



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería en Electrónica Industrial y Automática**

**Cicloergómetro háptico para el control del  
esfuerzo físico del usuario**

**Autor:**

**Lara Barriuso, César**

**Tutor:**

**Pérez Turiel, Javier**

**Departamento de Ingeniería de  
Sistemas y Automática**

**Valladolid, Julio de 2020.**



## Resumen

El presente trabajo está englobado en otro proyecto que abarca el diseño y construcción completa de un cicloergómetro háptico cuyo objetivo es ayudar a mantener al usuario en una franja establecida de pulsaciones por minuto.

En el trabajo correspondiente a este TFG se diseñará la parte del sistema que controla el esfuerzo del usuario, la actuación, sin entrar en la parte del control de las pulsaciones por minuto del usuario.

El sistema de actuación seleccionado se basa en el acoplamiento de un motor de corriente continua en el sistema de transmisión para crear un par resistente. Los objetivos del proyecto son la selección de los componentes que compondrán el sistema y su correspondiente comprobación mediante simulaciones para ver si están bien dimensionados. Las simulaciones del sistema se realizarán aproximando el sistema como un modelo de cuatro barras y un simulador de fuerza, implementado todo mediante un modelo en Simulink, que se ejecutará y exportará los resultados a través de un archivo Matlab. La versión utilizada de este software es la r2020a.



### **Palabras clave**

Sistema háptico, Modelado, Simulación, Actuadores, Estudio dinámico.



## Summary

The present work is englobed in a wider project which objective is designing and the complete construction of a static haptic cycloergometer whose objective is keeping the user in a defined range of pulsations per minute.

In the work corresponding to this TFG, the part of the system that controls the user's effort, the actuation, will be designed without entering the part of the control of the user's pulsations per minute.

The selected actuation system relies on the coupling of a DC motor in the transmission system to create resistant torque. The objectives of the project are the selection of the components that make up the system and their corresponding testing through simulations to see if they are well dimensioned. The simulations of the system will be carried as a four-bar model and a force simulator, implementing everything using a model in Simulink, which will run and export the results through a Matlab file. The used version of this software is r2020a.





### **Key words**

Haptic system, Modeling, Simulation, Actuators, Dynamic Study.



## Índice de contenido

1.	Introducción.....	1
1.1.	Descripción del problema y objetivos planteados .....	1
1.2.	Diagrama de bloques del sistema.....	3
1.3.	Descripción del sistema.....	4
2.	Estado del arte .....	7
2.1.	Estado del arte: bicicletas eléctricas y estáticas .....	7
2.1.1.	Historia de las bicicletas eléctricas .....	7
2.1.2.	Bicicletas eléctricas actuales .....	9
2.1.3.	Sistema con motor en el buje de la rueda .....	11
2.1.4.	Sistema con motor en el eje de pedaleo.....	13
2.1.5.	Actuadores en bicicletas estáticas .....	14
2.2.	Estado del arte: dispositivos hápticos .....	16
2.3.	Técnicas de rehabilitación y prevención cardiovascular .....	25
3.	Definiendo la aplicación. Requisitos del sistema .....	29
3.1.	Análisis de la interacción .....	30
3.2.	Análisis estructural de la bicicleta.....	31
3.2.1.	Carga estructural.....	35
3.2.2.	Parámetros de percepción .....	37
3.2.3.	Requisitos del sistema.....	42
4.	Diseño del sistema. Selección de componentes .....	43
4.1.	Bicicleta estática .....	44
4.1.1.	Cicloergómetro Monark 928E.....	44
4.1.2.	Bicicleta estática de segunda mano.....	46
4.1.3.	Justificación de la selección del prototipo .....	48
4.2.	Motor DC y reductora .....	49
4.3.	Controlador .....	52
5.	Modelado teórico del sistema .....	55
5.1.	Modelo matemático del motor DC .....	56
5.1.1.	Modelo de espacio de estados .....	59
5.2.	Sensor de par .....	60
5.3.	Dinámica del sistema.....	61

5.4.	Control háptico .....	67
5.5.	Cinemática del sistema .....	69
6.	Simulink. Implementación del modelo.....	77
6.1.	Modelo del motor de corriente continua .....	79
6.2.	Modelo de la transmisión de cadena.....	80
6.3.	Modelo de dinámica .....	85
6.4.	Modelo de fuerza .....	86
6.5.	Modelo del control de alimentación .....	88
7.	Resultados obtenidos.....	91
7.1.	Modificación del número de dientes del plato. ....	93
7.2.	Modificación de la ganancia que enmascara la dinámica de la bicicleta. ....	94
7.3.	Modificación de los parámetros del bloque que controla el torque deseado.....	96
7.4.	Ajuste de los parámetros.....	98
7.5.	Impedancia mecánica .....	100
8.	Conclusiones.....	103
9.	Líneas futuras .....	105
10.	Bibliografía .....	107

## Índice de figuras

Figura 1. Diagrama de bloques de las fases del desarrollo de un dispositivo háptico [1].....	2
Figura 2. Diagrama de interacción entre el usuario y la bicicleta .....	4
Figura 3. Primera bicicleta eléctrica patentada. [2] .....	7
Figura 4. Bicicleta tándem de dos baterías de Hosea Libbey [2] .....	8
Figura 5. Bicicleta eléctrica diseñada en 1920 .....	8
Figura 6. Bicicleta eléctrica de montaña con motor en el buje de la rueda delantera.....	10
Figura 7. Bicicleta eléctrica urbana plegable/ Bicicleta eléctrica de montaña .....	10
Figura 8. Bicicleta con motor en el buje de la rueda delantera.....	12
Figura 9. Solución integrada para transformar una bici convencional en eléctrica .....	12
Figura 10. Bicicleta eléctrica de montaña con motor en el eje del pedalier ...	13
Figura 11. Kit de transformación de bicicleta convencional a eléctrica con motor para eje de pedalier .....	14
Figura 12. Sistema de frenado de bicicleta estática por fricción .....	15
Figura 13. Freno magnético para bicicleta estática .....	15
Figura 14. Freno de rodillo para bicicleta convencional .....	16
Figura 15. Escenario de realidad virtual para la práctica de rehabilitación ....	18
Figura 16. Relación estímulo sonoro-mejora de cadencia.....	19
Figura 17 (a). Dispositivo MIT MANUS.	
Figura 17(b). Dispositivo Haptic Master.....	21
Figura 18 (a). CyberGrasp            Figura 18(b). Rutgers Master II .....	22
Figura 19(a). Lokomat            Figura 19(b). HapticWalker .....	22
Figura 20. Prototipo de simulador de movilidad con plataformas Rutgers Mega Ankle Stewart .....	24
Figura 21. Control de aplicación con robot Rutgers Ankle Stewart.....	25
Figura 22. Sistema de transmisión de bicicleta .....	29
Figura 23. Esquema de una interfaz háptica.....	29
Figura 24. Diagrama de bloques de tareas entre usuario y sistema háptico..	30
Figura 25. Medidas geométricas estándar de una bicicleta .....	32
Figura 26. Diagrama de fases de una revolución de pedaleo.....	32
Figura 27. Nomenclatura de ángulos estándar que forman las articulaciones durante el pedaleo .....	33
Figura 28. Fuerzas que soporta el eje del pedal y su nomenclatura [34] .....	35
Figura 29. Fuerzas que genera un ciclista profesional [11] .....	36
Figura 30. Representación de ángulos, fuerzas y momentos del sistema de manivela del pedal.....	37
Figura 31. Escala de esfuerzo [36].....	38

Figura 32. Variación de la impedancia mecánica en función de la cadencia de pedaleo.....	41
Figura 33. Cicloergómetro Monark 928 E .....	44
Figura 34. Sistema de actuación del cicloergómetro Monark 928 E .....	45
Figura 35. Sistema de transmisión del cicloergómetro Monark 928 E.....	46
Figura 36. Bicicleta estática de segunda mano .....	46
Figura 37. Sistema de transmisión de la bicicleta estática de segunda mano .....	47
Figura 38. Sistema de fijación de la posición del manillar de la bicicleta estática.....	48
Figura 39. Motor MAXON EC 90 flat. Referencia 607930. ....	49
Figura 40. Driver electrónico de control .....	49
Figura 41. Encoder Mile 512 - 6400 CPT .....	49
Figura 42. Reductora planetaria GP 52 C. Referencia 223083. ....	51
Figura 43. Placa para microcontrolador TMS 320 F2806x modelo LaunchXL - F28069M .....	52
Figura 44. Modelo simplificado de un motor DC.....	56
Figura 45. Descomposición de la fuerza realizada sobre el pedal .....	61
Figura 46. Ejes sobre los que se calculan los momentos de inercia de los cuerpos con masa .....	63
Figura 47. Aproximación de pedal mediante un prisma rectangular y el eje respecto del que se calcula el momento de inercia .....	64
Figura 48. Cilindro que representa la biela del pedal, junto con el eje respecto del que se calcula su inercia. ....	65
Figura 49. Disco que aproxima el plato del pedalier .....	65
Figura 50. Figura que explica los parámetros de las ruedas dentadas de la expresión (33).....	67
Figura 51. Modelo de dinámica rotacional con el que calculamos el par deseado.....	68
Figura 52. Funcionamiento rueda dentada con rodillos de cadena.....	70
Figura 53. Mecanismo de cuatro barras aplicado a un sistema de transmisión de bicicleta.....	72
Figura 54. Modelo completo del sistema implementado en Simulink. ....	79
Figura 55. Modelo del motor DC. ....	80
Figura 56. Mecanismo de cuatro barras aplicado al sistema de transmisión de una bicicleta.....	81
Figura 57. Obtención de los puntos iniciales de posición de los rodillos.....	82
Figura 58. Time delay con el que se consigue un funcionamiento similar al de un buffer.....	83
Figura 59. Submodelo de cálculo de relación de transmisión y cambio de rodillo engranado. Bloque de cinemática. ....	84
Figura 60. Modelo de dinámica.....	85
Figura 61. Modelo de fuerza.....	86

Figura 62. Cálculo de la posición de los pedales. Bloque “posición angular pedales” .....	87
Figura 63. Forma de la señal que simula la fuerza ejercida sobre cada pedal con una fuerza pico de 50N inicial y un salto a 150N en el instante $t=2.5s$ . .88	88
Figura 64. Modelo de control háptico.....	89
Figura 65. Bloque Zd. Modelo del control. ....	89
Figura 66. Bloque "Control de torque". Modelo del control. ....	90
Figura 67. Control del corriente. Modelo del control.....	90
Figura 68. Relación de transmisión, revoluciones del pedalier y del motor....	92
Figura 69. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control. ....	92
Figura 70. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedalier y del motor para un cambio en el número de dientes del plato.....	93
Figura 71. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con un cambio en el número de dientes del plato.....	94
Figura 72. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedalier y del motor para un cambio en la ganancia que enmascara la dinámica de la bicicleta.....	95
Figura 73. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con un cambio en la ganancia que enmascara la dinámica de la bicicleta.....	96
Figura 74. Par deseado en el eje del pedalier y desglose de sus componentes. ....	97
Figura 75. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedalier y del motor con los parámetros ajustados. Fuerza máxima. ....	98
Figura 76. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con los parámetros ajustados. Fuerza máxima. ....	99
Figura 77. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedalier y del motor con los parámetros ajustados. Fuerza mínima.....	99
Figura 78. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con los parámetros ajustados. Fuerza mínima.....	100
Figura 79. Impedancia mecánica en función de la cadencia de pedaleo. ...	101





# 1. Introducción

El presente proyecto tratará sobre el diseño, modelado y simulación de componentes del sistema de actuación resistivo de una bicicleta estática háptica para rehabilitación cardíaca. Se realizará en colaboración con el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Valladolid.

## 1.1. Descripción del problema y objetivos planteados

El objetivo principal de este proyecto es el diseño, modelado y simulación en el entorno Matlab-Simulink de una bicicleta estática actuada por un motor de corriente continua acoplado en el eje del piñón, el cuál tiene como misión controlar el esfuerzo del usuario en cada pedalada. Las simulaciones serán utilizadas para comprobar si los componentes seleccionados en la fase de diseño están bien dimensionados y ajustar los parámetros fundamentales del sistema como son la relación de transmisión y el control.

Elaboraremos los modelos de manera que abarquen los parámetros fundamentales del sistema háptico y su comportamiento, refiriéndonos con esto a los parámetros de la bicicleta como el sistema de transmisión plato-piñón y el motor acoplado con su reducción y los algoritmos de control. Una vez realizado el modelo, se realizarán simulaciones con el fin de ajustar los parámetros del sistema planteado con el objetivo final de construir un prototipo en fases posteriores.

Para describir el problema y acotar los objetivos comenzamos por definir “sistema háptico”: En etimología “háptico” proviene del griego “*háptō*” que significa tocar, o relativo al tacto, no obstante, el término se matiza cuando se aplica a campos tecnológicos. En el mundo de la tecnología la ciencia háptica se entiende como la ciencia que permite a un usuario sentir y manipular objetos virtuales en tres dimensiones con cualidades como peso, superficie, textura, viscosidad, o incluso temperatura [1]. Un ejemplo práctico sería, utilizando un exoesqueleto de mano que interactúe con los dedos, simular virtualmente una manzana de tal manera que los actuadores del exoesqueleto solo permitan el movimiento sin resistencia de la mano hasta que esta tuviese algún tipo de contacto con el objeto simulado, la manzana en este caso.

Una vez definido lo que es un sistema háptico, procedemos a explicar las fases que se siguen en el diseño mecatrónico de sistemas hápticos con el diagrama de bloques de la figura 1 [1]:

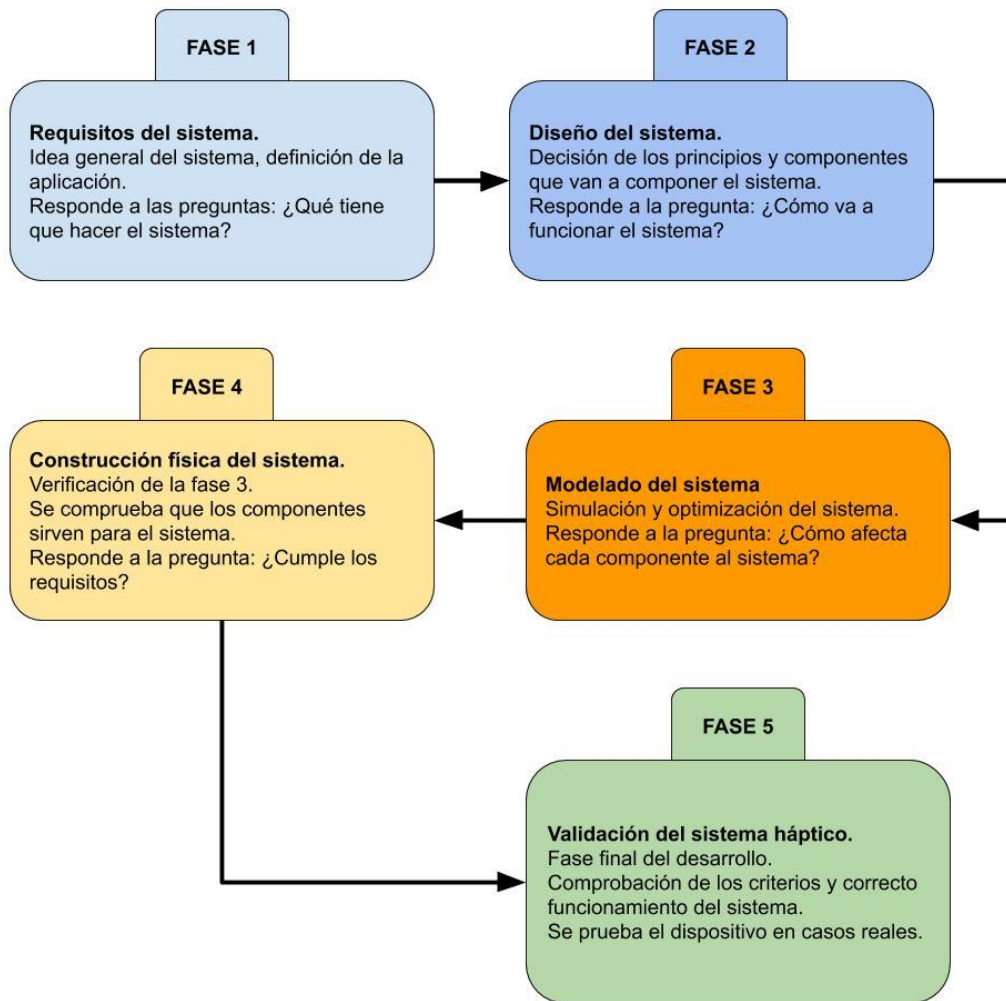


Figura 1. Diagrama de bloques de las fases del desarrollo de un dispositivo háptico [1].

- Fase 1. Requisitos del sistema: en esta etapa se define el sistema que se quiere implementar. Se define la aplicación, es decir, se establece la idea de qué tareas específicas se precisan. Una vez definida la aplicación se pasa a realizar un análisis de interacción, que se centra en cómo va a ser la interacción entre el usuario y el dispositivo háptico, y qué se debe tener en cuenta. Por último, teniendo en cuenta los dos pasos anteriores se fijan los requisitos del sistema, y se focaliza en determinar y acotar los parámetros en los que va a trabajar el sistema.
- Fase 2. Diseño del sistema: con el trabajo de la fase 1 se pasa a decidir la forma general y los principios que se van a utilizar en el sistema, es decir, se define cómo va a funcionar, se seleccionan los componentes y se toman decisiones que afectan a la influencia que tiene en el sistema cada componente.

- Fase 3. Modelado y diseño de componentes: Teniendo en cuenta las decisiones tomadas de las fases previas se comienza con el modelado y diseño de los componentes individuales que componen el sistema. El modelado ha de ser lo que se denomina comprensivo, que significa que debe evaluar la influencia que cada componente tiene sobre el sistema, para posteriormente realizar una optimización de los componentes que se van a utilizar.
- Fase 4. Construcción del sistema y verificación de la fase 3: basándose en la optimización del paso anterior se pasa a la fabricación y montaje de los dispositivos en el sistema para probar el sistema comprobando si cumple los requisitos.
- Fase 5. Validación del sistema háptico: es la etapa final de diseño, en esta fase se verifica que el sistema se ha desarrollado correctamente comprobando unos criterios de evaluación definidos en el paso 1. En esta etapa se incorpora la interacción con el usuario humano.

Este proyecto parte de los resultados obtenidos en la fase 1 y abarcará las fases 2 y 3 de la metodología descrita. Se prestará especial atención sobre el desarrollo de la fase 3.

## 1.2. Diagrama de bloques del sistema

En la fase 1 de diseño, punto de partida de este proyecto, se establecieron unos requisitos del sistema con los que se elaboró una primera aproximación al diagrama de bloques de nuestro modelo comprensivo (figura 2). Dichos requisitos se establecieron después de realizar un análisis sobre la interacción usuario-bicicleta que puede verse en el capítulo 3 de este proyecto. La acotación de los parámetros se ha hecho considerando que la aplicación del sistema es sobre pacientes en rehabilitación, considerando unas condiciones físicas que en ningún caso van a incluir las capacidades que puede tener un ciclista profesional completamente sano. El modelo de simulación tendrá por tanto como entradas las descritas en el cuadro “Entrada de usuario” de la figura 2 y como salidas las variables que figuran en el cuadro “Principales parámetros del sistema”.

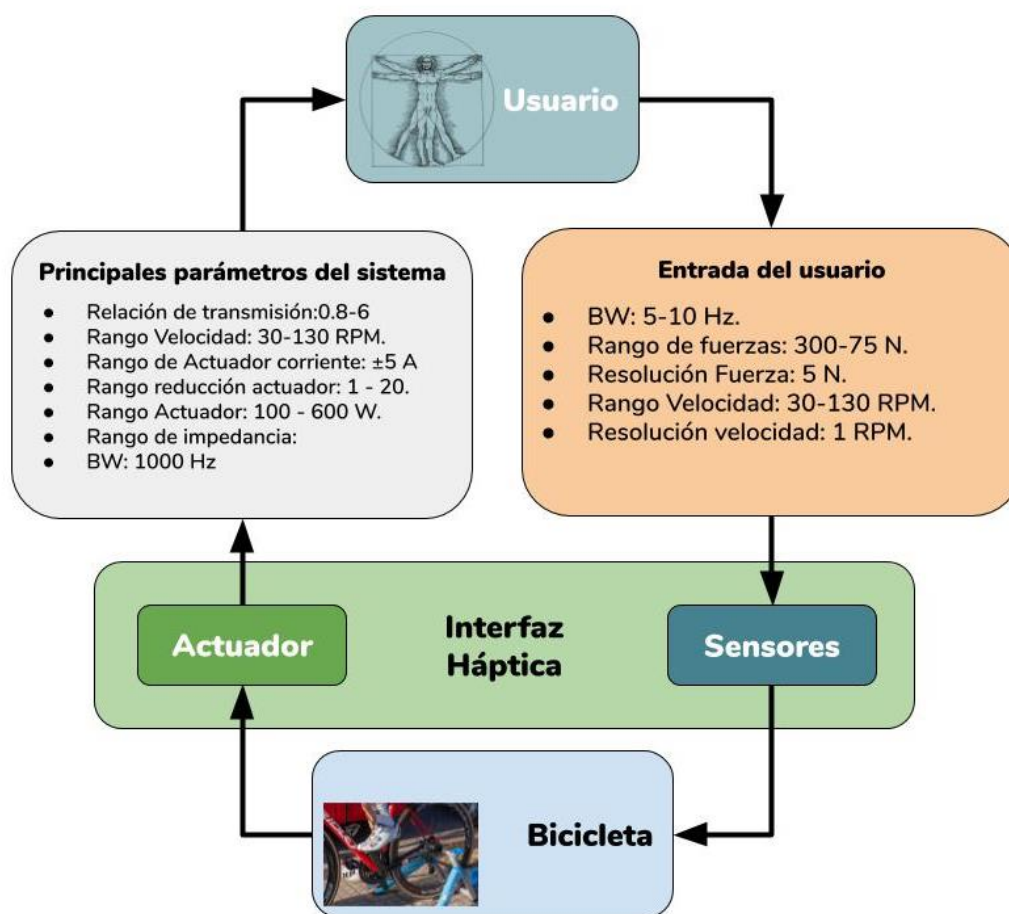


Figura 2. Diagrama de interacción entre el usuario y la bicicleta

### 1.3. Descripción del sistema

El sistema diseñado está formado por dos componentes básicos: una bicicleta estática y un motor con reductora.

- **Bicicleta estática:** el modelo seleccionado como prototipo es una bicicleta estática de segunda mano que tenía en propiedad el autor de este trabajo, puede verse en el capítulo 4 de este proyecto. Se selecciona un modelo descatalogado y antiguo para comprobar el funcionamiento de los componentes en conjunto. Posteriormente se utilizará el cicloergómetro Monark 928E, no incluido en este proyecto.
- **Motor de DC y reductora:** la solución fue propuesta tras revisar numerosa documentación técnica de diferentes fabricantes y contactar con Maxon Motor Ibérica, tras realizar una búsqueda de motores para acoplar en el eje del pedalier desde la empresa proponen la solución de motor y reductora cuyo eje tiene una forma que permite un acoplamiento directo con el piñón (capítulo 4).

El acoplamiento motor-bicicleta es sencillo, la bicicleta proporciona el plato con los pedales. Por otra parte, el motor se monta con la reductora y el piñón acoplado. Por último, se coloca la cadena de la misma manera que en una bicicleta convencional.



## 2. Estado del arte

En este apartado se recopila la información más relevante sobre el presente trabajo, mostrando en este caso el estado del arte de las bicicletas eléctricas y estáticas con algún tipo de actuador, dispositivos hápticos de rehabilitación y técnicas de rehabilitación cardiovascular.

### 2.1. Estado del arte: bicicletas eléctricas y estáticas

Para seleccionar el sistema de actuación comenzaremos por estudiar los diferentes modos de actuación de bicicletas eléctricas comerciales y bicicletas estáticas. En este campo la investigación tiene mucha presencia por lo que no podremos encontrar información detallada de los sistemas utilizados, pero si los métodos de actuación.

#### 2.1.1. Historia de las bicicletas eléctricas

La historia de la bicicleta eléctrica comienza a mediados del siglo XIX [2], y coincide con la aparición de las primeras baterías, no obstante, es a partir de la década de 1980 cuando la opción de la bicicleta eléctrica despegó. Este despegue fue provocado por la sociedad china, cuyo crecimiento económico creó una demanda de movilidad personal sin precedentes, donde la bicicleta eléctrica aportó la velocidad de un ciclomotor sin tener que utilizar gasolina. Otro factor que hizo despegar a la bicicleta eléctrica fue el reconocimiento legal por parte de los países occidentales y Japón de este medio de transporte.

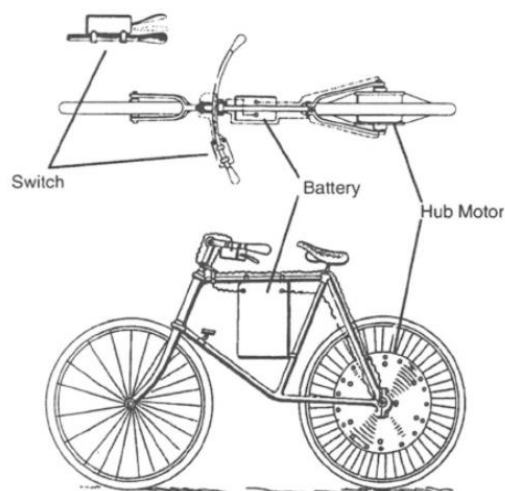


Figura 3. Primera bicicleta eléctrica patentada. [2]

La primera patente que se registra fue en 1895 [2], Orden Bolton Junior monta un motor en el buje de la rueda trasera (figura 3), era una bicicleta de piñón fijo tenía la capacidad de consumir hasta 100 Ah utilizando baterías de 10V. Dos años más tarde surge otra patente impulsada por Hosea Libbey, siendo la única diferencia que en este caso la actuación se realizaba sobre el eje del pedalier. Esta patente contaba con dos motores y dos baterías, en recorrido llano solo funcionaba un motor y en subida se accionaban los dos [2].

Durante las décadas posteriores surgieron muchos modelos, de entre los cuales hemos seleccionado los que nos han parecido más relevantes. A lo largo de este tiempo la bicicleta eléctrica comienza a ser un campo de estudio que diseña componentes específicos para su funcionamiento.



*Figura 4. Bicicleta tándem de dos baterías de Hosea Libbey [2]*

El primer motor diseñado exclusivamente para bicicleta eléctrica surge en 1920, de la mano de la compañía alemana Heinzmann. Un poco más adelante, en la década de 1930, la compañía Lejay Manufacturing registra varias patentes y planos y lanza la GoBike, una bicicleta eléctrica que tiene acoplado un motor de coche, concretamente el Ford modelo T, que se monta en la rueda trasera utilizando un sidecar. Este fue el primer modelo que superó las 50 millas de autonomía [2].



*Figura 5. Bicicleta eléctrica diseñada en 1920*

A mediados de siglo se patentó una bicicleta con ideas que se aplicarían en el futuro no solo en el campo de las bicicletas, siendo la más importante de todas



ellas la inclusión de un motor en el buje de la rueda trasera actuando como generador con el que se cargaría la batería.

En la segunda mitad del siglo XX el mayor interés por las bicicletas eléctricas se ha dado en las crisis del petróleo, siendo durante estos períodos donde más avances en el campo se consiguieron. El factor común de esta oleada de bicicletas eléctricas es su poca autonomía, con baterías de poca capacidad y sistemas poco eficientes. Entre los avances destacan los materiales usados para las baterías, como las aleaciones Níquel-Cadmio.

A finales de siglo los avances se centran en sensores de par y controladores electrónicos, así como en las aleaciones de las baterías, surgiendo las de Níquel-metal Hidruro, que eliminan el Cadmio y son mejores tanto para el medio ambiente como en capacidad de carga. En esta época destaca también el surgimiento de las primeras baterías de Ion Litio. En estos años las especificaciones técnicas de las bicicletas rondan los 21 Kg, con una autonomía de 20 km y un tiempo de carga de 10 horas.

A comienzos del siglo XXI surge la primera bicicleta eléctrica plegable y las marcas grandes (Honda, Panasonic, Yamaha) comienzan a desarrollar prototipos hasta llegar a las bicicletas eléctricas de hoy, un vehículo en auge para el transporte urbano dadas las limitaciones de contaminación que existen en ciudades y que son medios de transporte más económicos.

### 2.1.2. Bicicletas eléctricas actuales

Las bicicletas eléctricas se componen, como se muestra en la figura 6, de un actuador, que siempre es un motor, cuyos parámetros los fija un controlador que utiliza como entradas el desarrollo de la bicicleta (la relación plato-piñón) y el nivel de asistencia, establecidos por el usuario. Todo el sistema es alimentado por una batería que suele ser de litio.

El motor de la bicicleta eléctrica es el pilar fundamental de la bicicleta eléctrica, y debe cumplir las siguientes especificaciones [3] [4]:

- La potencia nominal debe ser inferior a 250 W.
- El vehículo no debe superar la velocidad de 25 km/h con asistencia del motor.
- Si el usuario deja de pedalear, el motor debe de pararse de forma simultánea.



Figura 6. Bicicleta eléctrica de montaña con motor en el buje de la rueda delantera

A rasgos generales, las bicicletas eléctricas actuales buscan dar servicio en dos corrientes:

- Corriente urbana: esta corriente agrupa bicicletas que buscan dar solución al transporte urbano. Suelen ser bicicletas más pequeñas, y está muy presente la opción de la bicicleta plegable. Su autonomía suele rondar los 40km y sus prestaciones buscan ser lo suficientemente correctas para hacer que los trayectos sean seguros. Nos referimos a frenos de no muy buena calidad, suspensiones poco efectivas o inexistentes, etc. En este grupo hay bicicletas con motores tanto en el buje de la rueda como de eje central, pero suelen ser más habituales con motor en el buje de la rueda, precisamente por lo que hemos explicado, se busca la simpleza y el bajo coste, aunque eso suponga perder la eficiencia del motor en el eje del pedalier. Si añadimos además la condición de tamaño reducido, se entiende que estas bicicletas se intenten hacer menos pesadas, factor que se consigue con los motores de buje de rueda, ya que son sistemas con mucho menos peso, en algunos casos la diferencia es de 10 Kg.



Figura 7. Bicicleta eléctrica urbana plegable/ Bicicleta eléctrica de montaña

- Corriente de montaña: en esta corriente se encuentran bicicletas pensadas más para escapadas y rutas, en definitiva, para la práctica deportiva. La opción comienza a desarrollarse para aquellos usuarios que por ciertas limitaciones tales como lesiones, o la edad, no podían seguir el ritmo de grupos de ciclistas que salían a rodar. Con esta asistencia se soluciona su problema para que puedan seguir disfrutando del mundo de la bicicleta. Estas bicicletas tienen otro nivel de calidad en cuanto a prestaciones: amortiguaciones potentes, frenos de disco... en definitiva, están pensadas para hacer rutas por terrenos exigentes, por lo que se busca la calidad, y sobre todo, la eficiencia. Si hablamos de eficiencia en bicicletas eléctricas tenemos que descartar la opción de motor en el buje de la rueda, ya que como veremos luego, el par entregado es muy diferente en ambas opciones. Si a esto añadimos una mayor autonomía, aumentamos el tamaño de la batería y por tanto, su peso. Este factor hace que la estructura de la bicicleta tenga que ser más robusta, lo que supone un mayor peso. Todo ello nos lleva a unos pesos que superan los 20 Kg. La desventaja más notable es el precio, que prácticamente triplican los de una bicicleta plegable eléctrica.

