



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

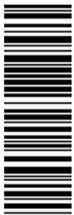
**ESTUDIO DE LA APLICACIÓN DE
DISTINTAS METODOLOGÍAS EN LA
PROGRAMACIÓN DE UNA
ASIGNATURA DE BACHILLERATO**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación
Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y
Enseñanza de Idiomas. Especialidad de Matemáticas.**

Alumno: Rubén Galván Galván

**Tutor: Óscar Arratia García y Cesáreo Jesús
González Fernández**

Valladolid, a 19 de junio de 2020





El presente documento ha sido firmado en virtud de la Ley 59/2003 de 19 de Diciembre. El C.V.D. asignado es: 0005-A86D-0F51-514F*00A9-5A5A. Para cotejar el presente con su original electrónico acceda a la Oficina Virtual de la Universidad de Valladolid, y a través del servicio de Verificación de Firma introduzca el presente C.V.D. El documento resultante en su interfaz WEB deberá ser exactamente igual al presente. El/los firmante/s de este documento es/son: RUBEN GALVAN GALVAN a fecha: 2020-06-19 vie 12:21:13 CEST



Índice general

1. Programación didáctica	8
1.1. Justificación del TFM	8
1.2. Introducción	10
1.3. Contribución a las competencias clave	11
1.4. Objetivos	18
1.4.1. Objetivos del curso 1º de bachillerato modalidad ciencias y tecnología	18
1.5. Contenidos	22
1.5.1. Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	23
1.5.2. Bloque 2. Números y álgebra	25
1.5.3. Bloque 3. Análisis	27
1.5.4. Bloque 4. Geometría	28
1.5.5. Bloque 5. Estadística y Probabilidad.	30
1.6. Metodologías	30
1.7. Recursos	35
1.8. División en tiempos y espacios	36
1.9. Evaluación	40
1.9.1. Procedimiento para la recuperación de evaluaciones	44
1.9.2. Procedimiento para conseguir la mención de matrícula de honor	46
1.10. Atención a la diversidad	47



1.10.1. Atención a los alumnos con necesidades educativas de carácter no especificado	48
1.10.2. Atención al alumnado extranjero	48
1.10.3. Atención al alumnado superdotado intelectualmente	49
1.10.4. Atención al alumnado con dificultades en el aprendizaje debido a alguna discapacidad	50
1.11. Medidas para estimular la lectura	50
1.12. Conclusiones y evaluación de cada unidad didáctica	51
2. Desarrollo de las unidades didácticas	53
2.1. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje del bloque números y álgebra	53
2.2. Recursos a utilizar en el bloque de números y álgebra	62
2.3. Trabajos de investigación en el bloque de números y álgebra	62
2.4. Unidad 1. Números reales	63
2.4.1. Contribución a las competencias clave	64
2.4.2. Objetivos didácticos	66
2.4.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	66
2.4.4. Metodología	67
2.4.5. División en tiempos y espacios	70
2.4.6. Actividades de enseñanza-aprendizaje	72
2.4.7. Lenguaje matemático	73
2.4.8. Números reales. La recta real.	74
2.4.9. Radicales. Propiedades	75
2.4.10. Logaritmos. Propiedades.	77
2.4.11. Expresión decimal de los números reales. Números aproximados	78
2.4.12. Fórmula del binomio de Newton	79
2.4.13. Evaluación	81



2.4.14. Atención a la diversidad	81
2.4.15. Planes complementarios	82
2.5. Unidad 2. Sucesiones	82
2.5.1. Contribución a la competencias clave	83
2.5.2. Objetivos didácticos	83
2.5.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	84
2.5.4. Metodología	84
2.5.5. División en tiempos y espacios	84
2.5.6. Actividades de enseñanza y aprendizaje	85
2.5.7. Algunas sucesiones especialmente interesantes	86
2.5.8. Límite de una sucesión	87
2.5.9. Algunos límites importantes	88
2.5.10. Evaluación	89
2.5.11. Planes complementarios	89
2.5.12. Atención a la diversidad	89
2.6. Unidad 3. Álgebra	89
2.6.1. Contribución a las competencias clave	91
2.6.2. Objetivos didácticos	91
2.6.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	92
2.6.4. Metodología	92
2.6.5. División en tiempos y espacios	92
2.6.6. Actividades de enseñanza y aprendizaje	94
2.6.7. Polinomios. Factoización.	95
2.6.8. Fracciones algebraicas	95
2.6.9. Resolución de ecuaciones.	95
2.6.10. Resolución de sistemas de ecuaciones	96
2.6.11. Método de Gauss para sistemas lineales	97



2.6.12. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita	97
2.6.13. Inecuaciones lineales con dos incógnitas	98
2.6.14. Evaluación	98
2.6.15. Planes complementarios	99
2.6.16. Atención a la diversidad	99
2.7. Unidad 4. Números complejos.	99
2.7.1. Contribución a las competencias clave	100
2.7.2. Objetivos didácticos	100
2.7.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	101
2.7.4. Metodología	101
2.7.5. División en tiempos y espacios	101
2.7.6. Actividades de enseñanza-aprendizaje	103
2.7.7. Evaluación	108
2.7.8. Planes complementarios	108
2.7.9. Atención a la diversidad	108
3. Conclusiones de la memoria	109
A. Objetos que debe contener una programación didáctica según el B.O.CyL	112
B. Objetos que debe de contener las unidades didácticas	114
C. Objetivos globales de Bachillerato	117
C.0.1. Objetivos globales de Bachillerato	117
D. Objetivos de primer curso de bachillerato de la modalidad ciencias y tecnología	120



E. Contenidos del bloque de números y álgebra según el B.O.CyL123	
E.1. Unidad 1. Números reales	131
E.2. Unidad 2. Sucesiones.	134
E.3. Unidad 3. Álgebra	137
E.4. Unidad 4. Números complejos	140
F. Habilidades docentes de un profesor de matemáticas	144
G. Otros ejercicios complementarios	151
G.1. Unidad 1	151
G.2. Unidad 2	155
G.3. Unidad 3	159
G.4. Unidad 4.	165



Capítulo 1

Programación didáctica

1.1. Justificación del TFM

La presente memoria pretende recoger todos los conocimientos adquiridos por el alumno en el máster de educación secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas desarrollando los diferentes tipos de metodología que se pueden llevar a cabo en una programación didáctica para después poner en la práctica en una clase ordinaria.

La presente memoria se ha apoyado en las siguientes asignaturas pertenecientes al máster de secundaria:

- a) *Aprendizaje y desarrollo de la personalidad*: para entender la psicología de los discentes en cada uno de los niveles en los que trabajaremos y ayudar a un planteamiento de la atención a la diversidad, para proponer medidas de apoyo a todos aquellos alumnos que presenten dificultades de aprendizaje. También, el conocimiento de las habilidades docentes le permitirá al profesor desarrollar en sus clases actividades para fomentar la motivación de sus discentes en el aula.
- b) *Complementos de matemáticas*: es cierto que a un docente no le basta con tener conocimientos en la asignatura que va a impartir, sino que



también tiene que saber comunicar dichos conceptos, utilizar distintas estrategias didácticas para saber comunicar dichos conceptos. No obstante, para poder comunicar dichos conceptos de una u otra forma didáctica, primero se ha de tener un dominio adecuado de la materia.

- d) *Didáctica de la matemática*: los instrumentos didácticos que se pueden utilizar para fomentar la motivación en el aula, ayudar a su aprendizaje, etc.
- e) *Diseño curricular en Matemáticas*: para llevar a cabo la planificación y la evaluación del proceso de enseñanza, persiguiendo la relación y adquisición de competencias.
- f) *Ideas y conceptos matemáticos a través de la historia*: esta asignatura servirá de apoyo para explicar a los alumnos los principales autores matemáticos que han influido a lo largo de la historia de las matemáticas, así como sus aportaciones.
- g) *Iniciación a la investigación educativa en matemáticas*: para estudiar de forma autocrítica las buenas y las malas prácticas docentes.
- h) *Innovación docente en matemáticas*: para estudiar los diferentes instrumentos que podemos incorporar en las aulas para llevar a cabo una unidad didáctica de manera innovadora, como por ejemplo, regletas de cuisenaire, geoplanos y programas informáticos, que en nuestro caso será el GeoGebra.
- i) *Prácticas externas en matemáticas*: asignatura perteneciente al módulo prácticum y trabajo fin de máster, para experimentar la realidad en las aulas.
- j) *Procesos y contextos educativos*: para entender la legislación vigente, así como la organización, la jerarquización y el funcionamiento de un



centro de enseñanza secundaria, el desarrollo de competencias, el funcionamiento de las tutorías, el desarrollo de un plan de acción tutorial, etc.

- k) *Sociedad, familia y educación*: ya que una de las partes que compone la memoria consiste en explicar el nivel socio-cultural del alumnado, esta asignatura permite entender dicho nivel y poner en marcha una programación adecuada.

1.2. Introducción

Según la real academia española, el término programación hace referencia a la acción y efecto de programar y una de las acepciones del término programar, según la real academia española hace referencia a idear y ordenar las acciones necesarias para realizar un proyecto.

El término programación didáctica, proveniente del campo de la educación hace referencia a la acción y efecto de programar la didáctica, es decir, a idear y a ordenar las acciones necesarias para realizar el bello proceso de la enseñanza-aprendizaje. Es, por ello, que la programación didáctica es la forma de elaborar de una forma organizada, jerarquizada y significativa el proceso de enseñanza-aprendizaje.

No obstante, esta memoria se apoyará en los objetos de la asignatura *diseño curricular en matemáticas*, dividiéndose en los siguientes conceptos que desarrollaremos en cada unidad didáctica:

- **Introducción contextual.**
- **Competencias clave.**
- **Objetivos didácticos.**
- **Contenidos.**



- Metodología.
- Recursos.
- Distribución temporal de contenidos.
- Actividades de enseñanza-aprendizaje.
- Planes complementarios.
- Evaluación.
- Atención a la diversidad.
- Conclusiones y evaluación de cada unidad didáctica.

La programación didáctica de la asignatura de *matemáticas I* que se va a desarrollar en esta memoria es la referente a un curso de *1º de bachillerato de la modalidad de ciencias y tecnología* y las unidades didácticas que se desarrollarán serán las pertenecientes al bloque de números y álgebra, viéndose las unidades didácticas de *números reales, números complejos, sucesiones numéricas y logaritmos en base arbitraria, decimales y neperianos*.

1.3. Contribución a las competencias clave

De acuerdo con la *Orden ECD/65/2015*, de 21 de enero, teniendo como objeto la descripción de las relaciones entre las competencias y los contenidos y criterios de evaluación de educación primaria, educación secundaria y el bachillerato, las competencias clave que se tienen que desarrollar en el bachillerato son las siguientes:

- **Comunicación lingüística:** competencia necesaria para saberse comunicar tanto de forma oral como escrita, y de aprendizaje y regulación de conductas y emociones, teniendo como meta el comprender y saberse comunicar tanto en la lengua materna como en lenguas extranjeras.



La finalidad de esta competencia es tener consecuencias en el aprendizaje, la conformación de conocimientos y el desarrollo del pensamiento. Para proceder a su desarrollo, tanto en la pizarra de forma escrita como de forma oral se llevará a cabo la incorporación de expresiones matemáticas teniendo también como objetivo potenciar el vocabulario lingüístico de los discentes.

Para evaluar el desarrollo de esta competencia, se tendrán en cuenta las siguientes directrices:

- Utilización específica del vocabulario matemático.
 - Comprensión de textos tanto matemáticos como literarios.
 - Redactar información tanto en el cuaderno del alumno como en el examen sin cometer ninguna falta de ortografía.
 - Expresar de forma escrita y de forma oral el lenguaje matemático.
 - Dar una correcta argumentación en las estrategias e ideas conducentes a la solución de un problema tanto de forma oral como escrita.
- **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** a través de esta competencia, el discente obtendrá la habilidad para utilizar números y sus operaciones básicas de manera espontánea, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones, para indagar más sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad y resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo laboral.

Para proceder al desarrollo de esta competencia, se incorporarán tanto en la pizarra como en los exámenes la simbología y vocabulario propios de las matemáticas.

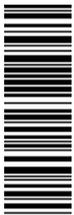
Para llevar a cabo la evaluación del desarrollo de esta competencia por parte de los alumnos, se han de tener en cuenta las siguientes



directrices:

- Conocer y saber manejar con soltura los números (naturales, enteros, racionales, irracionales, reales y complejos).
 - Conocer y saber manejar con soltura los elementos matemáticos básicos (operaciones, símbolos, porcentajes, proporcionalidad, funciones, gráficas, etc.).
 - Saber interpretar y expresar información mediante procedimientos matemáticos para adquirir ciertas destrezas en la resolución de problemas.
 - Aplicar estrategias e ideas conducentes a la resolución de problemas en diferentes situaciones de la vida diaria.
 - Expresarse y comunicarse en lenguaje matemático.
 - Saber y reconocer la importancia de la ciencia a lo largo de la historia.
 - Aplicar el conocimiento científico-tecnológico para responder preguntas y comprender lo que ocurre en nuestro entorno.
 - Saber seleccionar las técnicas más adecuadas para calcular e interpretar la información disponible.
 - Buscar y procesar información utilizando el lenguaje matemático.
- **Competencia digital:** a través de esta competencia, el alumno adquirirá las habilidades para buscar y obtener información y transformarla en conocimiento. Esta competencia es fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje, siendo las TIC un bello instrumento de aprendizaje.

Para desarrollar esta competencia, se les llevará a los discentes a un aula que posea ordenadores y se les introducirá al entorno de GeoGebra.



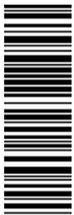
Para evaluar esta competencia se tendrán en cuenta los siguientes indicadores:

- El alumno utiliza fuentes de información variadas para conocer o ampliar el conocimiento.
 - El alumno sabe seleccionar la validez de las fuentes de información.
 - Saber emplear de manera adecuada los programas matemáticos específicos, en este caso, GeoGebra.
 - El alumno utiliza los recursos tecnológicos disponibles a diario.
- **Aprender a aprender:** esta competencia supondrá al alumno la incorporación al aprendizaje y ser capaz de llevarlo de forma continua y de manera autónoma, constando de dos dimensiones: la toma de conciencia de las propias capacidades intelectuales, del proceso y de las estrategias empleadas para desarrollarlas y, por otro lado, ser consciente de lo que puede hacerse por uno mismo y/o con la ayuda de los demás.

El desarrollo de esta competencia se focaliza principalmente en que el alumno sepa resolver tanto problemas matemáticos como problemas de la vida real de manera autónoma, invocando de esta forma, la pretensión que se tiene de que el alumno sea capaz de saber aplicar conocimientos adquiridos en cursos anteriores para llevar a cabo la resolución de un determinado problema.

Para llevar a cabo la evaluación de esta competencia, se tendrá en cuenta las siguientes directrices:

- Conocer las capacidades y los límites de cada alumno (intelectuales, físicas, emocionales, de aprendizaje, etc.) con su potencial y carencia



- Llevar a cabo una elaboración de estrategias de aprendizaje con sus pasos necesarios.
 - Tener capacidad de plantearse preguntas, identificando las distintas respuestas posibles.
 - Tener capacidad de asumir los errores y aprender de ellos.
 - Conseguir un rendimiento máximo de sus capacidades de aprendizaje mediante la ayuda de estrategias y técnicas de estudio.
 - Saber aplicar los conocimientos adquiridos en diferentes contextos.
 - Evaluar los objetivos cumplidos durante el curso.
- **Competencias sociales y cívicas:** competencia necesaria para entender el mundo en el que vivimos; con esta competencia al alumno le permitirá vivir en sociedad y ejercer la ciudadanía democrática. Las finalidades de esta competencia serán poder convivir y hacerlo de forma comprometida con los valores universalmente aceptados, los derechos humanos y los valores constitucionales.

Para el desarrollo de esta competencia se trabajará en matemáticas mediante un pensamiento racional, reflexivo y crítico sobre los acontecimientos que sucedan en el entorno, realizándose mediante el análisis funcional y de la estadística, puesto que aportan criterios científicos para predecir y tomar decisiones.

Para evaluar el desarrollo de esta competencia se seguirán los siguientes indicadores:

- Comportamiento adecuado del alumno en el aula, manteniendo respeto al profesor y al resto de alumnos.
- El alumno sabe resolver conflictos.
- El alumno entiende la postura de los demás, sobre todo cuando

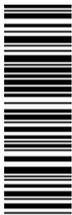


sea diferente a la suya, respetando siempre la opinión de los demás alumnos.

- El alumno muestra interés en la participación en la asignatura.
 - El alumno reflexiona de forma lógica sobre los problemas expuestos.
 - El alumno toma decisiones y sabe responsabilizarse de ellas.
- **Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:** se refiere a la posibilidad de poder optar con criterio propio y llevar adelante cuantas iniciativas sean necesarias para desarrollar la opción elegida y hacerse responsable de ella en el ámbito personal, social y laboral. Esta competencia tendrá como finalidades el desarrollo de las aptitudes necesarias para afrontar numerosos aspectos de la vida personal, de procesos de aprendizaje, preparación del alumnado respecto de su futura vida profesional y para afrontar cambios personales, sociales y económicos. Para el desarrollo de esta competencia, se trabajará mediante la utilización de estrategias para la resolución de problemas. En estas estrategias intervendrá: la planificación, primero entendiendo el enunciado y después elaborando la estrategia de su resolución; la gestión de tiempo y los recursos disponibles; la valoración de los resultados obtenidos con su argumentación para defenderlos.

Para llevar a cabo la evaluación de esta competencia se atenderá a las siguientes directrices:

- Fomentar el entendimiento de la postura de los demás.
- Trabajar la motivación y autoestima.
- Ser organizado con la realización de la tarea.
- Elaborar estrategias para resolver los problemas.
- Asumir las responsabilidades, tanto de manera individual como en grupo.

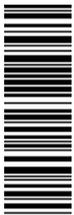


- Conocer el uso de los recursos de forma óptima y aplicar dichos conocimientos para tal fin.
 - Ser capaz de pedir ayuda cuando sea necesario.
 - Ser constante en el trabajo.
 - No anteponer el trabajo individual cuando se trabaje en grupo.
- **Conciencia y expresiones culturales:** competencia que tendrá su significado en saber apreciar, comprender y valorar de una manera crítica diferentes manifestaciones culturales y artísticas como fuente de disfrute y enriquecimiento personal y considerarlas como parte del patrimonio cultural de los pueblos y ciudades. El trabajo artístico potenciará el desarrollo estético, la creatividad y la imaginación, poniendo en juego el pensamiento divergente y el convergente. Esta competencia facilitará tanto expresarse y comunicarse como percibir, comprender y enriquecerse con diferentes realidades y producciones del mundo del arte y de la cultura.

Para abordar esta competencia, al inicio de cada unidad didáctica se procederá a realizar una presentación histórica de los contenidos que se verán en ellas, explicándoles quiénes han sido los principales investigadores y como han llegado a esas conclusiones.

Para llevar a cabo la evaluación del desarrollo de esta competencia, se tendrán en cuenta las siguientes directrices:

- Aprender y enriquecerse del patrimonio cultural.
- Tener conocimiento del patrimonio cultural y artístico del mundo que nos rodea.
- Comprender el valor cultural de las matemáticas.
- Valorar el diálogo y el derecho a la diversidad cultural.
- Elaborar trabajos y presentaciones con cierto sentido estético.



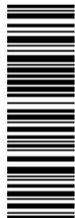
1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivos del curso 1º de bachillerato modalidad ciencias y tecnología

En aplicación a la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la comunidad de Castilla y León, todos los alumnos tendrán que adquirir ciertas capacidades, divididas en cinco grandes bloques. Estos bloques son:

- **Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas**
 - Expresa verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
 - Utiliza procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
 - Realiza demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
 - Elabora un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas surgidas en la resolución de un problema o en una demostración, con el rigor y la precisión adecuados.
 - Planifica adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.
 - Practica estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de:
 1. La resolución de un problema y la profundización posterior.
 2. La generalización de propiedades y leyes matemáticas.





3. La profundización en algún momento de la historia de las matemáticas.

concretando todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.

- Elabora un informe científico escrito que recoja el proceso de investigación realizado, con el rigor y la precisión adecuados.
- Desarrolla procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad.
- Valora la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.
- Desarrolla y cultiva las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
- Supera bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.
- Reflexiona sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
- Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras



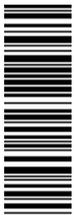
fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

■ Bloque 2. Números y álgebra

- Utiliza los números reales, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información, estimando, valorando y representando los resultados en contextos de resolución de problemas.
- Conoce los números complejos como extensión de los números reales, utilizándolos para obtener soluciones de algunas ecuaciones algebraicas.
- Valora las aplicaciones del número e y de los logaritmos utilizando sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.
- Analiza, representar y resolver problemas planteados en contextos reales, utilizando recursos algebraicos (ecuaciones, inecuaciones y sistemas) e interpretando críticamente los resultados.

■ Bloque 3. Análisis

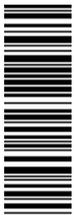
- Identifica funciones elementales, dadas a través de enunciados, tablas o expresiones algebraicas, que describan una situación real, y analizar, cualitativa y cuantitativamente, sus propiedades, para representarlas gráficamente y extraer información práctica que ayude a interpretar el fenómeno del que se derivan.
- Utiliza los conceptos de límite y continuidad de una función aplicándolos en el cálculo de límites y el estudio de la continuidad de una función en un punto o en un intervalo.



- Aplica el concepto de derivada de una función en un punto, su interpretación geométrica y el cálculo de derivadas al estudio de fenómenos naturales, sociales o tecnológicos y a la resolución de problemas geométricos.
- Estudia y representa gráficamente funciones obteniendo información a partir de sus propiedades y extrayendo información sobre su comportamiento local o global.

■ Bloque 4. Geometría

- Reconoce y trabaja con los ángulos en radianes manejando con soltura las razones trigonométricas de un ángulo, de su doble y mitad, así como las transformaciones trigonométricas usuales.
- Utiliza los teoremas del seno, coseno y tangente y las fórmulas trigonométricas usuales para resolver ecuaciones trigonométricas así como aplicarlas en la resolución de triángulos directamente o como consecuencia de la resolución de problemas geométricos del mundo natural, geométrico o tecnológico.
- Maneja la operación del producto escalar y sus consecuencias. Entender los conceptos de base ortogonal y ortonormal. Distinguir y manejarse con precisión en el plano euclídeo y en el plano métrico, utilizando en ambos casos sus herramientas y propiedades.
- Interpreta analíticamente distintas situaciones de la geometría plana elemental, obteniendo las ecuaciones de rectas y utilizarlas, para resolver problemas de incidencia y cálculo de ángulos y distancias.
- Maneja el concepto de lugar geométrico en el plano. Identifica las formas correspondientes a algunos lugares geométricos usuales, estudiando las ecuaciones reducidas de las cónicas y analizando sus propiedades métricas.



■ Bloque 5. Estadística y Probabilidad

- Describe y compara conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos de la vida cotidiana (científico, tecnológico, industrial, de salud, social, etc.) y obtener los parámetros estadísticos más usuales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando, la dependencia entre las variables.
- Interpreta la posible relación entre dos variables numéricas y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y, en su caso, la conveniencia de realizar predicciones, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos científicos.
- Utiliza el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.

