FACULTAD DE EDUCACIÓN Y TRABAJO SOCIAL

TRABAJO DE FIN DE GRADO

GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBALES EN 4º DE PRIMARIA

Autor: Luis Ángel de la Cruz Valbuena

Tutora: María del Carmen Martín Yagüez

RESUMEN

La importancia que tiene para los docentes y la comunidad educativa en general los problemas aritméticos verbales es palpable, ya que resulta una de las mayores dificultades con las que se enfrentan los niños en la etapa de Educación Primaria.

Hay que tener en cuenta además que los recursos que se les proporciona a los niños para su resolución son muy escasos, y en múltiples ocasiones, tienen que imaginarse la situación en la que se encuentran para tratar de avanzar en la dirección adecuada.

En este trabajo diseño una prueba con problemas aritméticos verbales y estudio como los resuelven los niños de 4º de Primaria. Pretendo averiguar las posibles causas que conducen al error, y en base a ello realizo una serie de reflexiones que permitan optimizar la práctica docente y que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea más productivo.

PALABRAS CLAVE: Aritmética, problemas aritméticos verbales (PAEV), comunidad educativa, enseñanza-aprendizaje, Educación Primaria, reflexiones.

ABSTRACT

The importance for teachers and the educational community in general verbal arithmetic problems is palpable, as they are one of the major difficulties faced by children in Primary Education.

Keep in mind that the resources that are given to children for resolution are scarce, and many times, they have to imagine the situation in which they find to try to move in the right direction.

In this paper we design a test with verbal arithmetic problems as they solve study children in Primary 4. I intend to find out the possible causes that lead to error, and on this basis a series of reflections performed to optimize the teaching practice and the teaching-learning process more productive.

KEYWORDS: Arithmetic, verbal arithmetic problems (PAEV), the educational community, teaching and learning, primary education, reflections.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

Presento el trabajo *Resolución de problemas aritméticos verbales en 4º de Primaria* con el que logro poner fin al Grado de Educación Primaria.

El título elegido informa de cuál es mi tema de interés, el análisis de los problemas aritméticos verbales en adelante PAEV dentro del marco de la educación primaria y más concretamente enfocado en el segundo ciclo de ésta, en especial en el curso de 4º de Primaria.

Mi hipótesis de trabajo parte de una reflexión sobre la práctica docente y la manera de mejorar ésta en lo que a resolución de PAEV se refiere, resaltando a su vez los principales errores que cometen los niños al realizar éstos. A partir de este trabajo realizo una serie de conclusiones para que los alumnos tengan un mayor éxito en la realización de estos ejercicios.

Este trabajo de investigación se ha basado en el estudio de un ámbito centrado en la aritmética, siendo un tema poco atrayente para la mayoría de los estudiantes de Grado, situación por la cual me he decidido a centrar mi estudio en esta área.

De esta manera en la resolución de los PAEV, he pretendido averiguar y resaltar los principales errores que comenten los niños e intentar que éstos disminuyan desde un análisis minucioso de los elementos que componen el enunciado de los problemas.

Se aprovechó que los alumnos estaban inmersos en el repaso de contenidos de cara a la evaluación diagnóstica para diseñar una prueba que sirve de referencia para el análisis de la resolución de los PAEV.

"La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, establece en sus artículos 21 y 29, la realización de evaluaciones de diagnóstico de las competencias básicas alcanzadas por el alumnado al finalizar el segundo ciclo de educación primaria y al finalizar el segundo curso de educación secundaria obligatoria, respectivamente, indicando que todos los centros realizarán dicha evaluación de diagnóstico que tendrá carácter formativo y orientador para los centros e informativo para las familias y para el conjunto de la comunidad educativa.

Estas evaluaciones tendrán como marco de referencia las evaluaciones generales de diagnóstico que se establecen en el artículo 144.1 de la citada Ley y deberán servir de base para la identificación de acciones de mejora en los procesos educativos y su organización mediante la aportación de datos contrastados a las familias, a los centros y a la propia Administración educativa. A su vez, deberán servir para trasladar a toda la comunidad educativa información transparente acerca de los resultados que se alcanzan con los medios y recursos que la sociedad pone a disposición de los centros para la consecución de los principios y fines que inspiran y orientan el sistema educativo español, sin que, en ningún caso, los resultados de estas evaluaciones puedan ser utilizados para valoraciones individuales de los alumnos o para establecer clasificaciones entre los centros docentes.

La prueba diseñada tiene una duración de cincuenta minutos. Los alumnos se enfrentaron a la prueba diagnóstica con más seguridad, ya que para ellos no era una situación nueva y los problemas aritméticos pasados días antes sirvieron de ensayo.

En relación a la evaluación de diagnóstico me ha parecido interesante repasar problemas para la prueba.

2. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA: COMPETENCIAS ADQUIRIDAS DEL GRADO DE ED. PRIMARIA

El principal motivo que me impulsó a escoger este tema es el escaso interés que ha mostrado el alumnado a la hora de elegir este tema de estudio para el Trabajo Final de Grado.

Otro de los aspectos a la hora de escoger tema fue la relevancia que se le ha dado desde la comunidad educativa a los PAEV.

Además, aprovechando que mi segundo período de prácticas coincidió con la evaluación de diagnóstico, me hizo reafirmarme en que era una elección innovadora y atractiva, ya que tradicionalmente los PAEV no han tenido una fácil resolución por parte de los alumnos, por lo que me propuse como objetivos principales a conseguir indagar en éstos problemas e intentar mejorarlos para formar alumnos más competentes y autónomos en relación a la aritmética.

Es en ese momento cuando ideé pasar una serie de problemas aritméticos verbales con anterioridad a la prueba y diseñados por mí para repasar diferentes aspectos que se habían tratado en clase con el fin de saber los principales errores que comete el alumnado en su resolución y las causas que conducen a ello.

El objetivo general de este TFG es:

→ Conocer los aspectos más importantes de los PAEV a través de la literatura existente sobre este tema, y a partir de ahí realizar una prueba con problemas propuestos por mí para saber los errores que cometen los niños con una mayor frecuencia, reflexionar acerca de ello y mejorar el proceso de enseñanza- aprendizaje mediante las reflexiones llevadas a cabo.

De forma más específica se pretende:

→ Fomentar la autonomía en cada alumno que le permita resolver problemas.

→Desarrollar íntegramente las capacidades de los alumnos sobre los problemas aritméticos verbales.

→Mejorar la compresión global de los enunciados, haciendo hincapié en los principales errores cometidos por aspectos relacionados con el lenguaje.

→ Realizar operaciones aritméticas para evitar errores en cualquier operación.

Las competencias del Grado de Educación Primaria que he podido apreciar en la realización de este Trabajo Fin de Grado han sido las siguientes:

3. Haber adquirido la capacidad de reunir e interpretar datos esenciales para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas esenciales de índole social, científica o ética. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que me formen, como persona titulada en este Grado:

a. Puedo ser capaz para interpretar datos derivados de las observaciones en contextos educativos para juzgar su relevancia en una adecuada praxis educativa.

b. Puedo ser capaz de reflexionar sobre el sentido y la finalidad de la praxis educativa.

c. Puedo ser capaz de utilizar procedimientos eficaces de búsqueda de información, tanto en fuentes de información primarias como secundarias, incluyendo el uso de recursos informáticos para búsquedas en línea.

4. Observé el modo en que puedo transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado. Esta competencia conlleva el desarrollo de:

a. Habilidades de comunicación oral y escrita en el nivel C1 en Lengua Castellana, de acuerdo con el Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas.

c. Habilidades de comunicación a través de Internet y, en general, utilización de herramientas multimedia para la comunicación a distancia.

d. Habilidades interpersonales, asociadas a la capacidad de relación con otras personas y de trabajo en grupo.

