



FACULTAD DE EDUCACION Y TRABAJO SOCIAL.

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS EN UN AULA DE 4º DE
EDUCACIÓN PRIMARIA**

Presentado por CARLOS MANUEL DURÁN MARTÍN para optar al Grado de
Educación Primaria por la Universidad de Valladolid.

Tutelado por:

María del Carmen Martín Yáguez

Valladolid, 2020

“Cuanto mayor es la dificultad, mayor es la gloria”

Cicerón (106 AC – 43 AC)

RESUMEN:

El objetivo del presente trabajo de Fin de Grado es que los alumnos consoliden un método eficaz de resolución de problemas matemáticos y sean independientes a la hora de solventarlos. Para lograrlo, se trabajará con los alumnos durante varias sesiones en las que enseñaremos cómo aplicar este método de trabajo a la hora de enfrentar un problema matemático. Es un recurso muy visual que puede ser útil durante toda la vida estudiantil de alumnado.

PALABRAS CLAVE:

Matemáticas, resolución de problemas, comprensión del enunciado, método.

ABSTRACT:

The aim of the present work of End of Grade is to get students to consolidate a solving mathematical problems method and to be independent in solving them. To make it, we will work with the students during several sessions in which we will teach how to apply this working method when facing a mathematical problem. It is a very visual resource that can be useful throughout the student life of the students.

KEY WORDS:

Mathematics, problem resolution, understanding the statement, method.

ÍNDICE

0. INTRODUCCIÓN.....	6
1. OBJETIVOS.....	9
2. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA ELEGIDO.....	10
2.1. Relación con las competencias del título.....	12
3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA Y ANTECEDENTES.....	13
3.1. Definición de problema.....	13
3.2. Diferenciación entre problemas y ejercicios matemáticos.....	15
3.3. Heurística.....	17
3.4. Comprensión del enunciado.....	18
3.5. Método de trabajo por fases de George Pólya.....	19
3.6. Relación con los contenidos del currículo.....	20
4. METODOLOGÍA.....	21
4.1. Identificación de necesidades previas.....	21
4.2. Plan de trabajo.....	23
4.3. Prueba final.....	25
4.4. Herramientas utilizadas.....	26
4.5. Desglose por sesiones de trabajo.....	27
4.5.1. Sesión 1.....	27
4.5.2. Sesiones 2 y 3.....	28
4.5.3. Sesiones 4 y 5.....	30
4.5.4. Sesiones 6 y 7.....	31
4.5.5. Sesiones 8 y 9.....	33
4.5.6. Sesión 10.....	34
5. CONTEXTO.....	36
6. RESULTADOS.....	37
7. ANÁLISIS DEL ALCANCE DEL TRABAJO.....	38
7.1. Limitaciones del contexto.....	39
8. CONSIDERACIONES FINALES, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES....	41
9. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	42
10. ANEXOS.....	44
Anexo I.....	44
Anexo II.....	45
Anexo III.....	46
Anexo IV.....	47

Anexo V.....	48
Anexo VI.....	49
Anexo VII.....	50
Anexo VIII.....	51
Anexo IX.....	52
Anexo X.....	53
Anexo XI.....	54
Anexo XII.....	55

0. INTRODUCCIÓN:

Es frustrante ver cómo, cada vez más, en las aulas hay alumnos que pierden el interés por la asignatura de matemáticas. Esto puede deberse a una falta de motivación o a una frustración producida en esa área de conocimiento. Existen varios métodos, ya sean juegos o estrategias basadas en el aprendizaje (como el método ABN, solución de problemas, simulación de juegos, etc.), con los que los alumnos pueden aprender matemáticas a la vez que se divierten y pueden ser interesantes a la hora de trabajar las matemáticas dentro y fuera del aula. También es cierto que según suben los estudiantes de curso, las materias se vuelven cada vez más complejas, lo que puede conllevar un nivel más alto de frustraciones o fracasos si no se tiene una adecuada organización del tiempo.

La base de la motivación en el área de matemáticas la encontramos en los primeros cursos que estudian los alumnos en la educación obligatoria. Si conseguimos despertar el interés por esta materia en Educación Primaria, habremos dado un gran paso en el desarrollo de las habilidades lógicas de los pequeños. Es por ello, que considero fundamental dominar algunas dinámicas o estrategias de enseñanza en matemáticas. Es realmente importante el hecho de que el alumno pueda sentirse cómodo a la hora de realizar problemas o ejercicios de esta materia. De esta manera, si conseguimos que se sienta cómodo y aprecie las matemáticas, estaremos más cerca de conseguir que sea eficiente en esta y otras materias, que de una forma u otra estén arraigadas a esta ciencia.

Por otra parte, y por lo que he podido observar durante el estudio de esta carrera universitaria, considero que en muchos centros escolares no se da la importancia necesaria a los métodos de enseñanza en matemáticas. En los centros a los que he tenido oportunidad de acudir, no existía un método definido de enseñanza en esta materia, sino que los alumnos realizaban el trabajo mecánicamente, sin apenas razonar. Esto, a priori, puede parecer una cuestión de escasa gravedad y, de hecho, a la hora de realizar ejercicios matemáticos puede no suponer un problema. Es por ello, que quiero abordar este planteamiento desde la perspectiva de la resolución de problemas matemáticos. No es comparable realizar un ejercicio matemático en el que tenemos que seguir una secuencia lógica en cada uno de sus apartados, a comprender y resolver un problema matemático. Considero que, en cuanto a lo que se refiere a la resolución de un problema matemático, intervienen muchos más factores que los que pueden presentarse a la hora de realizar un ejercicio de este tipo, además de tener una mayor complejidad. Como veremos más adelante, diferenciaré entre ejercicios y problemas matemáticos, prestando especial atención a estos últimos.

El presente trabajo de fin de grado consiste en la realización de un modelo de resolución de problemas, a través del cual, los alumnos podrán comprender, realizar y solucionar, de forma efectiva, problemas matemáticos. Es un modelo que está basado en estudios anteriores de autores que mantienen una preocupación por la resolución de problemas:

- Se sabe que, para resolver los problemas de una etapa, los niños utilizan en ocasiones, sobre todo antes de recibir instrucción explícita en ello, estrategias personales que no llevan a la escritura de la expresión aritmética (ver, p.e., Carpenter, Hiebert y Moser, 1981, donde se describen y clasifican distintas estrategias de recuento encontradas en observaciones). Ahora bien, tales estrategias, aunque puedan ser efectivas localmente, dejan de funcionar en cuanto los números que aparecen en los problemas son grandes y, lo que es más importante, no pueden ser consideradas como el objetivo de instrucción correspondiente a esta clase de problemas, ya que, si se tiene en perspectiva el conjunto del currículo, el mero uso de esas estrategias no permite el paso a un nivel superior.

(Puig, L. y Cerdán, F., 1989, *Problemas aritméticos escolares*)

- Una y otra vez vemos que no entienden los problemas, que no los leen, que todo es mecánico y asumimos que ha llegado el momento de enfocarlo todo de otra manera. Todo el trabajo en mates debe ir encaminado a la resolución de problemas, porque si no, ¿para qué? Cada vez que la vida nos presenta un problema podemos aplicar modelos matemáticos, porque las mates sirven precisamente para modelizar situaciones de la vida real; eso es exactamente lo que nuestro alumnado debe aprender con la resolución de problemas.

(Vázquez, R., 2020, *Resolución de problemas en Primaria*)

- A fin de agrupar en forma cómoda las preguntas y sugerencias de nuestra lista, distinguiremos cuatro fases del trabajo. Primero, tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

(Pólya, G., 1965, *How to Solve It*)

El método de trabajo que me gustaría impartir a los alumnos, está basado en el método de resolución de problemas por fases de Pólya. Además, me centraré en cuatro aspectos básicos que han sido estudiados por gran multitud de autores y, a mi parecer, son fundamentales en cuanto a la resolución de un problema matemático. Estos son: comprensión del enunciado y vocabulario,

identificación de datos, resolución del problema, y confección de una respuesta al interrogante o interrogantes que plantee el problema (ver capítulo 4.2.).

Este trabajo de fin de grado ha sido trabajado en diferentes sesiones del Prácticum II correspondiente al Grado en Educación Primaria en el CEIP Enrique Tierno Galván, ubicado en Valladolid, en el barrio de Parquesol. Se aplicó, en su totalidad, a una clase de 4º de Educación Primaria. Su estructura consiste en dos pruebas, una previa a la realización y otra posterior, además de un plan de trabajo.

La finalidad de este método de trabajo es poder encaminar a los alumnos hacia un aprendizaje más significativo, disminuyendo así la dificultad de los problemas matemáticos. Como he podido comprobar, la mayor parte de los alumnos ya tenían adquirida una parte de los conocimientos, pero no los aplicaban de forma correcta. Mi objetivo era que, una vez adquirido este método de trabajo, los alumnos consiguieran hallar soluciones a los problemas por ellos mismos, de una manera más clara y conociendo unas nociones básicas. Este método también es útil para evitar posibles errores en la realización de problemas matemáticos, ya que toda la información queda perfectamente estructurada, pudiendo ser revisada cuantas veces sea necesario en la resolución de un problema matemático.

Es un método similar a la elaboración de mapas conceptuales en otras materias, pero aplicado a las matemáticas. Los alumnos podrán estructurar y analizar la información, y hallar la solución al problema por cuenta propia. Siguiendo una serie de pasos, los estudiantes conseguirán incrementar su rendimiento a la hora de resolver problemas matemáticos. Por ello, es muy importante trabajarlo desde los primeros cursos de Educación Primaria. Si los alumnos consiguen estandarizar este método de resolución de problemas desde los primeros niveles, les será de gran utilidad en cursos superiores, donde los problemas matemáticos conllevan un importante incremento de su dificultad.

El desarrollo del trabajo constará de tres partes fundamentales. La primera, antes de realizar las sesiones de trabajo, consiste en la realización de una prueba en la que detectaremos las necesidades previas del alumnado. La segunda, durante las sesiones, en la que explicaremos a los alumnos en qué consiste este método de resolución de problemas y trabajaremos con ellos para que adquieran una fluidez óptima a la hora de enfrentarse a un ejercicio de este tipo. Como tercera y última parte, al finalizar todas las sesiones de trabajo, realizaremos una prueba final para comprobar si se han solventado las necesidades que pudimos detectar al principio, con la primera prueba, y extraeremos las conclusiones del estudio.

1. OBJETIVOS

Los objetivos que buscamos consolidar con la metodología expuesta en el presente trabajo de fin de grado son los siguientes:

- Conocer e investigar la heurística y sus orígenes. Así como los matemáticos más destacados que han trabajado con ella, basando sus métodos de enseñanza en la resolución de problemas matemáticos.
- Ayudar a los alumnos a comprender los enunciados de los problemas, enfocándonos en el trabajo con el vocabulario y la comprensión del enunciado, identificando los datos más importantes y analizando el interrogante, para poder hallar de forma correcta la solución.
- Comprender y desarrollar estrategias útiles y aplicables en la resolución de problemas matemáticos, independientemente del tipo que estos sean.
- Afianzar un método de trabajo fiable y eficiente a la hora de resolver problemas en el área de matemáticas, siendo este aplicable a todos los cursos de Educación Primaria y niveles superiores.
- Elaborar una intervención adecuada para una clase de Educación Primaria, tomando como base el método de trabajo por fases de George Pólya y apoyándonos también en estudios de otros autores como Ricardo Vázquez, Fernández Bravo o Luis Puig y Fernando Cerdán.
- Lograr la independencia del alumno, como resultado final, a la hora de resolver problemas matemáticos.
- Conseguir que los alumnos asimilen, y sea útil para ellos en la resolución de problemas matemáticos, un método de trabajo basado en el método de trabajo por fases de Pólya. Con este método, en primer lugar, analizarán el enunciado del problema, en segundo lugar, extraerán los datos de este, en tercer lugar, desarrollarán los cálculos necesarios para resolver el problema y, en cuarto lugar, plasmarán la solución al interrogante o interrogantes que se plantean en el enunciado.

2. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA ELEGIDO

Actualmente, en la sociedad en la que vivimos, todas las personas necesitan tener una formación básica que les permita desenvolverse con naturalidad en sus tareas del día a día, cualesquiera que estas sean. Las dos grandes áreas de conocimiento que sustentan la carga más importante de estos saberes son el área de lengua y el área de matemáticas. Oficialmente, el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, en relación con el área de lengua, determina lo siguiente:

El área de Lengua Castellana y Literatura tiene como finalidad ayudar a los alumnos a dominar las destrezas básicas del lenguaje: escuchar, hablar, leer y escribir e iniciarse en la reflexión sobre la estructura de la lengua para mejorar y enriquecer la producción de enunciados orales y escritos. Para alcanzar con éxito estas destrezas se necesita obtener información para asimilarla y planificar el mejor modo de comunicarla atendiendo a un contexto y finalidad concretos (...). La competencia en comunicación lingüística es una vía privilegiada de acceso al conocimiento dentro y fuera de la escuela. De su desarrollo depende, en buena medida, que se produzcan distintos tipos de aprendizaje en distintos contextos, formales, informales y no formales.

