k=0}^{n-1} P_k = \ddot{s}_{\overline{1}|r'}^{(m)} \sum_{k=0}^{n-1} P_k (1 + r')^{n-(k+1)}. \quad (11)$$

Si se considera el caso particular en el que las son primas constantes, el fondo acumulado se obtiene sustituyendo  $P_j = P$ ,  $j=0, 1, \dots, n-1$ ; en (8)

$$\begin{aligned} FA &= \frac{P}{m} [(1 + i_0)(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3) \dots (1 + i_{n-1}) \\ &+ (1 + i_0)^{1 - \frac{1}{m}} (1 + i_1)(1 + i_2) \dots (1 + i_{n-1}) + \\ &\dots \\ &+ (1 + i_{n-1})^{\frac{1}{m}}] \\ &= P \sum_{j=0}^{n-1} \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h). \end{aligned}$$

De nuevo observamos que cuando las primas son constantes la ecuación de la rentabilidad anual efectiva y la de rentabilidad neta después de impuestos, no dependen de la cuantía de las primas pagadas cada año.

A continuación, sustituimos  $P_j = P, j=0, 1, \dots, n-1$ , en (10) y obtenemos la ecuación de la rentabilidad anual efectiva para este caso.

$$\sum_{j=0}^{n-1} \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h) = \ddot{s}_{\overline{n}|r}^{(m)}.$$

Si el SIALP se cancelase al final de los  $n$  años, con  $n < 5$ , estará sujeto a la retención a cuenta del IRPF, por lo que la rentabilidad neta  $r'$  se calcula sustituyendo  $P_j = P, j=0, 1, \dots, n-1$  en (11), obteniendo:

$$(1 - t_{IRPF}) \left( \sum_{j=0}^{n-1} \ddot{s}_{\overline{1}|i_j}^{(m)} \prod_{h=j+1}^{n-1} (1 + i_h) \right) + t_{IRPF} n = \ddot{s}_{\overline{n}|r'}^{(m)}.$$

## 5. MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Como se ha mencionado en secciones anteriores, el principal atractivo del SIALP es su ventaja fiscal. Esto hace que sea relevante el cálculo de la rentabilidad neta después de impuestos para poder compararlo con otros productos.

Para poder obtener dicha rentabilidad es necesario resolver las ecuaciones planteadas en la Sección 4. Estas ecuaciones son no lineales, y para su resolución debemos recurrir a métodos numéricos. Con los métodos numéricos obtenemos valores aproximados de la rentabilidad, con la mayor precisión posible. El método más eficiente para la resolución de este tipo de ecuaciones es el Método de Newton-Raphson.

El Método de Newton-Raphson es un método iterativo para obtener aproximaciones numéricas a las raíces de las ecuaciones no lineales, como las obtenidas en la Sección 4. Los métodos iterativos se basan en el cálculo de una sucesión de aproximaciones (iterantes) a la que se desea que converja a la solución exacta.

Para un buen funcionamiento del método, se requiere que la función del problema verifique ciertas condiciones de continuidad que garanticen la convergencia a la solución. A partir de este resultado se puede crear una sucesión de términos que converjan a la raíz que hace cero la función lo más rápido posible, ver Mathews (2000).

En primer lugar, se introducirá gráficamente, y posteriormente se establecerá la explicación matemática de este método, basada en el teorema que garantiza su convergencia.

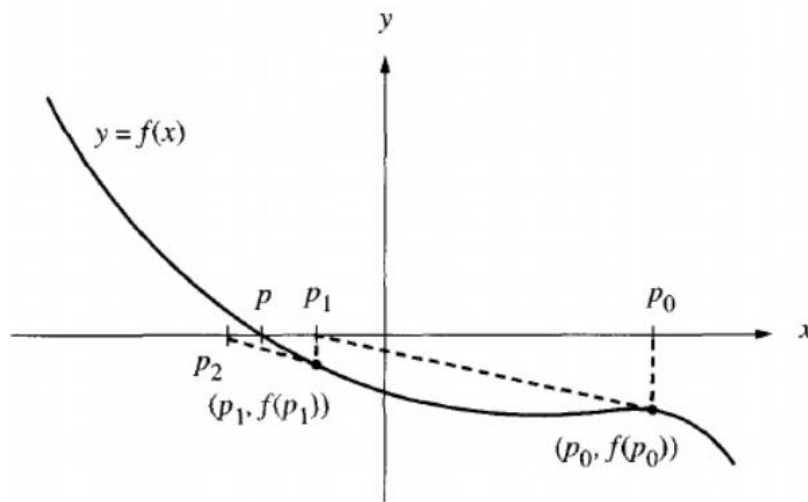


Figura 5.1 Construcción geométrica de iterantes con en el método de Newton-Raphson.