1.5. Contenidos

En aplicación a la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la comunidad de Castilla y León, todos los alumnos tendrán que adquirir ciertos contenidos, divididas en cinco grandes bloques. Estos bloques son:

1. Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.



2. Bloque 2. Números y álgebra.
3. Bloque 3. Análisis.
4. Bloque 4. Geometría.
5. Bloque 5. Estadística y probabilidad.

Dentro de cada bloque, se procederá a explicar los contenidos que se tratarán en cada uno de ellos. No obstante, en el capítulo posterior realizaremos una explicación más profunda de cómo se llevarán a cabo dichos contenidos.

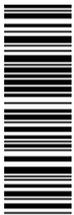
1.5.1. Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

Este bloque está destinado a la actitud que todo alumno ha de tener en la asignatura para que su calificación final sea positiva. Entre otros contenidos de este bloque, caben destacar:

1. La planificación del proceso de resolución de problemas así como de estrategias y procedimientos puestos en práctica. El objetivo será que el alumno relacione un problema con otros conocidos.
2. Estudio de las soluciones del obtenidas. El alumno tiene que tener conciencia de que el resultado al que está llegando en la resolución de un problema tenga sentido con el contexto del mismo.
3. Enseñanza de la demostración matemática a los alumnos. El alumno aprenderá métodos de demostración, razonamientos, lenguaje matemático, así como diferentes tipos de demostración que son propios de la asignatura de matemáticas que son el método de reducción al absurdo, método de inducción matemática, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc, involucrándose el razonamiento deductivo e inductivo con gráficas, con lenguaje algebraico, etc.



4. En este bloque se tendrá como contenido la elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o demostración de un resultado matemático.
5. Enlazando con la metodología de realización de trabajos, en este bloque se tendrá la realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas, con sus posteriores informes proponiendo resultados y conclusiones del proceso de investigación desarrollado así como el proceso seguido en toda la investigación.
6. Matematización y modelización, en contextos de la realidad y contextos matemáticos, es decir, transformar el lenguaje cotidiano en lenguaje matemático y viceversa.
7. Estar seguros de sí mismos. Uno de los contenidos clave que el alumno tiene que cumplir para que no se quede bloqueado ante el intento de resolución de un determinado problema.
8. Uso de las TIC para:
 - La recogida ordenada y la organización de datos.
 - La elaboración e interpretación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
 - Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
 - El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.
 - La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos.



- Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

1.5.2. Bloque 2. Números y álgebra

Dentro de este bloque veremos los siguientes contenidos:

- Unidad 1. Números reales.
- Unidad 2. Sucesiones de números reales.
- Unidad 3. Álgebra.
- Unidad 4. Números complejos.

Unidad 1. Números reales

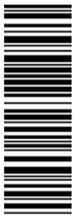
Dentro de esta unidad veremos los siguientes conceptos:

1. Necesidad del estudio de los números reales para la comprensión de la realidad.
2. Valor absoluto.
3. Desigualdades.
4. Distancias en la recta real.
5. Intervalos y entornos.
6. Aproximación y errores.
7. Notación científica.

Unidad 2. Sucesiones numéricas

En esta unidad veremos los siguientes conceptos matemáticos:

1. Término general de una sucesión, monotonía y acotación.



2. Idea intuitiva de límite finito e infinito.
3. El número e .

Unidad 3. Álgebra

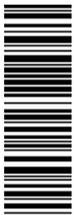
En esta unidad veremos las siguientes concepciones matemáticas:

1. Logaritmos de base arbitraria, decimales y neperianos.
2. Propiedades de los logaritmos y cambios de base.
3. Ecuaciones logarítmicas y exponenciales.
4. Planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana mediante ecuaciones, inecuaciones y sistemas. Interpretación gráfica.
5. Resolución de ecuaciones no algebraicas.
6. Método de Gauss para la resolución e interpretación de sistemas de ecuaciones lineales.

Unidad 4. Números complejos

En este tema veremos los siguientes objetos matemáticos:

1. Forma binómica, trigonométrica y polar de un número complejo.
2. Representaciones gráficas.
3. Operaciones elementales entre números complejos.
4. Conjugación. Potencias y raíces.
5. Interpretación geométrica de las operaciones. Fórmula de Moivre.
6. Fórmula del binomio de Newton.



1.5.3. Bloque 3. Análisis

En este bloque veremos las siguientes unidades:

- Unidad 5. Funciones elementales.
- Unidad 6. Funciones trigonométricas.
- Unidad 7. Límites de funciones. Continuidad y ramas infinitas.
- Unidad 8. Derivadas.

Unidad 5. Funciones elementales

En esta unidad se verán los siguientes objetos matemáticos:

1. Funciones de variable real.
2. Funciones básicas: polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto y funciones con radicales.
3. Funciones exponenciales y logarítmicas. Funciones definidas a trozos y funciones periódicas.
4. Operaciones y composición de funciones. Función inversa.
5. Funciones de oferta y demanda.

Unidad 6. Funciones trigonométricas

Veremos los siguientes puntos en esta unidad didáctica:

1. Funciones trigonométricas.
2. Funciones inversas de las trigonométricas



Unidad 7. Límites de funciones. Continuidad y ramas infinitas

Se verán los siguientes conceptos matemáticos en esta unidad:

1. Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito.
2. Cálculo de límites. Límites laterales. Indeterminaciones.
3. Comportamiento asintótico de una función: asíntotas y ramas infinitas.
4. Continuidad de una función.
5. Estudio de discontinuidades.

Unidad 8. Derivadas

1. Derivada de una función en un punto. Derivadas laterales.
2. Interpretación geométrica de la derivada de la función en un punto.
Recta tangente y normal.
3. Función derivada. Cálculo de derivadas. Regla de la cadena.
4. Representación gráfica de funciones: dominio, recorrido, simetrías, monotonía, extremos relativos y absolutos, curvatura, puntos de inflexión, asíntotas y periodicidad.

1.5.4. Bloque 4. Geometría

Este bloque consistirá en los siguientes cuatro temas:

- Unidad 9. Resolución de triángulos.
- Unidad 10. Vectores.
- Unidad 11. Geometría analítica.
- Unidad 12. Lugares geométricos. Cónicas.



Unidad 9. Resolución de triángulos

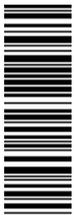
1. Medida de un ángulo en radianes.
2. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera. Razones trigonométricas de los ángulos suma, diferencia de otros dos, doble y mitad.
3. Fórmulas de transformaciones trigonométricas.
4. Razones trigonométricas de ángulos complementarios, suplementarios y opuestos, y reducción al primer giro y primer cuadrante.
5. Resolución de ecuaciones trigonométricas.
6. Teoremas del seno y del coseno.
7. Resolución de triángulos.
8. Resolución de problemas geométricos variados.

Unidad 10. Vectores.

1. Vectores libres en el plano. Operaciones con vectores.
2. Producto escalar. Módulo de un vector. Ángulo de dos vectores.
3. Bases ortogonales y ortonormales.

Unidad 11. Geometría analítica.

1. Geometría métrica plana. Ecuaciones de la recta.
2. Posiciones relativas de rectas. Paralelismo y perpendicularidad.
3. Distancias y ángulos. Resolución de problemas.



Unidad 12. Lugares geométricos. Cónicas.

1. Lugares geométricos del plano.
2. Cónicas. Circunferencia, elipse, hipérbola y parábola. Ecuación y elementos.

1.5.5. Bloque 5. Estadística y Probabilidad.

Este bloque consistirá únicamente de un tema

1. Unidad 13. Distribuciones bidimensionales

Unidad 13. Distribuciones bidimensionales

1. Tablas de contingencia.
2. Distribución conjunta y distribuciones marginales.
3. Medias y desviaciones típicas marginales.
4. Distribuciones condicionadas.
5. Independencia de variables estadísticas.
6. Estudio de la dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: nube de puntos.
7. Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.
8. Regresión lineal. Recta de regresión. Estimación. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas.

1.6. Metodologías

Una de las metodologías que más se van a utilizar será la *clase magistral participativa*.



También se fomentará el aprendizaje cooperativo, puesto que en esta metodología se desarrollan ciertas características como son:

Con ello, las directrices que se seguirán a la hora de desarrollar el aprendizaje cooperativo serán las siguientes:

- Realización de grupos homogéneos o de capacidades semejantes: con ello, los alumnos podrán consolidar mejor las ideas y poder llevarse a cabo de una forma más eficaz la atención a la diversidad.
- Realización de grupos heterogéneos o de capacidades distintas: con ello, como se dijo anteriormente se permitirá la consolidación de conceptos y el refuerzo de la comprensión a aquellos alumnos con capacidades altas de comprensión y los alumnos de baja capacidad de comprensión se beneficiarán de las explicaciones brindadas por los alumnos de alta capacidad de comprensión.

Otra metodología que se llevará a cabo es la de *indagación en conocimientos previos*, llevándose a cabo de tres formas posibles:

- Mediante una prueba inicial que cubrirá todo el curso anterior y parte del curso que se lleve a cabo, prueba que será orientativa y nunca vinculante.
- Mediante una prueba inicial al inicio de cada unidad didáctica, que cubrirá, de manera paralela a la unidad didáctica correspondiente al curso académico anterior y parte del curso que se lleve a cabo.
- Mediante la llamada a la pizarra de dos o tres alumnos, al inicio de cada unidad didáctica que cubrirá, de manera paralela a la unidad didáctica correspondiente al curso académico anterior y parte del curso que se lleve a cabo, para que expongan de manera fiel los contenidos o actividades que el profesor les pueda preguntar. De nuevo, esta prueba oral será de carácter orientativo y nunca vinculativo a la asignatura,



no siendo así en la próxima metodología que se llevará a cabo en esta memoria.

Otra metodología que se abarcará en el curso será la de *exposición magistral*, puesto que aunque los alumnos tengan que desarrollar la competencia de aprender a aprender, el profesor ha de dar las pautas necesarias y los conceptos necesarios para que el alumno sepa abordar los problemas que se les pongan sobre la mesa, sean bien en clase o sean en la vida cotidiana.

La siguiente metodología que es necesaria incluir en esta memoria es la de *consolidación de conocimientos* en la cual se hará cumpliendo los siguientes indicadores:

- Mediante la propuesta de ejercicios por parte del profesor. Estos ejercicios se realizarán al comienzo de la siguiente sesión mediante la llamada a la pizarra de varios alumnos¹.
- Mediante la llamada a la pizarra de dos o tres² alumnos al azar para que expongan los ejercicios marcados por el profesor en la sesión anterior. En este punto, la diferencia entre esta metodología y la de indagación de conocimientos previos es que ahora es de carácter vinculativo³, pudiendo ser también de carácter orientativo tanto para el profesor como para el alumno, ya que esta metodología cumplirá una doble función: por una parte el profesor podrá analizar las técnicas de enseñanza que está llevando a cabo en sus clases y el alumno podrá tomar conciencia de su seguimiento en la asignatura. Esta metodología no se seguirá todos los días, sólo aquellos en los que el profesor vea que el tema está concluyendo. En cualquier caso, la exposición por parte del alumno será comunicada por el profesor al comienzo de la semana.

¹Véanse secciones división en tiempos y espacios y evaluación.

²Según el tiempo de desarrollo de cada unidad didáctica (véase la sección división en tiempos y espacios).

³Véase sección evaluación.



- Mediante la propuesta de ejercicios en los exámenes de temas ya vistos en clase además de ejercicios relacionados con los temas que se estén impartiendo en ese momento.
- En este punto, el profesor informará en clase, con dos días de antelación, acerca de los temas que son susceptibles de ponerse en el examen con el objetivo de que los alumnos lleven al día e interioricen dichos conceptos con vistas a la realización de las pruebas escritas.

Observación: de no haber éxito en la resolución de los ejercicios propuestos por el profesor en la sesión anterior por parte de algún alumno, será el profesor quien resuelva uno de los ejercicios, el que crea conveniente, aunque tenderá a centrarse en aquellos ejercicios con un mayor nivel de dificultad.

Se llevará a cabo esta metodología para explicar a los alumnos que existen otras modalidades de examinarles y para que superen la incertidumbre y los posibles bloqueos que puedan tener en la asignatura, intentando cubrir todos los objetivos y contenidos del primer bloque de la asignatura marcados por el B.O.CyL.

La siguiente metodología, necesaria en todas las clases de matemáticas es la de *resolución de ejercicios y problemas en clase*, no sólo para que el alumno interiorice los algoritmos (si ha lugar) o el razonamiento que conduce a la resolución de los mismos, sino para que sea el propio alumno el que comunique al resto de la clase cómo ha llegado a la resolución del mismo. A partir de este punto, otros alumnos, mediante un debate, pueden exponer diferentes caminos de demostraciones, aceptando o rebatiendo, siempre desde el respeto, los argumentos proporcionados por los demás alumnos. El profesor dará también su camino de demostración y también aceptará o rebatirá, siempre desde el respeto, los argumentos proporcionados por sus discentes.

Una de las metodologías que también se van a aplicar y que se explicará en esta memoria, para fomentar la competencia de conciencia y expresio-



nes culturales es la *realización de trabajos de investigación*, teniéndose las siguientes características:

1. El tema de los trabajos es de carácter abierto, pudiendo ofrecerles a los alumnos que sigan dos temáticas:
 - a) Investigar sobre la biografía de los autores matemáticos que más han influido en la historia de las matemáticas
 - b) Indagar sobre las principales aportaciones de los autores matemáticos.

Los itinerarios que propone el profesor no son de carácter cerrado, puesto que el alumno puede proponer otros temas en los que investigar, desarrollándose así la competencia del sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.

2. Los trabajos de investigación se realizarán en grupos, aprovechando la metodología del aprendizaje cooperativo.
3. Los trabajos de investigación serán de carácter voluntario, pero aportarán valor a la nota final de la asignatura⁴.
4. Los trabajos de investigación constarán de una memoria y de la defensa del mismo ante un tribunal formado por cuatro personas, el profesor y tres alumnos por parte de aquellos alumnos que quieran subir nota en la asignatura de matemáticas.
5. No sólo la defensa del trabajo y de la memoria del mismo computarán para la nota final, sino también la actuación de los tres alumnos que actúen como tribunal a la hora de evaluar los trabajos a sus compañeros⁵.

⁴Véase sección evaluación.

⁵Para entender cómo pondera esta parte, ver la sección evaluación.



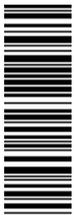
6. Los trabajos de investigación se presentarán el segundo día, nada más volver de vacaciones, cuando ya se hayan llevado a cabo todos los exámenes correspondientes de esa evaluación salvo el último trabajo, que se presentará una semana antes del fin de curso⁶.

1.7. Recursos

Los recursos que se utilizarán a lo largo de todo el curso académico, para favorecer el aprendizaje de todos los alumnos, serán los siguientes:

1. Ordenador con proyector, no solo para que el profesor se pueda apoyar en la teoría que esté explicando, sino también para aquel alumno o aquellos alumnos que no hayan traído el libro de texto en un día determinado.
2. Pizarra digital interactiva y encerado clásico: en el encerado clásico se harán apuntes de los aspectos fundamentales que el profesor considere oportunos, mientras que en la pizarra digital se hará uso del software GeoGebra.
3. Libro de texto proporcionado por el departamento de matemáticas.
4. Ejercicios fotocopiables con soluciones para que los alumnos puedan interiorizar los contenidos proporcionados en la exposición magistral.
5. Apuntes realizados por el profesor para aquellos conceptos que considere que no sean del todo claros o que sean ambiguos.
6. La calculadora: se podrá hacer uso de la calculadora en todas las exposiciones magistrales y en la resolución de problemas. El uso de la calculadora en el examen será comunicado por el profesor con la suficiente antelación al mismo.

⁶Ver sección división en tiempos y espacios.



7. Instrumentos de evaluación: exámenes, cuaderno ad-hoc para que el profesor pueda llevar a cabo el seguimiento de cada uno de los alumnos que conformen el grupo al cual esté impartiendo la asignatura y cuaderno del alumno.
8. Material del alumno: además del cuaderno, es recomendable para primero de bachillerato que el alumno disponga de regla milimetrada, escuadra y cartabón, así como el compás.

1.8. División en tiempos y espacios

En aplicación al calendario escolar del año académico 2019-2020, se observa que para los estudiantes del nivel de Bachillerato es análogo al de la Educación Secundaria Obligatoria, con la salvedad de segundo de Bachillerato. Siendo Matemáticas una asignatura troncal y debido a lo publicado en la orden *EDU/363/2015* de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la comunidad de Castilla y León, tendremos un total de 4 horas semanales para la asignatura de Matemáticas y habiendo un total de 36 semanas escolares, harán un total de 151 sesiones, excluyendo los días festivos. Dividiendo el número total de sesiones que tiene el presente curso académico entre cada uno de los bloques, obtendremos la siguiente tabla:



BLOQUE	EVALUACIÓN	UNIDADES DIDÁCTICAS	SESIONES
NÚMEROS Y ALGEBRA	PRIMERA	1. Números reales.	12
		2. Sucesiones.	12
		3. Álgebra.	13
		4. Números complejos.	15
ANÁLISIS	SEGUNDA	5. Funciones elementales.	10
		6. Funciones trigonométricas.	10
		7. Límites de funciones. Continuidad y ramas infinitas.	13
		8. Derivadas	14
GEOMETRÍA	TERCERA	9. Resolución de triángulos.	8
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD		10. Vectores.	9
		11. Geometría analítica.	9
		12. Lugares geométricos. Cónicas.	8
		13. Distribuciones bidimensionales.	7

Como podemos observar, la tabla recoge un número total de 140 sesiones. Las 11 sesiones restantes se reservarán atendiendo a la siguiente organización:

- **Una única sesión:** el día 23 de septiembre de 2019 para explicar a los alumnos la mecánica de la asignatura, los criterios de evaluación, de calificación y otros temas que pudieran ser de interés para los alumnos.
- **Una única sesión:** el día 23 de junio de 2020 para explicar a los alumnos qué tal fue el curso y para la entrega del informe-boletín de notas del presente curso 2019-2020
- Seis sesiones que se dedicarán a la celebración de exámenes en la convocatoria ordinaria de la asignatura de matemáticas, cuyos días asignados fueron:



- **Primer examen de matemáticas:** celebrado el día 12 de noviembre, en el cual abarcó los tres primeros temas correspondientes al bloque de números y álgebra.
- **Segundo examen de matemáticas:** celebrado el día 19 de diciembre, el cual abarcó los dos últimos temas correspondientes al bloque de números y álgebra.
- **Tercer examen de matemáticas:** celebrado el día 22 de enero, el cual abarcó los dos primeros temas correspondientes al bloque de análisis.
- **Cuarto examen de matemáticas:** celebrado el día 19 de febrero, el cual abarcó el último tema correspondiente al bloque de análisis.
- **Quinto examen de matemáticas:** celebrado el día 15 de abril, el cual abarcó los tres primeros temas correspondientes al bloque de geometría.
- **Sexto examen de matemáticas:** celebrado el día 10 de junio, el cual abarcó el último tema de geometría y el tema correspondiente a estadística y probabilidad.

Dicho de otra forma, se llevaron a cabo dos exámenes por cada evaluación cursada.

- **Tres sesiones** se dedicarán a la presentación de trabajos de carácter optativo en las cuales todos los alumnos participaron como miembros de tribunal y evaluaron al compañero que defendió su trabajo, todos los alumnos leyeron y defendieron su trabajo: la primera sesión se celebró el día 9 de enero de 2020, la segunda sesión se celebró el día 15 de abril de 2020 y la tercera sesión se celebró el día 16 de Junio de 2020.

A continuación se recoge el calendario académico 2019-2020 aprobado por la junta de Castilla y León.



SEPTIEMBRE

L	M	M	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

OCTUBRE

L	M	M	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

NOVIEMBRE

L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

DICIEMBRE

L	M	M	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

ENERO

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

FEBRERO

L	M	M	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	

MARZO

L	M	M	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

ABRIL

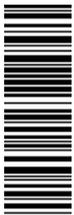
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAYO

L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNIO

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					



LEYENDA

	DÍAS FESTIVOS
	INICIO Y FIN DE CURSO
	DÍAS NO LABORABLES

1.9. Evaluación

La evaluación será una tarea necesaria y fundamental en toda labor docente y servirá para optimizar el proceso instruccional. En otras palabras, la evaluación sirve para realizar un seguimiento al alumnado en cuanto a si éste cumple con todos los objetivos propuestos en el curso.

Para ello nos vamos a apoyar en los siguientes instrumentos para la evaluación:

- **Pruebas escritas:** contarán un 70 % de la nota final. Debido a la organización de la asignatura⁷, se realizarán dos exámenes por evaluación, cuyo peso será de un 30 % y de un 40 % de la nota. Se otorgará más peso al segundo examen dado que se añadirán preguntas correspondientes a temas ya vistos en la evaluación que se esté llevando a cabo, entendiéndose así que el primer examen no es eliminatorio sino que, de hecho, puede entrar otra vez en el segundo. Cada prueba estará formada de dos partes:
 - **Parte práctica:** constará de una colección de ejercicios que el alumno ha de resolver.
 - **Parte teórica:** el alumno ha de definir conceptos ya vistos en clase y hacer una demostración de un resultado.

En la parte práctica, se propondrá un ejercicio optativo de alto nivel de dificultad en el cual el alumno podrá subir nota en el examen, nunca bajarla, valorándose sólo si la pregunta está respondida al 100 % correctamente. Pero si la nota de ese alumno es un diez y realizara la

⁷Ver apartado división en tiempos y espacios.



pregunta y la tuviera bien, la nota en ese examen sería la máxima y ese alumno partirá con la puntuación que el ejercicio optativo tuviera. En la parte teórica, sólo entrarían los conceptos de los temas que se hayan visto por última vez, no de los de los exámenes anteriores, salvo en el examen de recuperación de la asignatura⁸.

En la corrección del examen se tendrá en cuenta los siguientes indicadores:

- Uso adecuado del vocabulario y de las expresiones matemáticas.
- Orden y limpieza del examen.
- La escritura a bolígrafo del examen.
- Correcto planteamiento y correcta solución del ejercicio correspondiente.

En la parte práctica de las pruebas escritas, se pondrán ejercicios con el siguiente rango de puntuación:

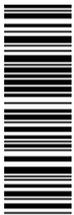
- Entre 3,5 puntos y 4 puntos: preguntas de nivel fácil.
- Entre 3,5 puntos y 4 puntos: preguntas de nivel medio.
- Entre 0,5 puntos y 0,75 punto: preguntas de nivel alto.
- A juicio del profesor: pregunta de carácter optativo.

En la parte teórica constará de dos preguntas:

- Definición de conceptos: entre 0,5 puntos y 0,75 puntos.
- Demostración de un resultado: entre 0,5 puntos y 2,5 puntos

En la celebración de un examen se han de tener en cuenta las siguientes directrices:

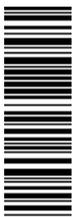
⁸ver apartado alumnos con alguna evaluación pendiente.