6. Comprobé como desarrollo un compromiso ético en mi configuración como profesional, compromiso que debe potenciar la idea de educación integral, con actitudes críticas y responsables; garantizando la igualdad efectiva de mujeres y hombres, la igualdad de oportunidades, la accesibilidad universal de las personas con discapacidad y los valores propios de una cultura de la paz y de los valores democráticos. El desarrollo de este compromiso se concretará en:

b. El conocimiento de la realidad intercultural y el desarrollo de actitudes de respeto, tolerancia y solidaridad hacia los diferentes grupos sociales y culturales.

3. RELEVANCIA/ FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En primer lugar, me he propuesto realizar una aproximación al modo que han tenido los principales autores de tratar el tema para conseguir hacer una descripción de lo que se entiende por problema aritmético escolar.

He intentado hacer una clasificación de los tipos de PAEV en tres bloques directamente relacionados con cada una de las cuatro operaciones aritméticas escolares que se conocen.

Hablaré sobre la resolución de PAEV y los enfoques que encontramos y terminaré explicando el método de análisis- síntesis.

3.1 ¿QUÉ ES UN PAEV?

Un problema aritmético verbal, en adelante PAEV es un problema de contenido aritmético que se expresa o enuncia en un contexto de información verbal. Se puede distinguir dos tipos: **simples y compuestos**, atendiendo al número de datos que aparecen explícita o implícitamente en la información.

Los PAEV simples contienen sólo dos datos numéricos con los que el resolutor tiene que operar para obtener el resultado. Cuando intervienen más de dos datos y es necesario realizar más de una operación con ellos el problema se llama compuesto.

Autores como Puig y Cerdán (1989), han cambiado la terminología denominándolos problemas de una etapa y problemas de varias etapas.

3.2 ¿QUÉ AUTORES HAN ESCRITO ACERCA DE PAEV?

Entre los principales autores que han trabajado este tipo de problemas se puede encontrar en primer lugar Kilpatrick (1922), pedagogo estadounidense, que llevó a cabo una sintetización de las investigaciones de principio de siglo en Educación Matemática, mostrando especial atención a la resolución de problemas aritméticos.

Destaco que el libro *Report of the National Society for the Study of Education(Whipple, 1930)*, marcó un antes y un después en el tratamiento de la Aritmética, ya que esta obra lleva implícita una crítica al predominio que hasta entonces existía en el aprendizaje de destrezas y rutinas y hace una argumentación en defensa de aumentar la atención a los estudios sobre resolución de problemas y pensamiento cuantitativo.

Ya a mediados del siglo XX, podemos encontrar a Strech (1941), que llevó a cabo una revisión sobre investigaciones y estudios relativos a la enseñanza y aprendizaje de la Aritmética. En su obra, nos ofrece una selección de 100 trabajos tomados como referencia en Estados Unidos los cuales tomaron como base tres criterios: validez de las conclusiones, excelencia de la técnica empleada, y efecto de los resultados sobre la práctica educativa.

Será Ginsburg (1983) quien a partir de su estudio ofrezca tres razones con las que justificar el continuado estudio de la cognición matemática:

→La primera de ellas, es la que defiende que este tipo de especialidad abarca una buena porción de la complejidad de la mente humana.

→Un segundo argumento se basa en que el investigador disfruta de alguna ventaja táctica a la hora de definir bien el tema, incluso formalizarlo. Esto hace posible desarrollar teorías que requieran de una precisión similar y empleo formal de modelos matemáticos del aprendizaje y procesos de pensamiento.

→La última de las justificaciones es en la que hace una defensa a favor de la investigación en cognición matemática porque ofrece la posibilidad de contribuir de manera importante en la educación.

Investigaciones recientes realizadas sobre problemas verbales de estructura aditiva por autores como Briars y Larkin en el año 1984; Carpenter, Hiebert y Moser entre1981 y 1983; Carpenter y Moser de 1982 a 1984; Nesher, de manera individual en 1982, o junto a Greeno y Riley en ese mismo año y al igual que Vergnaud, han tratado de identificar el pensamiento de los niños a la hora de resolver problemas verbales en los que intervienen la suma o la resta. Todos ellos, han partido de una identificación previa de las características estructurales de los problemas y en función de ella han construido una clasificación de los mismos.

3.3 CLASIFICACIÓN DE LOS PAEV

Se pueden distinguir tres bloques que explican cada una de las cuatro operaciones aritméticas escolares. En este apartado se tratarán los problemas aditivos, los problemas de resta y en único bloque los multiplicativos y los problemas de división.

3.3.1 Problemas aditivos.

Podemos reconocer un problema aditivo cuando en el enunciado aparecen palabras que significan aumento: “añadir, dar, juntar”. En este bloque describiré 3 tipologías:

3.3.1.1 Causa/ Cambio.

Este tipo de problemas son aquellos que describen situaciones en las que algún acontecimiento cambia el valor de una cantidad del problema aumentándola. Según falte la cantidad inicial, acción y final puedo encontrar los siguientes tipos:

Ejemplo:

→ Es un tipo de cambio donde falta el inicio. Juan tiene varias canicas y en el recreo gana 3 más. Si ahora tiene 7, ¿Cuántas tenía al principio?

→ Es un tipo de cambio donde falta la acción. Pedro tiene 4 tazos y después del recreo acaba con 7 tazos, ¿Cuántos ha ganado en el recreo?

→ Es un tipo de cambio donde falta el resultado final. Pablo tenía 5€ y por la calle se encuentra 10€, ¿Cuánto dinero tiene ahora Pablo?

3.3.1.2 Combinación

Este tipo de problemas son los que tienen en el enunciado dos subconjuntos disjuntos cuya unión es el total. Podemos apreciar una relación estática entre ambos.

Ejemplo:

→ Elena tiene 3 caramelos y Pedro 6, ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos?

3.3.1.3 Comparación

En estos problemas encontramos la comparación de dos cantidades, una funciona como cantidad referente y otra como comparada. La tercera de ellas, es la diferencia. Este tipo de problemas puede que nos pidan descubrir cualquiera de las tres variables, teniendo diferente dificultad dependiendo de la que nos proporcione el enunciado y la que tengamos que hallar.

Los problemas de comparación aditivos llevan en el enunciado la expresión *"más que"* la cual indica o refleja la comparación entre dos cantidades. Estos problemas se clasifican dentro de la suma y su estrategia de resolución es la de la resta en alguna ocasión.

Como podemos apreciar a continuación la comparación se puede realizar de diferentes formas:

→Juan tiene 4 canicas y Pablo tiene 3 más que Juan, ¿Cuántas tiene Pablo?

→Juan tiene 4 canicas, Pablo 7 ¿Cuántas más tiene Pablo que Juan?

→Pablo tiene 7 canicas, 3 más que Juan ¿Cuántas tiene Juan?

3.3.2 Problemas de resta

Podemos observar como igual que para los problemas aditivos aparecen tres subcategorías que se describen a continuación. En este caso llevan en su enunciado palabras que significan disminución: "quitar, perder".

3.3.2.1 Causa/Cambio

Este tipo de problemas son aquellos que describen situaciones en las que algún acontecimiento cambia el valor de una cantidad del problema disminuyéndola. Podemos extraer una cantidad inicial, una acción y por último una cantidad final resultante.

Ejemplo:

→ Es un tipo de cambio donde falta el inicio. Juan tiene algunos euros en el bolsillo, ahora pierde 5€ y en total tiene15€, ¿Cuántos euros tenía al principio?

→ Es un tipo de cambio donde falta la acción. Juan sale de casa con 10€ y pierde dinero por la calle de modo que vuelva a casa con 5€, ¿Cuánto dinero se le ha perdido?