Por tanto, el conocimiento en el área de lengua es fundamental para comprender, en su totalidad, la información que recibimos de forma externa, bien sea de forma oral o escrita. Además, el conocimiento del área de lengua es imprescindible para mostrar nuestras opiniones o sentimientos respecto a una determinada idea.

Por otra parte, el conocimiento del área de matemáticas es, también, totalmente necesario para afrontar de forma exitosa muchas de las situaciones que se nos presentan a diario. Es un saber fundamental que ayuda a desarrollar el pensamiento lógico de las personas. De esta forma, el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, en relación con el área de matemáticas, especifica lo siguiente:

Las Matemáticas son un conjunto de conocimientos asociados a los números y las formas, que se van progresivamente completando hasta constituir un modo valioso de analizar situaciones variadas. Permiten estructurar el conocimiento que se obtiene de la realidad, analizarla y lograr una información nueva para conocerla mejor, valorarla y tomar decisiones. El aprendizaje de las matemáticas tiene una doble función: por una parte, se aprenden porque son útiles en otros ámbitos (en la vida cotidiana, en el mundo laboral,

en otras áreas curriculares, etc.) y por otra porque su aprendizaje contribuye al desarrollo cognitivo a través de la obtención de destrezas en procesos de exploración, clasificación, análisis, estimación, relación, generalización, argumentación y abstracción.

Esta área de conocimiento es en la que nos enfocaremos en el presente trabajo de fin de grado, sin olvidar la importancia del área de lengua.

El hecho de que en nuestra sociedad todas las personas debieran tener una formación suficiente para desenvolverse con normalidad en el discurrir de sus tareas diarias es algo indiscutible. Una parte importante de los saberes y destrezas necesarios para que eso ocurra provienen del estudio de la Lengua y de las Matemáticas. (...). Los conocimientos que una persona adulta utiliza con mayor frecuencia en sus relaciones y ocupaciones diarias se cimientan en los aprendizajes adquiridos durante la etapa de la escolaridad obligatoria. Es, por tanto, muy importante que durante este tiempo se trabaje para conseguir que nuestros alumnos lleguen a ser competentes en estos dos ámbitos educativos.

(Echenique U., 2006, *Matemáticas: Resolución de problemas*, p.15)

Esta afirmación es totalmente necesaria a la hora de abordar un método de resolución de problemas matemáticos ya que, es en esta etapa de escolaridad obligatoria donde establecemos la base de los conocimientos que nos acompañarán de por vida.

Centrando nuestra atención en la etapa escolar, por la que pasan obligatoriamente la mayor parte de las personas de nuestra sociedad, aplicaremos un sistema de trabajo que nos ayude a que los niños puedan enfrentarse a problemas matemáticos de la forma más eficaz posible. Además, tendremos el beneficio de que, cuanto antes aprendan los estudiantes un método de trabajo como el que vamos a trabajar o similar, antes podrán superar cualesquiera que sean las dificultades prácticas que supongan los problemas matemáticos para ellos. También, en este ámbito, es muy relevante utilizar recursos visuales que fomenten el interés del niño por el aprendizaje. Desde mi punto de vista, organizar la estructura de resolución de un problema en el área de matemáticas es similar a realizar un esquema en cualquier otra asignatura puramente teórica. Es un recurso visual, que, al igual que la realización de esquemas para apoyar el estudio de una materia, puede favorecer el aprendizaje en el área de matemáticas ya que, siguiendo una serie de pasos, podremos resolver problemas matemáticos de forma clara, sencilla y ordenada.

Por todo ello, he decidido centrar el tema de este trabajo de fin de grado en la resolución de problemas matemáticos, estableciendo un método de trabajo eficaz y centrándome en los puntos de mayor dificultad a la hora de enfrentarlos.

2.1. RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO

Según la Orden ECI/3857/2007 de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria, destacaré aquellas competencias que más relación tengan con el tema elegido en este trabajo de fin de grado:

- Diseñar, planificar y evaluar procesos de enseñanza y aprendizaje, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro.
- Identificar dificultades de aprendizaje, informarlas y colaborar en su tratamiento.
- Conocer el currículo escolar de matemáticas.
- Conocer el proceso de aprendizaje del lenguaje escrito y su enseñanza.
- Analizar, razonar y comunicar propuestas matemáticas.
- Plantear y resolver problemas vinculados con la vida cotidiana.
- Desarrollar y evaluar contenidos del currículo mediante recursos didácticos apropiados y promover las competencias correspondientes en los estudiantes.
- Controlar y hacer el seguimiento del proceso educativo y en particular el de enseñanza-aprendizaje mediante el dominio de las técnicas y estrategias necesarias.

3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA Y ANTECEDENTES

En este capítulo, nos centraremos en definir qué es un problema, en qué se diferencia un problema de un ejercicio en el área de matemáticas, qué es la heurística y la importancia que tiene la comprensión del enunciado a la hora de afrontar un problema matemático. Además, veremos también su relación con los contenidos del currículo actual de Educación Primaria en Castilla y León.

3.1. DEFINICIÓN DE PROBLEMA

En primer lugar, determinaremos qué es un problema. La RAE (2020) define un problema como “el planteamiento de una cuestión que requiere solución”. Dependiendo del contexto de este, la solución varía ofreciendo beneficios. Por ejemplo, resolver un problema a nivel social aporta un beneficio a la sociedad y, de la misma forma, para los diferentes ámbitos donde se planteen. Así como podemos observar, Pólya (1965) plantea esta cuestión desde una perspectiva similar, en la que su solución es favorable para el aprendizaje y el desarrollo cognitivo:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter.

(Pólya, G., 1965. *How to Solve It*)

Si nos centramos en la temática del presente trabajo de fin de grado, a nivel matemático, es interesante conocer también la opinión de algunos autores que han estudiado los problemas a este nivel científico:

La matemática habla de problemas cuando hay preguntas respecto a una estructura o un objeto, cuyas respuestas necesitan de una explicación con su correspondiente demostración. Esto quiere decir que un problema matemático se resuelve al hallar una entidad que posibilite la satisfacción de las condiciones del problema.

(Pérez, J. y Merino, M., 2008. *Definición de Problema*)

Para Schoenfeld (1985) la dificultad de definir el término “problema” radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea; utiliza la palabra problema para referirse a una tarea que resulta difícil para el individuo que está tratando de resolverla. Charnay (1994) dice que un problema puede verse como una terna situación-alumno-entorno; el problema se da solo si el alumno percibe una dificultad, en ese sentido lo que es un problema para un estudiante no necesariamente lo es para otro. En un sentido parecido se pronuncia Callejo (1994), citada por Remesal (1999), cuando señala que un problema es una situación cuya solución no es inmediatamente accesible al sujeto dado que no cuenta con un algoritmo que la resuelva de manera inmediata, esto implica que es un concepto relativo al sujeto que intenta resolverlo.

(Alfaro, C. y Barrantes H., 2008. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, pp. 83 – 98)

Realizando un análisis más profundo, la definición de problema matemático ha sido estudiada a lo largo de los años con el objetivo de establecer un marco de referencia que garantice la resolución de dichos problemas. Desde este planteamiento, realizaremos el enfoque del presente trabajo en el contexto del aula, dentro de esta misma área de conocimiento. Como hemos podido examinar, los problemas plantean cuestiones referentes a una estructura definida en un enunciado. Entonces, en este punto, deberíamos preguntarnos qué implica resolver un problema.

Los problemas son situaciones nuevas que requieren que la gente responda con comportamientos nuevos. Casi permanentemente enfrentamos "problemas" en nuestra vida cotidiana, por lo que resolver un problema implica realizar tareas que demandan procesos de razonamientos más o menos complejos y no simplemente una actividad rutinaria, por lo que en otras palabras resolver un problema es darle solución a la situación existente.

(Beltrán, C., 2011. *¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares*, pp. 74 – 89)

Si nos centramos en el contexto matemático, Labarrere (1988) expresó la siguiente afirmación: “La solución de un problema no debe verse como un momento final, sino como todo un complejo proceso de búsqueda, encuentros, avances y retroceso en el trabajo mental”. Esto, en relación con el presente trabajo, es uno de los pilares básicos en matemáticas. Es necesario plantear todo un proceso de resolución para despejar las incógnitas de los problemas en esta área científica. Además, la resolución puede requerir de varias respuestas, dependiendo del interrogante que se plantee. Estas respuestas o soluciones son logradas a través de un planteamiento y un trabajo; y, además, pueden ser verificadas a través de una correcta demostración.

González (2005), plantea que un “problema matemático con texto puede considerarse como una exposición en el lenguaje cotidiano, de determinado hecho, proceso u objeto, del cual nos dan directamente ciertas características (magnitudes, valores, etc.) y se nos pide (exige) hallar otras, que no son directamente ofrecidas en el enunciado. (...). Por tanto, la vía de solución debe ser desconocida para provocar el proceso de búsqueda que desarrolla el pensamiento, y la persona debe querer resolver el problema (motivación)”. Esto es justamente lo que queremos potenciar cuando un alumno se enfrenta a un problema matemático. Si se conoce un método de resolución efectivo, conseguiremos aumentar esa motivación por resolver el problema, ya que no supondrá un reto para él. Es interesante observar cómo, a lo largo de los años, la resolución de problemas ha sido una cuestión que se ha estudiado con detenimiento. Es por ello, que es fundamental conocer una definición óptima de lo que es un problema y su aplicación en el área de matemáticas.

La resolución de problemas matemáticos implica que el concepto de problema matemático constituye un componente esencial en el aparato categorial de la didáctica de la matemática. En la actualidad no existe consenso entre los especialistas acerca de la definición del referido objeto de estudio. Además, los mismos han puesto énfasis en sus elementos estructurales externos; siendo insuficiente aún la explicación de su funcionamiento. Ello trae limitaciones en los planos teórico y práctico de la mencionada ciencia pedagógica. Por ello, se persigue el objetivo de reflexionar acerca del concepto de problema matemático.

(Pérez, K., Álvarez, E. y Breña, C., 2016. *Reflexiones sobre el concepto de problema matemático*, pp. 25 – 34)

Como hemos observado anteriormente, son muchos los autores que intentan definir el concepto de problema matemático, pero sin limitarlo a un único objeto de estudio. Es decir, lo abordan desde diferentes perspectivas, haciendo énfasis en distintos puntos relacionados con su proceso de resolución.

3.2. DIFERENCIACIÓN ENTRE PROBLEMAS Y EJERCICIOS MATEMÁTICOS

Es importante, también, la distinción entre problema y ejercicio. La RAE (2020) nos brinda multitud de definiciones de ejercicio, pero si lo aplicamos a las matemáticas, la más correcta en este caso sería la siguiente: “trabajo práctico que en el aprendizaje de ciertas disciplinas sirve de complemento y comprobación de la enseñanza teórica”. Desde este punto de vista, podemos considerar que un ejercicio es una actividad que se desarrolla para adquirir, practicar o potenciar alguna facultad intelectual relacionada con el área de matemáticas. La finalidad de un ejercicio

no es dar solución a un problema planteado, sino que está relacionada con una finalidad más formativa.

“Un ejercicio matemático tiene las mismas características que un ejercicio físico. Él es el uso repetido de destrezas -calistenia- tal que ellas (las destrezas) se desarrollen, sean retenidas, y sean puestas a tono. Un cantante practica la escala musical para tener precisión en el tono; un atleta trota para mantenerse en forma; un alumno hace ejercicios matemáticos para mantener e incrementar sus habilidades”.

(Dwyer, R. & Elligett, J., 1970. *Teaching children through Natural Mathematics*)

Desde esta concepción, los ejercicios son útiles para practicar los contenidos práctico-teóricos de una forma más básica, mientras que los problemas no pueden ser resueltos a partir de una aplicación mecánica directa, sin razonar antes. Los problemas suponen un reto para el alumno, le obligan a pensar y producen un bloqueo inicial que él mismo debe despejar. Para ello, utilizará una serie de estrategias como: comprender el enunciado correctamente, enunciar los datos del problema, discurrir sobre qué contenidos teóricos aplicar y, finalmente, resolver el problema aportando una solución a este. Esta parte de resolución de problemas es en la que he centrado el estudio de este trabajo.