Si las clasificamos por formas de actuación, hay dos líneas que engloban las bicicletas eléctricas comerciales actuales, la actuación sobre el eje de pedaleo de la bicicleta o “pedalier”, y la actuación sobre el buje de la rueda.

### 2.1.3. Sistema con motor en el buje de la rueda

Existen bicicletas con motor en cualquiera de las dos ruedas, siendo más habituales las de rueda delantera sobre todo cuando nos enfocamos en el ámbito urbano. Estas bicicletas están concebidas para distancias no demasiado grandes y su tiempo de carga es reducido. El acceso al motor es relativamente sencillo por lo que el mantenimiento es fácil de realizar. Además, su precio es más contenido que el de las bicicletas con motor en el eje del pedalier.

Como contrapunto, son mucho menos estables porque el centro de gravedad de la bicicleta se desplaza, lo que en algunas situaciones con suelo resbaladizo o mojado puede ser peligroso. El rendimiento y empuje entregado a la bici es bastante inferior al de las bicicletas con motor en el pedalier. Poniendo un ejemplo, un motor eléctrico ubicado en el buje de la rueda alimentado con 36V y con una potencia de 250W, genera una velocidad de 28km/h y un par de 40Nm, mientras que un motor ubicado en el eje del pedalier alimentado con el mismo voltaje y de la misma potencia genera una velocidad de 28km/h pero con un par de 80Nm, el doble que el motor de buje de rueda.



*Figura 8. Bicicleta con motor en el buje de la rueda delantera*

Aunque hay otra opción para tener una bicicleta eléctrica con motor en el buje de la rueda y es el kit de motor de buje de rueda (figura 9). Dicho kit incluye la rueda con radios adaptada, el motor la batería, los frenos que permiten desconectar el motor en cuanto se accionan, y la pantalla desde la que se controla el nivel de asistencia del pedaleo. Son kits bastante económicos, pero el mantenimiento corre a cuenta del usuario que lo ha adquirido, por lo que no es una opción muy recomendable.



*Figura 9. Solución integrada para transformar una bici convencional en eléctrica*

#### 2.1.4. Sistema con motor en el eje de pedaleo

Estas bicicletas son adecuadas cuando se busca rendimiento y potencia. El sistema de motor en el eje de pedaliar es más complejo, por lo que aumenta la complejidad del mantenimiento, con el incremento de coste que eso conlleva.

Estos motores tienen tres sensores, uno de rotación, otro de velocidad y otro de esfuerzo, siendo este último el más importante si nos centramos en la acción de pedaleo asistido. Para explicarlo mejor, en una bicicleta eléctrica el usuario establece dos parámetros, que son el desarrollo (el piñón) de la bicicleta, lo que llamamos coloquialmente la velocidad de la bicicleta, aunque no la llamaremos así porque puede inducir a error, y el nivel de asistencia de pedaleo. El motor sólo actúa cuando se dan pedales, es decir, cuando el sensor de par detecta una fuerza sobre el eje de pedaliar, y entonces comienza a asistir con el nivel especificado. La velocidad de la bicicleta es variable, y es el resultado de la suma de pares entregados por el usuario y el motor, al que hay que restar el par resistente de las condiciones de marcha a las que la bicicleta se encuentre en ese momento.

La precisión de este sistema, su entrega de par y las posibilidades de control que nos ofrece son mucho más eficientes, rápidas y precisas, por tanto, podremos obtener una mejor respuesta que en el sistema de buje de rueda.

Últimamente hay ciertas opciones en el mercado que dan la opción de que la bicicleta ande sin que el usuario esté pedaleando. Se programan velocidades bajas, de 5km/h aproximadamente, y están pensadas para aquellas situaciones del terreno en las que el usuario no pueda pedalear, por ejemplo, en cuestas demasiado exigentes. Es importante diferenciar entre bicicletas eléctricas con esta capacidad y bicicletas que puedan andar a velocidades altas sin la acción del pedaleo, porque ese último caso entra en la categoría de ciclomotor eléctrico.



*Figura 10. Bicicleta eléctrica de montaña con motor en el eje del pedaliar*

Al igual que ocurría en el apartado anterior, tenemos otra opción, que es transformar una bicicleta convencional en una bicicleta eléctrica, mediante un kit que vende un fabricante. En el kit (figura 11), se incluye el motor, la batería, los platos, las bielas y una pantalla desde la que se pueden ver estadísticas y controlar el nivel de asistencia de pedaleo. Estos sistemas son mucho más baratos que adquirir una bicicleta con motor en el eje central, (rondan los 600 €), pero el mantenimiento corre a cuenta del comprador.



Figura 11. Kit de transformación de bicicleta convencional a eléctrica con motor para eje de pedalier

### 2.1.5. Actuadores en bicicletas estáticas

Los actuadores utilizados actualmente en las bicicletas estáticas utilizan diferentes técnicas de frenado para imponer una resistencia al pedaleo. Son resistivas y están enfocadas a la práctica del ejercicio físico. En el mercado encontramos diferentes tipos de resistencia:

- Resistencia por fricción (figura 12): actualmente obsoleto. El funcionamiento se basa en un freno de pastilla similar al que podemos encontrar en una bicicleta de uso cotidiano. Se dejó de utilizar porque al igual que en las bicicletas de calle la pastilla se desgasta con el tiempo, lo que conlleva tareas de mantenimiento para tener la bicicleta a punto.





Figura 12. Sistema de frenado de bicicleta estática por fricción

- Resistencia magnética: es el sistema más utilizado en el mercado. Utiliza la inducción electromagnética para establecer una resistencia en la acción de pedaleo. Al eliminar la fricción se elimina el desgaste, por lo que no hay que realizar mantenimiento. Se diferencian dos tipos:
  - o Freno magnético (figura 13): dos imanes actúan sobre el volante de inercia para frenarlo. La precisión de acercamiento de los imanes determina la precisión que se consigue en el entrenamiento, permitiendo diseñar entrenamientos muy específicos.

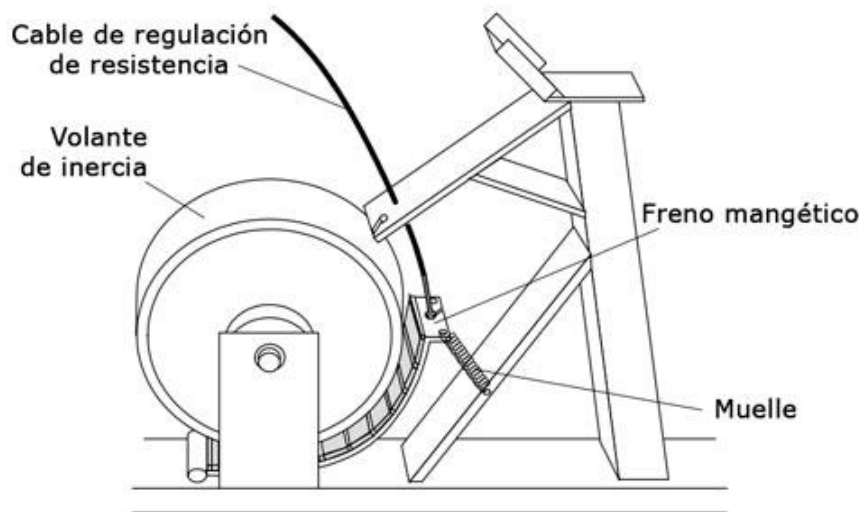


Figura 13. Freno magnético para bicicleta estática

Una aplicación directa de este principio es el que utilizan los rodillos fijos: Los rodillos fijos se acoplan a la rueda trasera de bicicletas de calle con el fin de poder entrenar sin que haya desplazamiento. Para conseguirlo se fija el buje de la rueda en un soporte y se ajusta un rodillo hasta que contacte con la cubierta de la rueda. Este acoplamiento rodillo-rueda sigue el

principio de contacto y no deslizamiento, y su resistencia se ajusta con un freno magnético que actúa directamente sobre el rodillo que está en contacto con la rueda.



*Figura 14. Freno de rodillo para bicicleta convencional*

- Freno electromagnético: este tipo de sistemas presentan bobinas por las que circula corriente. La circulación de corriente genera un campo electromagnético que frena el volante de inercia en mayor o menor medida.

## 2.2. Estado del arte: dispositivos hápticos

Comenzaremos por definir el término háptico:

El término “háptico” hace referencia a la ciencia del tacto, proviene del griego “*háptō*”, que significa tocar, o relativo al tacto. No obstante, el término se matiza cuando se aplica en campos tecnológicos. En este caso el término puede entenderse como la ciencia que permite a un usuario sentir y manipular objetos virtuales en tres dimensiones con cualidades como peso, superficie, textura, viscosidad, o incluso temperatura [1].

Cuando se utilizan dispositivos hápticos, el usuario no solo envía información al elemento que lo controla, que suele ser un ordenador, sino que también se reciben sensaciones del controlador en alguna parte del cuerpo del usuario o en su interacción con el entorno. Cuando existe esta conexión que permite realizar este control entre las dos partes, se dice que estamos hablando de una interfaz háptica, que es lo que esperamos conseguir en este proyecto. Un ejemplo que puede aportarnos claridad es, por ejemplo, utilizando este proyecto, controlar el par que se opone al movimiento del eje de una bicicleta estática de manera que simule que el usuario está pedaleando bajo el agua. Se establecen unas condiciones virtuales desde la parte controladora,



simulando la viscosidad y la dinámica que se tendría en el agua, y el sistema, en este caso la bicicleta estática, lo extrapola a la realidad.

Analizando los párrafos anteriores podemos deducir que para el correcto funcionamiento de un sistema háptico tiene que haber una realimentación con la que el sistema pueda seguir proporcionando una respuesta conforme al entorno virtual que se haya establecido. Esta realimentación puede clasificarse generalmente en dos grupos:

- Realimentación de fuerza: este término engloba la parte háptica de los dispositivos que interactúan con partes físicas del cuerpo tales como músculos y tendones. Esta interacción desde el punto de vista del receptor (humano) se traduce en una fuerza aplicada con hardware controlada por software que estimula el sentido humano a través del sentido del tacto.
- Realimentación táctil: la realimentación táctil utiliza dispositivos que son capaces de interactuar con las terminaciones nerviosas de la piel, indicando sensaciones físicas como calor, presión y textura. Se utilizan sobre todo para saber si el usuario está o no en contacto con un objeto virtual.

Los dispositivos hápticos combinan estas realimentaciones tanto con señales táctiles, que son aquellas que incluyen texturas, vibraciones y golpes, como con señales cinestésicas, que incluyen peso, impactos, etc.

Dentro de los dispositivos hápticos se ha realizado una búsqueda sobre el diseño de bicicletas que incorporen dispositivos hápticos en su funcionamiento para cumplir sus respectivos propósitos, así como sus beneficios. Los objetivos de estos proyectos son la rehabilitación de los usuarios y amenizar el uso de las bicicletas estáticas. A continuación, se resumen los beneficios de la utilización de dispositivos hápticos en bicicletas estáticas:

Según el estudio “A Stationary Bike in Virtual Reality, Rhythmic Exercise and Rehabilitation [5]” desarrollado por el departamento de arquitectura y tecnología de diseño y media de la Universidad de Aalborg en Copenhague, el uso de bicicletas estáticas en las que se integran tecnologías de realimentación hápticas incluyendo efectos sonoros y realidad virtual influyen en el rendimiento y en la rehabilitación de los pacientes. Este estudio surge como respuesta a la monotonía del uso de la bicicleta estática para rehabilitación y actividad física, enfocándose en usuarios de edad avanzada cuyas limitaciones hacen que no puedan disfrutar de las bicicletas convencionales de forma segura.

La premisa de la que parte el estudio es cómo la realidad virtual proporciona una inmersión en el entorno generado en el que el usuario tiene sensación de presencia y control. Esta inmersión supone una mayor diversión cuyos efectos psicológicos influyen de manera positiva en la rehabilitación, ya que al ser más entretenido el sujeto está más motivado y la rehabilitación se torna amena, como comprobó [6]. En otro estudio [7] se demostró que la adición de una pantalla es beneficiosa para el usuario, resultando ser los usuarios con algún tipo de pantalla sobre las bicicletas estáticas los que hacían ejercicios más largos.



*Figura 15. Escenario de realidad virtual para la práctica de rehabilitación*

No obstante, en otros estudios [8] [9], los resultados obtenidos concluían que la inclusión de pantallas no mejoraba el rendimiento de los usuarios, factor que cambiaba cuando además de un estímulo visual se añadían efectos sonoros, provocando de esta manera una mayor inmersión. Los siguientes estudios en los que se incluyó realidad virtual en el ejercicio coinciden en los beneficios de la inmersión dentro del ejercicio sobre todo cuando es necesario un proceso de rehabilitación [10].

Partiendo de los estudios citados anteriormente el proyecto desarrollado en Copenhague combina realidad virtual y efectos sonoros asociados al entorno virtual creado, para que exista una correcta implementación del sistema se necesita una realimentación de la bicicleta al sistema de realidad virtual, la cual influye en cada momento en el rendimiento del usuario.

Los resultados de este estudio sacaron una correlación entre los efectos sonoros y el ritmo llevado por el usuario. Se trata por tanto de una realimentación auditiva, si cada vez que se pasa por un punto del movimiento

de la pedalada se establece un efecto sonoro, los resultados indican que el ritmo establecido por el usuario se mantiene constante. Este efecto es beneficioso sobre todo a la hora de fijar la intensidad del ejercicio.

En la figura 16 se aprecian los resultados, en el eje-X figura el tipo de estímulo sonoro y en el eje-Y se representa la media de la diferencia de resultados entre participantes con el tiempo.

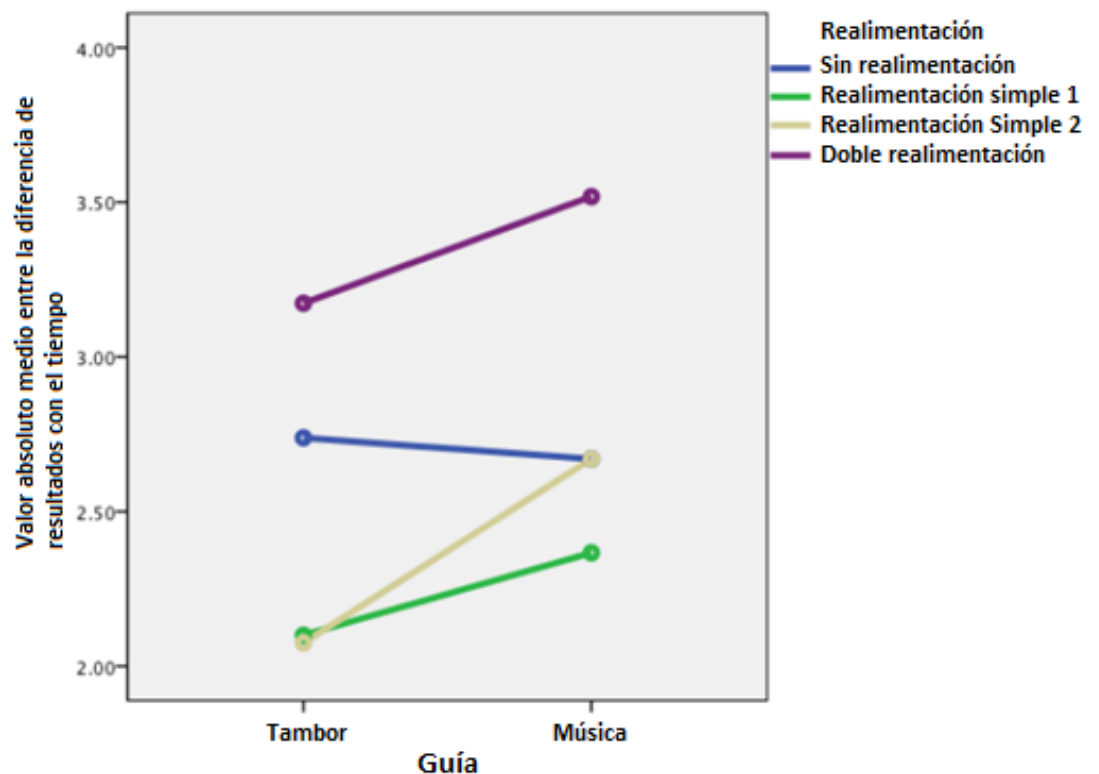


Figura 16. Relación estímulo sonoro-mejora de cadencia

Aunque en el estudio anterior se menciona bastante la rehabilitación, la mayoría de los dispositivos hápticos están enfocados a usuarios completamente capacitados. El presente trabajo está enfocado a un dispositivo cuya última función es la rehabilitación, un campo dentro de los dispositivos hápticos que ha ido creciendo con el avance de la tecnología y las posibilidades ofertadas. En un principio se focalizó sobre todo en rehabilitación física, la más “simple”, pero actualmente los dispositivos hápticos se utilizan en muchos pacientes con lesiones más complejas de tratar, tales como supervivientes de accidentes cerebrovasculares, lesiones cerebrales traumáticas, parálisis cerebral, lesiones de la médula espinal, déficits musculoesqueléticos, etc. Este crecimiento no es de extrañar puesto que los estudios actuales sobre rehabilitación demuestran que una terapia física intensa y prolongada beneficia al paciente a través del fenómeno conocido como plasticidad cerebral [11]. Este fenómeno se produce con la repetición de movimientos significativos de las extremidades, similares a los que un individuo se encuentra en la rutina

diaria. Las neuronas inactivas se agrupan y crean nuevos caminos neuronales, recuperando los pacientes parte de sus funciones perdidas. Esta tarea, que antes era practicada sobre todo por terapeutas ha ido quedando reservada a la inclusión de robots, puesto que no están condicionados a la fatiga, y obtienen mejores resultados en menos tiempo. Cuando se incluyen en estos robots sistemas de realidad virtual (como veíamos hablando de los beneficios de los dispositivos hápticos) las mejoras en el proceso de rehabilitación son notables, con la ventaja añadida de que los datos gozan de una mayor precisión que con la rehabilitación tradicional. Nos referimos a la posibilidad de controlar tiempo de ejercicio sin limitaciones, velocidad y suavidad de los movimientos, el trabajo físico, o la resistencia a vencer. La mayor y mejor precisión de los datos dan como resultado un seguimiento más completo y objetivo de la progresión del paciente.

Cuando se combina la robótica con la realidad virtual, tal y como veíamos anteriormente, la rehabilitación pasa a ser amena, e incluso divertida, pudiendo incluso practicar utilizando videojuegos donde se introducen desafíos especialmente desarrollados para su condición. La realidad virtual además ofrece un gran abanico de simulaciones que se pueden reproducir utilizando el mismo dispositivo háptico, pudiendo adaptar las necesidades de cada paciente. Otra ventaja de esta tecnología es que también puede ser utilizada por personas sin discapacidad, permitiendo que estos usuarios desarrollen habilidades y mejoren el rendimiento de sus tareas en realidad virtual, ya que la discapacidad es una cuestión de grado y todos estamos discapacitados hasta cierto punto.

Una vez resumido las aplicaciones y los objetivos que se buscan normalmente en el campo de los dispositivos hápticos mostramos a continuación diferentes dispositivos hápticos de rehabilitación que se han desarrollado, agrupados por su aplicación:

- Rehabilitación de extremidad superior: tiene como objetivo mejorar las diferentes partes del brazo, es decir, el hombro, codo, muñeca y dedos del paciente. Uno de los primeros dispositivos hápticos es el MIT MANUS (figura 17(a)), un robot SCARA de dos grados de libertad y accionamiento directo que entrena al brazo del paciente mientras monitoriza fuerzas en el efector final. El paciente reposa el antebrazo en un soporte especial que se desprende en caso de que las fuerzas sean demasiado grandes. Además, el paciente se ata a la silla para evitar que compense con el torso parte de las fuerzas realizadas, consiguiendo de esta manera que la totalidad del ejercicio sea realizado con el brazo. Las versiones posteriores del MIT MANUS incluyen la adición de más grados de libertad, pero ninguna ofrece la posibilidad de rehabilitación de los dedos.



Figura 17 (a). Dispositivo MIT MANUS.

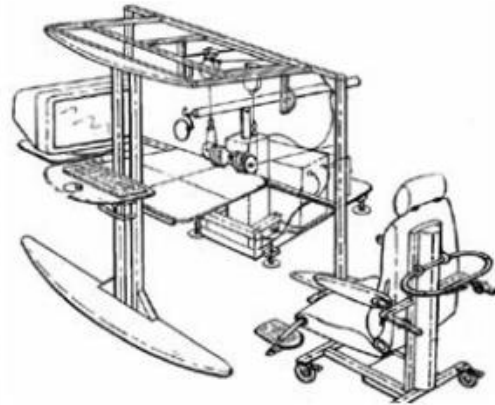


Figura 17(b). Dispositivo Haptic Master

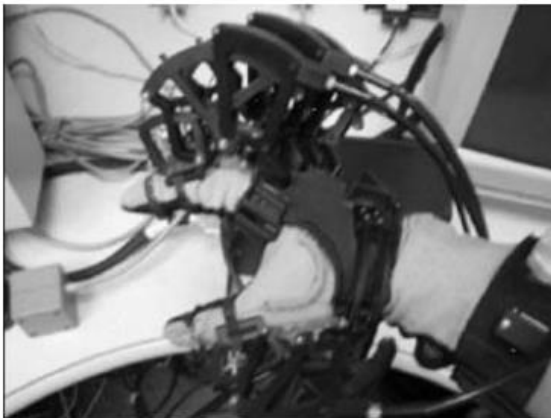
La figura 17.b muestra una ilustración del Haptic Master, una interfaz háptica de uso general utilizada sobre todo en rehabilitación física. Este modelo tiene tres grados de libertad que se mueve sobre un puesto de trabajo cilíndrico. Su funcionamiento se basa en un controlador que mueve el robot respondiendo a las fuerzas aplicadas por el paciente sobre el efector final. Al igual que en el MIT MANUS el paciente está atado en una silla y cuenta con una pantalla que muestra gráficos generados por un PC que se actualizan con la PC del Haptic Master. En comparación con el MIT MANUS la fuerza de trabajo y actuadores de salida del Haptic Master son mucho mayores, lo que conlleva un aparato de mayor complejidad para descargar las fuerzas indicadas por la gravedad del brazo extendido del paciente. Al igual que el MIT MAGNUS, el Haptic Master no proporciona servicios de rehabilitación dactilar.

En este aspecto solo hay un guante háptico comercialmente disponible, se llama CyberGrasp (figura 18(a)) [12]. Consiste en un exoesqueleto fijado en el dorso de la mano que incluye cinco actuadores que son capaces de aplicar un grado de realimentación de fuerza para cada dedo a través de una combinación de cables y poleas.

Hay diferentes modelos para poder acoplar el exoesqueleto a cualquier tamaño de mano, utilizando topes mecánicos y guías de cable. Este dispositivo muchas veces no puede ser adecuado para determinados pacientes de rehabilitación física por su peso, que ronda los 400 gramos. Este factor añadido a que los ejercicios suelen realizarse con el brazo bastante extendido limita bastante el número de pacientes que puede utilizarlo.

Dando solución a este problema está el prototipo Rutgers Master II (figura 18(b)). Este esqueleto pesa en torno a 100 gramos y entrena los dedos con la excepción del meñique. Este guante utiliza una configuración de accionamiento

directo y aire comprimido, alcanzando una fuerza en flexión de hasta 16 N. Otra ventaja es que es mucho más fácil de poner y quitar.



*Figura 18 (a). CyberGrasp*



*Figura 18(b). Rutgers Master II*

Todos estos dispositivos vienen existiendo desde hace más de una década, mientras que los dispositivos diseñados para la rehabilitación del tren inferior son más recientes.

- Rehabilitación del tren inferior: si los dispositivos diseñados para la rehabilitación de extremidades superiores se focalizaban en hombro, codo, muñeca y dedos, es decir, en las articulaciones, para el tren inferior la investigación ha buscado sobre todo el entrenamiento funcional del tren inferior. Con esto nos referimos al control de la marcha, un movimiento mecánicamente complejo y que involucra gran parte del cuerpo. En la oferta de mercado actual destaca el Lokomat [13], (figura 19(a)), diseñado para la rehabilitación y el entrenamiento de la marcha.



*Figura 19(a). Lokomat*



*Figura 19(b). HapticWalker*

El modelo Lokomat no solo se utiliza para rehabilitación física, se utiliza frecuentemente con pacientes que han sufrido algún tipo de lesiones de médula espinal o pacientes con accidentes cerebrovasculares que han perdido la capacidad de cargar o levantar peso, dificultando caminar. Lokomat combina una cinta de correr con un sistema de soporte para reducir el peso con el que el usuario camina sobre la cinta reduciendo este último hasta un 80%. Además, está equipado con un exoesqueleto para cada pierna que ayuda a mantener el ciclo de marcha y realiza el movimiento completo de la pierna, difícil de realizar para la situación de los pacientes.

Como hemos mencionado antes, este sistema alivia enormemente la carga de trabajo físico que supondría para el terapeuta implicarse en la rehabilitación, obteniendo como resultado terapias más prolongadas. El sistema de sujeción del paciente consta una parte pasiva, que es un arnés convencional cuya función es dotar al paciente de una fijación sobre la cinta estable, y de una parte activa. La parte activa puede definirse como un sistema de sujeción dinámico, tiene un actuador que se combina con la parte pasiva de la sujeción dando como resultado una descarga de peso uniforme durante el ejercicio y una optimización del entrenamiento. Recientemente el Lokomat ha incluido lo que han denominado “biofeedback avanzado” [11] que incluye tecnologías de realidad virtual para la inmersión del paciente en el entorno. Los entornos simulados suelen ser rutas de senderismo y para los pacientes con menor discapacidad se incluyen obstáculos. Si el pie no se levanta lo suficiente como para salvar un obstáculo se produce una respuesta háptica sonora (realimentación sonora). Lokomat también tiene integrado un ventilador que proporciona realimentación táctil y que simula el viento teniendo en cuenta la velocidad de marcha del paciente. En definitiva, se consigue que el paciente entrene en un entorno virtual ajustable a sus necesidades consiguiendo una rehabilitación más eficiente y llevadera.

Pese a ser un sistema avanzado y completo, el entrenamiento en cinta de correr no reproduce de manera realista caminar por terreno irregular, donde los músculos fijadores de la pierna trabajan de manera muy diferente, o tampoco simulan la subida y bajada de escaleras. Hay un dispositivo háptico que aborda esta última limitación: el HapticWalker (figura 19.b) [14]. Este dispositivo se compone de un sistema de sujeción pasivo similar al del Lokomat, y dos exoesqueletos que asisten en el movimiento del paciente. Como podemos apreciar en la figura 19.b el HapticWalker dota al paciente de un espacio de trabajo mayor y la posibilidad de desplazamiento lateral. El exoesqueleto acoplado a la pierna tiene tres actuadores que controlan la posición del pie con tres grados de libertad: arriba/abajo (eje-Y), adelante/atrás (eje-X) y la rotación sobre el eje del tobillo (rotación sobre Z).



Cada dispositivo visto hasta ahora tiene unas limitaciones impuestas por los propios actuadores, lo cual es lógico, ya que en muchos casos necesitan de esa asistencia para realizar los ejercicios de rehabilitación. Para ampliar al máximo esas limitaciones existe un prototipo de simulador de movilidad (figura 20). Este simulador lo compone un sistema de sujeción y cada pie se asienta en una plataforma Rutgers Mega Ankle Stewart de actuación neumática por accionamiento directo [15].



*Figura 20. Prototipo de simulador de movilidad con plataformas Rutgers Mega Ankle Stewart*

La combinación de los actuadores neumáticos proporciona una libertad sobre el pie de 6 grados de libertad, lo que permite simular caminos irregulares tales como barro, arena, o hielo, entre otros. El simulador que se utiliza en procesos de rehabilitación consiste en un paso de cebra en el que el paciente se enfrenta a varias superficies, tiempo y condiciones de visibilidad. Se incluyen distracciones propias de sonidos de la calle. El inconveniente de las plataformas es que están fijas, por lo que el paso que da el paciente tiene una amplitud limitada.

Las plataformas utilizadas en el último sistema mencionado tienen además otra aplicación que se utiliza en pacientes con parálisis cerebral. Se coloca al paciente en una posición cómoda frente a una pantalla, con uno de los pies atado a un robot Rutgers Ankle Stewart (figura 21). En la pantalla aparece una simulación de un avión que vuela a través de varios aros controlado por el paciente. El robot realiza pequeñas correcciones y permite realizar el calentamiento previo a una sesión de fisioterapia sin la intervención física del fisioterapeuta. Conforme la articulación se va calentando el esfuerzo asistivo realizado por los actuadores va disminuyendo, exigiendo un mayor esfuerzo por parte del paciente hasta llegar a cambiar de modo de funcionamiento asistivo a resistivo.





*Figura 21. Control de aplicación con robot Rutgers Ankle Stewart*

Para concluir este apartado hacemos una pequeña reflexión: destacamos los grandes beneficios que se consiguen con los dispositivos hápticos, gracias sobre todo a la posibilidad de trabajar de manera tanto resistiva como asistiva, mejorando la calidad de las rehabilitaciones, que repercute de manera directa en la calidad de vida de los pacientes.

### 2.3. Técnicas de rehabilitación y prevención cardiovascular

Han transcurrido más de cincuenta años desde la primera publicación de la Organización Mundial de la Salud que aconsejaba la inclusión de pacientes con enfermedades cardiovasculares en programas de rehabilitación cardíaca (PRC). Desde entonces se han ampliado las indicaciones y se han desarrollado dispositivos específicos para el tratamiento de cardiopatías avanzadas, que afectan sobre todo a individuos de edad avanzada.

El objetivo de la rehabilitación cardíaca es la mejora de la calidad de vida de los pacientes y la mejora del pronóstico en la medida de lo posible. Para ello, se precisa una coordinación entre especialidades médicas y actuaciones multidisciplinares de carácter psicosocial, controlando los factores de riesgo e incluyendo la práctica de ejercicio físico controlado y moderado. La aplicación de estas técnicas disminuye la mortalidad de manera significativa en estudios a corto y largo plazo [16] [17], resultando conclusiones parejas [18] [19], incluso en casos de insuficiencia cardíaca [20].

Pese a la evidencia de la mejora que supone la aplicación de PRC, en muchos países es inviable un seguimiento adecuado de las patologías y entrenamientos, puesto que en muchos casos los sistemas de sanidad

privados tienen un coste prohibitivo, y en otros casos no se tiene el equipamiento necesario. Estos factores socioeconómicos conducen a los sanitarios aplicar planificaciones de “programas de por vida” en los que se enseña al paciente a vivir condicionado por unas limitaciones, y a la posibilidad del desarrollo de programas de entrenamiento físico no supervisados. El ejercicio físico sólo está contraindicado permanentemente en casos puntuales como pacientes con miocardiopatía hipertrófica obstructiva grave y el aneurisma disecante de aorta trombosado, aunque en algunos casos se está estudiando la realización de ejercicio físico aeróbico de bajo impacto.

El entrenamiento físico no supervisado que se aplica en la actualidad suele estar formado por ejercicios de estiramientos, que continúa con un programa de marcha gradual en duración e intensidad, dado que la literatura médica recomienda sobre todo el entrenamiento aeróbico. La intensidad del ejercicio la establece el cardiólogo tras el estudio de los resultados de pruebas de esfuerzo. La implementación de estos programas suele tener una fase de aprendizaje de hasta 6 meses, a la que sigue la práctica del ejercicio durante el resto de la vida del paciente. Estos entrenamientos aeróbicos suelen ser domiciliarios y la tasa de abandono por parte de los pacientes no es despreciable.

Las razones del abandono del PRC no supervisado son la consecuencia de factores sobre todo psicológicos. Los pacientes inicialmente muestran estados ansiosos, con situaciones de miedo a la muerte, desánimo y sensación de falta de futuro tras sufrir un episodio cardiovascular de algún tipo. Es importante, por tanto, tener un tratamiento psicológico que acompañe el proceso de rehabilitación, para mejorar la calidad de vida de los pacientes.