- Si un alumno responde de manera íntegra al examen en lapicero, constará en el cuaderno del profesor la calificación de cero puntos para el examen correspondiente. Si el alumno respondiera alguna pregunta en lapicero, el profesor podrá anular la pregunta que esté escrita de tal manera.
 - Si el profesor sorprende al alumno in flagranti delicto de copiar en una prueba, el profesor podrá solicitar al alumno que abandone el aula con la nota de cero puntos en el examen correspondiente que constará en el cuaderno del profesor.
 - El uso de la calculadora estará permitido en los exámenes siempre que el profesor lo haya autorizado con suficiente antelación a la celebración de la prueba.
 - Quedará terminantemente prohibido el uso de tipex o lacas correctoras en los exámenes⁹.
- **Evaluación continua:** Su peso será del 30 %, dividido en los siguientes aspectos:
- Al finalizar cada evaluación, se recogerá el cuaderno de cada alumno para comprobar si el alumno ha seguido fielmente la asignatura en esa evaluación. En este caso se contará:
 - Que el alumno haya apuntado todas las explicaciones que el profesor ha dado en la pizarra.
 - Que el alumno haya apuntado el enunciado de todos los ejercicios propuestos por el profesor a lo largo de la evaluación.
 - El orden que el profesor haya seguido en la asignatura.
 - La limpieza del cuaderno.

Este ítem ponderará un 10% de la nota.

⁹Para que exista la coherencia con la parte evaluable de un examen, que sería la limpieza.

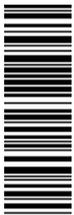


- Trabajo diario. Ponderándose un 10% de la nota, se valorará, sobre todo la exposición en la pizarra de los ejercicios propuestos en sesiones anteriores por el profesor y de algún ejercicio extra que el profesor le proponga hacer al alumno. El profesor comunicará de manera inmediata la nota que el alumno ha obtenido en este ítem.
- Actitud y participación activa en clase. Ponderándose un 10% de la nota, el profesor valorará qué alumnos participan más en clase y quiénes menos.

Para aprobar la asignatura, el alumno ha de alcanzar la nota mínima de 5 puntos y haber aprobado al menos una de las dos pruebas escritas, cumpliendo las siguientes directrices:

- Para que ambas pruebas escritas ponderen, el alumno ha de alcanzar la nota mínima de 3 puntos en cada una de ellas. Esto quiere decir que si un alumno no llega en ninguna de las dos pruebas a la nota mínima exigida, se le calificará la evaluación de manera negativa.
- Si un alumno llegara en una prueba escrita al mínimo exigido para que esta pondere en la nota final y en otra no, el alumno podrá recuperar dicha parte en un día que acuerde profesor y alumno para la realización de la misma si con todos los ítems explicados anteriormente no llegara a la nota mínima de 5 puntos. Si con todos los ítems, el alumno llegara al cinco, la recuperación de dicha parte pasa a ser de carácter obligatorio a carácter optativo, y sólo subiría nota, nunca la bajaría.
- No obstante, el alumno podrá subir la nota final en cada evaluación con la elaboración de un trabajo de carácter divulgativo y optativo¹⁰.

¹⁰Ver apartado metodología.



La nota máxima que podrá subir el alumno es de 1 punto, es decir, el 10 % de la nota de la asignatura, repartidos en los siguientes procesos:

- 7,5 % la elaboración de una memoria del trabajo y la defensa del mismo.
- 2,5 % la actuación de tribunal para evaluar a otros alumnos, siempre y cuando el alumno haya entregado y defendido su trabajo.

Si sólo hubiera un alumno que se presentara a subir nota, el tribunal estaría formado sólo por el profesor y entonces este alumno podría optar a subir el punto sin necesidad de actuar como tribunal para otros alumnos.

Si se diera el caso de que un alumno haya suspendido con la calificación de 4 puntos en la primera evaluación, pero en las dos siguientes evaluaciones la nota que alcanza es de un cinco, el profesor se reservaría el derecho de suspender la asignatura al alumno si viera que no ha alcanzado los objetivos propuestos en el curso. La decisión que tome el profesor nunca le será comunicada al alumno hasta que éste vea que conste en el informe-boletín de notas su calificación final.

Además en cada unidad didáctica se explicarán los criterios de evaluación y se relacionarán con los estándares de aprendizaje.

1.9.1. Procedimiento para la recuperación de evaluaciones

Si algún alumno ha suspendido alguna evaluación, el procedimiento a seguir es distinto al número de evaluaciones que haya suspendido¹¹:

- Si el alumno ha suspendido una evaluación, puede recuperar dicha evaluación en la fecha que hayan acordado entre el profesor y el o los alumnos de manera unánime, aconsejando lo siguiente:

¹¹Este criterio de recuperación de evaluaciones se repite a lo largo de toda la educación secundaria obligatoria



- Si la evaluación suspendida fuera la primera, se podría recuperar dicha evaluación un día normal de clase ordinaria con previo acuerdo del profesor¹².
- Si la evaluación suspendida fuera la segunda, se podría recuperar dicha evaluación un día normal de clase ordinaria con previo acuerdo del profesor¹³.
- Si el alumno ha suspendido dos evaluaciones o las tres, contando con aquellas que intentó recuperar previamente, se ha de presentar a la recuperación de toda la asignatura, que se celebrará el día 16 de junio de 2020.¹⁴. Dicha recuperación contará el 100% de la nota final y se tendrá en cuenta la realización del trabajo de investigación realizado por el alumno.

Si el alumno persistiera y no consiguiera alcanzar la nota mínima para aprobar la asignatura, dicho alumno ha de presentarse a la convocatoria extraordinaria que se celebrará a principios de septiembre. En dicha convocatoria se podrá evaluar uno o dos ítems:

- El profesor podría solicitar de nuevo, de manera optativa, la recogida del cuaderno y aumentar la nota en este ítem, y si llega a la nota mínima exigida quedará exento de realizar el examen de recuperación.
- Que el examen de recuperación valga la totalidad de la asignatura 100%.

Dado que el curso anterior sería cuarto de la E.S.O., aquellos discentes que hayan optado por la realización del primer curso de bachillerato en la modalidad *ciencias y tecnología* tendrán cerrado el expediente correspondiente a su etapa de la educación secundaria obligatoria, luego no ha lugar

¹²Siempre se aconsejará que sea antes de navidades.

¹³Siempre se aconsejará que sea antes de semana santa.

¹⁴En función de la distribución de tiempos y espacios. Ver sección división en tiempos y espacios.



a describir procedimientos de recuperación de cursos anteriores, pero sí ha lugar a la explicación de la concesión de la matrícula de honor de un curso completo.

1.9.2. Procedimiento para conseguir la mención de matrícula de honor

Se define *sobresaliente* como la calificación máxima que un alumno puede obtener en todo el territorio español.

No obstante, si la comisión evaluadora considera que el alumno ha hecho muchos más méritos de los que se exigían en el presente curso, dicha comisión podrá proponer en informe separado la concesión de la mención *matrícula de honor*, considerando los siguientes indicadores:

- Que la nota media del curso en la evaluación final sea, al menos de 9 puntos.
- Que por cada veinte alumnos se concede una matrícula de honor¹⁵.

La mención *matrícula de honor* cobrará especialmente relevancia en el segundo curso de bachillerato, puesto que el alumno, en el momento que acceda a estudios universitarios, estará exento de abonar los créditos correspondientes en primera matrícula.

En primero de bachillerato no cobra especialmente relevancia, pero puede constituir una motivación al alumno de que si el nivel de esfuerzo en el curso segundo es, al menos, el que ha llevado en el presente curso, podrá optar a la concesión de la matrícula de honor.

¹⁵De haber un número inferior de alumnos, la comisión evaluadora podrá conceder sólo una mención de matrícula de honor.



1.10. Atención a la diversidad

A diferencia de lo que ocurría en la E.S.O., que era de carácter obligatorio, el bachillerato ya no tiene tal carácter. No obstante esto no quiere decir que el grupo con el que nos toque trabajar tenga ciertas características derivadas de distintas capacidades, intereses, motivaciones, etc. Por ello hemos de flexibilizar el currículo y llevar a cabo un plan de atención a la diversidad para ayudar a los alumnos de forma individual y personal con el fin de que, o bien puedan alcanzar los conocimientos mínimos exigidos, o bien puedan formarse más, si lo necesitan.

Para detectar de manera precoz las posibles dificultades que puedan tener los alumnos, en colaboración con el departamento de matemáticas y acorde a la metodología de indagación en conocimientos previos, a dichos alumnos se les hará una prueba inicial de conocimientos básicos de matemáticas, bien de nivel inmediatamente anterior a cuarto de la E.S.O. o bien de cursos inferiores.

Por otra parte, el profesor de matemáticas estará en contacto, de forma periódica, con los profesores de otras asignaturas para estudiar la evolución del alumno a lo largo del presente curso, dado que se puede dar la posibilidad de que la dificultad del alumno no reida en el curso en general, sino que sea específica de alguna asignatura.

También puede darse el caso en el cual tengamos alumnos cuyo país natal no sea España, lo cual habrá que hacerle la correspondiente adaptación curricular.

Los cuatro grandes grupos para atender a la diversidad serán los siguientes:

1. Atención al alumnado extranjero.
2. Atención al alumnado con necesidades educativas de carácter no específico o especificado.



3. Atención al alumnado superdotado intelectualmente.
4. Atención al alumnado con dificultades en el aprendizaje debido a alguna discapacidad.

A continuación, propondremos ciertas medidas para atender a estos grupos.

1.10.1. Atención a los alumnos con necesidades educativas de carácter no especificado

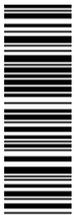
En un centro de enseñanza secundaria, lo normal sería encontrarnos con alumnos que pertenezcan a este grupo. Las medidas que el profesor optará por llevar a cabo para atender a este grupo serán las siguientes:

- Proponer tareas de su nivel cognitivo, y no aquellas en las que el profesor sea consciente de que no van a poder realizar.
- Aumentar de forma gradual el nivel de dificultad de la tarea, sin llegar al nivel más alto de dificultad.
- Realizar cuantas tutorías precisen los alumnos.
- Enseñarles a crear hábitos de trabajo así como estrategias de aprendizaje.
- Ayudarles en la resolución de problemas mediante diferentes vías de resolución.

1.10.2. Atención al alumnado extranjero

Si en la clase se tuviera algún alumno cuya nacionalidad no fuera la española, se procedería de la siguiente forma:

- Se le preguntaría al alumno si la lengua española la entiende a la perfección. Si la respuesta es afirmativa, entonces a este alumno se le



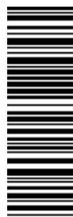
atendería de la misma forma que al resto de alumnos que no entren en ninguno de los tres grupos anteriores.

- Si la respuesta resultara ser negativa, el profesor se pondría en contacto con la familia del alumno con la ayuda de un profesor perteneciente al claustro con la competencia en esa lengua. Si resultara que la lengua materna del alumno es distinta de la lengua inglesa y francesa, se le aconsejaría al alumno que fuera a clases particulares de español. Si la lengua materna resulta ser la inglesa, se le podría permitir al alumno que escribiera tanto sus apuntes como en los exámenes en inglés, aconsejándole siempre que fuera a clases particulares de español.

1.10.3. Atención al alumnado superdotado intelectualmente

Si en la clase se tuviera algún alumno superdotado intelectualmente, se llevarían a cabo las siguientes medidas:

- Llevar a cabo tareas de enriquecimiento cognitivo.
- Estimular la oportunidad para que el alumno ponga en marcha sus habilidades de investigación y resolución de problemas.
- Potenciar sus hábitos de trabajo y estudio.
- Permitir, por parte del profesor, el acceso a recursos adicionales a esta memoria como son libros, prensa, software informático, etc.
- Estimular la participación en actividades fuera del centro de enseñanza secundaria, como es el canguro matemático a nivel de Bachillerato o la olimpiada matemática de Bachillerato.



1.10.4. Atención al alumnado con dificultades en el aprendizaje debido a alguna discapacidad

Para atender a este grupo, el profesor preparará un plan de cooperación junto con el departamento de Orientación para poder realizar la adaptación curricular que sea adecuada.

1.11. Medidas para estimular la lectura

De acuerdo con el artículo 21 de la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo, otro punto que ha de cubrir una programación didáctica es dar medidas para estimular la lectura.

Para llevarlo a cabo, el departamento de matemáticas suscribirá un acuerdo con el departamento de lengua castellana y literatura; una vez suscrito tal acuerdo, las medidas que se llevarán a la práctica serán las siguientes:

1. Propuesta de lectura del siguiente libro:
 - **Título:** El diablo de los números
 - **Autor:** Hans Magnus Enzensberger.
 - **Editorial:** Henry Holt & Company.
2. Propuesta de realización de trabajos de investigación, para que el alumno adquiera la capacidad de buscar información a partir de fuentes externas y se produzca la estimulación de la lectura a la hora de seleccionar y sintetizar aquella información que sea relevante a la hora de realizar dicho trabajo.
3. Resolución de ejercicios y problemas en la vida diaria. No puede faltar los problemas y ejercicios a los cuales los alumnos se enfrentarán todos los días tanto en clase como de manera autónoma en casa. No sólo se estimulará la lectura, sino que también el alumno irá adquiriendo



características que son propias de la competencia en matemáticas y competencias básicas en ciencia y tecnología¹⁶.

1.12. Conclusiones y evaluación de cada unidad didáctica

Para terminar cada unidad didáctica, el profesor pondrá a disposición del alumnado una hoja de autoevaluación para que sean los alumnos los que evalúen al profesor si ha habido alguna carencia o si quisieran los propios alumnos destacar algo en concreto¹⁷.

El objetivo de este procedimiento es que el profesor enseñe a sus alumnos a ser aprendices expertos en aprender. Por lo tanto, irá apuntando a modo de diario aquellos aspectos que ha de mejorar, y si tiene que utilizar nuevas estrategias de enseñanza.

La siguiente hoja de autoevaluación podría ser una posible plantilla que el profesor pondrá a disposición al alumnado.

Es decir, en la autoevaluación se han intentado seguir todos los puntos clave de cada U.D, siendo este modelo de autoevaluación el más fiable, puesto que el profesor apuntará aquellos puntos clave que fueron más fuertes y cuáles fueron más débiles y cuales se mantuvieron en la media.

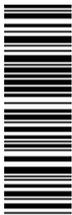
En la siguiente hoja, el alumno podrá marcar en cada ítem hasta dos cruces, significando esto que tiene una actitud indiferente al punto correspondiente de la unidad didáctica en el que haya puesto dos cruces.

¹⁶Ver sección contribución a las competencias clave

¹⁷No confundir nunca con la coevaluación, puesto que este método de evaluación por rúbrica sí es vinculante y es que el alumno se pondría una nota bajo la supervisión del profesor, mientras que la autoevaluación será de carácter orientativo para el profesor.



	A destacar	A mejorar
Presentación		
Metodología		
Objetivos		
Contenidos		
Temporalización de contenidos		
Competencias básicas		
Atención a la diversidad		
Criterios de evaluación		
Criterios de calificación. Instrumentos de evaluación		
Procesos y criterios de recuperación		
Adaptaciones curriculares significativas		
Materiales didácticos generales		
Utilización de las TIC en el aula		
Temas transversales o educación en valores		
Medidas para estimular el interés y el hábito por la lectura		
Actividades de aprendizaje		
Procedimiento para valorar el ajuste entre U.D. y resultados		
Medios y criterios para evaluar la práctica docente		



Capítulo 2

Desarrollo de las unidades didácticas

En este capítulo se llevará a cabo el desarrollo de las unidades didácticas correspondiente al bloque de números y álgebra.

2.1. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje del bloque números y álgebra

Los contenidos que se llevarán a cabo en este bloque, además de los que marcan la programación (Ver apéndice C), son los siguientes:

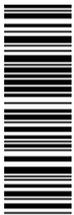
Unidad 1. Números reales

- **1. Necesidad del estudio de los números reales para la comprensión de la realidad.** Dentro de esta sección se explicarán los siguientes conceptos:
 - Lenguaje matemático: conjuntos y símbolos.
 - Números reales. La recta real.



Uniendo estos dos subapartados del primer apartado, también veremos en esta unidad:

1. Clasificación de números reales describiendo su conjunto más pequeño.
- **2. Valor absoluto**
 - Valor absoluto de un número real.
- **3. Desigualdades**
- **4. Distancias en la recta real**
- **5. Intervalos y entornos** Dentro de esta sección veremos los siguientes conceptos matemáticos:
 - Intervalos en la recta real.
 - Entornos de un número real.
- **6. Radicales. Propiedades** Dentro de esta sección se verán los siguientes conceptos:
 - Simplificación de radicales.
 - Operaciones entre raíces.
 - Racionalización de fracciones.
- **7. Logaritmos. Propiedades.** En esta sección se verán los siguientes conceptos:
 - Cálculo de logaritmos.
 - Operaciones entre logaritmos.
- **8. Aproximación y errores** En esta sección veremos:
 - Aproximación de números reales.



- Cálculo del error absoluto y relativo en la aproximación de números reales.

■ **9. Notación científica** En esta sección veremos:

- Expresión de un número en notación científica.

Si se tuviera que relacionar todos estos contenidos con los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, tendríamos lo siguiente:

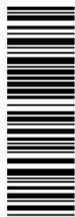
Conocimientos mínimos

- Clasificar los números reales describiendo el conjunto más pequeño al cual pertenece.
- Operar con números reales (radicales, logaritmos, números en notación científica, etc.)

Conocimientos relevantes

- Aproximar números reales.
- Calcular el error absoluto y relativo en la aproximación de un número real.

Con estos contenidos se pretende desarrollar las competencias CL, en el sentido de que el alumno entienda correctamente lo que se le está pidiendo CMCCT, para que sepa realizar, de una forma matemática lo que se le estaría exigiendo en cuanto a clasificar números reales, operar con números reales, así como aproximar números reales y calcular los errores absoluto y relativo cometidos en la aproximación de un número real, CEC ya que, posiblemente, los alumnos quieran subir la nota en la asignatura mediante la presentación de un trabajo que puede ser bien de un personaje histórico que contribuyó al conocimiento de las matemáticas como de algún concepto matemático que esté en la vida real.



Unidad 2. Sucesiones

■ 1. Término general de una sucesión, monotonía y acotación.

En esta sección se estudiarán conceptos como:

- Concepto de sucesión Dentro de este apartado, estudiaremos:
 1. Primer epígrafe: Cálculo de los primeros n términos de una sucesión dados el término general y n .
 2. Segundo epígrafe: Cálculo del término general de una sucesión dados los primeros n términos de ella.
 3. Tercer epígrafe: Monotonía y acotación de una sucesión.
 4. Algunas sucesiones especialmente interesantes En este apartado, se verá:
 - Progresiones aritméticas. Cálculo del término general de una progresión aritmética identificando el primer término y la diferencia de la progresión.
 - Progresiones geométricas. Cálculo del término general de una progresión geométrica identificando el primer término y la razón de la progresión.

■ 2. Idea intuitiva de límite finito e infinito. En esta sección veremos los siguientes apartados:

- Límite de una sucesión: En este apartado veremos las siguientes características de límite de una sucesión:
 1. Idea intuitiva de límite de una sucesión.
 2. Cálculo del límite de una sucesión conocido el término general.
 3. Cálculo del límite de una sucesión calculando previamente el término general de dicha sucesión.



- **3. Algunos límites importantes el número e :** en este apartado veremos los siguientes epígrafes:

- Construcción del número irracional e a partir del límite de una cierta sucesión.
- Construcción del número irracional e a partir del límite de una cierta sucesión.
- Cálculo de otros límites especialmente relevantes.

Si tuviéramos que relacionar estos contenidos con los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, tendríamos lo siguiente:

Conocimientos mínimos

Los conocimientos mínimos a los que han de llegar todos los alumnos de primero de bachillerato son los siguientes:

- Comprender y consolidar el concepto de sucesión, así como el cálculo de los primeros n términos de una sucesión dados el término general y n , saber calcular el término general de una sucesión dada y saber identificar cuando una sucesión es una progresión aritmética o geométrica.
- Comprender y consolidar el concepto de límite de una sucesión, así como el cálculo del límite de una sucesión dado su término general o bien a partir de una sucesión en la que haya que calcular, previamente el término general de la misma.

Conocimientos importantes

- Entender y consolidar la construcción de los números irracionales e y $1/e$.

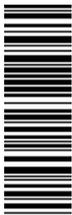
Por otra parte, las competencias que se van a desarrollar en esta unidad didáctica son CL y CMCCT. Esto es debido a que el profesor perseguirá



el objetivo de que los alumnos entienden los conceptos matemáticos de esta unidad didáctica, comprenden qué quiere decir estos conceptos y saben aplicarlo a la vida real. Con la competencia matemática se pretende que los alumnos sean capaces de calcular límites de sucesiones, estudiar la monotonía de una determinada sucesión y de calcular los primeros términos de una sucesión dada.

Unidad 3. Álgebra

- **1. Polinomios. Factorización.** Dentro de esta sección veremos los siguientes apartados:
 - Teorema del resto y teorema del factor para factorizar polinomios.
 - Regla de Ruffini para la factorización de polinomios.
- **2. Fracciones algebraicas.** Dentro de esta sección veremos los siguientes apartados:
 - Fracciones algebraicas semejantes.
 - Reducción a común denominador.
 - Operaciones entre fracciones algebraicas.
- **3. Resolución de ecuaciones algebraicas y no algebraicas.** Dentro de esta sección veremos los siguientes apartados:
 - Resolución de ecuaciones cuadráticas.
 - Resolución de ecuaciones bicuadráticas.
 - Resolución de ecuaciones de grado mayor que dos.
 - Resolución de ecuaciones irracionales.
 - Resolución de ecuaciones exponenciales.
 - Resolución de ecuaciones logarítmicas.

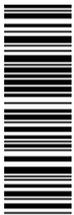


- **4. Resolución de sistemas de ecuaciones.** En esta sección, se llevarán a cabo los siguientes apartados:
 - Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
 - Resolución de sistemas de ecuaciones no lineales.
- **5. Método de Gauss para sistemas lineales.** En esta sección se explicarán los siguientes conceptos:
 - Resolución de sistemas de ecuaciones escalonados.
 - Resolución de sistemas de ecuaciones mediante el método de Gauss.
- **6. Inecuaciones lineales con una incógnita** En esta sección se verán los siguientes apartados
 - Resolución de inecuaciones con una incógnita.
 - Resolución de sistemas de inecuaciones con una incógnita.
- **7. Inecuaciones lineales con dos incógnitas.** En esta sección se verán conceptos tales como:
 - Resolución de inecuaciones lineales con dos incógnitas.
 - Resolución de sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Si tuviéramos que relacionar los contenidos dados con los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, tendríamos lo siguiente:

Contenidos mínimos

- El alumno consolida el concepto de polinomio, factorización de polinomios y fracciones algebraicas.
- El alumno sabe resolver ecuaciones cuadráticas, bicuadráticas, de grado superior a dos, irracionales, exponenciales y logarítmicas.



- El alumno sabe resolver sistemas de ecuaciones lineales, no lineales, escalonados y mediante el método de Gauss.
- El alumno sabe resolver inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita.

Contenidos relevantes

- El alumno sabe resolver inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Con estos contenidos se pretende desarrollar las competencias CL, en el sentido de que el alumno entienda correctamente lo que se le está pidiendo CMCCT, para que sepa realizar, de una forma matemática lo que se le estaría exigiendo, en cuanto a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, ecuaciones algebraicas y no algebraicas, sistemas de inecuaciones de una y de dos incógnitas, etc.