Como hemos podido observar en el apartado anterior, son muchos los autores que definen lo que es un problema (bien sea matemático o a nivel general). Pero, también son varios los autores que han estudiado los ejercicios en el área de matemáticas. Así por ejemplo, Llivina (1998) define ejercicio de la siguiente manera: “Consiste en trabajar sobre cierto número de ejemplos idénticos o casi idénticos a los que ha resuelto en clase el profesor o se han explicado ya en el texto, es decir, situación que plantea una cuestión matemática cuyo método de solución es inmediatamente accesible al sujeto que intenta responderla, porque dispone de un algoritmo que relaciona lo que se da (datos) y lo que se pide”. Mientras que Jiménez (2000), lo define más brevemente como: “aquella exigencia para actuar donde la vía de solución es conocida para el estudiante”.

En conclusión, podemos establecer una comparación entre los conceptos de problema y ejercicio matemático.

Un problema matemático podríamos definirlo como una situación de bloqueo inicial en la que, mediante una indagación, debemos razonar un método para encontrar una solución. Mientras que un ejercicio matemático podríamos describirlo como aquella situación o escenario del que ya tenemos conocimiento, y se puede solucionar siguiendo una serie de pasos previamente conocidos.

(Huerta, H. V. (2010). *¿Problema o Ejercicio?*)

3.3. HEURÍSTICA

La RAE (2020) define la heurística como “técnica de la indagación y del descubrimiento”, pero también nos brinda otra definición, que puede ser útil acorde a este trabajo de fin de grado: “en algunas ciencias, manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo, reglas empíricas, etc.”. En este caso, utilizaremos la heurística como la disciplina que propone diferentes estrategias que nos guiarán en el descubrimiento de las soluciones a los problemas matemáticos. Si nos remontamos a los antecedentes, la heurística es tratada por varios autores y científicos, de tal magnitud como Albert Einstein. Pero, sin duda alguna, la popularización de este concepto se debe a George Pólya, un matemático húngaro nacido en el S.XIX, y a su obra “*How to Solve It*”. Pólya (1965) define la heurística moderna, en relación con la resolución de problemas, de la siguiente forma:

La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. Son diversas sus fuentes de información y no se debe descuidar ninguna. Un estudio serio de la heurística debe tener en cuenta el trasfondo tanto lógico, como psicológico; no deben descuidarse las aportaciones al tema hechas por autores tales como Pappus, Descartes, Leibniz y Bolzano, pero debe apearse más a la experiencia objetiva. Una experiencia que resulta a la vez de la solución de problemas y de la observación de los métodos del prójimo, constituye la base sobre la cual se construye la heurística.

(Pólya, G., 1965. *How to Solve It*)

Pólya introdujo la idea de que la resolución de problemas puede ser vista como un arte que utiliza como medio la “heurística moderna”. Para él, resolver problemas representa una forma de descubrimiento y considera la heurística como una forma de investigar nuevos problemas (Pólya, 1990).

Esto conlleva la consideración de las matemáticas como una ciencia inductiva y experimental. Las implicaciones de esta idea sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas son de tremenda importancia, puesto que induciría una estrategia basada en la resolución de problemas como mecanismo para que los estudiantes construyan su propio conocimiento.

(Alfaro, C. y Barrantes H., 2008. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, pp. 83 - 98)

Pólya, enfocó su investigación en la resolución de problemas matemáticos, dando especial importancia a cómo llegamos a las soluciones de estos. Uno de los pilares más importantes de esta investigación se basa en la comprensión del enunciado, para lo cual Pólya propone varias

estrategias. Algunos ejemplos de ellas consisten en realizar esquemas comprensivos, aplicar razonamiento inverso, examinar cada caso concreto, etc. A lo largo de este trabajo de fin de grado, tomaremos como referencia estas estrategias a la hora de hallar un método eficaz de resolución de problemas.

3.4. COMPRENSIÓN DEL ENUNCIADO

La mayor parte de los autores que han centrado sus estudios en la resolución de problemas matemáticos, parten de la comprensión del enunciado. De nada nos serviría gozar de multitud de conocimientos matemáticos si no sabemos comprender el problema que se nos plantea. La primera parte de un plan de trabajo para resolver un problema, siempre será analizar minuciosamente su enunciado. Si nos remontamos a los antecedentes, Pólya (1965), afirma lo siguiente:

Es tonto el contestar a una pregunta que no se comprende. Es deplorable trabajar para un fin que no se desea. Sin embargo, tales errores se cometen con frecuencia, dentro y fuera de la escuela. El maestro debe tratar de evitar que se produzcan en su clase. El alumno debe comprender el problema. Pero no sólo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo.

(Pólya, G., 1965. *How to Solve It*)

Efectivamente, el primer paso para poder llegar a la resolución de un problema matemático es su propia comprensión. Como veremos, otros autores que también centraron sus estudios en la resolución de problemas matemáticos lo catalogan como algo fundamental.

Una tarea imprescindible en la resolución de un problema es comprender el enunciado. Hace falta leer, pero no basta; es un tipo especial de lectura que sigue unas reglas diferentes y necesita un aprendizaje específico. . Aunque el trabajo se desarrolle globalmente, un taller de problemas debe trabajar tres aspectos: comprensión del enunciado, representación de la tarea y desarrollo de estrategias, utilizando un mismo material o materiales por separado, específicos para cada uno de estos tres aspectos.

(Vázquez, R., 2010. *Comprensión del enunciado*)

En el presente trabajo de fin de grado, trabajaremos con el vocabulario y otros aspectos de gran importancia para ayudar a los alumnos a comprender y analizar, de manera efectiva, los enunciados de los problemas matemáticos.

3.5. MÉTODO DE TRABAJO POR FASES DE GEORGE PÓLYA

El Método de Pólya o estrategia para resolver problemas de matemáticas se centra en la regla de los cuatro pasos:

- I. Comprender el problema
- II. Concebir un plan
- III. Ejecución del plan
- IV. Examinar la solución obtenida

Los resultados obtenidos de diversos estudios realizados han permitido determinar las dificultades de los estudiantes al resolver problemas. Entre ellas se pueden mencionar las siguientes:

- Dificultad para darle significados a la lectura del enunciado del problema.
- Incapacidad para identificar los datos, incógnitas, condiciones del problema, palabras o conceptos clave.
- Reescribir el enunciado en otra forma entendible.
- Dificultad para encontrar los datos intermedios, no explícitos en el enunciado del problema.
- Desconocimiento de las etapas y de los pasos generales que se pueden seguir para resolver un problema.

(Vázquez, A., 2006. *La comprensión del enunciado: paso inicial para resolver problemas de Matemáticas*)

Como podemos observar, es importante también, respecto a la resolución de problemas, afianzar en los alumnos un método de trabajo desde los primeros cursos de Educación Primaria en el que exista una buena estructuración, ya que son muchas las dificultades que se les pueden presentar. Esto es de gran utilidad de cara a un futuro, donde se enfrentarán a problemas matemáticos cada vez más complejos. Si conseguimos que los alumnos estandaricen un método óptimo y estructurado de resolución de problemas, estaremos logrando evitar bloqueos o frustraciones que, de otro modo, podrían producirse si no tienen conocimiento sobre cómo enfrentarse a un problema matemático. Por todo ello, es de gran interés la independencia del alumno a la hora de enfrentarse a un problema matemático como resultado final. Si se consigue que el estudiante afiance un método de resolución de problemas, como si se tratase de realizar un esquema o mapa conceptual en otra materia, habremos dado un gran paso de cara a su futuro estudiantil. Además, es labor del docente orientar y asesorar al alumno en todo momento, identificando las necesidades de este y

guiándole en el proceso de aprendizaje. Por tanto, y como explicaré a continuación en los siguientes apartados, deberemos trabajar minuciosamente con los estudiantes cada parte de este método de resolución de problemas.

3.6. RELACIÓN CON LOS CONTENIDOS DEL CURRÍCULO

En relación con los contenidos del Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, el presente trabajo de fin de grado se encuentra relacionado con los siguientes:

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.
- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Análisis y comprensión del enunciado.
- Explicación de forma oral y por escrito de los procesos de resolución de problemas y de los resultados obtenidos.
- Utilización de los procedimientos matemáticos estudiados para resolver problemas en situaciones reales.
- Integración de las TIC en el proceso de aprendizaje para obtener información, realizar cálculos numéricos, resolver problemas y presentar resultados.

En relación con estos contenidos, este trabajo de fin de grado pretende ser un incentivo para despertar el interés de los alumnos por el aprendizaje de las matemáticas. Además, se trata de enseñar a los alumnos un método de trabajo estructurado con el que puedan enfrentarse, de forma efectiva, a los problemas matemáticos. Durante la enseñanza de este método de resolución de problemas matemáticos, nos enfocaremos en el análisis del enunciado como una parte fundamental a la hora de resolver estas cuestiones. Además, debido al estado de alarma causado por el COVID-19, también integraremos las TIC durante este proceso de aprendizaje

4. METODOLOGÍA

Para realizar este trabajo de fin de grado y aplicarlo en el aula, nos basaremos en el método de trabajo por fases de Pólya (1965), trabajaremos cuatro aspectos básicos de los problemas matemáticos: el vocabulario y la comprensión del enunciado, la identificación de los datos, la resolución del problema, y la respuesta al interrogante o interrogantes de este.

El método de resolución de problemas que me gustaría que los alumnos aprendiesen, basado en el método de trabajo por fases de Pólya (1965), es el siguiente:

- En primer lugar, los alumnos leerán el enunciado del problema, asegurándose de comprenderlo en su totalidad.
- En segundo lugar, identificarán los datos del problema y los plasmarán en el papel.
- En tercer lugar, y utilizando los datos del paso anterior, los alumnos resolverán el problema, realizando en el papel las operaciones necesarias de forma ordenada.
- En cuarto lugar, y una vez hallada la solución al problema, los alumnos plasmarán en el papel la solución al interrogante o interrogantes que se plantean en el problema. También es interesante que reflexionen sobre la solución propuesta y los medios por los que han llegado a ella.

Para comenzar a trabajar con los alumnos, antes de nada, fue necesario realizar una prueba para identificar sus necesidades previas. Concretamente, en mi caso, fue aplicada a una clase de 4º de Educación Primaria. La finalidad de esta prueba fue conocer las necesidades y conocimientos previos del alumnado en cuanto a la resolución de problemas matemáticos.

4.1. IDENTIFICACIÓN DE NECESIDADES PREVIAS

Esta primera prueba, adjunta en el Anexo I, consta de cuatro cuestiones fundamentales. Estas cuestiones nos servirán para identificar si existe alguna necesidad por parte del alumnado en cuanto a la comprensión del enunciado (además del vocabulario utilizado en el mismo), la identificación de los datos del problema, la comprensión del interrogante y resolución de este.

La primera es una cuestión general, en la que los estudiantes pueden explicar libremente qué aspectos son de mayor dificultad a la hora de enfrentarse a un problema matemático. Esta cuestión será especialmente útil a la hora de empezar a trabajar con los alumnos. En mi caso, estos ya tenían cierta base a la hora de resolver problemas matemáticos, pero, aun así, muchos de ellos

tenían dudas a la hora de comprender el enunciado o resolver el problema. Algunas de las respuestas más llamativas fueron:

- “Me cuesta entender el problema, porque no sé qué hacer”.
- “Resolverlo, porque a veces no lo entiendo”.
- “Hacer las cuentas”.
- “No me cuesta nada”.
- “A veces, me cuesta comprender el enunciado. Otras veces, las operaciones”.

Después, en la segunda cuestión, quise centrarme en la comprensión del enunciado y el vocabulario del problema. Es una cuestión en la que identificaremos, de forma crítica, si los alumnos tienen problemas de comprensión del enunciado. En mi caso, muchos alumnos manifestaban tener problemas a la hora de comprender el enunciado, pero ellos mismos se contestaban diciendo que si leían el problema despacio, repetidas veces, o consultando al profesor, podían resolverlo de manera satisfactoria. Algunas de las respuestas a esta cuestión fueron:

- “A veces, porque hay palabras nuevas que no entiendo”.
- “Depende, los problemas con muchos datos son más difíciles”.
- “No, porque si lo lees mucho, al final lo entiendes”.
- “No, yo lo suelo entender perfectamente. Si no lo entiendo, pregunto al profesor”.
- “A veces, porque hay problemas más difíciles que otros”.