Tan importante es la rehabilitación tras un accidente cardiovascular como lo es la prevención contra los mismos. Hasta la década de 1990 la práctica deportiva aeróbica se había considerado como una manera de mantener la masa muscular del cuerpo, pero no se había relacionado con la prevención de enfermedades y un mejor estado de salud. Entonces se comenzaron a investigar los beneficios de la práctica deportiva aeróbica [21], obteniendo conclusiones tales como que los sujetos que practicaban algún tipo de ejercicio aeróbico mejoraban el consumo máximo de oxígeno ( $Vo_{2max}$ ) y las variables cardiopulmonares asociadas, modificando de manera efectiva factores de riesgo cardiovascular vinculados a desarrollo de enfermedades en las arterias coronarias. También se observó un desarrollo de la fuerza, la resistencia y la masa muscular, mejorando la sensibilidad a la insulina (prevención de diabetes) y un mejor control del peso. El desarrollo de estas capacidades tuvo además beneficios indirectos como la reducción de caídas en ancianos.

En cuanto a individuos con enfermedades cardiovasculares se debe tener en cuenta la situación inicial de los pacientes. En la vida diaria su condición provoca una disminución del ejercicio de todo tipo, lo que supone una condición física con muy poca fuerza que desemboca en una desconfianza constante para realizar cualquier tipo de actividad. En el plano médico la ausencia de masa muscular puede provocar complicaciones en operaciones quirúrgicas y en la recuperación de las mismas [22]. La práctica de ejercicio aeróbico de bajo impacto es ideal para estos casos de pacientes con carencia de masa muscular, puesto que permite empezar de manera muy suave y los resultados se notan en un periodo de tiempo corto, mejorando el bienestar psicosocial del paciente. En [22] se concluye que el entrenamiento de resistencia puede disminuir las demandas de miocardio durante las actividades diarias, tales como el levantamiento de peso cotidiano, disminuyendo el riesgo de empeorar las patologías previas o la aparición de otras.

La literatura médica concluye en su mayoría que la práctica de ejercicio físico aeróbico es ventajosa para pacientes con problemas cardiovasculares cuyas patologías permitan la práctica del mismo, ya que supone una mejora de la condición física de los pacientes, repercutiendo en una mejor situación anímica y psicológica, y, por extensión, se mejora la calidad de vida.



### 3. Definiendo la aplicación. Requisitos del sistema

En este capítulo se expone el desarrollo seguido en la fase 1 del desarrollo del dispositivo háptico, analizando el movimiento de la pedalada y su interacción con el usuario.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un método para controlar el ejercicio que realiza el usuario mientras pedalea, controlando la impedancia mecánica en el eje de pedaleo y manteniendo al usuario en su nivel óptimo de esfuerzo, logrando de esta manera mejorar los resultados de la rehabilitación [15]. Las fuerzas que realiza el paciente pueden verse en la figura 22, donde:

- $F_{hc}$  es la fuerza centrífuga que ejerce el usuario.
- $F_{ht}$  es la fuerza tangencial que ejerce el usuario.
- $F_{dt}$  es la fuerza que ejerce el sistema, es decir, la fuerza que se opone al movimiento.
- $M$  es la dirección del movimiento.



Figura 22. Sistema de transmisión de bicicleta

Se ha planteado la aplicación como una interfaz háptica (figura 23) [23], en la cual la ruta de interacción  $P$  es accionada por un motor de corriente continua situado en el eje del pedalier de la bicicleta. El seguimiento del paciente se realizará visualizando las señales de EMG y ECG, a la que añadimos la entrada mecánica del usuario. Se utilizarán esas entradas para realimentar el sistema modificando los parámetros cinemáticos del eje del pedalier.

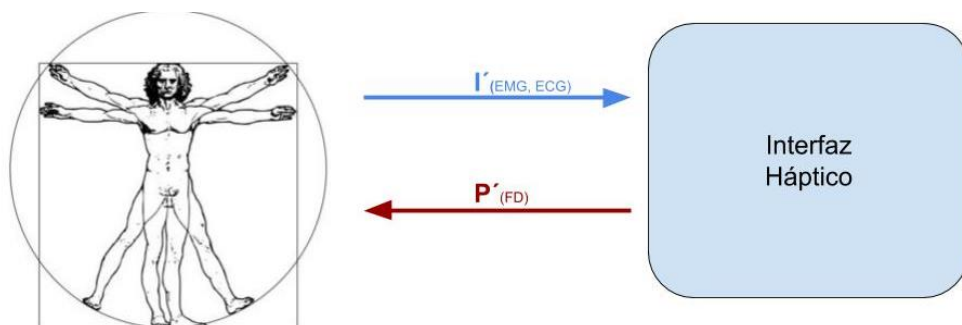


Figura 23. Esquema de una interfaz háptica

### 3.1. Análisis de la interacción

En este apartado analizaremos la interacción entre las primitivas hápticas, los diferentes sistemas de control y el usuario, para construir un diagrama de bloques que contenga las partes más relevantes del sistema (figura 24) [23] [24].

Las interacciones entre los elementos de todo sistema, englobados en el usuario y el dispositivo háptico, podemos dividirlos en dos grupos de interacción que hemos llamado interacciones rápidas e interacciones lentas.

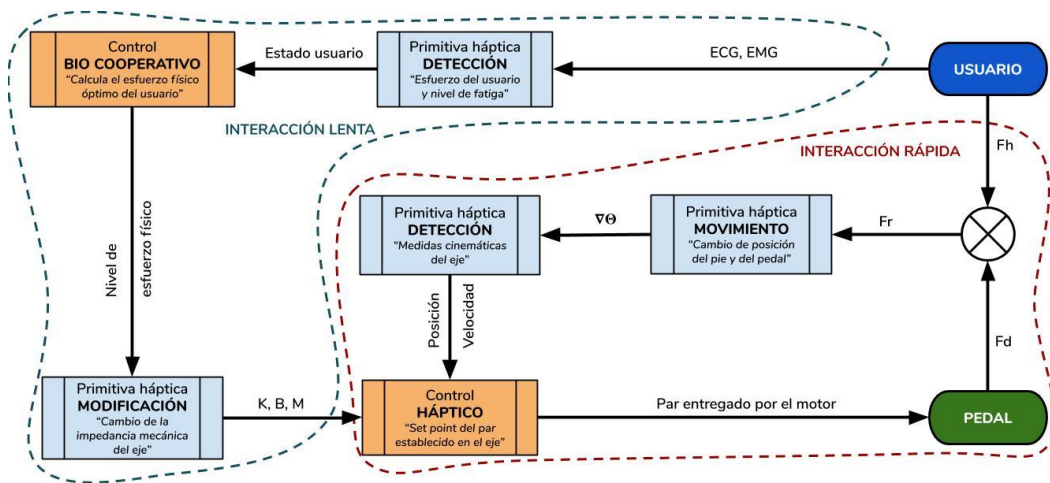


Figura 24. Diagrama de bloques de tareas entre usuario y sistema háptico

Las interacciones rápidas hacen referencia a las fuerzas instantáneas que intercambian el usuario y el dispositivo háptico, mientras que las interacciones lentas las asociaremos con la variación de la impedancia mecánica del dispositivo háptico que nos permitirán controlar el esfuerzo del usuario mientras pedalea.

En la figura 24 se muestra un diagrama de bloques con las tareas de interacción entre el usuario, el efector final del dispositivo, el sistema mecánico del cicloergómetro y el sistema de control del dispositivo. El interfaz de fuerzas entre el usuario y el dispositivo háptico son los pedales de la bicicleta, por lo tanto, son nuestro efector final de nuestro dispositivo háptico.

Las interacciones rápidas comienzan con una primitiva háptica de desplazamiento, que cambia la posición de los pedales según la fuerza resultante ( $F_r$ ), que es el resultado de la interacción entre la fuerza ejercida por el usuario ( $F_h$ ) y la fuerza ejercida por el dispositivo háptico ( $F_d$ ). Esta tarea lanzará una primitiva háptica de detección, que calculará los parámetros cinemáticos actuales del pedaliar de la bicicleta para pasar estos valores al

control háptico, y finalmente este control cambiará  $F_d$ , de esta manera, se cierra el ciclo de interacciones rápidas.

Las interacciones lentas comienzan con una primitiva háptica de detección con el fin de estimar el esfuerzo del usuario y el nivel de fatiga, en esta propuesta se planea usar las señales de ECG y EMG respectivamente, que serán la retroalimentación en el control bio-cooperativo del nivel superior. El control bio-cooperativo tiene la función de calcular la impedancia mecánica necesaria del dispositivo háptico para mantener al usuario en el esfuerzo físico óptimo para mejorar su rehabilitación cardíaca. Finalmente, la interacción entre el control háptico, de nivel bajo, y el control bio-cooperativo en el nivel superior será a través de la primitiva háptica de modificación que cambiará la impedancia mecánica del efector final, en nuestro caso, los pedales. De esta forma, conseguimos modificar el esfuerzo físico del usuario durante el ejercicio para adaptarlo a las necesidades de cada paciente.

### 3.2. Análisis estructural de la bicicleta

Comenzaremos por definir ciertos conceptos que son usados habitualmente en la biomecánica del ciclismo [15]:

- La altura del sillín se define en la literatura científica como la distancia entre la parte superior del sillín y el eje de pedaleo, con el pedal en su posición más baja [25], en la figura 25 se corresponde con la distancia  $h_1$ . Una definición diferente que utilizan los ciclistas profesionales y los expertos en bicicletas utiliza la distancia entre la parte superior del sillín y la mitad del eje de pedaleo ( $h_2$ ), pero no utilizaremos esta definición.
- La posición del manillar, normalmente se refiere a la distancia entre el sillín y el manillar, pero también se tiene en cuenta la distancia al suelo. En la figura 25 se corresponde con la distancia  $d$ .
- La posición del pie en los pedales fue definida por los científicos al estudiar los efectos biomecánicos que producían diferentes posiciones de los pedales. Podemos distinguir entre posición anterior y posterior:
  - o La posición anterior tiene el centro del pedal colocado al nivel de la articulación metatarsfalángica del pulgar. Es la posición más utilizada en el ciclismo.
  - o La posición posterior se asocia con la mitad del pie, esta posición no se utiliza en el ciclismo profesional, pero sí en ejercicios de rehabilitación, puesto que puede ser beneficioso para lesiones en la articulación talocrural o el tendón de Aquiles [26].

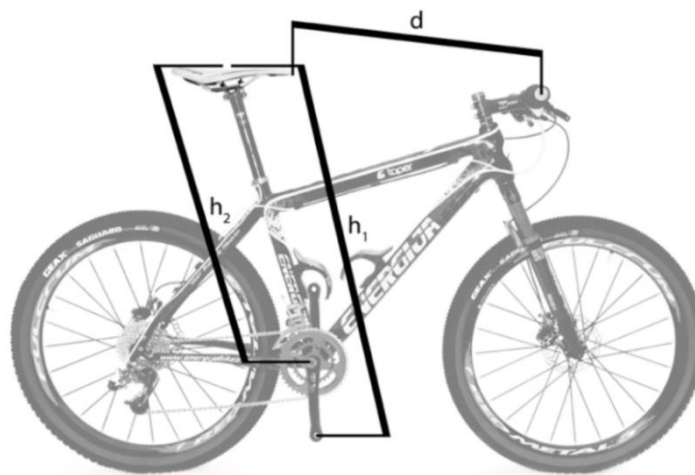


Figura 25. Medidas geométricas estándar de una bicicleta

Para interpretar bien estos parámetros biomecánicos, debemos tenerlos en cuenta junto con la posición del pedal en la que se producen. Para ello, vamos a identificar dos posiciones: el punto muerto superior (TDC) que se encuentra a  $0^\circ$  del eje del pedalier y el punto muerto inferior (BCD) que se encuentra a  $180^\circ$  del eje de pedaleo. Estas posiciones nos permiten presentar valores en función del ángulo del pedal a medida que cambia su rotación entre la posición más alta ( $0^\circ$ , TCD), y la posición más baja ( $180^\circ$ , TBD) [15].

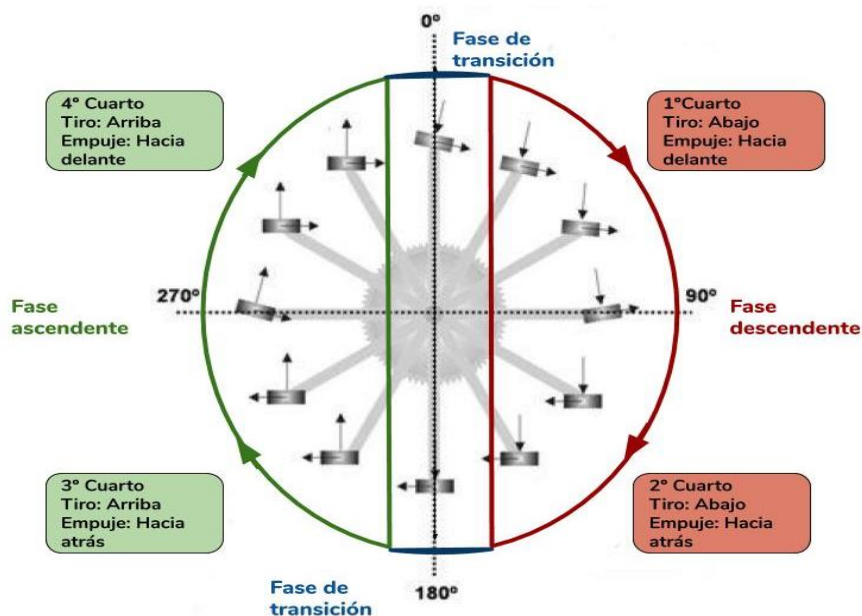


Figura 26. Diagrama de fases de una revolución de pedaleo

Las fases de una vuelta en el pedaleo son:

- Primera fase o fase de carrera descendente (de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ ).



- Segunda fase o fase de carrera ascendente (de 180° a 360°).
- Dos fases de transición ( $\pm 5^\circ$  de TDC y BCD).

En la figura 26 puede verse un diagrama con las diferentes fases descritas y divididas en 4 cuartos en los que puede dividirse el movimiento en función de la fuerza (y su descomposición en  $F_x$  y  $F_y$ ) que causa el movimiento.

Otra serie de conceptos que son importantes son los siguientes:

- La frecuencia de pedaleo: también recibe el nombre de cadencia, y se define como el número de revoluciones por minuto del eje de pedaleo.
- Par de la manivela (Nm): se define como el producto de una fuerza (N) ejercida a una distancia que se corresponde con la longitud de la manivela (m), es decir, en el extremo de la manivela, cuanto más larga sea la manivela menos fuerza habrá que realizar para obtener el mismo par. Este par dinámico propulsivo es el factor clave en la eficiencia de la mecánica del ciclismo [27].
- La potencia (W): es el producto del torque (Nm) y la velocidad angular (rad/s). Se utiliza en el ciclismo para superar cargas de trabajo y representa su esfuerzo mecánico final [28].

Para analizar el movimiento completo que se realiza en la acción de pedaleo, procedemos a analizar el rango de movimiento de las articulaciones humanas involucradas en el ciclismo. Estas articulaciones son la cadera, la rodilla y el tobillo. Se ha revisado la literatura sobre este tema y se utilizarán las convenciones utilizadas por [29], que se muestran en la figura 27.

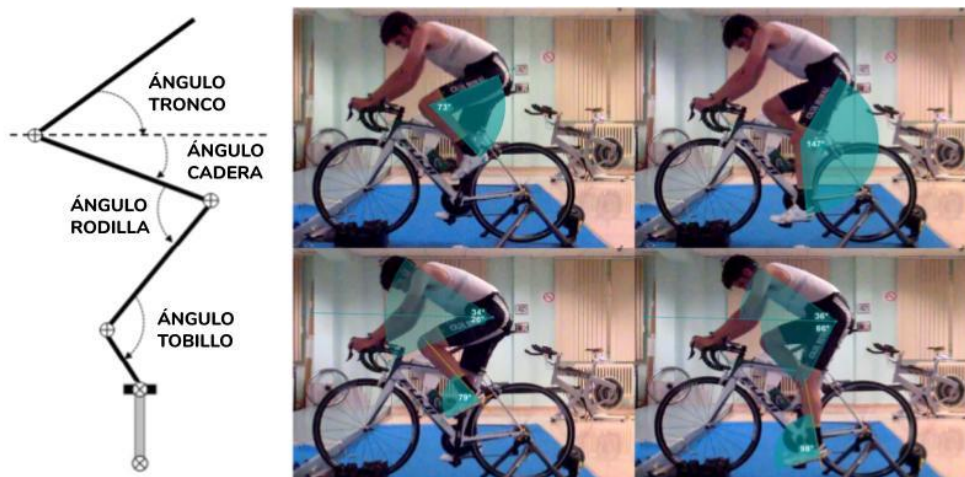


Figura 27. Nomenclatura de ángulos estándar que forman las articulaciones durante el pedaleo

Para completar la información mostrada en la figura 27 mostraremos a continuación una tabla resumen (tabla 1) de las posiciones más habituales con sus tolerancias, obtenidas de [30].

Articulación	Posición de la articulación	Grados
Rodilla	Extensión	145,5 ± 5,8
	Flexión	67,8 ± 3,7
Cadera	Extensión	64,8 ± 3,9
	Flexión	16,4 ± 3,2
Tobillo	Extensión	94,7 ± 7,4
	Flexión	74,2 ± 8,7
Tronco	Media	43,3 ± 2,7

Tabla 1. Estudio de parámetros de posición de articulaciones en la acción de pedaleo [30]

Por último, en la tabla 2, se hace un resumen en la que se muestra como el cambio de los parámetros afecta al rango de movimiento de las articulaciones [31].

	Altura del asiento Aumento	Intensidad 0-240W	Posición del pie Centro del empeine a talón
RDM Cadera	Sin influencia	Sin influencia	-7°
Extensión de cadera	Sin influencia	+3°	+2°
Flexión de cadera	-16°	-2°	Sin influencia
RDM rodilla	+15°	Sin influencia	+7°
Extensión de rodilla	+41°	-7°	+10°
Flexión de rodilla	-22°	Sin influencia	-7°
RDM tobillo	+18°	+8°	-5°
Flexión plantar de tobillo	+20°	Sin influencia	Sin influencia
Flexión dorsal de tobillo	Sin influencia	+9°	-5°

Tabla 2. Cambio de parámetros con la variación de esfuerzo. RDM: rango de movimiento. [15] [31]

### 3.2.1. Carga estructural

En este apartado detallaremos la interacción de fuerzas en el efector final entre la interfaz háptica y el usuario. Para ello, utilizaremos la nomenclatura que se muestra en la figura 28. Finalmente se estudiará el rango de valores en los que estarán estas fuerzas para poder realizar una selección adecuada de componentes.

Un ciclo de pedaleo se divide generalmente en dos fases (propulsivo o hacia abajo y recuperación hacia arriba) o por trimestres, utilizamos cuatro trimestres para definir el ciclo del pedal [15] [32]. Las fuerzas radiales en los puntos muertos más bajos (o más altos) de la revolución del eje no crean un movimiento angular y, por tanto, no ayudan a la creación de movimiento. El momento de inercia de la pierna del ciclista puede causar un movimiento angular. Aunque está relacionado con los componentes inerciales de los segmentos de las piernas, la fuerza radial aplicada al pedal no está exenta de costos de energía porque la energía se gasta para convertir la energía potencial en el punto muerto superior en energía cinética en el punto muerto inferior o BCD [33].

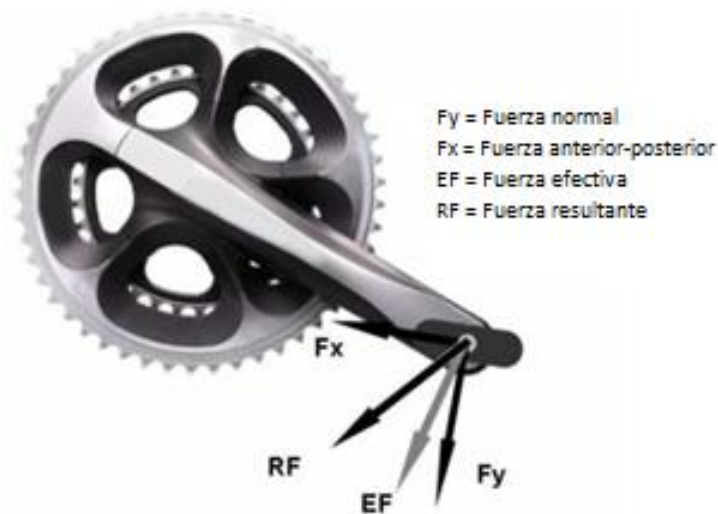


Figura 28. Fuerzas que soporta el eje del pedal y su nomenclatura [34]

La figura 29 muestra los gráficos de las fuerzas que produce un ciclista profesional varón que pedalea a 90 rpm y 350W de 20 años de edad, con una potencia máxima de 375W y 65 ml.kg - 1.min-1 de VO2Max [32]. Podemos sacar una serie de conclusiones de estos gráficos:

- Para la fuerza efectiva, los valores positivos indican la fuerza propulsora.

- Para la fuerza normal, los valores positivos indican la fuerza aplicada para tirar del pedal.

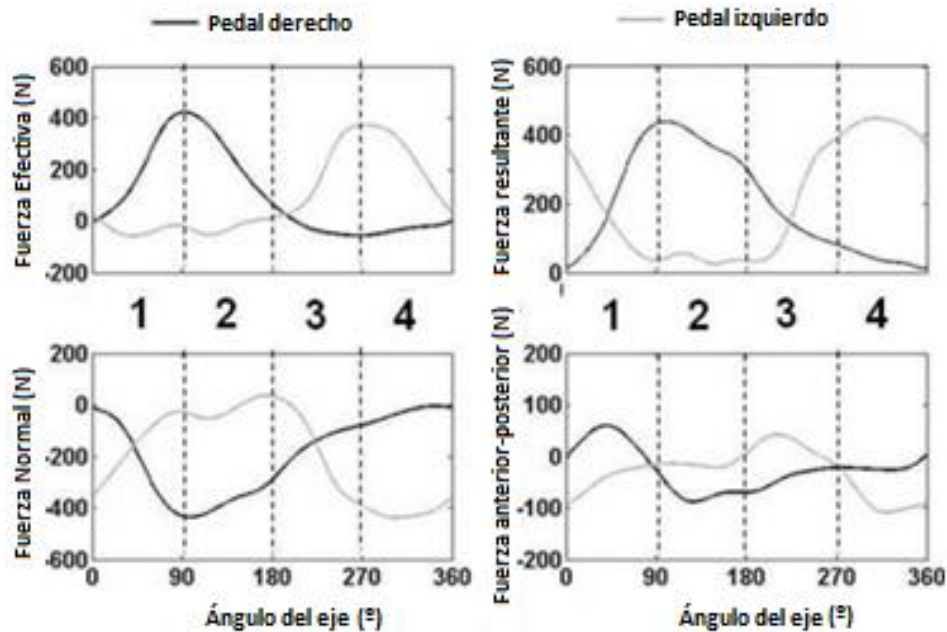


Figura 29. Fuerzas que genera un ciclista profesional [11]

- Para la fuerza anterior-posterior, los valores positivos indican una fuerza hacia adelante aplicada sobre el pedal.

Continuando con el análisis de la figura 29, encontramos que la fuerza resultante ejercida por un ciclista profesional realizando un esfuerzo aeróbico máximo no excede los 450 N, por lo que tomaremos esta fuerza como fuerza efectiva máxima. Esta fuerza efectiva máxima se aplica cuando la posición es perpendicular a la manivela, momento que generalmente ocurre en el pasaje entre el primer y el segundo cuarto, aproximadamente a 90° [27] [32].

Tomando la formulación propuesta [34] podemos calcular el par máximo aplicado en el eje:

$$T(\theta_1) = (F_x \cos \theta_2 - F_y \sin \theta_2) \times L_{ca} \quad (1)$$

Donde  $\theta_1$  es el ángulo de la manivela con respecto al eje y,  $\theta_2$  es el ángulo de inclinación del pedal respecto del eje x y  $L_{ca}$  es la longitud de la manivela (figura 30).

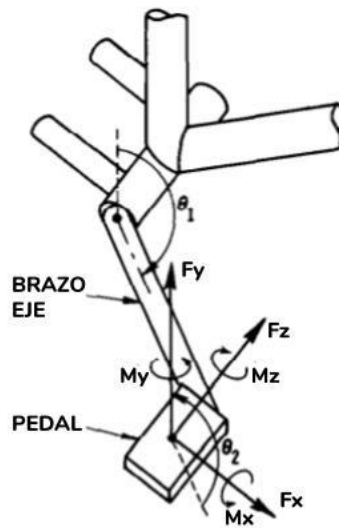


Figura 30. Representación de ángulos, fuerzas y momentos del sistema de manivela del pedal

Suponiendo la máxima eficiencia en la transmisión de la fuerza resultante y teniendo en cuenta que la longitud más común de la manivela es de 175mm, obtenemos un par máximo creado en el eje del pedalier por la fuerza máxima ejercida sobre el pedal de aproximadamente 78,75Nm utilizando la ecuación (1). Este valor será importante para corregir y dimensionar el actuador que actuará sobre el eje de pedaleo.

### 3.2.2. Parámetros de percepción

El propósito de este apartado es describir la diferencia notable en el esfuerzo (JND) percibida durante el ejercicio de pedaleo. Los valores mostrados en este apartado se basan en los estudios [35] [36]. En estos estudios los sujetos calificaban la escala de esfuerzo percibido en todo el cuerpo (RPE). La regresión individual afecta a la potencia de salida (PO) y sitúa el nivel RPE en 5 (figura 31).

La escala de RPE permite a un individuo estimar la respuesta de aireación del esfuerzo recibido y, además, se ha demostrado que la escala RPE tiene una fuerte relación con la frecuencia cardíaca, lo cual es positivo cuando el objetivo es el control de las pulsaciones del usuario.

La sensibilidad a los cambios de intensidad es bastante pequeña, por lo que un cambio pequeño de intensidad se manifiesta notablemente en las pulsaciones del usuario. No obstante, para poder acotar la diferencia notable en el esfuerzo, lo que hemos llamado JND, hay que tener en cuenta que RPE no solo aumenta en función de la intensidad, también aumentará paralelamente a la duración del ejercicio y por tanto la fatiga del usuario [37].

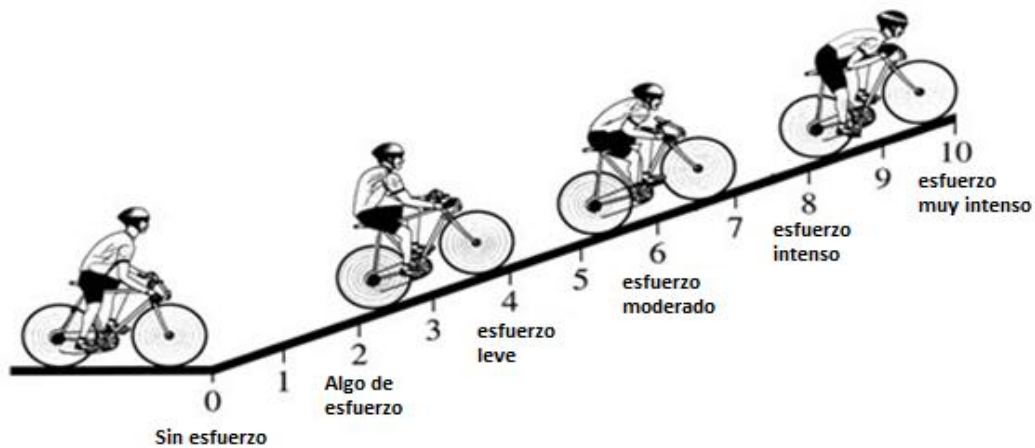


Figura 31. Escala de esfuerzo [36].

En el estudio de investigación [35] el objetivo principal de la investigación fue determinar el esfuerzo percibido arriba y abajo (JND-A y JND-B respectivamente) utilizando un cicloergómetro estándar con una PO (potencia de salida) correspondiente a un RPE de 5 en el ciclo OMNI adulto (0-10) (figura 31) basada en objetos de estudio jóvenes, activos y de ambos sexos. Los resultados de dicho estudio se presentan en la tabla 3.

En dicho estudio se plantea la posibilidad de, teniendo un usuario un JND relativamente pequeño, no pueda producir repetidamente un nivel de esfuerzo prescrito durante las series de ejercicios secuenciales. Tal respuesta podría resultar en un error de la regulación de intensidad del ejercicio relativamente grande. En contraste, los individuos con un JND relativamente grande si que pueden ser capaces de producir repetidamente niveles de esfuerzo que cumplen los objetivos dentro de su rango de JND. Sin embargo, en este caso el JND también puede incluir intensidades de ejercicio muy por debajo de la VT, por lo que habrá que identificar a estos usuarios con JND altos, ya que están en riesgo de trabajar en rangos de intensidad no óptimos para ellos. Podría ser adecuado realizar intervenciones para mejorar la agudeza perceptiva de estas personas [35].

Teniendo en cuenta los resultados de la Tabla 3, el sistema debería ser capaz de incrementar el esfuerzo físico en aproximadamente 10W por JND. Con esta condición podríamos incluir en el ejercicio a usuarios con bajo JND, que ahora notarían la diferencia de esfuerzo, mientras que los usuarios con un JND elevado no lo percibirían.

Absolute and relative JND PO values

	Absolute JND (W)		Relative JND (%SS)	
	JND-A	JND-B	JND-A	JND-B
<b>Males</b>				
Lower VT	14.3 ± 11.2	19.4 ± 12.8	9.0 ± 6.9	11.5 ± 7.7
Higher VT	10.1 ± 8.3	19.0 ± 17.3	6.7 ± 5.3	11.5 ± 9.7
Lower VO <sub>2PEAK</sub>	10.2 ± 6.5	17.3 ± 12.6	6.8 ± 4.3	11.3 ± 7.8
Higher VO <sub>2PEAK</sub>	14.2 ± 12.4	21.1 ± 17.3	8.9 ± 7.6	11.7 ± 9.6
<b>Females</b>				
Lower VT	8.2 ± 6.3	13.5 ± 8.9*	9.0 ± 6.5	15.3 ± 10.0*
Higher VT	2.6 ± 6.0***	12.0 ± 11.3*	2.6 ± 6.0	11.5 ± 11.1*
Lower VO <sub>2PEAK</sub>	4.5 ± 6.4	14.5 ± 7.1**	5.4 ± 7.3	16.8 ± 8.3**
Higher VO <sub>2PEAK</sub>	6.3 ± 7.1	11.0 ± 12.2**	6.2 ± 6.9	10.0 ± 11.7**

Data are mean ± SD

\* Significantly greater ( $P < 0.05$ ) than JND-A when JND values were averaged across lower and higher VT sub-groups

\*\* Significantly greater ( $P < 0.05$ ) than JND-A when JND values were averaged across lower and higher VO<sub>2PEAK</sub> sub-groups

\*\*\* Significantly less ( $P < 0.05$ ) than absolute JND-A of female lower VT group

Tabla 3. Valores absolutos y relativos JND en función de VO. Valores obtenidos en el estudio [33]

### Impedancia mecánica

En este apartado vamos a calcular el máximo y mínimo nivel de impedancia mecánica que el sistema debe ser capaz de ofrecer para un correcto uso del usuario, es decir, para que el usuario note la diferencia entre los niveles de esfuerzo.

Una aproximación común es considerar la piel humana como un sistema mecánico cuyas propiedades no cambian cuando hay una interacción háptica.