→ Es un tipo de cambio donde falta el resultado final. Juan sale de casa con 50€ y pierde 10€ por la calle, ¿Cuánto dinero tiene ahora Juan?

3.3.2.2 Combinación

Este tipo de problemas son los que tienen dos subconjuntos disjuntos cuya unión es el total, en los que podemos apreciar una relación estática entre ambos, pero no se sabe uno de los dos subconjuntos.

Ejemplo: En un aula hay 20 alumnos. Si 13 son niños, ¿Cuántas niñas hay?

3.3.2.3 Comparación

En estos problemas encontramos dos cantidades, una es la cantidad referente y la otra la comparada. La tercera cantidad es la diferencia. En este tipo de problemas, nos puede pedir hallar cualquiera de las tres variables, presentando diferente dificultad según el tipo de variable que nos proporcione el enunciado y tengamos que hallar.

En este caso aparece la estructura *"menos que"* que indica o refleja la comparación entre dos cantidades. Podemos apreciar a continuación como la comparación se puede realizar de diferentes formas:

→ Juan tiene 7 canicas y Pablo tiene 3 menos que Juan, ¿Cuántas tiene Pablo?

→ Juan tiene 7 canicas, Pablo 4 ¿Cuántas menos tiene Pablo que Juan?

→ Pablo tiene 4 canicas, 3 menos que Juan ¿Cuántas tiene Juan?

3.3.3 Problemas multiplicativos

Son aquellos que incluyen operaciones de multiplicación y división en los que si podemos encontrarnos los dos factores, estaríamos ante un problema de multiplicación, pero si nos encontramos con sólo uno de los factores en el enunciado y el resultado final, estamos ante un problema de división.

Este tipo de problemas se han clasificado en razón, comparación y combinación. A continuación se explica de manera más detallada en una tabla:

Razón C x R = F?	Dos conjuntos. Una cantidad y una razón referida a la unidad. Se obtiene una cantidad.	Compro 10 cuadernos a 2 € el cuaderno. ¿Cuánto me cuestan los diez cuadernos?	
Razón C? x R = F	Falta el multiplicador. Agrupamiento-Razón División cuotitiva	Me gasto 20 € comprando cuadernos por un valor de 2 € ¿Cuántos cuadernos tengo?	Resta reiterada, pero la mayoría de alumnado y adultos prefiere sumas reiteradas usando el ensayo-error.
Razón C x R? = F	Falta el multiplicando. Partición-Razón División partitiva	Me gasto 20 € comprando 10 cuadernos y teniendo el mismo valor cada cuaderno ¿Cuánto dinero vale cada cuaderno?	No sirve la resta reiterada. Reparto equitativo.

Combinación C1xC2=F?	Dos conjuntos Dos cantidades. Se obtiene una cantidad de un conjunto diferente. Es un producto cartesiano.	¿Cuántas parejas de baile podemos formar con cuatro chicos y cinco chicas?	Multiplicación.
Combinación C1? x C2 = F	Falta una de las cantidades extensivas del problema.	Hemos obtenido 20 parejas de baile con 4 niñas y algunos niños. ¿Sabrías decir cuántos niños han intervenido en las 20 parejas?	Inversión de la multiplicación.

Comparación Q? x C = F	Falta el cuantificador (multiplicador) Agrupamiento	Un cuaderno grande cuesta 150 céntimos. Otro pequeño cuesta 50 céntimos. ¿Cuántas veces vale más el cuaderno grande que el pequeño?	Resta reiterada. Se prefiere una suma reiterada usando el ensayo-error.
Comparación Q x C? = F	Falta el multiplicando. Partición-Comparación.	Un cuaderno grande cuesta 150 céntimos, tres veces más que otro pequeño. ¿Cuánto cuesta este cuaderno pequeño?	Reparto equitativo. También se usa la suma reiterada por ensayo-error.

Figura 1: Problemas multiplicativos.

3.4 ¿Qué enfoques encontramos en la resolución de los PAEV?

En la resolución de un PAEV descubrimos dos enfoques, el lingüístico y el semántico.

El enfoque lingüístico presta una especial atención a la habilidad lectora y la legibilidad.

El papel que desempeñó la lectura fue prioritario en las primeras investigaciones que se produjeron. Entre ellas, las de autores como Reed, en las que cita las llevadas a cabo por Lessenger, Wilson, Monroe y Engelhart, que pusieron de manifiesto la necesidad de una mejora en la habilidad lectora para aumentar la habilidad en la resolución de problemas verbales. En 1922, Wilson elaboró un método para mejorar la compresión de los problemas verbales que consistía primero en realizar varias preguntas para aclarar el significado del enunciado, posteriormente, hacer una composición tomando el problema como tema y, por último, dramatizar el problema.

En cuanto a la legibilidad podemos resaltar el período comprendido entre la década de los cincuenta y la de los ochenta, en la que numerosos investigadores se dedicaron al estudio del nivel de legibilidad de los libros de texto de matemáticas e intentaron aplicar fórmulas ideadas para medir el nivel de legibilidad de textos corrientes a los textos que aparecen en los problemas verbales, ejemplo de ello es la obra de Barnett de 1980.

A principios de la década de los 70, Kane sostuvo la inapropiada aplicación de fórmulas del lenguaje natural a textos matemáticos, justificando su postura declarando que estos textos estaban escritos en más de un lenguaje: la lengua materna, la notación indoarábiga de los números, el sistema de notación algebraico, el lenguaje del cálculo de proposiciones, etc.

Más recientemente autores como Paul, Nibbelink y Hoover con una obra conjunta de 1986 en la que aspiraron a obtener el grado de fiabilidad de las fórmulas de legibilidad tomando como referencia el estudio de determinados problemas verbales y su adaptabilidad o no para alumnos de un nivel dado. Los resultados de este estudio concluyeron negando la hipótesis de que las fórmulas de legibilidad fueran útiles para predecir la dificultad de los problemas verbales.

Otros investigadores (ejemplo Moyer et alii, 1984a, 1984b) estudiaron la dificultad de los problemas en función de formatos distintos y contrapuestos que se suponía que tenían distinto grado de legibilidad entre éstos, problemas verbales versus telegráficos, problemas con dibujos versus verbales versus telegráficos.

El enfoque semántico realiza aportaciones sobre las palabras clave, el esquema mental y el cálculo relacional. Las palabras clave son las variables de contenido semántico que describen los significados de palabras y expresiones matemáticas que aparecen en el enunciado del problema y que se supone tienen una influencia decisiva a la hora de elegir la operación con la que solucionarlo. Webb en 1980 divide estas variables en dos categorías: palabras clave y vocabulario matemático.

Suppes entre otros autores en 1969, intentaron determinar qué factores afectan a la dificultad de un problema, investigando un conjunto de seis variables, una de las cuales es la presencia o no de palabras clave en los enunciados de los problemas. Las palabras clave que usaron fueron "y" para la suma, "menos" o un comparativo para la resta, "cada uno" para la multiplicación, "promedio" o "cada uno" colocado en la sentencia interrogativa del enunciado del problema para la división.

Es en 1973, cuando Jerman no obtuvo resultados significativos tras el estudio realizado sobre las palabras clave de los enunciados, salvo cuando actúan como distractores.

Dos años después, Nesher y Teubal, estudiaron la influencia de palabras clave en el enunciado del mismo con un enfoque del procesamiento de la información. En concreto, su investigación se centró en el estudio de problemas que pueden resolverse con sumas y restas, siempre que la elección de una de estas operaciones sea para solucionar el problema, y esté influenciada por la presencia de una palabra clave en el enunciado del mismo. Las palabras clave aparecen unas veces como pistas verbales para la elección de la operación que hay que llevar a cabo, y en otras, como distractor.

El esquema mental de los niños se apoya en el proceso a seguir que utiliza el resolutor a la hora de resolver un problema.