Unidad 4. Números complejos.

- **1. Concepto de número complejo Construcción del plano complejo.**
- **2. Operaciones con números complejos en forma binómica.**
 1. Suma de números complejos en forma binómica.
 2. Resta de números complejos en forma binómica.
 3. Producto de números complejos en forma binómica.
 4. División de números complejos en forma binómica.
- **3. Números complejos en forma polar.**
 1. Elementos de un número complejo en forma polar.



2. Paso de la escritura de forma binómica a la forma polar, y viceversa, de un número complejo.

■ **4. Operaciones con números complejos en forma polar**

1. Suma de números complejos en forma polar.
2. Resta de números complejos en forma polar.
3. Producto de números complejos en forma polar.
4. División de números complejos en forma polar.

■ **5. Radicación de números complejos**

1. Raíz n -ésima de un número complejo.
2. Interpretación gráfica de la raíz n -ésima de un número complejo.

■ **6. Descripciones gráficas con números complejos.**

- Descripción del conjunto de números complejos que representa una gráfica dada.
- Representación gráfica de un conjunto de números complejos dado.

Si tuviéramos que hacer una relación entre los contenidos y los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje que el alumno adquirirá en esta unidad didáctica obtenemos lo siguiente:

Conocimientos mínimos

- Conocer y consolidar la construcción del plano complejo.
- Conocer y consolidar las diferentes escrituras de los números complejos.
- Conocer y consolidar las diferentes operaciones que se pueden hacer entre números complejos.



Conocimientos relevantes

- Radicación de números complejos y su interpretación.
- Descripción gráfica de conjuntos con números complejos.

Por otra parte, las competencias que se van a desarrollar en esta unidad didáctica son CL y CMCCT. Esto es debido a que el profesor perseguirá el objetivo de que los alumnos entienden los conceptos matemáticos de esta unidad didáctica, comprenden qué quiere decir estos conceptos y saben aplicarlo a la vida real. Con la competencia matemática se pretende que los alumnos sean capaces de entender y consolidar el concepto de número complejo, de que sepan realizar operaciones elementales entre dos números complejos escritos en forma binómica y polar y que sepan representar en una gráfica el conjunto de números complejos que verifiquen una determinada propiedad.

2.2. Recursos a utilizar en el bloque de números y álgebra

Los recursos que utilizaremos en el bloque de números y álgebra serán idénticos a los *recursos generales* de la asignatura.

2.3. Trabajos de investigación en el bloque de números y álgebra

Como se dijo en la programación general de la asignatura, se realizarán trabajos de investigación que los alumnos, de forma optativa, han de defender para optar a subir la nota final de cada evaluación.

Estos trabajos tendrán por temática, o bien investigar en la bibliografía de un autor de matemáticas que más haya influido en el bloque de números



y álgebra, o bien posibles aportaciones de algún autor de matemáticas.

No obstante, la temática de los trabajos no es cerrada, puesto que puede ser el alumno el que puede proponer el tema de su trabajo. Algunos ejemplos de trabajos de investigación pueden ser los siguientes:

- El número de Plata. Construcción de la sucesión de Fibonacci.
- Demostrar que el cociente entre la diagonal y un lado de un pentágono regular es el número de oro

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

como solución positiva de la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$ y deducir las principales propiedades del número de oro a partir de la ecuación que satisface.

- Estudiar la razón que existe a la hora de cambiar de un folio din A0 a uno de din Ai, siendo $i = 1, 2, 3, 4, 5$.
- Construir el número cordobés como el cociente que se obtiene de la relación entre el radio de la circunscrita al octógono regular y el lado de este. Dicho número es

$$c = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

2.4. Unidad 1. Números reales

Esta unidad didáctica corresponde al segundo bloque de la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la comunidad de Castilla y León.

Esta unidad didáctica consolidará conceptos ya vistos en cursos anteriores y ampliarán algunos nuevos. Comenzará con la explicación de la necesidad



del estudio de los números reales para la comprensión de la realidad y seguirá con conceptos básicos de números reales.

Los conceptos que los alumnos ya vieron en cursos anteriores fueron los siguientes:

- Valor absoluto de un número real.
- Desigualdades.
- Intervalos en la recta real.
- Aproximación y errores.
- Notación científica.

Los nuevos conceptos que se les presentarán a los alumnos serán los siguientes:

- Distancias en la recta real.
- Entornos.

Si tuviéramos que relacionar esta asignatura con otras, es claro que la asignatura física y química está muy presente, puesto que siempre se trabajarán con números reales; no obstante, en la biología también abunda mucho los números reales cuando se trata de calcular el PH de un determinado compuesto; también en la economía para hacer cálculos relevantes.

2.4.1. Contribución a las competencias clave

Esta primera unidad didáctica tendrá su contribución a las competencias clave en el siguiente sentido:

- **Comunicación lingüística:** en esta unidad didáctica se insertará el vocabulario matemático necesario para que el alumno amplíe sus conocimientos lingüísticos.



- **Competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología:** en esta unidad didáctica se insertarán las operaciones básicas entre números reales, así como los símbolos básicos y expresiones matemáticas elementales para la resolución de algún problema.
- **Competencia de aprender a aprender:** en esta unidad didáctica se dará a los alumnos las estrategias necesarias para que, de forma autónoma, intenten abordar todos los ejercicios que corresponden a esa unidad didáctica, además de que el profesor también dé estrategias para aquellos alumnos que quieran optar a subir nota mediante la elaboración de los trabajos de investigación.
- **Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:** en esta unidad didáctica se les dará a los alumnos pautas para que sean ellos los que tomen la decisión de saber cuándo un número es real y cuando no.
- **Conciencia y expresiones culturales:** aquellos alumnos que opten por subir nota en la asignatura tendrán que acudir a fuentes externas y tener conciencia de que las matemáticas no sólo están presentes en la clase, sino que también estarán presentes en el mundo exterior al centro de enseñanza secundaria.
- **Competencias sociales y cívicas:** esta competencia se verá reflejada en esta unidad didáctica en cuanto a que influye en la evaluación de la asignatura.
- **Competencia digital:** aquellos alumnos que opten por subir nota en la asignatura tendrán que acudir a fuentes externas, lo cual adquirirán competencia digital en cuanto a que sean ellos mismos los que accedan a medios tecnológicos para seleccionar aquella información que sea relevante.



2.4.2. Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos de esta unidad didáctica, además de los generales del curso que se pueden ver en el apéndice B de esta memoria, se tienen también los siguientes:

- Conocer los conceptos de conjuntos y símbolos del lenguaje matemático y saber clasificar distintos números describiendo el conjunto más pequeño al cual pertenece.
- Consolidar el concepto de intervalos en la recta real e introducir el concepto de entorno de un punto y distancias en la recta real.
- Consolidar el concepto de número real y la recta real.
- Consolidar el concepto de radicales y sus propiedades más básicas.
- Consolidar el concepto de logaritmo y sus propiedades más elementales.
- Consolidar el concepto de expresión decimal de los números reales, aproximación de números reales y errores en la aproximación.
- Conocer la fórmula del binomio de Newton para poder desarrollar expresiones del tipo $(a+b)^n$, siendo a y b números reales y n un exponente natural.

2.4.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Los contenidos que se explicarán en esta unidad didáctica son los idénticos a los expuestos en la programación general de la asignatura (ver apéndice C) y a los especificados anteriormente.¹

¹Ver sección contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje del bloque números y álgebra.



2.4.4. Metodología

La metodología que se seguirá en el desarrollo de esta unidad didáctica intentará ser la marcada por la *metodología general* de la asignatura², en la cual, se utilizará las habilidades docentes siguientes:

- Pensar en voz alta, verbalizando los pensamientos en cada paso y planteando preguntas e ideas a lo largo del camino para que los alumnos piensen en torno a ellas. Con esta habilidad se da crédito a los siguientes objetivos:
 1. Modelar y adquirir destrezas de pensamiento y facilita estrategias de aprendizaje y reflexión.
 2. Mejorar el desarrollo y comprensión de nuevos conceptos.
- Interacción visual para el manejo del grupo, para una motivación individual haciendo sentir al alumno importante, mantener la disciplina y entender los contenidos. Lo ideal sería interaccionar de forma general varias veces con todos los alumnos y de forma particular dos o tres veces con cada uno y a lo sumo entre dos y tres segundos.
- Realización de preguntas dando tiempo de respuesta para permitir tiempo de reflexión a los alumnos, aumentar el nivel de atención y mantener la motivación del alumnado e incrementar la participación de una persona o de un grupo. Se llevará a cabo de la siguiente forma: se concederá tiempos de espera en función del nivel cognitivo de las preguntas propuestas por el profesor:
 - Al menos tres segundos en preguntas de bajo nivel cognitivo, las cuales evocarán hechos.
 - Más tiempo en preguntas de alto nivel cognitivo, las cuales son de respuesta abierta e interpretativas.

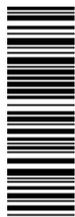
²Ver sección metodologías.



- Uso de los silencios para garantizar la audición y la atención y para que el alumno procese y reflexione acerca de la información expuesta por el profesor. Se introducirán huecos de silencio entre las partes de la exposición. Las ventajas que tiene esta habilidad son para ambas partes:
 - El profesor tiene tiempo de reflexionar sobre lo que dice.
 - Los alumnos tienen tiempo de asimilación, clasificación y memorización de la información.
- Movimiento y ubicación en el aula para un seguimiento adecuado de la exposición. Esta habilidad se llevará a cabo siguiendo las siguientes directrices:
 1. **Durante las explicaciones:** el profesor siempre ha de colocarse delante de la clase en una posición fija y de derecha a izquierda para que la comunicación verbal y no verbal sea directa y se facilite más a todos los alumnos.
 2. **Durante las preguntas:** el profesor deberá alejarse de la persona a la que pregunta lo máximo posible, para que el radio del alumno sea el más amplio, de manera que todos se sientan implicados en la tarea.
 3. **Durante los trabajos individuales o de grupo:** el profesor deberá ir paseando entre la clase por las diversas mesas, asesorando y resolviendo preguntas. En este caso la atención y es personalizada y concreta.
- Manejo de la pizarra. Es uno de los recursos más utilizados puesto que proporciona información clara, es decir, aspectos fundamentales, que estará siempre bajo el control del profesor. Además es económica y muy fácil de utilizar y manejar. Las consideraciones que se han de tener a la hora de utilizar la pizarra serán las siguientes:



1. No permanecer escribiendo en la pizarra más de medio o un minuto.
 2. Nunca escribir en la pizarra ni hablar dando la espalda a los alumnos, sino que conviene girar la cabeza para dar las explicaciones y escribir en la pizarra mirando alternativamente a los alumnos.
 3. La letra ha de ser legible, grande y clara, sin necesidad de que sea caligráfica.
 4. Cuando el encerado sea muy grande, conviene dividirlo con dos trazos verticales y paralelos, simulando un cuaderno estándar de alumno, de modo que resulten tres espacios de tamaño similar.
- Adecuar la explicación para conseguir la atención durante el tiempo de intervención. El procedimiento que se ha de seguir es el siguiente:
 - **Controlar la voz:** controlar la voz implica controlar el volumen, la entonación y la velocidad de la explicación. La diversidad vocal tiene por objetivos:
 - Mantener la atención del oyente.
 - Avivar los mensajes.
 - Indicar partes más o menos relevantes.
 - Mostrar entusiasmo o pasividad y emociones o actitudes.
 - **Controlar la postura:** se hará una retroalimentación del mensaje a través de gestos faciales y manuales. Los aspectos a tener en cuenta son los siguientes:
 - Un tono corporal normal-relajado facilitará la comunicación. Un tono tenso o muy relajado perturbará gravemente el seguimiento de la exposición.
 - Convendrá evitar una postura demasiado estática que produzca monotonía y que pueda afectar a la comprensión de algunos de los alumnos.



2.4.5. División en tiempos y espacios

Dada la *división en tiempos y espacios general* de la asignatura, dedicaremos un total de 12 sesiones a esta unidad didáctica, que se impartirán en el aula, con la salvedad de la segunda sesión. La secuenciación temporal se llevará a cabo de una forma muy parecida en todas las sesiones en cuanto a la apertura y cierre de la sesión en el siguiente sentido:

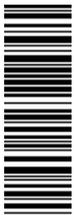
- Al empezar cada bloque, el profesor realizará una prueba de nivel tipo test, con una cantidad variable de preguntas relacionadas con el tema que se va a empezar a dar y que los alumnos deberán de tener los conocimientos suficientes de cuarto de la E.S.O.
- Al comenzar cada sesión, salvo la primera de cada unidad, el profesor llamará a la pizarra a dos o tres alumnos para que resuelvan los ejercicios y que el profesor les proponga un ejercicio a realizar a mayores. Si no hubiera éxito en la resolución del ejercicio por parte de un alumno, la resolución se dejaría en manos del siguiente alumno que vaya a exponer en esa sesión y de no haber éxito de resolución del ejercicio en ningún alumno, el ejercicio será resuelto por el profesor. Una vez llevada a cabo esta metodología, el profesor responderá a las dudas que tengan los alumnos.
- Al cierre de la sesión, el profesor propondrá tareas para casa de los conceptos que se estén estudiando en esa sesión con el objetivo de ser resueltos en la siguiente sesión.

También cabe decir que las tres últimas sesiones se dedicarán a la resolución de ejercicios de repaso. Además de estas directrices, se seguirá la siguiente secuencia de contenidos:

- **Sesión 1:**



- Se hará una breve introducción a la unidad didáctica y se comenzará la misma estudiando el lenguaje matemático, los conjuntos y los símbolos más elementales de las matemáticas
 - Se proporcionarán varios ejemplos de conjuntos y se abrirá un debate para preguntar a los alumnos que conjuntos creen que son de los ya estudiados en cursos anteriores.
- **Sesión 2:** realización del plan complementario. Se sitúa en la sesión 2, puesto que se estaría comenzando la unidad didáctica de números reales y el objetivo de dicho plan será motivar a los alumnos a que admiren la belleza de los números reales
 - **Sesión 3:**
 - Se continuará con la lección explicando los números reales, la recta real, la clasificación de números reales describiendo el conjunto más pequeño al cual pertenece y se explicará la representación de intervalos en la recta real, se explicará lo que es un entorno de un punto en la recta real y se explicará lo que es una distancia en la recta real.
 - **Sesión 4:**
 - Se continuará con la lección explicando los radicales y sus propiedades más importantes. Se explicará también el concepto de racionalización de una fracción y se explicarán también las operaciones básicas entre radicales.
 - **Sesión 5:**
 - Se continuará con la lección explicando los logaritmos y sus propiedades más importantes para poder calcular logaritmos. Se explicará también las operaciones entre logaritmos.



- **Sesión 6:**

- Se continuará con la lección explicando el concepto de expresión decimal de los números reales, el concepto de aproximación de números reales, el cálculo de errores absoluto y relativo y operaciones entre números reales escritos en notación científica.

- **Sesión 7:**

- Se continuará con la lección explicando la fórmula del binomio de Newton para desarrollar binomios de la forma $(a + b)^n$, siendo a y b números reales y n un exponente natural.
- Las sesiones 8, 9, 10, 11 y 12 se dedicarán a la realización de ejercicios de repaso, tal y como se comentó al comienzo de esta sección.

2.4.6. Actividades de enseñanza-aprendizaje

³ Con las siguientes actividades de enseñanza-aprendizaje se pretenderá que los alumnos cumplan con los objetivos de la unidad didáctica expuestos anteriormente ⁴ para que reciban una calificación final positiva de la asignatura. Para ello, relacionaremos los ejercicios expuestos en esta unidad didáctica con las diferentes adecuaciones de metodologías ya mencionadas anteriormente, ⁵ de la siguiente forma:

- **Clase magistral participativa:** El profesor hará en la pizarra con la ayuda de los alumnos el ejercicio de verdadero o falso, con el objetivo de que sea el profesor quien estudie los diferentes niveles de abstracción de los alumnos.

³Tanto las actividades de enseñanza-aprendizaje que se proponen en esta unidad didáctica como las actividades propuestas en las sucesivas unidades didácticas, han sido extraídos de [2]

⁴Ver objetivos didácticos de la unidad didáctica.

⁵Ver sección metodologías en la programación general de la asignatura.



- **Aprendizaje cooperativo:** Tal cual se dijo anteriormente,⁶ el profesor llevará consigo a clase fotocopias de ejercicios, los cuales contendrán la actividad 1 de la parte de *números reales*. *La recta real*, la actividad 2 de la parte de *Radicales. Propiedades*, la actividad 3 de la parte de *Logaritmos. Propiedades*. y la actividad 4 de la parte de *la fórmula del binomio de Newton*, con el objetivo de que se resuelvan en clase en las últimas sesiones de manera cooperativa atendiendo a la organización de los grupos de *la metodología general de la asignatura*.
- **Indagación en conocimientos previos:** Como se comentó en la división en tiempos y espacios⁷ el profesor realizará un examen tipo test acerca de conceptos de cuarto de la E.S.O. y que estén íntimamente relacionados con los conceptos que se vayan a presentar.
- **Clase expositiva por parte de los alumnos:** Como se comentó en la división en tiempos y espacios de la unidad didáctica, los alumnos realizarán todos los días la exposición de uno o dos ejercicios en la pizarra además de algún ejercicio extra que considere el profesor. (Ver apéndice F).
- **Resolución de problemas:** En las clases se les dará procedimientos para razonar y entender la resolución de un problema de un nivel más elevado.
- **Realización de trabajos de investigación:** Se seguirán las directrices y características de *la metodología general de la asignatura*.

2.4.7. Lenguaje matemático

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

- Todo número entero es racional.

⁶Ver sección recursos en la programación general de la asignatura.

⁷Ver sección división en tiempos y espacios de la unidad didáctica 1.



- Si por (n) denotamos al conjunto de los múltiplos de un número entero n , entonces se tiene que x es un múltiplo de n si y sólo si $x \in (n)$.

$$x \in (2) \cap (3) \Rightarrow x \in (6)$$

- $x \in (0, 1)$ si y sólo si $x \in \mathbb{R}$ y $0 < x < 1$.

▪

$$\{x \in \mathbb{Z} : -2 < x \leq 5\} = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Con este tipo de ejercicio se pretende que el alumno se familiarice y consolide el lenguaje matemático y sepa decidir si son verdaderas o falsas las afirmaciones anteriores. También se pretenderá manejar los distintos niveles de abstracción en el alumno y hacerle ver que la cuarta afirmación es exactamente la misma que la afirmación tres.

2.4.8. Números reales. La recta real.

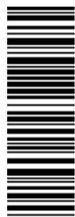
Actividad 1: Clasifica los siguientes números describiendo todos los conjuntos a los cuales pertenece y luego describiendo el conjunto más pequeño al cual pertenecen.

$$-\sqrt[3]{1}, \quad 4, \widehat{5}, \quad 6.$$

Con este tipo de ejercicio se pretende que el alumno sepa clasificar números reales, indicando el conjunto más pequeño al cual pertenecen, es decir, por ejemplo el 6 es un número real, que es a su vez racional, que es a su vez entero, y como es positivo, es un número natural, luego $6 \in \mathbb{R}$, $6 \in \mathbb{Q}$, $6 \in \mathbb{Z}$, $6 \in \mathbb{N}$, y la respuesta sería $6 \in \mathbb{N}$.

Actividad 2: Representa los siguientes conjuntos en la recta real.

$$\begin{array}{lll} (-3, -1). & (-\infty, 0). & [-2, 5) \cup (5, 7]. \\ [4, \infty). & \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 5\}. & (-\infty, 1) \cup (1, \infty). \end{array}$$



Con este tipo de ejercicio se pretende que el alumno recuerde y comprenda la representación de intervalos o de unión de intervalos en la recta real.

Actividad 3: Averigua y Representa para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{array}{lll} |x| \leq 5 & |x - 4| < 2 & |x + 4| \geq 2 \\ |x - 4| = 2 & |x - 4| > 2 & \end{array}$$

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno represente de nuevo intervalos en la recta real, pero en este caso estaremos trabajando con un nivel de abstracción más profundo al imponer al alumno que entienda el concepto de valor absoluto de un número real.

2.4.9. Radicales. Propiedades

Actividad 1: Simplifica.

$$\sqrt[9]{x^{12}}, \quad \sqrt[8]{81}.$$

Con este tipo de ejercicio se pretende que el alumno recuerde el concepto de radical y de sus propiedades más significativas.

Actividad 2: ¿Cuál es mayor, $\sqrt[4]{31}$ o $\sqrt[3]{13}$?

Con este tipo de ejercicio se pretende que el alumno consolide el concepto de radical y sus propiedades más significativas como, en este caso, reducción a índice común.

Actividad 3: Simplifica.

$$\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{k}}}\right)^8, \quad k \geq 0 \quad \sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}} \quad \sqrt[3]{(\sqrt{x})^6}$$

Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos comprendan el concepto de cálculo de raíces anidadas y sus propiedades.

Actividad 4: Reduce.



$$\begin{array}{ccc} \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2} & \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} & \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt{5} \\ \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3} & \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4} & \sqrt[3]{81} \cdot \sqrt{3} \end{array}$$

Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos recuerden las operaciones entre radicales y la reducción a índice común de las mismas.

Actividad 5: Simplifica.

$$\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}} \qquad \frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{a \cdot b^3 \cdot c^3}}$$

Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos recuerden las operaciones entre radicales y la reducción a índice común de las mismas.

Actividad 6: Suma y simplifica.

$$\begin{array}{ccc} 5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} & \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250} & \\ \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2} & & \end{array}$$

Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos recuerden las operaciones entre radicales y la extracción de factores de los radicales.

Actividad 6: Racionaliza denominadores y simplifica cuando se pueda.

$$\frac{5}{\sqrt{7}} \qquad \frac{3}{\sqrt[3]{4}} \qquad \sqrt{\frac{7}{3}} \qquad \frac{2}{\sqrt[3]{100}}$$

Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos recuerden y consoliden el concepto de racionalización de fracciones y de simplificación de fracciones.

Actividad 7: Racionaliza denominadores y simplifica cuando se pueda.

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} \qquad \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \qquad \frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$$

Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos recuerden y consoliden el concepto de racionalización de fracciones y del conjugado de una expresión del estilo $a + b$.



2.4.10. Logaritmos. Propiedades.

Actividad 1: Halla.

$$\ln e^4$$

$$\log_5 0,04$$

$$\log_6 \left(\frac{1}{216}\right)$$

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno consolide el concepto de cálculo de logaritmo aplicando la definición y sus principales propiedades.

Actividad 2: Halla la parte entera de los siguientes números.

$$\log_2 60$$

$$\log_5 700$$

$$\log_{10} 43000$$

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno consolide el concepto de cálculo de logaritmo aplicando la definición y sus principales propiedades, hacerles recordar la descomposición factorial de un número y la parte entera de un número real.

Actividad 3: Calcula sabiendo que $\log_5 A = 1,8$ y $\log_5 B = 2,4$.

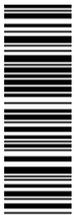
$$\log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}}$$

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno consolide el concepto de cálculo de logaritmo aplicando la definición y sus principales propiedades y hacerles recordar que toda raíz se convierte en un exponente fraccionario de numerador la potencia de la raíz y de denominador el índice de la misma.

