

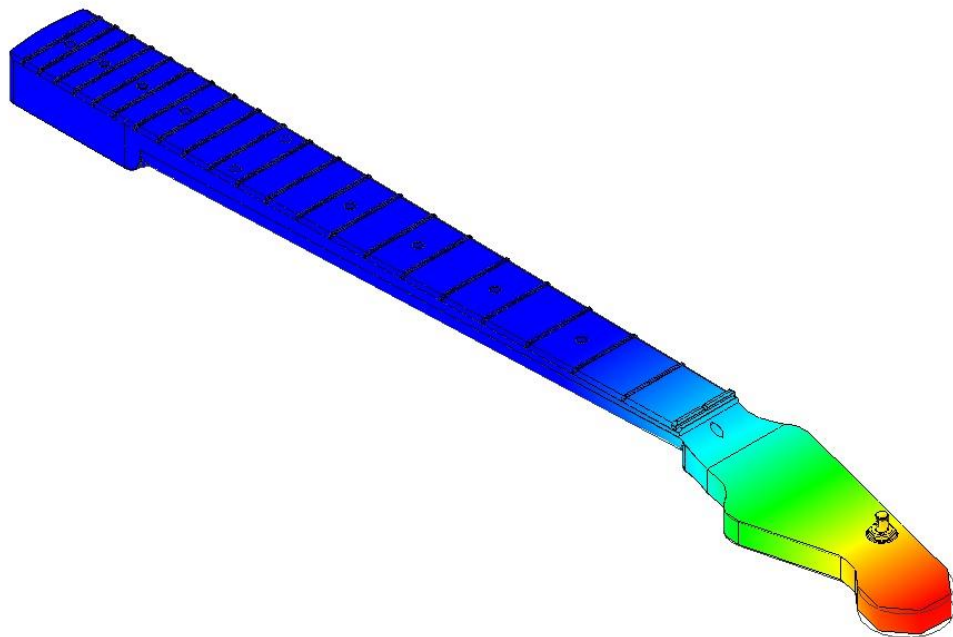


Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES

# ESTUDIO DE ESFUERZOS EN UN MÁSTIL DE GUITARRA ELÉCTRICA DE CUERPO MACIZO



VÍCTOR MARTÍN MARTÍN





Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

# ESTUDIO DE ESFUERZOS EN UN MÁSTIL DE GUITARRA ELÉCTRICA DE CUERPO MACIZO

Autor:

Martín Martín, Víctor

Tutores:

Pradanos, Roberto Enrique

Dpto. Expresión Gráfica en la Ingeniería

Magdaleno, Jesús

Dpto. Construcciones A., IT y MMCyTE

Valladolid, septiembre, 2020



## RESUMEN

Este proyecto tuvo como fin analizar el comportamiento mecánico del mástil de una guitarra eléctrica de cuerpo macizo. En este caso se tomó como objeto de estudio el mástil de la guitarra “Fender Stratocaster”. Para lograr tal objetivo, primero se realizaron mediante el software Autodesk® Inventor® cada uno de los componentes del mástil, entre estos el alma o Truss Rod, luego fueron ensamblados y sometidos a estudio bajo distintas condiciones con el método de los elementos finitos. También se estudió mediante el método analítico para validar los resultados obtenidos. Los resultados se muestran gráficamente y en tablas. Este proyecto se organizó en seis partes: primero se hace una introducción, se presentan objetivos del proyecto, luego se desarrollan los fundamentos teóricos, el tercer apartado trata sobre las consideraciones y supuestos del estudio, después se presentan los cálculos y simulaciones, para completar con los análisis de resultados, las conclusiones y líneas futuras.

**Palabras clave:** Mástil de guitarra, Truss Rod, Stratocaster, Deflexión mástil, Comportamiento de mástil

## ABSTRACT

The purpose of this project was to analyze the mechanical behavior of the neck of a solid body electric guitar. In this case, the neck of the “Fender Stratocaster” guitar was taken as the object of study. To achieve this goal, each of the components of the neck, among them the Truss Rod, were first made using Autodesk® Inventor® software, then they were assembled and studied under different conditions with the finite element method. It was also studied using the analytical method to validate the results obtained. The results are shown graphically and in tables. This project was organized in six parts: first an introduction is made, project objectives are presented, then the theoretical foundations are developed, the third section deals with the considerations and assumptions of the study, then calculations and simulations are presented, to complete with analysis of results, conclusions and future lines.

**Keywords:** Neck Guitar, Truss Rod, Stratocaster, Guitar Neck deflection, Neck behavior

# ÍNDICE

RESUMEN .....	I
ÍNDICE DE ACRÓNIMOS.....	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE TABLAS.....	IX
<b>1. INTRODUCCIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS.....</b>	<b>1</b>
1.1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.2. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO.....	3
1.3. ALCANCE Y OBJETIVOS DEL PROYECTO.....	3
<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>5</b>
2.1. ACERCAMIENTO AL OBJETO DE ESTUDIO .....	5
2.1.1. Breve reseña histórica de la guitarra eléctrica .....	5
2.1.2. Estado del arte .....	6
2.1.3. Características de la guitarra eléctrica.....	8
2.1.4. Partes de la guitarra eléctrica de cuerpo macizo .....	9
2.1.5. El mástil, funciones y composición .....	12
2.2. ANÁLISIS DE TENSIONES .....	17
2.2.1. Definición de tensión y deformaciones .....	17
2.2.2. Métodos para el análisis de tensiones.....	19
2.2.3. Flexión en vigas .....	26
2.3. EL DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR.....	29
2.3.1. Proceso para generación de sólidos.....	30
2.3.2. Parámetros de diseño.....	31
2.3.3. Vinculación de parámetros con hoja de cálculo .....	32
2.3.4. Uso del método de los elementos finitos .....	32
<b>3. CONSIDERACIONES GENERALES .....</b>	<b>35</b>
3.1. CRITERIOS Y CARACTERÍSTICAS SOBRE EL MATERIAL .....	35
3.2. METODOS UTILIZADOS .....	36
3.3. SUPUESTOS Y SIMPLIFICACIONES.....	36

3.4. SOBRE LOS ANÁLISIS Y RESULTADOS .....	37
<b>4. DESARROLLO PRÁCTICO .....</b>	<b>39</b>
4.1. OBJETIVO DEL PROYECTO .....	39
4.2. ALCANCE .....	39
4.2.1. Condiciones del estudio realizado .....	39
4.2.2. Actividades ejecutadas .....	39
4.3. GENERACIÓN DEL MODELO .....	40
4.3.1. Especificaciones sobre el material utilizado .....	40
4.3.2. Diseño de componentes del mástil.....	41
4.3.3. Parámetros y geometría del mástil .....	43
4.3.4. Cargas y restricciones supuestas en el estudio.....	45
4.4. CÁLCULOS Y RESULTADOS .....	45
4.4.1. Características del software para el cálculo .....	45
4.4.2. Aplicación del método de los elementos finitos.....	46
4.4.3. Estudio tensiones en casos propuestos.....	50
4.4.4. Análisis de los desplazamientos obtenidos.....	56
4.4.5. Validación por el método analítico.....	59
<b>5. RESULTADOS DEL ESTUDIO .....</b>	<b>75</b>
5.1. CONTRASTACIÓN DE MÉTODOS .....	75
5.2. CONSIDERACIONES FINALES .....	76
<b>6. ANÁLISIS DE COSTES DEL ESTUDIO .....</b>	<b>77</b>
<b>7. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS .....</b>	<b>79</b>
7.1. CONCLUSIONES .....	79
7.2. LÍNEAS FUTURAS.....	80
<b>8. BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>83</b>
<b>9. PLANOS ELABORADOS .....</b>	<b>87</b>



## ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

**CAD:** Diseño Asistido por Ordenador (Computer Aided Design)

**CAE:** Ingeniería Asistida por Ordenador (Computer Aided Engineering)

**CAM:** Fabricación Asistida por Ordenador (Computer Aided Manufacturing)

**DCL:** Diagrama de Cuerpo Libre

**FDM:** Método de las Diferencias Finitas (Finite Difference Method)

**FEM:** Método de los Elementos Finitos (Finite Element Method)

**Truss Rod:** Barra metálica que atraviesa el mástil de la guitarra a lo largo. Puede ajustarse para compensar los cambios que pueda sufrir éste por distintas causas.

**$\sigma$ :** Tensiones normales

**$\tau$ :** Tensiones tangenciales o cortantes



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Página
1. Supuestos iniciales para análisis de mástil de guitarra .....	7
2. Inducción magnética en la guitarra eléctrica .....	9
3. Partes de la guitarra eléctrica.....	11
4. Descomposición del mástil de guitarra eléctrica.....	12
5. Efecto del alma o Truss Rod .....	13
6. Corrección de arco de mástil con Truss Rod .....	14
7. Tensión de la cuerda de la guitarra .....	14
8. Casos de tensiones de las cuerdas de la guitarra .....	15
9. Tensión normal de flexión .....	19
10. Relaciones de tensiones en el plano .....	20
11. El Círculo de Mohr .....	22
12. Galga extensométrica .....	23
13. Experimento de fotoelasticidad .....	23
14. Visualización en ordenador de estudio por el FEM.....	26
15. Deformación elástica de viga.....	27
16. Sistema para medición de flexión en vigas .....	28
17. Medición de flexión y deformación en vigas.....	28
18. Prototipo para medición de la deflexión del mástil de guitarra .....	29
19. Proceso para generación de un modelo 3D con software .....	31
20. Síntesis de pasos para aplicar el FEM .....	34
21. Ejes de la madera por dirección del grano y anillos de crecimiento .....	35
22. Componentes del mástil elaborados en Inventor® .....	42
23. Geometría 3D del mástil ensamblado .....	43
24. Algunas de características geométricas del mástil.....	44
25. Representación para los dos casos a estudiar con FEM.....	47
26. Inicio de proceso de simulación en inventor.....	48
27. Asignación/actualización de materiales del estudio FEM .....	49

28. Aplicación de Fuerzas y restricciones en Inventor. ....	49
29. Aplicación de cargas y restricciones del primer estudio .....	50
30. Generación de malla en Inventor. ....	51
31. Resultados de simulación primer caso de estudio. ....	52
32. Preparación de mástil para segundo caso de estudio.....	52
33. Ejecución del segundo caso de estudio.....	53
34. Resultado del segundo caso de estudio. ....	53
35. Resultado del tercer estudio con Truss Rod.....	54
36. Resultado del cuarto estudio con fuerza en Truss Rod .....	55
37. Desplazamiento en mástil para primer caso de estudio .....	56
38. Desplazamiento en mástil para segundo caso de estudio .....	57
39. Desplazamiento en mástil para tercer caso de estudio .....	57
40. Desplazamiento en mástil para cuarto caso de estudio.....	58
41. Modelo para cálculo analítico .....	59
42. Simplificación del modelo para cálculo analítico .....	60
43. Boceto para elaborar Diagrama de Cuerpo Libre.....	60
44. Diagrama de Cuerpo Libre simplificado del mástil.....	61
45. Cálculo de fuerzas y momentos equivalentes .....	61
46. Deformación elástica del mástil de guitarra.....	64
47. Estudio del mástil para generar modelo momento de inercia.....	65
48. Curva para generar modelo del momento de inercia .....	67

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Página
1. Resumen de características de algunas cuerdas para guitarra .....	16
2. Síntesis sobre algunas categorías de tensión .....	18
3. Límites de flexión de vigas recomendados.....	26
4. Propiedades de la madera de arce .....	35
5. Propiedades de algunas maderas para mástiles de guitarras.....	40
6. Áreas y momentos de Inercia de secciones estudiadas.....	44
7. Datos de las cuerdas para guitarra seleccionada en estudio .....	45
8. Efecto de fuerza de la barra Truss Rod en tensiones .....	55
9. Efecto de fuerza de la barra Truss Rod en desplazamientos.....	58
10. Momento de inercia del mástil en distintas secciones .....	63
11. Momento de inercia del mástil en distintas secciones .....	65
12. Análisis de regresión del momento de inercia del mástil .....	66
13. Momento de inercia del mástil en distintas secciones .....	67
14. Promedio momento de inercia del mástil.....	72
15. Comparación de tensiones en los cuatro estudios.....	75
16. Comparación de desplazamientos en los cuatro estudios.....	76
17. Requerimientos y costes globales del estudio .....	77
18. Cómputos de costes unitarios y totalización del estudio.....	77

# 1. INTRODUCCIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS.

## 1.1. INTRODUCCIÓN

El maestro Icar Smith Castellanos en su publicación “Teoría de la guitarra. Secretos de la armonía y melodía” señala que “la guitarra es un instrumento musical de cuerda pulsada” [25], en términos generales, el mismo consta de un cajón hecho de madera y un mástil sobre el cual se adhiere el diapasón o trastero. En la mayoría de los casos, el cajón tiene un agujero acústico casi centrado en su cara frontal y seis cuerdas que van desde el extremo del mástil hasta el puente sobre el cajón. Los trastes que van incrustados sobre el diapasón sirven como referencia para obtener las diferentes notas que puede ofrecer la guitarra.

A lo largo de su extensa historia, la guitarra ha evolucionado para adaptarse a las necesidades, costumbres y estilos musicales. A medida que se difundió su uso y al surgir géneros musicales que buscaban experimentar nuevos estilos y melodías, se incorporaron algunas innovaciones a la guitarra, en unos casos estas mejoras fueron de tipo incrementales y otras fueron más bien radicales.

Por lo tanto, una guitarra eléctrica no es otra cosa que una guitarra que ha sido dotada con sensores electroacústicos. Básicamente se tienen dos grandes categorías de guitarra eléctrica: la de cuerpo hueco o semi-acústica y la de cuerpo macizo, en ésta última categoría el cuerpo sirve para sostener el puente y a las conexiones y dispositivos electrónicos además de soportar la tensión de las cuerdas, De la Torre Peláez[5].

El presente trabajo tiene como objetivo general realizar el estudio de las tensiones producidas en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo. Para llevarlo a cabo se han propuesto varios objetivos más específicos.

En primer lugar, se describen los componentes que forman parte de una guitarra eléctrica, su función, así como los factores a considerar para su diseño.

Luego, a partir de las características geométricas y físicas del mástil se generaron mediante software un modelo en 3D que será sometido a estudio mediante el Método de los Elementos Finitos (Finite Element Method, FEM), resultados que son comparados con los obtenidos analíticamente, y finalmente, se analizan y contrastan los resultados a los fines de determinar el comportamiento mecánico del mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo.

Cabe destacar que el proyecto surgió debido a la necesidad de cuantificar mediante los métodos analíticos y computacionales las solicitaciones a las que está sometido el vástago de la guitarra eléctrica y tiene entre sus principales referentes otro estudio realizado por Nicolás Gonzalo Moreno [10] titulado “Modelado de Mástiles de Guitarras”.

En su trabajo, Gonzalo Moreno [10], elaboró un modelo parametrizado del mástil de una guitarra eléctrica vinculando el software CAD utilizado con una hoja de cálculo que contenía los valores de los parámetros que definen su geometría y de esta forma proporcionar las medidas o cotas deseadas comprendidas en unos rangos determinados para obtener el perfil característico de un mástil en particular. Dicho estudio se enfocó en el aspecto ergonómico del mástil de la guitarra y, entre otras cosas, al final hacía la recomendación de que el estudio realizado se ampliase a la revisión mecánica del mástil de guitarras eléctricas, donde se comprobara el comportamiento de las geometrías obtenidas junto con los elementos de refuerzo, ante las sollicitaciones mecánicas soportadas.

El proyecto se inscribe dentro de la categoría del análisis de tensiones y deformaciones, rama de la ingeniería que permite anticipar, de alguna manera, cómo sería el comportamiento de las máquinas, equipos y sus componentes al ser solicitados por distintos tipos de carga.