Fuente: Método de Newton Raphson (H.Mathews,2000).

En este método se trata de llegar al valor  $p$  que se muestra en la Figura 5.1, raíz que hace cero la función, es decir, al punto de corte de la función  $y=f(x)$  y el eje de abscisas,  $(p,0)$ .

Inicialmente, tomamos un valor cualquiera, en el caso de la Figura 5.1 el valor inicial tomado es  $p_0$ . En este punto se traza la tangente a la función  $f(x)$  en el punto  $(p_0, f(p_0))$ . El punto donde esta tangente corta al eje de abscisas representa una primera aproximación a la raíz,  $p_1$ , es decir, el punto de corte entre el eje de abscisas y la recta tangente a  $f(x)$  en el punto  $(p_0, f(p_0))$ . Esta es

la primera iteración. De esta manera observamos que  $p_1$  está más cerca de  $p$  que  $p_0$ . Para realizar la siguiente iteración partiendo de  $p_1$ , se traza una recta tangente a  $f(x)$  en el punto  $(p_1, f(p_1))$  y el punto donde corta esta tangente con el eje de abscisas es  $p_2$ . Este proceso se repetirá hasta llegar a un error que consideremos lo suficientemente pequeño para tomar ese punto como buena aproximación a la solución buscada.

Matemáticamente podemos encontrar una ecuación que relaciona los puntos  $p_1$  y  $p_0$ . La ecuación que los relaciona es la ecuación de la recta tangente, a la que se le impone que corte al eje de abscisas. La pendiente de dicha recta se puede calcular a partir de dos puntos que contenga,  $(p_1, 0)$  y  $(p_0, f(p_0))$ , como

$$m = \frac{0 - f(p_0)}{p_1 - p_0}. \quad (12)$$

Por otro lado, debe coincidir con la primera derivada en  $p_0$ , es decir,

$$m = f'(p_0). \quad (13)$$

Igualando ambas expresiones (12) y (13), se obtiene la relación

$$f'(p_0) = \frac{0 - f(p_0)}{p_1 - p_0}. \quad (14)$$

Si se despeja  $p_1$  de (14), que es la primera iteración que nos interesa obtener, llegamos a la igualdad

$$p_1 = p_0 - \frac{f(p_0)}{f'(p_0)}.$$

Este proceso debe repetirse hasta obtener una sucesión  $\{p_k\}_{k=0}^n$  cuyo último itinerante  $p_n$  verifique que  $f(p_n)$  sea muy cercano a cero. Es decir, la iteración se detiene cuando los iterantes se acerquen a la raíz buscada tanto como deseamos.



A continuación, se enuncia un resultado que garantiza la convergencia del método bajo ciertas hipótesis sobre la función que describe la ecuación no lineal, ver Mathews (2000)

### **Teorema de Newton-Raphson**

*“Supongamos que la función  $f \in C^2[a, b]$  y que existe un número  $p \in [a, b]$  tal que  $f(p)=0$ . Si  $f'(p) \neq 0$ , entonces existe  $\epsilon > 0$  tal que la sucesión  $\{p_k\}_{k=0}^{\infty}$  definida por el proceso iterativo*

$$p_k = p_{k-1} - \frac{f(p_{k-1})}{f'(p_{k-1})}$$

*converge a  $p$  cualquiera que sea la aproximación inicial  $p_0 \in [p - \epsilon, p + \epsilon]$ ”*

Nos encontramos con que este método presenta una serie de requisitos que hay que tener en cuenta en su aplicación.

- Es necesario un estudio previo de la función, para conocer de la misma si tiene solución posible o si tiene varias soluciones. También para no tomar una aproximación inicial muy lejana del resultado, ya que de no ser así podría converger a otro resultado.
- Se debe establecer el intervalo de error que se quiere cometer, ya que mediante este método no se llega a una solución exacta.
- Debe establecerse el número de iteraciones, de manera que cuando el error sea lo suficientemente pequeño se pare el algoritmo.

La principal ventaja es que se caracteriza por ser uno de los métodos que más rápido converge al resultado, esto se mide con el orden de convergencia, que es la velocidad de convergencia de un proceso.

A continuación, se aplicará el método de Newton-Raphson con un ejemplo con la función que se representa en la Figura 5.2, ver Mathews (2000)

$$f(x) = x^3 - x - 1.$$

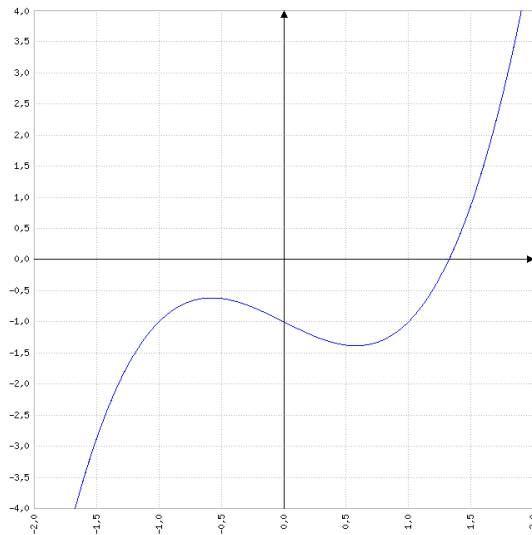


Figura 5.2 Representación gráfica de  $f(x) = x^3 - x - 1$ .

Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, se calcula la primera derivada de  $f$ , necesaria para la aplicación del método,

$$f'(x) = 3x^2 - 1.$$

A continuación, se considera un valor inicial del que partir. En este caso, se considera 1 para realizar la primera iteración, por tanto,  $x_0 = 1$ .

Se sustituye  $x_0$  en la fórmula del método de Newton-Raphson, obteniendo como siguiente iterante

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 1.5.$$

Las siguientes iteraciones serían

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1.5 - \frac{f(1.5)}{f'(1.5)} = 1.3478,$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1.3478 - \frac{f(1.34782)}{f'(1.34782)} = 1.3252,$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1.3252 - \frac{f(1.3252)}{f'(1.3252)} = 1.3247,$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = 1.3247 - \frac{f(1.3247)}{f'(1.3247)} = 1.3247.$$

Se puede observar que el valor que toma  $x_4$  y  $x_5$  es el mismo, por lo que podríamos decir que 1.3247 es una buena aproximación a la raíz de  $f(x)=0$ .

## 6. APLICACIÓN

En esta sección se calcula la rentabilidad neta después de impuestos de un SIALP y se analiza cómo responde dicha rentabilidad ante cambios en las variables que la afectan. Posteriormente, se compara la rentabilidad neta después de impuestos de un SIALP con la de otros productos semejantes, pero con diferentes ventajas fiscales. Para ello, en primer lugar, hay que resolver las ecuaciones de rentabilidad de la Sección 4. Como se ha mencionado en la sección anterior se trata de ecuaciones no lineales y por ello se utiliza el método de Newton-Raphson, explicado en la Sección 5.

Para la resolución de dichas ecuaciones, se programa el Método de Newton-Raphson en el software Matlab. En primer lugar, se elabora un programa principal que contiene el método, y este llama a una función que contenga la ecuación no lineal que se quiera resolver. En este caso la función va a ser alguna de las ecuaciones planteadas en la Sección 4 y analizamos los resultados obtenidos.

Para realizar este estudio, se ha escogido un SIALP con las siguientes características: primas anuales constantes y unitarias durante cinco años, con el tipo de interés, el coste del seguro y el diferencial recogidos en la Tabla 6.1,

obteniendo a partir de estos el tipo de interés técnico ( $i_j = b_j + d_j - c_j$ , siendo  $j = 0, 1, \dots, n - 1$ ).

Primas anuales prepagables	1 u.m
Interés que garantiza el banco en cada año	$b_0 = 2\%$ $b_1 = 2.5\%$ $b_2 = 2.5\%$ $b_3 = 2.56\%$ $b_4 = 2.3\%$
Coste del seguro en cada año	$c_0 = 0.1\%$ $c_1 = 0.11\%$ $c_2 = 0.12\%$ $c_3 = 0.13\%$ $c_4 = 0.14\%$
Diferencial de rentabilidad en cada año	$d_0 = 0.13\%$ $d_1 = 0.25\%$ $d_2 = 0.01\%$ $d_3 = 0.1\%$ $d_4 = 0.16\%$
Tipo de interés técnico en cada año	$i_0 = 2.03\%$ $i_1 = 2.64\%$ $i_2 = 2.39\%$ $i_3 = 2.53\%$ $i_4 = 2.32\%$
Duración	5 años

Tabla 6.1 Características de un SIALP.

Fuente: Elaboración propia.

Fondo Acumulado	5.3749 u.m
Rentabilidad	2.42%

Tabla 6.2 Fondo acumulado y rentabilidad anual efectiva del SIALP de la Tabla 6.1.

Fuente: Elaboración propia.

Para este SIALP se obtiene una rentabilidad anual efectiva del 2.42%. El fondo acumulado, que se calcula utilizando (4), es de 5.38 unidades monetarias (ver

Tabla 6.2). En este caso la rentabilidad anual efectiva y la rentabilidad neta después de impuestos coincide ya que las primas anuales son inferiores a 5000€ y se mantiene la inversión cinco años.

En todos los experimentos realizados a partir de aquí, se utiliza el programa elaborado con Matlab, las funciones a las que el programa principal va a llamar son la ecuación (7) y su derivada, para calcular la rentabilidad neta después de impuestos aproximada.