Actividad 4: Averigua la relación que hay entre x e y , sabiendo que se verifica:

$$\ln y = 2x - \ln 5.$$

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno consolide el concepto de cálculo de logaritmo aplicando la definición y sus principales propiedades



2.4.11. Expresión decimal de los números reales. Números aproximados

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

- El precio de esta vivienda es, aproximadamente, de 390 000 *u.m.* (u.m.= unidades monetarias), con un error menor que 10 000*u.m.* (mismas unidades monetarias que 390 000).
- El precio del menú del día es, aproximadamente, de 12 *u.m.* con un error menor que 1 *u.m.* (mismas unidades monetarias que 12).

En el primer apartado, el error absoluto es mucho mayor que en el segundo apartado, pero el error relativo es menor.

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno comprenda y consolide el concepto de expresión decimal de un número real y el cálculo de errores relativo y absoluto en la aproximación de un número real.

Actividad 2: Di una cota del error absoluto y otra del error relativo en las siguientes mediciones:

- a) Por el coronavirus se han perdido 37 millones de horas de trabajo.
- b) Juana gana unos 19 000 *u.m.* al año.

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno comprenda y consolide el concepto de expresión decimal de un número real y el cálculo de errores relativo y absoluto en la aproximación de un número real.

Actividad 3: Calcular en notación científica sin usar la calculadora:

$$(800\,000 : 0,0002) \cdot 0,5 \cdot 10^{12}$$

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno comprenda y consolide el concepto de números reales escritos en notación científica y sus operaciones más habituales entre ellos.



Actividad 4: Opera con la ayuda de la calculadora:

$$(3,87 \cdot 10^{15} \cdot 5,96 \cdot 10^{-9}) : (3,941 \cdot 10^{-6})$$

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno comprenda y consolide el concepto de números reales escritos en notación científica y sus operaciones más habituales entre ellos con el manejo de la calculadora.

2.4.12. Fórmula del binomio de Newton

Actividad 1: Desarrolla:

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x}\right)^6$$

Con este tipo de ejercicio se pretende que los alumnos comprendan y consoliden la fórmula del binomio de Newton desarrollando los binomios que se proponen.

Actividad 2: Calcula el coeficiente de x^5 en el desarrollo del binomio:

$$\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x}\right)^7$$

Con este tipo de ejercicio se pretende que los alumnos comprendan y consoliden la fórmula del binomio de Newton sin hacer falta desarrollar todo el binomio. Éste será uno de los diferentes tipos de ejercicios que se lleven a cabo utilizando la metodología *clase expositiva por parte del alumno*. Su aplicación consistirá en que el profesor seleccionará a dos alumnos al azar y de manera independiente, teniéndose en cuenta lo siguiente:

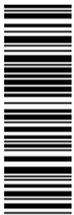
- La exposición del ejercicio se realizará el mismo día de la selección de los alumnos, y será llevada a cabo únicamente por ellos.
- Se entenderá por realización completa de ejercicio si el alumno expone en la pizarra los procedimientos conducentes a la solución del ejercicio



y además explica de palabra las diferentes estrategias que le llevan a su resolución, y cuando finaliza su intervención el orden de las preguntas propuestas por el profesor resultara ser: ¿Quién está de acuerdo con la solución? ¿Quién no está de acuerdo con la solución? Si el primer alumno seleccionado llevara a cabo la realización completa de ejercicio, terminaría su intervención, y el profesor llamaría al segundo alumno seleccionado a la realización de un ejercicio distinto y se repetiría el mismo procedimiento.

- Si la solución propuesta por el primer alumno seleccionado no resultara ser correcta, el profesor tomaría la palabra y formularía las siguientes dos preguntas en este orden otorgando tiempo de respuesta: ¿Quién no está de acuerdo con la solución? ¿Quién está de acuerdo con la solución? Si el alumno supiera defender la pregunta propuesta por el profesor y llegara a la solución del ejercicio, terminaría su intervención y se procedería como en el punto anterior. De no ser así, el profesor llamaría al segundo alumno seleccionado para que lo resuelva. Si el segundo alumno no respondiera correctamente a la pregunta, el profesor resolverá dicho ejercicio.
- Se otorgará un tiempo de respuesta para que el alumno piense en posibles estrategias que le lleven a la resolución del ejercicio. Este tiempo de respuesta oscilará entre 2 y 3 minutos para el primer alumno seleccionado y para el segundo alumno entre 1 y 2 minutos en caso de que tuviera que resolver el mismo ejercicio planteado. Si el primer alumno seleccionado llevó a cabo la realización completa del ejercicio, al segundo alumno se le otorgaría entre 2 y 3 minutos para que resuelva un ejercicio distinto.

La contribución a las competencias clave a la hora de aplicar esta metodología será la siguiente:



1. **Competencia lingüística:** esta competencia estará presente a lo largo de la aplicación de esta metodología, ya que ha de ser el alumno el que explique con sus propias palabras ante el profesor y resto de sus compañeros diferentes estrategias, las cuales le conduzca a la resolución del ejercicio propuesto.
2. **Competencia matemática:** competencia necesaria para que el alumno utilice de manera apropiada el lenguaje y expresiones matemáticas que le ayuden a resolver el ejercicio.
3. **Competencia aprender a aprender:** como el profesor seleccionará al azar a los alumnos para que expongan el ejercicio, dichos alumnos no sabrán cuando serán llamados por el profesor para la exposición del ejercicio. Con ello se desarrollará esta competencia debido a la autonomía que han de adquirir los alumnos para que puedan defender de manera adecuada el ejercicio.

2.4.13. Evaluación

Se llevará a cabo la evaluación de esta unidad didáctica siguiendo las directrices de la *evaluación general* de la asignatura⁸.

Dado que esta es la primera unidad que compone el bloque de números y álgebra, no ha lugar a examen.

2.4.14. Atención a la diversidad

Se llevará a cabo la atención a la diversidad siguiendo las directrices de la *atención a la diversidad general* de la asignatura⁹.

⁸Ver sección evaluación

⁹Ver sección atención a la diversidad.



2.4.15. Planes complementarios

En esta unidad didáctica el profesor, dotado de los permisos necesarios, propondrá a los alumnos una excursión al museo de la ciencia puesto que en este lugar se encontrará el número π recorriendo toda una sala de dicho lugar. En esta sala se aprovechará a brindarles la explicación de que no todo número real tiene por qué ser racional, se darán ejemplos de números que son reales, pero que no son racionales y se les propondrá como trabajo de investigación optativo la construcción del número de oro o bien del número cordobés.

2.5. Unidad 2. Sucesiones

Esta unidad didáctica corresponde al segundo bloque de la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la comunidad de Castilla y León.

Esta unidad didáctica consolidará conceptos ya vistos en cursos anteriores y ampliarán algunos nuevos. Comenzará con la explicación del concepto de sucesión y seguirá con conceptos básicos de sucesiones.

En esta unidad didáctica se impartirán conceptos ya vistos por el alumno como son:

- Concepto de sucesión.
- Algunas sucesiones interesantes: progresiones aritméticas y geométricas.

En esta unidad didáctica se les presentará a los alumnos conceptos como:

- Límite de una sucesión.
- Algunos límites importantes. El número e y el inverso del número e .



Esta unidad didáctica se relaciona sobre todo con la física y la biología en cuanto al cálculo de determinados problemas físicos que involucren sucesiones temporales (sucesiones de números reales positivos) y el problema del apareamiento de los conejos para deducir la sucesión de Fibonacci. También se puede relacionar esta unidad didáctica con la economía.

2.5.1. Contribución a las competencias clave

En esta unidad didáctica, al igual que en todo el currículo, se focalizará en el desarrollo de las competencias clave. La contribución a las competencias clave se hará como sigue:

- Las contribuciones a las competencias lingüística, matemática, aprender a aprender, sociales y cívicas son análogas a las de la unidad didáctica anterior.
- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: en esta unidad didáctica se les dará a los alumnos pautas para que sean ellos los que tomen la decisión de saber qué termino general tiene una sucesión determinada, o decidir si existe o no existe un determinado límite.
- Competencia digital: en el desarrollo de esta sesión se irá al aula de informática y se trabajará con el programa GeoGebra.

2.5.2. Objetivos didácticos

Los objetivos que se persiguen en esta unidad didáctica son, además de los generales de la asignatura (véase apéndice B):

- **Objetivos específicos de la unidad didáctica**
 - Entender, interiorizar y consolidar el concepto de sucesión y de sucesiones especialmente interesantes como son las progresiones aritméticas y las progresiones geométricas.



- Entender, interiorizar y consolidar el concepto de límite de sucesión y de límites importantes para la construcción del número e y del número $1/e$.
- Calcular los primeros términos de una determinada sucesión dado el término general de ella.
- Calcular el límite de una sucesión dado el término general de ella.

2.5.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Los contenidos que se explicarán en esta unidad didáctica son los idénticos a los expuestos en la programación general de la asignatura (ver apéndice C) y a los especificados anteriormente.¹⁰

2.5.4. Metodología

La metodología que se llevará a cabo en esta unidad didáctica será idéntica a la expuesta en la unidad 1.

2.5.5. División en tiempos y espacios

En cuanto a la división en tiempos y espacios de esta unidad didáctica se seguirá un procedimiento análogo a la anterior unidad didáctica¹¹ con la salvedad de que dedicaremos un total de 12 sesiones a esta unidad didáctica, reservando las 8 últimas sesiones a la realización de ejercicios de repaso.

Todas las sesiones, se impartirán en el aula salvo la cuarta sesión, que se llevará a cabo en el aula de informática con el programa GeoGebra y se llevará a cabo de la siguiente forma:

■ Sesión 1:

¹⁰Ver sección contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje del bloque números y álgebra.

¹¹Ver sección 2.4.5.



- Se dará comienzo al tema de sucesiones estudiando el concepto de sucesión.
- Al finalizar la clase, se les entregará a cada alumno la prueba de nivel de la unidad didáctica anterior.
- **Sesión 2:**
 - Se continuará con la lección viendo algunas sucesiones especialmente interesantes, como son las progresiones aritméticas y geométricas.
- **Sesión 3:**
 - Se continuará con la lección viendo el concepto de límite de una sucesión.
- **Sesión 4:** esta sesión se llevará a cabo en el aula de informática de la siguiente forma:
 - Se continuará con la lección y se hará uso del programa GeoGebra para entender la construcción de los números irracionales e y $1/e$ como límites de ciertas sucesiones.
- En las sesiones 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 se realizarán ejercicios de repaso de la unidad didáctica, tanto por parte del profesor como por parte de los alumnos, tal como se indicó al comienzo de esta sección.

2.5.6. Actividades de enseñanza y aprendizaje

De manera análoga a como hicimos en la unidad didáctica anterior, relacionaremos las metodologías descritas en la programación general de la asignatura con las actividades de enseñanza-aprendizaje:

- **Clase magistral participativa:** El profesor hará en la pizarra con la ayuda de los alumnos algún ejercicio que se proponen en esta sección.



- **Aprendizaje cooperativo:** Se procederá de manera análoga a la unidad didáctica anterior, pero ahora teniéndose las siguientes actividades:
 - Sección *algunas sucesiones especialmente interesantes*: actividad 1.
 - Sección *concepto de sucesión*: actividad 2.
 - Sección *límite de una sucesión*: actividad 3
- **Indagación en conocimientos previos:** Se desarrollará de manera análoga a la de la unidad didáctica anterior
- **Resolución de problemas:** Se procederá de manera análoga a la unidad didáctica anterior. Un ejemplo podría ser la actividad 2 de la sección *algunos límites importantes* o la actividad 1 de la misma sección.
- **clase expositiva por parte del alumno:** Se desarrollará de manera análoga a la de la unidad didáctica anterior.

Actividad 1: Obtén los seis primeros términos de cada una de las siguientes sucesiones:

$$a_n = n^2 + 2n \qquad h_n = n! - (n - 1)!$$
$$b_n = (-1)^{n+1}n^2$$

Actividad 2: Da el término general o el criterio de recurrencia (o ambas cosas) de las siguientes sucesiones.

$$3, 8, 13, 18, 23, \dots \qquad 0, 3, 8, 15, 24, \dots$$
$$21, 8, 27, 64, 125, \dots$$

2.5.7. Algunas sucesiones especialmente interesantes

Actividad 1: En las siguientes sucesiones identifica las progresiones aritméticas y las progresiones geométricas. Añade dos términos y escribe su



término general.

3, 7, 11, 15, 19, ...

3, 6, 12, 24, 48, ...

3, 4, 6, 9, 13, 18, ...

Actividad 2: En la actividad 2, en el apartado uno calcular la suma de los primeros 20 términos.

Actividad 7: Calcula:

$$16^3 + 17^3 + \dots + 30^3$$

$$2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 20^3$$

Sugerencia: Para el último apartado, date cuenta que, por ejemplo $6^3 = (2 \cdot 3)^3$ y que $20^3 = (2 \cdot 10)^3$.

Actividad 8: La *sucesión de Lucas* se define así:

$$l_1 = 1, l_2 = 3, l_n = l_{n-2} + l_{n-1} \quad n \geq 3.$$

Como puedes ver, es muy parecida a la de Fibonacci y también tiene relación con el mundo vegetal.

- Halla sus 11 primeros términos.
- $l_1 + l_2 + \dots + l_n = l_{n+2} - 3$. Compruébalo para $n = 6$.
- Esta sucesión se relaciona con la de Fibonacci así:

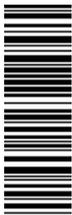
$$f_n = \frac{l_{n-1} + l_{n+1}}{5}.$$

Compruébalo hallando los 10 primeros términos de la sucesión de Fibonacci a partir de la de Lucas.

2.5.8. Límite de una sucesión

Actividad 1: Representa la sucesión

$$a_n = \frac{4n + 10}{2n - 1}$$



y asigna un valor a su límite.

Actividad 3: Representa la sucesión $c_n = (-1)^n \cdot n$ y describe su comportamiento. ¿Podríamos afirmar que $\lim c_n = l < \infty$ o que $\lim c_n = \infty$? ¿O acaso que $\lim c_n = -\infty$?

Actividad 4: Estudia el comportamiento de esta sucesión para términos muy avanzados e indica su límite.

$$a_n = \frac{2n-3}{6}$$

$$d_n = 5 - \frac{1}{n^3}$$

Actividad 5: Di, razonadamente, cuáles de las siguientes sucesiones tienen límite:

$$a_n = -\frac{2}{n^2}$$

$$d_n = (-1)^n \frac{2}{n^2}$$

2.5.9. Algunos límites importantes

Actividad 1:

a) Calcula

$$\left(1 - \frac{1}{80}\right)^{80}$$

y comprueba que se parece mucho a $e^{-1} = \frac{1}{e}$. Haz lo mismo con

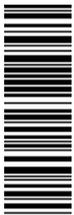
$$\left(1 - \frac{1}{1000}\right)^{1000}.$$

¿Podemos suponer que $\lim \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{e}$?

b) Calcula

$$1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \cdots - \frac{1}{9!} + \frac{1}{10!}$$

y comprueba que es aproximadamente igual a e^{-1} . ¿Podemos suponer también que la sucesión $-\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!}$ tiende a e^{-1} ?



Actividad 2: Dado que

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

si consideramos una posición suficientemente avanzada, es decir, si consideramos n grande, el término Φ^{-n} se podrá despreciar, puesto que tenderá a 0 cuando n tiende a infinito. Sabiendo esto y teniendo en cuenta que el término general de la sucesión de Fibonacci para n grande es:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\Phi^n - \Phi^{-n}) \approx \frac{\Phi^n}{\sqrt{5}},$$

demuestra que $\lim \frac{f_{n+1}}{f_n} = \Phi$.

2.5.10. Evaluación

Se seguirán las directrices marcadas en *evaluación general* de la asignatura. Como se trata de la segunda unidad del bloque números y álgebra, no ha lugar la realización del primer examen.

2.5.11. Planes complementarios

Los planes complementarios a esta unidad didáctica estarán sujetos a los propuestos por parte de la junta de Castilla y León.

2.5.12. Atención a la diversidad

Para atender a la diversidad, en esta unidad didáctica se seguirán exactamente las mismas directrices que en la *atención a la diversidad general* de la asignatura.

2.6. Unidad 3. Álgebra

Esta unidad didáctica corresponde al segundo bloque de la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la comunidad de



Castilla y León.

Esta unidad didáctica consolidará conceptos ya vistos en cursos anteriores y ampliarán algunos nuevos. Se comenzará con el concepto de polinomios y factorización de polinomios y se terminará con inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Se comprobará mediante una prueba de nivel al inicio de esta unidad didáctica que los alumnos han adquirido los siguientes conocimientos:

- Concepto de polinomio y factorización de polinomios.
- Concepto de fracción algebraica.
- Resolución de ecuaciones de grado dos.
- Resolución de ecuaciones que involucran fracciones algebraicas.
- Resolución de ecuaciones de grado mayor que 2.
- Resolución de ecuaciones irracionales.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.
- Resolución de inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita.

Los conocimientos que se presentarán como nuevos para los alumnos en la presente unidad didáctica serán los siguientes:

- Resolución de ecuaciones bicuadráticas.
- Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Resolución de sistemas de ecuaciones mediante el método de Gauss.
- Resolución de inecuaciones y sistemas de inecuaciones con dos incógnitas.



Esta unidad didáctica se puede relacionar tanto con la física, para describir mediante ecuaciones lineales y no lineales los movimientos de determinados móviles y con la economía en el sentido de que se han de modelar ciertas ecuaciones para mantener en pie una determinada empresa.

2.6.1. Contribución a las competencias clave

En esta unidad didáctica, al igual que en todo el currículo, se focalizará en el desarrollo de las competencias clave. La contribución a las competencias clave se hará como sigue:

- Las contribuciones a las competencias lingüística, matemática, social y cívica y aprender a aprender son análogas a las de la unidad didáctica anterior.
- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: en esta unidad didáctica se les dará a los alumnos pautas para que sean ellos los que tomen la decisión de saber si una determinada ecuación tiene solución o de si determinados sistemas de ecuaciones lineales, no lineales y de sistemas de inecuaciones con una incógnita o con dos incógnitas tienen o no solución.

2.6.2. Objetivos didácticos

Los objetivos que se persiguen en esta unidad didáctica son, además de los generales de la asignatura (véase apéndice B), los siguientes:

- Consolidar el concepto de polinomio y de factorización de polinomios.
- Consolidar el concepto de fracciones algebraicas, estudiando cuando dos fracciones algebraicas son semejantes y realizando operaciones con fracciones algebraicas.
- Resolver ecuaciones cuadráticas, bicuadráticas, irracionales, exponenciales y logarítmicas.



- Resolver sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de eliminación gaussiana.
- Resolver inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita.
- Resolver inecuaciones y sistemas de inecuaciones con dos incógnitas.

2.6.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Los contenidos que se explicarán en esta unidad didáctica son los idénticos a los expuestos en la programación general de la asignatura (ver apéndice C) y a los especificados anteriormente.¹²

2.6.4. Metodología

Para llevar a cabo esta unidad didáctica, se utilizará la misma metodología que en la unidad didáctica 1.

2.6.5. División en tiempos y espacios

En cuanto a la división en tiempos y espacios de esta unidad didáctica se hará de una forma análoga a la de la unidad didáctica anterior, con la salvedad de que dedicaremos 13 sesiones, reservando las tres últimas a la resolución de ejercicios de repaso.

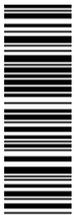
Todas las sesiones, se impartirán en el aula y se llevará a cabo la siguiente secuenciación:

- **Sesión 1:**

¹²Ver sección contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje del bloque números y álgebra.



- Se dará comienzo al tema de álgebra estudiando el concepto de polinomio y factorización de polinomios.
- **Sesión 2:**
 - Se continuará con la lección viendo el concepto de fracciones algebraicas.
- **Sesión 3:**
 - Se continuará con la lección viendo el concepto de resolución de ecuaciones cuadráticas, bicuadráticas, de grado mayor que dos, irracionales, exponenciales y logarítmicas.
- **Sesión 4:**
 - Se continuará con la lección viendo la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.
- **Sesión 5:**
 - Se continuará con la lección viendo el método de Gauss para sistemas lineales y resolución de sistemas escalonados.
- **Sesión 6:**
 - Se resolverán las dudas surgidas por los alumnos y se seguirá con la lección viendo el concepto de resolución de inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita.
- **Sesión 7:**
 - Se seguirá con la lección explicando el concepto de inecuaciones lineales con dos incógnitas y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.



- Las sesiones 8, 9, 10, 11, 12 y 13 estarán dedicadas a la resolución de ejercicios de repaso tanto por parte del profesor como por parte de los alumnos, tal como se comenta al comienzo de esta sección.

2.6.6. Actividades de enseñanza y aprendizaje

De manera análoga a como hicimos en la unidades didácticas anteriores, relacionaremos las metodologías descritas en la programación general de la asignatura con las actividades de enseñanza-aprendizaje:

- **Clase magistral participativa:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas anteriores.
- **Aprendizaje cooperativo:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas anteriores, pero ahora teniéndose los siguientes ejercicios:
 - Sección *polinomios. Factorización*: actividad 2.
 - Sección *fracciones algebraicas*: actividad 1.
 - Sección *Resolución de ecuaciones*: actividad 3.
 - Sección *resolución de sistemas de ecuaciones*: actividad 3.
 - Sección *método de Gauss*: actividad 2.
 - Sección *inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita*: actividad 2.
 - Sección *inecuaciones lineales con dos incógnitas*: actividad 2.
- **Indagación en conocimientos previos:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas anteriores.
- **Clase expositiva por parte de los alumnos:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas anteriores.
- **Resolución de problemas:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas anteriores.



2.6.7. Polinomios. Factoización.

Actividad 1: Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^6 - 9x^5 + 24x^4 - 20x^3$

b) $4x^4 - 15x^4 - 5x + 6$

Actividad 2:

- Intenta factorizar $x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 7x + 4$.
- Hazlo ahora sabiendo que es divisible por $x^2 + x + 1$.

2.6.8. Fracciones algebraicas

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

a) $\frac{x+1}{x^2+1} = \frac{1}{x+1}$

Actividad 2: Reduce previamente a común denominador las fracciones algebraicas siguientes y súmalas:

$$\frac{x+7}{x}$$

$$\frac{x-2}{x^2+x}$$

$$-\frac{2x+1}{x+1}$$

Actividad 3: Efectúa las siguientes operaciones:

$$\frac{x^2-2x+3}{x-2} \cdot \frac{2x+3}{x+5}$$

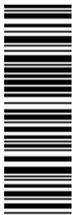
$$\frac{x^2-2x+3}{x-2} : \frac{2x+3}{x+5}$$

Actividad 4: Calcula:

$$\frac{x+2}{x} : \left(\frac{x-3}{3} \cdot \frac{x}{2x+1} \right)$$

2.6.9. Resolución de ecuaciones.

Actividad 1: Resuelve:



$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

Actividad 2: Resuelve:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

Actividad 3: Resuelve:

$$\frac{3x - 2}{x} - \frac{4}{x^2} = \frac{2x - 5}{x}$$

Actividad 4: Resuelve:

$$\sqrt{4x + 9} - \sqrt{2x + 1} = 2$$

$$\sqrt{3x + 4} - \sqrt{1 - x} = 1$$

Actividad 5: Resuelve:

$$2^{x^2 - 4x} = \frac{1}{16}$$

$$5^{x^2 - 1} = 7$$

$$3^{x+2} - 3^x = 72$$

Actividad 6: Resuelve:

$$\log x - \log 4 = 2$$

Actividad 7: ¿Verdadero o falso?