Para realizar estos análisis suele recurrirse a métodos analíticos, experimentales o utilizar modelos computacionales basados en el método de los elementos finitos, y lo que se intenta es determinar las tensiones internas que soporta una estructura y las deformaciones relacionadas con dichas sollicitaciones, tomando en consideración valores admisibles, tanto de tensiones como de deformaciones, que brinden suficiente seguridad y confianza durante el tiempo que deba durar el servicio de la estructura, máquina o parte que es objeto de estudio.

En este proyecto, el objeto de estudio se trata del mástil de una guitarra eléctrica de cuerpo macizo, sin embargo, debe destacarse que una guitarra es un sistema complejo donde sus partes se relacionan y surgen interacciones que inciden en su funcionamiento, y aunque el mástil en este caso será tratado como un cuerpo sólido y con otros componentes que junto a él conforman un sistema y en consecuencia se toman en cuenta sus interacciones comunes.

Sobre el mástil descansa el diapasón, que junto a éste debe soportar la tensión de las cuerdas. Por otro lado, la parte posterior del mástil tiene forma curvada y tanto su acabado, radio y perfil son parámetros que condicionarán la comodidad a la hora de sujetarlo, y de cierta manera su grosor incide en el sonido.

El diapasón cubre la parte frontal del mástil, y también es de madera, es recorrido por las cuerdas y está seccionado transversalmente por finas tiras que pueden ser de metal o de material sintético llamadas trastes, los cuales se incrustan en el diapasón y lo dividen en segmentos representando cada uno un semitono.

Ya se comentó que Gonzalo Moreno[10] basó su trabajo en el desarrollo de un modelo paramétrico del mástil de guitarras eléctricas para realizar un estudio basado en la ergonomía de la pieza.

En este caso el problema consiste en determinar cómo se distribuyen las tensiones a lo largo del mástil y qué deflexión tienden a generar, para ello se

analiza el mástil completo como un cuerpo sólido sometido a un conjunto de cargas externas que producen internamente las reacciones que generan las tensiones que posteriormente serán los objetos de estudio.

En este caso, el problema se aborda desde el punto de vista analítico, haciendo uso de los principios de la resistencia de los materiales y mediante el análisis numérico aplicando un programa computarizado que permite modelar este tipo de fenómeno mediante el Método de los Elementos Finitos (Finite Element Method, FEM).

## **1.2. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO.**

Como se ha señalado, una de las razones que justifican la realización de este proyecto nace del resultado del trabajo realizado por Gonzalo Moreno[10], quien basó su proyecto en la necesidad de optimizar la geometría del mástil de guitarra, con el propósito de obtener una mejora en su ergonomía para que “se adaptara a las manos de un mayor percentil de usuarios, para evitar dolores o posturas incómodas y por consiguiente mejorar su manejo” (p. 4).

Al final de su trabajo, como recomendación, expresó la necesidad de estudiar el comportamiento mecánico del mástil de guitarras eléctricas, lo cual ofrece la posibilidad de optimizar su diseño en cuanto a resistencia, aprovechamiento de las mejores características de los materiales, obtención y construcción de la forma, peso y otras cualidades que pueden ser analizadas en un estudio de estas características.

Adicionalmente, la realización del estudio parametrizado del mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo usando herramientas como el diseño asistido por ordenador, hoja de cálculo y software para el análisis mediante el método de elementos finitos, han facilitado el camino para el análisis de distintas soluciones y casos de estudio, pruebas con nuevos materiales y configuraciones de la misma estructura del objeto de estudio.

## **1.3. ALCANCE Y OBJETIVOS DEL PROYECTO.**

Para hacer una delimitación del alcance del proyecto, el estudio abarca el análisis del comportamiento mecánico de los mástiles de guitarras eléctricas de cuerpo macizo, tomando como referencia para los cálculos, la geometría estándar de una guitarra eléctrica modelo “Fender Stratocaster”, cuyo mástil está construido de madera y el estudio se hace con los métodos para el análisis de tensiones y deformaciones propias de la resistencia de los materiales y la aplicación de los cálculos numéricos a partir del modelado en ordenador y aplicación del método de los elementos finitos (Finite Element Method, FEM).

En este proyecto se ha planteado como objetivo general el siguiente:



- Estudiar los esfuerzos que se generan en el mástil de las guitarras eléctricas de cuerpo macizo como consecuencia de la acción de los sistemas de fuerzas que actúan sobre éste, donde se ha considerado conveniente una contrastación de los resultados obtenidos a partir de los procedimientos analíticos y los reportados por el software utilizado.

Para lograr este fin en primer lugar se han descrito las características y parámetros que definen la geometría del mástil de las guitarras eléctricas de cuerpo macizo, tomándose en consideración aspectos cuantitativos y cualitativos. Se ha tomado como objeto para el estudio el mástil de la guitarra eléctrica “Fender Stratocaster”.

Otro objetivo consistió en hacer uso de las técnicas del Diseño Asistido por Ordenador para generar digitalmente el sólido para su parametrización y posteriormente someterlo a estudio mediante el método de los elementos finitos también usando ordenador.

Para ello ha sido necesario establecer los sistemas de fuerzas, vínculos y restricciones impuestas que actúan sobre el mástil de las guitarras eléctricas de cuerpo macizo, haciendo las reducciones necesarias, siempre teniendo en cuenta que no se altere de manera significativa su comportamiento real y tratar de lograr la mayor fidelidad con los supuestos adoptados, para lo cual se hacen comparaciones de distintos análisis.

Una vez completado los pasos anteriores, se procedió a realizar el estudio del comportamiento mecánico en el mástil bajo distintas condiciones y estados de carga.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. ACERCAMIENTO AL OBJETO DE ESTUDIO

#### 2.1.1. Breve reseña histórica de la guitarra eléctrica

En la década de años veinte del pasado siglo, muchos conjuntos de baile y agrupaciones de jazz de los Estados Unidos de Norteamérica poseían, entre sus instrumentos, diversas variedades de guitarras acústicas. A consecuencia de su restringida sonoridad con relación a otros instrumentos, su uso se circunscribía generalmente al acompañamiento, según lo indicado por Giráldez[11] en su publicación “Breve historia de la guitarra eléctrica”.

En este orden de ideas, Villafranca y Bea[26] en su trabajo “Diseño y Fabricación de Guitarra Eléctrica Modular” indican que, para tratar de resolver este problema, Lloyd Allayre Loar, quien fuera músico y trabajaba como ingeniero en la fábrica de guitarras “Gibson Brands”, hizo pruebas con imanes aprovechando el fenómeno de la inducción magnética, y en 1924 logró bosquejar una pastilla que se encajaba a una guitarra acústica de seis cuerdas. De esta forma logró transformar las vibraciones generadas por las cuerdas de la guitarra en impulsos eléctricos que luego eran amplificados por medio de un altoparlante.

Sin embargo, uno de los avances más significativos se consiguió en 1931, momento durante el cual Paul M. Barth y George Delmetia Beauchamp, quienes trabajaban para la “National String Instrument Corporation” en California, donde además se elaboraban pastillas, se asociaron con Adolph Rickenbacker y fundaron la “Electro String Company”, empresa pionera en la venta de instrumentos eléctricos, construyendo las guitarras de acero y aluminio fundido conocidas como “Frying Pans” o “sartenes” por su apariencia.

Posteriormente, en 1932, el mismo Adolph Rickenbacker fabricó la “Electro Spanish”. Era un diseño elemental con tapa curvada dotada de las mismas pastillas magnéticas de la “Frying Pans”. Por otro lado, “Gibson Brands” fabricó modelos muy exitosos como el ES-150, que salió al mercado en 1935.

En la década de 1940 ocurrió un evento importante en la historia de guitarra eléctrica y que marcaría su futuro, fue la fabricación de la guitarra eléctrica de cuerpo macizo. El ingeniero e inventor estadounidense Paul Bigsby Adelburt construyó una guitarra eléctrica de cuerpo macizo que había conceptualizado el guitarrista Merle Robert Travis en 1948.

Conocidas las guitarras eléctricas y sus características sonoras, creció el interés por ellas y su demanda por los intérpretes, sobre todo los de música más popular, por lo que se planteó su fabricación masiva.

La primera guitarra eléctrica de cuerpo macizo fabricada en serie fue la “Fender Broadcaster”, que luego sería denominada “Fender Telecaster”, y empezó a

venderse en 1950. Clarence Leonidas Fender era su fabricante y también dueño de la compañía "Fender Electrical Instrument Company", que se dedicaba a la manufactura de guitarras eléctricas y amplificadores. Gracias al éxito que obtuvo en las ventas, en el año de 1954 fabricó otro modelo, uno de los más famosos de toda la historia de la guitarra eléctrica, la "Fender Stratocaster", ambos modelos de guitarra en la actualidad se siguen comercializando, De La Torre Peláez[5].

### **2.1.2. Estado del arte**

Para todas las guitarras, la parte más crítica para diseñar es el mástil, esto se debe a las grandes fuerzas de tensión que aplican las cuerdas y que generan tensiones tales que pueden deformar el mástil curvándolo, en unos casos lo tuercen y pueden llegar a romperlo.

En la industria de la música se dispone de distintos diseños y soluciones para fortalecer y mejorar el efecto del mástil en el comportamiento del instrumento, se avanza en el entendimiento de las propiedades de la madera y su tratamiento desde que es cortada, se colocan refuerzos y barras internas que pueden ser ajustables o no, de metal y otros materiales novedosos que mejoran resistencia, son más ligeros y alteran menos el efecto que se espera del mástil en los tonos que debe producir el instrumento.

Mark Carlson [3] realizó un estudio para el Departamento de Investigación y Desarrollo de "Fender Musical Instruments Corporation" en que aplicó el método de análisis por elementos finitos (Finite Element Method, FEM) para mejorar el diseño del mástil de la guitarra.

Al tiempo de realizar dicho estudio, Carlson[3] aseveraba que hasta ese momento la industria de la guitarra había podido eludir con éxito la necesidad de incorporar análisis científicos y de ingeniería en el diseño de sus productos para conseguir buenos resultados financieros y continuo crecimiento. Atribuía esto a distintas razones, en especial porque las ventas de guitarras son muy influenciadas por las tendencias en la industria de la música, formas y colores, artistas de moda y otras cuestiones de mercadeo que por lo común son de poca importancia, si es que tienen alguna, para un ingeniero. Lo anterior puede ser razonable en alguna medida, ya que generalmente una guitarra es valorada por su apego a lo tradicional o lo que marca la tendencia más que por el desarrollo o valor agregado en materia de ingeniería que pueda incorporar.

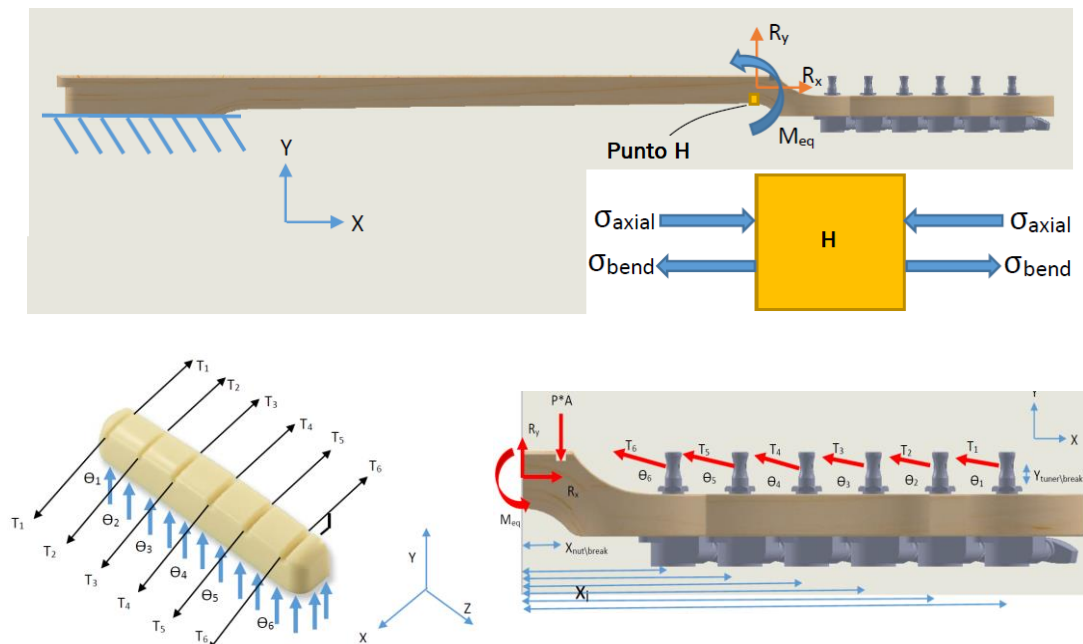
El estudio que realizó posiblemente sea uno de los primeros en su categoría, dando rigor suficiente al definir el problema, analizar las fuerzas que generan un comportamiento relativamente complicado del mástil y abordar el tema de la madera como material de ingeniería. Aplicó los paquetes MSC/NASTRAN y MSC/ARIES para abordar los problemas planteados y llegó a un diseño integral del mástil usando estos recursos tecnológicos.

Uno de los aspectos interesantes fue el estudio de fuerzas y su efecto sobre la madera que es el principal material constructivo del mástil. Según Carlson, la madera como material de ingeniería trae consigo varias complicaciones para los supuestos que tradicionalmente se aplican para simplificar los problemas de ingeniería, y es que su comportamiento obedece a un material ortótropo, es decir que sus propiedades no son uniformes en todas las direcciones de los ejes cartesianos, más bien sus propiedades tienden a alinearse con un sistema de coordenadas cilíndricas, al ser un producto de la naturaleza y dependiendo cómo se ha realizado su corte, sus propiedades pueden variar de pieza en pieza.

En su estudio, Carlson supuso al mástil de la guitarra como una viga larga en voladizo con fuerzas actuando sobre el extremo libre, originadas por la tensión de las cuerdas de la guitarra, que puede variar según el gusto del músico. Como la madera es ortótropa la fuerza en una dirección no se transfiere solo al desplazamiento en esa dirección. También se produce un efecto de torsión que varía con el patrón de grano de la madera.

Como resultado de su trabajo logró mejorar las características del mástil, recomendó pruebas físicas para las propiedades del material junto con estudios dinámicos y como la aplicación de las herramientas tecnológicas fue exitosa, abrió las puertas para futuras iniciativas científicas en el mundo del sonido.

Un estudio similar lo realizó Hayes[16] donde puso en práctica sus conocimientos en análisis por FEM para estudiar el mástil de una guitarra. Partió de unos supuestos e ideas que fueron de utilidad para este trabajo, algunos de los cuales se muestran en la siguiente figura:



**Figura 1. Supuestos iniciales para análisis de mástil de guitarra**

Fuente: Hayes [16]

Disponble en: [https://www.slideshare.net/MattHayes5/fea-of-guitar-neck?from\\_action=save](https://www.slideshare.net/MattHayes5/fea-of-guitar-neck?from_action=save)

En la figura se muestran varios de los diagramas de cuerpo libre usados durante el estudio, se usaron valores de tensión dados por las cuerdas d'Addario, los ángulos y dimensiones los obtuvo usando trigonometría y la herramienta de medición en SolidWorks®.

Aplicando los principios de equilibrio estático calculó valores de reacciones  $R_x$ ,  $R_y$  y  $M_{eq}$ , ver figura anterior. Para generar los sólidos se apoyó en SolidWorks® y el cálculo por el método de elementos finitos fue realizado con ANSYS®.