La tercera cuestión es referente a la identificación de los datos de un problema. En mi caso práctico, me encontré con una curiosidad en este punto. La mayor parte de los alumnos manifestaban no tener problemas a la hora de identificar y escribir los datos, sin embargo, casi ninguno lo hacía. Ellos afirmaban hacerlo de forma mental, sin necesidad de escribirlo en el papel. Una de las partes más importantes de este método de trabajo es identificar los datos del problema y plasmarlos en el papel, para poder echar la vista atrás cuantas veces sea necesario a la hora de resolverlo. Es posible que, a este nivel de contenidos, los problemas no tengan muchos datos o sean de una sola cuestión, que se puede resolver con tres o menos datos. Es importante que los alumnos se acostumbren a identificar y plasmar los datos en el papel, ya que en niveles superiores será totalmente fundamental. Para esta cuestión, y como veremos más adelante, ideé un método de trabajo en el que se les planteaban problemas con gran variedad de datos, muchos de ellos inútiles a la hora de resolver las cuestiones que planteaba el problema. La finalidad de este método de resolución de problemas es que los niños tenían que identificar todos los datos, pero solamente utilizar los que eran realmente necesarios a la hora de resolver los interrogantes. A mi parecer, fue un método interesante, a través del cual los niños tenían que discriminar una serie de datos

del problema, quedándose con los que realmente eran útiles para resolverlo. A continuación, añadiré algunas respuestas de los alumnos a esta tercera cuestión:

- “No suelo representar los datos, pero no me parece que sea difícil”.
- “No los represento porque veo lo que me pide la pregunta y lo busco en el enunciado”.
- “Solo represento los datos a veces, cuando me acuerdo. No me parece difícil”.
- “No los represento, porque lo hago mentalmente. No tengo dificultad en ello”.
- “A veces los represento. No tengo ninguna dificultad”

La última cuestión se refiere a la aplicación de conocimientos para resolver las cuestiones que se plantean en los problemas matemáticos. Este punto es el más relacionado con la aplicación y asimilación de conocimientos teórico-prácticos. En mi caso, la mayor parte de los alumnos no manifestaron tener problemas a la hora de saber qué conocimientos teórico-prácticos aplicar. Normalmente, los niños que no estudiaban o no prestaban el tiempo suficiente a practicar los ejercicios vistos en los temas de matemáticas, eran los que más problemas tenían. Eran casos puntuales de niños que siempre estaban distraídos, no atendían lo suficiente en clase o presentaban alto índice de abstinencia. Algunas de las respuestas a esta última cuestión fueron las siguientes:

- “La mayoría de las veces sé que conocimientos hay que aplicar”.
- “Sí, si estudias siempre sabes qué hay que hacer”.
- “Sumar, restar, multiplicar o dividir, depende de lo que pregunte el problema”.
- “Sí, porque presto atención y entiendo todo. Si no entiendo, pregunto al profesor”.
- “Más o menos”.

4.2. PLAN DE TRABAJO

Una vez finalizada esta prueba, siendo identificadas todas las necesidades de cada alumno, me dispuse a trabajar con ellos en este método de resolución de problemas. Por suerte, cada tema de matemáticas contaba con un apartado de resolución de problemas, por lo que pedí a la tutora que me permitiese trabajar con los alumnos este apartado cada vez que veíamos un tema nuevo. Esta parte del trabajo fue la más extensa, ya que fue en la que me centré la mayor parte del tiempo del prácticum. La dividiré en cuatro fases, de acuerdo con los puntos que quise trabajar para afianzar este método de resolución de problemas matemáticos en los alumnos:

- En la primera fase, me dispuse a trabajar el vocabulario con los alumnos. Puede parecer, a simple vista, que este punto no es del todo importante, pero una labor indispensable a

la hora de resolver un problema matemático es comprender el enunciado. En principio, la labor de comprender los enunciados puede estar mucho más ligada a la materia de Lengua Castellana, pero quise trabajar con los alumnos también en esta parte. En este punto, me centré en la localización de los operadores semánticos, para que los alumnos fuesen relacionándolos con palabras, conectores o razones del problema.

- En la segunda fase, me centré en trabajar con los datos de los problemas matemáticos. En este apartado, en primer lugar, quise que los alumnos aprendieran a localizar todos los datos que se planteaban en el enunciado. En un principio, los problemas eran sencillos. Contenían dos o tres datos con los que, únicamente, había que realizar una o dos operaciones para resolver el problema. Muchos de los problemas del libro de matemáticas eran de esta índole (adjunto algunos ejemplos en el Anexo XI). Después, para añadir un incremento de la dificultad, planteé a los alumnos varios problemas en los que había un exceso de datos, es decir, muchos de ellos no servían para resolver el problema. La finalidad que buscaba con esta forma de trabajo, era que los alumnos supieran distinguir qué datos eran realmente útiles para así, poder resolver la cuestión planteada. Me pareció una forma, bastante útil, de trabajar con los alumnos en el aprendizaje y desarrollo de cierta soltura a la hora de identificar datos en los enunciados de los problemas matemáticos. Adjunto la ficha que trabajé con los alumnos respecto a este tipo de problemas en el Anexo II.
- En la tercera fase de trabajo, me centré, fundamentalmente, en trabajar con los enunciados de los problemas. Aquí, me centré en trabajar dos tipos de ejercicios con los enunciados: los primeros, que trataban de completar enunciados; y los segundos, que trataban de ordenar enunciados. Es una forma interesante de concentrar la atención de los alumnos en el enunciado del problema matemático. Adjunto la ficha con la que trabajé los enunciados en el Anexo III.
- En la cuarta, y última fase, me centré concretamente en el interrogante de los problemas matemáticos. A mi parecer, es un método similar al de trabajar con los enunciados, pero, esta vez, centrándonos más en la cuestión a resolver. El sistema de trabajo era algo distinto al anterior. En esta ocasión, plantearemos enunciados cortos y solventaremos varias cuestiones matemáticas, con cada uno de ellos. En este tipo de ejercicios, las preguntas que se planteaban al problema eran muy diversas y se centraban más en comparar los datos que se podían identificar fácilmente en el enunciado. En el Anexo IV podemos la ficha que trabajé con los alumnos sobre este tipo de problemas.

Como he mencionado anteriormente, todas estas fases fueron aplicadas durante las sesiones del apartado de resolución de problemas de cada tema del libro de matemáticas. Fui enfocando la atención a cada una de las fases, durante estas sesiones, pero poniendo especial interés en que

todos los alumnos entendieran lo que quería explicarles. Es decir, no me serviría de nada enseñar a un alumno a identificar los datos de un problema, si no es capaz de comprender el enunciado. Los alumnos mostraron una progresión a lo largo del tiempo. Muchos de ellos pasaron a realizar este método de forma inconsciente a la hora de enfrentarse a problemas matemáticos, ya fuera en el libro, en fichas de deberes o en los exámenes. Esto lo explicaré más detenidamente en el capítulo de análisis del alcance del trabajo.

4.3. PRUEBA FINAL

Una vez finalizada esta parte, y para tener constancia de que este método se había afianzado en los alumnos, decidí realizar una prueba final. Es una prueba muy similar a la inicial, para recaudar datos e información útiles para conocer si los alumnos habían aprendido a utilizar este método de trabajo, y conseguir datos de utilidad para este trabajo de fin de grado. La intención de esta prueba era que los alumnos realizasen una comparación entre un primer momento, cuando empezamos a trabajar en este método de resolución de problemas (donde casi ninguno plasmaba los datos en el papel, no escribían la solución del problema o realizaban una lectura rápida del enunciado omitiendo datos), y un segundo momento donde estos conocimientos y este método ya están más afianzados en los alumnos. Podemos ver esta prueba adjunta en el Anexo V del trabajo. Como era de esperar, los alumnos habían realizado un gran progreso a la hora de enfrentarse y resolver problemas matemáticos. Lo más importante es que, en un primer momento previo a la aplicación de este método, ellos mismos sabían resolver estos problemas, en la mayoría de los casos, pero no tenían afianzado una estrategia de trabajo efectiva. Los alumnos de mi clase de 4º de Educación Primaria se limitaban a realizar una cuenta simple para resolver los problemas de acuerdo con el interrogante de estos, sin plasmar los datos ni seguir un método estructurado de resolución de problemas matemáticos. Al finalizar todas las sesiones de trabajo con los alumnos, estos eran capaces de seguir una serie de pasos concretos a la hora de realizar un problema matemático: en primer lugar, leer y analizar el enunciado; en segundo lugar, identificar y plasmar los datos; en tercer lugar, discurrir y solucionar el problema utilizando los datos convenientes a la hora de resolver la cuestión; y, como conclusión, escribir la solución al interrogante que plantea el problema. Este último punto es algo que los niños nunca hacían antes de ponerme a trabajar con ellos. Me parece algo fundamental escribir la solución a la cuestión que plantea el problema matemático, independientemente del tema o los contenidos que abarque este. Además, siguiendo un método de trabajo como este, conseguiremos que, por una parte, los estudiantes puedan estructurar el problema con claridad, evitando posibles errores o bloqueos que puedan surgir de la realización de un problema desordenado y caótico; y, por otra parte, también es un beneficio

para el docente ya que, a la hora de corregir un problema, bien sea del libro de texto o de una prueba escrita, tendremos toda la información plasmada de una forma clara, pudiendo así corregirlo de manera más efectiva y sin dar lugar a errores de corrección. Más adelante, y como he mencionado anteriormente, me centraré más detalladamente en estos beneficios, en el capítulo de análisis del alcance del trabajo. A continuación, plasmaré algunas respuestas que dieron los alumnos a esta última prueba:

- Referentes a la primera cuestión: “Enumera los pasos que sigues a la hora de resolver un problema de matemáticas. ¿Tienes alguna dificultad en hacerlo?”:
 - “Comprendo el problema, saco los datos, hago las operaciones y escribo la solución. No tengo ningún problema”.
 - “Hago las cuatro fases del método de resolución. No tengo dificultades”.
 - “Comprendo el enunciado, escribo los datos, después las operaciones y luego pongo la solución. No tengo ninguna dificultad”.
- Referentes a la segunda cuestión: “En cuanto al enunciado, ¿te resulta complicado entender el vocabulario o comprender lo que enuncia el problema?”:
 - “Casi nunca, solo a veces y pregunto al profesor”.
 - “No me resulta difícil”.
 - “Suele ser fácil y si no entiendo algo, pregunto al profesor o consulto el diccionario”.
- Referentes a la tercera cuestión: “A la hora de identificar o plasmar los datos del problema. ¿Encuentras alguna dificultad en ello?”:
 - “No, es lo más fácil de problema”.
 - “No tengo ninguna dificultad en sacar los datos”.
 - “Solo a veces, cuando hay muchos datos.”
- Referentes a la cuarta cuestión: “En cuanto a la pregunta del problema, ¿tienes alguna dificultad en saber qué es lo que se necesita para solucionar el problema?”:
 - “No, la mayoría de las veces sé que hay que hacer”.
 - “Normalmente no, pero a veces no me acuerdo”.
 - “No, siempre o casi siempre sé qué se necesita”.

4.4. HERRAMIENTAS UTILIZADAS

En primer lugar, he utilizado varios textos, que me facilitó mi tutora del trabajo de fin de grado, para documentarme antes de establecer un método de trabajo eficaz y útil a la hora de resolver problemas matemáticos, todos ellos aparecen referenciados en la bibliografía.

Después de documentarme sobre la heurística y una vez revisada toda esa información, el resto de los materiales que utilicé durante la implantación de este método de trabajo en el aula fueron:

- Las pruebas escritas que realicé al principio y al final de la enseñanza de este método de resolución de problemas matemáticos, con el objetivo de identificar, primero, las necesidades previas de los estudiantes y, por último, conocer si los alumnos habían conseguido afianzar este método para enfrentarse a futuros problemas matemáticos.
- El libro de texto de Matemáticas de 4º de Educación Primaria de Santillana. Me fue realmente útil, ya que trabajé con los alumnos todos los apartados de resolución de problemas de cada uno de los temas que dimos durante mi estancia en el centro escolar.
- Las fichas de problemas de realización propia, en cada uno de los temas, apoyándome en los que traía el libro de texto. Estas fichas eran tratadas como modelos de refuerzo para afianzar en los alumnos los conocimientos que quise impartir.
- El resto de las fichas, de invención propia, que utilicé para trabajar con los alumnos cada parte de este método de resolución de problemas matemáticos: comprensión del enunciado y vocabulario, identificación de datos, y resolución del interrogante del problema.
- El apoyo incondicional de ambas tutoras, tanto la del centro escolar como la de la universidad. Me fueron de gran ayuda a la hora de realizar este trabajo.

4.5. DESGLOSE POR SESIONES DE TRABAJO

En este apartado, me adentraré más en profundidad en el trabajo que se realizó en cada una de las sesiones. Explicaré cómo trabajé cada una de ellas con los alumnos y también las conclusiones que obtuve. Todas las fichas que trabajé con los alumnos en estas sesiones aparecen adjuntas en los apéndices, como indico en cada una de ellas. Estas fichas de trabajo son de elaboración propia, pero están basadas en la colección de fichas de Vázquez (2013).