Esta aproximación es apoyada por estudios como los realizados por Hogan [38], que demostró que una extremidad humana puede modelarse como una impedancia mecánica pasiva para frecuencias superiores a la frecuencia máxima de las capacidades del movimiento humano. En ese caso las fuerzas y las medidas cinemáticas junto con la piel están relacionadas a través de la impedancia del usuario ( $Z_{user}$ ) como se muestra en la ecuación 2.

$$\frac{\overline{F}}{\overline{V}} = \overline{Z_{user}} \quad (2)$$

Siendo  $V = \frac{Dd}{dt} = \int a dt$

Donde:

- V es la velocidad lineal del efector final, en nuestro caso los pedales.
- F es la fuerza aplicada sobre el efector final.
- Dd es la distancia que recorre el efector final en un periodo de tiempo dt.
- a es la aceleración lineal.
- $Z_{user}$  es la impedancia mecánica del usuario.

En el apartado 1.1.5 se dijo que la máxima fuerza que haría un ciclista profesional rondaría los 450 N, generando un par de 78,74 Nm utilizando la medida de manivela más habitual en el mercado. Este par generaría una potencia de unos 350 W y 90 rpm. También se definió la potencia, que es el producto del par (Nm) y la velocidad angular (rad/s), que los ciclistas utilizan para superar las cargas de trabajo propuestas para entrenamientos y representa el “efecto mecánico final”. Con toda esta información se calculará la velocidad lineal del pie, y por tanto del pedal del usuario.

$$V = \omega \times L_{ca} \quad (3)$$

Aplicando las ecuaciones 1, 2 y 3 con el límite de máxima potencia de 350W, una sensibilidad de 10W, un pico de fuerza de 450N y con un rango de velocidad de 30-100 rpm, podemos obtener el rango de impedancia mecánica del sistema, cuyo resumen se muestra en la tabla 4. Paralelamente en la figura 32 se muestra la variación de la impedancia mecánica en función de la cadencia de pedaleo.



W (rpm)	W (rad/s)	P <sub>p_max</sub> (W)	Z <sub>u_max</sub> (Ns/m)	T <sub>p_min</sub> (Nm)	F <sub>p_min</sub> (N)	Z <sub>u_min</sub> (Ns/m)
100	10,47	824,67	245,55	0,96	5,46	2,98
90	9,42	742,20	272,84	1,06	6,06	3,68
80	8,38	659,73	306,94	1,19	6,82	4,65
70	7,33	577,27	350,79	1,36	7,80	6,08
60	6,28	494,80	409,26	1,59	9,09	8,27
50	5,24	412,33	491,11	1,91	10,91	11,91
40	4,19	329,87	613,88	2,39	13,64	18,61
30	3,14	247,40	818,51	3,18	18,19	33,08

Tabla 4. Valores máximos y mínimos para los parámetros principales del sistema

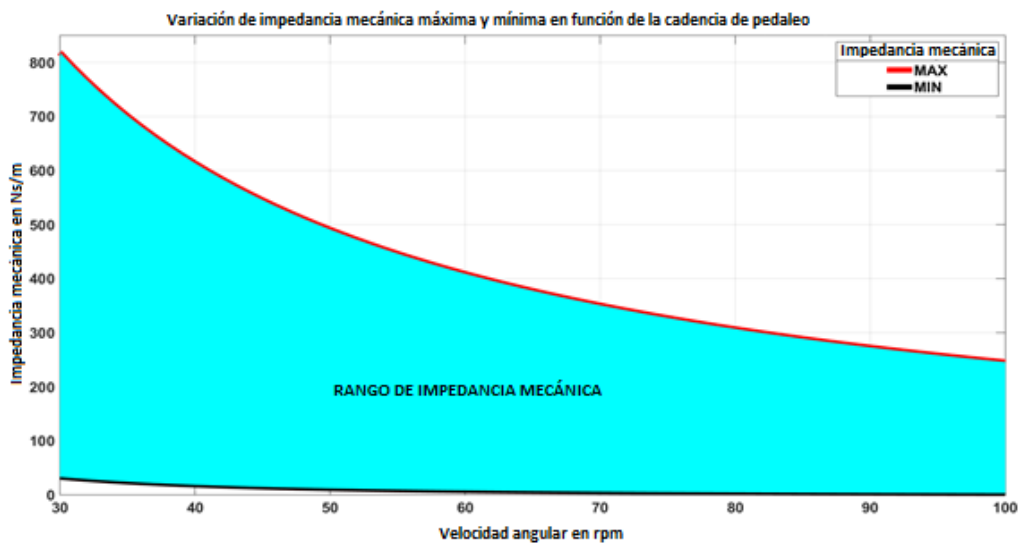


Figura 32. Variación de la impedancia mecánica en función de la cadencia de pedaleo

### 3.2.3. Requisitos del sistema

R/W	Descripción	Valor	Fuente/Comentario
Parámetros afectados por la cinética			
R	Número de GDL	3 rotacional	Eje controlado y rotación libre de los pedales
R	Espacio de trabajo	175x175 mm	Espacio de trabajo del eje
R	Máximo par en el eje	78,74 Nm	Figura 30
w	Máximo par en el eje	90 Nm	-
R	Mínimo par en el eje	0,96 Nm	Tabla 4
w	Mínimo par en el eje	0,5 Nm	-
R	Máxima fuerza en el pedal	450 N	Figura 30
w	Máxima fuerza en el pedal	500 N	-
R	Mínima fuerza en el pedal	5,46 N	Tabla 4
w	Mínima fuerza en el pedal	1 N	-
w	Máxima frecuencia para el eje en una situación de bloqueo	1000 Hz	-
R	Menor frecuencia cuando el movimiento está bloqueado	Static	-
R	Máxima velocidad del eje	90 RPM	3.2.2
w	Máxima velocidad del eje	100 RPM	-
R	Mínima velocidad del eje	50 RPM	-
w	Mínima velocidad del eje	30 RPM	-
R	Máxima velocidad en modo inactivo	100 Rpm	-
R	Máximo ancho de banda del cambio de velocidad	TBD	-
R	Máxima impedancia de la salida	820 Ns/m	Tabla 4
R	mínima impedancia en la salida	3 Ns/m	Tabla 4
R	Resolución más precisa para el eje	2,5°	-
w	Resolución más precisa para el eje	1°	-
R	Resolución más precisa para el pedal	1°	-
w	Resolución más precisa para el pedal	0,25°	-
R	Tipo de interfaz mecánica	Pedal	3.1
R	Punto de referencia mecánica	Centro del pedal	3.1

Tabla 5. Requisitos del sistema

## 4. Diseño del sistema. Selección de componentes

En este capítulo partimos de la fase 1 de la metodología y comenzamos con la fase 2, consistente en el diseño y la selección de componentes que conformarán el dispositivo. En esta fase se define la forma general y los principios que van a regir el sistema, es decir, se define cómo va a funcionar, qué componentes se seleccionan para hacer el funcionamiento posible, y se toman decisiones que afectan a la influencia que cada componente tiene sobre el sistema.

La idea general con la que se parte de la fase 1 es acondicionar una bicicleta estática para el acople de un motor DC, controlando la tensión suministrada al circuito del motor DC para ajustar el par entregado por el motor a las necesidades del proceso de rehabilitación.

Comenzamos por enumerar los elementos que compondrán el dispositivo háptico con sus necesidades básicas:

- Bicicleta estática: la bicicleta estática escogida buscará tener un ajuste ergonómico cómodo en una posición natural, entendiendo por ajuste ergonómico la posibilidad de cambiar parámetros como la altura del sillín y la posición del manillar. Quedan descartadas por tanto las bicicletas utilizadas en el fitness cuya postura se asemeja a la del ciclismo profesional.
- Motor DC con reductora acoplada: dado que las revoluciones a las que va a trabajar el dispositivo son bastante bajas sobre todo considerando las prestaciones de los modelos comerciales de motores, será necesario incluir una reductora que permita al motor trabajar en un rango de revoluciones adecuado aprovechando toda su capacidad. Además de conseguir un rango adecuado en el eje saliente de la reductora se buscará algún sistema que pueda acoplarse de manera sencilla a la bicicleta escogida.
- Controlador: El fin último del control háptico es controlar la impedancia mecánica percibida por el usuario el motor DC es necesario incluir algún elemento que controle la tensión suministrada al motor. Para la selección de este elemento deberán tenerse en cuenta sobre todo las características y prestaciones del motor DC.

A la hora de realizar la selección, tenemos que tener en cuenta las limitaciones económicas que tenemos en este proyecto. Este factor nos condiciona a primar la funcionalidad ante la optimización del sistema.

## 4.1. Bicicleta estática

El dispositivo que se va a utilizar como elemento de interacción directa con el usuario es el cicloergómetro Monark 928E. No obstante, como es un modelo de coste y complejidad elevados, se ha decidido utilizar una bicicleta estática de segunda mano como prototipo sobre el que se realizarán pruebas de montaje y funcionamiento, pasando únicamente a la implementación sobre el cicloergómetro cuando los parámetros del sistema estén ajustados y controlados para que no haya posibilidad de dañar de alguna forma el cicloergómetro. Tanto el modelo del cicloergómetro como la bicicleta estática de segunda mano se describen en los apartados siguientes de este capítulo.

### 4.1.1. Cicloergómetro Monark 928E

El modelo Monark 928 E es un cicloergómetro diseñado para la realización de pruebas cardiovasculares en rangos máximos o submáximos, siendo capaz de calcular paralelamente la capacidad VO<sub>2</sub> del usuario, aunque también está indicada para la realización normal del ejercicio. Los modos que incluye son entrenamiento, test METS, test Astrand, test YMCA, test de incremento y PWC. Además, incluye un software que puede conectarse a un ordenador con el que ver los resultados de cada entrenamiento.

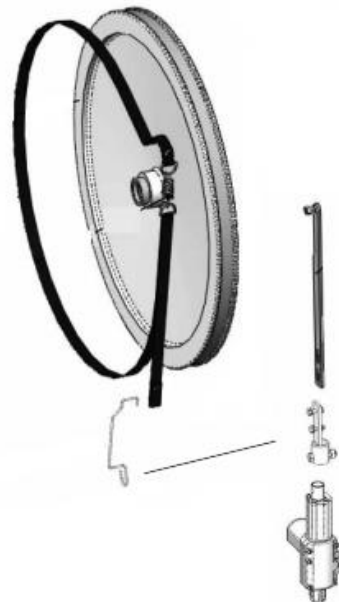


*Figura 33. Cicloergómetro Monark 928 E*

Todos los test citados anteriormente con su correspondiente toma de datos se realizan con una banda de pecho con el estándar de comunicación ANT+, muy extendido en el uso de pulsómetros. Dado que el fin último de este proyecto es el control de la frecuencia cardíaca del usuario, la utilización de un estándar de comunicación para bandas de pecho permite la conexión con un amplio abanico de dispositivos, simplificando la visualización de los datos y haciendo

posible que, por ejemplo, un paciente de rehabilitación cardíaca pueda hacer ejercicio controlado en su domicilio siempre que se mantenga en el rango de pulsaciones recomendado para su caso.

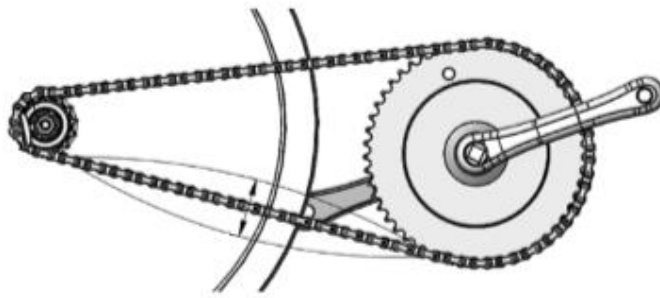
El principio de funcionamiento que utiliza este cicloergómetro es el de cinturón de rozamiento que fricciona sobre un disco de inercia. No obstante, como el ajuste de la resistencia no es manual, es decir, no tiene ningún elemento mecánico como una ruleta cuyo giro tracciona más o menos del cinturón de freno aumentando o disminuyendo la resistencia, la propia bicicleta incluye un motor cuya función es la de traccionar del cinturón de frenado como se muestra en la figura 34.



*Figura 34. Sistema de actuación del cicloergómetro Monark 928 E*

El sistema de transmisión que utiliza el cicloergómetro es un sistema convencional de transmisión de bicicletas estáticas: el piñón gira de manera solidaria con el disco de inercia (solo en el sentido de pedaleo de avance) y la transmisión se produce mediante una cadena que engrana tanto en el plato como en el piñón del cicloergómetro.

En cuanto a las desventajas, la ergonomía de este modelo permite ajustar la altura del asiento, limitando un poco la posición de los brazos del usuario y condicionando la postura de la espalda. Otra desventaja importante es que la bicicleta no cuenta con mucho espacio para situar el motor DC en el eje del piñón, siendo necesaria alguna operación de mecanizado.



*Figura 35. Sistema de transmisión del cicloergómetro Monark 928 E*

Por último, tenemos que tener en cuenta el precio. Como es un modelo pensado para ensayos cardiovasculares con todo lo que eso conlleva: banda de pecho, software con programas de entrenamiento específicos, ajuste de la resistencia (motor) muy preciso, etc, el precio se incrementa notablemente, rondando los 2400 € por unidad.

#### 4.1.2. Bicicleta estática de segunda mano

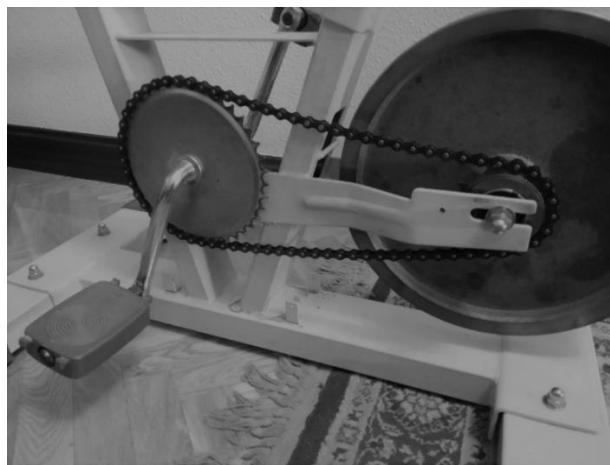
El modelo de bicicleta estática de segunda mano que se va a utilizar como prototipo lo tiene en posesión del autor del presente trabajo (figura 36). Las prestaciones que ofrece esta bicicleta son muy inferiores a las del cicloergómetro descrito anteriormente. Es una bicicleta que está pensada para un uso básico y sólo cuenta con un cronómetro y un cuentakilómetros.



*Figura 36. Bicicleta estática de segunda mano*

El principio de funcionamiento es el mismo que en el cicloergómetro: un cinturón de freno que fricciona con el disco de inercia, solo que en este caso el elemento que regula la resistencia es un mando rotacional manual que tira o cede de un muelle que está enganchado al cinturón de freno, estableciendo con este giro una mayor o menor fricción sobre el disco de inercia, aumentando o disminuyendo de esta manera la resistencia.

Al igual que en el caso del cicloergómetro, el disco de inercia gira solidariamente con el piñón, pero únicamente en el sentido de avance y la transmisión entre plato y piñón se realiza con un sistema de cadena.

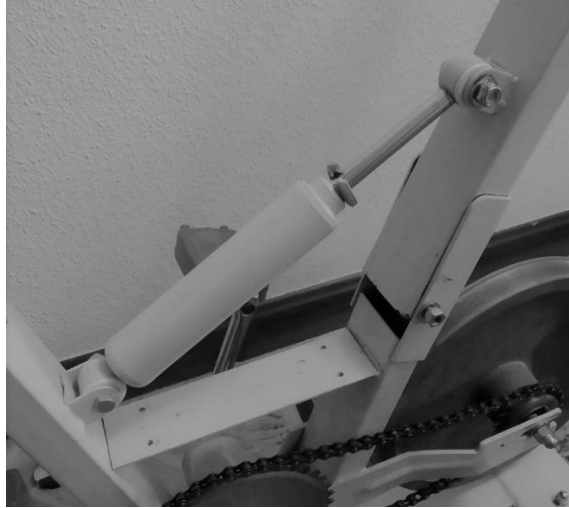


*Figura 37. Sistema de transmisión de la bicicleta estática de segunda mano*

En cuanto a las ventajas de la utilización de este modelo, ergonómicamente permite ajustar la altura del sillín y además da la posibilidad de modificar la distancia a la que queda el manillar del usuario. Para este ajuste cuenta con un cilindro que funciona por fricción y solo cede ante un empuje con bastante fuerza (figura 38).

La ventaja principal de este modelo es el espacio que tiene en el eje del piñón, siendo suficiente para la colocación del motor DC y la reductora, haciéndolo idóneo para la implementación de un primer prototipo. Otra ventaja importante de este modelo es el precio, ya que está en posesión del realizador del proyecto y la adquisición no tiene coste alguno.

En cuanto a las desventajas este modelo de bicicleta es bastante simple, es un modelo antiguo y es posible que sus componentes necesitaran algún ajuste o recambio para un funcionamiento fino (rodamientos, engrasado, etc). Además, es un modelo descatalogado, por lo que no es posible encontrar recambios originales.



*Figura 38. Sistema de fijación de la posición del manillar de la bicicleta estática*

#### 4.1.3. Justificación de la selección del prototipo

Se selecciona como prototipo la bicicleta estática de segunda mano por las siguientes razones:

- El cicloergómetro Monark 928 E es un dispositivo pensado para la realización de pruebas de alta intensidad, diseñada para que el usuario trabaje en regímenes máximos o submáximos de su capacidad, para lo que es necesario un software complejo que permita realizar los tests citados en el apartado 4.1.1. Todos esos test están preparados para funcionar con el principio de funcionamiento que incluye el cicloergómetro. No obstante, como se va a sustituir la parte actuadora en su totalidad porque cambia el principio de funcionamiento, todas las funcionalidades de realización de test que podía aportar el cicloergómetro van a quedar inservibles.
- A la hora de la implementar el motor DC en la bicicleta, la bicicleta estática de segunda mano tiene más espacio, facilitando el acoplamiento del motor a la bicicleta y no es necesaria una operación de mecanizado.
- Otro motivo importante es el precio. Las características que ofrece el cicloergómetro hacen que su precio sea elevado, por lo que se considera más sensato implementar el sistema sobre un modelo que si queda inservible no se considere una pérdida.



## 4.2. Motor DC y reductora

Se comenzó la búsqueda y selección de motor DC siguiendo el estado del arte desarrollado sobre motores de bicicletas eléctricas, pero las opciones encontradas estaban enfocadas sobre todo en transformación de bicicletas convencionales a eléctricas mediante kits. Estos kits permiten transformar una bicicleta en bicicleta eléctrica acoplando un motor y una batería a la bicicleta en cuestión, siempre que cumplan una serie de parámetros geométricos. Como estos parámetros eran difíciles de cumplir en la bicicleta estática seleccionada se contacta con la empresa Maxon Motor Ibérica S.A y se les plantea el problema. La solución ofertada coincide con la escogida y se compone del motor Maxon EC 90 flat (modelo 607930), sin escobillas, de 400 watos y con sensores de efecto Hall (figura 39). Los datos del motor se muestran en la tabla 6 y las especificaciones técnicas en la tabla 7.

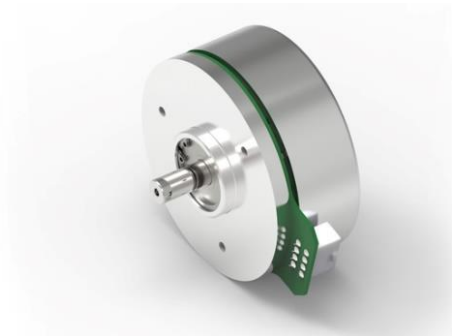


Figura 39. Motor MAXON EC 90 flat. Referencia 607930.

El motor incluye un módulo diseñado por Maxon que incluye un encoder Mile 512 – 6400 CPT de doble canal (figura 40). Además, la solución aportada por Maxon nos solventa el tener que buscar un driver electrónico de control para el motor puesto que ya se ha seleccionado un módulo compatible: el modelo ESCON Mod. 50/5 (figura 41), sobre el que se implementará el control PID de corriente.



Figura 41. Encoder Mile 512 - 6400 CPT de doble canal

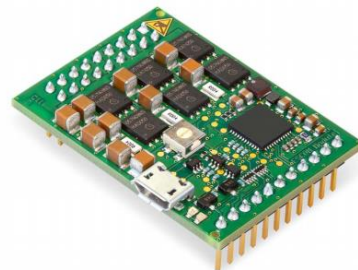


Figura 40. Driver electrónico de control ESCON Mod. 50/5

Datos del motor DC		Valor	Unidades
Valores con voltaje nominal			
1	Voltaje nominal	30	V
2	Velocidad sin carga	2080	rpm
3	Corriente sin carga	475	mA
4	Velocidad nominal	1700	rpm
5	Par nominal (máximo par continuo)	1260	mNm
6	Corriente nominal (máxima corriente continua)	8.73	A
7	Par de parada	14600	mNm
8	Corriente de parada	107	A
9	Máxima eficiencia	87.3	%
Características			
10	Resistencia terminal entre fases	0.28	$\Omega$
11	Inductancia terminal entre fases	0.369	mH
12	Constante de par	136	mNm/A
13	Constante de velocidad	70.2	rpm/V
14	Gradiente velocidad/par	0.144	Rpm/mNm
15	Constante mecánica de tiempo	7.66	Ms
16	Inercia del rotor	4765	$gcm^2$

Tabla 6. Datos del motor DC EC 90 flat modelo 607930

Especificaciones		Valor	Unidades
Datos térmicos			
1	Resistencia térmica carcasa-ambiente	1.56	K/W
2	Resistencia térmica devanado-carcasa	1.09	K/W
3	Constante térmica de tiempo devanado	34.2	s
4	Constante térmica de tiempo del motor	232	s
5	Temperatura ambiente	- 40...+100°C	°C
6	Máxima temperatura del devanado	+125°C	°C
Datos mecánicos			
7	Máxima velocidad	5000	rpm
8	Juego axial con carga axial	0.14	Mm
9	Juego radial	Precarga	-
10	Máxima carga axial (dinámica)	34	N
11	Máxima fuerza para ajustes a presión (estática)	440	N
	Máxima fuerza para ajustes a presión (estática, eje con soporte)	8000	N
12	Máxima carga radial (a 10mm de la brida)	130	N
Otras especificaciones			
13	Número de pares de polos	11	-
14	Número de fases	3	-
15	Peso del motor	964	g

Tabla 7. Especificaciones del motor DC EC90 flat modelo 607930

La reductora seleccionada es también de la marca Maxon, modelo reductor planetario GP 52 C (figura 42), referencia 223083, que se acopla directamente sobre el eje del motor. El eje de la reductora sobre el que irá el piñón cumple el estándar DIN 6885-A4x4x20, un estándar utilizado en piñones de motores de bicicletas y patinetes eléctricos, facilitando el acoplamiento. Los datos técnicos y los datos del reductor planetario pueden verse en las tablas 8 y 9 respectivamente.



Figura 42. Reductora planetaria GP 52 C. Referencia 223083.

	Datos técnicos	Valor	Unidades
1	Reductor planetario	Diente recto	-
2	Eje de salida	Acero inoxidable	-
3	Rodamiento de salida	Rodamiento a bolas pretensado	-
4	Juego máximo radial a 12 mm de la brida	0.06	mm
5	Juego axial máximo con carga axial <5N	0	mm
6	Juego axial máximo con carga axial >5N	0.3	mm
7	Máxima carga axial admisible	200	N
8	Máxima fuerza administrada en acoplamientos a presión	500	N
9	Sentido de giro, entrada/salida	=	-
10	Máxima velocidad de entrada en continuo	6000	rpm
11	Rango de temperatura aconsejado	-15...+80	°C
12	Rango de temperatura extendido opcional	-40...+100	°C
13	Número de etapas	1,2,3,4	-
14	Máxima carga radial administrada a 12 mm de la brida (depende de las fases)	420,630,900,900	N

Tabla 8. Datos técnicos del reductor planetario GP 52 C, referencia 223083

Datos del reductor		Valor	Unidades
1	Reducción	12:1	-
2	Reducción absoluta	49:4	-
3	Momento de inercia	17.3	$gcm^2$
4	Diámetro máximo del eje del motor	10	mm

Tabla 9. Datos del reductor planetario GP 52 C, referencia 223083

### 4.3. Controlador

Para controlar el motor se ha especificado en el apartado anterior que se necesita controlar la tensión suministrada al mismo. El control que se ha decidido implementar toma como variable de control la intensidad del motor, porque como veremos en los siguientes capítulos, controlando la intensidad del motor controlaremos el par, dado que los motores DC tienen una constante de par que relaciona intensidad y par entregado de manera sencilla.

El control que va a controlar la intensidad del motor será un PID, implementado en el driver, mientras que el controlador se utilizará para el control de la impedancia mecánica. Para implementar el resto de algoritmos de control se buscó una tarjeta de control que permitiera programarlo. Analizando las opciones en el mercado finalmente se opta por el microcontrolador desarrollado por Texas Instrumens TMS320 F2806x basado en el sistema Piccolo, que cuenta con una integración de 32 bits (una CPU de 32 bits) y que está desarrollado para controlar aplicaciones en tiempo real. Otras características interesantes son capacidad de trabajo con frecuencias de hasta 90MHz, memoria programable, una FPU integrada, CLA, escáner JTAG, puertos de conexión serie y varios puertos destinados a GPIO.

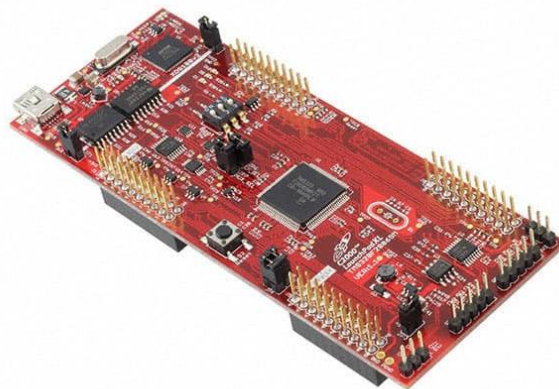


Figura 43. Placa para microcontrolador TMS 320 F2806x modelo LaunchXL - F28069M

De entre las opciones de placas compatibles con el microcontrolador elegido hemos seleccionado el modelo LAUNCHXL-F28069M (figura 43) que provee al microcontrolador del hardware y software necesario para el desarrollo de la aplicación requerida en este proyecto.

Las hojas de datos de los componentes presentados en este capítulo pueden verse en los anexos, así como un estudio económico del trabajo.



## 5. Modelado teórico del sistema

En este capítulo se exponen los principios físicos utilizados y el desarrollo matemático de las ecuaciones que posteriormente se implementarán en la simulación.

Como cuando se comenzó a realizar este proyecto final de grado aún no se disponía del cicloergómetro, se comenzó por preparar una simulación lo más genérica posible que sirviese para simular diferentes motores y cicloergómetros, de tal manera que solo hubiese que cambiar los parámetros de los elementos escogidos.

Dado que una simulación puede ser más o menos simplificada debemos comenzar por acotar el alcance físico y mecánico de la misma, fijando unos conceptos iniciales:

- La simulación mostrará el comportamiento de un sistema de transmisión de cadena entre un único plato y un único piñón. No será necesaria la inclusión de más piñones porque el par resistente se establece con el motor de corriente continua, por lo que no es necesario cambiar la velocidad para ajustar la potencia entregada.
- El motor DC tendrá una reductora incorporada, el eje que gira tras la reducción se simulará de manera que gire solidariamente con el piñón. Este factor ya ha sido tenido en cuenta para los cálculos del capítulo anterior.
- El sistema se simulará en lazo cerrado, siendo la consigna el valor del par que se quiere que entregue el usuario. Como explicamos antes este par se traduce en la corriente deseada que se desea que circule por el motor.
- Establecemos el origen de coordenadas en uno de los centros de las ruedas dentadas, en este caso en el centro del plato coincidente con el eje del pedalier. El eje X del sistema de coordenadas pasará también por el centro del piñón y el eje Y será la perpendicular al eje X que pase por el centro de la rueda dentada conductora.

Para explicar de forma ordenada el funcionamiento que ha de seguir el modelo de simulación comenzaremos por dividir el sistema en bloques que estarán interconectados (figura 2).

Atendiendo a la figura 2 el funcionamiento del modelo es el que sigue:

- Sensor de par: durante la acción del pedaleo el usuario realiza una fuerza sobre los pedales. Dicha fuerza es captada por un sensor de

fuerza en cada pedal, que habrá que tratar para sacar una fuerza resultante que es una de las entradas que va a tener el bloque de dinámica.

- Bloque de dinámica: el bloque de dinámica se encargará de calcular el par que genera el usuario y la inercia total del sistema en cada instante de tiempo, siendo necesario para ello disponer del par motor, la reducción plato-piñón y la velocidad angular de los pedales.
- Bloque del actuador: el bloque del actuador simulará un motor DC modificado para que las entradas se ajusten al montaje del motor con la reductora y el piñón. La otra entrada que tendrá el motor será la tensión de alimentación del motor, calculada en el bloque de control.
- Bloque de control: el bloque de control implementará un control PID con el que se podrá controlar el par resistivo que el motor entrega modificando la tensión de alimentación del motor DC.
- Bloque cinemático: para simular el comportamiento de la transmisión plato piñón mediante una cadena (ideal) se recurre a un sistema conocido en mecánica de cuatro barras, cuyo funcionamiento está detallado en este capítulo. Este bloque es el que proporciona la realimentación háptica al usuario proporcionando la velocidad angular en el pedaliar, y la potencia que ha de vencer el usuario.

En los siguientes apartados se detallan los cálculos que realiza cada bloque.

### 5.1. Modelo matemático del motor DC

Comenzamos por mostrar el modelo simplificado de un motor DC, representado en la figura 44 [39].

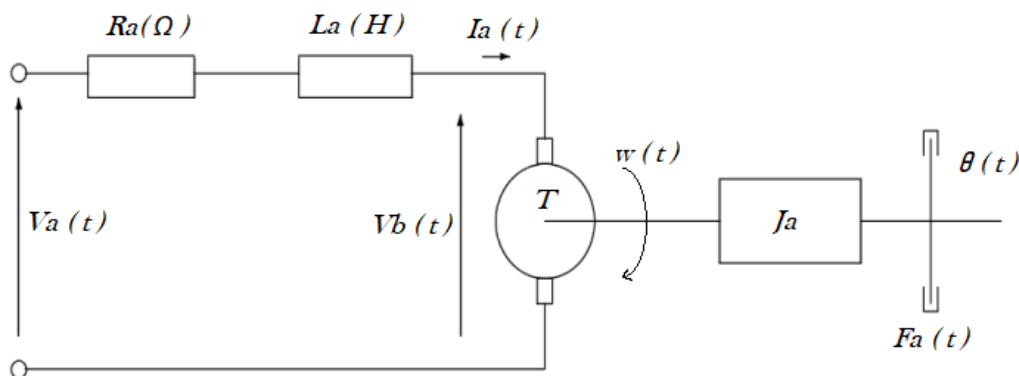


Figura 44. Modelo simplificado de un motor DC

El modelo de un motor DC tiene una serie de elementos que explicaremos a continuación:



- $R_a$ : es la característica natural del sistema que se opone al paso de la intensidad.
- $L_a$ : representado como una inductancia, hace referencia a las posibilidades de almacenamiento de energía en forma de campo magnético.
- $J_a$ : inercia o masa de la armadura del motor.
- $V_a$ : es la alimentación del circuito con el que se mueve el motor. Aunque este parámetro sea constante la intensidad no tiene por qué serlo (transitorios y ruido).
- $i_a$ : es la intensidad que fluye por el circuito.
- $V_b$ : fuerza contraelectromotriz. Es una variable eléctrica que depende de la velocidad, es decir, de una variable mecánica. Se produce cuando circula corriente por el bobinado del rotor (inducido), la corriente genera un campo que interactúa con el campo magnético de las expansiones polares del motor, dando lugar al funcionamiento del motor en un intento de los campos por alinearse. Cuando los conductores del rotor se mueven, cortan las líneas de fuerza del campo magnético, induciéndose la fuerza electromotriz que, según la Ley de Lenz, se opondrá a la causa que la genera, o lo que es lo mismo, se tiende a frenar el motor. Se representa como una caída de tensión en el circuito.
- $T$ : par motor.
- $\theta$ : desplazamiento angular.
- $w$ : es la velocidad angular, se define como la derivada del desplazamiento angular con respecto al tiempo.
- $F_a$ : Fricción viscosa. Se representa como una fuerza que se opone al movimiento y depende de la velocidad.