En la década de los setenta y ochenta varios investigadores estuvieron empleando, por separado, el enfoque de esquemas mentales en sus investigaciones sobre problemas aritméticos verbales simples de estructura aditiva. Entre éstos, destacan Vergnaud y Durand (1983), Riley, Greeno y Heller (1983), Carpenter y Moser (1982), y Nesher (1982). Es en este período el momento en que las investigaciones sobre problemas aritméticos se dividen en dos campos: el campo de la estructura aditiva, aquellos cuyas soluciones implican sólo sumas y restas y el campo de la estructura multiplicativa, implican sólo multiplicaciones y divisiones.

Los enfoques teóricos más recientes asentados en la tradición psicológica de Bartlett, la cual se centra en la cuestión de carácter cognitivo y la manera en que se organiza el conocimiento verbal en la mente de las personas.

El cálculo relacional ha sido definido por Vergnaud como la clasificación clásica de los problemas de artitmética elemental en base a la diferenciación según las operaciones de adición substracción, multiplicación y división que genera dificultades y no caracteriza ciertas relaciones numéricas que aparecen en los enunciados de los problemas.

Una pregunta clave para este autor es si los datos del problema expresan, o no, una acción que se desarrolla en el tiempo. En base a estas nociones realiza una categorización de los problemas aritméticos de estructura aditiva en cinco grandes grupos:

Dos medidas que se componen de una tercera, una transformación que opera sobre una medida para dar una medida, dos transformaciones que se componen de una tercera, una transformación que opera sobre un estado relativo para dar otro estado relativo, dos estados relativos que se componen en un tercero.

En general, en la resolución de un problema han sido identificados dos fases: la comprensión del problema y la solución del problema (Kintsch y Greeno, 1985; Mayer, 1986; Newell y Simon, 1974; Riley, Greeno y Heller, 1983).

En el caso particular de los problemas aritméticos verbales estos dos procesos han sido analizados con más detalle. Por un lado, han analizado la comprensión (representación mental) del problema caracterizándola a través de dos subetapas:

1- Traducción del problema a una representación interna
2- Integración del problema en una estructura coherente.

De manera similar, la fase de solución de un problema ha sido caracterizada mediante dos subetapas:

1- Planificación
2- Ejecución, que incluye seleccionar el proceso a seguir y ejecutar los cálculos necesarios para obtener una respuesta numérica.

Diversos estudios sobre resolución de problemas aritméticos han mostrado que la mayoría de los errores que cometen los estudiantes en problemas verbales se deben a la falta de comprensión de la estructura del problema más que a errores de cálculo. Los estudiantes pueden ser capaces de realizar determinados cálculos, pero no ser capaces de resolver problemas verbales en los que para obtener la solución sólo se requiere de esos cálculos (Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist y Reys, 1980; De Corte, Verschaffel y De Win, 1985; Dellarosa Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer, 1988).

En los resultados de la National Assessment de los años 80, Carpenter entre otros, observaron que los niños cometían de un 10% - 30% más de errores en problemas verbales que si se les planteaba el mismo problema en formato numérico.

En el estudio de Dellarosa Cummins (1988) un tipo de problema aritmético fue resuelto por todos los niños de primer grado cuando se le planteó en formato numérico, pero sólo el 29% de los niños lo resolvieron en formato verbal.

Podemos concluir diciendo que la dificultad que plantea un problema a los niños no está determinada sólo por destrezas de cálculo sino que hay otros aspectos que contribuyen a su dificultad, entre ellos, los relacionados con la fase de comprensión.

3.5 Método de análisis- síntesis

El método de análisis-síntesis es universal para cualquier problema aritmético de varias operaciones combinadas. Al hablar del análisis propiamente dicho tenemos que tener en cuenta los datos del problema y las relaciones que se establecen entre los mismos por inducción de la siguiente manera:

1. Exponer la pregunta cuya solución es el fin último del enunciado.

2. Saber qué datos nos hacen falta para contestar a la pregunta del apartado

3. Conocer los datos en función de las relaciones que se establecen entre ellos y poniendo en práctica alguna estrategia de deducción. (Suele llevar más de un punto este apartado)

4. Por último, decimos que el problema ha quedado reducido a datos del problema, y por tanto el análisis ha concluido.

Posteriomente, desglosamos el enunciado por deducción. Este tipo de análisis se adecúa más a los pasos que realiza un alumno a la hora de resolver un problema. Trata de saber los datos más elementales y las relaciones que existen entre ellos para finalmente contestar a la pregunta del enunciado.

Por ejemplo: *Juan ha gastado 150 euros en un supermercado, Marta el doble que éste y Pedro un tercio que Marta, ¿Cuánto dinero ha gastado Pedro?*

1. Conocer los datos del problema y las relaciones que se establecen primeramente para poder avanzar en el problema. Conozco lo que ha gastado Juan y lo que ha gastado Marta: basta sumar150+150 ó 150 x2 =300

2. Conocer las relaciones que se establecen y realizar más operaciones con las que podamos acercarnos a la respuesta final. Conozco lo que ha gastado Marta y lo que ha gastado Pedro: basta con dividir 300/3=100

3. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

La síntesis consiste en efectuar los cálculos que aparecen en un diagrama, siguiendo el orden que aparece en el diagrama.

El diagrama correspondiente al análisis del problema muestra con precisión la estructura de la cadena deductiva que conecta datos con incógnita, ya que aparecen en él:

1. Etapas necesarias para ir desde la incógnita a los datos.

2. Número de incógnitas auxiliares.

3. Las conexiones entre datos, incógnitas auxiliares e incógnita del problema.

4. DISEÑO DE LA PRUEBA Y EXPOSICIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo, presentaré la prueba creada por mí, compuesta por nueve problemas aritméticos, que pasé a los alumnos de la clase en la que estuve realizando mi segundo período de prácticas, junto con el análisis de su resolución y de los errores cometidos por ellos. La prueba no consta de un nivel progresivo de dificultad.

Esta propuesta está pensada para niños de 4º de Primaria. La prueba antes de llevarse a cabo se leyó en voz alta para asegurarme de la comprensión global de los enunciados y del léxico utilizado.

Los ejercicios se realizaron con normalidad en los tiempos que me había fijado con anterioridad a la prueba.

Por último, comprobé los resultados de la prueba y en líneas generales no me sorprendieron puesto que ya llevaba con ellos varias semanas antes de pasarles los problemas aritméticos y conocía las habilidades de cada uno en el área de matemáticas.

También, tenemos que valorar la hora a la que hemos pasado la prueba y la carga de trabajo que llevan a lo largo del día.

Duración de la prueba: 50 minutos

Objetivo: ver los principales errores que cometen y mejorar la práctica docente.

Distribución del alumnado: el alumnado fue colocado de manera individual, como si de un examen se tratara.

Desarrollo: primeramente se leyó en voz alta los enunciados para comprobar la comprensión de los mismos. Después, se realizó la prueba con total normalidad y en el tiempo que se había fijado.

En los ejercicios que se presentan a continuación y que formaban la prueba me ayudo de esquemas siguiendo el método de análisis síntesis para hacer el análisis de su resolución.

1- Juan tiene 4 años, su padre 40 años más que él y Pedro la mitad que el padre de Juan, ¿Cuántos años tiene Pedro?