SESIÓN 1. IDENTIFICACIÓN DE NECESIDADES PREVIAS EN EL AULA DE 4º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

La primera sesión, en la que utilizamos una hora correspondiente a la clase de matemáticas, sirvió para realizar la prueba de identificación de necesidades previas de los alumnos. Antes de entregar la prueba, adjunta en el Anexo I, expliqué a los niños cada una de las preguntas que esta contenía. Les expliqué, que íbamos a ver un nuevo método para resolver problemas en matemáticas, pero que antes necesitaba saber algunos datos. Les pedí, encarecidamente, que fuesen sinceros a la hora de contestar estas preguntas, ya que únicamente yo iba a conocer sus respuestas.

Seguidamente, procedí a entregar la prueba a los alumnos. Durante treinta minutos, los alumnos realizaron la prueba y aclaré las cuestiones necesarias de forma individual. Una vez terminada la prueba, los alumnos la entregaron y me dispuse a analizar sus respuestas.

Durante esta sesión, según el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, se trabajó con el siguiente objetivo:

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.

Ya que estamos familiarizando al alumno con un nuevo método de trabajo en esta área de conocimiento. En el resto de las sesiones trabajaremos con el resto de los objetivos, como veremos más adelante. Esta sesión consistió en una primera toma de contacto con los alumnos.

Antes de proceder a la segunda sesión, analicé detalladamente las respuestas de los alumnos (como hemos podido observar en el apartado 4.1.). En resumen, y de forma general, los niños manifestaban tener dudas a la hora de resolver un problema matemático, sobre todo al momento de comprender el enunciado. También, en su totalidad (y de forma muy curiosa), manifestaron no tener ningún problema en cuanto a identificar y plasmar los datos, sin embargo, ninguno lo hacía. Por último, en cuanto a la aplicación de contenidos ya conocidos, la gran mayoría de los alumnos manifestaron no tener ningún inconveniente. Los alumnos que tenían dificultades en lo referente a esta última cuestión eran los que no dedicaban el tiempo suficiente a estudiar los contenidos vistos en la asignatura.

SESIONES 2 Y 3. TRABAJANDO CON EL VOCABULARIO DEL ENUNCIADO EN 4º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

Durante la segunda y tercera sesión de trabajo, correspondientes a una hora de clase cada una, me centré en trabajar el vocabulario. Basándome en el estudio de la Comprensión del Enunciado (Vázquez, 2010), ideé una serie de ejercicios en los que el enunciado puede ser cambiado (dando a los alumnos una serie de palabras u operadores semánticos, que pueden ser utilizados en distintos puntos del problema) y, con ello, las operaciones necesarias para resolverlo. Antes de comenzar las sesiones, expliqué a los alumnos que iban a resolver una serie de problemas en los que ellos mismos iban a poder modificar el enunciado. Les pedí que resolviesen los problemas de cuantas formas fuese posible. Adjunto las fichas de trabajo de estas sesiones en el Anexo VI. En este punto, yo mismo realicé un problema del libro en la pizarra, explicando a los alumnos el método de resolución de problemas que quería enseñarles, realizando paso a paso su resolución:

En el mes de julio, 7.390 personas visitaron el parque acuático y en el mes de agosto, 9.210. ¿Cuántas personas visitaron el parque acuático en los dos meses?

Datos:

En julio, 7.390 personas

En agosto, 9.210 personas

¿Total = _____?

Operaciones:

$$7.390 + 9.210 = 16.600$$

Solución:

16.600 personas visitaron el parque acuático en los dos meses.

Les pedí que, a la hora de resolver los problemas de la ficha de trabajo, utilizaran este método y me preguntaran todas las dudas que tuvieran. Además, en este punto, repartí a los alumnos dos fichas informativas: una, sobre cómo resolver los problemas matemáticos, y otra, con un ejemplo de un problema matemático resuelto a través de este método. Estas fichas se encuentran adjuntas en los Anexos X y XI, respectivamente. Les pedí que las leyeran y revisaran cuantas veces fuese necesario; y que me consultaran las posibles dudas que pudieran surgirles.

Durante estas sesiones, según el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, se trabajaron los siguientes objetivos:

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.

Al igual que en la primera sesión, estamos acercando al alumno a conocer más profundamente las matemáticas. A través de un nuevo método para resolver problemas, se pretende que el alumno realice problemas matemáticos de una forma más efectiva y, con ello, despertar su interés por esta área de conocimiento.

- Planificación del proceso de resolución de problemas.

Al explicar a los alumnos un nuevo método para resolver problemas en matemáticas, estamos fomentando su planificación a la hora de enfrentarlos. Si los alumnos tienen un método de trabajo definido, será mucho más fácil para ellos resolver este tipo de problemas.

- Análisis y comprensión del enunciado.

En estas dos sesiones, el objetivo principal era trabajar con el vocabulario del enunciado. Con ello quise que los alumnos se diesen cuenta de que, al variar el enunciado, podemos encontrarnos con gran variedad de operaciones a desarrollar.

- Explicación de forma oral y por escrito de los procesos de resolución de problemas y de los resultados obtenidos

Por último, los niños están desarrollando este objetivo de dos formas. La primera, realizando de forma escrita los problemas en su cuaderno y, la segunda, al realizar las correcciones de forma oral.

Al finalizar estas primeras sesiones pude sacar mis propias conclusiones. Me pareció un método interesante para trabajar con el vocabulario, a la vez que trabajábamos con las matemáticas y con este método de resolución de problemas (que para los alumnos era totalmente nuevo). También pude observar que los niños tomaban estas fichas de problemas como un juego, es decir, intentaban buscar todas las formas posibles de resolver el problema a la vez que se divertían haciéndolo. Los alumnos se mostraron muy interesados a la hora de resolver los problemas de esta forma, lo que, a mi parecer, era interesante para despertar el interés por esta materia.

SESIONES 4 Y 5. TRABAJANDO CON LA IDENTIFICACIÓN DE LOS DATOS EN 4º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

Durante el desarrollo de las sesiones cuarta y quinta, también de una hora de duración cada una, me centré en trabajar con los alumnos la identificación de datos. Para ello, ideé una serie de problemas en los que los alumnos tenían que discriminar entre una serie de datos. Los problemas eran parcialmente extensos y ofrecían gran variedad de datos. Muchos de estos datos eran inútiles a la hora de resolver el interrogante del problema. Me pareció una forma interesante de que los alumnos prestaran especial atención a los datos que ofrece el enunciado. Al comenzar estas sesiones, expliqué a los niños que iban a resolver una serie de problemas en una ficha de matemáticas. También les expliqué que se fijasen bien en los datos que ofrecían dichos problemas y que utilizaran únicamente los que creyesen necesarios para resolver la cuestión del enunciado de estos. Además, les pedí que siguieran usando el método de resolución de problemas que les había enseñado en las anteriores sesiones. Por último, también les pedí que me preguntasen cualquier duda que pudiera surgirles. Adjunto las fichas que trabajé con los alumnos durante estas sesiones en el Anexo VII.

Durante estas sesiones, según el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, se trabajaron los siguientes objetivos:

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.

Al igual que en las sesiones anteriores, este método de resolución me pareció interesante para fomentar el interés y la curiosidad de los alumnos en el área de matemáticas.

- Planificación del proceso de resolución de problemas.

Pude comprobar que los alumnos ya se estaban familiarizando con este nuevo método que les había enseñado. Todos seguían los pasos que habían aprendido a la hora de resolver problemas matemáticos.

- Análisis y comprensión del enunciado.

En estas dos sesiones, hemos trabajado con la identificación de los datos en el enunciado de un problema matemático. A mi parecer, es una de las partes más importantes a la hora de comprender y analizar el enunciado de un problema.

- Explicación de forma oral y por escrito de los procesos de resolución de problemas y de los resultados obtenidos.

Durante estas dos sesiones, los alumnos, de forma escrita, realizaron las fichas en su cuaderno y, posteriormente, las corregimos en la pizarra y de forma oral.

- Utilización de los procedimientos matemáticos estudiados para resolver problemas en situaciones reales.

Como he mencionado anteriormente, los alumnos estaban cada vez más familiarizados con el método de resolución de problemas. Es una forma de hacer que los problemas matemáticos sean una cuestión más fácil de resolver.

Al finalizar estas sesiones pude obtener una serie de conclusiones. En primer lugar, los niños tenían algunas dudas sobre los datos ofrecidos en los problemas de las fichas. Pude comprobar que, al no estar acostumbrados a tener datos inservibles, el exceso de datos les hacía dudar. Les pedí que leyesen bien el interrogante que planteaba el problema y que el resto de los datos no los usasen para nada, ya que no eran necesarios. También pude comprobar que los alumnos iban trabajando de forma más fluida con el método de resolución de problemas que les había enseñado. Me pareció una forma interesante de trabajar con los datos del enunciado basándome en la Comprensión del Enunciado (Vázquez, 2010).

SESIONES 6 Y 7. TRABAJANDO CON LOS ENUNCIADOS EN 4º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

A partir de este momento, las sesiones se realizaron de forma online debido al estado de alarma causado por el COVID-19. Me puse en contacto con la tutora del centro escolar y, una vez que tuvimos acceso a una plataforma común donde podíamos conectarnos con los alumnos, retomamos el trabajo. A través de esta plataforma, expliqué a los niños (por videoconferencia), las siguientes fichas que íbamos a trabajar. Les expliqué que íbamos a trabajar otra ficha de matemáticas, pero esta vez nos íbamos a centrar en el enunciado. Había dos tipos de problemas: los primeros, en los que una parte del enunciado era algo que tenían que resolver ellos mismo antes de solucionar el problema; y los segundos, en los que el enunciado del problema aparecía

desordenado y lo tenían que ordenar antes de resolverlo. También les pedí que, para resolver los problemas de las fichas, utilizaran el método de trabajo que les había enseñado. Al finalizar la explicación, les envié las fichas de problemas que tenían que resolver (están adjuntas en el Anexo VIII). En la siguiente sesión, también por videoconferencia, corregí las fichas de ejercicios con los alumnos. Ninguno manifestó tener dudas en ese punto.

Durante estas sesiones, según el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, se trabajaron los siguientes objetivos:

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.

Este objetivo es fundamental a la hora de trabajar con los alumnos en el área de matemáticas. A pesar de haber cambiado el entorno del aula por el entorno online, es un objetivo primordial a la hora de impartir la enseñanza de este método.

- Planificación del proceso de resolución de problemas.

Como en todas las sesiones anteriores, pedí a los alumnos que resolviesen los problemas de las fichas aplicando el método de trabajo que les había enseñado. Los alumnos no mostraban ninguna dificultad en su utilización.

- Análisis y comprensión del enunciado.

En estas dos sesiones, me centré en trabajar con los enunciados. Me pareció interesante añadir, en los enunciados de los problemas, frases sobrantes que no tenían relevancia con la resolución del problema. Fue una forma de trabajar con el análisis y la comprensión del enunciado a la vez que fomentamos el interés y la curiosidad del alumno por esta área.

- Explicación de forma oral y por escrito de los procesos de resolución de problemas y de los resultados obtenidos.

En primer lugar, como he mencionado anteriormente, los alumnos realizaron las fichas en su cuaderno de forma escrita y, posteriormente, de forma oral las corregimos a través de la plataforma. También me apoyé en la pizarra digital compartida para que la solución fuese más visual para ellos.

- Integración de las TIC en el proceso de aprendizaje para obtener información, realizar cálculos numéricos, resolver problemas y presentar resultados.

A partir de este punto, como he mencionado antes, la integración de las TIC en el proceso de enseñanza se volvió algo fundamental, ya que todo el trabajo se había trasladado al entorno online.

Al finalizar estas sesiones pude obtener una serie de conclusiones. Debido a que la docencia se había trasladado totalmente a un entorno online, no era tarea fácil controlar si todos los niños

habían realizado las tareas de forma correcta o si habían aplicado el método de resolución de problemas. Tuve varios inconvenientes en este punto: muchos niños no podían conectarse o no tenían webcam disponible, la plataforma, muchas veces, no me permitía unirme a la reunión con mi tutora y los alumnos, por lo que ella me llamaba a través de su teléfono móvil por videollamada y desde ahí podía trabajar con ellos (lo que era realmente complicado debido a la lentitud de la conexión), y había alumnos a los que no les llegaban las fichas a su buzón de correo (o no sabían utilizarlo correctamente). Es por todo ello que, a partir de este punto, el trabajo de estas sesiones se volvió un tanto más complicado. Si hubiese podido seguir impartiendo dentro del aula, estoy seguro de que podría haber conseguido mejores resultados. Como resultado final del trabajo con este tipo de problemas, los alumnos manifestaron no tener ninguna duda al respecto, lo que me hacía dudar de si no lo habían entendido o si tan siquiera si lo habían podido realizar.