- a) Al resolver una ecuación con algún radical cuadrático siempre aparece alguna raíz falsa.

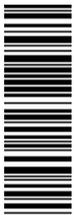
2.6.10. Resolución de sistemas de ecuaciones

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

- a) El sistema

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

tiene dos soluciones: $x = 4$, $y = 1$.



Actividad 2: Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$$

Actividad 3: Resuelve:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \log(x^2 + y) - \log(x - 2y) = 1 \\ 5^{x+1} = 25^{y+1} \end{cases}$$

2.6.11. Método de Gauss para sistemas lineales

Actividad 1: Resuelve los siguientes sistemas escalonados:

$$\begin{cases} x = 7 \\ 2x - 3y = 8 \\ 3x + y - 7 = 12 \end{cases}$$

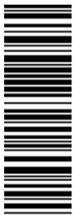
Actividad 2: Resuelve por el método de Gauss:

$$\begin{cases} 5x - 4y + 3z = 9 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 4x + 3y + 4z = 1 \end{cases}$$

2.6.12. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita

Actividad 1: Resuelve estas inecuaciones:

$$3x - 2 \leq 10$$



Actividad 2: Resuelve estos sistemas de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - 2 \leq 10 \\ x - 2 > 1 \end{cases}$$

Actividad 3: Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$x^2 - 3x - 4 < 0 \quad x^2 + 7 < 0 \quad x^2 + 4 \leq 0$$

Actividad 4: Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \\ 2x - 7 > 5 \end{cases}$$

2.6.13. Inecuaciones lineales con dos incógnitas

Actividad 1: Resuelve:

$$3x + 2y \geq 6$$

Actividad 2: Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

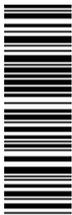
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 6 \\ x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$$

2.6.14. Evaluación

Para evaluar dicha unidad didáctica se seguirán las directrices que marcan la *evaluación general* de la asignatura.

Esta unidad didáctica es la tercera que compone el bloque de números y álgebra, luego ya tendrá lugar la prueba escrita¹³. Su duración será la de una sesión de clase, escogiendo el recreo si fuera necesario. En dicha prueba escrita se evaluaría el mayor número de estándares de aprendizaje.

¹³Ver sección evaluación general de la asignatura.



2.6.15. Planes complementarios

La realización de planes complementarios se seguirán acorde a las directrices y propuestas marcadas por la junta de Castilla y León.

2.6.16. Atención a la diversidad

Para atender a la diversidad en esta unidad didáctica, se seguirán las directrices que marcan la *atención a la diversidad general* de la asignatura¹⁴.

2.7. Unidad 4. Números complejos.

Esta será la última sesión correspondiente al bloque de números y álgebra¹⁵ y la que desarrollaremos en esta memoria. Este tema será una extensión del bloque correspondiente a números y álgebra. No obstante, el alumno tiene que tener conocimientos previos en los siguientes conceptos:

- Conjugado de una expresión de la forma $a + b$, donde a y b son números reales.
- Trigonometría plana.
- Coordenadas en \mathbb{R}^2 .

En esta unidad didáctica se presentarán los siguientes conceptos:

- Concepto de número complejo.
- Operaciones con números complejos en forma binómica.
- Números complejos en forma polar.
- Operaciones con números complejos en forma polar.
- Radicación de números complejos.

¹⁴Ver atención a la diversidad general de la asignatura.

¹⁵Ver sección división en espacios y tiempo general de la asignatura.



- Descripción gráfica de números complejos.

Como es la primera vez que los alumnos se enfrentan a los números complejos, esta unidad didáctica será la que más peso tenga en la asignatura; no obstante, será el mayor número de sesiones que la dediquemos, sobre todo a realizar ejercicios y problemas con números complejos.

La relación que podemos establecer entre esta unidad didáctica y otras asignaturas es con la física, sobre todo a la hora de introducir al alumno a conceptos de física cuántica.

2.7.1. Contribución a las competencias clave

En esta unidad didáctica, al igual que en todo el currículo, se focalizará en el desarrollo de las competencias clave. La contribución a las competencias clave se hará como sigue:

- Las contribuciones a las competencias lingüística, matemática, aprender a aprender y las sociales y cívicas son análogas a las de la unidad didáctica anterior.
- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: en esta unidad didáctica se les dará a los alumnos pautas para que sean ellos los que tomen la decisión de saber si un determinado número es real o complejo, si un determinado polinomio tiene solución en el plano complejo o describir una gráfica utilizando números complejos.

2.7.2. Objetivos didácticos

Los objetivos que se perseguirán en esta unidad didáctica serán, además de los generales de la asignatura, los siguientes:

- Identificar cuando un número complejo es real o imaginario puro.
- Escribir de todas las formas posibles un número complejo.



- Realizar operaciones entre números complejos escribiendo los resultados de dichas operaciones en todas las formas posibles.
- Saber calcular e interpretar una raíz n -ésima de un número complejo.
- Saber describir gráficas con números complejos.

2.7.3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Los contenidos que se explicarán en esta unidad didáctica son los idénticos a los expuestos en la programación general de la asignatura (ver apéndice C) y a los especificados anteriormente.¹⁶

2.7.4. Metodología

La metodología que se seguirá en esta asignatura es idéntica a la que se siguió en la unidad 1.¹⁷

2.7.5. División en tiempos y espacios

De acuerdo con la *división en tiempos y espacios general* de la asignatura, a esta sesión la dedicaremos un total de 15 sesiones, de las cuales, se reservarán las últimas 8 sesiones a la realización de ejercicios de repaso. La división en tiempos y espacios de esta unidad didáctica se hará de manera análoga a la unidad didáctica anterior.

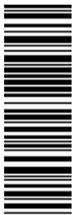
Todas las sesiones se llevarán a cabo en el aula habitual, salvo la séptima sesión, que se llevará a cabo en el aula de informática, donde los alumnos trabajarán con el software GeoGebra. Dichas sesiones se llevarán a cabo de la siguiente forma:

¹⁶Ver sección contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje del bloque números y álgebra.

¹⁷Ver sección metodología de la unidad didáctica 1.



- **Sesión 1:**
 - Se dará comienzo a la unidad didáctica de números complejos con la construcción del plano complejo.
 - Una vez acabada la sesión, se les entregará a los alumnos la prueba de nivel que desarrollaron en la unidad didáctica anterior.
- **Sesión 2:**
 - Se continuará con la lección con operaciones con números complejos en forma binómica (suma, resta, multiplicación y división de números complejos en forma binómica).
- **Sesión 3:**
 - Se continuará con la lección con el concepto de número complejo en forma polar.
- **Sesión 4:**
 - Se continuará con la lección con el concepto de operaciones con números complejos en la forma polar (suma, resta, producto y división de números complejos en la forma polar).
- **Sesión 5:**
 - Se continuará con la lección con el concepto de radicación de números complejos.
- **Sesión 6:**
 - Se resolverán todas las dudas que el alumno tuviera y se continuará con la lección con el concepto de descripciones gráficas con números complejos.



- **Sesión 7:** esta sesión se desarrollará en el aula de informática trabajando con el software GeoGebra, y se desarrollará la sesión como sigue:
 - Se resolverán todas las dudas que el alumno tuviera y se repasará el concepto de descripciones gráficas con números complejos utilizando el programa GeoGebra.
- Las sesiones 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15 se dedicarán a la realización de ejercicios de repaso tanto por parte del profesor como por parte del alumno, tal y como se explicitó al comienzo de esta sección.

2.7.6. Actividades de enseñanza-aprendizaje

De manera análoga a como hicimos en la unidades didácticas anteriores, relacionaremos las metodologías descritas en la programación general de la asignatura con las actividades de enseñanza-aprendizaje:

- **Clase magistral participativa:** Se desarrollará de manera análoga a la unidad didáctica 1.
- **Aprendizaje cooperativo:** Se procederá de manera análoga a las unidades didácticas anteriores, pero ahora constando los siguientes ejercicios:
 - Sección *en qué consisten los números complejos*: actividades 2, 3, 5.
 - Sección *operaciones con números complejos en forma binómica*: actividades 1, 4, 5.
 - Sección *números complejos en forma polar*: actividades 1, 2, 3.
 - Sección *operaciones con complejos en forma polar*: actividades 2, 3, 5.
 - Sección *radicación de números complejos*: actividades 1, 5, 7, 8.



- Sección *descripciones gráficas con números complejos*: actividad 2.

- **Indagación en conocimientos previos:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas anteriores.
- **Clase expositiva por parte de los alumnos:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas previas.
- **Resolución de problemas:** Se desarrollará de manera análoga a las unidades didácticas previas.

En qué consisten los números complejos

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

- El número 7 es un número real. Por tanto, no es un número complejo.
- Si $a + bi$ es un número complejo, entonces no puede ser número real.
- Para que el número complejo $a + bi$ sea imaginario hace falta que a sea cero.

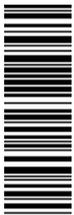
Actividad 2: Representa gráficamente los siguientes números complejos y di cuáles son reales, cuáles imaginarios y, de estos, cuáles son imaginarios puros:

$$5 - 3i \qquad \frac{1}{2} + \frac{5}{4}i \qquad -5i$$

Actividad 3: Resuelve la ecuación y representa las soluciones.

$$z^2 + 4 = 0$$

Actividad 4: Representa gráficamente cada número complejo, su opuesto y su conjugado:



$$3 - 5i$$

$$5 + 2i$$

$$-1 - 2i$$

Actividad 5: Calcula $i^3, i^4, i^5, i^6, i^{20}, i^{21}, i^{22}, i^{23}$. Da un criterio para simplificar potencias de i de exponente natural.

Operaciones con números complejos en forma binómica

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

- La suma de un número complejo y su opuesto es 0.
- La suma de un número complejo y su conjugado es un número imaginario puro.

Actividad 2: Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado.

$$(6 - 5i) + (2 - i) - 2(-5 + 6i) \quad (3 + 2i)(4 - 2i)$$

$$(2 - 3i) - (5 + 4i) + \frac{1}{2}(6 - 4i)$$

Actividad 3: ¿Cuánto debe valer x para que $(25 - xi)^2$ sea imaginario puro?

Actividad 4: Obtén polinomios cuyas raíces sean:

$$2 + \sqrt{3}i \text{ y } 2 - \sqrt{3}i$$

Nota: Observa que solo cuando las dos raíces son conjugadas, el polinomio tiene coeficientes reales.

Actividad 5: Representa gráficamente $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 2 + 5i, z_1 + z_2$. Comprueba que $z_1 + z_2$ es una diagonal del paralelogramo de lados z_1 y z_2 .

Números complejos en forma polar

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?



- a) Los módulos de dos números complejos opuestos son iguales pero con signos distintos.
- b) Los módulos de dos complejos son iguales.

Actividad 2: Escribe en forma polar los siguientes números complejos:

$$1 + \sqrt{3}i \qquad \sqrt{3} + i$$

Actividad 3: Escribe en forma binómica los siguientes números complejos:

$$5\frac{\pi}{6} \text{ rad} \qquad 2_{135^\circ} \qquad 2_{495^\circ}$$

Actividad 4: Expresa en forma polar el opuesto y el conjugado del número complejo $z = r_\alpha$.

Actividad 5: Sean los números complejos $z_1 = 4_{60^\circ}$ y $z_2 = 3_{210^\circ}$.

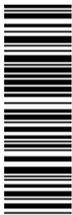
- a) Expresa z_1 y z_2 en forma binómica.
- b) Halla $z_1 \cdot z_2$ y z_2/z_1 , y pasa los resultados a forma polar.
- c) Compara los módulos y los argumentos de $z_1 \cdot z_2$ y de z_2/z_1 con los de z_1 y z_2 e intenta encontrar relaciones entre ellos.

Operaciones con complejos en forma polar

Actividad 1: Dados los siguientes números complejos $z = 5_{45^\circ}$, $w = 2_{15^\circ}$, $t = 4i$ efectúa las siguientes operaciones y da el resultado en forma polar y en forma binómica:

$$(1 - \sqrt{3}i)^5 \qquad \frac{z^3}{w \cdot t^2} \qquad \frac{z \cdot w^3}{t}$$
$$(3 + 2i) + (-3 + 2i)$$

Actividad 2: Expresa $\cos 3\alpha$ y $\sin 3\alpha$ en función de $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$ utilizando la fórmula de Moivre. Ten en cuenta que



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Radicación de números complejos

Actividad 1: ¿Verdadero o Falso?

- Los números reales negativos no tienen raíces cuadradas en el campo complejo.
- El real -9 tiene dos raíces imaginarias puras: $3i$ y $-3i$

Actividad 2: Resuelve $z^3 + 27 = 0$. Representa sus soluciones.

Actividad 3: Resuelve estas ecuaciones:

$$z^4 + 1 = 0$$

$$z^6 + 64 = 0$$

Actividad 4: Calcula:

$$\sqrt[3]{-i}$$

$$\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3}i}$$

$$\sqrt{-25}$$

$$\sqrt{\frac{-2+2i}{1+\sqrt{3}i}}$$

Actividad 5: El número $4 + 3i$ es la raíz cuarta de un cierto número complejo, z . Halla las otras raíces cuartas de z .

Actividad 6: Calcula la siguientes raíces y representa gráficamente sus soluciones:

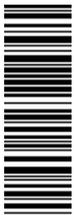
$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt[3]{-27}$$

Descripciones gráficas con números complejos

Actividad 1: Representa el conjunto de números complejos que verifican las siguientes propiedades o describe con palabras cada una de estas gráficas:

- $\Re(z) = -3$
- $\arg(z) = 180^\circ$



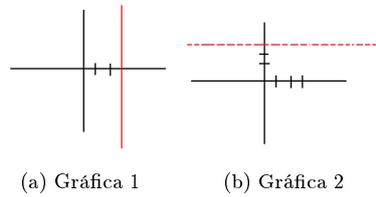


Figura 2.1: Gráficas extraídas de [2].

Nota: \Re e \Im denotan, respectivamente, la parte real y la parte imaginaria de un número complejo.

2.7.7. Evaluación

Para evaluar esta unidad didáctica, se seguirán las directrices de la *evaluación general* de la asignatura.¹⁸

Como es la primera vez que los alumnos se enfrentan a los números complejos y puesto que se trata de la última unidad didáctica que cierra el bloque de números y álgebra, habrá un examen dedicado sólo a los números complejos. Dicho examen se celebrará en el aula habitual y tendrá una duración de 50 minutos, tomando tiempo de recreo tanto como se necesite.

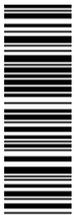
2.7.8. Planes complementarios

La realización de planes complementarios se seguirán acorde a las directrices y propuestas marcadas por la junta de Castilla y León.

2.7.9. Atención a la diversidad

Para atender a la diversidad en esta unidad didáctica, se seguirán las directrices de la *atención a la diversidad general* de la asignatura.

¹⁸Ver sección evaluación general de la asignatura.



Capítulo 3

Conclusiones de la memoria

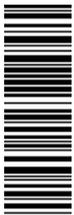
La necesidad de la realización de este Trabajo Fin de Máster reside en la necesidad de tener unos mínimos de conocimientos para organizar y programar el bello proceso de la enseñanza.

Aunque primero de bachillerato no haya sido uno de los cursos en los que haya trabajado en la asignatura del módulo *Prácticum*, se ha intentado llevar las metodologías que se han aplicado en los demás cursos que se han trabajado en este módulo y es lo que intenta reflejar esta memoria.

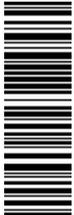
También la necesidad de la realización no sólo de esta memoria, sino del Máster de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas reside en la necesidad de saber transmitir los conocimientos a nuestros futuros discentes, no sólo basta con tener la competencia, también hay que tener estrategias, metodologías y didácticas para saber transmitir toda esa competencia.

Otra de las cosas que también es relevante, es que para apoyar a los alumnos y para estudiar su evolución es necesaria la comunicación entre los profesores, no sólo de diferentes departamentos, sino con los del mismo departamento, puesto que esos profesores podrán dar al mismo nivel que esta memoria recoge o a niveles distintos.

Para cerrar esta memoria, me quedaré con una de las citas que brindó



un profesor de este máster y es que la evaluación y los exámenes no deben ser un punto y final, sino un punto y seguido en el proceso de mejora del alumnado, insistiendo a estos en la necesidad de la realización de pruebas y que ellas sean lo más importante en su calificación. También, me quedo con otra cita que brindó el mismo profesor de este máster y es que se debería de evaluar los frutos del aprendizaje y no las semillas de la enseñanza, es decir, hay que hacerles ver a los alumnos que no debería de importar tanto una calificación numérica de un examen, sino el proceso para obtener dicha nota.



Bibliografía

- [1] Texto de la Orden; por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León, disponible en la página web: <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/orden-edu-363-2015-4-mayo-establece-curriculo-regula-implan>
- [2] J.Cólera Jiménez, M^a J. Oliveira González, R. Colera Cañas, E. Santaella Fernández, Matemáticas I, Bachillerato, Anaya.

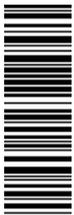


Apéndice A

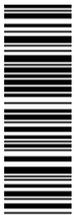
Objetos que debe contener una programación didáctica según el B.O.CyL

Según el artículo 21 de la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo, toda programación didáctica deberá de contener, como mínimo, los siguientes elementos:

1. Secuenciación y temporalización de los contenidos.
2. Decisiones y acuerdos de metodologías y didácticas.
3. Perfil de cada una de las competencias de acuerdo con lo establecido en la *ORDEN ECD/65/2015*, de 21 de enero.
4. Concreción de elementos transversales que se trabajarán en cada materia.
5. Medidas para estimular el interés y el hábito de la lectura y la capacidad de expresarse correctamente en público y por escrito.



6. Estrategias e instrumentos para la evaluación de los aprendizajes del alumnado y criterios de calificación.
7. Actividades de recuperación de los alumnos con materias pendientes del curso anterior.
8. Medidas de atención a la diversidad.
9. Materiales y recursos de desarrollo curricular.
10. Programa de actividades extraescolares y complementarias.
11. Procedimiento de evaluación de la programación didáctica y sus indicadores de logro.

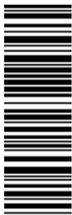


Apéndice B

Objetos que debe de contener las unidades didácticas

En cada una de las unidades didácticas desarrolladas en la memoria, se han explicado los siguientes conceptos, pertenecientes a la asignatura *diseño curricular en matemáticas*.

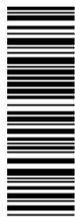
- **Introducción contextual:** se hará la justificación de cada unidad didáctica que se desarrollará en el capítulo dos de esta memoria; se presentará contenido, curso donde se desarrollará, la vinculación de la unidad didáctica con los conocimientos previos, es decir, se invocarán a aquellos cursos anteriores y otros contenidos que los alumnos tienen que dominar para que puedan realizar el nexo con la unidad didáctica que se esté llevando a cabo en esos momentos. Se hará también una descripción sociológica de los alumnos del instituto y del lugar donde se localiza.
- **Competencias clave:** en cada unidad didáctica se concretarán aquellas competencias clave que los alumnos desarrollarán y se hablará de aquellas actividades que se llevarán a cabo para que los discentes consigan dichas competencias.



- **Objetivos didácticos:** en cada unidad didáctica se hablarán, atendiendo a los contenidos que señala el currículo oficial y a los que se incluya en cada unidad didáctica, de los objetivos didácticos propuestos para todo el alumnado.
- **Contenidos:** se explicitarán los contenidos que se deberán impartir en la unidad. Por supuesto, han de estar los contenidos mínimos que marca la ley y se relacionarán con las competencias que se hayan escrito en el apartado *competencias clave*.
- **Metodología:** siendo la forma de transmisión del contenido, como abordar dificultades de aprendizaje conocidas de los conceptos y procedimiento y teniendo en cuenta la diversidad general del grupo se explicarán los diferentes tipos de metodología que se pueden llevar a cabo en una clase ordinaria y sobre todo, en cada unidad didáctica.
- **Recursos:** se presentará y describirá brevemente los materiales que se van a utilizar en el desarrollo de cada unidad didáctica, tanto el profesor como los alumnos y cómo usarlos.
- **Distribución temporal de contenidos:** se explicará el número de sesiones que se tienen para impartir cada unidad didáctica y como se van a dividir los conceptos a la hora de explicarlos en cada una de las sesiones.
- **Actividades de enseñanza-aprendizaje:** se propondrán actividades de enseñanza-aprendizaje en cada unidad didáctica y se clasificarán siguiendo la taxonomía de Smith & Stein, en el cual se distinguirán los ejercicios de memorización, ejercicios sin conexión o de mecanización, ejercicios con conexión y ejercicios de hacer matemáticas. Se relacionarán cada una de las actividades con la metodología, los objetivos y los contenidos de cada unidad didáctica.



- **Planes complementarios:** siendo optativo este apartado, se propondrán dos actividades complementarias, tanto dentro como fuera del centro de enseñanza secundaria.
- **Evaluación:** se explicarán los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables, en correspondencia con la consecución de objetivos y desarrollo de competencias. También, mediante una breve tabla, se señalarán las relaciones entre los objetivos propuestos, competencias a desarrollar y criterios de evaluación. Se explicará los procedimientos de evaluación, los instrumentos de evaluación. Se explicarán procesos y criterios de recuperación de cada unidad didáctica para aquellos alumnos que suspendan la evaluación o que tengan suspensa la asignatura del año anterior.
- **Atención a la diversidad:** en este apartado se diseñarán medidas de refuerzo educativo para alumnos con necesidades de aprendizaje, adaptaciones curriculares, atención de alumnos con alto nivel de desarrollo de capacidades, temas transversales o educación en valores, proponer actividades, formas de agrupamiento en las que los alumnos puedan desarrollar valores sociales y éticos, así como medidas para estimular el interés y el hábito de la lectura.
- **Conclusiones y evaluación de cada unidad didáctica:** se explicará en esta memoria los medios y criterios para evaluar la práctica docente que se observará tras el desarrollo de cada unidad didáctica; se presentará un test de valoración de cada unidad didáctica por parte del profesor que reporte los resultados obtenidos, tanto cuantitativos como cualitativos, del proceso de enseñanza y del aprendizaje alcanzado y se realizará una reflexión personal.
- **Bibliografía o webgrafía:** se hará referencia a todas aquellas fuentes internas o externas donde se ha apoyado el desarrollo de esta memoria.



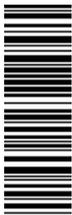
Apéndice C

Objetivos globales de Bachillerato

C.0.1. Objetivos globales de Bachillerato

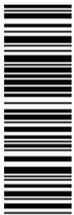
Según el *real decreto 1105/2014*, de 26 de diciembre, el bachillerato contribuirá a desarrollar en los alumnos las capacidades que les permitan:

- a) Ejercer la ciudadanía democrática, desde una perspectiva global, y adquirir una conciencia cívica responsable, inspirada por los valores de la Constitución española así como por los derechos humanos, que fomente la corresponsabilidad en la construcción de una sociedad justa y equitativa.
- b) Consolidar una madurez personal y social que les permita actuar de forma responsable y autónoma y desarrollar su espíritu crítico. Prever y resolver pacíficamente los conflictos personales, familiares y sociales.
- c) Fomentar la igualdad efectiva de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres, analizar y valorar críticamente las desigualdades y discriminaciones existentes, y en particular la violencia contra la mujer e impulsar la igualdad real y la no discriminación de las personas por

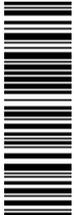


cualquier condición o circunstancia personal o social, con atención especial a las personas con discapacidad.