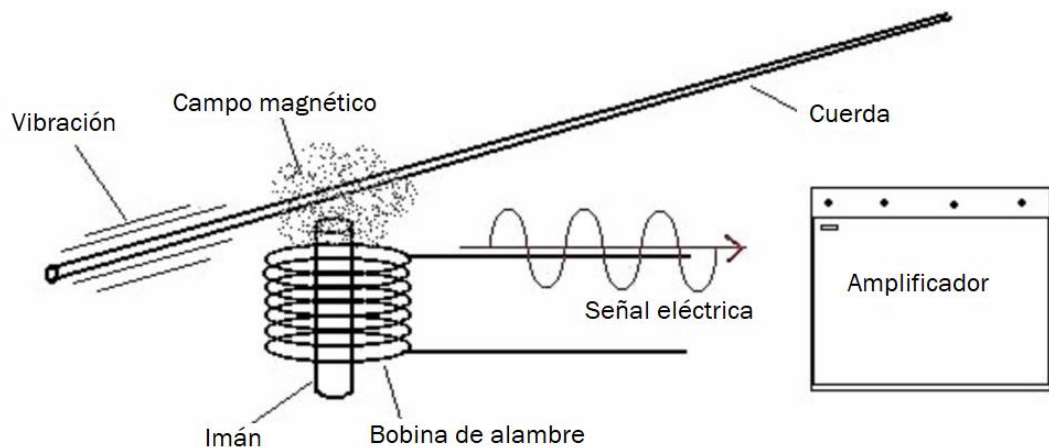
En este caso, Hayes[16] mediante cálculo analítico encontró que la tensión normal en el mástil de la guitarra fue de 295,6 psi. Esta tensión normal total en la dirección X se compone de una tensión de flexión de 397,2 psi de tracción y una tensión axial de 101,6 psi de compresión. Este valor de tensión se refiere al punto H localizado en parte inferior entre mástil y clavijero. Si se calcula en la parte superior del mástil que estaría también a compresión, el valor sería en este caso:

$$\sigma_{bend} = \frac{40,95lb \cdot in * 0,37in}{0,04in^4} = 378,8 \text{ psi}$$

Al sumar la compresión de 101,6 psi queda en 480,4 psi. En el caso de Hayes[16], los cálculos analíticos y los resultados obtenidos que aplicaron elementos finitos con software fueron muy distintos. El primero resultó en una tensión de 295,6 psi, mientras que el reportado por el método de los elementos finitos fue de una tensión de 531,5 psi, es decir consiguió una diferencia de 44%. En tal sentido argumentó que esta diferencia obedecía a que la tensión axial varía sobre la sección transversal y no puede modelarse con precisión uniformemente y, en segundo lugar, las concentraciones de tensión estaban demasiado cerca de la ruptura para que se aplique el modelo de flexión simple. Sin embargo, no consideró efectos de sección variable del mástil ni presencia del alma.

### **2.1.3. Características de la guitarra eléctrica**

De acuerdo a lo explicado por De la Torre Peláez[5], en términos sencillos, se considera que la guitarra eléctrica es un instrumento bastante simple, cuyo funcionamiento aprovecha el principio de inducción electromagnética para transformar la vibración de las cuerdas en señales eléctricas, esto puede resumirse de la siguiente forma: la energía proveniente de las vibraciones de las cuerdas una vez que son tocadas o golpeadas por el músico con la púa o con los dedos, se transforma en impulsos eléctricos mediante su captación por uno o varios imanes de la pastilla que funcionan como micrófonos para captar estas oscilaciones; estos impulsos o señales eléctricas, que oscilan con la mismas frecuencias que las generadas por las cuerdas, son conducidas hasta un amplificador externo para ser emitidas en forma de sonido a través de unos altavoces.



**Figura 2. Inducción magnética en la guitarra eléctrica**

Disponible en: <http://www.libertyk.com/blog-articulos/2019/7/27/5-anatoma-de-la-guitarra-elctrica-las-pastillas-pickups-por-jan-doxrud>

Una pastilla de guitarra está dotada, en la mayoría de los casos, con seis imanes envueltos por una bobina de alambre, o dos para evitar zumbidos o sonidos residuales. La pastilla es una forma de transductor, que transforma la energía producida por la vibración de las cuerdas en un impulso eléctrico. La vibración de las cuerdas de metal de la guitarra cerca del campo magnético de la pastilla induce una corriente en la bobina y el voltaje de la corriente varía con la misma frecuencia con que vibran las cuerdas.

Debe destacarse que las cuerdas están sometidas a tensión, la cual afecta su afinación y características de las ondas que transmite a los imanes localizados en la pastilla, en el caso de este proyecto dicha tensión es soportada por el mástil del instrumento, parte de la guitarra que es objeto de estudio en este trabajo.

#### 2.1.4. Partes de la guitarra eléctrica de cuerpo macizo

Villafranca y Bea[26] describen a la guitarra eléctrica de manera muy sencilla, indicando que está formada por las siguientes partes:

##### – **Cuerpo**

Casi siempre fabricado de madera, por lo general, caoba, fresno o aliso. Da soporte a todos los dispositivos electrónicos y puede ser macizo, semimacizo o completamente hueco. Suele adornarse para identificar a la guitarra.

##### – **Mástil**

El mástil se fabrica con madera normalmente de arce, caoba u otra variedad de maderas. Casi siempre lleva otra capa de madera, el diapasón.

- **Alma**

Denominada **Truss Rod**, es una barra de metal u otro material que traspasa el mástil a lo largo por su interior. Permite compensar la tensión de las cuerdas con el fin de evitar posibles curvaturas del mástil y por los cambios de temperatura.

- **Clavijero o pala**

Es el extremo del mástil y es el componente donde se colocan las clavijas.

- **Clavijas**

Son unos tornillos sin fin colocados sobre la que sirven para regular la tensión de las cuerdas facilitando su afinación.

- **Diapasón o trastero**

Es la superficie donde se ejecutan los tonos de la guitarra, a pisar las cuerdas con los dedos. En éste se colocan los trastes. Puede ser de dos clases, una lámina de madera dura como ébano, palorrosa o similares o puede formar parte del mástil.

- **Trastes**

Los trastes son finas tiras metálicas, por lo general de níquel que van encajadas en el diapasón.

- **Cejilla**

Es una de las dos piezas donde descansan las cuerdas de la guitarra. Está situada cercana al extremo libre del mástil y se hace de hueso, marfil, plástico, acero entre otros.

- **Puntos de posición**

Son señales sobre el diapasón que facilitan saber sobre qué traste se está haciendo algún tono. Estas marcas suelen colocarse en los trastes 3, 5, 7, 9, 12, 15, 17, 19 y 21.

- **Pastillas**

Es el elemento encargado de transformar la vibración de las cuerdas en señales eléctricas. Son una especie de micrófono compuestas por un imán permanente rodeado por un arrollamiento de alambre de cobre.

- **Puente**

El puente es el otro punto sobre el que descansan las cuerdas, específicamente en las **selletas**. Son de dos clases: fijos o móviles.

### – Palanca de tremolo

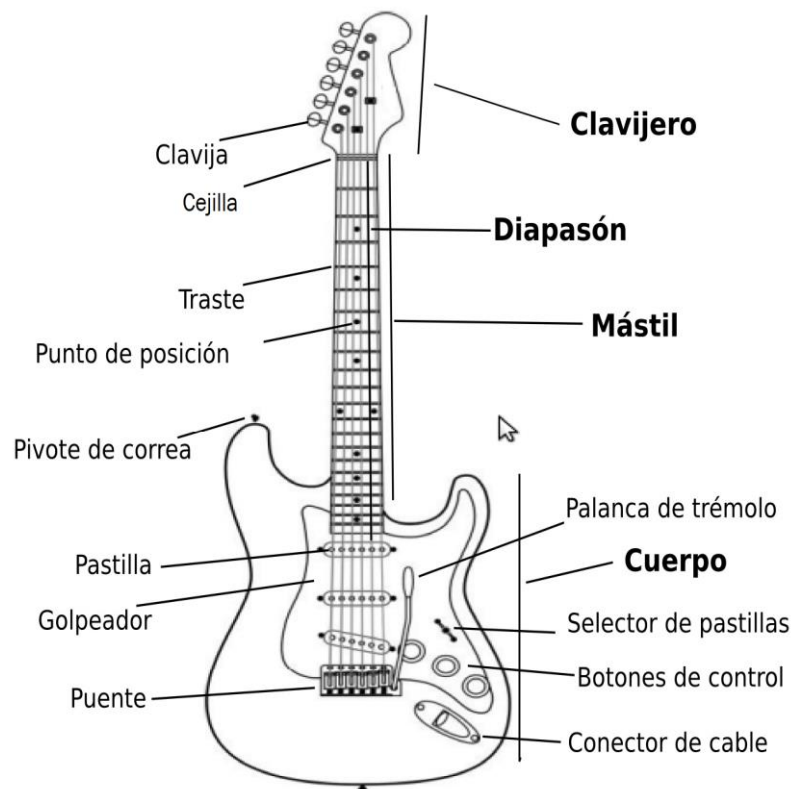
Algunos puentes están dotados con el tremolo, el cual es una palanca que permite aumentar o disminuir el tono de las cuerdas rápidamente. Esto ocurre gracias a un componente móvil que se fija por unos resortes situados bajo el puente y aferrados al cuerpo de la guitarra. La barra del tremolo permite mover al puente tensando o destensando las cuerdas. Los resortes hacen que la guitarra recupere su posición original una vez liberado el tremolo.

### – Golpeadores

El golpeador protege la madera de las manos o púas y tapa la parte del cuerpo donde se colocan los controles.

### – Botones de control

Entre éstos están los reguladores del volumen y tono, el selector de pastillas y la conexión del cable de salida. Los reguladores permiten variar el volumen y el tono, el selector de pastillas las activa y el conector de cable para llevar señal de la guitarra al amplificador.



**Figura 3. Partes de la guitarra eléctrica**

Fuente: Villafranca y Bea[26]. Disponible en: <http://academica-e.unavarra.es/xmlui/bitstream/handle/2454/24568/TFG%20Ad%C3%ADn%20Adrian.pdf?sequence=1>



### 2.1.5. El mástil, funciones y composición

La mayor parte de la vibración de las cuerdas en una guitarra ocurre sobre el mástil, por lo que su papel es muy importante en el sonido. La masa del mástil es diez a doce veces menor al cuerpo, pero el 70% de la vibración de las cuerdas ocurre sobre él, Frudua[9].

Esto explica porque la madera del mástil, su capacidad de resonancia, densidad, grosor, forma, construcción y pala son más apreciables en el sonido que el cuerpo, al momento de establecer las propiedades tonales de un instrumento de cuerda.

Las propiedades físicas de la madera que tienen más relevancia en este caso son las siguientes:

- Rigidez, medida como la elasticidad a lo largo de la veta, lo cual es muy relevante en la fabricación de guitarras acústicas y violines.
- Densidad de la madera, visto como el coeficiente de propagación del sonido dentro de la madera.
- Fricción interna o facilidad que tiene el material para amortiguar la energía que se le aplica, en este caso a la madera.
- Forma de instalación del alma y tipo de alma instalada.
- Manera de curación de la madera del mástil.

La madera de arce es la mejor en lo que concierne a rigidez, densidad y propagación de sonido. Solo es superada por la picea que no es tan rígida y por lo tanto no se debe utilizar en la fabricación de mástiles.

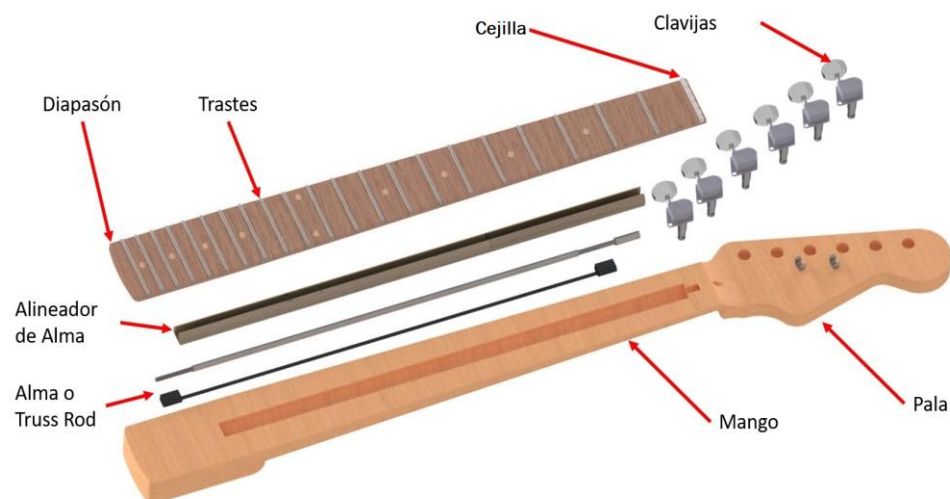


Figura 4. Descomposición del mástil de guitarra eléctrica

## – Alma o Truss Rod

Gonzalo Moreno [10] señala que las guitarras eléctricas y electroacústicas, con cuerdas de metal, soportan una tensión mayor que las guitarras con cuerdas de nylon. Justamente es el mástil quien resiste una tensión considerable.

Para lograr una distancia adecuada y constante entre las cuerdas y el diapasón, el mástil debe mantenerse recto. Con el tiempo el efecto de la tensión de las cuerdas, los cambios en tipo y grosor de cuerdas, los cambios de afinación, la temperatura ambiente y la humedad afectan a la madera del mástil que puede ceder y dejar la guitarra inservible.

Kevin Kretsch[19] señala que al mástil de las guitarras se les incrusta un alma de refuerzo o como se le conoce “Truss Rod”, que no es otra cosa que una barra delgada de acero que se incrusta en un canal curvo dentro del mástil de las guitarras y bajos eléctricos y acústicos con cuerdas de acero. Este dispositivo contrarresta las fuerzas en el mástil por la tensión de las cuerdas de acero.

Sin un Truss Rod, el clavijero se curvaría hacia adelante, doblando el mástil y afectando la altura de la cuerda y la comodidad de manejo. El Truss Rod se ajusta mediante un tornillo o tuerca de ajuste ubicado cerca del clavijero o en el extremo del mástil en el cuerpo. Cuando se aprieta la tuerca de ajuste, la varilla interna es tensada por la tuerca, haciendo que el Truss Rod intente enderezarse dentro del canal curvo, empujando el centro del mástil hacia arriba y doblando el mástil hacia atrás, contrarrestando el tirón hacia adelante de las cuerdas.



**Figura 5. Efecto del alma o Truss Rod**

Disponble en: <http://www.guitarbitz.com/trussrod-adjustment-i50>

Para ajustar el Truss Rod y corregir el arco del trastero, dando algo de alivio al mástil, se debe aflojar la varilla de este girando la tuerca de la varilla del Truss Rod en sentido antihorario. Para corregir el arco hacia arriba y reducir la cantidad de curvatura se debe apretar la varilla girando la tuerca del Truss Rod en el sentido de las agujas del reloj.



**Figura 6. Corrección de arco de mástil con Truss Rod**

Disponible en: <https://www.taylorguitars.com/support/maintenance/truss-rod-adjustments>

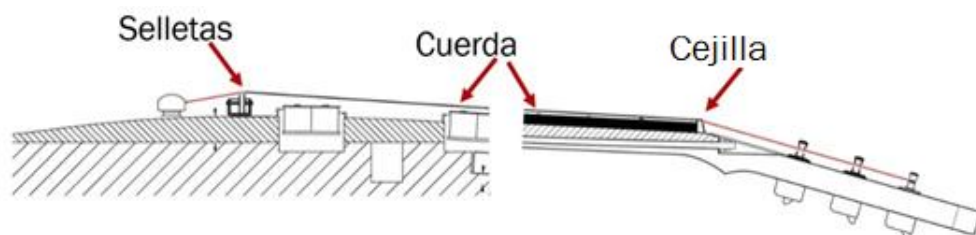
En este mismo orden de ideas, en otros casos también se dispone de un alma de doble acción, al contrario que una simple, sirve para conseguir curvatura cóncava o convexa en un mástil a pesar de la tensión de las cuerdas.