SESIONES 8 Y 9. TRABAJANDO CON EL INTERROGANTE DE LOS PROBLEMAS EN 4º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

El trabajo de las sesiones octava y novena se realizó, al igual que las dos anteriores, de forma online a través de la plataforma. En la primera de estas sesiones me conecté con los alumnos y les expliqué el trabajo que tenían que realizar en las siguientes fichas (adjuntas en los Anexos IV y IX, respectivamente). En este caso, el trabajo estaba relacionado con el interrogante que plantean los enunciados. Explicué a los alumnos que los problemas de las fichas consistían en enunciados simples con varios datos que tendrían que usar para contestar varias cuestiones que se planteaban. También les recomendé leer bien cada uno de estos interrogantes, ya que había algunos que solo requerían de ciertos datos. Les pedí que, a la hora de resolver estas cuestiones, utilizaran el método de resolución de problemas que habíamos estado trabajando en todas las sesiones anteriores. Posteriormente, les envié el documento con las fichas que tenían que trabajar. La siguiente sesión la dedicamos a corregir estas fichas y a comentar qué les habían parecido estas sesiones de trabajo.

Durante estas sesiones, según el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, se trabajaron los siguientes objetivos:

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.

Al igual que en todas las sesiones, es fundamental fomentar el interés de los alumnos por el área de matemáticas. En esta ocasión, fue a través de las fichas correspondientes al trabajo con el interrogante del problema.

- Planificación del proceso de resolución de problemas.

Igual que antes, los alumnos seguían trabajando los problemas con el método de resolución que habían aprendido.

- Análisis y comprensión del enunciado.

En estas dos sesiones, trabajamos el análisis y comprensión del enunciado a través del interrogante que plantea el problema. Me pareció un método interesante, a través del cual, los alumnos podían desarrollar el problema de diferentes formas, en relación con los que se pregunta, como podemos ver en las fichas.

- Explicación de forma oral y por escrito de los procesos de resolución de problemas y de los resultados obtenidos.

Al igual que en las dos sesiones anteriores, los alumnos (una vez conocían la explicación de las fichas) realizaron los problemas en su cuaderno, de forma escrita. Después, en la novena sesión, los corregimos de forma oral a través de la plataforma. También me apoyé en la pizarra digital compartida para que pudiesen ver los resultados y el proceso de resolución de una forma más clara.

- Integración de las TIC en el proceso de aprendizaje para obtener información, realizar cálculos numéricos, resolver problemas y presentar resultados.

Como hemos podido ver, las TIC se adjuntaron a este trabajo de forma casi obligatoria. Fue una nueva experiencia trabajar de esta forma.

Como conclusión, al igual que en las dos sesiones anteriores, pude comprobar que resultaba complicado saber si todos los alumnos habían realizado correctamente estas fichas. De hecho, yo mismo tuve problemas, de nuevo, para poder conectarme a través de la plataforma. Los niños con los que pude hablar me dieron a conocer su opinión. La mayor parte de ellos indicaron que les había resultado divertido resolver problemas desde un método con el que no estaban familiarizados. Además, normalmente, los problemas del libro no suponían un reto para ellos y no despertaban especial interés por la asignatura. Pude comprobar que, a través de estas sesiones de trabajo, muchos niños fueron mostrando mayor curiosidad por esta materia. Por último, comenté el trabajo de estas sesiones con la tutora del centro. Ella coincidía conmigo en que los alumnos mostraban mayor interés por esta materia y, además, habían aprendido, casi sin querer, un método eficaz que les resultaría útil a la hora de enfrentarse a problemas matemáticos en el futuro.

SESIÓN 10. ANÁLISIS DEL TRABAJO EN 4º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

Esta última sesión la dediqué por completo a comentar con los alumnos los resultados del trabajo de estas sesiones. Los alumnos tenían la última prueba, adjunta en el Anexo V, donde quería que expresasen, con total sinceridad (de la misma forma que en la primera), todo lo que habían aprendido o seguía suponiendo un reto para ellos.

Durante esta sesión, según el Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, se trabajó con el siguiente objetivo:

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.

En esta sesión, quise charlar más detenidamente con los alumnos. Quería saber si este método les había ayudado a la hora de realizar problemas matemáticos. A mi parecer, creo que este objetivo se cumplió en la gran mayoría de los alumnos, a pesar de todas las dificultades que tuvimos.

Le pedí a la tutora que se la enviase a los alumnos con antelación a esta sesión para poder debatir, abiertamente, con los que lo desearan, las respuestas dadas a esta prueba. En el apartado 4.3. podemos ver algunos ejemplos de las respuestas que me fueron dadas por los alumnos. En resumen, todos manifestaron conocer las cuatro fases concordantes con el método de resolución de problemas matemáticos que habían aprendido. Ninguno manifestó tener dudas a la hora de comprender el enunciado o identificar los datos. En su mayoría, sabían que, para resolver el problema, además de utilizar este método, tenían que estudiar y practicar ejercicios previamente. Por último, me despedí de ellos y de la tutora; fue todo un placer.

5. CONTEXTO

El contexto donde se llevó a cabo este trabajo de fin de grado fue un aula de 4º de Educación Primaria del CEIP Enrique Tierno Galván, ubicado en el barrio de Parquesol en Valladolid. Este contexto fue el elegido para realizar las sesiones del Prácticum II durante el desarrollo del Grado en Educación Primaria en la Facultad de Educación perteneciente a la Universidad de Valladolid.

Este colegio es un centro completo de línea tres, con 607 alumnos inscritos actualmente. Consta de un único edificio de tres plantas para Educación Infantil y Educación Primaria en el que las clases están conectadas entre sí, de forma circular. Es de titularidad pública, dependiente de la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León.

En el centro conviven diferentes tipos de alumnado: los alumnos autóctonos de la localidad, alumnos inmigrantes y alumnos de minorías étnicas, aunque estos son muy poco numerosos. El alumnado tiene buenas expectativas educativas, en su mayoría tienen pensado matricularse en estudios posteriores a los obligatorios. Consideran la educación un medio importante para insertarse en la sociedad.

El horario escolar se organiza de septiembre a mayo, por las mañanas de 9:00 a 14:00 horas, siendo el recreo de 11:30 a 12:00 horas; y, en junio, por las mañanas de 9:00 a 13:00 horas y el recreo de 11:30 a 12:00 horas.

El centro también cuenta con una biblioteca escolar, el comedor, cuatro baños en cada planta, un aula de ordenadores, una amplia sala de profesores, dos despachos correspondientes a dirección y jefatura de estudios, respectivamente, y el cuarto de secretaría.

El aula donde se impartieron todas las sesiones de este trabajo de fin de grado estaba formada por un grupo de 21 alumnos pertenecientes a una clase de 4º curso de Educación Primaria. Únicamente uno de ellos presentaba un alto índice de absentismo escolar y, lamentablemente, no estuvo presente en la mayoría de las sesiones. Las sesiones fueron impartidas durante las horas de matemáticas, que correspondían a 5 horas de clase semanal. No se trabajó en la totalidad de las horas ya que, la tutora avanzaba en contenidos y los alumnos tenían que realizar ejercicios y estudiar los nuevos temas propuestos. En mi caso, tuve la suerte de que cada tema del libro de matemáticas contaba con un apartado de resolución de problemas, por lo que hablé con mi tutora y la pedí poder impartir estas sesiones cuando trabajásemos con problemas matemáticos. En resumen, pude trabajar este método con los alumnos, aproximadamente, dos horas por semana. Es importante remarcar que, cuando apenas llevaba un mes en el centro escolar, tuvimos que volver a nuestros hogares debido al estado de alarma. Las sesiones en el aula fueron mucho más productivas, a mi parecer, que las sesiones online.

6. RESULTADOS

Antes de comenzar a trabajar con los alumnos, consulté con su tutora cómo se enfrentaban los niños a los problemas matemáticos. Esta primera toma de contacto fue un tanto caótica, ya que ningún alumno realizaba una estructura de resolución clara y, la mayoría de ellos, se limitaban a realizar las cuentas necesarias para resolver el problema, sin identificar los datos y sin escribir una solución al interrogante del problema.

Una vez conocida la situación previa a la realización de las sesiones de este trabajo de fin de grado, me dispuse a identificar las necesidades previas de los alumnos. Esto, a mi parecer, era un punto clave en el desarrollo del trabajo, ya que no podía asegurar que los niños comprendiesen los enunciados, identificasen los datos o supieran, realmente, enfrentarse a un problema matemático. Como, desde un principio, existían tantas incógnitas, lo primero que quise realizar fue una prueba de identificación de necesidades previas en la que pedí encarecidamente a los alumnos que fuesen totalmente sinceros, ya que solamente yo iba a conocer lo que habían escrito en su prueba. El trato de los niños fue fascinante, la mayoría expresaron sus necesidades de forma sincera en la prueba inicial. Finalmente, con los resultados de esta prueba pude empezar a plantearme cómo quería dar forma a este trabajo.

En un principio, no quise generalizar demasiado sobre las necesidades previas de este grupo. Quería centrarme individualmente en cada alumno, para que realmente retuviesen este método y les fuese útil a la hora de resolver problemas matemáticos en un futuro. A pesar de esto, hubo ciertas necesidades que, de forma general, tenían muchos de los alumnos, y por tanto las abordé de forma extendida.

En conclusión, las expectativas que tenía con este trabajo de fin de grado se cumplieron casi en su totalidad. No se cumplieron en todo el conjunto de alumnos porque hubo algunas excepciones, como el niño que casi no acudía al centro escolar o el niño con trastorno grave de la conducta, que se frustraba y se negaba a seguir el ritmo de la clase. A pesar de esto, el niño con trastorno de conducta acabó siguiendo el método de resolución cuando se enfrentaba a problemas matemáticos, lo que resultó admirable como muestra de superación personal por su parte.

Mi experiencia en el centro escolar fue muy buena. Me hubiera gustado poder haber estado más tiempo allí, de no ser por el estado de alarma causado por el COVID-19. A mi parecer, los niños hubieran podido aprender mucho más rápido, y de una forma más eficaz, a trabajar con este método si lo hubiéramos podido trabajar íntegramente en el aula. Aun así, siendo parte del trabajo presencial y otra parte online, puedo decir que los resultados fueron complacientes. Creo que, ahora, los alumnos tendrán menos dificultades a la hora de resolver problemas matemáticos.

7. ANÁLISIS DEL ALCANCE DEL TRABAJO

Centrándome en el análisis del alcance de este trabajo de fin de grado, me gustaría destacar algunos de los resultados más visibles que pude apreciar y otros, no tan visibles, que resultarán beneficiosos para los alumnos a largo plazo. Son los siguientes:

- Como resultado principal, y más beneficioso a corto y largo plazo, pude comprobar como los alumnos fueron asimilando este método de resolución de problemas matemáticos, dando lugar a una independencia a la hora de enfrentarse a este tipo de problemas. Es algo realmente beneficioso para ellos ya que, en niveles superiores, será de gran importancia establecer un método de trabajo claro y eficaz a la hora de resolver estas cuestiones matemáticas, sobre todo en pruebas y exámenes escritos.
- En segundo lugar, me gustaría destacar los resultados que pude apreciar a corto plazo, una vez acabadas todas las sesiones de este trabajo. Si comparamos los problemas matemáticos resueltos por los alumnos en sus cuadernos, antes y después de aprender y asimilar este método de resolución, podremos observar más claramente estas ventajas. La más destacable de todas es la claridad a la hora de resolver el ejercicio. Normalmente, los alumnos copiaban el enunciado del problema en su cuaderno de texto y después se disponían a resolverlo. Antes de trabajar con ellos, simplemente aparecían una o dos cuentas desordenadas debajo del problema, sin destacar cuál era la solución al interrogante de este. Después de afianzar este método, la diferencia era abismal. Debajo de cada problema estaban los datos ordenados en columna, después los alumnos plasmaban en su cuaderno las cuentas necesarias para resolver el interrogante de forma ordenada y, por último, escribían la solución de este. Es algo muy beneficioso para la organización del alumno y posterior corrección por parte del maestro. También, a corto plazo, pude apreciar como cada vez más, los alumnos se volvían independientes a la hora de resolver un problema matemático, sin necesitar la ayuda del profesor o de algún compañero. Esto es realmente beneficioso ya que, si los conocimientos teórico-prácticos están bien estudiados, los alumnos no necesitarán ninguna ayuda externa a la hora de enfrentarse a un problema. La diferencia fue tal, que, al principio, antes de trabajar con ellos, siempre formaban grupos y se ayudaban unos a otros; mientras que, después de trabajar este método de resolución con ellos, eran totalmente independientes, únicamente comparaban resultados una vez resuelto el problema.
- Por último, me gustaría destacar las ventajas que este método de resolución puede tener a largo plazo para el estudiante. Además de las vistas a corto plazo, que deberían mantenerse sin problema una vez afianzado este método, se puede destacar la soltura del

alumno a la hora de realizar este tipo de tareas. En cada curso superior, los alumnos irán profundizando cada vez más en los temas de matemáticas, añadiendo una dificultad progresiva a la asignatura. Si los alumnos realizan este método de manera inconsciente, solo tendrán que preocuparse por entender los conocimientos impartidos por el docente en el área de matemáticas. Es una gran ventaja, ya que el alumno cuenta con un proceso estructurado de resolución de problemas matemáticos, que es eficaz para poder resolverlo sin inconvenientes.