- d) Afianzar los hábitos de lectura, estudio y disciplina, como condiciones necesarias para el eficaz aprovechamiento del aprendizaje, y como medio de desarrollo personal.
- e) Dominar, tanto en su expresión oral como escrita, la lengua castellana y, en su caso, la lengua cooficial de su Comunidad Autónoma.
- f) Expresarse con fluidez y corrección en una o más lenguas extranjeras.
- g) Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y la comunicación.
- h) Conocer y valorar críticamente las realidades del mundo contemporáneo, sus antecedentes históricos y los principales factores de su evolución. Participar de forma solidaria en el desarrollo y mejora de su entorno social.
- i) Acceder a los conocimientos científicos y tecnológicos fundamentales y dominar las habilidades básicas propias de la modalidad elegida.
- j) Comprender los elementos y procedimientos fundamentales de la investigación y de los métodos científicos. Conocer y valorar de forma crítica la contribución de la ciencia y la tecnología en el cambio de las condiciones de vida, así como afianzar la sensibilidad y el respeto hacia el medio ambiente.
- k) Afianzar el espíritu emprendedor con actitudes de creatividad, flexibilidad, iniciativa, trabajo en equipo, confianza en uno mismo y sentido crítico.
- l) Desarrollar la sensibilidad artística y literaria, así como el criterio estético, como fuentes de formación y enriquecimiento cultural.



- m) Utilizar la educación física y el deporte para favorecer el desarrollo personal y social.
- n) Afianzar actitudes de respeto y prevención en el ámbito de la seguridad vial.



Apéndice D

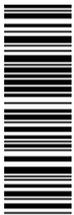
Objetivos de primer curso de bachillerato de la modalidad ciencias y tecnología

En aplicación a la *ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la comunidad de Castilla y León, los objetivos didácticos de la asignatura serán los siguientes:

- **Objetivos comunes del curso:**
 - Expresar verbalmente y de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
 - Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
 - Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.

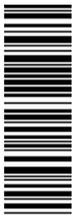


- Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas surgidas en la resolución de un problema o en una demostración, con el rigor y la precisión adecuados.
- Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.
- Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de:
 - La resolución de un problema y la profundización posterior.
 - La generalización de propiedades y leyes matemáticas.
 - La profundización en algún momento de la historia de las matemáticas; concretando todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.
- Elaborar un informe científico escrito que recoja el proceso de investigación realizado, con el rigor y la precisión adecuados.
- Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad.
- Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.
- Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
- Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.



- Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
- Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.
- Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

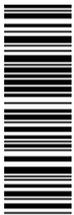
Además de estos, otros objetivos que se tienen en el bachillerato serán los siguientes:



Apéndice E

Contenidos del bloque de números y álgebra según el B.O.CyL

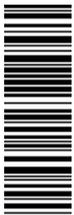
Los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje del bloque números y álgebra son los marcados por el B.O.C.y.L y son los siguientes:



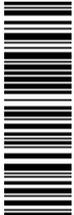
CONTENIDOS COMUNES DEL CURSO			
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE
<p>-Planificación del proceso de resolución de problemas.</p> <p>-Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.</p> <p>- Soluciones y/o resultados obtenidos: coherencia de las soluciones con la situación, revisión sistemática del proceso, otras formas de resolución, problemas parecidos, generalizaciones y particularizaciones interesantes.</p> <p>-Iniciación a la demostración en matemáticas: métodos, razonamientos, lenguajes, etc.</p> <p>-Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.</p> <p>-Razonamiento deductivo e inductivo. Lenguaje gráfico, algebraico, otras formas de representación de argumentos.</p> <p>-Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos</p>	<p>1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.</p> <p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>3. Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.</p> <p>4. Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas surgidas en la resolución de un problema o en una demostración, con el rigor y la precisión adecuados.</p> <p>5. Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.</p> <p>6. Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de: a) la resolución de un problema y la profundización posterior; b) la generalización de propiedades y leyes matemáticas; c) la profundización en algún momento de la historia de las matemáticas; concretando todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.</p> <p>7. Elaborar un informe científico escrito que recoja el proceso de investigación realizado, con el rigor y la precisión adecuados.</p>	<p>1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados.</p> <p>2.1. Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).</p> <p>2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.</p> <p>2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.</p> <p>2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.</p> <p>2.5. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas.</p> <p>3.1. Utiliza diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.</p> <p>3.2. Reflexiona sobre el proceso de demostración (estructura, método, lenguaje y símbolos, pasos clave, etc.).</p>	<p>CL</p> <p>CL / CMCCT</p> <p>CL / CMCCT / CAA</p>



		<p>ideas, así como dominio del tema de investigación.</p> <p>7.6. Reflexiona sobre el proceso de investigación y elabora conclusiones sobre el nivel de: a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos. Así mismo, plantea posibles continuaciones de la investigación; analiza los puntos fuertes y débiles del proceso y hace explícitas sus impresiones personales sobre la experiencia.</p> <p>8.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p>8.2. Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>8.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p>8.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo</p>	<p>CL / CMCCT / CAA</p>
--	--	--	-------------------------



		<p>mejoras que aumenten su eficacia.</p> <p>9.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre los logros conseguidos, resultados mejorables, impresiones personales del proceso, etc.</p> <p>10.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, etc.</p> <p>10.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p> <p>10.3. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; revisar de forma crítica los resultados encontrados; etc.</p> <p>11.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p>12.1. Reflexiona sobre los procesos desarrollados, tomando conciencia de sus estructuras; valorando la potencia, sencillez y belleza de los métodos e ideas</p>	<p>CL / CMCCT / CAA</p> <p>CAA / CMCCT / SEE</p> <p>CL / CMCCT /SEE / CAA</p> <p>CL/ CMCCT / SEE / CEC /CAA</p>
--	--	---	---

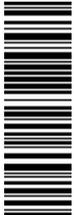




		<p>utilizados; aprendiendo de ello para situaciones futuras; etc.</p> <p>13.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.</p> <p>13.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.</p> <p>13.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.</p> <p>13.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.</p>	<p>CL / CMCCT / CAA / CD / SEE</p>
--	--	---	------------------------------------



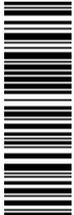
		<p>14.1. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y los comparte para su discusión o difusión.</p> <p>14.2. Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.</p> <p>14.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.</p>	<p>CL / CMCCT / CAA/ SEE/ CD</p>
--	--	---	----------------------------------



Si hacemos hincapié en cada una de las unidades didácticas que contiene este bloque, podremos ver sus contenidos de manera más específica.

E.1. Unidad 1. Números reales

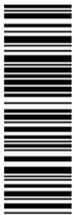
Los contenidos específicos de esta unidad didáctica con sus criterios de evaluación y estándares de aprendizaje son los siguientes:



CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA			
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE
-Lenguaje Matemático: conjuntos y símbolos.	1.Conocer el lenguaje matemático, los conjuntos y símbolos	1.1. Conoce el lenguaje matemático, los conjuntos y símbolos 1.2. Clasifica los números reales describiendo su conjunto más pequeño al cual pertenecen.	CMCCT / CAA
-Números reales. La recta real	2.Conocer y consolidar el concepto de números reales y de la recta real.	2.1. Conoce y consolida los conceptos de números reales y de la recta real. 2.2. Representa conjuntos en la recta real.	CMCCT / CAA
-Radicales. Propiedades.	3.Conocer y consolidar el concepto de radicales y sus propiedades	3.1. Conoce las operaciones básicas entre raíces y aplica sus propiedades. 3.2. Conoce, consolida y aplica correctamente las propiedades de los radicales. 3.3. Aplica las propiedades de los números reales, las identidades notables y de los radicales para la racionalización de fracciones	CMCCT / CAA
-Logaritmos. Propiedades	4.Conocer y consolidar el concepto de logaritmo y sus propiedades.	4. Conoce, consolida y aplica correctamente las	CMCCT / CAA

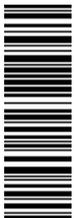


		propiedades de los logaritmos para el cálculo de éstos y de operaciones entre logaritmos.	
-Expresión decimal de los números reales. Números aproximados	5. Conocer y consolidar el concepto de expresión decimal de los números reales. 5.2. Conocer y consolidar el concepto de aproximación de números reales para calcular los errores absoluto y relativo.	5.1. Conoce y consolida el concepto de expresión decimal de los números reales. 5.2. Conoce y consolida el concepto de aproximación de números reales y calcula correctamente los errores absoluto y relativo.	CMCCT / CAA
-Fórmula del binomio de Newton.	6.1. Conocer el concepto de binomio de Newton	6. Conoce el concepto de binomio de Newton y sabe llevarlo a la práctica para desarrollar binomios.	CMCCT / CAA



E.2. Unidad 2. Sucesiones.

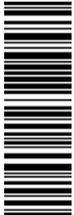
Los contenidos específicos de la unidad didáctica que se van a tratar se recogerán en la siguiente tabla junto con los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y la contribución a las competencias clave.



CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA			
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS
-Concepto de sucesión	<p>1.1.Comprender y consolidar el concepto de sucesión.</p> <p>1.2.Calcular los n primeros términos de una sucesión dado el término general y n.</p> <p>1.3.Exhibir el término general o criterio de recurrencia de unas sucesiones dadas.</p>	<p>1.1.Comprende y consolida el concepto de sucesión.</p> <p>1.2.Calcula los n primeros términos de una sucesión dado el término general y n.</p> <p>1.3.Exhibe el término general o criterio de recurrencia de unas sucesiones dadas.</p>	CMCCT / CAA
-Algunas sucesiones especialmente interesantes: progresiones aritméticas y geométricas.	<p>2.1.Identificar cuándo una sucesión es una progresión aritmética, cuándo es una progresión geométrica y cuándo se trata de ambos tipos de sucesiones.</p> <p>2.2.Exhibir el término general o criterio de recurrencia de una progresión aritmética o geométrica identificando todos los elementos de las mismas.</p>	<p>2.1.Identifica cuándo una sucesión es una progresión aritmética, cuándo es una progresión geométrica y cuándo se trata de ambos tipos de sucesiones.</p> <p>2.2.Exhibe el término general o criterio de recurrencia de una progresión aritmética o geométrica identificando todos los elementos de las mismas.</p>	CMCCT / CAA
-Límite de una sucesión.	<p>3.1.Comprender, interiorizar y consolidar el concepto de límite de una sucesión.</p> <p>3.2.Calcular límites de sucesiones dado el término general de una sucesión.</p> <p>3.3.Calcular límites de sucesiones calculando previamente el</p>	<p>3.1.Comprende, interioriza y consolida el concepto de límite de una sucesión.</p> <p>3.2.Calcula límites de sucesiones dado el término general de una sucesión.</p> <p>3.3.Calcula límites de sucesiones calculando previamente el término</p>	CMCCT / CAA

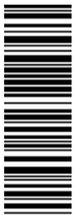


	término general de una sucesión.	general de una sucesión.	
-Algunos límites importantes.	3.1.Comprender, interiorizar y consolidar la construcción mediante límites de sucesiones el número irracional e , y el número irracional $1/e$. 3.2.Realizar cálculos de determinados límites relevantes.	3.1.Comprende, interioriza y consolida la construcción mediante límites de sucesiones el número irracional e , y el número irracional $1/e$. 3.2.Realiza cálculos de determinados límites relevantes.	CMCCT / CAA



E.3. Unidad 3. Álgebra

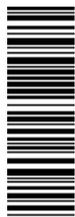
Los contenidos específicos que se impartirán en esta unidad didáctica se recogerán en la siguiente tabla, junto con los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y la contribución a las competencias clave.



CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA			
CONTENIDO	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE
-Polinomios. Factorización.	1.1. Consolidar el concepto de polinomio. 1.2. Consolidar el concepto de factorización de polinomios.	1.1. Consolida el concepto de polinomio. 1.2. Consolida el concepto de factorización de polinomios.	CMCCT / CAA
-Fracciones algebraicas.	2.1. Consolidar el concepto de fracción algebraica. 2.2. Consolidar las operaciones básicas entre fracciones algebraicas.	2.1. Consolida el concepto de fracción algebraica. 2.2. Consolida las operaciones básicas entre fracciones algebraicas.	CMCCT / CAA
-Resolución de ecuaciones.	3.1. Consolidar el concepto de resolución de una ecuación cuadrática. 3.2. Consolidar el concepto de resolución de una ecuación de grado mayor que dos. 3.3. Consolidar el concepto de resolución de ecuaciones irracionales. 3.4. Comprender el concepto de resolución de ecuaciones exponenciales. 3.5. Comprender el concepto de resolución de ecuaciones logarítmicas.	3.1. Consolida el concepto de resolución de una ecuación cuadrática. 3.2. Consolida el concepto de resolución de una ecuación de grado mayor que dos. 3.3. Consolida el concepto de resolución de ecuaciones irracionales. 3.4. Comprende el concepto de resolución de ecuaciones exponenciales. 3.5. Comprende el concepto de resolución de ecuaciones logarítmicas.	CMCCT / CAA

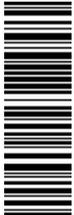


-Resolución de sistemas de ecuaciones.	4.1. Consolidar el concepto de resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.	4.1. Consolida el concepto de resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.	CMCCT / CAA
-Método de Gauss para sistemas lineales.	5.1. Comprender el concepto de resolución de un sistema escalonado. 5.2. Comprender el método de Gauss para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales.	5.1. Comprende el concepto de resolución de un sistema escalonado. 5.2. Comprende el método de Gauss para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales.	CMCCT / CAA
-Inecuaciones y sistemas de inecuaciones con una incógnita.	6.1. Consolidar el concepto de resolución de una inecuación con una incógnita. 6.2. Consolidar el concepto de resolución de un sistema de inecuaciones con una incógnita.	6.1. Consolida el concepto de resolución de una inecuación con una incógnita. 6.2. Consolida el concepto de resolución de un sistema de inecuaciones con una incógnita.	CMCCT / CAA
-Inecuaciones lineales con dos incógnitas.	7.1. Comprender el concepto de resolución de una inecuación lineal con dos incógnitas. 7.2. Comprender el concepto de resolución de un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.	7.1. Comprende el concepto de resolución de una inecuación lineal con dos incógnitas. 7.2. Comprende el concepto de resolución de un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.	CMCCT / CAA

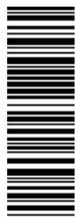


E.4. Unidad 4. Números complejos

Los contenidos que se impartirán en esta asignatura, junto con los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y contribución a las competencias clave se podrán ver en la siguiente tabla:



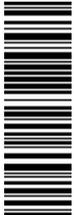
CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA			
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE
-Concepto de número complejo	1.Comprender y consolidar el concepto de número complejo	1. Comprende y consolida el concepto de número complejo.	CMCCT / CAA
-Operaciones con números complejos en forma binómica	<p>2.1.Comprender y consolidar el concepto de suma de números complejos en forma binómica.</p> <p>2.2.Comprender y consolidar el concepto de resta de números complejos en forma binómica.</p> <p>2.3.Comprender y consolidar el concepto de multiplicación de números complejos en forma binómica.</p> <p>2.4.Comprender y consolidar el concepto de división de números complejos en forma binómica.</p> <p>2.5.Comprender y consolidar la relación que existe entre realizar operaciones entre números complejos en forma binómica y realizar operaciones entre pares de números reales.</p>	<p>2.1.Comprende y consolida el concepto de suma de números complejos en forma binómica..</p> <p>2.2.Comprende y consolida el concepto de resta de números complejos en forma binómica..</p> <p>2.3.Comprende y consolida el concepto de multiplicación de números complejos en forma binómica..</p> <p>2.4.Comprende y consolida el concepto de división de números complejos en forma binómica..</p> <p>2.5.Comprende y consolida la relación que existe entre realizar operaciones entre números complejos en forma binómica y realizar operaciones entre pares de números reales.</p>	CMCCT / CAA



-Números complejos en forma polar	<p>3.1.Comprender y consolidar el concepto de número complejo en la forma polar.</p> <p>3.2. Comprender y consolidar los diferentes métodos de paso de diferentes escrituras de números complejos.</p>	<p>3.1.Comprende y consolida el concepto de número complejo en forma trigonométrica, como paso inmediato a la escritura de ese número complejo a la forma polar.</p> <p>3.2. Comprende y consolida los diferentes métodos de paso de diferentes escrituras de números complejos.</p>	CMCCT / CAA
-Operaciones con números complejos en forma polar.	<p>4.1.Comprender y consolidar el concepto de suma de números complejos en forma polar.</p> <p>4.2.Comprender y consolidar el concepto de resta de números complejos en forma polar.</p> <p>4.3.Comprender y consolidar el concepto de multiplicación de números complejos en forma polar.</p> <p>4.4.Comprender y consolidar el concepto de división de números complejos en forma polar.</p>	<p>4.1.Comprende y consolida el concepto de suma de números complejos en forma polar.</p> <p>4.2.Comprende y consolida el concepto de resta de números complejos en forma polar.</p> <p>4.3.Comprende y consolida el concepto de multiplicación de números complejos en forma polar.</p> <p>4.4.Comprende y consolida el concepto de división de números complejos en forma polar.</p>	CMCCT / CAA
-Radicación de números complejos	<p>5.1.Comprender y consolidar la radicalización de números enteros.</p> <p>5.2.Entender y consolidar que todo</p>	<p>5.1.Comprende y consolida la radicalización de números enteros.</p> <p>5.2.Entiende y consolida que todo número real</p>	CMCCT / CAA



	número real tiene raíces n -ésimas en el campo complejo. 5.3. Entender y consolidar la interpretación de las raíces n -ésimas de un número complejo.	tiene raíces n -ésimas en el campo complejo. 5.3. Entiende y consolida la interpretación de las raíces n -ésimas de un número complejo.	
-Descripciones gráficas con números complejos.	6.1. Entender y consolidar el concepto de descripción gráfica con números complejos. 6.2. Describir correctamente un conjunto de números complejos mediante una gráfica.	6.1. Entiende y consolida el concepto de descripción gráfica con números complejos. 6.2. Describe correctamente un conjunto de números complejos mediante una gráfica.	CMCCT / CAA

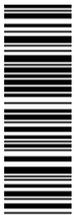


Apéndice F

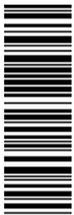
Habilidades docentes de un profesor de matemáticas

Además de todas estas metodologías, se requerirá que el profesor tenga ciertas *habilidades docentes* para poder llevar a cabo una clase:

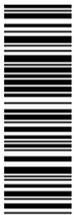
- Organización de los contenidos a trabajar: con esta habilidad se cubren cuatro objetivos esenciales en el desarrollo de una clase:
 - Mantener equilibrio entre la estructuración y la flexibilidad de programación.
 - Estructurar el contenido y sistematizarlo.
 - Informar sobre el proceso de aprendizaje.
 - Evitar la desmotivación del alumnado.
- Temporalización: con esta habilidad se cubren cuatro objetivos esenciales en el desarrollo de una clase:
 - Se hace una referencia clara y global del programa.
 - Se facilitan modificaciones.
 - Se flexibiliza y adapta al ritmo de aprendizaje.



- Se favorece una coherencia y calidad de la actividad.
- Uso de claves instruccionales, es decir, informaciones que se propone al alumnado a través de anécdotas, brevíarios culturales o incluso con el humor. Con este método se pretende:
 1. Descansar los mecanismos atencionales.
 2. Favorecer la reflexión y prevenir la fatiga
 3. Establecer relaciones o asociaciones con la información de los contenidos.
 4. Facilitar la recuperación de información y la evocación de conocimientos.
 5. Espacio de tiempo que hace las clases más agradables.
- Complementar información verbal con visual para un mejor procesamiento de la información y mayor motivación. Se seguirán algunas reglas generales para llevar a cabo esta habilidad:
 - Organizar bien el tiempo, los temas y los recursos.
 - Concentrar en una sola modalidad audiovisual.
 - No incluir el mismo material utilizado en medios escritos: simplificar cuadros, gráficas, así como títulos cortos, líneas claras, márgenes, etc.
 - Evitar errores comunes: demasiado tiempo o información.
 - Insertar poca información bien organizada, es decir, cubrir lo que no se está utilizando.
 - Presentar temario esquemático, no el texto completo.
 - Usar recursos simples y gratos: letras claras, esquemas simples, no recargar de imágenes y colores contrastantes.

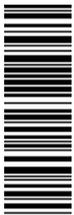


- Cuidar la visibilidad: tamaño del lugar, número de alumnos, letra, imágenes.
- Presentar una síntesis de lo que se esté impartiendo.
- Facilitar la comprensión de las explicaciones para una mejor y mayor atención y percepción de información: esta habilidad se puede desarrollar siguiendo los siguientes aspectos:
 1. Claridad de los objetivos y puntos principales.
 2. Presentaciones en pequeñas etapas del material.
 3. Uso de información funcional y contextualizada.
 4. Mantenimiento continuo de lo enseñado y evitar disgresiones, esto es, no romper el hilo del discurso y de introducir en él cosas que no tengan aparente relación directa con el asunto principal.
 5. Se han de dar explicaciones claras y sencillas.
 6. Se ha de ejemplificar los conceptos que se estén impartiendo.
 7. Se ha de hacer uso constante de preguntas, sin abusar.
 8. Usar analogías, metáforas, reglas mnemotécnicas.
 9. Se ha de chequear la información.
- Pensar en voz alta, verbalizando los pensamientos en cada paso y planteando preguntas e ideas a lo largo del camino para que los alumnos piensen en torno a ellas. Con esta habilidad se da crédito a los siguientes objetivos:
 1. Modelar y adquirir destrezas de pensamiento y facilita estrategias de aprendizaje y reflexión.
 2. Mejorar el desarrollo y comprensión de nuevos conceptos.
- Interacción visual para el manejo del grupo, para una motivación individual haciendo sentir al alumno importante, mantener la disciplina y

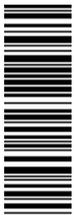


entender los contenidos. Lo ideal sería interaccionar de forma general varias veces con todos los alumnos y de forma particular dos o tres veces con cada uno y a lo sumo entre dos y tres segundos.