El material del que se fabrica el alma y cómo se instala en el interior del mástil juegan un papel importante en el sonido. Por lo general, al quitar más madera para colocar el alma, más se afecta al sonido del instrumento.

#### – Tensión de las cuerdas

La afinación de la guitarra consiste en aplicar tensión para que las cuerdas alcancen una tonalidad determinada. La cuerda está construida para resistir al menos el doble de la tensión requerida sin romperse.

La cuerda se fija a dos puntos: los clavijeros y el cordal donde están ancladas, de tal forma que la parte vibrante de la cuerda quede tensada entre la cejilla y las selletas del puente.

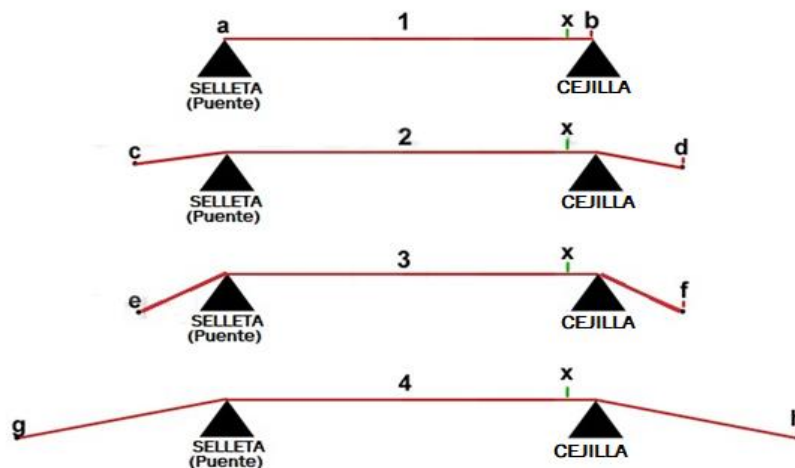


**Figura 7. Tensión de la cuerda de la guitarra**

Fuente: Galeazzo Frudua[9].

Disponible en: [https://www.frudua.com/tension\\_cuerdas\\_guitarra.htm](https://www.frudua.com/tension_cuerdas_guitarra.htm)

Las fracciones de cuerda que van desde la cejilla a los clavijeros y desde las selletas al cordal o punto de anclaje se llaman "ángulos de ruptura", aunque no están claramente relacionadas en la vibración influyen en el "tacto" del instrumento.



**Figura 8. Casos de tensiones de las cuerdas de la guitarra**

Fuente: Galeazzo Frudua[9].

Disponible en: [https://www.frudua.com/tension\\_cuerdas\\_guitarra.htm](https://www.frudua.com/tension_cuerdas_guitarra.htm)

El Luthier Galeazzo Frudua[9] explica sobre la tensión de las cuerdas lo siguiente:

- **Caso 1.** Se muestra una cuerda fijada justo sobre la cejilla y la selleta. Explica que “de los cuatro casos este es el que requerirá mayor esfuerzo para tirar un tono entero”, así como para conseguir sensación de “bending” que es el efecto que se hace la tocar algún tono y luego con el dedo con que se ha pisado la cuerda se estira hacia arriba o abajo dicha cuerda para lograr que el tono se extienda o “aleje”.
- **Caso 2.** Representa la típica situación donde las cuerdas se extienden más allá de la cejilla y las selletas, y están fijadas, por ejemplo, a la derecha en los clavijeros y a la izquierda en el cordal. En este caso la energía se distribuye de alguna manera entre los puntos (X-d). Aunque la tensión sea la misma que en el caso anterior se tiene la impresión de que es más suave cerca de los ángulos de ruptura.
- **Caso 3.** Similar al anterior, pero con mayor ángulo de ruptura. La longitud, afinación y por lo tanto tensión son las mismas (x-f) pero aquí el bending, explicado antes, resultará un poco más duro que en el segundo ejemplo.
- **Caso 4.** Muestra un caso donde las cuerdas se extienden mucho más allá de la cejilla y especialmente en las selletas (x-h). Esta configuración dará como resultado la sensación de bending más suave.

También debe considerarse la fricción sobre la cejilla y las selletas. En los tres últimos casos una menor fricción sobre la cejilla y las selletas, mejor se distribuye la tensión hacia las partes “no activas” de la cuerda, lo cual genera una sensación de bending más suave, una fricción muy alta sobre la cejilla y las selletas prácticamente acercaría los tres últimos casos al primer caso.

A continuación, se presenta una tabla con las tensiones promedio para algunos tipos de cuerdas de guitarras según varias categorías. Estas tensiones son, en

primera instancia, las que generan las tensiones que debe soportar el mástil. El diámetro se expresa en pulgadas y la tensión en libras, en cuanto a los valores totalizados de tensión se han expresado en libras (lb) y newtons (N).

Por ejemplo, para las cuerdas de acero niquelado con recubrimiento NANOWEB (Electric Nickel Plated Steel with NANOWEB Coating) Elixir Strings[7] reporta que la tensión de la cuerda mostrada es una aproximación, ya que se basa en una longitud de escala de guitarra de 25,5 pulgadas y afinación tipo estándar.

**Tabla 1**

**Resumen de características de algunas cuerdas para guitarra**

Conjunto	Cuerda 1		Cuerda 2		Cuerda 3		Cuerda 4		Cuerda 5		Cuerda 6		Tensión Total	
	Diá. (pulg.)	Tensión (lb)	Diá. (pulg.)	Tensión (lb)	Diá. (pulg.)	Tensión (lb)	Diá. (pulg.)	Tensión (lb)	Diá. (pulg.)	Tensión (lb)	Diá. (pulg.)	Tensión (lb)	lb	N
<b>Electric Nickel Plated Steel with NANOWEB Coating</b>														
Super Light Strings	0,009	13	0,011	11	0,016	15	0,024	16	0,032	16	0,042	15	86	382,5
Custom Light Strings	0,009	13	0,011	11	0,016	15	0,026	18	0,036	20	0,046	17	94	418,1
Light Strings	0,010	16	0,013	15	0,017	17	0,026	18	0,036	20	0,046	17	103	458,2
Light-Heavy Strings	0,010	16	0,013	15	0,017	17	0,032	28	0,042	26	0,052	22	124	551,6
Medium Strings	0,011	20	0,014	18	0,018	19	0,028	21	0,038	22	0,049	20	120	533,8
Heavy Strings	0,012	23	0,016	23	0,024	28	0,032	28	0,042	26	0,052	22	150	667,2
Baritone	0,012	23	0,016	23	0,022	28	0,038	38	0,052	39	0,068	39	190	845,2
12-String Light	0,010	16	0,013	15	0,017	17	0,026	18	0,036	20	0,046	17	103	458,2
12-String	0,010	16	0,013	15	0,009	19	0,012	18	0,018	23	0,026	23	114	507,1
<b>Electric Nickel Plated Steel with OPTIWEB™ Coating</b>														
Super Light Strings	0,009	13	0,011	11	0,016	15	0,02	16	0,03	16	0,04	15	86	382,5
Custom Light Strings	0,009	13	0,011	11	0,016	15	0,03	18	0,04	20	0,05	17	94	418,1
Light Strings	0,010	16	0,013	15	0,017	17	0,03	18	0,04	20	0,05	17	103	458,2
Light-Heavy Strings	0,010	16	0,013	15	0,017	17	0,03	28	0,04	26	0,05	22	124	551,6
Medium Strings	0,011	20	0,014	18	0,018	19	0,03	21	0,04	22	0,05	20	120	533,8
<b>Electric Nickel Plated Steel with POLYWEB Coating</b>														
Super Light Strings	0,01	13	0,01	11	0,02	15	0,02	16	0,03	16	0,04	15	86	382,5
Custom Light Strings	0,01	13	0,01	11	0,02	15	0,03	18	0,04	20	0,05	17	94	418,1
Light Strings	0,01	16	0,01	15	0,02	17	0,03	18	0,04	20	0,05	17	103	458,2
Medium Strings	0,01	20	0,01	18	0,02	19	0,03	21	0,04	22	0,05	20	120	533,8

Disponible en: <https://www.elixirstrings.com/support/string-tension-for-tuning-guitar>

Las consideraciones hechas sirven como guía al momento de generar el modelo para el estudio del mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo.

## 2.2. ANÁLISIS DE TENSIONES

### 2.2.1. Definición de tensión y deformaciones

Desde el punto de vista de la Resistencia de los Materiales, se entiende que la tensión es “la resistencia interna ofrecida por una unidad de área del material del cual está hecho un miembro a una carga externamente aplicada” Robert Mott[21] (p. 19). De forma general, la tensión sobre una superficie puede obtenerse dividiendo el valor de la carga normal que actúa sobre una superficie entre el área de ésta. La tensión calculada de esta forma se describe como normal directa.

$$Tensión\ normal = \frac{Fuerza}{Área}$$

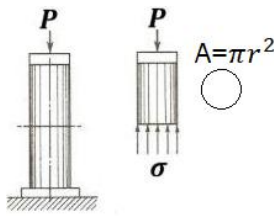
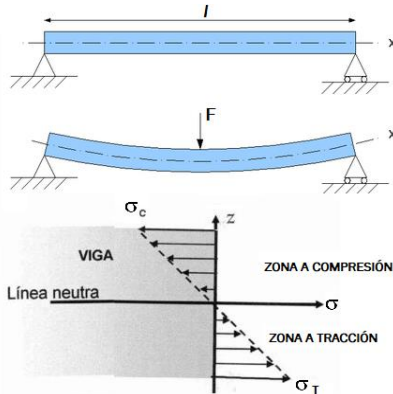
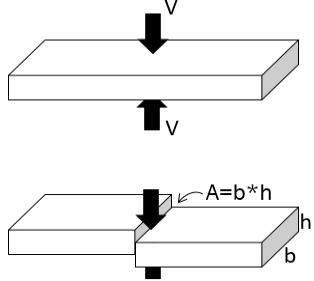
Las tensiones denominadas normales directas pueden originarse por cargas que tensionan o comprimen un elemento, por lo que tienden a alargarlo o disminuir su longitud en la misma dirección en que actúan las cargas que la originaron. Esta clase de tensión también pueden ser causadas por cargas externas que tienden a doblar o flexionar el elemento, en este caso las cargas pueden ser transversales a la sección donde se genera la tensión. Es usual usar la letra griega sigma ( $\sigma$ ) para denominar a las tensiones normales.

Otra categoría de tensión son las denominadas cortantes, en este caso la carga trata de seccionar la pieza o elemento de forma análoga como un cuchillo corta un trozo de queso. La fuerza cortante actúa sobre una línea, esta fuerza es resistida de manera uniforme por el área de la parte que está siendo cortada lo cual genera un nivel uniforme de fuerza cortante en las misma. En la notación se acostumbra a usar la letra griega tau ( $\tau$ ) para identificar las tensiones cortantes.

A continuación, se presenta una síntesis de los tipos de tensión que serán tomadas en consideración en este trabajo, cabe destacar que no se incluyen otras formas de generar estas tensiones:

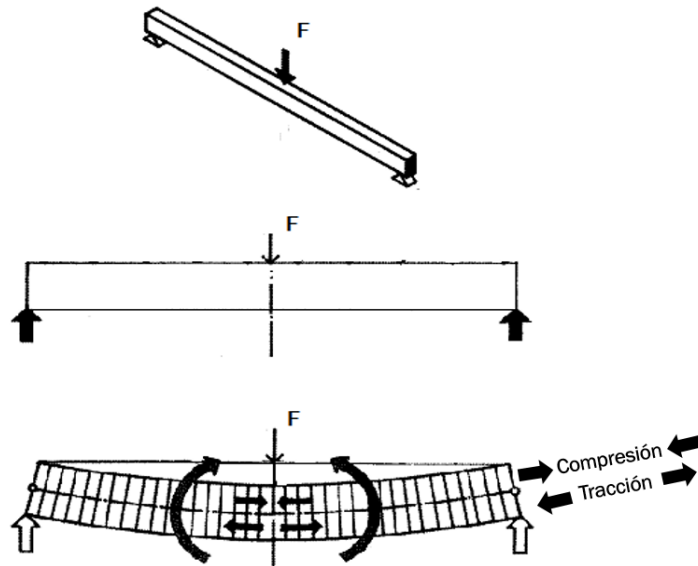
Tabla 2

Síntesis sobre algunas categorías de tensión

Tensión	L	Ilustración	Forma de cálculo
Normal directa	$\sigma$		$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1)$
Normal por flexión	$\sigma$		$\sigma = \frac{M_f * y}{I} \quad (2)$
Cortante directa	$\tau$		$\tau = \frac{V}{A} \quad (3)$

Cada cálculo de tensión guarda sus particularidades. En el primer caso la tensión normal directa podría ser de compresión o tracción, lo cual depende de la dirección de la fuerza normal a la superficie. En caso de la tensión de tracción, ésta tiende a estirar las fibras del material, por lo contrario, la de compresión las acortaría. En estos casos, es útil suponer que las tensiones se distribuyen uniformemente sobre la superficie normal a la carga que originó dicha tensión.

Las tensiones normales de flexión suceden cuando un elemento es sometido a un sistema de cargas que tienden a curvarlo, de tal forma las fibras más alejadas del centro de la curvatura que tiende a tomar el elemento están sometidas a tracción y las fibras más cercanas a compresión. Entre las zonas en compresión y tracción existe una zona donde no se producen tensiones y por ende no sufre ni acortamiento ni alargamiento, se le llama línea o eje neutro.



**Figura 9. Tensión normal de flexión**

Disponible en: <https://www.elconstructorcivil.com/2013/08/vigas-construccion-de-edificios.html>

Las tensiones cortantes que se generan en vigas o en elementos con solicitaciones similares se pueden calcular a partir la fórmula general para cuantificar este tipo de tensiones cortantes en cualquier sección transversal de una viga sometida a fuerza cortante vertical:

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} \quad (4)$$

En la ecuación 4, **V** es el valor de la fuerza cortante vertical en la sección de interés, su magnitud se obtiene del diagrama de fuerzas cortantes. **I** es el valor del momento de inercia de la sección transversal completa con respecto a su eje centroidal, es el mismo valor usado para calcular las tensiones normales debido a la flexión, ecuación 2. El valor de **t** es el espesor de la sección transversal donde se calculará al tensión cortante y **Q** conocido como momento estático respecto al eje centroidal general, primer momento según Mott[21], el cual se calcula multiplicando el área parcial alejada del eje de interés donde se evalúa la tensión cortante por la distancia entre el eje centroidal de toda la sección y el eje que pasa por centroide del área parcial.

### 2.2.2. Métodos para el análisis de tensiones

Siendo el objeto de estudio el mástil de la guitarra eléctrica de cuerpo macizo y al delimitarse al caso de la “Fender Stratocaster”, quedan definidos algunos parámetros cuantitativos y cualitativos tales como la geometría y el material entre otros.



Debido al tipo de cargas y restricciones que se han supuesto actúan sobre este componente de la guitarra, se simplifican notablemente los modelos que se han utilizado para el análisis. De forma sencilla para el estudio de las tensiones que actúan sobre un elemento se tienen varios métodos.

– **Métodos analíticos**

Al estudiar las condiciones de equilibrio en un punto donde actúan varias fuerzas que combinadas generan tensiones llamadas normales y cortantes, pueden representarse su acción sobre las caras del elemento, apreciándose cómo las tensiones varían con la orientación de los planos que pasan por el punto.