Para desarrollar el modelo matemático aplicaremos primero la Ley de Kirchoff sobre el circuito cerrado, y después un sumatorio de pares sobre el eje del motor.

l) Kirchoff

$$V_a(t) = V_{Ra}(t) + L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + V_b \quad (4)$$

donde  $V_{Ra} = R_a \cdot I_a(t)$  ;  $V_b(t) = K_b \cdot w(t) = K_b \frac{d\theta(t)}{dt}$  , siendo  $K_b$  la constante de voltaje. Sustituyendo en (4) obtenemos la siguiente expresión:

$$Va(t) = Ra \cdot Ia(t) + La \frac{dIa(t)}{dt} + Kb \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (5)$$

Nos queda por tanto una ecuación diferencial de primer orden no homogénea ordinaria en la que solo hay una variable independiente: el tiempo.

## II) Parte mecánica

Realizamos el sumatorio sobre el eje del motor, donde tenemos que el par del motor será igual a la suma del par de la armadura que se opone al movimiento más el momento lineal creado por la fuerza viscosa que también se opone al movimiento del motor.

$$T(t) = T_{Ja}(t) + T_{Fa}(t) \quad (6)$$

Para calcular  $T_{Ja}$ , la segunda ley de Newton  $F = m \cdot a$  tiene como equivalente para un movimiento de rotación:  $T = I \cdot \alpha$ , donde  $I$  es el momento de inercia del cuerpo con respecto al eje de rotación y  $\alpha$  es la aceleración angular. Aplicando esta ley a nuestro caso obtenemos:

$$T_{Ja}(t) = Ja \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \quad (7)$$

Paralelamente la conservación del momento lineal tiene por equivalente la conservación del momento angular  $L = I \cdot \omega$ . Si lo aplicamos a nuestro modelo obtenemos:

$$T_{Fa}(t) = Fa \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (8)$$

Reescribiendo la ecuación del sumatorio sobre el eje nos queda una ecuación diferencial ordinaria no homogénea de segundo orden:

$$T(t) = Ja \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + Fa \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (9)$$

No obstante, si el campo magnético del estátor es constante la rotación depende exclusivamente del campo magnético generado en la armadura, que depende de la corriente, es decir:

$$T(t) = Ja \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + Fa \frac{d\theta(t)}{dt} = K_T \cdot Ia(t) \quad (10)$$

donde  $K_t$  es la constante de par, y se calcula como  $K_T = \frac{1}{K_v}$

### 5.1.1. Modelo de espacio de estados

Partimos de las ecuaciones desarrolladas en el anterior apartado (5) y (10). Reescribimos estas ecuaciones y despejamos de manera que queden los términos derivados a un lado y el resto de la ecuación al otro. Además, consideramos importante el control de la posición de nuestro sistema por lo que añadimos la ecuación (13).

$$Ia'(t) = \frac{Va(t)}{La} - \frac{Ra}{La} Ia(t) - \frac{Kb}{La} w \quad (11)$$

$$w'(t) = \frac{T(t)}{Ja} - \frac{Fa}{Ja} w(t) \quad (12)$$

$$\dot{\vartheta}(t) = w(t) \quad (13)$$

Las ecuaciones (11)-(13) son las ecuaciones de estado y podemos expresarlas de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Ia'(t) \\ \dot{w}(t) \\ \dot{\vartheta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Ra}{La} & -\frac{Kb}{La} & 0 \\ 0 & -\frac{Fa}{Ja} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia(t) \\ w(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{La} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Ja} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Va(t) \\ T(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Si definimos el vector de estados  $x = \begin{bmatrix} Ia(t) \\ w(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix}$  y el vector de entrada  $u =$

$\begin{bmatrix} Va(t) \\ T(t) \end{bmatrix}$  la ecuación (14) queda escrita con la forma general de ecuación de espacio de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (15)$$

Las ecuaciones de espacio de estados serían correctas si el par  $T(t)$  perteneciente al vector de entrada pudiese variarse a voluntad, pero este par será el realizado por el usuario del cicloergómetro sobre el eje, por lo que no vamos a poder tener una información exacta acerca de ella. Por eso vamos a considerarla una perturbación, reescribiendo la ecuación como (16), para diferenciar entre variables de entrada y perturbaciones.

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a(t) \\ \dot{w}(t) \\ \dot{\vartheta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Ra & -Kb & 0 \\ La & La & 0 \\ 0 & -Fa & 0 \\ 0 & Ja & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a(t) \\ w(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ La \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Va(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ Ja \\ 0 \end{bmatrix} T(t) \quad (16)$$

De esta manera la nueva forma de ecuación de espacio de estados queda como:

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_p p \quad (17)$$

donde  $p$  es el vector de perturbaciones y  $u$  el de las acciones de control.

## 5.2. Sensor de par

El bloque de sensor de par simula la fuerza resultante efectiva que el usuario realiza sobre los pedales, es decir, calcula la fuerza resultante teniendo como entradas las fuerzas ejercidas sobre los pedales. Si suponemos que la fuerza se capta con sensores, y que los sensores están colocado en una posición centrada dentro del pedal, la fuerza que vamos a captar va a ser perpendicular al eje del pedal, es decir, va a tener siempre la dirección del eje de ordenadas y con sentido negativo (hacia abajo). Analíticamente el par se calcula como el producto de la fuerza efectiva y la distancia a la que se aplica la fuerza. La fuerza efectiva será siempre tangencial a la circunferencia del pedaleo (figura 45), así que podremos calcularla como  $F_t = F \cdot \cos \vartheta$ .

Si nos remontamos al capítulo 3, donde se analizan las fases de una revolución durante el pedaleo, deducimos que el par generado por la fuerza ejercida no es constante, puesto que, al no variar la dirección de la fuerza, la fuerza efectiva va a variar, teniendo como consecuencia dos situaciones en las que el par va a ser cero, cuando la dirección de la fuerza pase por el eje del pedalier, es decir, en las fases de transición. Siguiendo el mismo razonamiento el par máximo lo tendremos cuando la fuerza sea totalmente tangente a la circunferencia de pedaleo, es decir, en los  $90^\circ$  y  $270^\circ$  de la pedalada.

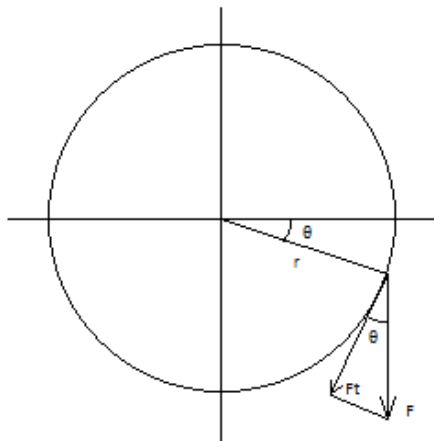


Figura 45. Descomposición de la fuerza realizada sobre el pedal

Una vez tenemos calculado el par que genera cada pedal hemos de tener en cuenta que lo que provoca el movimiento es la resultante de las dos fuerzas ejercidas. Como en esta bicicleta los pedales no tienen calas se considera que solo se puede realizar fuerza en la fase descendente de la pedalada, por lo que consideraremos esa fuerza positiva y tendremos que restar la fuerza en el otro pedal, que irá desfasada  $180^\circ$  respecto del primero, obteniendo la salida del bloque: la fuerza resultante.

$$\begin{aligned}
 F_{res} &= F_{t1} - F_{t2} \text{ para } \vartheta \in \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\
 F_{res} &= F_{t2} - F_{t1} \text{ para } \vartheta \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

### 5.3. Dinámica del sistema

En este bloque se calcula la velocidad angular del pedaliar, para lo que será necesario calcular primero los pares que se ejercen sobre el eje del pedaliar, así como la inercia de todos los elementos que condicionan la rotación del eje. El razonamiento matemático que se ha seguido se explica a continuación.

Partimos de la segunda ley de Newton, que aplicada a un movimiento de rotación enuncia que el par neto externo puede calcularse como el producto del momento de inercia multiplicado por la aceleración angular, es decir, en nuestro caso:

$$T_{pedalier} = I_{pedalier} \cdot \alpha ; \quad \alpha = \frac{T_{pedalier}}{I_{pedalier}} \quad (19)$$

El objetivo del bloque es el cálculo de la velocidad angular del pedalier, que es la integral de la aceleración angular, variable que podemos calcular con la expresión anterior. Para la obtención de la aceleración angular se necesitan los pares ejercidos sobre el eje del pedalier y las inercias de todos los elementos que afectan a la rotación referidos a su eje. Los pares que afectan al eje del pedalier son: el par del motor DC, el par generado por la fuerza ejercida en los pedales por el usuario y los pares de rozamiento que se oponen al movimiento de los elementos mecánicos, es decir, piñón y pedalier. En cuanto a la inercia los elementos que han de ser tenidos en cuenta serán los pedales, las bielas, el plato, el piñón, el motor y la reductora.

Comenzando por el cálculo del par total en el eje del pedalier, se realizará el sumatorio de los pares mencionados al principio de este apartado:

- Par del motor DC: considerando la cadena como una transmisión ideal podemos considerar que la transmisión plato piñón se comporta como la transmisión entre dos engranajes. Como además el motor tiene entre su eje y el eje del piñón el par que entrega sobre el eje del pedalier tendrá que multiplicarse por las relaciones de transmisión correspondientes:

$$T_{motor\ ped} = T_{motor} \cdot N_{red} \cdot N_{cad} \quad (20)$$

Donde  $N_{red}$  es la reducción de la reductora y  $N_{cad}$  la relación de transmisión de la cadena.

- Par generado por el usuario: en el bloque de fuerza se calcula la fuerza efectiva resultante (la fuerza que genera par) que entrega el usuario sobre los pedales, por lo que sólo habrá que sustituir la fuerza en la expresión general del par generado por una fuerza. La distancia de aplicación de la fuerza se corresponde con la longitud de la biela.

$$T_{usuario} = F_{ht} \cdot D \quad (21)$$

Donde  $F_{ht}$  es la fuerza efectiva resultante y D la longitud de la biela.

- Pares de rozamiento de los elementos mecánicos: estos pares dependen de la velocidad de giro de los elementos mecánicos y son directamente proporcionales a la misma. La constante por la que se multiplican depende de cada elemento:

$$T_{roz\_pi} = w_{piñon} \cdot b_{piñon} \quad (22)$$

$$T_{roz\_ped} = w_{pedalier} \cdot b_{pedalier} \quad (23)$$

Realizamos el sumatorio de pares sobre el eje del pedalier y obtenemos su expresión:

$$T_{pedalier} = T_{motor\ ped} + T_{usuario} - T_{roz\_pi} - T_{roz\_ped} \quad (24)$$

Para el cálculo de la inercia en el eje del pedalier comenzaremos por enunciar los cuerpos que generan inercia sobre el eje del pedalier, es decir, todos aquellos que tienen masa. En este sistema tendremos dos manivelas, dos pedales y el plato, cuya inercia repercute directamente sobre el eje del pedalier, y por otro lado la inercia del piñón, rotor del motor DC, y la reductora, cuyo cálculo efectuaremos sobre el eje del piñón para posteriormente extrapolarlo al eje del pedalier.

Para el cálculo de las inercias de masa de los cuerpos físicos recurrimos a la expresión:

$$I = \int x^2 dm \quad (25)$$

Calcularemos primero la inercia de cada cuerpo respecto del eje que pasa por su centro de masa para posteriormente calcularlo con respecto del eje del pedalier, denominaremos el eje del pedalier como el eje x (figura 46).

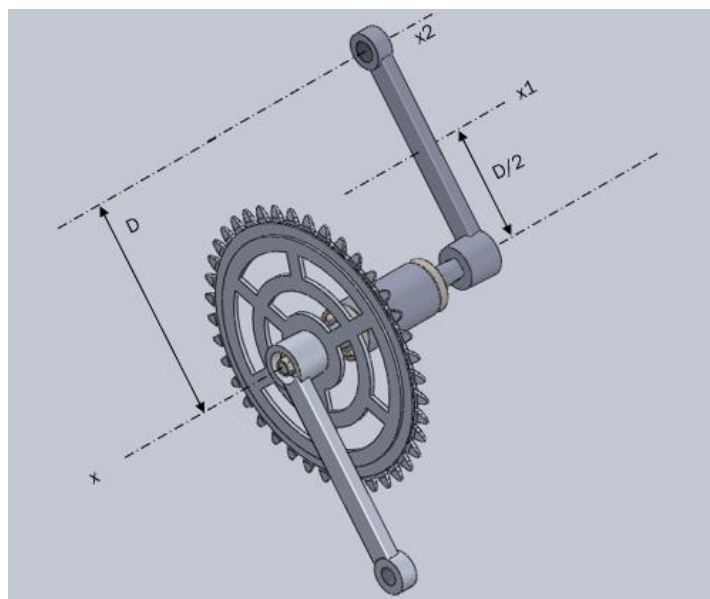


Figura 46. Ejes sobre los que se calculan los momentos de inercia de los cuerpos con masa

Para realizar el cálculo de la inercia del pedal aproximamos el pedal con una forma de prisma rectangular (figura 47) y calculamos el momento de inercia de área respecto del eje x2, eje paralelo al eje del pedalier x que pasa por el centro de masa del pedal.

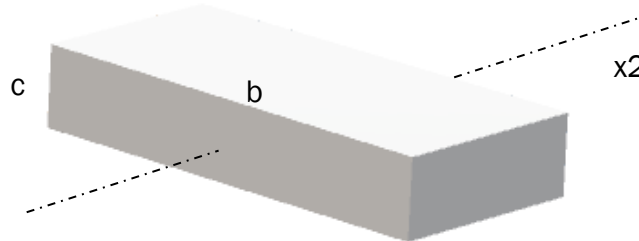


Figura 47. Aproximación de pedal mediante un prisma rectangular y el eje respecto del que se calcula el momento de inercia

Partiendo de la expresión general de cálculo de momentos de inercia (25) calculamos el momento de inercia de masa que crea el pedal sobre el eje x2 y aplicamos el Teorema de Steiner (27) para calcular el momento de inercia del pedal en el eje x.

$$I_{x2} = \frac{1}{12} m_{pedal} (c^2 + b^2) \quad (26)$$

$$I_x = I_{x2} + m \cdot D^2 \quad (27)$$

Siendo m la masa del elemento, D la distancia entre los ejes que se está aplicando el teorema, y c y b el espesor y la longitud del pedal, respectivamente.

$$I_{x\ pedal} = \frac{1}{12} m_{pedal} (c^2 + b^2) + m_{pedal} \cdot D^2 \quad (28)$$

Procedemos de igual manera con el cálculo del momento de inercia de las bielas aproximando la forma geométrica de las mismas como cilindros y calculamos su momento de inercia de masa respecto del eje x1, que pasa por el centro de masa de la biela (figura 48).

$$I_{x1} = \frac{1}{12} m_{biela} \cdot h^2 + \frac{1}{4} m_{biela} \cdot R^2 \quad (29)$$

Donde  $m_{biela}$  es la masa de la biela h y R son la longitud y el radio de la biela, respectivamente.



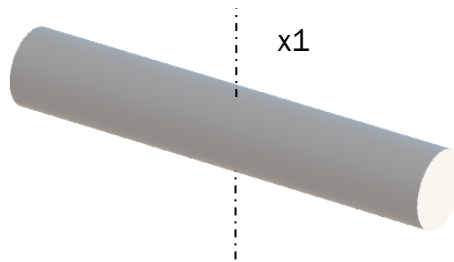


Figura 48. Cilindro que representa la biela del pedal, junto con el eje respecto del que se calcula su inercia.

Al igual que hicimos anteriormente con los pedales aplicamos el Teorema de Steiner y obtenemos la expresión del momento de inercia de área en el eje del pedalier, y con ese resultado calculamos el momento de inercia de masa respecto del eje x (30).

$$I_{x \text{ biela}} = \frac{1}{12} m_{\text{biela}} \cdot h^2 + \frac{1}{4} m_{\text{biela}} \cdot R^2 + m_{\text{biela}} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 \quad (30)$$

Aplicamos el mismo procedimiento para calcular la inercia de masa del plato, aproximando el cuerpo geoméricamente como un disco (figura 49). Como podemos apreciar en la figura 47, el eje del pedalier coincide con el eje que pasa por el centro del disco (eje x), por lo que solo tendremos que calcular el momento de inercia de masa sin aplicar el teorema de Steiner.

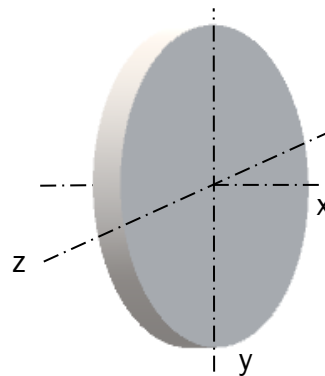


Figura 49. Disco que aproxima el plato del pedalier

Aplicando la expresión de cálculo de momento de inercia de masa sobre el disco que aproxima el plato obtenemos:

$$I_{x \text{ disco}} = \frac{1}{2} m_{\text{plato}} \cdot R^2 \quad (31)$$

Siendo R el radio del plato y  $m_{\text{plato}}$  su masa.

Hasta ahora hemos calculado la inercia de los componentes que componen el sistema de interacción bicicleta usuario (pedal, biela, plato). No obstante, los elementos que componen y actúan sobre el eje del piñón también generan una inercia que afecta al pedaleo, por lo que será necesario calcularlos.

Los elementos que generan inercia sobre el eje del piñón son el motor, la reductora y el propio piñón. En los casos del motor y la reductora la inercia viene especificada en su documentación técnica, así que sólo tendremos que calcular la inercia generada por el piñón.

Para calcular la inercia del piñón sobre su eje utilizamos la expresión que obtuvimos para calcular la inercia del plato, resultando (32).

$$I_{x \text{ piñón}} = \frac{1}{2} m_{\text{piñón}} \cdot R^2 \quad (32)$$

Siendo  $m_{\text{piñón}}$  la masa del piñón y R, su radio.

Entre el eje del motor y el del piñón se encuentra la reductora, que aplica la reducción entre ejes, en otras palabras, la inercia del rotor del motor tiene que tener en cuenta que se aplica una reducción sobre ella. La expresión que se utiliza para cálculo de inercias de ejes entre los que existe una transmisión es (33).

$$I_A = \left(\frac{a}{b}\right)^2 I_B \quad (33)$$

Donde a y b son el número de dientes de las ruedas involucradas en la transmisión (figura 50). Es decir, que la inercia en un eje es el producto de la inercia en el otro eje por la relación de transmisión entre las ruedas dentadas elevado al cuadrado.

Aplicando (33) a la reducción entre los ejes del motor y del piñón podemos expresar la inercia del motor en el eje del piñón como (34).

$$I_{x \text{ motor}} = J_a \cdot N_{r\_red}^2 \quad (34)$$

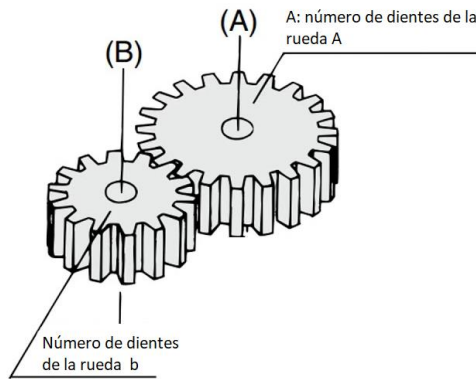


Figura 50. Figura que explica los parámetros de las ruedas dentadas de la expresión (33)

Donde  $J_a$  es la inercia del rotor del motor DC y  $N_{r\_red}$  la reducción de la reductora.

La inercia de la reductora ( $J_{gr}$ ) que aparece en la hoja de especificaciones está calculada con respecto a su eje de salida (el eje del piñón), así que ya tenemos calculada la inercia total sobre dicho eje.

$$\begin{aligned}
 I_{x'} &= I_{x' \text{ piñón}} + I_{x' \text{ motor}} + J_{gr} \\
 &= \frac{1}{2} m_{\text{piñón}} \cdot R^2 + J_a \cdot N_{r\_red}^2 + J_{gr}
 \end{aligned}
 \quad (35)$$

Aplicamos (33) para calcular la inercia ejercida por los elementos del eje del piñón en el eje del pedalier, resultando (36).

$$I_{x \text{ eje piñón}} = N_{red}^2 I_{x'} \quad (36)$$

Y calculado esta última inercia ya tenemos todos los términos cuya inercia repercute en el eje del pedalier, por lo que ya podemos hacer el sumatorio sobre el eje x, obteniendo el sumatorio completo (37).

$$I_{x \text{ total}} = I_{x \text{ eje piñón}} + 2 I_{x \text{ pedal}} + I_{x \text{ disco}} \quad (37)$$

#### 5.4. Control háptico

Con este bloque se controla la magnitud del par que entrega el motor. Para ello, implementaremos un control PID utilizando como entrada a dicho control la resta de la intensidad realimentada del motor y la deseada. Elegimos la

intensidad porque es directamente proporcional al par del motor cuya relación es la constante de par del motor, lo que simplifica los cálculos.

Para calcular la intensidad deseada hemos de calcular primero el par deseado recurriendo a la mecánica rotacional. A su vez, para el cálculo del par se necesita una ecuación que relacione la velocidad angular con el par de un sistema rotatorio. La figura 51 [40] muestra un disco con momento de inercia  $J$  alrededor de su eje de rotación, suspendido de un soporte mediante un resorte de torsión de constante  $K$  y amortiguado rotacionalmente por un amortiguador de constante  $B$ . De los tres parámetros dos se oponen al movimiento rotacional, por lo que tendrán signo contrario al par que genera la rotación del disco. Hablamos de la torsión y del término inercial, mientras que el término de amortiguación será negativo (modelo resistivo). Aplicando la segunda ley de Newton obtenemos la expresión (38) con la que podemos calcular el par deseado:

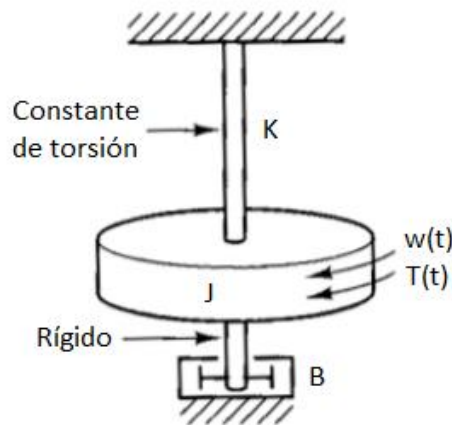


Figura 51. Modelo de dinámica rotacional con el que calculamos el par deseado.

$$J\ddot{\vartheta}(t) = B\dot{\vartheta}(t) - K\vartheta(t) + T(t) \quad (38)$$

O, equivalentemente,

$$T(t) = -B\dot{\vartheta}(t) + K\vartheta(t) + J\ddot{\vartheta}(t) \quad (39)$$

Aplicándola sobre nuestro sistema:

$$T_{motor}(t) = -B \cdot w(t) + K\vartheta(t) + J\alpha(t) \quad (40)$$

La ecuación anterior nos permite simular unas condiciones rotacionales y posteriormente ver como incide el valor de cada constante en el sistema, por

lo que la incluiremos con todos los términos en el modelo. La única entrada necesaria es la velocidad del eje del pedalier, a partir de la cual podemos calcular el desplazamiento y la aceleración angular integrando y derivando, respectivamente.

Una vez hemos calculado el par deseado en el pedalier debemos calcular el par deseado en el motor. Multiplicamos por la reducción del sistema de transmisión para obtener el par deseado en el eje de la reductora y multiplicamos por la reducción de la reductora para obtener el par deseado en el eje del motor (41). Posteriormente dividimos entre la constante de par del motor DC y obtenemos la intensidad deseada (42).

$$T_{motor}(t) = z \cdot z_{red} \cdot T_{pedalier}(t) \quad (41)$$

$$Ia(t) = \frac{T_{motor}(t)}{K_T} \quad (42)$$

## 5.5. Cinemática del sistema

Para el análisis cinemático del sistema de transmisión de cadena entre plato y piñón utilizando el mecanismo de cuatro barras vamos a seguir el mismo razonamiento y desarrollo elaborado y constatado por [41], considerando que la fricción, elasticidad, tolerancias, holgura e imprecisiones de fabricación tanto en las ruedas dentadas como en la cadena no existen, resultando un sistema ideal. En todo el movimiento supondremos que la cadena está completamente tensa y los eslabones de la cadena asientan perfectamente en la forma de los dientes. Los resultados de la simulación a priori no deberían distar mucho del funcionamiento real de una cadena bien cuidada y con buenos acabados, ya que la aplicación de este sistema solo incluye velocidades bastante bajas.

La figura 52 muestra como la cadena engrana con una rueda dentada. Los rodillos de la cadena se dibujan como circunferencias, y los eslabones serían los segmentos que unen los centros de los rodillos. La figura 52 ilustra el momento en el que el eslabón B1-B2 comienza a soportar el esfuerzo que provocará el arrastre entre las dos ruedas dentadas. Dicho arrastre comienza a provocarse cuando el rodillo B1 se asienta sobre los dientes del plato, provocando un esfuerzo sobre el eslabón que lo une a B2.

Suponemos un movimiento de pedaleo típico, es decir, suponiendo que este es el plato acoplado al eje del pedalier, será esta rueda la que recibe la fuerza impulsora del sistema de transmisión, girando en sentido horario alrededor del punto C.

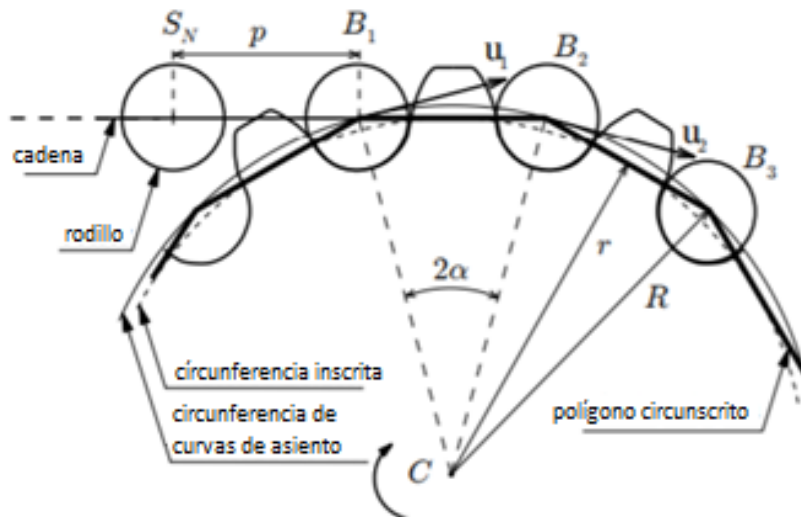


Figura 52. Funcionamiento rueda dentada con rodillos de cadena

Si hemos mencionado que la rotación es de sentido horario en torno a C podemos deducir que el eslabón  $S_N$  avanzará de izquierda a derecha arrastrado por el eslabón que lo conecta al rodillo  $B_1$ , hasta que alcance la misma posición que tenía dicho rodillo. En ese momento el esfuerzo deja de realizarlo el eslabón  $B_1-B_2$  para que continúe el movimiento el eslabón  $S_N-B_1$ .

En la figura 52 se definen además varias propiedades geométricas:

- El paso,  $p$ , es la distancia entre dos rodillos de cadena, o lo que es lo mismo, es la distancia de cada eslabón. Esta distancia también se corresponde con la longitud del lado del polígono formado por los centros de las curvas de asiento presentes entre los dientes que son ocupados por los rodillos de la cadena.
- La mitad del ángulo entre los centros de las curvas de asiento,  $\alpha$ , se denomina ángulo de paso.
- El polígono circunscrito en la circunferencia cuyo radio viene dado por el centro de las curvas de asiento ( $R$ ) y que se forma uniendo dichos centros se denomina polígono de paso.
- La circunferencia de radio  $r$  tiene como radio la distancia entre el centro de la rueda dentada y los puntos tangentes a los eslabones que unen los rodillos. Estos puntos de tangencia están situados en la mitad del eslabón.

Teniendo en cuenta estas propiedades podemos sacar su relación aplicando principios geométricos:

$$\alpha = \frac{\pi}{m}, \quad r = \frac{p}{2 \cdot \tan(\alpha)}, \quad R = \frac{p}{2 \cdot \sin(\alpha)} \quad (43)$$

Donde m es el número de dientes de la rueda dentada.

Continuando con el análisis de la figura 52 podemos deducir que las posiciones de los rodillos Sn y B1 varían según se desarrolla el movimiento en sentido horario. La rotación de la rueda hace que el rodillo B1 siga la trayectoria marcada por la circunferencia R, perdiéndose el paralelismo entre el eslabón Sn-B1 y el lado del polígono de paso. Este movimiento de rotación provoca por tanto la modificación de la posición de los eslabones, perdiéndose el paralelismo entre el eslabón que soporta el esfuerzo y la fuerza que ejerce la rueda dentada sobre los rodillos, que en el momento de la figura 52 coincide. Esta pérdida de paralelismo supone una variación en las fuerzas que interactúan entre el plato y la cadena, lo que quiere decir que no se podrá transmitir un par constante a la cadena para que lo entregue a la otra rueda dentada.

Un efecto que se produce y que resta eficiencia al sistema es el siguiente: los vectores u1 y u2 muestran las velocidades de los rodillos B1 y B2 respectivamente. Como sus velocidades no tienen la misma dirección (no son paralelas) se produce un impacto entre el rodillo B1 y la rueda dentada, puesto que es el rodillo B2 quien arrastra al rodillo B1 mediante el eslabón. Este efecto físico se denomina acción poligonal, y son menos frecuentes cuanto más reducido sea el número de dientes de la rueda.

Una vez hemos explicado la interacción básica entre la cadena y las ruedas dentadas procedemos a analizar el mecanismo de cuatro barras que utilizaremos en la simulación. La figura 53 muestra el modelo cinemático en unos ejes de coordenadas que se utilizarán en el análisis y en la posterior simulación. La rueda dentada motriz que produce el movimiento está centrada en C y la rueda conducida en O, punto en el que fijamos el origen del sistema de coordenadas XY. Las dos ruedas dentadas están dibujadas como polígonos de paso y el segmento A1-B1 representa la parte de la cadena que transmite el movimiento entre las dos ruedas dentadas. Al igual que ocurre en las bicicletas reales, el tramo que conecta las ruedas dentadas opuesto al segmento A1-B1 no se considera tenso y por tanto no transmite esfuerzo, por lo que no se incluirá en el análisis de este sistema.

El sistema de coordenadas está orientado de tal manera que el eje X sea paralelo a la tangente To-Tc. Esta línea tangente se traza entre las dos circunferencias de radio "r" que mencionábamos en las propiedades





- El rodillo A1 pierde el contacto con la rueda dentada conducida y pasa al intervalo libre dirigiéndose hacia la rueda conductora.
- En este momento el eslabón Am-A1 pasa a ser el eslabón que transmite el movimiento a la rueda dentada. Geométricamente el eslabón Am-A1 está en línea con el intervalo libre A1-B1.