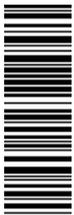
- Realización de preguntas dando tiempo de respuesta para permitir tiempo de reflexión a los alumnos, aumentar el nivel de atención y mantener la motivación del alumnado e incrementar la participación de una persona o de un grupo. Se llevará a cabo de la siguiente forma: se concederá tiempos de espera en función del nivel cognitivo de las preguntas propuestas por el profesor:
 - Al menos tres segundos en preguntas de bajo nivel cognitivo, las cuales evocarán hechos.
 - Más tiempo en preguntas de alto nivel cognitivo, las cuales son de respuesta abierta e interpretativas.
- Uso de los silencios para garantizar la audición y la atención y para que el alumno procese y reflexione acerca de la información expuesta por el profesor. Se introducirán huecos de silencio entre las partes de la exposición. Las ventajas que tiene esta habilidad son para ambas partes:
 - El profesor tiene tiempo de reflexionar sobre lo que dice.
 - Los alumnos tienen tiempo de asimilación, clasificación y memorización de la información.
- Movimiento y ubicación en el aula para un seguimiento adecuado de la exposición. Esta habilidad se llevará a cabo siguiendo las siguientes directrices:
 1. **Durante las explicaciones:** el profesor siempre ha de colocarse delante de la clase en una posición fija y de derecha a izquierda



- para que la comunicación verbal y no verbal sea directa y se facilite más a todos los alumnos.
2. **Durante las preguntas:** el profesor deberá alejarse de la persona a la que pregunta lo máximo posible, par que el radio del alumno sea el más amplio, de manera que todos se sientan implicados en la tarea.
 3. **Durante los trabajos individuales o de grupo:** el profesor deberá ir paseando entre la clase por las diversas mesas, asesorando y resolviendo preguntas. En este caso la atención y es personalizada y concreta.
- Manejo de la pizarra. Es uno de los recursos más utilizados puesto que proporciona información clara, es decir, aspectos fundamentales, que estará siempre bajo el control del profesor. Además es económica y muy fácil de utilizar y manejar. Las consideraciones que se han de tener a la hora de utilizar la pizarra serán las siguientes:
 1. No permanecer escribiendo en la pizarra más de medio o un minuto.
 2. Nunca escribir en la pizarra ni hablar dando la espalda a los alumnos, sino que conviene girar la cabeza para dar las explicaciones y escribir en la pizarra mirando alternativamente a los alumnos.
 3. La letra ha de ser legible, grande y clara, sin necesidad de que sea caligráfica.
 4. Cuando el encerado sea muy grande, conviene dividirlo con dos trazos verticales y paralelos, simulando un cuaderno estándar de alumno, de modo que resulten tres espacios de tamaño similar.
 - Adecuar la explicación para conseguir la atención durante el tiempo de intervención. El procedimiento que se ha de seguir es el siguiente:



- **Controlar la voz:** controlar la voz implica controlar el volumen, la entonación y la velocidad de la explicación. La diversidad vocal tiene por objetivos:
 - Mantener la atención del oyente.
 - Avivar los mensajes.
 - Indicar partes más o menos relevantes.
 - Mostrar entusiasmo o pasividad y emociones o actitudes.
- **Controlar la postura:** se hará una retroalimentación del mensaje a través de gestos faciales y manuales. Los aspectos a tener en cuenta son los siguientes:
 - Un tono corporal normal-relajado facilitará la comunicación. Un tono tenso o muy relajado perturbará gravemente el seguimiento de la exposición.
 - Convendrá evitar una postura demasiado estática que produzca monotonía y que pueda afectar a la comprensión de algunos de los alumnos.
- **Controlar el ritmo:** controlar el ritmo quiere decir controlar los niveles de abstracción; marcarán los techos de facilidad o dificultad, es decir, marcan el acceso a los datos. Este control se trabajará siguiendo los siguientes objetos:
 - Datos sensoriales o motrices, que estén físicamente presentes.
 - Datos físicamente ausentes que se observan copiados en la memoria. En este punto convendrá trabajar con recuerdos.
 - Información verbal que el profesor pone a su disposición: exposiciones, conceptos concretos, conceptos derivados de los datos inmediatos.
 - Trabajar con hipótesis, conceptos con poca o ninguna relación con la realidad. Aquí se pueden incluir puros ejercicios





mentales.

- Usar conflictos cognitivos para comprobar si los alumnos están mentalmente activos. Se considera que primero de bachillerato es un nivel apto para utilizar esta habilidad, no siendo aconsejable utilizarla en cursos inferiores. Esta habilidad pondrá en juego el esfuerzo personal de reflexión. Esta habilidad cubrirá tres objetivos principales:
 - Que haya una mayor capacidad para generalizar lo aprendido.
 - Que se favorezca la toma de decisiones y la solución de problemas.
 - Que haya un mayor número de ideas, variedad de opiniones y que haya una generación de ideas nuevas.

Para crear conflictos cognitivos se ha de seguir el siguiente procedimiento:

1. Plantear problemas que deba resolver el alumno, que activen su curiosidad e interés.
2. Presentar información nueva y no congruente con los conocimientos previos del alumno para que éste sienta la necesidad de investigar y reacomodar sus esquemas mentales.
3. Crear conflictos entre las concepciones cotidianas o vulgares y los conceptos científicos concretos, partiendo desde los adquiridos espontáneamente en la vida extraescolar.

Otra metodología que puede ser conveniente explicar es la metodología *aprendizaje basado en proyectos* o metodología *ABP*¹ en el sentido de que a lo largo del curso, a los diferentes grupos de bachillerato se les mande realizar un proyecto para entender mejor las matemáticas y para que tengan conciencia de que las matemáticas están presentes en la vida cotidiana.

¹Siempre y cuando haya tiempo de llevarlo a la práctica.



Apéndice G

Otros ejercicios complementarios

En este apéndice se pondrán otros ejercicios que serán susceptibles de caer en el examen:

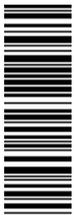
G.1. Unidad 1

Actividad 1: ¿Verdadero o Falso?

- Todo número racional es entero.
- Todo múltiplo de dos y tres es múltiplo de 6 y viceversa.
- $\sqrt{2} \notin (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cap (0, 1)$ pero $\sqrt{2}/2 \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cap (0, 1)$.
- $0,5 \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cap (0, 1)$.

Actividad 1: Clasifica los siguientes números describiendo todos los conjuntos a los cuales pertenece y luego describiendo el conjunto más pequeño al cual pertenecen.

- 2^{2^2}



- $\sqrt{36}$
- $4, \widehat{5}$

Actividad 3: Averigua y Representa para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones:

$$|x| = 5$$

$$|x - 4| < 2$$

$$|x + 4| \geq 8$$

$$|x - 4| > 2$$

$$|x - 4| = 2$$

Actividad 4: Simplifica:

- $\sqrt[12]{x^8}$.

- $\sqrt[5]{y^{10}}$.

- $\sqrt[6]{8}$.

- $\sqrt[9]{64}$.

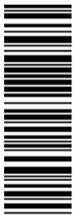
Actividad 5: Simplifica:

- $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt[3]{a-b}}$

- $\frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$

Actividad 6: Suma y simplifica:

- $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$



- $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$

- $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

Actividad 6: Racionaliza los denominadores y simplifica:

- $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

- $\frac{3}{\sqrt{50}}$

- $\frac{4}{\sqrt{18}}$

- $\frac{2}{\sqrt[3]{25}}$

- $\frac{1}{\sqrt[3]{40}}$

- $\frac{3}{\sqrt[3]{36}}$

Actividad 6: Racionaliza los denominadores y simplifica cuando se pueda:

- $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

- $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

- $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

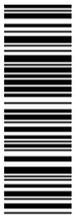
- $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

- $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

Actividad 1: Halla.

- $\log_2(16)$

- $\log_2(0, 25)$



- $\log_9 1$
- $\log_{10} 0,1$
- $\log_4 64$
- $\log_7 49$
- $\ln e^{-1/4}$

Actividad 2: Halla la parte entera de los siguientes números.

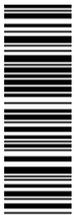
- $\log_1 00,084$
- $\log_2 60$
- $\ln e$
- $\log_{20} 450000$
- $\log_{5,4} 900$

Actividad 3: Calcula sabiendo que $\log_5 A = 2$ y $\log_5 B = 3$.

$$\log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$$

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

- El precio de esta vivienda es, aproximadamente, de 398 000 *u.m.* (u.m.= unidades monetarias), con un error menor que 10 000*u.m.* (mismas unidades monetarias que 390 000).



- El precio del menú del día es, aproximadamente, de 23 *u.m.* con un error menor que 1 *u.m.* (mismas unidades monetarias que 12).

En el segundo apartado, el error absoluto es mucho menor que en el primero apartado, pero el error relativo es mayor.

Actividad 2: Di una cota del error absoluto y otra del error relativo en las siguientes mediciones:

- a) Daniel le dice a su hermana María que la superficie de su casa es de 96,4 m^2 .
- b) Juana gana unos 19 000 *u.m.* al año.

Actividad 3: Calcular en notación científica sin usar la calculadora:

$$0,486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7}$$

Actividad 4: Calcular con la ayuda de la calculadora:

$$8,93 \cdot 10^{-10} + 7,64 \cdot 10^{-10} - 1,42 \cdot 10^{-9}$$

Actividad 4: Desarrolla utilizando el binomio de Newton:

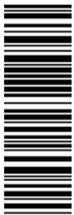
- $(x + 3)^5$
- $(2x - x^2)^4$

Actividad 2: Calcula el coeficiente de x^8 en el desarrollo del binomio:

$$\left(\frac{x^2}{2} + 1\right)^{789}$$

G.2. Unidad 2

Calcular los 10 primeros términos de las siguientes sucesiones en las que se dan el término general.



- $a_n = (-1)^n(2n + 1)$

- $b_n = (-2)^n$

- $c_1 = 3, c_2 = -1, c_n = e_{n-2} + 2e_{n-1}$

- $d_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$

- $e_n = \frac{n^2+1}{n^2+2n}$

- $f_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

Calcular el término general de las siguientes sucesiones

- $1, -3, 5, -7, 9, \dots$

- $1, -2, 6, -24, 120, \dots$

- $1, 4, 8, 11, 22, 25, \dots$

- $1, -3, 5, -7, 9, \dots$

- $\frac{2}{4}, \frac{5}{9}, \frac{8}{16}, \frac{11}{25}, \frac{14}{36}, \dots$

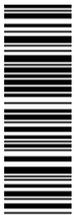
- $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

- $1, 3, 4, 7, 11, 18, \dots$

- $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots$

En las siguientes sucesiones identifica las progresiones aritméticas y las progresiones geométricas. Añade dos términos y escribe su término general.

- $1, 3, 9, 27, 81, \dots$

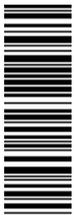


- $5, -5, 5, -5, 5, \dots$
- $10, 7, 4, 1, -2, \dots$
- $100; 50; 25; 12, 5; \dots$
- $12, 12, 12, 12, \dots$
- $3, -5, 7, -9, 11, \dots$
- $2840; 284; 28, 4; \dots$
- $90, -30, 10 - 10/3, 10/9, \dots$
- $17, 4; 15, 8; 14, 2; 12, 6; \dots$

Calcula la suma de los 20 primeros términos de las sucesiones definida por los siguientes términos:

- $1, 3, 9, 27, 81, \dots$
- $5, -5, 5, -5, 5, \dots$
- $10, 7, 4, 1, -2, \dots$

Calcula la suma de los 15 primeros términos de las sucesiones definidas por los siguientes términos:



- 12, 12, 12, 12, ...
- 3, -5, 7, -9, 11, ...
- 2840; 284; 28, 4; ...

Calcula la suma de los 150 primeros términos de las sucesiones definida por los siguientes términos:

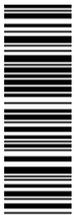
- 12, 12, 12, 12, ...
- 3, -5, 7, -9, 11, ...
- 2840; 284; 28, 4; ...

Dada las sucesiones que definen los siguientes términos:

- 10, 7, 4, 1, -2, ...
- 2840; 284; 28, 4; ...
- 90, -30, $10 - 10/3$, $10/9$, ...
- 17, 4; 15, 8; 14, 2; 12, 6; ...

¿En cuáles de ellas puedes hallar la suma de los infinitos términos?

Calcula:



- $1^2 + 2^2 + \dots + 30^2$

- $1^3 + 2^3 + \dots + 15^3$

- $20^2 + 21^2 + \dots + 30^2$

Actividad 2: Representa la sucesión $b_n = \frac{n^2}{4} - 2n + 3$ y asigna un valor a su límite. ¿Qué se puede decir acerca del límite de la sucesión $a_n = (-1)^n$ en $-\infty$ y en $+\infty$?

Actividad 4: Estudia el comportamiento de esta sucesión para términos muy avanzados e indica su límite.

- $a_n = \frac{2n-3}{n+5}$

- $a_n = 3 - 2^n$

Actividad 3: Sabiendo que f_n es el término general de la sucesión de Fibonacci dado por

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\Phi^n - \Phi^{-n}) \approx \frac{\Phi^n}{\sqrt{5}},$$

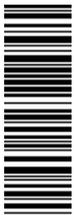
para n grande, calcula los siguientes límites:

- $\lim \frac{f_n}{f_{n+2}}$

- $\lim \frac{f_n}{f_{n+3}}$

G.3. Unidad 3

Actividad 1. Factorizar los siguientes polinomios:



a) $x^6 - 3x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$

b) $x^6 + 6x^5 + 9x^4 - x^2 - 6x - 9$

Actividad 2: Intenta factorizar $6x^4 + 7x^3 + 6x^2 - 1$. Vuelve a intentarlo sabiendo que $-\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ son raíces suyas.

Actividad 3:

a) $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$

b) $\frac{3x-3}{x^2-1} = \frac{3}{x+1}$

c) $\frac{x+1}{x} - 1 = \frac{1}{x}$

Actividad 4: Suma las siguientes operaciones entre fracciones algebraicas:

$$\frac{1}{x+1}$$

$$\frac{3x-3}{x^2-1} = \frac{3}{x+1}$$

$$\frac{x+1}{x} - 1 = \frac{1}{x}$$

Actividad 5: Efectúa:

$$\frac{1}{x^2+1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1}$$

$$\frac{x}{x+1} + 5x$$

Actividad 6: Efectúa

$$\frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} \cdot \frac{x^4 + x^2}{x^4} : \frac{x}{x+1}$$

Actividad 7: Resolver las siguientes ecuaciones:

$$x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$x^4 + 5x^2 + 6 = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$3x^4 - 36x^2 = 0$$

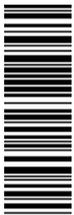
$$2x^2 + 10x = 0$$

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$$

$$x^2 = 121 \quad x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

$$x^4 - 18x^2 = 0$$

Actividad 8: Resolver las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas:



$$\frac{3+x}{x-1} + \frac{5}{x+1} = \frac{x-2}{x^2-1} \qquad \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{3x+2}{x+1}$$
$$\frac{-x}{x+1} + \frac{2x+1}{2x} + \frac{1}{x^2-1} = 0$$

Actividad 9: Resuelve:

- $3 \log_5(x-1) = \log_5 125$

- $2 \ln x = \ln(2x+3)$

Nota: Recuerda que \ln denota al logaritmo neperiano y cuando no ponemos la base del logaritmo, se entiende que es en base diez, es decir $\log = \log_{10}$.

Actividad 10: ¿Verdadero o falso?

- a) 4 y -4 son soluciones de la ecuación $\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x} = 4$.
- b) 4 y -4 son soluciones de la ecuación $\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x} = 2$

Actividad 11: ¿Verdadero o falso?

- a) El sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

tiene dos soluciones: $[x_1 = 2, y_1 = 1]$ y $[x_2 = -2, y_2 = -1]$.

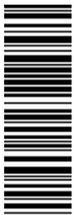
- b)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

tiene cuatro soluciones: $[x_1 = 2, y_1 = 1]$; $[x_2 = -2, y_2 = -1]$ $[x_3 = -2, y_3 = 1]$; $[x_4 = 2, y_4 = -1]$.

Actividad 12: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

- $$\begin{cases} (1/x) + (1/y) = 1 - (1/(xy)) \\ xy = 6 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x & = 2y + 1 \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} & = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - x^2 & = 16 \\ \sqrt{5-4y} - x & = -(x+y) \end{cases}$$

Actividad 13: Resuelve los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x - y & = 27 \\ \log x - 1 & = \log y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log(2x - y^2) & = \log(2 - y) + 1 \\ 3^{x-1} & = 27^{y+3} \end{cases}$$

Actividad 14: Resuelve los siguientes sistemas escalonados:

$$\begin{cases} 3x + 4y & = 0 \\ 2y & = -6 \\ 5x + y - z & = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x & = -3 \\ 5y & = 20 \\ 2x + y - z & = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y & = 4 \\ x - z & = 11 \\ y - z & = 7 \end{cases}$$

Actividad 15: Resuelve los siguientes sistemas por el método de Gauss:



▪

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

▪

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$$

▪

$$\begin{cases} 2x - 5y + 4z = -1 \\ 4x - 5y + 4z = 3 \\ 5x - 3z = 13 \end{cases}$$

▪

$$\begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

▪

$$\begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

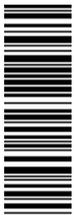
▪

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - z = 17 \end{cases}$$

▪

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Actividad 16: Resuelve estas inecuaciones:



$$x - 2 > 1$$

$$3x + 1 \leq 15$$

$$2x + 5 \geq 6$$

Actividad 17: Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 5 \geq 10 \\ 3x + 1 \leq 15 \end{cases}$$

Actividad 18: Resuelve la siguiente inecuación

$$x^2 - 3x - 4 \geq 0$$

Actividad 19: Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ x - 4 > 1 \end{cases}$$

Actividad 20: Resuelve la siguiente inecuación con dos incógnitas:

$$x - y + 1 \geq 0$$

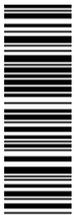
Actividad 20: Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} x + y > 6 \\ x - y + 1 \geq 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y \geq 11 \\ -x + 2y \geq 10 \\ y < 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y \leq 11 \\ -x + 2y \geq 10 \\ y < 9 \end{cases}$$



$$\blacksquare \begin{cases} x + y < 11 \\ -x + 2y \leq 10 \\ y \geq 9 \end{cases}$$

$$\blacksquare \begin{cases} 2x - 3y \leq -3 \\ x + y \leq 11 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

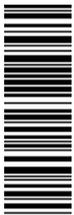
$$\blacksquare \begin{cases} 2x - 3y > -3 \\ x + y > 11 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

G.4. Unidad 4.

Actividad 1: ¿Verdadero o falso?

- Para que el número complejo $a + bi$ sea imaginario hace falta que b sea distinto de cero.
- El número $0 + 0i$ ni es complejo ni es real.
- El número 5 no tiene conjugado.
- Si un número complejo coincide con su conjugado, entonces es un número real.
- Si un número complejo coincide con su opuesto, entonces es el cero.
- Si el opuesto de un número complejo coincide con su conjugado, entonces es imaginario puro.

Actividad 2: Representa gráficamente los siguientes números complejos y di cuáles son reales, cuáles imaginarios y, de estos, cuáles son imaginarios puros:



7	0	-7
$\sqrt{3}i$	$-1 - i$	$4i$

Actividad 3: Resuelve las ecuaciones y representa las soluciones:

$z^2 + 6z + 10 = 0$	$3z^2 + 27 = 0$	$3z^2 - 27 = 0$
---------------------	-----------------	-----------------

Actividad 4:

-2 + 3i	0	-5i
5	2i	-2

Actividad 5: Calcula i^{58} , i^{136547} , i^{2020} , i^{-2019}

Actividad 6: ¿Verdadero o falso?

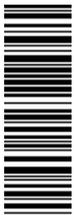
- a) La suma de un número complejo y su conjugado es un número real.
- b) El cuadrado de un número complejo cualquiera es un número real.
- c) El cuadrado de un número imaginario puro es un número real.
- d) El cociente de dos números imaginarios puros es un número real pues

$$\frac{ai}{a'i} = \frac{a}{a'}$$

Actividad 7: Efectúa las siguientes operaciones entre números complejos:

$(2 + 3i)(5 - 6i)$	$\frac{5+i}{-2-i}$
$(-i + 1)(3 - 2i)(1 + 3i)$	$\frac{1+5i}{3+4i}$
$\frac{2+4i}{4-2i}$	$\frac{4-2i}{i}$
$\frac{1-4i}{3+i}$	$6 - 3\left(5 + \frac{2}{5}i\right)$
$\frac{4+4i}{-3+5i}$	$\frac{(-3i)^2(1-2i)}{2+2i}$

Actividad 8: Obtén polinomios cuyas raíces sean:



$$-3i \text{ y } 3i$$

$$1 + 2i \text{ y } 3 - 4i$$

Actividad 9: Representa gráficamente $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3 - 5i$, $z_1 \cdot z_2$.

Actividad 10: ¿Verdadero o falso?

- c) Los módulos de dos complejos conjugados son iguales.
- d) Los argumentos de dos números complejos opuestos difieren en 180° .
- e) Los argumentos de dos números complejos conjugados son opuestos.
- f) El argumento de cualquier número real es 0 .
- g) El argumento de los números reales negativos es 180° .
- h) El argumento de un imaginario puro es 90° o 270° .

Actividad 11: Escribe en forma polar los siguientes números:

$$-1 + i$$

$$3i$$

$$5 - 12i$$

$$-5$$

Actividad 11: Escribe en forma binómica los siguientes números:

$$3_{240^\circ}$$

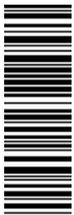
$$4_{90^\circ}$$

$$5_{180^\circ}$$

Actividad 12: ¿Verdadero o falso?

- a) El módulo del producto $r_\alpha \cdot r'_\beta$ puede ser menor que r .
- b) $(r_{45^\circ})^4$ es un número real negativo.
- c) r_{30° y r_{330° son conjugados.
- d) r_{30° y r_{210° son opuestos.

Actividad 3: Dados los siguientes números complejos $z = 5_{45^\circ}$, $w = 2_{15^\circ}$, $t = 4i$ efectúa las siguientes operaciones y da el resultado en forma polar y en forma binómica:



$z \cdot t$	$(2_{60^\circ})^4$	$6_{45^\circ} : 3_{15^\circ}$
$\frac{z}{w^2}$	$(2_{150^\circ})^4$	$2_{10^\circ} \cdot 1_{40^\circ} \cdot 3_{70^\circ}$
$(2_{30^\circ})^3$	$(2_{270^\circ})^4$	$5 \frac{2\pi}{3} \text{ rad} : 1_{60^\circ}$
$(2_{150^\circ})^3$	$(2_{330^\circ})^4$	
$(2_{270^\circ})^3$	$1_{150^\circ} \cdot 5_{30^\circ}$	

Actividad 4: ¿Verdadero o falso?

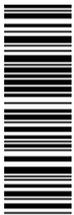
- El número 16 tiene dos raíces cuartas reales, 2 y -2 y otras dos imaginarias puras, $2i$ y $-2i$.
- Ninguna de las cuatro raíces cuartas de -16 es un número real.
- El número -8 tiene una raíz cúbica real, el -2 . Las otras dos raíces cúbicas son números imaginarios conjugados.
- 2_{84° es una raíz quinta de 32_{60° .

Actividad 2: Halla las cinco raíces quintas de -1 . Representálas y exprésalas en forma binómica.

Actividad 3: El número $1 - i$ es la raíz cuarta de un cierto número complejo, z . Halla las otras raíces cuartas de z . Además, halla las seis raíces sextas de 1. Representálas y exprésalas en forma binómica.

Actividad 4: Calcula las siguientes raíces y representa gráficamente sus soluciones:

- $\sqrt[3]{2 - 2i}$
- $\sqrt[3]{\frac{1-i}{1+i}}$
- $\sqrt[5]{\frac{-32}{i}}$



- $\sqrt[3]{8i}$

Actividad 5: Representa los siguientes números complejos que verifican las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \Im(z) &= 0 & |z| &\leq 4 \\ 3 < \Re(z) &\leq 5 \end{aligned}$$