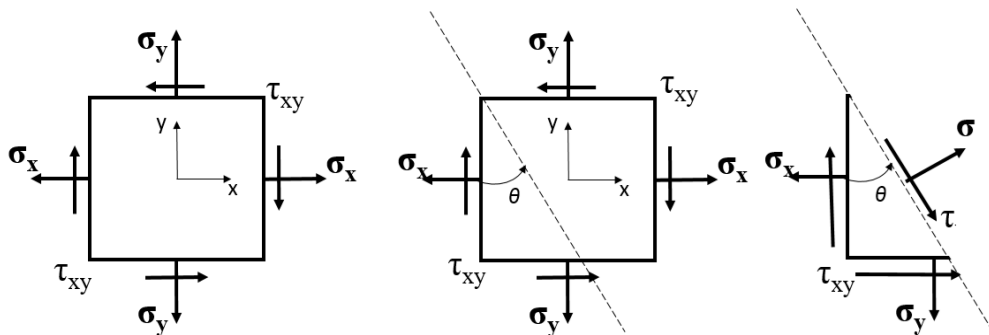


Figura 10. Relaciones de tensiones en el plano

El análisis de las condiciones de equilibrio estático cuando se pasa un plano con dirección  $\theta$  aplicando un corte, y multiplicando cada tensión por las áreas elementales  $A$  en cada caso, al desarrollar ecuaciones de equilibrio se obtienen las ecuaciones de tensión para el elemento, en el caso de la tensión normal su valor está dado por:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (5)$$

Y la cortante en el plano estudiado será:

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (6)$$

Haciendo otras operaciones se obtienen las ecuaciones que dan las tensiones normales y cortante máximas y en cuáles planos suceden:

$$\sigma_{max/min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad (7)$$

$$\tau_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad (8)$$

Gracias al desarrollo hecho por el ingeniero alemán Otto Mohr, las anteriores expresiones analíticas se pueden estudiar de forma gráfica mediante el conocido círculo de Mohr. Para construirlo, se realizan las siguientes operaciones, se reescribe la ecuación 5:

$$\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (9)$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (10)$$

Ambas expresiones se elevan al cuadrado, se suman y simplifican, resultando:

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2 \quad (11)$$

Expresión que puede expresarse de forma analógica como:

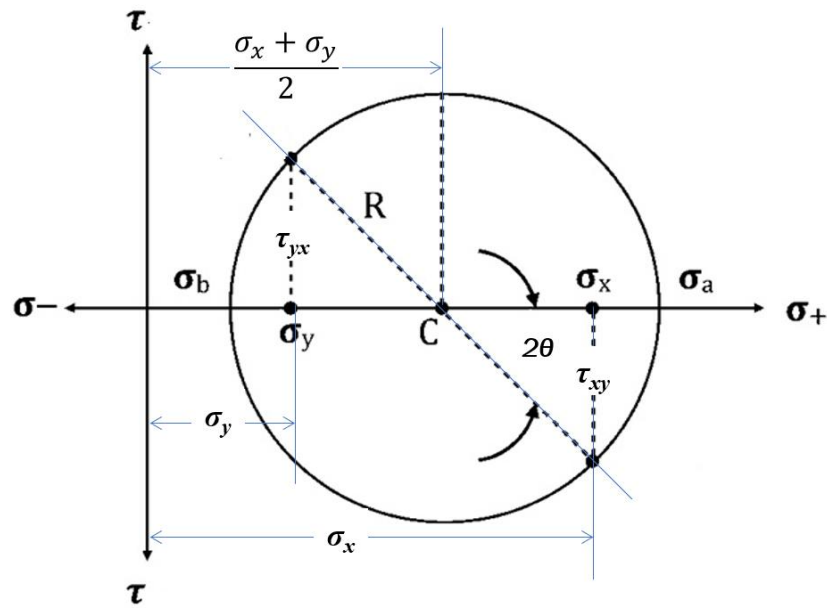
$$(\sigma - C)^2 + \tau^2 = R^2 \quad (12)$$

De las expresiones anteriores se deduce la ecuación del Círculo de Mohr donde su radio R y centro C están dados por:

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad (13)$$

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (14)$$

Las ecuaciones 13 y 14 se usan para trazar el círculo de Mohr.



**Figura 11. El Círculo de Mohr**

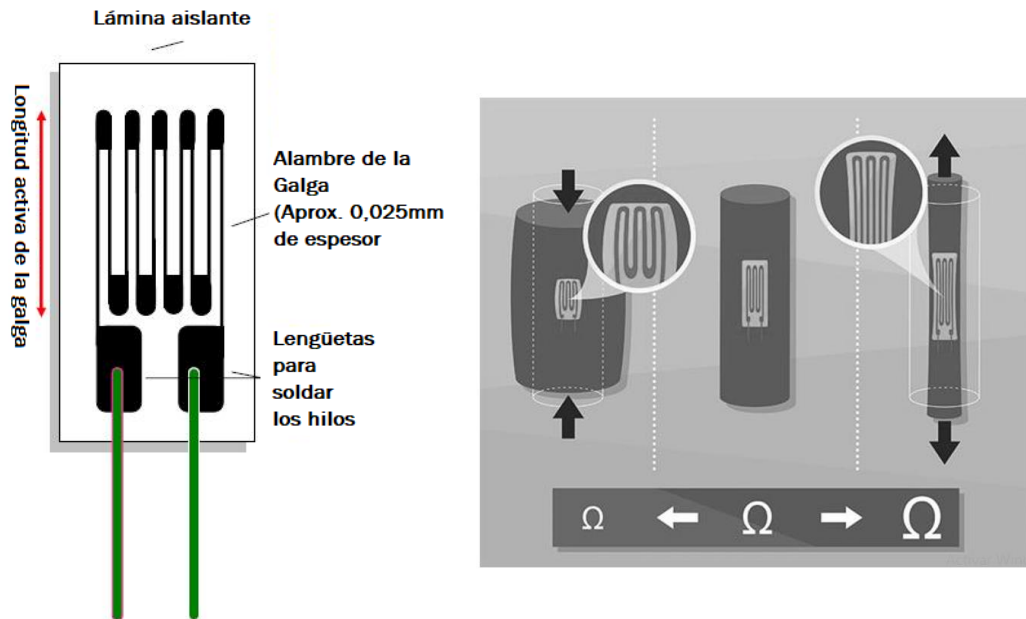
Disponible en: [https://www.alipso.com/monografias/circulo\\_de\\_mohr/](https://www.alipso.com/monografias/circulo_de_mohr/)

Otras posibilidades para obtener los valores de la tensión “equivalente” dentro de estado de tensiones combinado son los criterios de falla como el de la teoría del esfuerzo principal máximo de Rankine, el de esfuerzo cortante máximo de Tresca o el criterio de la densidad de energía de distorsión de Von Mises, entre otros criterios propuestos por distintos autores.

#### – Métodos experimentales

También es posible determinar las tensiones sobre un elemento mediante métodos experimentales, esto permite tener un acercamiento muy aproximado a las condiciones de trabajo de una pieza.

Un método consiste en la aplicación de galgas extensométricas. Esta técnica se basa en el principio de variación de la resistencia eléctrica de algunos metales cuando son deformados. Una galga extensométrica es una resistencia que se adhiere a la superficie del elemento a ser estudiado. Al sufrir una deformación dicha superficie provoca que la resistencia adherida, galga extensométrica, también se deforme lo cual se traduce en una variación del valor de su resistencia, mediante un transductor puede determinarse el cambio de su longitud y en consecuencia determinar el valor de la tensión que originó dicha deformación.

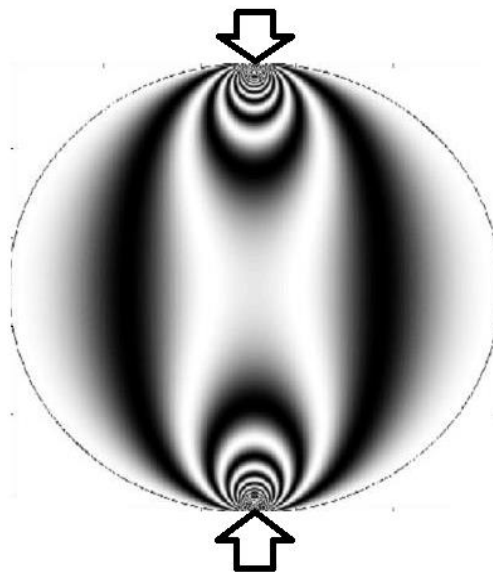


**Figura 12. Galga extensométrica**

Disponibles en: <http://urielchoquel.blogspot.com/2009/07/estensometria.html> y en <https://midebien.com/que-son-y-para-que-sirven-las-galgas-extensiométricas/>

Otro procedimiento es la fotoelasticidad, que aprovecha como varía la longitud de onda de la luz cuando atraviesa algunos materiales isótropos, transparentes y continuos cuando estos son forzados y se deforman.

Se fabrican modelos de materiales transparentes o cubrir piezas con resinas para observar su comportamiento al ser cargadas. Este procedimiento ayuda a realizar análisis cuantitativos y cualitativos del estado de tensiones.



**Figura 13. Experimento de fotoelasticidad**

Disponible en: [https://www.researchgate.net/figure/Figura-5-Transformada-discreta-de-Fourier-aplicada-a-una-imagen-de-fotoelasticidad\\_fig2\\_321716272](https://www.researchgate.net/figure/Figura-5-Transformada-discreta-de-Fourier-aplicada-a-una-imagen-de-fotoelasticidad_fig2_321716272)

## – Métodos numéricos

Una de las ramas de la matemática que viene siendo motivo de interés gracias al incremento de la capacidad de cálculo, es el Análisis Numérico donde se estudian los métodos numéricos para la solución de problemas que sirven para obtener una solución aproximada, y a veces exacta, de un problema específico luego de realizar un número finito de operaciones basadas en un algoritmo lógico y elemental.

Los métodos numéricos se han empleado en la solución de ecuaciones diferenciales, derivadas, cálculo de integrales y siendo las aplicaciones ingenieriles cada vez más sofisticadas.

Jiménez Guido [18] indica que a lo largo de la historia se han desarrollado diversos métodos para el análisis de problemas, uno de éstos es el conocido como Método de las Diferencias Finitas (Finite Difference Method, FDM) que se basa en usar ecuaciones diferenciales para una región modelada como un arreglo o red de puntos y que es más efectivo conforme se utilicen más puntos. Es útil en la solución de problemas complejos, pero en aquellos casos con geometrías irregulares o condiciones de frontera inusuales se puede dificultar su empleo, por ejemplo, cuando interactúan distintos materiales.

Desarrollado más recientemente, el método de los elementos finitos (Finite Element Method, FEM), que también se trata de un método de análisis numérico, pero se diferencia del FDM porque en su caso utiliza un arreglo de varios elementos o regiones muy pequeñas interconectados entre sí, ofreciendo una aproximación por elementos de las ecuaciones gobernantes de relaciones constitutivas.

Por otra parte, si el comportamiento de una estructura es gobernado por una sola ecuación diferencial, tanto el FEM como el FDM pueden aplicarse para encontrar una solución que satisfaga la ecuación. Sin embargo, si se requiere aplicar distintas ecuaciones diferenciales para describir el comportamiento del medio continuo, bien sea porque está compuesto por distintos materiales o que sus propiedades no son homogéneas en todo el volumen, solo el FEM puede aplicarse en este caso.

Otra característica útil del FEM es su virtud para dar soluciones a elementos individuales antes de ensamblarlos para obtener el problema completo. Por ejemplo, se puede aplicar para el análisis de tensiones, donde se obtendría la rigidez de cada elemento para determinar luego la rigidez de toda la estructura, es decir, un problema complejo puede reducirse al análisis de varios problemas simplificados.

Jiménez Guido[18], presenta una síntesis para la aplicación del FEM, indicando que se requieren cumplir ciertos pasos que a continuación se explican en términos muy generales:

– **Discretización del dominio.**

Se debe dividir el dominio en elementos, se pueden usar distintas formas, número de elementos, etc.

– **Escoger funciones de interpolación.**

Se debe escoger el tipo de función de interpolación que represente el cambio de la variable sobre el elemento. La variable puede ser escalar, vectorial o un tensor de orden superior. Las funciones de interpolación pueden llegar a ser polinomios.

– **Definir las propiedades de los elementos**

Se debe determinar las ecuaciones matriciales que definen las propiedades de cada elemento. Se puede emplear las cuatro formulaciones posibles del FEM: la formulación directa, la variacional, de los pesos residuales o la del balance de energía.

– **Ensamblar propiedades de los elementos, considerar condiciones de frontera y obtener ecuaciones del sistema**

Se requiere combinar las ecuaciones matriciales e indicar comportamiento de todo el dominio o sistema. Este proceso se basa en el hecho de que un nodo donde se interconectan varios elementos, el valor de la variable será el mismo para cada elemento que comparte el nodo.

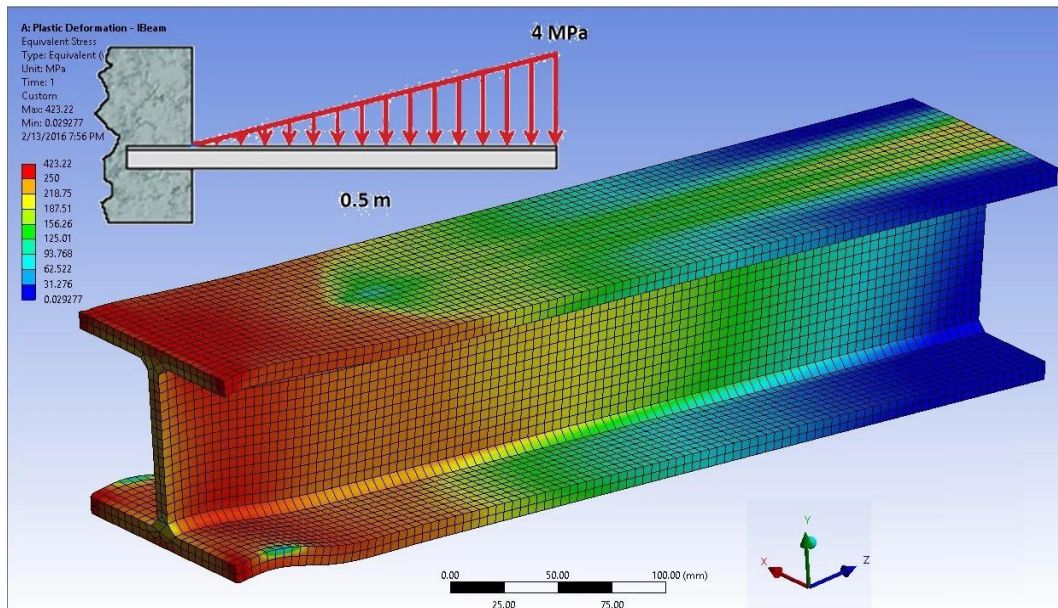
Todo el proceso es rutinario y por lo general requiere el uso del ordenador y software adecuado para ello.

– **Resolver sistema de ecuaciones**

Al establecer una serie de ecuaciones simultáneas se aplican diversos métodos que varían si el sistema de ecuaciones es lineal o se trata de ecuaciones no lineales.

Finalmente se resuelven problemas adicionales o se da respuestas a otras incógnitas con los resultados obtenidos.

Es importante destacar que varios softwares de Diseño Asistido por Ordenador (Computer Aided Design, CAD) incluyen módulos o extensiones para realizar este tipo de estudio a los elementos diseñados en esos ambientes, esto ha facilitado el trabajo del ingeniero en distintos ámbitos.



**Figura 14. Visualización en ordenador de estudio por el FEM**

Disponible en: <https://cosasdeingenierossite.wordpress.com/2017/06/28/ansys-metodo-de-los-elementos-finitos-introduccion-al-estudio-de-fatiga-en-un-placa-con-entalla/>

### 2.2.3. Flexión en vigas

Una propiedad deseable para muchos materiales es la flexibilidad, ésta permite que piezas, elementos y partes estructurales se acomoden ante las solicitaciones que sufren, también ayuda a mitigar los efectos de golpes, vibraciones y otras cargas.