El movimiento proseguiría su curso hasta llegar a otra situación en la rueda conductora:

- El rodillo Sn asienta sobre la rueda dentada conductora en el instante en el que la dirección del tramo libre es tangente a la circunferencia de radio  $r_4$ , formada por el centro de la rueda dentada y los centros de las curvas de asiento mencionadas anteriormente. De esta manera Sn pasa a ser el punto final del intervalo libre, disminuyendo la longitud del intervalo libre un paso.
- El rodillo B1 sigue en contacto con la rueda dentada, pero deja de realizar el esfuerzo, sustituido por Sn.

Una vez analizados los eventos que marcan la cinemática del sistema podemos expresarlos en forma matemática. En la figura 53 está dibujada una línea tangente a las circunferencias de radio  $r$  circunscritas en el polígono de paso de las que hablamos anteriormente que pasa por  $T_o$  y  $T_c$ . Dicha línea tiene intersecciones con las circunferencias de paso tanto de la rueda dentada arrastrada ( $z_1, z_2$ ) como de la rueda conductora ( $z_3, z_4$ ). Los segmentos de longitud  $z_1-z_2$  y  $z_3-z_4$  tienen de longitud un paso de su correspondiente circunferencia. Paralelamente el segmento A1-B1 tiene una longitud que ha de ser múltiplo de la que tiene un paso, así que su longitud puede ser determinada utilizando los puntos  $z_1, z_2, z_3$  y  $z_4$ . De la figura 53 deducimos (45).

$$|Z_2Z_3| \leq |A_1B_1| \leq |Z_1Z_4| \quad (45)$$

donde  $|Z_2Z_3| = |T_oT_c| - p$ , y  $|Z_1Z_4| = |T_oT_c| + p$ . Generalmente  $|Z_2Z_3|$  es un número entero de pasos  $N$  más una fracción de la longitud de paso  $f$ , por tanto:

$$|Z_2Z_3| = (N + f) \cdot p, \quad f \in [0,1], \quad N \in \mathbb{N}. \quad (46)$$

En el sistema de coordenadas escogido la longitud del segmento  $T_oT_c$  es la misma que la distancia  $O-X_c$ , sustituyendo en la ecuación anterior tenemos (47).

$$x_c = |T_oT_c| = (N + 1 + f) \cdot p \quad (47)$$

Y recurriendo a (45) podemos escribirla como (48).

$$(N + f) \cdot p \leq |A_1B_1| \leq (N + 2 + f) \cdot p \quad (48)$$

En el caso en el que  $f \neq 0$ , la longitud del intervalo libre tiene como solución dos posibilidades (49).

$$|A_1B_1| = (N + j) \cdot p, \quad j = 1,2, \quad for \ f \neq 0. \quad (49)$$

De todo este desarrollo deducimos que la longitud del intervalo libre varía de forma discontinua entre dos valores, cambiando de valor cuando el rodillo se asienta en la rueda dentada conductora y cuando otro rodillo se libera de la rueda dentada conducida. En el caso especial donde  $f = 0$ , entonces la tangente es igual a un número íntegro de pasos. Para este caso (48) tendría 3 soluciones para la longitud del intervalo (50).

$$|A_1B_1| = (N + j) \cdot p, \quad j = 0,1,2 \quad for \ f = 0 \quad (50)$$

No obstante, estas soluciones existen simultáneamente y solo en un instante, que es la configuración específica de la transmisión por cadena donde  $A_m$ ,  $A_1$ ,  $B_m$ ,  $B_1$  se alinean y coinciden con los puntos  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  y  $z_4$  respectivamente. La continuación de la rotación a partir de esta disposición de los elementos mecánicos haría que el rodillo  $A_1$  se liberase de la rueda dentada conducida, pasando a ser  $A_n$  el final del intervalo libre. Al mismo tiempo el rodillo  $S_n$  se asentaría en la rueda dentada del conductor, lo que convierte a  $B_m$  en el nuevo punto final del intervalo. Por tanto, cuando  $f = 0$ , la liberación y el asentamiento de los rodillos ocurren de manera simultánea y la longitud del tramo permanece constante como  $A_1-B_1$ .

Con estos desarrollos queda determinado como varía la longitud del intervalo de la cadena libre y los eventos que guían la transmisión entre las dos ruedas dentadas. Como resumen, la longitud del segmento  $ToTc$ , la longitud de paso  $p$  y la fracción de paso  $f$  condicionan la longitud del intervalo de cadena libre. La forma en que varía la longitud depende de la posición del conductor, como se determinará a continuación.

Si escribimos los vectores de la figura del mecanismo de cuatro barras en forma polar obtenemos (51).

$$r_n = r_n \cdot e^{i\theta_n}, \quad n = 1,2,3,4 \quad (51)$$

siendo  $r_n$  la longitud del vector,  $\theta_n$  el desplazamiento angular, que será positivo (sentido antihorario) desde el eje x. Las partes real e imaginaria del vector son paralelas a los ejes x e y respectivamente. Las ecuaciones que rigen el mecanismo de cuatro barras son (52), (53) y (54), desarrolladas en [41]:

$$r_2 + r_3 = r_1 + r_4 \quad (52)$$

$$i \cdot w_2 \cdot r_2 + i \cdot w_3 \cdot r_3 - i \cdot w_4 \cdot r_4 = 0 \quad (53)$$

$$(i \cdot \alpha_2 - w_2^2) \cdot r_2 + (i \cdot \alpha_3 - w_3^2) \cdot r_3 - (i \cdot \alpha_4 - w_4^2) \cdot r_4 = 0 \quad (54)$$

Donde  $w_n = \frac{d\theta_n}{dt}$ ,  $\alpha_n = \frac{dw_n}{dt}$ ,  $n = 2,3,4$  y

$$r_1 = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}, r_2 = R_o, r_3 = L + hp, r_4 = R_o, \quad (55)$$

$$L \equiv (N + 1)p$$

La longitud del intervalo libre L coincide con el vector  $r_3$ , y el parámetro h, que depende de las condiciones de asentamiento y liberación que atraviesa en cada momento la cadena.

En lo referente a la relación entre velocidades angulares la velocidad angular de la rueda dentada arrastrada varía con el tiempo incluso si la rueda dentada conductora gira con una velocidad angular constante. Esto se debe a las pequeñas variaciones geométricas que actúan sobre los rodillos de la cadena. Desarrollando (53) se obtiene:

$$w_2 = w_4 \frac{r_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)}{r_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)} \quad (56)$$



## 6. Simulink. Implementación del modelo

En este apartado implementamos el desarrollo teórico expuesto en el capítulo anterior y explicamos el método seguido para cada submodelo.

Como se comentó en el capítulo anterior, una simulación puede ser más o menos precisa considerando los aspectos que se quieran investigar, en nuestro caso las salidas que queremos analizar son las siguientes:

- Velocidad angular de las dos ruedas dentadas, para analizar la velocidad a la que trabajará el motor y el usuario.
- Corriente del motor. Los componentes del sistema se ajustarán para que la corriente del motor no supere una magnitud determinada.
- Impedancia de salida del sistema: la impedancia de salida debe estar en el rango establecido en el capítulo 3.
- Relación de transmisión entre las ruedas dentadas. El ajuste de la relación de transmisión influye en el rango de fuerzas que puede introducirse al sistema.

Resumiendo, lo que se busca en la simulación es ajustar el número de dientes de las ruedas dentadas para variar la relación de transmisión y encontrar una zona de funcionamiento en la que todos los parámetros se mantengan en los rangos establecidos, como la corriente del motor, las revoluciones máximas por minuto del mismo, y la impedancia mecánica de salida del sistema.

Una vez el modelo funcione correctamente analizaremos el impacto de cada componente en el sistema para completar la fase 3 del diseño de un dispositivo háptico, mencionado en la introducción de este proyecto. Analizaremos el comportamiento del modelo ante el cambio producido por las siguientes variaciones:

- Variación de la reducción del sistema de transmisión: analizamos el comportamiento del modelo variando el número de dientes del plato y del piñón.
- Variación de la inercia generada por los componentes físicos de la bicicleta: pedales, plato, manivelas, piñón, motor, reductora.
- Variación de la fuerza que realiza el usuario.
- Variación de los parámetros del motor, tales como la constante de par, la resistencia de terminal o su inductancia.

- Variación de los parámetros del control háptico que se utilizan para el cálculo de la consigna de intensidad que se desea que circule por el motor DC.

Dado que el comportamiento del modelo depende en gran medida de parámetros del motor de corriente continua y de magnitudes físicas de las que depende la mecánica del sistema será necesario incluir en la simulación todos estos parámetros con un archivo de Matlab:

- Parámetros del motor de DC:
  - Velocidad nominal del motor de DC sin carga.
  - Intensidad que fluye por el motor de DC sin carga.
  - Corriente nominal del motor de corriente continua.
  - Resistencia terminal entre fases.
  - Inductancia terminal entre fases.
  - Constante de par del motor de DC.
  - Inercia del rotor del motor de DC.
  - Radio del eje.

Algunos de estos parámetros no se utilizan en el modelo de simulación, pero dan información sobre el motor seleccionado para cualquier usuario que utilice el modelo.

- Parámetros de la bicicleta y del sistema de transmisión:
  - Distancia entre los ejes: como el eje X del sistema de coordenadas se ha establecido en el centro del plato y de manera que pasa por los dos centros de las ruedas dentadas la distancia coincide con la componente x del centro del piñón.
  - Radio de paso de las dos ruedas dentadas: coincidirá con la longitud de las barras dos (plato) y cuatro (piñón) del mecanismo de cuatro barras.
  - Longitud de la manivela de los pedales.
  - Parámetros de los pedales aproximando los pedales como un prisma rectangular.
  - Paso de la cadena.
  - Número de dientes del plato y del piñón de la bicicleta.

La obtención y análisis de los resultados la realizaremos exportando datos del modelo de Simulink a Matlab, que dispone de métodos muchos más potentes para la representación de los datos. Para realizar el paso de datos de Simulink a Matlab utilizaremos el bloque “To Workspace”, de la librería DSP.

Una vez definidos los objetivos y los parámetros que utilizaremos en la simulación procedemos a crear el modelo continuo en Simulink (figura 54).

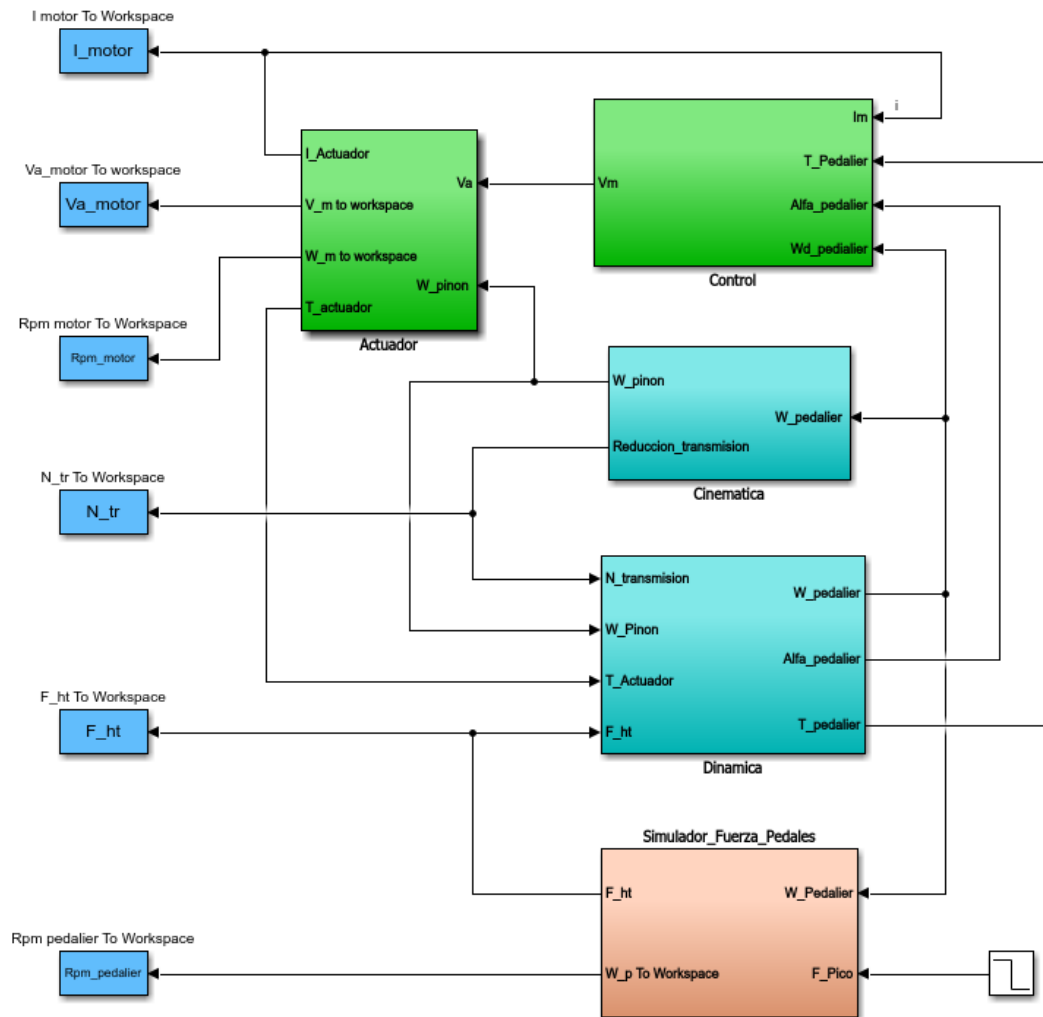


Figura 54. Modelo completo del sistema implementado en Simulink.

### 6.1. Modelo del motor de corriente continúa

Para simular el motor de corriente continua recurriremos a las ecuaciones presentadas en el modelo simplificado en el apartado 3.1.1.

Las entradas que tenemos en este subsistema son el voltaje que alimenta el circuito simplificado del modelo de motor de corriente continua y la velocidad angular del piñón. En el desarrollo teórico la velocidad del motor se calculaba

como una salida, pero para nuestro sistema la velocidad en el motor viene impuesta en cada momento por la aceleración que tiene el eje del pedalier en cada momento, variable que se calcula con el par y la inercia sobre dicho eje.

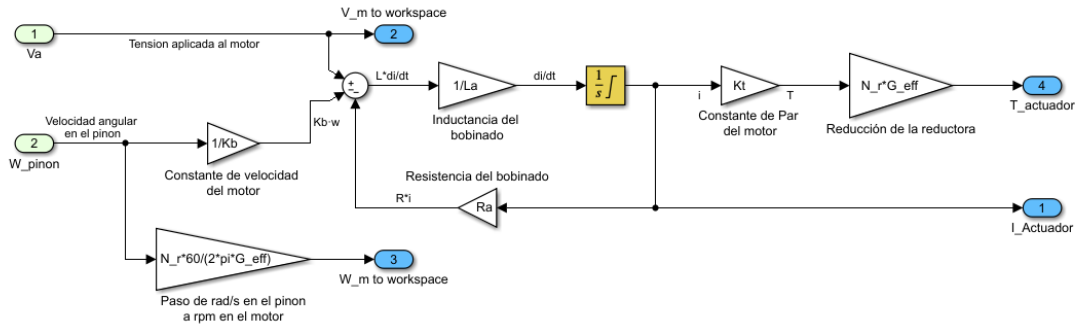


Figura 55. Modelo del motor DC.

Las salidas de este bloque son el par motor y la intensidad que pasa por su bobinado. Dado que el torque es directamente proporcional a la intensidad si calculamos la intensidad obtendremos las dos salidas. Para el cálculo de la intensidad partimos de la ecuación (5), en la que despejamos la derivada de la intensidad con respecto del tiempo, obteniendo (57).

$$La \frac{dIa(t)}{dt} = Va(t) - Ra \cdot Ia(t) - Kb \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (57)$$

Posteriormente dividimos el término despejado entre la inductancia del bobinado (La) e integramos, obteniendo la intensidad que circula por el bobinado del motor (figura 55).

Una vez calculada la intensidad multiplicamos por la constante de par del motor y aplicamos las relaciones de transmisión pertinente y la eficiencia de la reductora, obteniendo el par en el eje del piñón.

## 6.2. Modelo de la transmisión de cadena

Para diseñar el modelo matemático se utilizará un mecanismo de cuatro barras:

“Un mecanismo de cuatro barras es un mecanismo formado por 3 barras móviles y una cuarta barra fija (la barra ficticia entre los ejes del plato y el piñón) que están unidas mediante nudos articulados” (Figura 56) [41].





paso  $r_4$  con la circunferencia que tiene su centro en P2 y cuyo radio es el tramo libre de cadena, el cual podemos calcular de la siguiente manera:

Sabemos que la distancia del tramo libre de la cadena tiene una longitud que es múltiplo de la longitud de cada eslabón. Como el punto en el que cambia de diente el piñón tiene lugar cuando el tramo de pendiente libre es tangente a la circunferencia, tan solo habrá que establecer como condición para el cambio de diente que la pendiente de la circunferencia de paso  $r_4$  sea igual a la pendiente del tramo libre de cadena. Matemáticamente habrá que comparar la derivada de la expresión de la circunferencia (su pendiente) con la pendiente del tramo libre de cadena, cambiando de diente cuando las dos sean iguales. Por tanto, dividimos entre la distancia del eslabón la longitud entre los dos puntos de tangencia y truncamos el valor para obtener el número entero de eslabones. Como es el siguiente diente el que está engranado en el piñón sumamos una unidad al número entero truncado y volvemos a multiplicar por la longitud del eslabón, obteniendo como resultado el radio de la circunferencia R (figura 57), que es la distancia inicial del tramo libre de cadena.

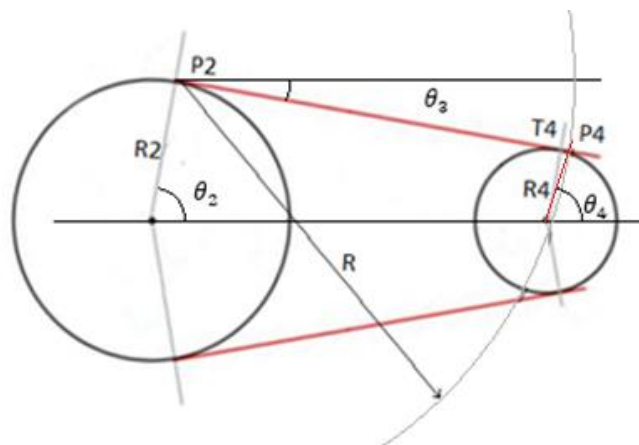


Figura 57. Obtención de los puntos iniciales de posición de los rodillos

De entre los dos puntos que obtenemos como intersecciones escogemos el que tiene una componente x mayor (P4), porque siempre tendrá su componente x más alejado del eje de ordenadas, dado que la componente x es mayor cuanto más cerca se está del eje de abscisas. Una vez tenemos las coordenadas del punto P4 podemos calcular el ángulo  $\theta_4$  utilizando la función arco tangente. Asimismo, podemos calcular el ángulo  $\theta_3$ , puesto que es el ángulo que forma el segmento P2-P4 con la horizontal (figura 57). Una vez definida la posición inicial del sistema de transmisión procedemos a implementar su funcionamiento:

Partimos de unos ángulos iniciales  $\theta_4$ ,  $\theta_3$  y  $\theta_2$ . Tenemos como entrada la velocidad angular del pedalier  $w_{pedalier}$ , si integramos  $w_{pedalier}$  obtenemos el

desplazamiento angular que sumaremos al ángulo inicial  $\theta_2$  para seguir en todo momento la posición del diente que transmite el esfuerzo. Para la situación de cambio de diente del pedalier el modelo tiene que cambiar de diente cuando la cadena es tangente a la circunferencia de paso R2, por lo que establecemos como condición que la pendiente del segmento de cadena libre P2-P4 (figura 57) en el momento del cambio ha de ser igual a la pendiente de la circunferencia, que podemos calcular derivando la expresión de la circunferencia. Cuando se cumple esta condición cambiamos de diente, es decir,  $\theta_2$  habrá de retrasar su posición un ángulo igual al ángulo de paso  $\alpha_2$ . Para implementar esta resta para seguir la posición del rodillo lo que se ha hecho es establecer un contador que cuente el número de eventos en los que la condición de cambio de diente ocurre, cada evento incrementa el contador una unidad, y este contador se multiplica por el ángulo de paso y se resta del ángulo  $\theta_2$ .

Paralelamente para calcular el valor de  $\theta_4$  partimos del mismo razonamiento, incrementamos el ángulo inicial con la velocidad angular  $w_{\text{piñón}}$ , pero en este caso el cambio de diente ocurre de manera diferente: el cambio de diente se produce cuando el diente siguiente al que está realizando el esfuerzo se sitúa sobre la línea del tramo libre de cadena, es decir, que la pendiente que tenemos que calcular en la circunferencia R4 no es a la altura del rodillo actuador, si no en la posición del diente siguiente, que se encuentra en una posición  $\theta_4 - \alpha_4$ . Tal y como hemos hecho con el caso del plato, cuando se da el evento de cambio de diente incrementamos en una unidad su contador y multiplicamos su valor por el ángulo de paso  $\alpha_4$ , que restaremos al valor actual de  $\theta_4$  para actualizar la posición del rodillo actuador en el piñón.

Aquí hemos de realizar un inciso porque en todo el desarrollo tenemos una condición de lazo algebraico, estamos calculando constantemente valores que a su vez dependen de otros valores que se calculan en el mismo instante de tiempo. Nos referimos a la inclusión de los contadores. Los ángulos que forman los rodillos engranados en las ruedas dentadas respecto de sus centros requieren los valores de sus respectivos contadores, pero estos valores dependen de la situación de dichos rodillos. Para solucionar esta circunstancia utilizamos el bloque de Simulink Time Delay (figura 58), que hace las veces de buffer, y en el que almacenamos los valores de los contadores en el momento infinitésimamente previo al actual, con los que calculamos posteriormente los valores de los ángulos y la posición de los rodillos.



Figura 58. Time delay con el que se consigue un funcionamiento similar al de un buffer.

Las condiciones explicadas de cambio de diente las implementamos en Simulink mediante un bloque Matlab function, que nos permite generar unas salidas en función de unas entradas y un fragmento de código dentro del propio modelo de Simulink. El fragmento de código puede verse en el anexo B.

En la figura 59 se aprecia que la entrada a los contadores se realiza con una resta entre las pendientes del tramo libre y la pendiente de las circunferencias en la posición de los rodillos engranados. Se optó por incrementar los contadores de esta manera (paso por cero) puesto que Simulink daba problemas y a veces no detectaba la igualdad entre dos términos. Realizando la resta se consiguen pasos por cero, donde el programa no ha dado ningún tipo de problema.

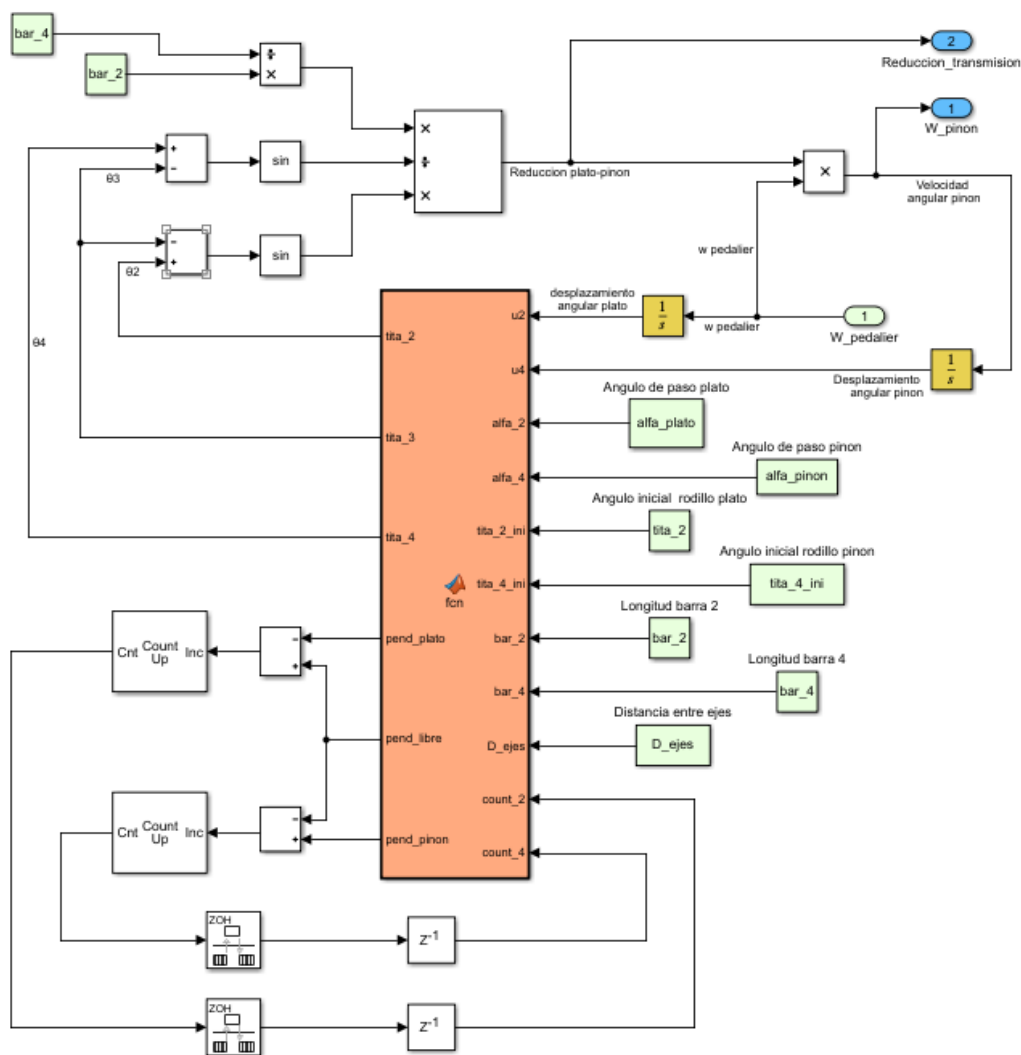


Figura 59. Submodelo de cálculo de relación de transmisión y cambio de rodillo engranado. Bloque de cinemática.

### 6.3. Modelo de dinámica

Este submodelo tiene como salidas la aceleración angular y la velocidad angular del eje del pedalier, calculando antes el torque e inercia total sobre dicho eje.

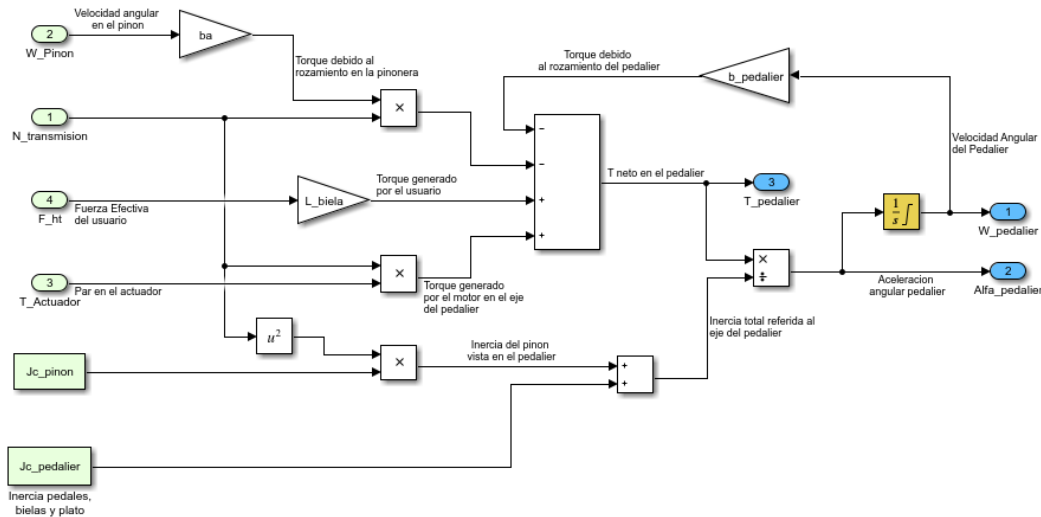


Figura 60. Modelo de dinámica.

El cálculo de las inercias se realiza en el archivo de Matlab que acompaña al modelo de Simulink, dado que son términos constantes (solo dependen de su forma y masa) por lo que solo hay que introducir constantes con el valor calculado (figura 60). En el caso de la inercia del pedalier la introducción en el cálculo es directa, es decir, el valor de la inercia se ha hecho con respecto al eje del pedalier, pero para el caso del piñón, como se vio en el capítulo anterior, primero se calcula el valor de la inercia en el eje del piñón y posteriormente se calcula sobre el eje del pedalier.

El cálculo del par es simple, realizamos el sumatorio desarrollado en el capítulo anterior y obtenemos el par neto. Dividimos el par entre la inercia y obtenemos la aceleración angular, obteniendo la salida del sistema buscada.

Para hallar la velocidad angular integramos la inercia y realimentamos su valor hacia el cálculo de torque, porque el torque resistente es proporcional a la velocidad del eje.

## 6.4. Modelo de fuerza

El modelo de fuerza tiene como cometido simular la fuerza ejercida sobre los pedales y calcular la fuerza efectiva resultante sobre el sistema, es decir, la que genera par en cada momento de la pedalada.

Se considera que los pedales tienen un sensor de fuerza, así que solo registran el movimiento perpendicular hacia abajo. Como los pedales no están provistos de calas ni ningún elemento de sujeción la oscilación que van a tener con respecto a la horizontal va a ser muy cercano a cero, por lo que podemos considerar que la lectura de los sensores de fuerza va a ser prácticamente hacia abajo, es decir, el pedal va a ir en posición plana en todo su recorrido.

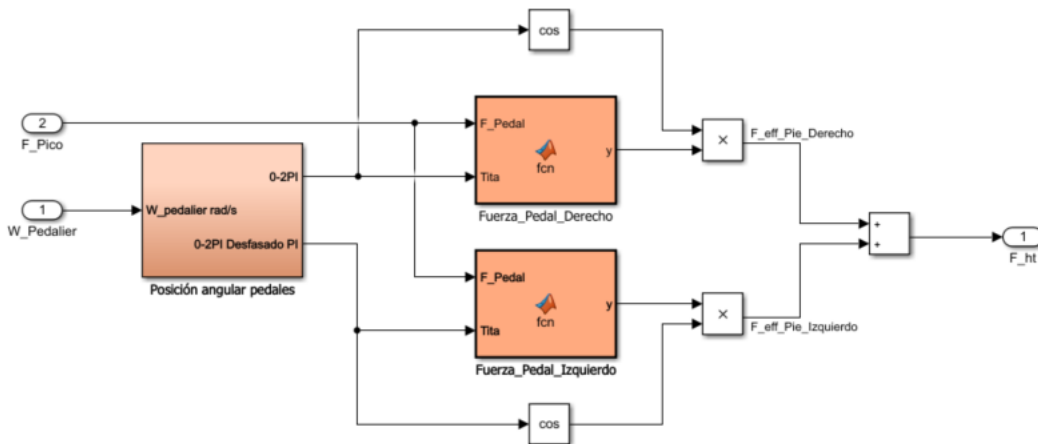


Figura 61. Modelo de fuerza.

La forma de la señal que deberíamos obtener con los sensores es una forma como la que se mostraba en el capítulo 3, que se puede aproximar como explicamos en el capítulo anterior: para que se produzca un movimiento de rotación en uno de los pedales tiene que ejercerse una fuerza hacia abajo mayor que la fuerza ejercida en el otro pedal. Como ambas fuerzas tienen la misma dirección y sentido, pero están desfasadas en la circunferencia de la pedalada  $180^\circ$ , los pares que genera cada pedal sobre el eje tienen signos contrarios, de lo que se deduce que el par que genera el pedal en la fase descendente tiene que ser mayor que el par que produce la fuerza ejercida sobre el pedal en fase ascendente. De este razonamiento sacamos la primera condición: debemos saber en qué posición está cada pedal para saber qué par es positivo y cual es negativo.