7.1. LIMITACIONES DEL CONTEXTO

A la hora de establecer un método eficaz de resolución de problemas en el aula, concretamente en una clase de 4º de Educación Primaria, me encontré con varias dificultades. En este capítulo explicaré cuáles fueron las más destacables y como traté de solventarlas.

En primer lugar, y antes de hablar sobre las dificultades que tuve en el aula donde impartí la enseñanza sobre este método, me gustaría destacar una dificultad añadida. Esta dificultad no es otra que la limitación al contexto de un aula. Es decir, este método solo fue probado en una sola clase, con las limitaciones del contexto y las particularidades de esa clase en concreto. Me hubiera gustado poder haberlo llevado a cabo en tres o más aulas distintas para poder hacer una comparativa de los resultados, y saber si estas limitaciones son de carácter general, o, particularmente, fueron las que casualmente tuve en el aula que lo impartí.

Una vez aclarado esto, las limitaciones más destacables que tuve fueron las siguientes:

- La más destacable y, generalmente, más habitual, es la distracción de los alumnos a la hora de atender durante las sesiones en las que trabajé este método con ellos. Las distracciones no eran provocadas por el método de enseñanza en cuestión, ya que intenté hacer las clases lo más amenas posibles, buscando la participación de los estudiantes. Se trataba de algo general, durante todas las asignaturas siempre había un determinado número de alumnos que perdían la concentración y fijaban su atención en otras cosas, distrayéndose y perdiendo la noción del tema que trataba el docente. Normalmente, cuando esto pasaba, lo mejor era frenar el ritmo de la clase, llamar la atención a los niños distraídos y retomar el ritmo. Me pareció de suma importancia, ya que, como he mencionado anteriormente en otro capítulo, no sirve de nada que, por ejemplo, un alumno identifique los datos del problema si no sabe comprender el enunciado. Con esto quise que cada alumno trabajase a su ritmo, pero que fuesen constantes, sin distracciones,

apoyándolos en todo momento y centrándome individualmente en las dudas que tuviera cada uno de ellos.

- Otra cuestión, también de carácter general, era la poca participación de algunos alumnos. Esto lo achacé a su timidez. En su mayoría, los alumnos que casi nunca participaban eran los más tímidos de la clase. Evitaban contacto visual con el docente para evitar ser preguntados o animados a responder algunas cuestiones. Al principio, también reflexioné sobre la poca confianza que pudieran tener conmigo, ya que no me conocían tanto como a su tutora, y en sus clases no veía reflejada esta posible timidez. Intenté ser más cercano a estos alumnos y, con el tiempo, se volvieron más participativos.
- Por último, también me gustaría destacar otra limitación del contexto, esta vez con un carácter más relacionado con el contexto particular en el que tuve ocasión de impartir estas sesiones. Esta cuestión es la del rechazo de algunos alumnos puntuales a realizar las sesiones. Ciertamente fueron únicamente tres alumnos los que mostraban este rechazo. Los tres tenían NEE, dos de ellos TDAH, y el otro, trastorno grave de la conducta. Los alumnos con TDAH expresaban pasividad más que rechazo. Me centré en trabajar con ellos de forma más individualizada, ya que tenían un desarrollo en la realización de problemas más lento que el resto de sus compañeros. En cuanto al alumno con trastorno grave de la conducta, tuve más dificultades. Contaba con la ayuda de un PT que lo ayudaba de forma individualizada durante todas las sesiones. Este alumno era brillante en matemáticas, pero reaccionaba de forma muy agresiva ante la frustración y se negaba en rotundo a realizar ejercicios si se encontraba frustrado. El PT realizó una gran labor con este alumno ayudándolo a progresar en la realización de los ejercicios que proponía para toda la clase.

Estas fueron las limitaciones más destacables que pude apreciar en el contexto donde trabajé con los alumnos este método de resolución de problemas matemáticos. También he de agradecer a la tutora del centro su ayuda a la hora de realizar estas sesiones. Muchas veces, era ella la encargada de poner orden en clase y regañar a los alumnos más distraídos. También fue importante la distribución de la clase en este punto, ya que, había alumnos que siempre se sentaban juntos y se distraían entre ellos. Por tanto, a principio de las sesiones, la tutora lo comentó conmigo y me pareció una buena idea redistribuir la clase. Intentamos hacerlo de la mejor forma posible, separando a los alumnos más problemáticos y haciendo una distribución equilibrada. Fue algo que tuvo un buen resultado de cara al resto de sesiones en las que trabajé con los alumnos.

8. CONSIDERACIONES FINALES, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Tras finalizar este trabajo de fin de grado y las sesiones de trabajo con los alumnos, puedo expresar una gran satisfacción. He tenido la oportunidad de trabajar con un tema interesante, llevadero y, a mi parecer, fundamental desde los primeros cursos de Educación Primaria.

Es de gran importancia que los alumnos sepan aplicar un método de resolución de problemas matemáticos a la hora de enfrentarse a estos. Son muchos los centros escolares que no hacen énfasis en este aspecto, y se limitan a resolver estos problemas como si fuesen ejercicios. Como hemos podido observar a lo largo del trabajo, es necesario tener una serie de consideraciones en cuenta antes de poder resolver un problema matemático de forma eficaz.

Pienso también que es interesante trabajar un método de resolución de problemas para fomentar el aprendizaje en el área de matemáticas y evitar posibles frustraciones. Considero que el método que he trabajado con los alumnos durante estas sesiones es sencillo y eficaz, lo que les ayudará a lo largo de toda su vida estudiantil. Al igual que este método, existen muchos otros que, personalmente, creo que deberían impartirse en los centros escolares de forma obligatoria.

En mi caso, no aprendí un método eficaz de resolución de problemas matemáticos hasta los primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria, lo que ocasionó en mí una pérdida de interés considerable por esta materia. Por suerte, con el tiempo, volví a interesarme por esta materia y por la docencia en Educación Primaria.

Para finalizar, considero que los objetivos propuestos en este trabajo de fin de grado se han conseguido de forma muy positiva. Tanto los alumnos como la tutora del centro mostraron un interés excepcional en el tema, resultando en unas sesiones de trabajo agradables. También he de agradecer el interés que mostró el PT, que me ayudó a enseñar al niño con trastorno grave de la conducta este método de resolución de problemas.

Confío en que, en un futuro cercano, todos los centros escolares españoles integren en sus aulas un método de resolución de problemas como este, ayudando así a los estudiantes desde su iniciación en la escolaridad obligatoria.

Estoy muy satisfecho con la realización de este trabajo de fin de grado y con este método de resolución de problemas, que no dudaré en enseñar a mis futuros alumnos de Educación Primaria.

9. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Alfaro, C. y Barrantes, H. (2008). *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*. San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia.

Beltrán, C., 2011. *¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares*. Guantánamo, Cuba: EduSol 11 (34). 74 – 89.

Beuchot, M. (1999). *Heurística y hermenéutica*. Ciudad de México, México. Recuperado de https://books.google.es/books?id=QZ9Ics0JoWIC&pg=PP1&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León.

Dwyer, R. & Elligett, J. (1970). *Teaching children through Natural Mathematics*. Santa Cruz, California: Parker Publishing.

Echenique, I. (2006). *Matemáticas: resolución de problemas*. Pamplona, España: Gobierno de Navarra. Departamento de Educación. 1 (1).

Flores, O. y Auzmendi, E. (2015). *Resolución de problemas matemáticos: un cuestionario para su evaluación y comprensión*. Deusto, España: Ciencia e Interculturalidad. 16 (1).

George Pólya. (s.f.). En Wikipedia. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/George_P%C3%B3lya

Gregorio, J. R. (2005). *La resolución de problemas en primaria*. Sestao, España. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_27/2_resolucion_primaria.pdf

Grence, T. (2020). *Matemáticas: Guía Didáctica para 4º de Primaria*. Madrid, España: Santillana Educación.

Huerta, V. (2010). *Problema o Ejercicio: Slideshare*. Santiago, Chile. Recuperado de <https://es.slideshare.net/danihuer70/problema-o-ejercicio>.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, en la redacción dada por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, dedica el Título I, Capítulo II a la regulación de la educación primaria.

Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

Pérez, J. y Merino, M. (2008). *Definición de problema*. Buenos Aires, Argentina: Definición.de

Pérez, K., Álvarez, E. y Breña, C. (2016). *Reflexiones sobre el concepto de problema matemático*. Revista Bases de la Ciencia.1 (3). 25 – 34

Pérez, Y. y Ramírez, R. (2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos*. Revista de Investigación. 35 (73). 169 – 193.

Pólya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. Ciudad de México, México: Trilla.

Puig, L. y Cerdán, F. (1990). *Problemas aritméticos escolares*. Valencia, España: Departamento de Didàctica de la Matemàtica de la Universitat de València.

Real Academia Española. (2020). *Diccionario de la lengua*. Recuperado de <https://dle.rae.es>.

Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias. (2008). *La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje*. 7 (2). Recuperado de: http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART11_Vol7_N2.pdf

Vázquez, A. (2006). *La comprensión del enunciado: paso inicial para resolver problemas de Matemáticas*. Ciudad de México, México. Recuperado de <https://www.monografias.com/trabajos89/compcion-enunciado-matematicas/compcion-enunciado-matematicas.shtml>.

Vázquez, R. (2010) *Comprensión del enunciado*. Madrid, España. Recuperado de <http://www.ricardovazquez.es/03%20PROBLEMAS/IndexProble6%20compren.html>.

10. ANEXOS

ANEXO I. Prueba de identificación de necesidades previas

Cuestionario de resolución de problemas de matemáticas

Nombre:

Fecha:

1. A la hora de resolver un problema de matemáticas, ¿qué es lo que más te cuesta?
2. ¿Te resulta difícil comprender el enunciado? ¿Por qué?
3. ¿Representas los datos cuando te enfrentas a un problema? ¿Encuentras alguna dificultad en ello?
4. ¿Sabes qué conocimientos aplicar a la hora de resolver la cuestión del problema?

ANEXO II. Ficha de problemas matemáticos. Trabajando con los datos.

Ficha de matemáticas. Trabajando con los datos.

Nombre:

Elige los datos útiles para cada problema y resuélvelos

1. La asociación juvenil “Jóvenes Matemáticos de Valladolid” está formada por 60 miembros en total. ¿Cuántos de ellos son chicas?

Datos:

- a) La mitad de los miembros tienen más de 16 años.
- b) Hay 41 miembros que son chicos.
- c) Solamente 5 miembros ocupan cargos en la asociación.
- d) Menos de la mitad de los miembros son chicas.

2. En un autobús viajan 37 personas más el conductor. En la siguiente parada se suben 12, de las cuales 8 llevan abrigo, y se bajan 7. Además, $\frac{3}{4}$ de las personas son chicos. ¿Cuántas personas han montado, en total, en el autobús?

3. Javier tenía ahorrado en su hucha 23 euros. Su madre le ha dado 9 euros de propina y su tío 16. ¿Cuánto dinero le han dado a Javier entre su madre y su tío?

ANEXO III. Ficha de problemas matemáticos. Trabajando con los enunciados.

Ficha de matemáticas. Trabajando con los enunciados.

Nombre:

1. Completa los enunciados y resuelve los problemas.

En un frutero hay 7 naranjas, 16 fresas y 5 plátanos. En total hay _____ piezas de fruta. Si añadimos 6 melocotones y nos comemos 2 naranjas, ¿cuántas piezas de fruta quedarán en total en el frutero?

En un cuento aparecen 9 dragones y 13 gigantes. La suma total de los dos monstruos es igual a los duendes que aparecen en el cuento, es decir hay _____ duendes. ¿Cuántas criaturas aparecen en el cuento?