Sin embargo, en la mayoría de los casos la deformación admisible por este fenómeno debe limitarse ya que puede afectar en funcionamiento deseado del sistema, su exactitud, seguridad y apariencia.

Mott[21], señala algunos límites de flexión recomendados en función de la longitud de viga:

**Tabla 3**

Límites de flexión de vigas recomendados

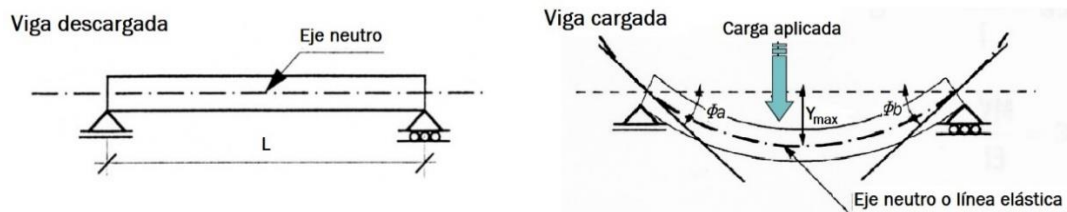
Descripción de la función	$Y_{max}$ por longitud de viga
Componente general de maquinaria	0,0005 a 0,003 mm/mm
Precisión moderada	0,00001 a 0,0005 mm/mm
Alta precisión	0,000001 a 0,00001 mm/mm

Fuente: Mott[21]

El valor  $Y_{\max}$  representa la mayor distancia medida desde el eje neutro de la viga sin deformar hasta el mismo punto sobre el eje neutro una vez deformada.

El proceso analítico para determinar la deflexión sobre cualquier punto de una viga sometida a cargas que la curvan consiste en:

- Elaborar el Diagrama de Cuerpo Libre (DCL) de la viga o diagrama de cargas.
- Elaborar los diagramas de fuerza cortante y momento flector.
- Hacer un boceto del diagrama de flexión, que ilustra posición del eje neutro respecto su posición original.
- Diagrama de la pendiente, que representa la pendiente en distintos puntos de la viga medida como el ángulo en radianes respecto a la línea horizontal.



**Figura 15. Deformación elástica de viga**

Disponible en: <https://cosasdeingenierossite.wordpress.com/2017/06/28/ansys-metodo-de-los-elementos-finitos-introduccion-al-estudio-de-fatiga-en-un-placa-con-entalla/>

Mott[21] explica cuatro métodos para determinar analíticamente la deflexión o flecha de vigas, en síntesis, éstos son:

- **Método de la fórmula**, basado en diagramas y tablas elaboradas para casos típicos de vigas y sistemas de cargas, muy útil cuando el estudio entra en algunas de estas categorías y la sección transversal de viga es uniforme.
- **Método de superposición**, que consiste en separar el sistema de cargas en patrones particulares de cargas y apoyos, de tal forma que para cada componente sea alguno de los casos disponibles en fórmula.
- **Método de integración sucesiva**, el cual se basa en las relaciones matemáticas existentes entre las curvas de momento, pendiente y flexión partiendo de las ecuaciones de carga de la viga. Se trata de la integrar dos veces la ecuación de momento respecto al eje axial a la viga.
- **Método del área-momento**, que se usa en caso de vigas con secciones variables o patrones de cargas complejos.

En el caso de vigas de sección variable, como el mástil de la guitarra eléctrica de cuerpo macizo, donde esta variación es continua y al obtener una función  $f(x)$  que

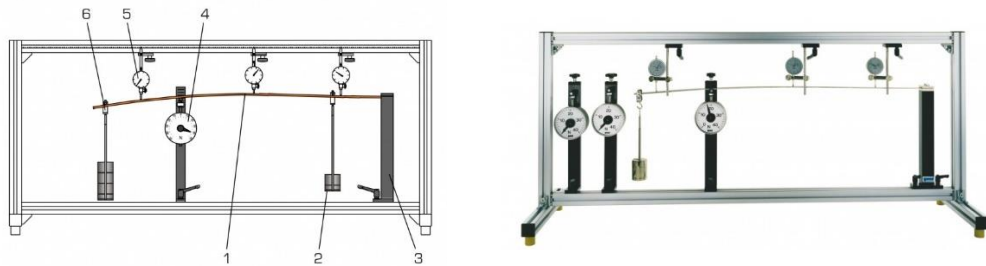


relacione variación de la sección a lo largo del eje x, axial a la viga, el cálculo de la flexión puede efectuarse por el método de la doble integración, ya que el momento de inercia también es una función de la ubicación sobre dicho eje.

– **Medición experimental de la flexión**

En el estudio se ha supuesto que el mástil se comporta como si fuese una viga en voladizo sometida a flexión y como su longitud es mucho mayor que su área transversal, en casos como éste se dispone también de métodos experimentales para realizar mediciones de la deflexión.

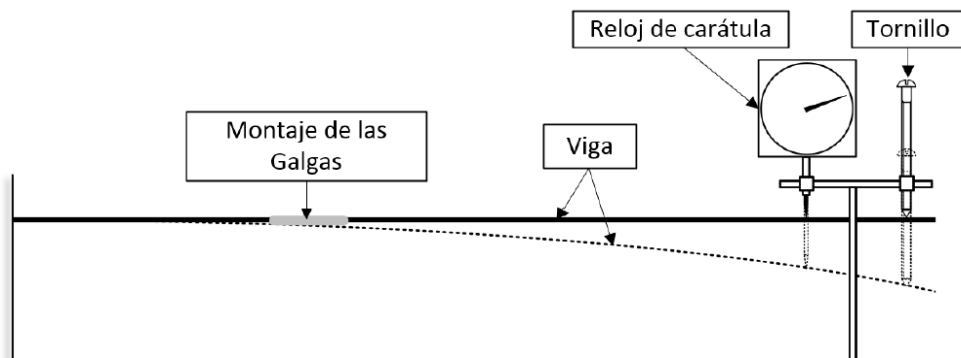
Empresas como Gunt Gerätebau[15] ha desarrollado distintos modelos experimentales para usar en el entrenamiento para las mediciones de flexión, como el modelo WP 950 que sirve para estudiar la deformación de vigas con eje rectilíneo. El sistema está dotado con relojes comparadores y diversos dispositivos para simular distintas condiciones de carga y apoyo para la viga.



**Figura 16. Sistema para medición de flexión en vigas**

Disponible en: [https://www.gunt.de/images/datasheet/1661/WP-950-Deformacin-de-vigas-de-eje-recto-gunt-1661-pdf\\_1\\_es-ES.pdf](https://www.gunt.de/images/datasheet/1661/WP-950-Deformacin-de-vigas-de-eje-recto-gunt-1661-pdf_1_es-ES.pdf)

Estos sistemas pueden complementarse midiendo las deformaciones en la superficie de la viga con de galgas extensométricas, como lo muestran en su trabajo Rodríguez et al.[23], haciendo mediciones de la deflexión y deformación.

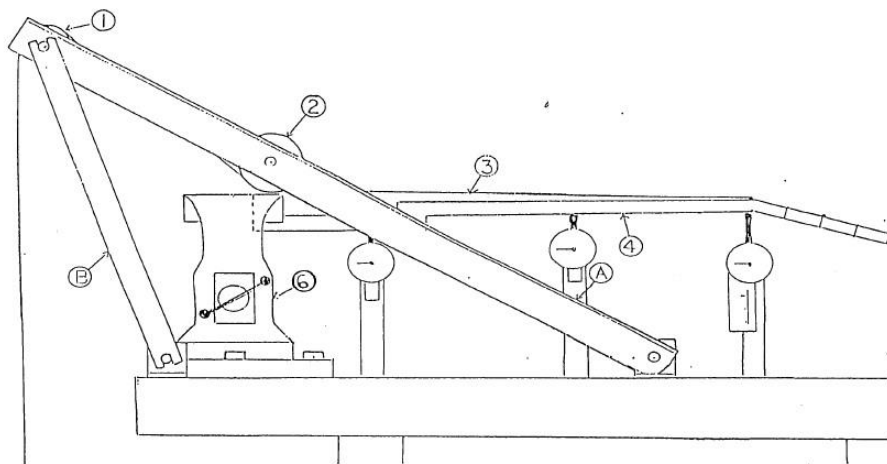


**Figura 17. Medición de flexión y deformación en vigas**

Fuente: Rodríguez et al [23].

Disponible en: <http://scielo.sld.cu/pdf/eac/v37n1/eac07116.pdf>

En este orden de ideas, resulta interesante la investigación realizada por Edward John Grasso[12] que consistió en efectuar el análisis estructural y propuesta para el diseño de un mástil de guitarra eléctrica de plástico, en este trabajo aplicó modelado mediante el método de elementos finitos (finite element method, FEM) pero entre otros aspectos resaltantes de su trabajo muestra un boceto de equipo para mediciones de flexión del mástil.



**Figura 18. Prototipo para medición de la deflexión del mástil de guitarra**

Fuente: Grasso [12].

Disponible en: <https://preserve.lehigh.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1189&context=etd>

En este dispositivo las poleas 1 y 2 se usan para direccionar la tensión de la cuerda, con 3 se identifica la cuerda tensada, 4 es el mástil, el ángulo de la cuerda puede variarse cambiando la barra B la cual modifica ángulo de inclinación de barra A. La sujeción del mástil se logra con la prensa 6 y se han colocado 3 comparadores a lo largo del mástil.

### 2.3. EL DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR

El término diseño tiene su origen en la palabra italiana *disegno*, cuyo origen latino proviene del verbo *designare*, que deriva de la palabra *signum* (señal, símbolo), que se traduciría como "marcar con un signo", o "representar simbólicamente" algo con un signo, Casas[4].

El diseño como proceso puede concebirse como la delineación de una figura o un objeto. En este contexto consiste en la representación gráfica de un objeto para poder tener una representación gráfica que posibilite su interpretación y/o modelado.

Una síntesis de los pasos del diseño podría ser:

- **Definición.** Especificación de las propiedades y características relevantes del sistema que se desea diseñar
- **Modelado.** Consiste en crear un modelo del proceso a diseñar, que represente y satisfaga las necesidades y especificaciones requeridas.
- **Dibujos de detalle.** Se trata de representar los objetos que se fabricarán mediante alguna representación gráfica, que puede servir como guía del elemento a construir. Los planos deben ser suficientemente detallados para orientar la fabricación y la gestión de otros procesos inherentes, como logística de materiales, control de calidad, herramientas necesarias, etc.
- **Ensayos y pruebas.** Esta fase sirve para probar el diseño usando muchas veces recursos como el ordenador, sin embargo, también se recurre a la fabricación de prototipos que sirven para ensayar el objeto antes de llevarlo a fabricación.

El proceso de diseño puede acelerarse usando herramientas informáticas que lo faciliten, esto puede hacerse mediante el empleo de los sistemas de diseño asistido por ordenador (Computer Aided Design, CAD).

Además, cuando el proceso de diseño está acompañado de herramientas informáticas que permiten la manufactura de las piezas diseñadas, se tiene lo que se denomina Fabricación Asistida por Ordenador (Computer Aided Manufacturing, CAM). Si las herramientas informáticas ayudan en el análisis de algunos procesos de ingeniería, se habla de ingeniería asistida por ordenador (Computer Aided Engineering, CAE). Algunas aplicaciones CAE sirven para calcular estructuras, analizar el desgaste de piezas, calcular la resistencia aerodinámica o hidrodinámica de un objeto entre otras capacidades.

### 2.3.1. Proceso para generación de sólidos

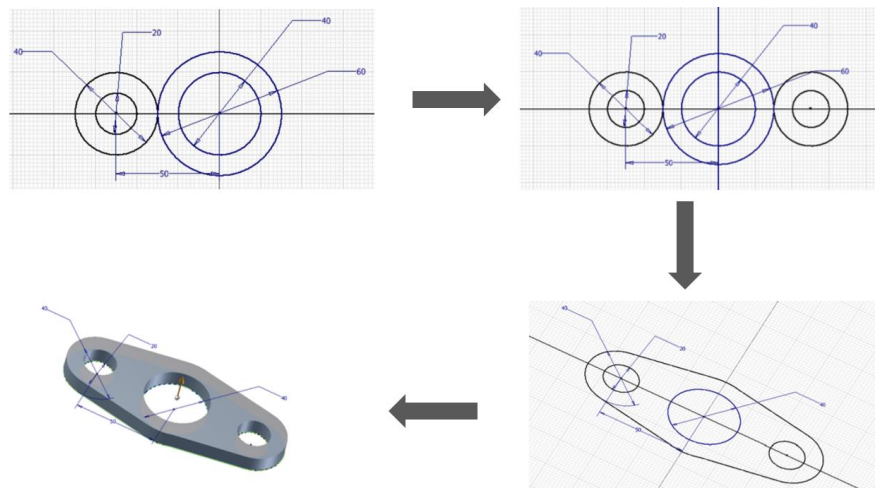
En este proyecto se ha utilizado el software de CAD denominado Inventor® de Autodesk®, versión estudiantil, ya que cuenta con suficientes herramientas para el diseño mecánico, facilita la documentación del proceso y permite la simulación de las piezas elaboradas en 3D.

Con el mencionado software se pueden crear superficies y sólidos 3D a partir de geometría 2D mediante la extrusión, el barrido, la solevación y la revolución. En este caso el modelo 3D viene a ser el resultado de utilizar una sucesión de operaciones y otras modificaciones.

En esta clase de software por lo general se comienza ideando un boceto el cual no es otra cosa que un dibujo plano similar a uno realizado a mano alzada sin

cotas ni relaciones geométricas. Para crear este boceto se usan las herramientas básicas de dibujo como la línea, circunferencia, puntos, rectángulos y otras posibilidades que provee el software. A ese boceto inicial se le aplican dimensiones, restricciones y relaciones para definirlo como objeto geométrico.

Una vez definido el boceto, se aplican operaciones para, a partir de este generar el modelo 3D. Estas operaciones pueden ser extrusión, barrido, corte y otras. A su vez estas operaciones ofrecen distintas variantes y posibilidades.



**Figura 19. Proceso para generación de un modelo 3D con software**  
Disponible en: [https://ocw.unican.es/pluginfile.php/228/course/section/139/guia\\_aprendizaje\\_inventor.pdf](https://ocw.unican.es/pluginfile.php/228/course/section/139/guia_aprendizaje_inventor.pdf)

### 2.3.2. Parámetros de diseño

El dibujo basado en parámetros es una técnica usada para diseñar mediante el establecimiento de relaciones y restricciones, que son asociaciones y restricciones aplicadas a la geometría 2D del boceto.

Existen dos clases de restricciones que se aplican:

- *Las restricciones geométricas* controlan las relaciones entre los objetos tales como paralelismo, perpendicularidad, etc.
- *Las restricciones por cota* relacionan los valores de distancia, longitud, ángulo y radio de los objetos.

El uso de restricciones permite:

- Conservar los requisitos y especificaciones del diseño fijando o normando la geometría de un dibujo.
- Emplear diversas restricciones geométricas a los objetos de forma instantánea.

- Incluir ecuaciones y fórmulas en las restricciones por cota.
- Variar el diseño rápidamente mediante el cambio del valor de una variable.

### **2.3.3. Vinculación de parámetros con hoja de cálculo**

Inventor®, lo mismo que otros softwares para modelado 3D, es paramétrico, lo que permite modelar en base a parámetros o ecuaciones, y a medida que se requiera modificar la geometría, se cambian los parámetros que la rigen.

Estos parámetros pueden operarse desde el programa, o se puede apoyar con el uso de una hoja de cálculo, como Microsoft Excel®, lo que permite realizar cálculos sobre el diseño, y a medida que se avanza o mejore se actualiza automáticamente el modelo.