A continuación, se analiza cómo se comporta la rentabilidad anual efectiva del SIALP descrito en la Tabla 6.1 ante cambios en las diferentes variables de las que depende.

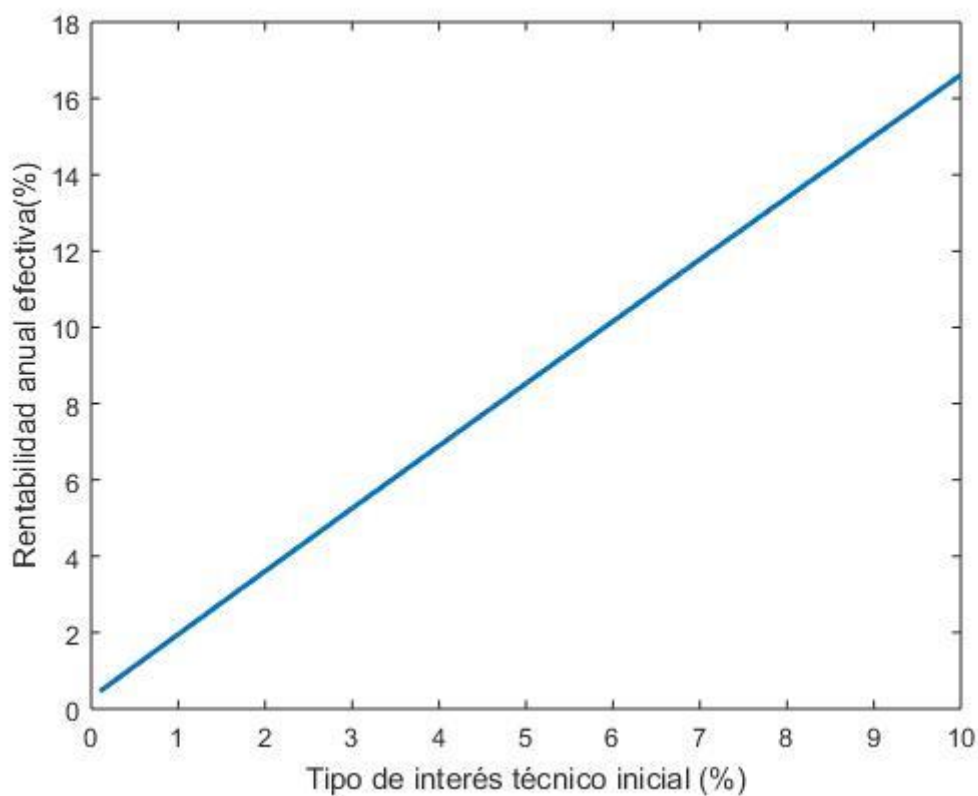


Figura 6.1 Curva de rentabilidad anual efectiva frente a variaciones en el tipo de interés técnico inicial.

Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, analizamos en la Figura 6.1, cómo responde la rentabilidad ante variaciones en el tipo de interés técnico. En el eje de abscisas se representa el tipo de interés técnico del primer año (entre el 0.1% y el 10%) y este se incrementa un 20% cada año, a lo largo de los cinco años de inversión. En el eje de ordenadas se representa la rentabilidad obtenida en cada caso. El resto de las variables mantienen la descripción de la Tabla 6.1.

En la Figura 6.1 se observa que existe una relación directa entre las variables, es decir, a mayor tipo de interés técnico inicial mayor rentabilidad anual efectiva. En la actualidad, los tipos de interés de los SIALP adoptan un valor cercano al 0.3%. En este caso la rentabilidad obtenida, con este tipo de interés el primer periodo y creciendo un 20% por cada año de inversión, es del 0.7911%.