-Método de análisis:

1. La pregunta es: ¿Cuántos años tiene Pedro?

2. Para saber la edad de Pedro necesitamos saber la edad del padre de Juan y a su vez la de Juan.

3. Conocemos la edad de Juan, pero desconocemos la del padre y en extensión la de Pedro.

4. Para conocer la edad del padre necesitamos la del hijo a la que sumaremos la cantidad indicada en el enunciado.

5. Para conocer la edad de Pedro necesitamos la del padre de Juan.

6. El análisis ha concluido, ya que todo lo que es necesario conocer según 2 queda reducido a datos del problema.

-Método de síntesis:

1. Conozco la edad de Juan y los años de diferencia que hay entre su padre y Juan para hallar la edad del padre: basta con sumar: 4+40= 44

2. Conozco los años del padre de Juan y a su vez los años que tiene Pedro: basta con dividir: 44/2=22.

3. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

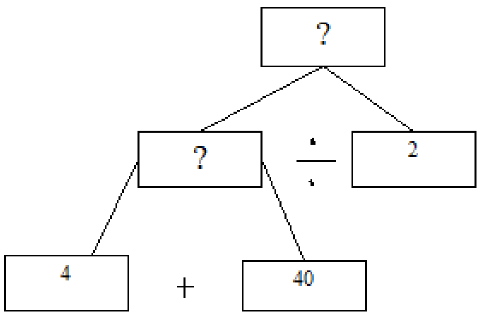

Figura 2: problema aritmético 1

A continuación, desglosamos en el esquema del método análisis- síntesis para ver si ofrece información acerca de la causa de los errores cometidos por los niños.

Los principales errores que han cometido los niños en este problema se deben a la expresión *“más que…”* mencionada anteriormente, y a partir de la cual han usado una estrategia de resolución de resta. Además, un alumno ha resuelto la primera etapa del problema de manera satisfactoria, pero después en vez de dividir entre dos para saber la mitad, ha multiplicado por tres. Pregunté personalmente al alumno acerca de su razonamiento y su justificación fue que no se había dado cuenta, pero que sabía perfectamente el significado de palabras mitad-triple, así como la operación a realizar. Dos alumnos han dividido cuarenta entre dos sin reflexionar acerca de ello e ignorando la primera parte del enunciado. Como he hecho anteriormente, y movido por la curiosidad, les pregunté para saber de primera mano el porqué de esa operación sin realizar. La respuesta de estos alumnos se basaba en múltiples dudas acerca de la primera etapa: suma o resta.

Este problema comprende claramente las etapas de suma y división. La mayoría de los alumnos han realizado de manera acertada las operaciones así como la sucesión de las mismas. La principal facilidad en este enunciado en lo que a léxico se refiere podemos encontrarla en la expresión *“más que…”* que va asociada a un problema de suma y como vemos tiene una estrategia de resolución de suma.

La colocación de los datos y de la pregunta dentro del problema responde a la estructura clásica de los problemas, es decir, primero conocemos los datos y después se presenta la pregunta acerca de la relación existente entre estos datos.

2- Esther va a música tres veces por semana. Cada día que va a tocar su instrumento favorito le cuesta 6€, ¿Cuánto dinero le costará las clases de música al cabo de un mes? (entendemos que un mes consta de cuatro semanas)

-Método de análisis:

1. La pregunta es: ¿Cuánto le costarán las clases de música al cabo de un mes?

2. Para determinar el precio al cabo de una semana 3x6=18 y el coste de ellas a lo largo de un mes 18x4=72.

3. Conocemos el coste económico de una clase y las veces que asiste a la semana.

4. Para conocer el coste de un mes necesitamos saber el coste que le supone en una semana.

5. Como todo lo necesario para resolver 2 ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha concluido.

-Método de síntesis:

1. Conozco el valor de una clase y las veces que asiste Esther a lo largo de una semana: basta multiplicar 6x3= 18

2. Conozco que un mes consta de cuatro semanas, luego basta: sumar 18+18+18+18 o lo que es lo mismo 18x4= 72

3. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

Por otra parte, es reseñable que este problema tiene otra manera de ser resuelto. Primeramente calcular el número de veces que asiste Esther al cabo de un mes y luego multiplicarlo por el valor de cada clase. Este camino para resolver el problema no ha sido seguido por ningún alumno.

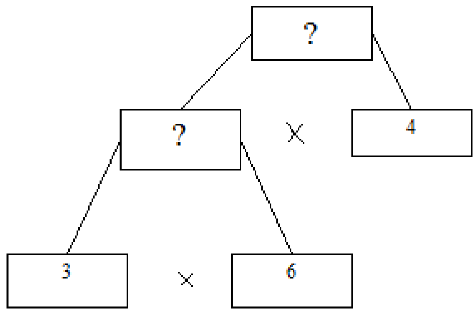

Figura 3: Problema aritmético 2

Los errores más comunes que encontramos se caracterizan por el número de operaciones dentro de cada problema. Los alumnos son conscientes que es un problema en el que la estrategia de resolución es la multiplicación, el conflicto se produce en saber las operaciones a realizar, qué factores hay que multiplicar y porqué. En relación a esto, encontramos errores diversos. Por ejemplo, hay una excepción y se trata de un alumno que en la segunda etapa se decanta por la división y otros dos alumnos que en la primera etapa restan tres a siete, así como los días de asistencia a las mismas. Algunos alumnos afirman no haber comprendido el problema y otros por el contrario reconocen no haberlo leído detenidamente. Una prueba de ello es que muchos errores cometidos por los alumnos han sido calcular el dinero al cabo de una semana y posteriormente multiplicar por 30 o 31 días.

Los alumnos que han resuelto el problema exitosamente han seguido el mismo camino, es decir, calcular el dinero que cuestan las clases al cabo de una semana y posteriormente multiplicar el resultado por cuatro semanas que consta un mes.

El enunciado de este problema nos muestra claramente que consta de dos etapas que se corresponden con la misma operación: la de multiplicación.

La ubicación de los datos y de la pregunta en el enunciado responden a la estructura clásica de los problemas, por lo que en este sentido no encontramos ninguna dificultad que pueda conducir al error por parte del alumno.

3- En un supermercado hay 50 trabajadores. 20 de ellos cobran 950€ y los otros 30 cobran 700 €, ¿Cuánto dinero suman los sueldos de todos los trabajadores?

-Método de análisis:

1. La pregunta es: ¿Cuánto dinero suman los sueldos de todos los trabajadores?

2. Para determinar el sueldo de todos los trabajadores necesitamos saber el sueldo de las dos clases que existen, así como el número de trabajadores pertenecientes a cada clase.

3. Conocemos el número de trabajadores en cada clase, así como el sueldo que cobra cada trabajador dependiendo a la clase a la que pertenezca.

4. Para conocer el sueldo total de las dos clases necesitamos conocer el número de trabajadores de cada clase, así como el sueldo que tienen.

5. Como todo lo que es necesario conocer según 2 ha quedado simplificado a datos del problema, el análisis ha concluido.

-Método de síntesis:

1. Conozco el número de trabajadores de cada clase, así como el sueldo de las clases existentes: basta multiplicar 950x20=19000; 700x30=21000.