Es importante destacar que preparar la hoja de cálculo para introducir parámetros tiene cierto rigor y un orden especial de prepararse y colocar los parámetros. El orden para colocar los parámetros es primero el nombre del parámetro, recordando que no se pueden dejar espacios en blanco ni caracteres especiales, luego colocar el valor parámetro, la siguiente columna la unidad en que se encuentra el parámetro y por último algún comentario que se quiera realizar. Estas dos últimas columnas no son indispensables, pero si es una buena práctica.

En Inventor® se usa el comando para la gestión de parámetros y se vincula con la hoja de cálculo mediante el enlace o comando Link, con esto se enlaza la hoja de cálculo con el programa CAD, haciendo el diseño más interactivo y fácil de gestionar en cuando a modificaciones.

### **2.3.4. Uso del método de los elementos finitos**

Muchas de las estructuras realizadas en el campo de la ingeniería son de tipo continuo, en consecuencia, su comportamiento no puede formularse de manera exacta con un número pequeño de variables discretas, tal como puede hacerse con las estructuras compuestas por barras.

Hacer un estudio con rigor de estas estructuras requiere de la integración de las ecuaciones diferenciales que definen las condiciones de equilibrio de un elemento diferencial genérico de las mismas. Por ejemplo, esta forma de “estructuras continuas” se pueden apreciar en las placas de las edificaciones, techos y cubiertas, en las presas, las carrocerías de vehículos, fuselajes de aeronaves y en muchas otras aplicaciones.

Aunque es una propiedad común en las estructuras continuas que sean tridimensionales en muchos casos su comportamiento suele simplificarse con modelos matemáticos unidimensionales o bidimensionales. Esto se aplica en los problemas de flexión en placas, donde el estudio se limita a revisar cómo es la deformación del plano medio de la placa. Hipótesis como esta se aplican en otros casos para simplificar el análisis de estructuras.

El método de los elementos finitos (Finite Element Method, FEM) es considerado como el más poderoso para el análisis de estructuras de casi cualquier característica, sino todas. La similitud que tiene con los conceptos del análisis matricial de estructuras de barras y los del FEM facilitan su aplicación, de tal forma que se han generado potentes softwares basados en esta metodología.

Actualmente se dispone de variados softwares con capacidades para hacer cálculos por el método de los elementos finitos (Finite Element Method, FEM). El portal "3D CAD Portal"[27], cita varios tipos, a continuación, se lista algunos:

- ABAQUS es una aplicación de Ingeniería Asistida por Computadora o por Ordenador (Computer Aided Engineering, CAE) para el cálculo por FEM de utilidad general y es componente de la plataforma SIMULIA de Dassault Systemes.
- Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Análisis (ADINA) es una empresa fundada en 1986 especializada en aplicaciones para FEM aplicables a sistemas lineales y no lineales.
- ALGOR es una solución para emplear en ingeniería orientada al estudio multifásico en ordenador para diferentes campos como el automotriz, aeroespacial, manufactura y consumo.
- Altair Engineering desarrolló el software HYPERWORKS para el análisis y simulación CAE, el programa facilita el diseño y desarrollo de productos en 3D eficientemente.
- ANSYS es un ambiente de programas CAE para diseñar, analizar y simular con FEM, incluye las fases de preparación o malleo, ejecución y postprocesado. Este programa realiza el análisis de piezas sometidas a fenómenos físicos como las usadas en Ingeniería y diseño mecánico en varias categorías.
- Autodesk Simulation es un paquete o conjunto de softwares para validar y optimar diseños, el paquete expone al diseño a tensiones virtuales con el fin de predecir su comportamiento en la realidad. Autodesk dispone de un componente de software para cada fenómeno físico.

Igualmente, muchas de las aplicaciones desarrolladas para el diseño y generación de sólidos en 3D tales como Inventor® de AutoDesk, SolidWorks® de Dassault Systèmes®, Solid Edge® de Siemens entre otros cuentan con módulos o rutinas para hacer estudios con análisis FEM, esto permite hacer una primera aproximación para entender cómo sería el comportamiento esperado del diseño cuando esté en servicio.

Sin embargo, los estudios realizados con estos softwares no alcanzan la exactitud ni cuentan con todos los recursos de las aplicaciones creadas para análisis con

FEM, por lo que en muchos casos las mismas empresas que desarrollan las aplicaciones de diseño 3D también crean software para análisis FEM que los vinculan o asocian con sus aplicaciones 3D mejorando en gran medida la compatibilidad e intercambio de datos.

En todo caso los pasos seguidos en este proyecto consistieron en definir las geometrías, los materiales y las condiciones de borde a la cual va a estar sometido el mástil, fue necesario aplicar una metodología de análisis para determinar el comportamiento del diseño existente más aproximado a las geometrías de los dispositivos comerciales en la actualidad.

La realización del modelo del mástil en 3D y los componentes que integran el sistema se realiza por medio del Software Inventor 2020® en versión estudiantil.

Se generaron componentes y luego se procedió al ensamblaje. Una vez cumplida esta etapa se les asignan las propiedades mecánicas a todos los materiales del sistema y luego se procede a realizar el mallado. Posteriormente se aplican las restricciones del modelo y las cargas que se originan al momento de realizar el montaje de las cuerdas y tensorlas, para luego acceder al módulo de solución del software.

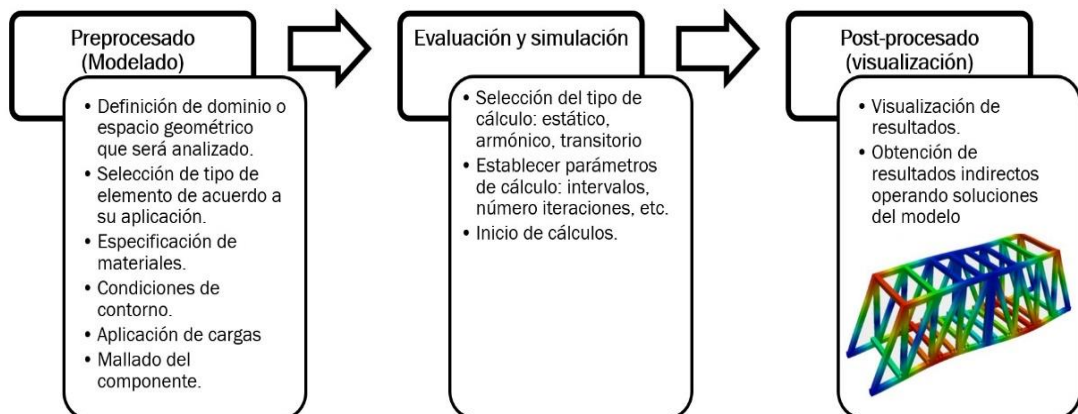


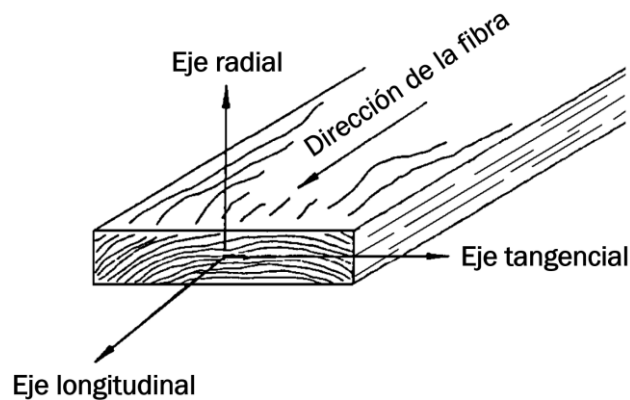
Figura 20. Síntesis de pasos para aplicar el FEM

### 3. CONSIDERACIONES GENERALES

#### 3.1. CRITERIOS Y CARACTERÍSTICAS SOBRE EL MATERIAL

La variación en las propiedades es una característica que afecta a todos materiales, y en este caso debido a que la madera es un material de origen natural y los árboles están sometidos a muchos fenómenos que varían de un lugar a otro como la humedad, las condiciones del suelo, la luz solar y el espacio de crecimiento, las propiedades de la madera varían considerablemente. Además, factores como la forma que se hizo el corte y tratamientos posteriores inciden de manera determinante en sus propiedades y comportamiento como material.

Green[13] explica que la madera puede describirse como un material ortótropo; es decir, tiene propiedades mecánicas únicas e independientes en las direcciones de tres ejes perpendiculares entre sí: longitudinal, radial y tangencial. El eje longitudinal L es paralelo a la fibra o grano, el eje radial R es normal a los anillos de crecimiento y perpendicular al grano en la dirección radial, y el eje tangencial T es perpendicular al grano, pero tangente a los anillos de crecimiento.



**Figura 21. Ejes de la madera por dirección del grano y anillos de crecimiento**

Fuente: Green[13]. Disponible en:

<https://www.fpl.fs.fed.us/documnts/fplgtr/fplgtr113/ch04.pdf>

Con relación a lo anterior, como la madera no cumple estrictamente la condición de material isótropo, más bien se caracteriza como ortótropo, Hayes[16] indica algunas de sus características diferenciándolas por eje cartesiano:

**Tabla 4**

**Propiedades de la madera de arce**

Módulo de Elasticidad			Coeficiente de Poisson		
$E_x$	$E_y$	$E_z$	$\nu_{xy}$	$\nu_{yz}$	$\nu_{xz}$
12,6 GPa	1,66 GPa	819 MPa	0,424	0,774	0,476

Fuente: Hayes[16]. Disponible en: [https://www.slideshare.net/MattHayes5/fea-of-guitar-neck?from\\_action=save](https://www.slideshare.net/MattHayes5/fea-of-guitar-neck?from_action=save)



El objeto de estudio es el mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo, para este caso se ha delimitado al modelo Fender “Stratocaster”, de acuerdo con el fabricante “Fender Musical Instruments Corporation” en la construcción del mástil prevalece la madera de Arce, en términos generales, este material puede ocupar hasta más del 80% por ciento de la sección transversal del mástil, por lo que se supone que toda esta área está compuesta por madera de Arce.

También los cálculos se han basado en suponer la continuidad del material, que es homogéneo en sus propiedades y que se comporta como un material Isótropo.

### 3.2. METODOS UTILIZADOS

Como el proyecto consiste en analizar del comportamiento mecánico de los mástiles de guitarras eléctricas de cuerpo macizo, y se ha tomado como referencia para los cálculos, la geometría estándar de una guitarra eléctrica modelo “Fender Stratocaster”, se tienen definidos varios pasos como son:

- **Definición.** Se cuenta con las especificaciones sobre las propiedades y características relevantes del mástil de guitarra de cuerpo macizo que será estudiado.
- **Modelado.** Se elabora un modelo usando CAD, teniendo su geometría y dimensiones ya definidas, material, etc.
- **Dibujos de detalle.** Se hace una representación del mástil, sus componentes y se generan planos en formato normalizado.
- **Ensayos y pruebas.** El objeto de estudio se somete a condiciones que simulan la realidad. Durante esta fase del proyecto se aplican técnicas de análisis propia de la Resistencia de los Materiales, se “aisla” el mástil del resto de elementos, se aplican efectos de otros cuerpos dibujándolos como fuerzas externas, se suponen reacciones generadas y se procede a calcular mediante aplicación de FEM y procedimientos analíticos.
- **Análisis.** Interpretación de resultados, localización de puntos vulnerables, tensiones críticas, deformaciones indeseables o potencialmente nocivas para el funcionamiento correcto del instrumento.

### 3.3. SUPUESTOS Y SIMPLIFICACIONES

- **Tensiones.** Con relación a la fuerza que ejercen las cuerdas sobre el mástil, se supone que la fricción entre las mismas y su asiento sobre las selletas y cejilla respectivamente es muy baja, por lo que la tensión de cada cuerda será la misma en la parte activa como la no activa de ésta.
- **Mástil.** Se simplifica como si se tratara de una viga en voladizo, por lo que el modelo de análisis se ajustó a este caso, y los cálculos consiguientes se

basan en este modelo de equilibrio estático. Esto se deduce al realizar un corte en la base del mástil y colocar las fuerzas y momento que garantizan dicha condición teórica.

- El estudio se basa en la aplicación de cargas estáticas.

### **3.4. SOBRE LOS ANÁLISIS Y RESULTADOS**

El proyecto consiste en estudiar los esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo debido a las tensiones que se inducen en el mismo por el efecto de las tensiones de las cuerdas. Además, también tiene carácter comparativo ya que se hace una contrastación de los resultados obtenidos entre los distintos casos de estudios que fueron considerados.

En este caso en particular, el resultado del estudio ofrece una idea más precisa de los valores de tensión y de la deflexión que sufre el mástil de una guitarra eléctrica Fender “Stratocaster”.

Al presentarse la comparación de resultados obtenidos por el procedimiento analítico para el cálculo de tensión y los reportados por el software utilizado en este caso Inventor® de Autodesk®, se tiene más certeza del camino a seguir para conseguir la mayor exactitud y fidelidad en este tipo de estudios, ya que se dilucidan qué factores son decisivos para el logro de resultados muy cercanos a los reales.



## **4. DESARROLLO PRÁCTICO**

El desarrollo de esta parte del trabajo se presenta a manera de memoria descriptiva del proyecto sin separarse del rigor académico que merece un desarrollo de esta naturaleza.

### **4.1. OBJETIVO DEL PROYECTO**

El proyecto se realizó para estudiar los esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo como consecuencia de la acción de los sistemas de fuerzas que actúan sobre éste. Con este propósito se contrastan los resultados reportados con los procedimientos numéricos de análisis FEM utilizando el ordenador con los obtenidos mediante el procedimiento analítico.

### **4.2. ALCANCE**

Se hace el estudio partiendo de las características y parámetros que definen la geometría del mástil de las guitarras eléctricas de cuerpo macizo, teniéndose en consideración aspectos cuantitativos y cualitativos. Se ha tomado como objeto referencial para realizar este proyecto el mástil de la guitarra eléctrica “Fender Stratocaster”, el cual está construido de madera.

#### **4.2.1. Condiciones del estudio realizado**

- Se supone un escenario de carga estática generados por la tensión de las cuerdas de la guitarra.
- Material es isótropo, homogéneo y continuo en todo su volumen.
- Análisis dentro del enfoque de la Resistencia de los Materiales.
- Mástil aislado y empotrado en el extremo más lejano al clavijero.
- Generación de sólido y análisis FEM con Autodesk® Inventor®
- Cálculo analítico para validar resultados numéricos.
- Elaboración de planos en formato A4.
- Estudio de costes.

#### **4.2.2. Actividades ejecutadas**

Se generó un modelo mediante el uso de CAD, con el software Autodesk® Inventor®, versión estudiantil, previamente se determina material para el mástil de la guitarra, se desarrolla modelo según características geométricas de la guitarra eléctrica “Fender Stratocaster”. A partir de los supuestos y simplificaciones hechas, el siguiente paso es fijar el tipo de cargas y restricciones que serán aplicadas tanto en el caso de proceso numérico como analítico. Se

termina esta parte con los cálculos y resultados obtenidos tanto por los métodos de análisis con FEM como el analítico, estimación de costos y elaboración de planos.

### 4.3. GENERACIÓN DEL MODELO

#### 4.3.1. Especificaciones sobre el material utilizado

La construcción de las guitarras, tanto en los métodos como en los materiales utilizados ha avanzado con el tiempo. Se cree que el tipo de madera usada solo incide en las guitarras acústicas, pero los distintos fabricantes y artesanos varían el tipo de maderas de los cuerpos y el mástil para lograr diferentes tonalidades para cada modelo.

En el caso del mástil, a finales de los años 50 y principios de los 60 se vio a la madera de arce como la que definiría el tono apropiado para los modelos de guitarra “Stratocaster”. Posteriormente, en los años 70, se aplica el palo de rosa en el diapasón, lo que proporcionó un poco de suavidad debido a que esta parte se encuentra expuesta al tacto constante de los dedos y cuerdas metálicas.