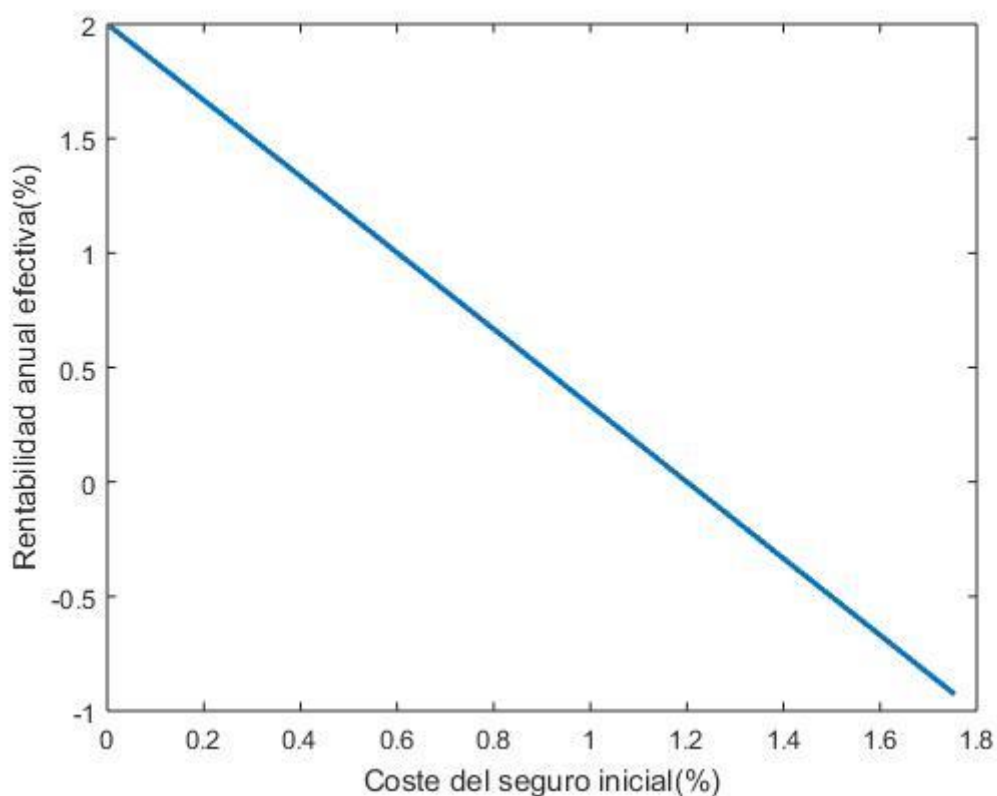


Figura 6.2 Curva de rentabilidad anual efectiva frente a variaciones en el coste del seguro inicial.

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 6.2 mostramos cómo varía la rentabilidad, ante cambios en el coste del seguro de fallecimiento del inversor que incluye un SIALP. En el eje de abscisas se muestra el coste del seguro para el inversor en el momento de contratación (entre el 0.1% y el 1.75%), y en el eje de ordenadas la rentabilidad. En este caso, suponemos que el coste del seguro se incrementa cada año un 20% durante los cinco años que se mantiene el SIALP. El tipo de interés que garantiza el banco y el diferencial de rentabilidad considerados son los mostrados en la Tabla 6.1.

Se observa que existe una relación inversa entre el coste del seguro y la rentabilidad, es decir, a mayor coste del seguro menor rentabilidad obtendrá el inversor. El coste del seguro no suele superar el 1% ya que, en la mayoría de los casos, siendo así el interés técnico es negativo y por tanto también la rentabilidad, como se observa en la figura. En nuestro caso cuando el coste del seguro del primer año supera el 1.5%, entonces la rentabilidad comienza a ser negativa.

A continuación, en la Figura 6.3 se representa el fondo acumulado (véase (2)), que obtiene el inversor del SIALP descrito en la Tabla 6.1 en función del crecimiento de las primas, siendo la primera prima unitaria.

Se considera que las primas, en vez de ser constantes, se incrementan un 20% cada año durante los cinco años de la inversión. En el eje de abscisas se representa el porcentaje de crecimiento (entre el 0% y el 50%) de la primera prima, suponiendo la primera prima como unitaria, y en el eje de ordenadas el fondo acumulado obtenido de dicha prima. En este caso la función a la que llama el programa principal que se ha elaborado en Matlab, es la ecuación (3). Nos encontramos con que la rentabilidad anual efectiva y la rentabilidad neta después de impuestos coincide, ya que las primas son inferiores a 5000€. La prima máxima pagada el primer periodo representada en nuestra figura es 1.5€.

Se observa además, una relación directa entre dichas variables. A mayor crecimiento de las primas, es decir, a mayor prima, mayor será el fondo acumulado. También se observa una forma convexa de esta figura, esto nos

indica que el fondo acumulado crece cada vez a mayor ritmo a medida que se incrementa el crecimiento anual de la primera prima.