2. Conozco el sueldo total de los cincuenta trabajadores: basta sumar 19000+21000= 40000.

3. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

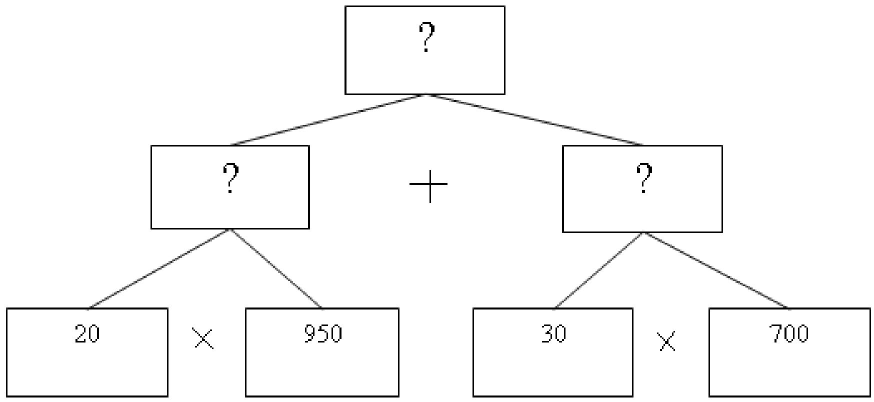

Figura 4: Problema aritmético 3

El error más común en este problema consiste en sumar 950 y 700. Vemos como los alumnos que no han resuelto el problema de manera satisfactoria, han sumado 950 y 700 en vez de 20 y 30, ya que se asocia más a su realidad las primeras cifras para relacionarlo con sueldos. Cabe la posibilidad de que algún alumno haya pensado que 950 y 700 había que repartirlo entre 20 y 30 personas respectivamente. Además, podemos apreciar que el número de alumnos que ha resuelto de manera satisfactoria este problema ha sido menor que otros y una de las razones puede ser la ubicación de la palabra "suman" en la pregunta. También, y de manera análoga a otros problemas, observamos que algún alumno escoge una operación que no se corresponde al problema y no sabemos que le incita a escoger dicha operación, ya que el léxico del enunciado y la comprensión global del mismo no nos indica nada para realizar dicha elección. Un ejemplo es el de un niño que me ha contestado que ha realizado las operaciones de suma y multiplicación porque cuando no comprende un problema elige una operación al azar, no sea que tenga suerte y tenga bien el problema.

Este problema comprende tres etapas que corresponden a las siguientes operaciones: multiplicación, multiplicación y suma. Desde mi punto de vista es el problema más complejo de los propuestos para ellos. El léxico es sencillo y la única expresión que puede conducir al error en la resolución del problema es "*suman los sueldos de todos los trabajadores*" que como es evidente se asocia a un problema de suma. La importancia que dan a la pregunta es superior a cualquier otra frase, puesto que su respuesta con éxito conlleva el premio de tener bien el problema.

Como en los problemas anteriores, éste también presenta primeramente los datos del problema y a continuación la pregunta acerca de la relación entre los datos.

4- Ernesto mide 1m y 4dm. Sus padres han tenido un nuevo hijo que mide 36 cm, ¿Cuántos centímetros mide Ernesto más que su hermano?

-Método de análisis:

1. La pregunta es: ¿Cuántos centímetros mide Ernesto más que su hermano?

2. Para determinar cuantos centímetros mide Ernesto más que su hermano necesitamos saber las medidas de ambos en centímetros.

3. Conocemos la medida de Ernesto, pero tenemos que pasar todas las cifras indicadas a centímetros.

4. Conocemos la medida de su hermano.

5. Como todo lo que es necesario conocer según 2 ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha concluido.

-Método de síntesis:

1. Conozco la medida de Ernesto, lo único que necesito saber es cambiarlo a centímetros. Basta con multiplicar 1x100=100 y 4x10=40 y sumar ambas cantidades: 100+40= 140.

2. Conozco los centímetros que Ernesto saca a su hermano: basta con restar 140 -36=104.

3. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

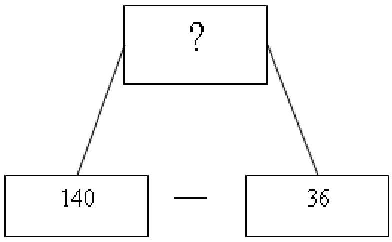

Figura 5: Problema aritmético 4

En cuanto a los errores podemos apreciar que los alumnos han sabido que se trata de un problema de suma con estrategia de resolución de resta, pero no han sabido todos cambiarlo a la unidad que nos pide la pregunta. Además, otro error que me ha llamado la atención consiste en calcular sólo lo que mide Ernesto. Gran parte del alumnado había decidido que ya habían acabado de resolverlo. Algún alumno quizá estaba convencido que tenía bien el problema y por eso ha bajado su atención de cara a ver si responde de manera adecuada o no lo hace a la pregunta.

Este problema comprende claramente una etapa donde la estrategia a utilizar es la resta. La principal dificultad que entraña es el paso de todos los datos a la unidad que nos pide la pregunta. Otra dificultad a tener en cuenta es que alguien piense que el problema puede ser de suma por la expresión más que cuando es de resta. No observamos ningún elemento en lo que al léxico se refiere que impida o complique la resolución del problema de manera exitosa. Posteriormente, la gran mayoría de los alumnos saben que es un problema de suma, pero la resolución del mismo es de resta y una prueba de ello es la aparición en la cuestión del término *"más que…"*. En relación a este término podemos observar que todo el alumnado lo ha resuelto de manera exitosa, es decir, no les ha influido dicho término y han usado la estrategia correcta de resta.

La colocación de los datos y de la pregunta responde a la estructura clásica, ya que siempre comienzan exponiendo los datos para posteriormente hacer una pregunta acerca de ellos.

5-Luis tiene 150 naranjas que tiene que meter en bolsas con 5 naranjas en cada bolsa, ¿Cuántas bolsas se necesitarían para repartir las 150 naranjas?

-Método de análisis:

1. La pregunta es: ¿Cuántas bolsas necesitará para repartir las 150 naranjas?

2. Para determinar las bolsas que necesitará necesitamos conocer el número total de naranjas y el número de naranjas que tenemos que meter en cada bolsa.

3. Conocemos el número total de naranjas y el número que tenemos introducir en cada bolsa.

4. Como todo lo que es necesario conocer según 2 ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha concluido.

-Método de síntesis:

1. Conozco el número total de naranjas y el número de naranjas que tiene que ir en cada bolsa: basta dividir 150/5=30

2. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

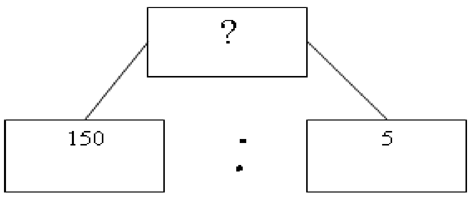

Figura 6: Problema aritmético 5

Los principales errores que encontramos en este problema se caracterizan por la elección inadecuada de la operación a realizar (multiplicación en lugar de división).De esto, deducimos que hay alumnos que no saben que el término *"repartir"* se asocia a dividir.

La resolución de este problema es de una etapa: la división. Las dos principales pistas o expresiones que ayudan al niño a decantarse por la operación indicada son*:" Cada bolsa…"* y el verbo *"repartir"*. Hay que destacar que es un problema en el que es sencillo tener un esquema mental, ya que los datos que nos proporcionan son manejables para ellos, a la vez que cotidianos.

Como viene sucediendo hasta el momento, nos encontramos con una estructura clásica en el enunciado, el cual se inicia con la exposición de los datos y que más tarde deja al alumno que reflexione sobre ellos para poder contestar finalmente a la pregunta.

6- Una ONG tiene 1.300 socios. Cada uno de ellos paga al año una cuota y la ONG tiene 1.500 € de gastos anuales. ¿Cuánto dinero le queda a la ONG cada año?

Cuota anual: 75€

-Método de análisis:

1. La pregunta es: ¿Cuánto dinero le queda a la ONG cada año?

2. Para contestar a dicha pregunta tenemos que conocer el dinero del que dispone la ONG cada año y los gastos que tiene.

3. Conocemos la cuota anual de cada socio de la ONG y los gastos anuales de la misma.

4. Para conocer el presupuesto de la ONG disponemos del número de socios y de la cuota del que disponen.

5. Además, conocemos los gastos anuales que tiene esta organización.

6. Todo lo que es necesario conocer según ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha concluido.

-Método de síntesis:

1. Conozco el número de socios de la ONG así como la cuota de cada uno de ellos para hallar cuanto dinero dispone la ONG. Tenemos que multiplicar 75€ por el número de socios que son:1300 socios, es decir, 1300 x 75= 97500 €

2. Además, también conocemos los gastos anuales de dicha ONG puesto que nos lo facilita el enunciado del problema: 1500€. Por tanto, tenemos que restar 97500-1500=96000 €.

3. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

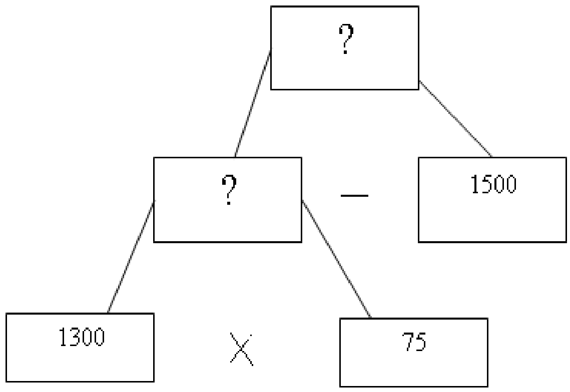

Figura 7: Problema aritmético 6

Los principales errores que han cometido los niños se basan en el cálculo de las operaciones a realizar, de modo que el esquema que abajo presento se ha comprendido. Ha habido alguna excepción que ha sumado los números presentados en el enunciado.

Para comenzar a analizar este problema he de decir que en líneas generales comprende dos etapas que hay que realizar para obtener el resultado. Primero la multiplicación y luego la resta, pero algún alumno ha tenido el error al realizar del algoritmo de operación, es decir error de cálculo, de modo que podemos extraer que han entendido el problema, pero que se han equivocado en el resultado. Tenemos que ser conscientes que, a pesar de que se produzcan este tipo de errores, el niño comprende el significado global del enunciado y hay que valorarlo. También, mencionar a un niño que ha sumado los datos del problema sin reflexionar acerca de ello.

Por otro lado, apreciamos que la lectura del enunciado se desarrolla de forma paralela al orden de las operaciones que tienen que hacer, es decir, la pregunta no se encuentra al principio del problema. El problema apenas presenta dificultad alguna en cuanto al léxico.

7- Una empresa de transportes tiene 9 camiones iguales. Cada camión puede llevar 1.270 kilos. ¿Cuántos kilos puede transportar toda la flota de camiones?

-Método de análisis:

1. La incógnita es, ¿cuántos kilos puede transportar toda la flota de camiones?

2. Conocemos los kilos que puede transportar cada camión y el número de camiones que existen en toda la flota.

4. Para hallar el número de kilos que puede transportar la flota al completo conocemos todos los datos del problema.

5. Por tanto, y llegados a este punto, lo que es necesario conocer según 2 ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha concluido.

-Método de síntesis:

1. Sé el número de kilos que puede transportar cada camión: 1270 kilos.

2. También, sabemos el número de camiones que disponemos: 9.

3. Por tanto, para hallar los kilos que pueden transportar como máximo la flota de camiones simplemente tenemos que realizar una multiplicación: 1270 kilos x 9 camiones= 11430 kilos.

4. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

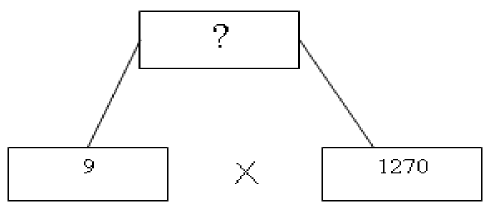

Figura 8: Problema aritmético 7

He encontrado dos errores por parte de la totalidad de la clase en este problema: Un niño ha vuelto a sumar los datos que se le presentan en el enunciado y otro ha dividido los datos quizá por la expresión *“Cada camión…”* como he dicho anteriormente. Deducimos que al ser un problema de una sola etapa el esquema a seguir no admite confusión y si la operación a realizar.

El problema es aún más sencillo que el anterior y es de una etapa (multiplicación) como podemos observar claramente. Además, los niños pueden trasladar el problema a la vida real, debido a que todos pueden imaginarse el planteamiento del mismo. Una niña ha dividido para obtener la solución. Quizá ha influido en tomar esa decisión una parte de la segunda proposición *“Cada camión…”*, ya que habitualmente esa expresión se corresponde con dividir. Otro niño ha sumado los dos datos del problema.

La colocación de la pregunta y la exposición de los datos en el enunciado responden a la estructura clásica de los problemas, en los que primero exponemos los datos y a continuación la pregunta que nos interroga siempre acerca de cómo se relacionan esos datos.

8- El año pasado en el hospital atendieron a 5.724 personas. Este año han atendido a 3.996. ¿A cuántas personas atendieron más el año pasado que este año?

-Método de análisis:

1. La cuestión es: ¿A cuántas personas atendieron más el año pasado que este año?

2. Para conocer a cuantos personas atendieron más un año que otro tenemos que saber las personas que atendieron cada año para después poder comparar.

3. Conocemos el número de personas que atendieron un año y otro porque nos lo proporciona el problema.

4. Como todo lo que es imprescindible para la resolución del problema ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha concluido.

- Método de síntesis:

1. Conocemos el número de personas que atendieron el primero año y el segundo, luego conocemos el número de personas más que atendieron un año con respecto a otro: basta con restar 5724-3996=1728 personas.

2. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

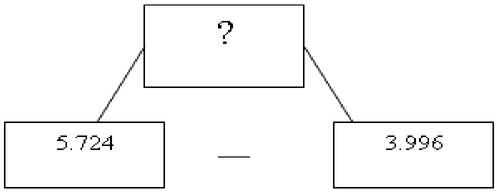

Figura 9: Problema aritmético 8

En la resolución del problemas no vemos ninguna dificultad por parte de los niños salvo por dos que lo han dejado en blanco y otro que ha sumado los datos del problema. Podemos ver que un error deriva de la utilización de la palabra más y por tanto de su conversión con problema de suma

Como se puede apreciar fácilmente este problema es de una etapa en concreto con estrategia de resolución de resta. El único error que pueden cometer los niños con este tipo de enunciados deriva del enunciado mismo, más concretamente de la pregunta puesto que más normalmente se asocia a problemas de sumar.

9- Para preparar una fiesta se han gastado 180€ en comida y 135€ en bebida. Cada uno de los 15 asistentes pagará lo mismo. ¿Cuánto pagará cada uno?

-Método de análisis:

1. La pregunta es: ¿Cuánto pagará cada uno?

2. Para determinar el dinero que pagará cada asistente necesitamos conocer el total de los gastos de la fiesta y el número de asistentes.

3. Conocemos el número de asistentes.

4. También, conocemos los gastos que han tenido dichos asistentes tanto en comida como en bebida.

5. Como todo lo que es necesario conocer en 2 ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha finalizado.

- Método de síntesis:

1. Conozco los gastos en bebida y los gastos en comida. Para saber los gastos totales basta con una simple suma: 180+135= 315€

2. También, conozco el número de asistentes. Por tanto, tenemos que dividir 315 € entre en el número de asistentes, es decir, 315:15=21 €

3. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

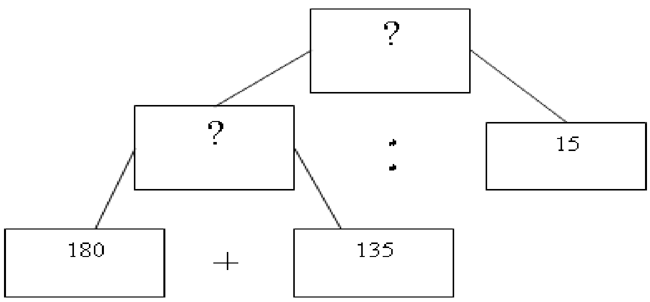

Figura 10: Problema aritmético 9

Para comenzar, tenemos que observar que el problema es de dos etapas (suma y división). Todos los alumnos le han tenido bien y la verdad que me ha sorprendido, puesto que tiene más dificultad que alguno de los anteriores. No obstante, ayuda a la resolución con éxito el léxico “cada uno…” para saber que hay que realizar una división.