Retrocediendo nuevamente hasta el capítulo 3, la fuerza ejercida sobre el pedal en fase descendente es mucho mayor que la captada en el pedal en fase ascendente y además es una fuerza que en fase descendente tiene la forma de una función senoidal: comienza en un valor de aproximadamente cero en el

momento de transición ascendente-descendente y tiene su pico en la mitad de la fase descendente. Paralelamente el pedal en fase ascendente tiene una forma senoidal muy leve y con un pico mucho menos pronunciado. De este análisis deducimos la segunda condición: si el pedal se encuentra en fase descendente la fuerza tendrá una forma senoidal con el pico en la mitad de la fase descendente y si se encuentra en fase ascendente la forma también será senoidal, pero con un pico mucho menos pronunciado, por lo que la función a utilizar será la del coseno.

Aplicando el desarrollo anterior sobre el modelo de Simulink estructuramos el modelo de la siguiente manera:

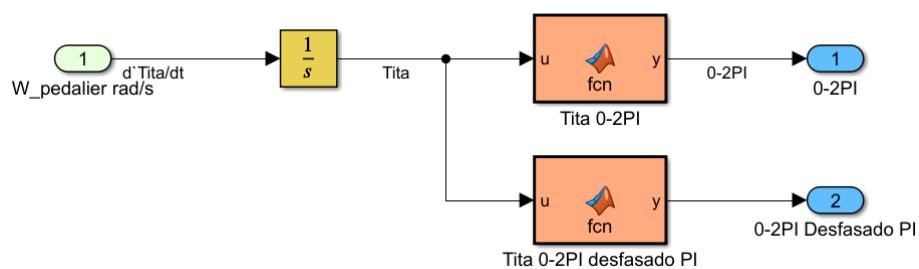


Figura 62. Cálculo de la posición de los pedales. Bloque "posición angular pedales".

- Bloque de cálculo de la posición de los pedales (figura 62): partimos de una posición  $\vartheta = 0$ , es decir, uno de los pedales estará en mitad de la fase descendente y el otro en mitad de la fase ascendente (desfase de  $180^\circ$ ). Utilizamos la velocidad del eje del pedalier para integrarla y obtener el desplazamiento angular, posteriormente creamos una función de Matlab y la utilizamos para resetear a cero el desplazamiento cada vez que alcance el valor de  $2\text{-PI}$  (circunferencia completa). Hacemos lo propio con el otro pedal, que siempre se mantendrá en el rango de  $\text{PI}-3\text{PI}$ , reseteándose en este último valor.
- Cálculo de la fuerza resultante en los pedales: teniendo calculadas las posiciones de los pedales en la circunferencia y la fuerza de pico que se utilizará para modificar la forma de la fuerza en fase descendente y ascendente recurrimos a funciones de Matlab para obtener la forma de onda de la fuerza en los que establecemos las condiciones:
  - o Si el pedal está en la fase descendente se multiplica la fuerza pico por el coseno del ángulo en el que se encuentra el pedal.
  - o Si el pedal está en la fase ascendente se multiplica la fuerza pico por el coseno de su ángulo, pero se multiplica por 0.1 para reducir la fuerza ejercida en el pedal a un 10% de lo que se ejerce en el pedal en fase descendente.

La salida de las funciones de Matlab son las fuerzas que se producen en el pedal, por lo que tendremos que calcular con los valores obtenidos la fuerza efectiva que genera par sobre el eje del pedalier. Para ello se multiplican las salidas por el coseno del ángulo que forma cada pedal obteniendo las respectivas fuerzas efectivas. Por último, se suman las fuerzas efectivas de cada pedal y obtenemos la fuerza resultante efectiva que genera el par sobre el eje del pedalier.

La fuerza simulada en los dos pedales puede verse en la figura 63 en la que se parte con un pico de fuerza de 50N y en el segundo 2.5 se introduce un salto en la fuerza pico de 50 a 150N.

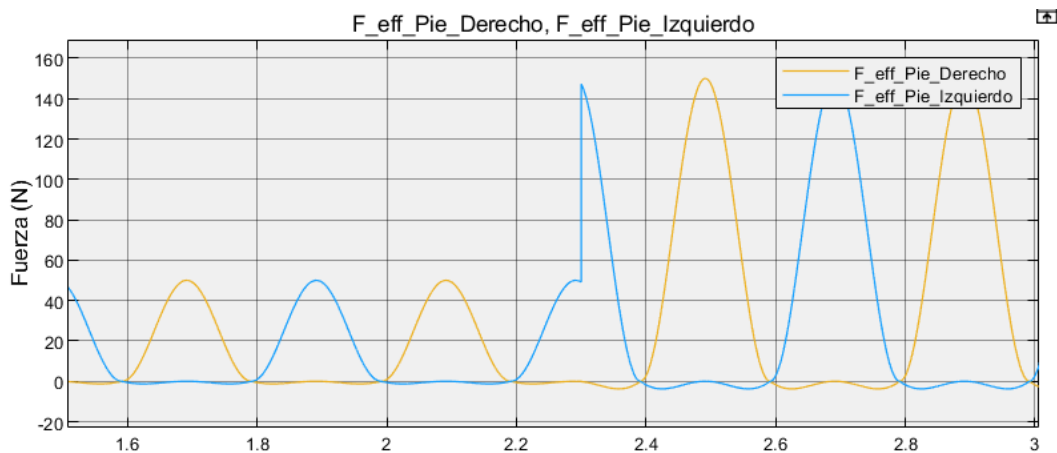


Figura 63. Forma de la señal que simula la fuerza ejercida sobre cada pedal con una fuerza pico de 50N inicial y un salto a 150N en el instante  $t=2.5s$ .

## 6.5. Modelo del control de alimentación

En este modelo se implementa el control háptico desarrollado en el capítulo anterior. El modelo de control se ha ordenado en tres bloques para hacer el modelo más ordenado (figura 64).

El primer bloque, "Zd" (figura 65) tiene como entradas la velocidad y aceleración angular, y se basa en el sistema de movimiento rotacional cuyo modelo se explica en el capítulo anterior. Este bloque es el encargado de calcular la impedancia mecánica deseada y, por consiguiente, el par deseado en el eje del pedalier. Para explicarlo mejor, dadas unas condiciones de aceleración y velocidad angular que son el resultado de la interacción cicloergómetro-usuario se establece el par deseado que se desea que haya en el eje del pedalier.



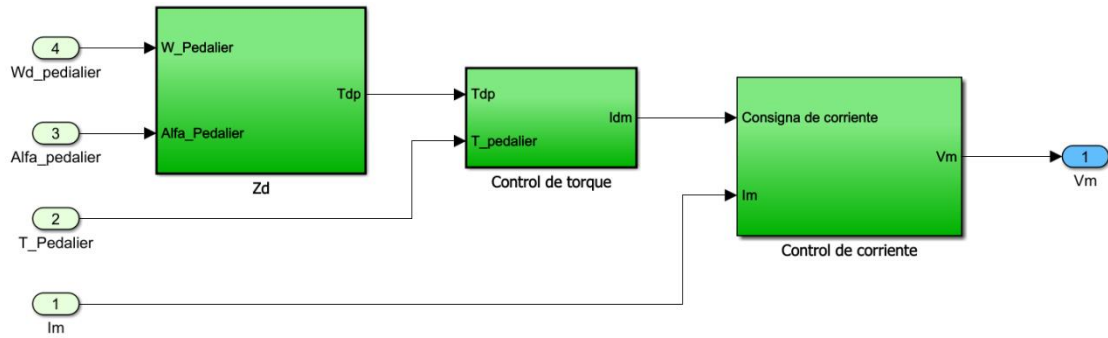


Figura 64. Modelo de control háptico.

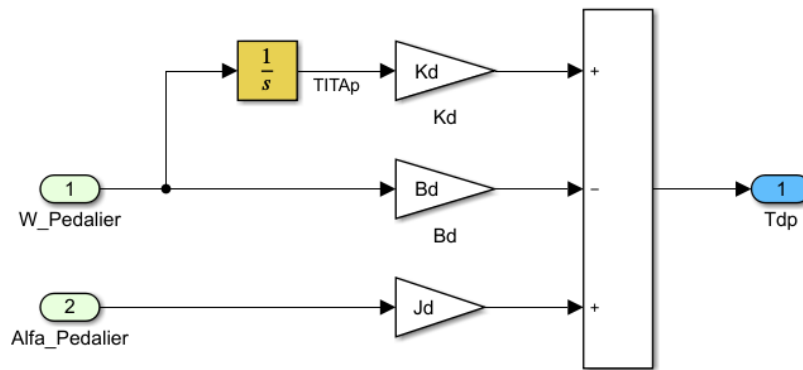


Figura 65. Bloque Zd. Modelo del control.

El segundo bloque es el “Control de torque” (figura 66). Este bloque tiene como entradas el par deseado calculado en el bloque anterior y el par neto en el pedalier. En esta parte del control restamos el torque real en el eje del pedalier del torque deseado (nuestra consigna) y, como la relación entre par e intensidad es proporcional calculamos la intensidad deseada que queremos que haya en el motor. En la figura 66 hay un bloque de ganancia cuyo término es “10”, esta ganancia pretende enmascarar los errores que se cometen en el bloque de ganancia siguiente, porque en el paso de la consigna de par a la de intensidad se utilizan términos teóricos aproximados como la reducción ideal plato-piñón y la constante de par del motor. El ajuste de dicho término es empírico.

Por último, en el bloque “Control de corriente” (figura 67) introducimos la consigna de corriente calculada en el bloque anterior, restamos la intensidad real del motor, y con un bloque PID modificamos la tensión que alimenta el circuito del motor DC.

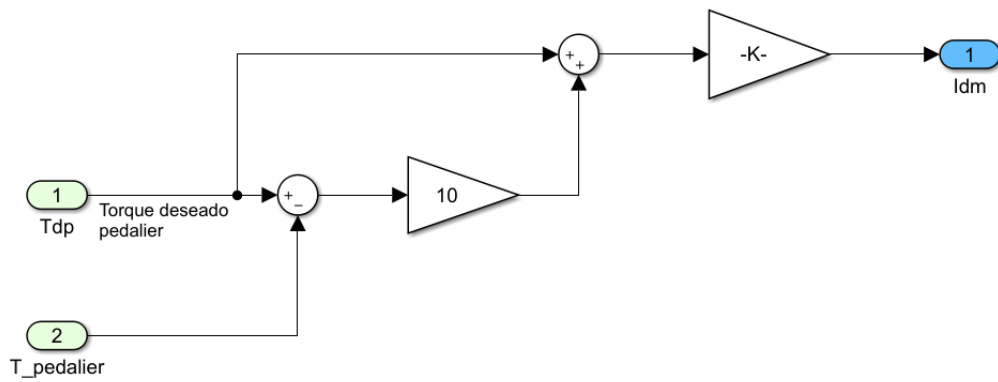


Figura 66. Bloque "Control de torque". Modelo del control.

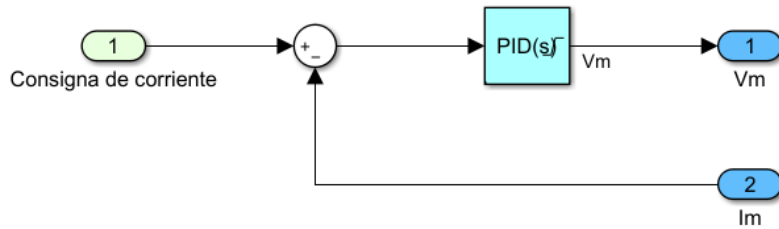


Figura 67. Control del corriente. Modelo del control.

Para el ajuste del control PID utilizamos la función de Simulink que permite un ajuste automático de los parámetros del control, denominada "autotuning".

## 7. Resultados obtenidos

En este apartado se muestran los resultados obtenidos en las simulaciones con el fin de ver si la selección de componentes del sistema está bien dimensionada, es decir, cumple las especificaciones establecidas para el rango de funcionamiento seleccionado (figura 2), o si por el contrario se precisa de algún cambio.

El procedimiento que se va a seguir para la toma de resultados es completamente empírico. Atendiendo a los requisitos de la figura 67 se irán modificando los parámetros hasta que el funcionamiento de la simulación se ajuste a los objetivos. La realización de las pruebas se centrará en el ajuste de los valores extremos de la entrada de fuerza de pico que el usuario ejerce sobre el pedal. Introducida esa fuerza se comprueba si el motor y el eje del pedalier funcionan en unas revoluciones adecuadas, es decir, están bien dimensionados, o por el contrario se necesita algún ajuste o cambio de componente. Los otros valores críticos que hay que comprobar son la intensidad que circula por el bobinado del motor, que ha de mantenerse en el rango  $\pm 5A$ , limitación impuesta por la intensidad máxima que puede proporcionar el driver seleccionado.

Los parámetros del sistema que modificaremos para la obtención de los resultados son el número de dientes de las ruedas dentadas, lo que implica la modificación de los radios de las ruedas dentadas y de la relación de transmisión, y la ganancia que enmascara los posibles errores de la dinámica de la bicicleta (valores que calculan el par deseado en el pedalier, dentro del bloque de control).

Antes de proceder con el ajuste empírico de los valores realizaremos una serie de pruebas con las que veremos cómo afecta el valor de cada parámetro sobre el sistema. Comenzamos realizando una primera simulación (figuras 68 y 69) introduciendo los siguientes parámetros:

- Número de dientes del piñón: 12.
- Número de dientes del plato: 49.
- Ganancia del bloque de control de torque: 10.
- Pico de fuerza en los pedales: 150 N.

Las gráficas de la figura 68 muestran la reducción plato-piñón (valor teórico 4,08), las revoluciones en el pedalier y del motor. Se observa una gran variación de velocidad a lo largo de la pedalada, lo que quiere decir que en los momentos de más fuerza (en la mitad de la fase descendente de la pedalada) la aceleración es mucho mayor que en las transiciones de fase ascendente a

descendente del pedal. El valor de las revoluciones en el pedaliar oscila entre las 15 y 44 rpm aproximadamente (valor medio de 29.5 rpm), unos valores muy alejados de los objetivos finales de esta simulación.

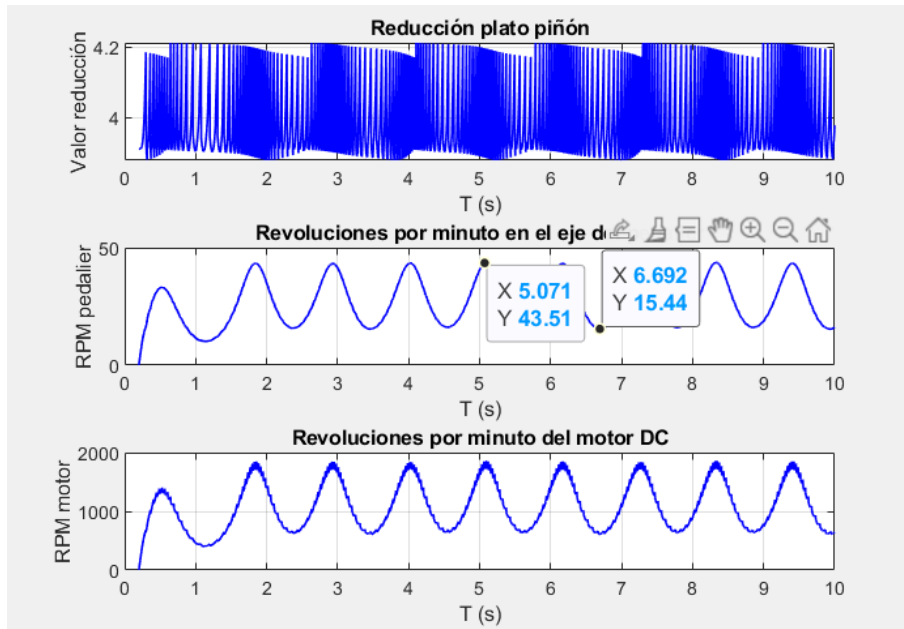


Figura 68. Relación de transmisión, revoluciones del pedaliar y del motor

En cuanto a la intensidad del bobinado del motor DC y la tensión de alimentación que proporciona el control pueden verse en la figura 69.

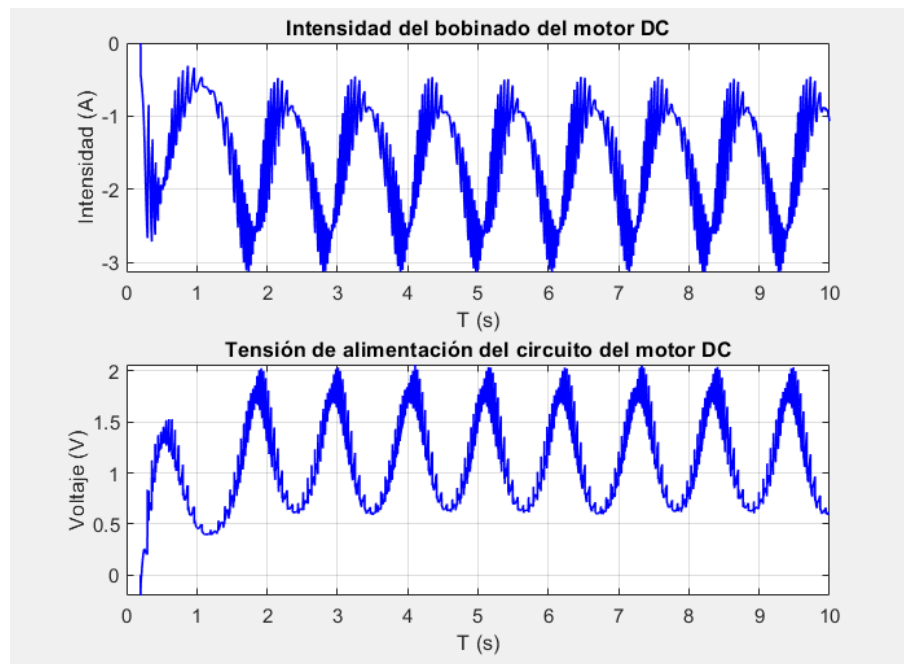


Figura 69. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control.

La intensidad que circula por el bobinado tiene una gran variación que acompaña a las revoluciones a las que funciona, coincidiendo los picos negativos de la intensidad con los picos de las revoluciones en el mismo. En esta gráfica se aprecia como el funcionamiento del control es correcto, dado que cuanto mayor son las revoluciones más sube el voltaje de alimentación el control para generar un mayor par resistente. No obstante, como los componentes no están ajustados, el sistema funciona de manera muy brusca.

En los siguientes apartados analizamos la respuesta ante cada cambio.

### 7.1. Modificación del número de dientes del plato.

Realizamos una nueva simulación modificando el número de dientes del plato, pasando de 49 a 52, y obtenemos las gráficas de las figuras 70 y 71.

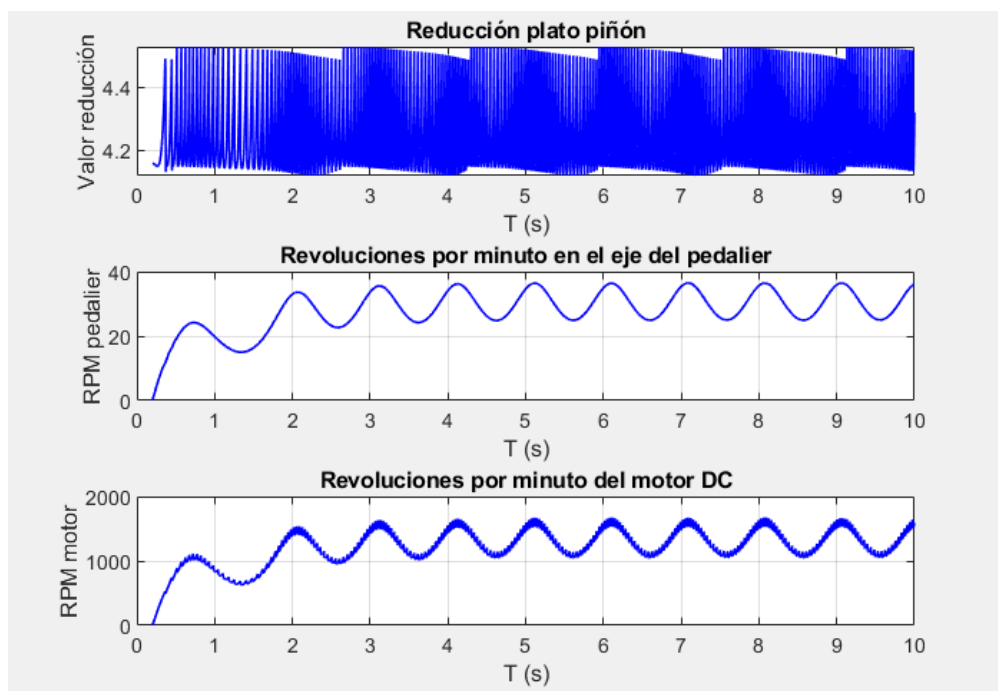


Figura 70. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedalier y del motor para un cambio en el número de dientes del plato.

La figura 70 muestra cómo, aunque las revoluciones por minuto se mantienen en torno el valor medio anterior, 29.5, la oscilación de las revoluciones baja considerablemente. De este resultado se deduce que la modificación del número de dientes del plato y, por consiguiente, de la relación de transmisión, no afecta a las revoluciones a las que el usuario pedalea (para masas idénticas). El valor de la reducción teórica pasa a ser 4.33, un ascenso respecto del caso anterior, lo que produce un aumento en las revoluciones a las que funciona el motor.

En cuanto a la intensidad (figura 71), la señal tiene una forma y valores similares, pero es una señal más limpia. Esto se debe a la reducción de la oscilación de las revoluciones por minuto eso provoca una menor variación en la velocidad del motor, por lo que los cambios de intensidad y voltaje son menos bruscos.

Si se reduce el número de dientes del piñón las conclusiones son las mismas que los obtenidos con la variación de los dientes del plato. El sistema tiene un funcionamiento mucho más suave y la oscilación de las gráficas se reduce notablemente.

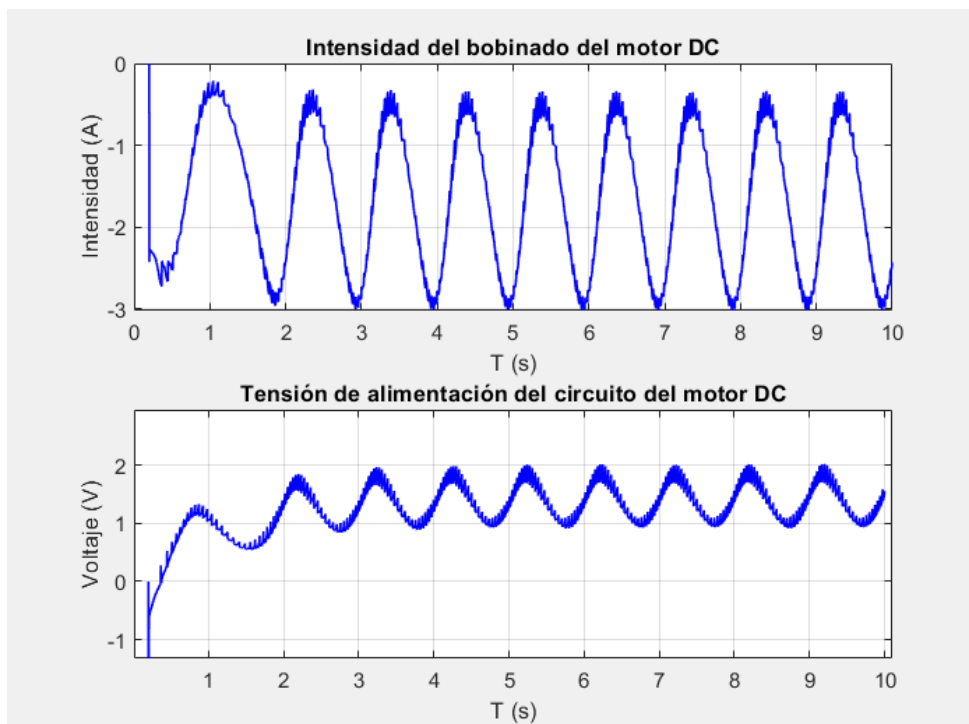


Figura 71. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con un cambio en el número de dientes del plato.

## 7.2. Modificación de la ganancia que enmascara la dinámica de la bicicleta.

Procedemos de igual manera para analizar como varía el sistema si modificamos la constante que enmascara la dinámica de la bicicleta en el bloque de control de torque. Simulamos con el mismo número de dientes que en la simulación anterior y modificamos el valor de la ganancia de 10 a 7. (figuras 72 y 73).

En este caso vemos como la reducción se mantiene en los mismos valores, dado que solo depende del número de dientes, pero se observa un aumento en las revoluciones por minuto mientras que la oscilación de las revoluciones

mantiene aproximadamente su amplitud (12 rpm). En cuanto a la intensidad que circula por el bobinado, se aprecia una reducción de la amplitud de la señal, manteniéndose en la franja (-2.85 A, -0.5 A), mientras que en la simulación anterior los valores estaban en el rango (-0.25 A, -3 A). Analíticamente, este cambio sucede porque la dinámica de la bicicleta modifica la consigna de la intensidad, es decir, al disminuir la ganancia, la consigna es menor, y el par que entrega el motor se reduce al tener menos intensidad.

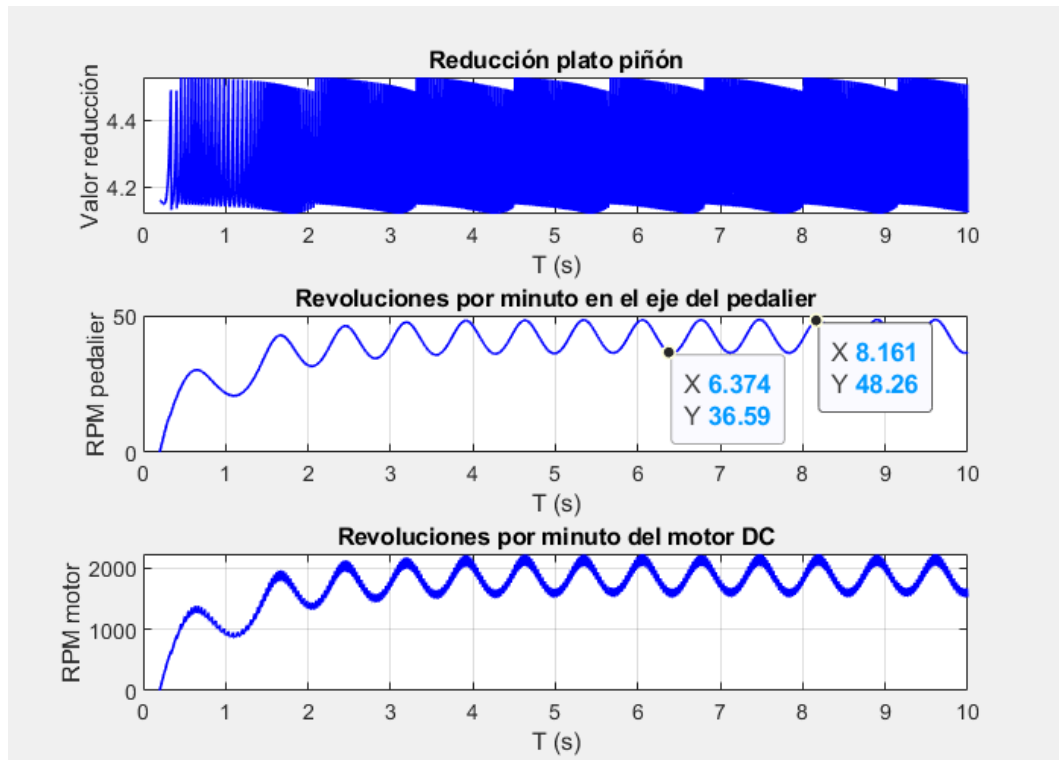


Figura 72. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedalier y del motor para un cambio en la ganancia que enmascara la dinámica de la bicicleta.

Además, encontramos un aumento notable en el voltaje que entrega el control. Remontándonos a la ecuación (5) vemos que la expresión del voltaje del modelo simplificado de un motor de corriente continua depende de la intensidad, que multiplica a la resistencia e inductancia del bobinado, pero también depende de la tensión entre los bornes del motor. Este último término se calcula como  $Kb \frac{d\theta(t)}{dt}$ , es decir, el producto de la constante de voltaje del motor por la velocidad de giro del mismo. Por último, como la velocidad de giro del motor ha aumentado se incrementa la tensión en bornes del motor DC y por consiguiente aumenta la tensión del circuito de alimentación del circuito.

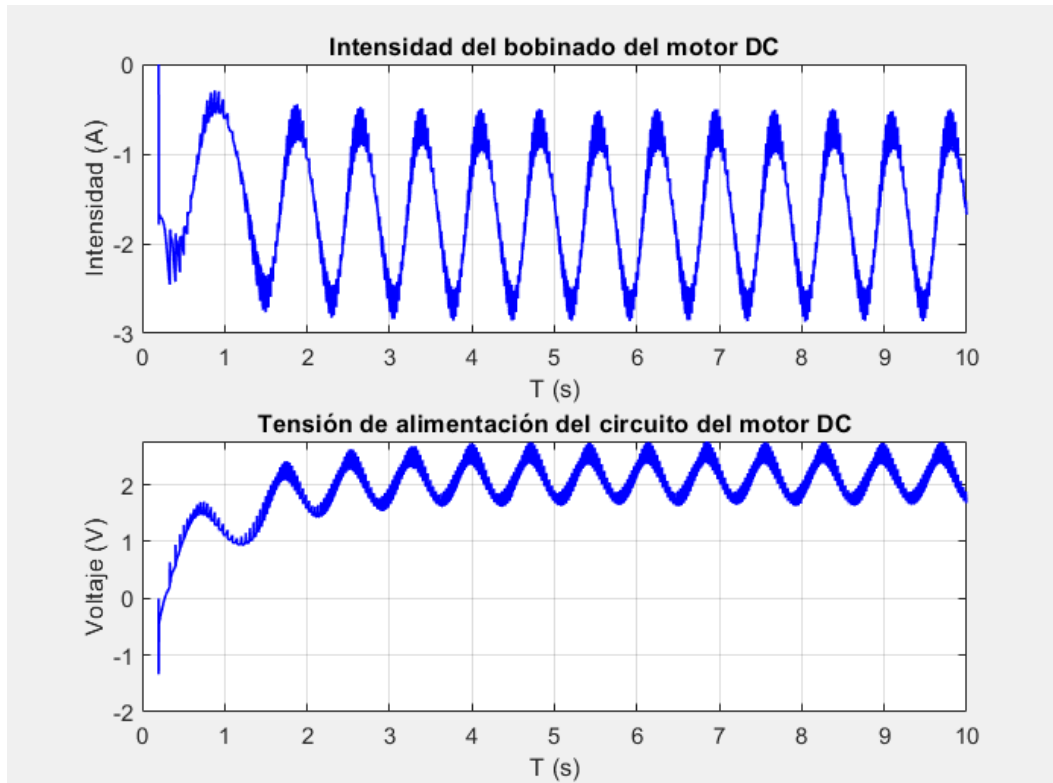


Figura 73. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con un cambio en la ganancia que enmascara la dinámica de la bicicleta.