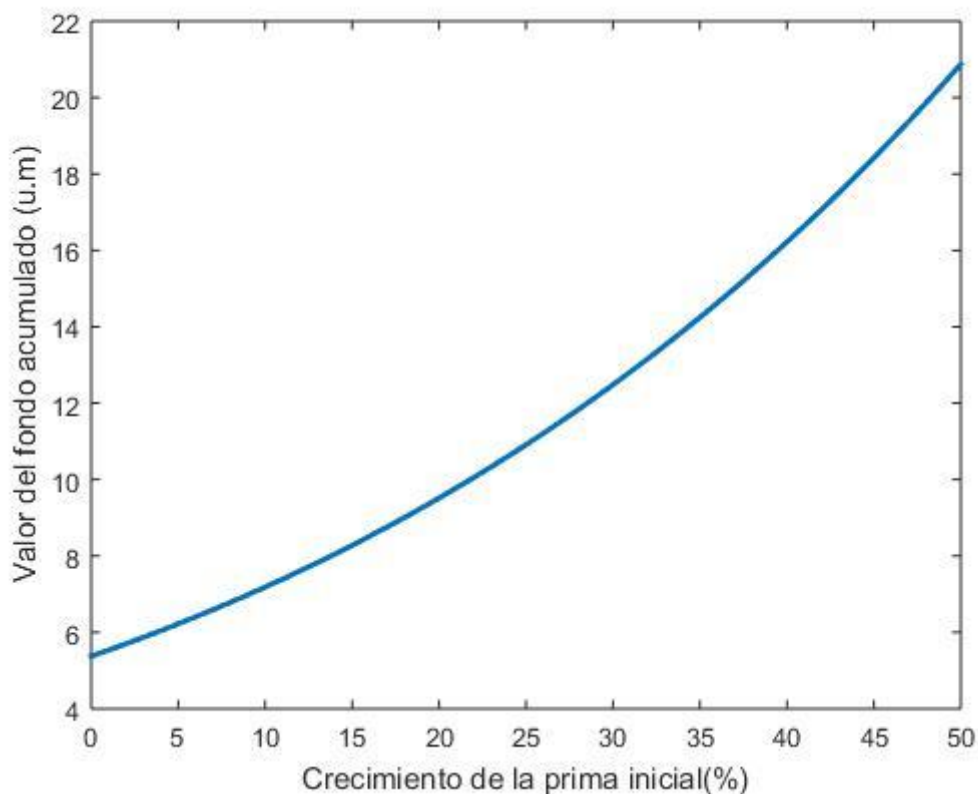


Figura 6.3 Curva del fondo acumulado frente al crecimiento de la prima inicial.

Fuente: Elaboración propia.

Para concluir, resulta interesante comparar la rentabilidad neta de un SIALP con la de otros productos semejantes, pero que carecen de ventajas fiscales (por ejemplo, un depósito) o que son diferentes (por ejemplo, un fondo de inversión).

Utilizando la información del SIALP inicial en la Tabla 6.1, se supone que el fondo de inversión y el depósito tienen características similares que se muestran en la Tabla 6.3.

La principal diferencia que existe entre estos productos financieros es su forma de tributación. Como se ha establecido en secciones anteriores el SIALP estará exento de tributación, siempre que se mantenga al menos 5 años. Por otro lado, el depósito estará sujeto a retención a cuenta del IRPF al final de cada año,



cuando se reciben los intereses. Por tanto, este hecho se debe tener en cuenta al calcular el fondo acumulado y la rentabilidad neta después de impuestos.

Sin embargo, los rendimientos de un fondo de inversión están exentos de tributación hasta que su cancelación total se hace efectiva. Por tanto, se supone que al vencimiento los rendimientos obtenidos están sujetos a retención a cuenta del IRPF. En este caso, se pueden utilizar las mismas expresiones que en el SIALP para el cálculo del fondo acumulado (2) y para la rentabilidad neta después de impuestos, cuando el SIALP perdía las ventajas fiscales (5).

La tributación de los depósitos y fondos de inversión queda recogida en el artículo 35 de la Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas y de modificación parcial de las leyes de los Impuestos sobre Sociedades, sobre la Renta de no Residentes y sobre el Patrimonio.

<b>Producto</b>	<b>Tipo de interés técnico</b>	<b>Fondo acumulado (después de impuestos)</b>	<b>Rentabilidad neta</b>
<b>Depósito</b>	$i_0 = 2.03\%$ $i_1 = 2.64\%$ $i_2 = 2.39\%$ $i_3 = 2.53\%$ $i_4 = 2.32\%$	4.3018 u.m	1.96%
<b>Fondo de inversión</b>	$i_0 = 2.03\%$ $i_1 = 2.64\%$ $i_2 = 2.39\%$ $i_3 = 2.53\%$ $i_4 = 2.32\%$	4.3536 u.m	1.97%

Tabla 6.3 Datos depósito y fondo de inversión.

Fuente: Elaboración propia.

Si se compara la Tabla 6.2 y la Tabla 6.3, se observa que el SIALP es el que ofrece mayor fondo acumulado y mayor rentabilidad neta después de impuestos. Por tanto, observamos que las ventajas fiscales del SIALP proporcionan un producto con mayor atractivo a los pequeños ahorradores. Si además se tiene en cuenta que el SIALP lleva incluido un seguro combinado, su atractivo es aún mayor.

A continuación, en la Figura 6.4 estudiamos el comportamiento de la rentabilidad del SIALP, del fondo de inversión y del depósito para diferentes tipos de interés iniciales, suponiendo que se incrementan un 20% cada año durante el periodo de inversión.