2. Ordena los enunciados y resuelve los problemas.

____. Cada abonado paga una cuota de 189 euros al año.

____. Hay un total de 313 niños menores de 14 años que son abonados.

____. Un equipo de fútbol tiene 743 abonados.

____. Los niños menores de 14 años pagan la mitad de la cuota.

____. ¿Cuánto dinero recauda el equipo de fútbol al año?

____. Y que un toro pesa 1100 kg.

____. Un rinoceronte macho pesa 1913 kilogramos.

____. Sabiendo que un caballo pesa 415 kilogramos.

____. ¿Pesarán más dos caballos y un toro que un rinoceronte?

ANEXO IV. Ficha de problemas matemáticos. Trabajando con la pregunta.

Ficha de matemáticas. Trabajando con las preguntas.

Nombre:

1. Completa las afirmaciones con las palabras o números que faltan.

Mi padre tiene una granja en la que hay 127 animales. Sabemos que, entre ellos, hay 48 gallinas, 57 conejos, 5 caballos y 7 burros. El resto son vacas.

- Mi padre tiene ___ conejos más que gallinas.
- En la granja hay ___ vacas.
- Si un amigo le regala 23 cerdos, mi padre tendrá ___ animales en la granja.
- Entre vacas, burros y caballos, hay ___ animales.

Mi hermana tiene 23 años, mi padre 54 y mi abuelo 78.

- Mi hermana tiene ___ menos años que mi padre.
- Mi abuelo tiene ___ más años que mi padre.
- Cuando mi hermana tenga 30 años, mi padre tendrá ___ y mi abuelo tendrá ___.
- Mi hermana y mi abuelo se llevan ___ años.

Miguel vive a 16 kilómetros de aquí, mientras que Pedro vive a la mitad de distancia.

- La casa de Pedro está a ___ kilómetros de distancia.
- La casa de Miguel y la de Pedro están separadas por ___ kilómetros.
- Si Miguel va a su casa y vuelve, habrá recorrido ___ kilómetros.
- La casa de Miguel está al ___ de distancia que la de Pedro.
- Si voy hasta la casa de Miguel y después a la de Pedro, habré recorrido ___ kilómetros.

ANEXO V. Prueba final de consolidación del método de resolución de problemas matemáticos.

Cuestionario final de resolución de problemas de matemáticas

Nombre:

Fecha:

1. Enumera los pasos que sigues a la hora de resolver un problema de matemáticas. ¿Tienes alguna dificultad en hacerlo?
2. En cuanto al enunciado, ¿te resulta complicado entender el vocabulario o comprender lo que enuncia el problema?
3. A la hora de identificar o plasmar los datos del problema. ¿Encuentras alguna dificultad en ello?
4. En cuanto a la pregunta del problema, ¿tienes alguna dificultad en saber qué es lo que se necesita para solucionar el problema?

ANEXO VI. Ficha de problemas matemáticos. Trabajando con el vocabulario.

Ficha de matemáticas. Trabajando con el vocabulario.

Nombre:

1. Completa los enunciados con las palabras del recuadro y resuelve el problema.

Mi primo David tenía 36 tazos. Se puso a jugar a los tazos con su amiga Elena y _____ 17.
Por la tarde volvió a jugar y _____ 9. ¿Con cuántos tazos se quedó al final?

Ganó	Perdió	Le quitaron
Volvió a ganar	Volvió a perder	Se quedó con

Juan tiene en su granja, _____ animales. Un día fue a la tienda de animales y decidió
_____ animales. Además, María le regaló _____ animales. ¿Cuántos animales
tiene ahora Juan en su granja?

54	172	511
comprar	vender	233

David tiene _____ caramelos, Juan tiene _____, María tiene _____ y Ana tiene
_____. ¿Cuántos caramelos tienen en total?

32	27	el triple
12	el doble	la mitad

ANEXO VII. Ficha de problemas matemáticos. Trabajando con los datos II.

Ficha de matemáticas. Trabajando con los datos (II).

Nombre:

1. Elige un dato que necesites de los que se dan a continuación y resuelve el problema.

Diego se fue de viaje a Toledo. Durante el trayecto hizo 3 paradas, una de dos horas para comer y las otras dos de media hora cada una. ¿Cuánto tarda en hacer el viaje a Toledo?

DATO 1: El viaje lo realiza en autobús.

DATO 2: Sin paradas el viaje dura 10 horas.

DATO 3: En el autocar iban 24 pasajeros.

A Ignacio le han dado su paga para el fin de semana. El domingo gasta la mitad que el sábado.

¿Cuánto dinero le dan a Ignacio para el fin de semana?

DATO 1: Este fin de semana es el 3º de Febrero.

DATO 2: El sábado gasta 10 €.

DATO 3: A Pablo el amigo de Ignacio le dan 18 €.

Para hacer una tarta necesito: 450 gr. de harina, 250 gr. de azúcar y 5 huevos. Si compro 1 kg. De harina, una docena de huevos y azúcar ¿Puedo hacer dos tartas?

DATO 1: Compro 1 kg. de azúcar

DATO 2: Compro 500 gr. de sal

DATO 3: Compro 2 Kg. de arroz

ANEXO VIII. Ficha de problemas matemáticos. Trabajando con el enunciado II.

Ficha de matemáticas. Trabajando con el enunciado (II).

Nombre:

1. Ordena los siguientes enunciados y resuelve los problemas. ¡Ojo! Pueden sobrar frases.

- ___ . Cuánto dinero ha puesto cada uno.
- ___ . Un grupo de 20 chicos.
- ___ . Han pagado con un billete de 100 Euros.
- ___ . David es el mejor amigo de Julia
- ___ . Compra un regalo a una compañera en su cumpleaños.
- ___ . ¿Cuánto ha pagado cada uno?
- ___ . Les devuelven un billete de 20 Euros.

- ___ . ¿Cuánto costarán 10 pavos y dos pollos?
- ___ . Un pavo cuesta lo mismo que 3 pollos.
- ___ . En cada jaula hay 48 pollos.
- ___ . Un pollo cuesta 4 euros.

- ___ . Compró en la frutería 3 euros de peras
- ___ . Hacía un día radiante
- ___ . Sara compró 4 euros de manzanas
- ___ . Su madre le dio 10 euros
- ___ . Compró también 2 euros de plátanos
- ___ . Cuánto dinero le devolvieron.

ANEXO IX. Ficha de problemas matemáticos. Trabajando con el interrogante II.

Ficha de matemáticas. Trabajando con las preguntas (II).

Nombre:

1. Completa las afirmaciones con las palabras o números que faltan.

Ayer compré 5 gominolas a 2 céntimos cada una.

Todas las gominolas me costaron _____ cts.

Pagué con 1 euro y me devolvieron _____ cts.

Con 4 céntimos puedo comprar el _____ de gominolas.

_____ gominolas valen 10 céntimos.

El triple de gominolas me costará _____ céntimos.

Hoy es, de (pon la fecha de hoy)

Ayer fue.....

El mes pasado fue.....

Tres meses después será.....

Mañana será.....

Dentro de 5 meses será.....

Quiero comprarme una PlayStation 4 que vale 280 euros. Tengo ahorrados 50 euros:

Me faltan.....euros para comprarla.

Si junto 50 euros más de mi cumple, tendría.....y entonces me faltarían.....

Cada semana me dan 5€. En un mes, me habrán dado.....

Si me espero un mes y junto todas las pagas del fin de semana, tendré..... y sólo me faltarán para comprarme la PlayStation 4.

ANEXO X. Instrucciones del método de resolución de problemas matemáticos.

Pautas del método de resolución de problemas en matemáticas

1. Familiarización con el problema

El primer paso a la hora de enfrentarnos a un problema de matemáticas consiste en leer detenidamente el enunciado de este. Para poder resolverlo, necesitamos comprender todas las palabras del enunciado. Si no comprendemos uno a varios términos, podemos hacer dos cosas: preguntar al profesor para que nos lo explique, o bien revisar el diccionario. Una vez hayamos comprendido todo el enunciado del problema, podemos pasar al siguiente paso.

2. Razonar un plan

En este segundo paso, lo que tendremos que hacer es idear una forma de resolverlo. Antes de escribir nada en nuestro cuaderno, debemos pensar la estrategia que vamos a seguir para resolverlo. En este método de trabajo la estrategia que os propongo es la siguiente:

- En primer lugar, y una vez que hayamos comprendido el problema, identificaremos y plasmaremos los datos en nuestro cuaderno, de forma ordenada.
- En segundo lugar, una vez tengamos todos los datos, nos dispondremos a realizar las operaciones necesarias para resolver la pregunta del problema.
- En tercer lugar, una vez hayamos realizado todas las operaciones, escribiremos, de forma clara, la solución al problema.

3. Ejecutar el plan

En el tercer paso, una vez tengamos en mente nuestro plan para resolver el problema, lo que haremos será llevarlo a cabo. Si durante la ejecución de nuestro plan tenemos alguna duda, se la preguntaremos al profesor.

4. Analizar los resultados

En el cuarto y último paso, repasaremos todo el problema. Leeremos atentamente nuestras respuestas y revisaremos las operaciones realizadas, observando si son lógicas y tienen sentido. También podemos reflexionar sobre si hay otras formas de resolver el problema y si la que hemos utilizado es la mejor.

ANEXO XI. Ejemplo del método de resolución de problemas matemáticos.

Ejemplo de problema matemático resuelto a través del método de resolución por fases.

Vamos a resolver el problema siguiendo estos cuatro pasos:

Marta preparó el lunes 18 tartas. El martes hizo 7 tartas menos que el lunes y el miércoles, 9 tartas más que el martes.
¿Cuántas tartas hizo el miércoles?

► 1.º Comprende.

Datos ► El lunes preparó 18 tartas.
El martes hizo 7 tartas menos que el lunes.
El miércoles hizo 9 tartas más que el martes.

Pregunta ► ¿Cuántas tartas hizo el miércoles?

2.º Piensa qué hay que hacer.

Primero, hay que calcular las tartas que hizo el martes, restando 7 a las tartas que hizo el lunes, 18.

Después, hay que calcular las tartas que hizo el miércoles, sumando 9 a las tartas que hizo el martes.

3.º Calcula.

$18 - 7 = 11$ ► El martes hizo 11 tartas.

$11 + 9 = 20$ ► **Solución:** El miércoles hizo 20 tartas.

4.º Comprueba.

Revisa bien todo lo que has hecho.



IMPORTANTE:

- Leer y comprender el enunciado en su totalidad antes de empezar a sacar los datos del problema.
- Pensar qué es lo que hay que hacer fijándonos en la pregunta del problema.
- Una vez hayamos hecho los cálculos, es importante revisar que estén bien.
- Escribir la solución a la pregunta o preguntas que nos plantee el problema.
- Cuando hayamos terminado, es importante volver a leerlo todo para asegurarnos de que esté bien.

ANEXO XII. Ejemplos de problemas del libro de texto.

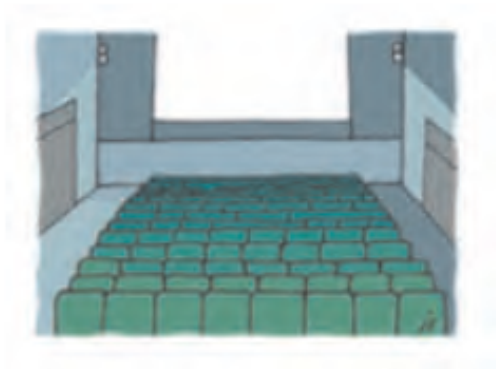
Lee atentamente cada problema y resuelve siguiendo los cuatro pasos.

- 1** En un autobús iban 35 personas. En la primera parada subieron 25 personas y en la segunda, otras 17. ¿Cuántas personas iban al final?
- 2** En el gimnasio había 185 socios. Se borraron 35 socios y después se apuntaron 79. ¿Cuántos socios hay ahora en el gimnasio?
- 3** En la cafetería tenían 190 refrescos. Sirvieron por la mañana 35 y por la tarde 28. ¿Cuántos refrescos les quedaron?



**¿Qué operación hay que hacer para resolver cada problema?
Escríbela en tu cuaderno y, después, resuélvelo.**

- 4** En la clase hay 18 alumnos morenos, 9 rubios y 2 pelirrojos. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?
- 5** Luisa ha inflado 25 globos rojos y 12 verdes. Tomás ha inflado 7 globos verdes. ¿Cuántos globos rojos más que verdes han inflado?



- 6** En el cine hay 20 filas de butacas con 8 butacas en cada una. ¿Cuántas butacas hay en el cine?
- 7** Carlos ha envasado 13 kilos de patatas en bolsas de 5 kilos cada una. ¿Cuántos kilos han quedado sin envasar?
- 8** Pilar tenía 24 cuentos y 15 novelas. Ayer compró 7 cuentos más. ¿Cuántos libros tiene ahora?