### 7.3. Modificación de los parámetros del bloque que controla el torque deseado.

Por último, antes de comenzar con el ajuste del sistema, modificamos los parámetros del bloque de control de torque deseado, que en las figuras del capítulo anterior hemos denominado “Zd”. En el modelo teórico desarrollado (capítulo 5), aplicábamos el caso del movimiento rotacional sobre el eje del pedaliar, teniendo la constante de amortiguamiento,  $B$ , que multiplicaba a la velocidad angular y se opone al movimiento, y la inercia,  $J$ , que multiplicaba a la aceleración angular.

Utilizamos los mismos valores que hemos utilizado en la simulación anterior y mostramos el par deseado (figura 74). Los valores que utilizamos son:  $J=0.5$ , y  $B=0.29$ .



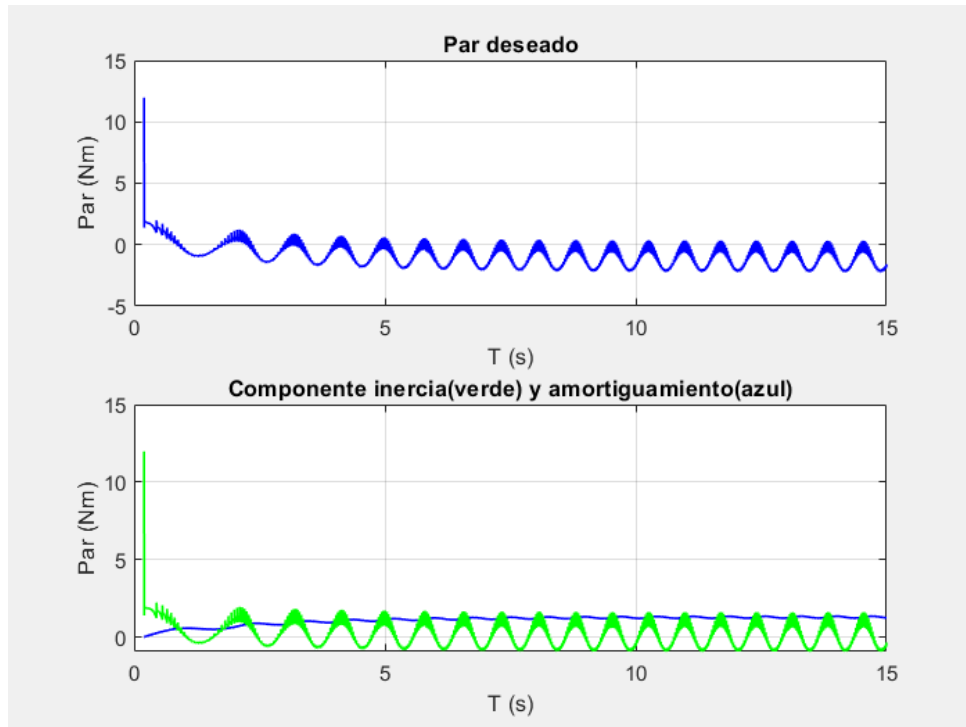


Figura 74. Par deseado en el eje del pedalier y desglose de sus componentes.

En la figura 74 se aprecia como se inicia con un pico positivo en la fase transitoria antes de alcanzar el valor estacionario, este pico se debe a que inicialmente, como la fuerza se introduce como una constante, la aceleración que tiene el sistema puntualmente al inicio es muy alta, dado que su velocidad inicial es cero. Como el par se calcula como el producto de la aceleración angular y la inercia, el par tiene un pico que se corrige en cuanto el sistema coge velocidad. Este efecto en la realidad no pasa puesto que la fuerza que entrega un usuario es progresiva.

Analizando el comportamiento de las componentes de la inercia y el amortiguamiento, debemos tener en cuenta que la componente del amortiguamiento (azul) se introduce en el par deseado como negativo, el valor que sale en la gráfica es el valor absoluto, pero el par deseado es el resultado de la resta de los dos términos. En cuanto a sus valores, la aceleración angular siempre va a ser una señal cuyo valor medio es cero, por lo que la inercia que la multiplica va a fijar el valor de la amplitud de esta componente, es decir, la variación del par a lo largo de la pedalada tendrá más variación, lo que se traduce en una mayor variación de la velocidad en las distintas fases de una pedalada. Para el caso del amortiguamiento ya hemos comentado que es un término negativo, por lo que cuanto más grande sea esta constante más negativo será el par deseado, y por consiguiente más intensidad circulará por el motor, y más par entregará.

## 7.4. Ajuste de los parámetros

Teniendo en cuenta todo lo escrito anteriormente, procedemos a buscar los parámetros para que nuestro sistema cumpla con las especificaciones propuestas. Las pruebas que se van a realizar tratarán, introduciendo la fuerza máxima y mínima en el pedal (300 N y 75 N respectivamente, lo que supone los límites superior e inferior de la velocidad de giro del sistema), de obtener una velocidad controlada en el pedaliar de entre 30 y 120 rpm, y una velocidad en el motor no superior a 5000 rpm, revoluciones hasta las que el motor puede trabajar en modo generador. Los parámetros más ajustados que hemos conseguido para intentar acercarnos a los objetivos son una ganancia de enmascaramiento de 4, un piñón de 20 dientes y un plato de 65, una constante de amortiguamiento de 0.3 y una inercia de 0.4. Los resultados de simulación para máxima fuerza pueden verse en las figuras 75 y 76.

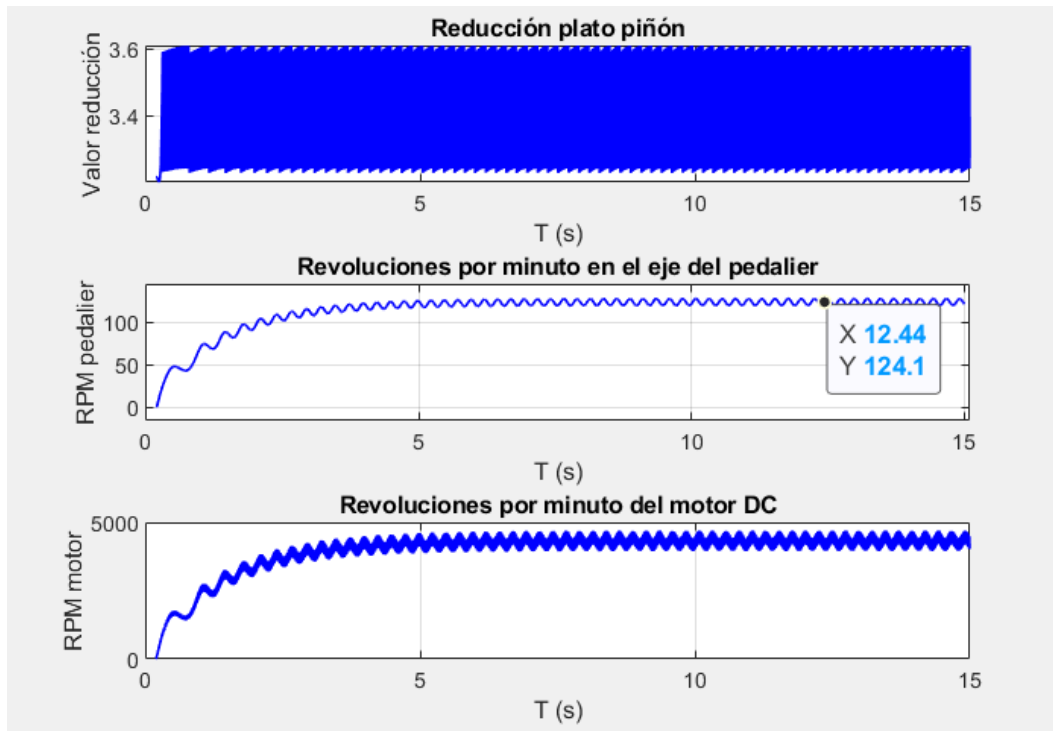


Figura 75. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedaliar y del motor con los parámetros ajustados. Fuerza máxima.

Las revoluciones en el pedaliar para la fuerza máxima tienen un valor medio de 124.1 rpm con una oscilación de  $\pm 3$  rpm, cumpliéndose el objetivo de las revoluciones máximas ( $< 130$  rpm). En el caso de la intensidad el valor medio si que cumple las especificaciones, dado que la intensidad continua máxima es de 5 amperios, y la máxima de 15 (por tiempo inferior a 20 segundos). No obstante, los picos llegan hasta los -7 amperios, siendo además demasiado frecuentes como para garantizar si el driver seleccionado puede soportar el

amperaje simulado. Por tanto, para la fuerza máxima, el sistema cumple las especificaciones de revoluciones para usuario y motor, pero no cumple los objetivos de intensidad.

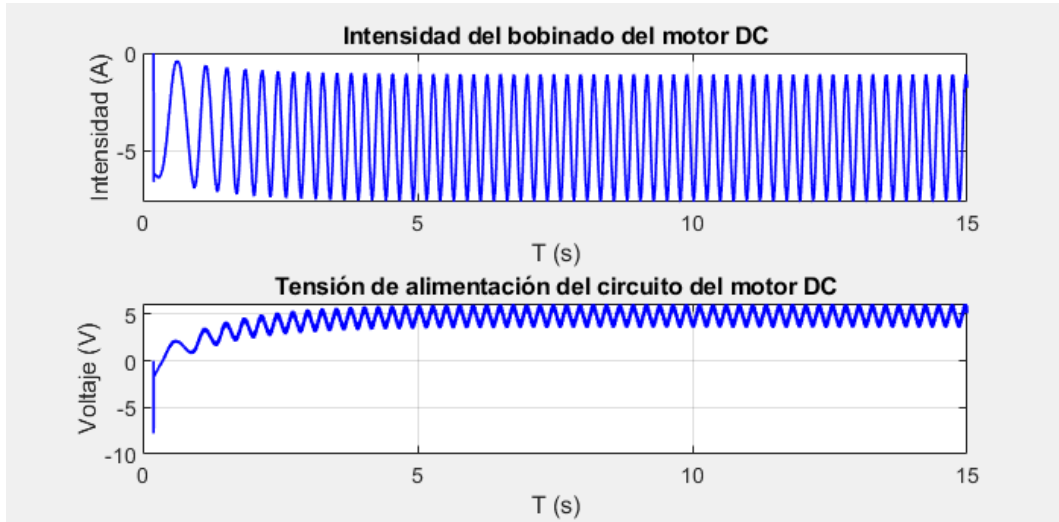


Figura 76. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con los parámetros ajustados. Fuerza máxima.

Una vez simulada la fuerza máxima procedemos a simular el sistema con la fuerza mínima en la entrada (figuras 77 y 78).

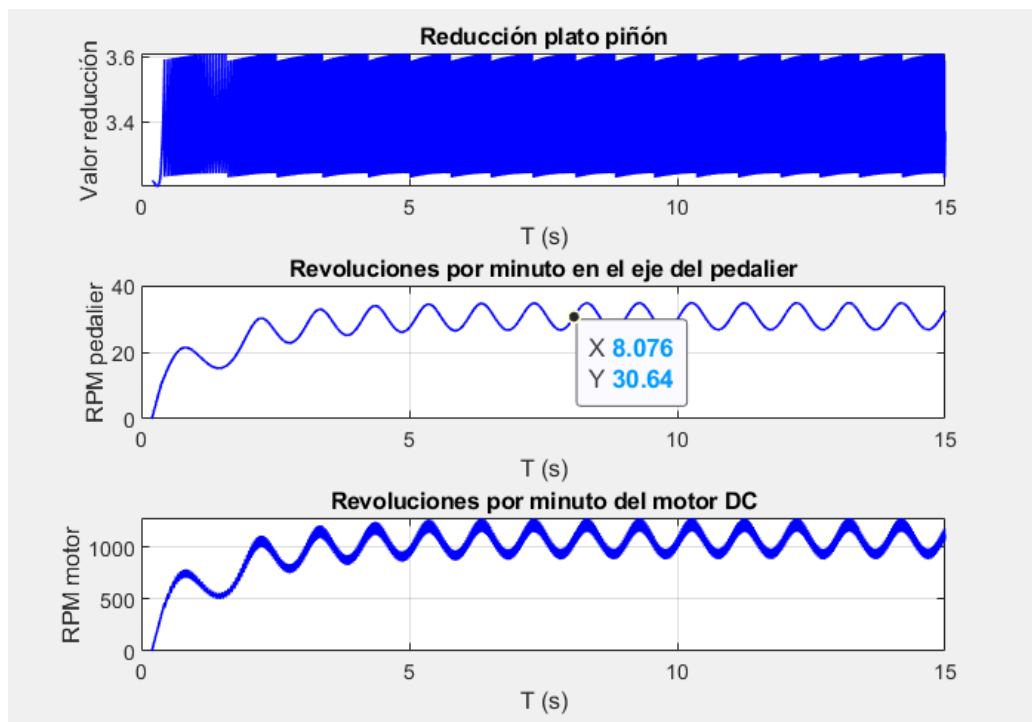


Figura 77. Relación de transmisión y revoluciones del eje del pedalier y del motor con los parámetros ajustados. Fuerza mínima.

Como observamos en la figura 77, las revoluciones en el eje del pedalier se quedan en torno a un valor de 30 rpm, con una oscilación de  $\pm 4$  rpm, un valor que se ajusta al objetivo de 30 rpm. Aunque este objetivo no se cumpliera, no supone un condicionante crítico, dado que el movimiento está muy controlado y el problema sería que fuese demasiado rápido, tanto en revoluciones máximas como mínimas.

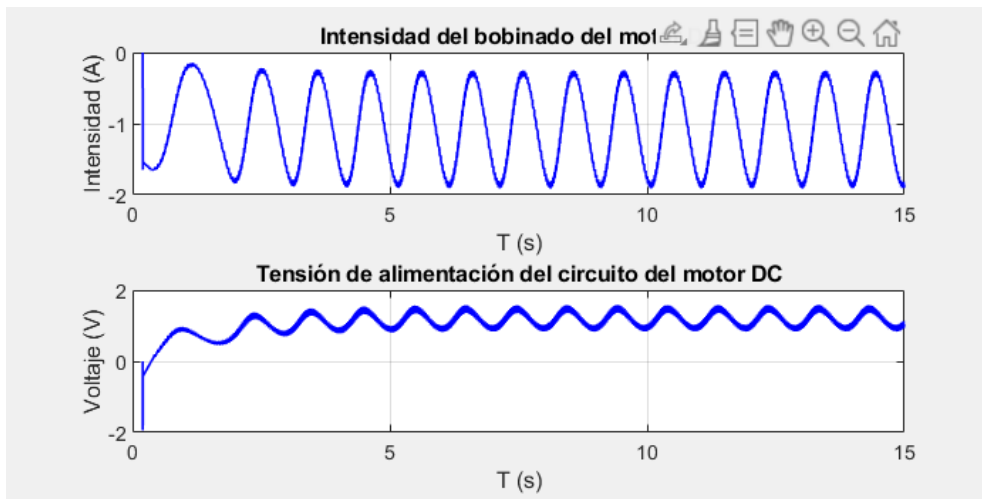


Figura 78. Intensidad que circula por el motor y voltaje que proporciona el control con los parámetros ajustados. Fuerza mínima.

### 7.5. Impedancia mecánica

En el capítulo 3 se explicaba como calcular la impedancia mecánica y la importancia de no sobrepasar los límites máximos y mínimos. En este subapartado comprobamos si para los valores de nuestra simulación el sistema se mantiene en los rangos establecidos.

Calculamos la impedancia mecánica máxima y mínima con los valores de fuerza máxima y mínima que se han propuesto para validar el diseño realizado. El procedimiento es el siguiente: con los parámetros ajustados vamos variando el parámetro del control que crea el par resistente deseado, es decir, la constante de torque del bloque de control de par deseado, y ajustamos la simulación para obtener las revoluciones deseadas. Si excede los límites planteados (intensidad del motor) se baja la fuerza de entrada hasta que las revoluciones queden ajustadas. Los valores de fuerza máxima y mínima obtenidos se recogen en la tabla 10. Una vez sacada la fuerza mínima y máxima para cada caso calculamos la impedancia mecánica suponiendo una longitud de biela del pedal de 175 mm, un valor muy extendido en los pedales comerciales y dibujamos los resultados (figura 79).

Comparando la gráfica de nuestro sistema con la gráfica de impedancia calculada en el capítulo 3 (figura 32) se concluye que la impedancia mecánica que es capaz de entregar el sistema se mantiene en el rango de la impedancia planteada en los requisitos, por lo que el sistema cumple el objetivo de impedancia mecánica.

RPM	W (rad/s)	F <sub>max</sub> (N)	F <sub>min</sub> (N)	Z <sub>min</sub> (Ns/m)	Z <sub>max</sub> (Ns/m)
30	3,14	190	75	136,42	345,59
40	4,18	195	75	102,31	266,02
50	5,23	200	75	81,85	218,27
60	6,28	200	75	68,21	181,89
70	7,33	200	75	58,47	155,91
80	8,37	200	75	51,16	136,42
90	9,42	200	75	45,47	121,26
100	10,47	200	75	40,93	109,13

Tabla 10. Resultados de la simulación y comprobación de la impedancia mecánica.

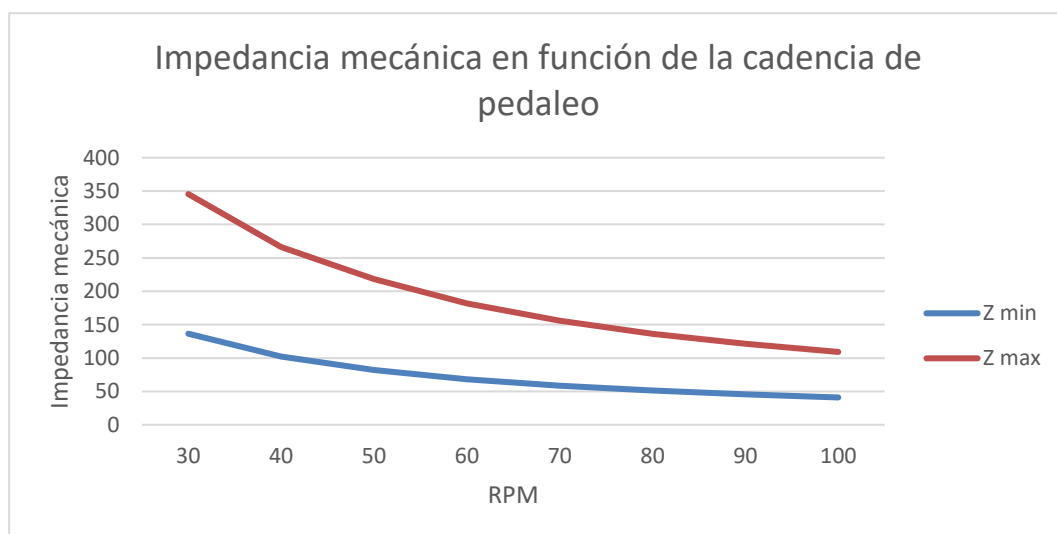


Figura 79. Impedancia mecánica en función de la cadencia de pedaleo.



## 8. Conclusiones

En este capítulo se exponen las conclusiones finales del trabajo realizado, analizando el grado de consecución de los objetivos.

El objetivo inicial del trabajo era la selección de componentes para la parte actuadora de un dispositivo de rehabilitación cardíaca háptico y la comprobación mediante simulaciones de la adecuación de dichos componentes para los rangos de funcionamiento establecidos. A continuación, se resumen las decisiones tomadas para la consecución de los objetivos:

- Selección de modo de actuador: el trabajo comienza con la búsqueda de soluciones para implementar un motor DC en el eje del pedalier. Tras analizar las opciones existentes se contacta con un proveedor, Maxon Motor Ibérica, que plantea la solución de acoplar un motor en el eje del piñón, solución que más tarde fue seleccionada.
- Selección de prototipo: en vez de implementar directamente el sistema sobre el cicloergómetro se decide incluir la construcción de un prototipo, utilizando una bicicleta estática de segunda mano para evitar el deterioro del cicloergómetro en caso de surgir algún problema de funcionamiento.
- Simulación del sistema: se decide diseñar la transmisión como un sistema de cuatro barras y se utiliza el modelo de motor DC simplificado. Para una mejor visualización de los datos se decide implementar el sistema mediante un modelo de Simulink que se ejecuta y exporta datos a través de Matlab.

Una vez realizadas las simulaciones obtenemos una serie de conclusiones:

- Relación de transmisión óptima: la selección del número de dientes de las ruedas dentadas se realiza teniendo en cuenta que, cuanto más grande es el número de las ruedas dentadas más grande es su radio y por tanto el sistema funciona de manera más suave. La limitación principal que se ha tenido en cuenta para el ajuste de la relación de transmisión es el número de revoluciones por minuto máximas a las que puede trabajar el motor DC seleccionado y la corriente máxima que circula por el bobinado del motor.
- La toma de resultados concluye que para los límites establecidos hay un componente que no es idóneo, dado que para la entrada máxima de fuerza (300 N), la intensidad que circula por el bobinado del motor supera el límite de intensidad y no se sabe si el driver puede mantener ese funcionamiento en largos períodos de tiempo. En cuanto a las

revoluciones esperadas en el sistema para la fuerza máxima y mínima, las simulaciones cumplen los objetivos propuestos. En cuanto a la impedancia mecánica, el rango obtenido es menor que el planteado en los requisitos y se mantiene entre los límites. Este hecho no es un problema porque cuando se calculó el rango de impedancia de los requisitos se hizo utilizando valores de individuos entrenados, mientras que nuestro sistema está orientado a pacientes que están muy lejos de esos rangos de fuerza.

En base a lo anterior se concluye que la parte más importante del sistema está bien dimensionada (reductora, motor), pero sin saber si el driver seleccionado puede funcionar en las condiciones descritas en los resultados. Como solución a este problema se plantea la posibilidad de sustituir el driver Escon 50/5 por el modelo Escon 50/8, un driver con las mismas especificaciones, pero cuya intensidad máxima continua es de 8 amperios, lo que proporciona un margen con el que podemos estar seguros del correcto funcionamiento del driver en las condiciones mencionadas.

Por último, cabe destacar que el modelo simulado no es exacto, ya que en un sistema tan complejo faltan parámetros tales como la inercia de las piernas del usuario, por lo que la validación de los datos en la siguiente fase (construcción y validación del dispositivo háptico) cabe esperar que difiera de los resultados obtenidos en este trabajo.



## 9. Líneas futuras

Las líneas futuras de trabajo de este proyecto vienen marcadas, en el caso de la simulación, por un sistema que simule además la inercia de la pierna del usuario. Para el caso del proyecto como dispositivo háptico las líneas futuras vienen dadas por las fases explicadas en la introducción de la memoria, una vez terminada la fase 3, se pasa al trabajo y comprobación de resultados con los componentes físicos en la fase 4. Si se comprueba que las suposiciones hechas en las conclusiones se cumplen, podría utilizarse de nuevo el modelo, conociendo esta vez el término de ganancia que enmascara la dinámica de la bicicleta en el control, haciendo que las simulaciones sean precisas y concluyentes. Una vez hecha la comprobación será necesario algún método de disipación de energía, dado que hemos visto que el motor trabaja como generador.

Una vez terminado el prototipo, se pasaría a la implementación sobre el cicloergómetro Monark 928 E, pudiendo utilizar de nuevo este modelo para la simulación previa antes de la implementación física.

Cuando todas las fases estén completas y el dispositivo sea funcional, podría tratarse de incluir algún sistema de realidad virtual que complete la realimentación háptica, ya que como se comentó en el estado del arte (capítulo 2), la inclusión de este tipo de tecnología en programas de rehabilitación tiene resultados muy positivos sobre los pacientes.



## 10. Bibliografía

- [1] S. Sri Gurudatta Yadav, Dr. R. V. Krishnaiah, “Haptic Science and technology”, *International Journal of Computer Engineering & Applications*, Vol. II, Issue I/III, pp. 139-146, 2013.
- [2] Daya Herrera, “Bicicleta eléctrica, desde sus inicios hasta la actualidad”, 2010.
- [3] Villiam C. Morchin, Henry Oman, “Electric Bicycles. A guide to Design and Use”, pp 2-6, 2006.
- [4] Movele.es, “Características generales de las bicicletas eléctricas”, 2019.
- [5] Justyna Maculewicz, Stefania Seragin, Lise Busk, “A stationary Bike in Virtual Reality- Rhythmic Exercise and Rehabilitation”, BIOSTEC - Doctoral Consortium, 2015.
- [6] IJsselsteijn, W. de Kort, Y. Westerinj, J. de Jager, M. and Bonants. “Fun and Sports: Enhancing the home fitness experience”., *Entertainment Computing*, pp. 46-56, 2004.
- [7] S. Huang, P. Tsai, W. Sung, C. Lin, and T. Chuang. “The comparisons of heart rate variability and perceived exertion during simulated cycling with various viewing devices”, *Presence*, volume 17, no.6, pp. 575-583, 2008.
- [8] D.Mestre, V. Dagonneau, C Mercier, “Does virtual reality enhance exercise performance, enjoyment, and dissociation? an exploratory study on a stationary bike apparatus”. *Presence*, volume 20, no 1, pp. 1–14, 2011.
- [9] H. MacRae. “Cycling with video feedback improves performance in untrained, but not in trained women”. *Research in Sports Medicine*, vol 11, no.4, pp. 261–276, 2003.
- [10] Sigrist, R., Rauter, G., Riener, R., and Wolf, P. “Augmented visual, auditory, haptic, and multimodal feedback in motor learning: A review”. *Psychonomic bulletin & review*, volume 20, no. 1, pp. 21–53, 2013.
- [11] Grigore Burdea, “The Role of Haptics in Physical Rehabilitation”, *Haptic Rendering, Foundatinos, Algorithms and Applications*, pp. 517-529. 2008.
- [12] Terence McLaughlin, “The educative importance of Ethos”, *British Journal of Educational Studies*, volume. 53, no. 3, pp. 517-528, 2005.
- [13] M. Frey, G. Colombo, M. Bernhardt, R. Riener, “Hybrid force-position control yields cooperative behaviour of the rehabilitation robot LOKOMAT”, *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 536-539, 2005.
- [14] Henning Schmidt, Stefan Hesse, Rolf Bernhardt, Jörg Krüger, “HapticWalker – A Novel Haptic Foot Device”, *ACM Transactions on Applied Perception*, volume 2, no.2, pp. 166-180, 2005.
- [15] B. Fonda and N. Sarabon, "Biomechanics of Cycling," *Sport Science Review*, pp. 187-210, 2010.
- [16] Noordwijk aan Zee. “The rehabilitation of patients with cardiovascular diseases. Report on a Seminar”. *Copenhage: WHO-Regional Office for Europe*, 1969.

- [17] World Health Organization. "Rehabilitation after cardiovascular diseases, with special emphasis on developing countries". Report of a WHO Expert Committee. *Ginebra: WHO Technical Report Series*, 831; pp. 1-10, 1993.
- [18] O'Connor GT, Buring JE, Yusuf S, Goldhaber SZ, Olmstead BA, Paffenbarger RS, et al. "An overview of randomized trials of rehabilitation with exercise after myocardial infarction". *Circulation*. 80: pp. 234-44, 1989.
- [19] Plaza Pérez I. "Programas de prevención secundaria y rehabilitación cardíaca". *Plaza Pérez I (ed.). Cardiología preventiva*. Barcelona: Doyma; pp. 217-29. 2000.
- [20] Oldridge NB, Guyatt GH, Fischer ME, Rimm AA. "Cardiac rehabilitation after myocardial infarction". *Combined experience of randomized clinical trials*. JAMA. 260: pp. 945-50. 1988.
- [21] Dishman RK, "Exercise Adherence: Its Impact on Public Health". 2nd ed. *Champaign, III: Human Kinetics*; 1994.
- [22] Pollock ML, Franklin BA, Balady GJ, Chaitman BL, Fleg JL, Fletcher B, et al. "Resistance exercise in individuals with and without cardiovascular disease. Benefits, rationale, safety and prescription and advisory from the Committee on exercise, rehabilitation and prevention" Council on Clinical Cardiology, American Heart Association. *Circulation*. 101: pp. 228-833. 2000.
- [23] C. Hatzfeld and T. A. Kern, "Engineering Haptic Devices : A Beginner's Guide", London: Springer, 2014.
- [24] S. Evren, "Performance Metrics for Haptic Interfaces", London: Springer, 2012.
- [25] E. R. Burke, "Proper fit of the bicycle," *Clinics in Sports Medicine*, vol. 13, no. 1, pp. 1-14, 1994.
- [26] M. O. Ericson, J. Ekholm, O. Svensson and R. Nisell, "The forces of ankle joint structures during ergometer cycling," *Foot & Ankle*, vol. 6, no. 3, pp. 135-142, 1985.
- [27] E. Coyle, K. S. H. M. Feltner M.E., S. Montain, A. Baylor, L. Abraham and G. Petrek, "Physiological and biomechanical factors associated with elite endurance cycling performance," *Medicine and Science in Sports and Exercise*, vol. 23, pp. 93-107, 1991.
- [28] W. Bertucci, F. Grappe, A. Girard, A. Betik and J. D. Rouillon, "Effects on the crank torque profile when changing pedalling cadence in level ground and uphill road cycling," *Journal of Biomechanics*, vol. 38, no. 5, pp. 1003-1010, 2005.
- [29] V. Ferrer-Roca, R. Bescós, A. Roig, P. Galilea, O. Valero and J. García-López, "ACUTE EFFECTS OF SMALL CHANGES IN BICYCLE SADDLE HEIGHT ON GROSS EFFICIENCY AND LOWER LIMB KINEMATICS," *The Journal of Strength and Conditioning Research*, vol. 28, no. 3, pp. 784-791, 2014.
- [30] P. Abal del Blanco, "Análisis cinemático del pedaleo ciclista mediante sistemas de captura del movimiento en 2D y 3D," Universidad de León, León, 2016.

- [31] M. O. Ericson, R. Nisell and G. Nemeth, "Joint Motions of the Lower Limb during Ergometer Cycling," *The Journal of Orthopaedic and Sports Physical Therapy*, vol. 9, no. 8, pp. 273-278, 1988.
- [32] R. R. Bini, P. A. Hume, J. Croft and A. Edward Kilding, "Pedal force effectiveness in Cycling: a review of constraints and training effects," *Journal of Science and Cycling*, vol. 2, p. 11, 2013.
- [33] S. A. Kautz and M. L. Hull, "A theoretical basis for interpreting the force applied to the pedal in cycling," *Journal of Biomechanics*, vol. 26, no. 2, pp. 155-165, 1993.
- [34] R. R. Davis and M. L. Hull, "Measurement of pedal loading in bicycling: II. Analysis and results," *Journal of Biomechanics*, vol. 14, no. 12, pp. 857-872, 1981.
- [35] L. Haile, R. J. Robertson, E. F. Nagle, M. P. Krause, M. Gallagher Jr., C. M. Ledezma, K. S. Wisniewski, A. B. Shafer and F. L. Goss, "Just noticeable difference in perception of physical exertion during cycle exercise in young adult men and women," *European Journal of Applied Physiology*, vol. 113, no. 4, pp. 877-885, 2013.
- [36] R. Robertson, "Perceived exertion for practitioners: rating effort", *Champaign: Human kinetics*, 2004.
- [37] B. Noble and R. Robertson, "Perceived exertion", *Champaign: Human kinetics*, 1996.
- [38] Hogan, "Impedance Control: An Approach to manipulation", *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*, no. 107, pp. 1-24. (1985).
- [39] Jesús Fraile Mora, "Máquinas Eléctricas", pp. 523-595, 2008.
- [40] Anders Malthe-Sørensen, "Elementary Mechanics Using Matlab. A Modern Course Combining Analytical and Numerical Techniques", Department of Physics, University of Oslo, pp. 489-500, 2015.
- [41] Niels Fuglede, "Kinematics and Dynamics of Roller Chain Drives", DCAMM Special Report no.175, 2014.