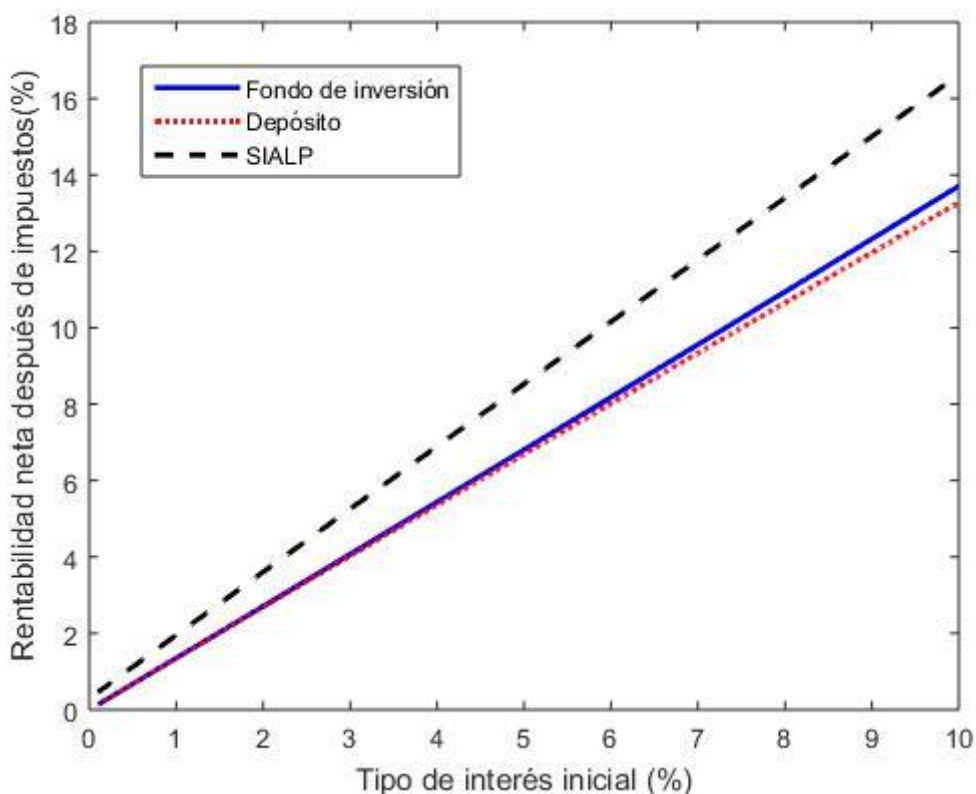


Figura 6.4 Curvas de rentabilidad de SIALP, fondo de inversión y depósito.

Fuente: Elaboración propia.

En el eje de abscisas se representa el tipo de interés del primer año (entre el 0.1% y el 10%) y en el eje de ordenadas la rentabilidad neta obtenida por cada producto.

En esta figura se observa una relación creciente entre el tipo de interés inicial y la rentabilidad neta después de impuestos, es decir, a mayor tipo de interés, mayor rentabilidad. Es relevante que el producto que mayor rentabilidad proporciona es el SIALP y esta diferencia se acentúa conforme aumenta el tipo de interés del primer periodo. La diferencia entre el fondo de inversión y el depósito no es muy pronunciada, aunque sí se puede apreciar que el fondo de inversión ofrece mayor rentabilidad. Esta diferencia también se acentúa conforme aumenta el tipo de interés del primer periodo. Por lo que el producto menos rentable de los tres representados en la Figura 6.4 es el depósito, ya que carece de ventajas fiscales.

En la actualidad, los tipos de interés no presentan valores tan altos como los representados en la Figura 6.4. Actualmente se encuentran en torno al 0.5%, pero se utilizan en esta figura para ilustrar la diferencia de rentabilidad en valores más altos. Por ejemplo, en el caso en el que el tipo de interés de cada uno de los productos es del 0.5%, la rentabilidad neta después de impuestos del depósito es del 0.5674%, la del fondo de inversión es del 0.6756% y la del SIALP de 1.124%. Por lo que, la diferencia en la rentabilidad neta después de impuestos entre el fondo de inversión y el depósito es del 0.1082%, mientras que la diferencia entre el depósito y el SIALP es de 0.5566%, una diferencia muy significativa esta última.

## **7. CONCLUSIONES**

Los PALP son productos financieros que se instrumentan como SIALP o CIALP, dependiendo de si los que los emiten son entidades financieras o entidades de crédito, respectivamente. El principal atractivo de estos productos es su ventaja fiscal, ya que estarán exentos de tributación siempre que la inversión se mantenga durante al menos cinco años y las aportaciones no superen los 5000€ anuales.