Como he dicho en el párrafo anterior este problema ha sido resuelto con éxito por parte de toda la clase. El esquema que han llevado a cabo está basado en el método de análisis.

5.REFLEXIONES SOBRE LA PUESTA EN PRÁCTICA

- **Contexto de la puesta en práctica.**

La prueba se llevó a cabo en la clase de 4º de Primaria del colegio “C. R. A Campos Góticos” situado en la localidad vallisoletana de Medina de Rioseco durante mi segundo período de prácticas.

El aula estaba compuesta por un total de 20 alumnos/as, de los cuales 16 eran niñas y tan sólo 4 niños. De estos 20 alumnos dos eran niñas búlgaras hermanas (una de ellas debería de estar en un curso superior pero debido al desfase curricular que presenta, está en cuarto de Primaria), un niño marroquí (el cual debido también a su desfase curricular está un curso por debajo de su edad) y tres niños de etnia gitana dos de los cuales son repetidores de curso.

- **Resultados**

-Errores de cálculo a la hora de realizar las operaciones.

-El lenguaje es fundamental para la resolución exitosa del problema. En este sentido, hay que apreciar el valor de la lectura y el desarrollo de diversas competencias en el área de matemáticas.

-Menor rendimiento de lo habitual en los alumnos con un nivel académico más bajo, ya que necesitan ayuda o es más enriquecedor para ellos un aprendizaje cooperativo.

-Dificultades para trabajar de forma autónoma.

-Falta de motivación cuando no se trabaja sobre algo que se ha impartido hace poco y que no es evaluable para ellos.

6.CONCLUSIÓN

Este trabajo se ha centrado en el estudio de los problemas aritméticos verbales orientados en el cuarto curso de primaria. He adoptado una visión multifocal y desde el punto de vista metodológico he unido la consulta bibliográfica con el análisis de los problemas que he pasado a los niños.

He podido apreciar la importancia que tienen los PAEV en la etapa de Primaria y más concretamente en la preparación de cara a la prueba de diagnóstico. Es un factor fundamental destacar el gran peso que tienen estos problemas en el área de matemáticas y en el conjunto de la educación.

Uno de los principales errores que comete gran parte de la comunidad educativa se basa en no relacionar las distintas áreas que componen la educación de nuestra futura sociedad. La asignatura de matemáticas tradicionalmente se ha asociado a tener altas capacidades en el cálculo y ser apto en este ámbito por naturaleza. Esto es cierto pero sólo en parte, ya que el lenguaje es un aspecto fundamental en todas las áreas que comprenden Educación Primaria. Una prueba de ello, y como he podido comprobar en este trabajo, es que uno de los principales errores se basa en la falta de compresión. El método óptimo para paliar malos resultados en esta asignatura es en gran parte la lectura diaria.

Una de las posibles soluciones para aminorar el número de errores sería trabajar con el método de análisis- síntesis para que los alumnos vieran las distintas etapas que componen un problema.

Por último, tengo que mencionar el gran apoyo que he recibido por parte de mi tutora en el período de prácticas que siempre se ha interesado por mi TFG. La experiencia propiamente dicha de haber pasado una serie de problemas aritméticos a los niños y ver de primera mano los aciertos y errores de cada uno de ellos ha sido muy gratificante para mí.

Mi prueba sirvió como un entrenamiento para la evaluación diagnóstica. Los niños tienen gran temor ante este tipo de pruebas no diseñadas por el tutor o algún profesor del centro. En cambio, los problemas que les pasé sirvieron de entrenamiento para el día en que se realizó la prueba.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barnett, J.(1980). The study of syntax variables. En G.A. Goldin y C.E. McClintock (Eds.), *Task Variables in Mathematical Problem Solving*(pp. 23-68). Philadelphia, Pennsylvania: The Franklin Institute Press.

Briars, D.J. y Larkin, J.H. (1984). An integrated model os skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1, 245-296*

Carpenter, T.P., Corbitt, M.K., Kepner, H.S., Lindquist, M.M. y Reys, R.E.(1980). Solving verbal problems: Results and implications for national assessment. *Arithmetic Teacher*, 28, 8-12.

Carpenter, T.P., Hiebert, J. y Moser, J.M.(1981). Problem structure and firstgrade children´s initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 27-39.

Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. En T.P Carpenter, J.M. Moser y T.A Romberg (EDS.), *Addition and subtraction*: A cognitive perspective (pp. 9-24).Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.) , *Acquisitions of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 7-44). Orlando, Florida: Academic Press.

Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.

De Corte, E., Verschafiel, L. y De Win, L.(1985).Influence of rewording verbal problems on children´s problem representation and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77(4), 460-470.

Dellarosa Cummins, D., Kintsch, W., Reusser, K. y Weimaer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.

Ginsburg, H.P. (1983). *The development of mathematical thinking*. London: Academic Press.

Ginsburg, H.P. (1983). Introduction. En H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. London: Academic Press:

Jerman, M(1973) Probem length as a structural variable in verbal arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics,* 5, 109-123.

Kane, R.B.(1970). The readability of mathematics textbooks revisited. *The Mathematics Teacher*, 63, 579-581.

Kintsch, W. y Greeno, J.G.(1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Reviem*, 92, 109-129.

Mayer, R.E (1986). Pensamiento, resolución de problmas y cognición. Barcelona: Paidós.

Mayer, R.E (1986b). Capacidad matemática. En R. J. Sternberg(Ed.) *Las Capacidades Humanas*: Barcelona: Labor.

Nesher, P., Greeno, J. G. y Riley, M.S. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics, 13*, 373-394.

Nesher, P. y Teubal, E. (1975). Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. *Educational Studies in Mathematics* 6, 41-51.

Newell, A. y Simon, H. AA (1972): *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice- Hall.

Paul, D.J., Nibbelink, W. H. y Hoover, H.D. (1986). The effects of adjusting readability on the difficulty of mathematics story problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 163-171.

Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Ed Síntesis.

Reed, H. B.(1949). *Psicología de las materias de enseñanza primaria*. México: UTEHA.

Riley, M. S. , Greeno, J. G. y Heller, J.I (1983). Development of children´s problem-solving ability in artithmetic. En H.P. Ginsburg(ed.), *The development of mathematical thinking*. London: Academic Press.

Strech, L. B. (1941). One hundred selected research studies.En, *Arithmetic in General Education* (pp. 318-327). Sixteenth Yearbook. Yew Yorke: nctm.

Suppes, P. Loftus, E. y Jerman (1969). Problem-Solving on a computer-based teletype. *Educational Studies in Mathematics*, 2, 1-15.

Vergnaud, G. (1982) Cognitive and development psychology and research in mathematics education: Some theoretical and methodological issues. *For the Learning of Mathematics*, 3(2), 31-41.

Vergnaud, G y Durand, C.(1983) Estructuras aditivas y complejidad psicogenética. En C. Coll (Comp), *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Madrid: Siglo XXI. Versión original: (1976). Structures additives et complexité psychogénetique. *Revue Francaise de Pedagogie*, 36, 28-43.

Webb, N.L.(1980). Content and context variables in problem tasks. En Goldin y McClintock (Eds.), *Task Variables in Mathematical Problem Solving.* Philadelphia, Pennsylvania: The Franklin Institute Press.

7.1 Legislación educativa

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, fecha de recuperación 23/5/2013

7.2 Recursos electrónicos utilizados

Artículos

http://revistasuma.es/IMG/pdf/8/005-010.pdf

http://www.sinewton.org/numeros/numeros/29/Articulo02.pdf

8.ANEXOS