Concretamente, este trabajo se centra en el estudio de los SIALP, los cuales llevan asociado un seguro combinado que cubre contingencias de fallecimiento o supervivencia. Esto hace que los SIALP sean un producto muy atractivo para los inversores, sobre todo para aquellos adversos al riesgo que buscan productos de inversión “seguros”, ya que según la legislación se garantiza al inversor el 85% del capital invertido y además lleva aparejado un seguro de vida, que garantiza al menos el fondo acumulado, en caso de fallecimiento del tomador. Pero la principal característica que hace este producto atractivo es que los rendimientos procedentes de las aportaciones estarán exentos de tributar como rendimientos del capital mobiliario en el IRPF, este hecho incrementa de manera notable la rentabilidad neta después de impuestos que obtiene el inversor.

Para el cálculo de la rentabilidad de este producto, es necesario resolver ecuaciones no lineales y, por tanto, es necesario utilizar un método numérico que nos proporcione una aproximación a la rentabilidad. Concretamente se ha utilizado el método de Newton-Raphson, por ser este el que más rápido converge al resultado, se ha programado este método en Matlab, con él llegamos a un resultado de la rentabilidad anual efectiva o de la rentabilidad neta después de impuestos aproximada.

En este trabajo se ha analizado cómo la rentabilidad anual efectiva se ve afectada ante variaciones de: el tipo de interés técnico, cuya relación es directa; el coste del seguro, cuya relación inversa; y las primas (si estas son constantes no afectan a la rentabilidad, pero sí al fondo acumulado, siendo la relación que se establece con el último creciente y cóncava).

Finalmente se ha comparado un SIALP con un depósito y un fondo de inversión, todos ellos con las mismas características, excepto las ventajas fiscales. El resultado ha sido que el SIALP ofrece mayor fondo acumulado y rentabilidad neta después de impuestos que los otros productos. Por tanto, no es de extrañar el éxito que están teniendo estos productos entre los pequeños inversores dado el ahorro fiscal que suponen y la mayor rentabilidad que ofrecen.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

CASER SEGUROS. (MARZO de 2019). CASER SEGUROS. Obtenido de <https://www.caser.es/documents/20182/1130793/nota-informativa-sialp-seguro-ahorro.pdf>. Consulta: 06/04/2019

De Pablo Lopez, A. (1998). *Valoración financiera*. Madrid: Centro de estudios Ramón Areces.

GRUPO ALLIANZ. (MARZO de 2019). ALLIANZ COMPAÑIA DE SEGUROS Y REASEGUROS. Obtenido de: <https://www.allianz.es/mediadores/glosario/>. Consulta: 14/05/2019

H.Mathews, J. (2000). *Métodos numericos con MATLAB*. Madrid: PRENTICE HALL.

ICEA. (2019). ICEA . Obtenido de <https://www.icea.es/es-ES/informacion-seguro/glosario>. Consulta: 14/05/2019

Ley 20/2015, de 14 de julio, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras. BOE número 168. Jefatura de Estado. Disponible <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2015-7897>. Consulta: 28/06/2019

Ley 26/2014, de 28 de noviembre, por la que se modifican la Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas, el texto refundido de la Ley del Impuesto sobre la Renta de no Residentes, aprobado por el Real Decreto Legislativo 5/2004, de 5 de marzo, y otras normas tributarias. BOE número 288, (páginas 51, 52 y 53). Jefatura del Estado. Disponible: [https://www.boe.es/diario\\_boe/txt.php?id=BOE-A-2014-12327](https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2014-12327)  
Consulta:16/05/2019

Ley 29/1987, de 18 de diciembre, del Impuesto sobre Sucesiones y Donaciones. BOE número 303, (paginas 5,6 y 7). Jefatura del Estado. Disponible:

<https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-1987-28141>. Consulta:  
20/06/2019

Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas y de modificación parcial de las leyes de los Impuestos sobre Sociedades, sobre la Renta de no Residentes y sobre el Patrimonio. BOE número 285, (páginas 30, 31 ,32 ,33 ,66 y 67). Jefatura de estado. Disponible <https://www.boe.es/eli/es/l/2006/11/28/35> Consulta: 26/06/2019

Ley 50/1980, de 8 de octubre, de Contrato de Seguro. BOE número 250. Jefatura de estado. Disponible: <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-1980-22501&p=20180612&tn=0>. Consulta: 23/05/2019

Miner, J. (2008). *Curso de matemática financiera*. Mc Graw Hill.

Seguros Santalucia. (Mayo de 2019). *Maxi Plan Ahorro 5 SIALP*. Obtenido de <https://www.santalucia.es/condiciones-generales-maxiplan-ahorro5.pdf>.  
Consulta: 25/05/2019

Zalba-Caldú Correduría de Seguros S.A. (Mayo de 2019). *Zalba-Caldú*. Obtenido de <https://www.zalba-caldu.com/2018/06/13/diferencia-entre-sialp-y-cialp/>.  
Consulta: 25/05/2019