La caoba también ha sido usada para la construcción tanto del cuerpo como el mástil de la guitarra. A continuación, se muestra una tabla con datos asociados a las propiedades mecánicas de los dos tipos de madera referidos anteriormente, según lo publicado por The Wood Database[20] en su portal.

Tabla 5

<b>Propiedades de algunas maderas para mástiles de guitarras</b>		
<b>Propiedad</b>	<b>Caoba</b>	<b>Arce duro</b>
<b>Nombre Común</b>	Caoba Hondureña	Arce Duro o Dulce
<b>Nombre Científico</b>	Swietenia macrophyll	Acer saccharum
<b>Densidad en estado seco promedio (kg/m<sup>3</sup>)</b>	590,00	705,00
<b>Dureza Janka (N)</b>	4.020,00	6.450,00
<b>Módulo de Fractura (MPa)</b>	80,80	109,00
<b>Módulo de elasticidad (GPa)</b>	10,06	12,62
<b>Resistencia a la compresión (MPa)</b>	46,60	54,00
<b>% Contracción Radial</b>	2,90	4,80
<b>% Contracción Tangencial</b>	4,30	9,90
<b>% Contracción Volumétrico</b>	7,50	14,70
<b>Relación de contracción Tangencial/Radial</b>	1,50	1,90

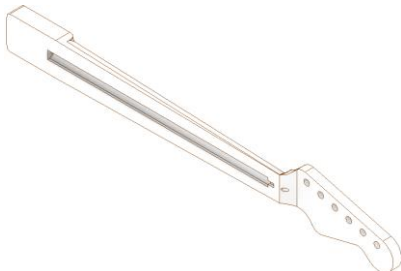
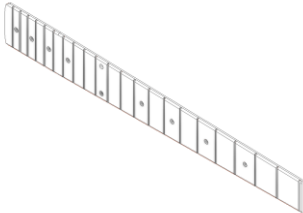
Disponible en:[20] <https://www.wood-database.com/wood-finder/>

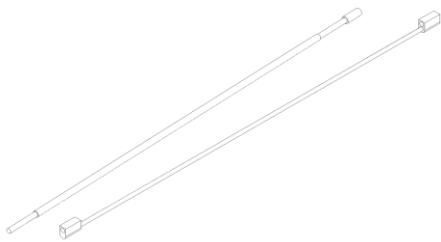
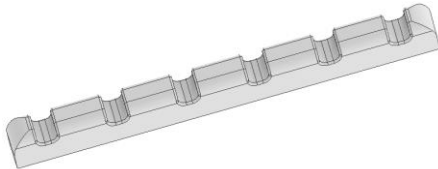
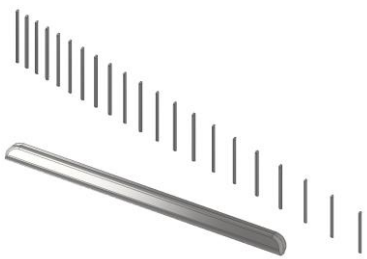
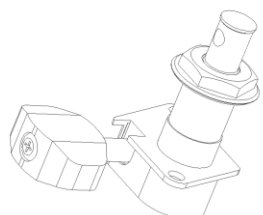
- El arce es más resistente que la caoba, esto tiene como efecto que la periodicidad con la que se debe realizar el ajuste de la curvatura del mástil mediante la tensión del Truss Rod, se debe hacer de forma más seguida con un mástil hecho en caoba.
- Con relación a la operación en función del tiempo, el arce tiene la ventaja de necesitar menos tiempo para funcionar normalmente luego que se han cambiado las cuerdas y hechos los ajustes pertinentes, con la caoba se debe esperar a que la madera se “moldee” a las nuevas condiciones para poder ofrecer un sonido limpio.
- Como la caoba es una madera más “blanda”, tiene más capacidad de absorción de vibraciones y por lo tanto el sonido es más cálido. El arce, como ofrece tonalidades más claras, suele ser más común en los géneros como el Heavy Metal. Con el uso de diapasones hechos en palo de rosa, esta diferencia se reduce mucho, por esta razón, los mástiles de caoba han dejado de ser utilizados en la gran cantidad de modelos de guitarras eléctricas del mercado actual.

#### 4.3.2. Diseño de componentes del mástil

En este proyecto, se generaron los siguientes componentes para el mástil: el cuerpo del mástil, paleta o clavijero, el diapasón, el alma o Truss Rod, la cejilla, los trastes y las clavijas.

En la figura **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestran los componentes generados para el mástil de guitarra eléctrica que fue objeto del estudio, y continuación, se muestran dichos elementos antes de proceder al ensamblaje del conjunto:

Parte	Imagen
Cuerpo del mástil con clavijero	
Diapasón	

Parte	Imagen
Componentes de Truss Rod	
Cejilla	
Trastes	
Clavija	

**Figura 22. Componentes del mástil elaborados en Inventor®**

La clavija es un ensamble de varias piezas elaboradas previamente, algo similar sucedió con los trastes colocados a lo largo del mástil y con el Truss Rod.

Elaborado cada componente se procede al ensamblaje completo del mástil. Se tomó como pieza base al cuerpo del mástil con clavijero, luego fueron incorporadas los demás componentes, en Inventor se crean relaciones entre cada parte, las cuales pueden ser de unión o restricción.

- Las relaciones de unión pueden ser: rígida, de rotación, de corredera, cilíndrica, plana o de bola.
- Las relaciones de restricción pueden ser:
  - o Ensamblaje: coincidencia, ángulo, tangencial, de inserción y de simetría.
  - o Movimiento: rotación y rotación-traslación.
  - o Transicional.

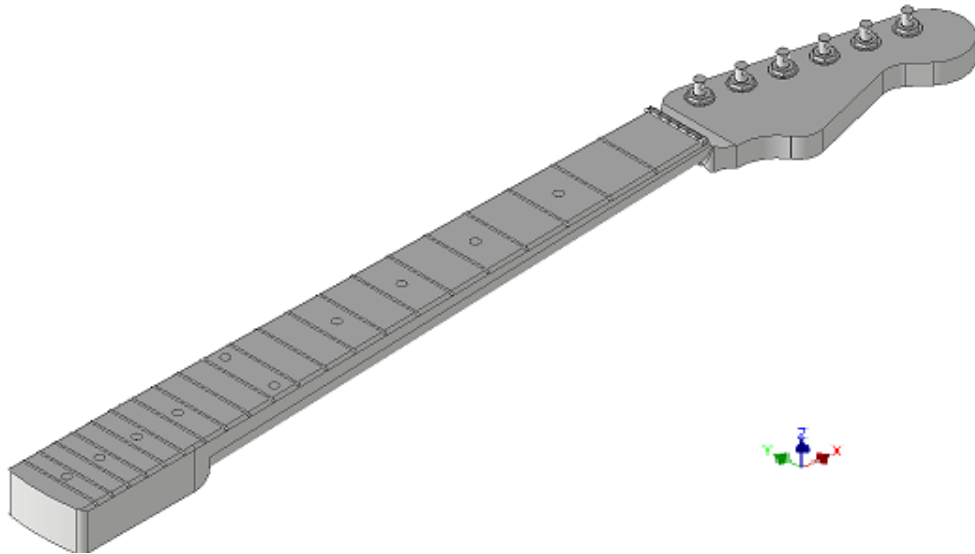


Figura 23. Geometría 3D del mástil ensamblado

#### 4.3.3. Parámetros y geometría del mástil

A continuación, se indican algunas características geométricas del mástil de guitarra tomadas en cuenta para el estudio, que fueron puntos de referencia para el cálculo de tensiones:

- **Sección A** donde se ha supuesto que se produce el empotramiento del mástil.
- **Sección B** zona intermedia.
- **Sección C** porque se produce un cambio en geometría de sección transversal.
- **Sección D** ubicación de cejilla y donde actúa una carga puntual por la presión de la cuerda sobre la cejilla.

Para cada caso se hacen los cálculos de áreas, momento de inercia y en siguiente figura se detalla ubicación de cada una de estas secciones que serán estudiadas.



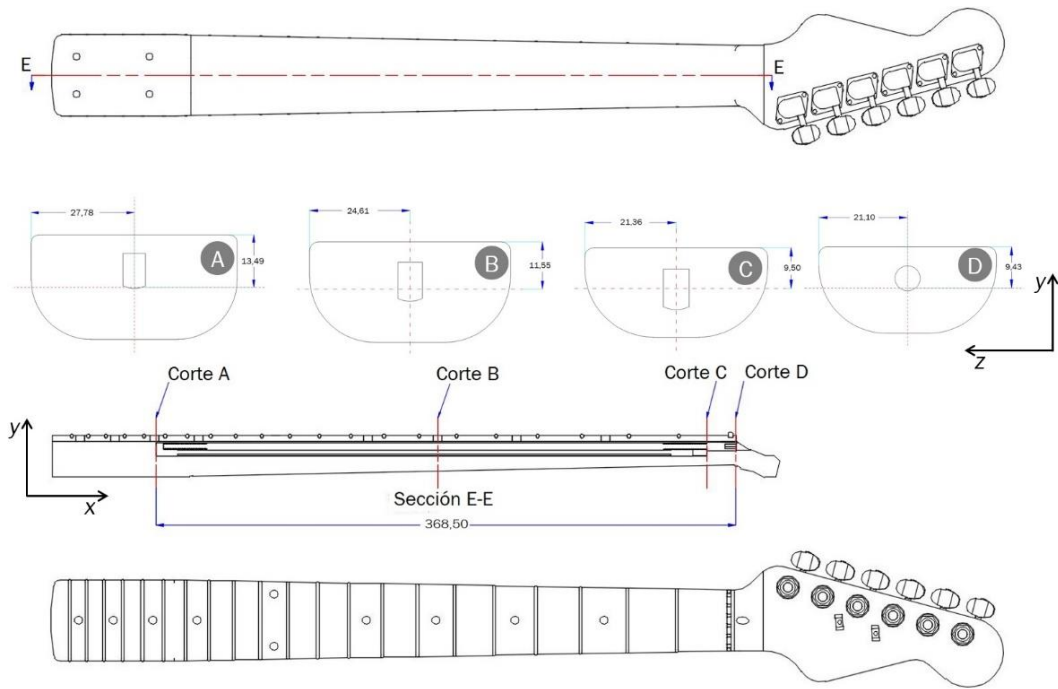


Figura 24. Algunas de características geométricas del mástil

Otros aspectos para considerar en el estudio son los valores de sección transversal y momento de inercia con relación a los ejes principales. Debido a características de las secciones a estudiar se recurrió al software Inventor® para determinar las respectivas áreas y momentos de inercia.

Tabla 6

Áreas y momentos de Inercia de secciones estudiadas

Sección	Área [mm <sup>2</sup> ]	Datos de inercia de áreas transversales [mm <sup>4</sup> ]	
		$I_{yA}$	$I_{zA}$
A	1393,09	333.763,413	88.611,329
		$I_{yB}$	193.785,529
B	1057,94	$I_{zB}$	50.165,147
		$I_{yC}$	99.270,461
C	726,34	$I_{zC}$	25.104,921
		$I_{yD}$	93.574,808
D	730,09	$I_{zD}$	23.816,207

#### 4.3.4. Cargas y restricciones supuestas en el estudio

Las cargas supuestas en el estudio son las originadas por la tensión de las cuerdas. Se seleccionan cuerdas del mismo fabricante Fender, el modelo escogido es 2A0710 “Super 250’s” para guitarra eléctrica de acero niquelado (Nickel-Plated Steel, NPS), ya que según fabricante combinan la alta salida y sonoridad dinámica del acero con la sensación suave del níquel; siendo indicadas para el rock y otros estilos musicales donde se desea destacar a la guitarra.

Según el catálogo de Elixir Strings[7], algunas características generales para cuerdas con especificaciones muy similares al modelo seleccionado es el conjunto “Light Strings”, de acero eléctrico niquelado con recubrimiento NANOWEB cuyos diámetros en pulgadas son: 0,010; 0,013; 0,017; 0,026; 0,036 y 0,046. Además, la suma total de las tensiones de las seis cuerdas afinadas es 458,2 N (103 lb).

**Tabla 7**

**Datos de las cuerdas para guitarra seleccionada en estudio**

Conjunto	Cuerda 1		Cuerda 2		Cuerda 3		Cuerda 4		Cuerda 5		Cuerda 6		Tensión Total lb N
	Diá. (pulg- mm)	Tensión (lb - N)	Diá. (pulg- mm)	Tensión (lb - N)	Diá. (pulg- mm)	Tensión (lb - N)	Diá. (pulg- mm)	Tensión (lb - N)	Diá. (pulg- mm)	Tensión (lb - N)	Diá. (pulg- mm)	Tensión (lb - N)	
<b>Electric Nickel Plated Steel with NANOWEB Coating</b>													
Light Strings	0,010	16	0,013	15	0,017	17	0,026	18	0,036	20	0,046	17	103 lb
	0,25	71	0,33	67	0,43	76	0,66	80	0,91	89	1,17	76	458,2 N

Disponible en:[7] <https://www.elixirstrings.com/support/string-tension-for-tuning-guitar>

Elixir Strings[7] indica que la tensión de la cuerda es una aproximación, basándose en una extensión de escala para la guitarra de 25,5 pulgadas (647 mm) y una afinación de tipo estándar. Con estos parámetros de tensión, se tiene que  $T = 458,2$  N, con este valor se hace el estudio.

### 4.4. CÁLCULOS Y RESULTADOS

#### 4.4.1. Características del software para el cálculo

Como un punto previo a la descripción del procedimiento de modelado y simulación de tensiones en el mástil, se planificó el camino a seguir, de tal manera que sea viable lograr una buena aproximación a la realidad.

La geometría tridimensional del mástil de la guitarra se elaboró con un software diseñado para la generación de este tipo de modelos complejos, en este caso se trata de Autodesk Inventor®.

Lo anterior se hizo para facilitar el análisis FEM, ya que Autodesk Inventor® tiene un módulo para la simulación de tensiones, el cual es suficiente para la naturaleza del estudio realizado.

Inventor® cuenta con una galería de casos para fijar restricciones y cargas lo cual facilita el modelado de casi cualquier geometría, también está dotado con un directorio materiales que simulan el comportamiento de numerosos casos, adaptando así su aplicación de diversos campos de la ingeniería.

Como se trata de un análisis con carga estática, Inventor® permite estudiar las tensiones de ese tipo, justamente en las situaciones de carga estructural.

Para la simulación, primero se crea el estudio y luego se establecen los parámetros que son tomados en cuenta para el caso que se analiza, en Inventor® se siguieron los siguientes pasos:

- Se selecciona pestaña de entorno (Environment).
- Luego opción Análisis de tensión (Stress Analysis).
- Se crea el estudio.
- Comprobar que todos los elementos tengan asignado material con sus propiedades, en este punto puede sustituirse un material por otro.
- Colocar cargas y restricciones. Las cargas pueden ser puntuales o distribuidas, es posible indicar su dirección en función de componentes. Pueden aplicarse momentos y el peso del objeto si hace falta.
- Visualizar malla y configurarla en cuanto al tamaño medio del elemento, tamaño mínimo de elemento, ángulo máximo de giro entre otras opciones que ofrece. Este paso puede omitirse ya que Inventor al realizar simulación automáticamente genera la malla.
- Una vez completado el proceso anterior, se ejecuta la simulación.
- Se resuelve el modelo para cada punto de datos.
- Tras la simulación, se muestran los resultados gráficamente.
- Es posible obtener valores máximos y mínimos de tensión, accionando el botón sonda encontrar tensión en puntos particulares.
- Se puede obtener informe del análisis.

#### **4.4.2. Aplicación del método de los elementos finitos**

Siguiendo el procedimiento anterior, el primer paso consistió en hacer una leve modificación al mástil con el fin de aproximarlos a las condiciones acordadas para el estudio.

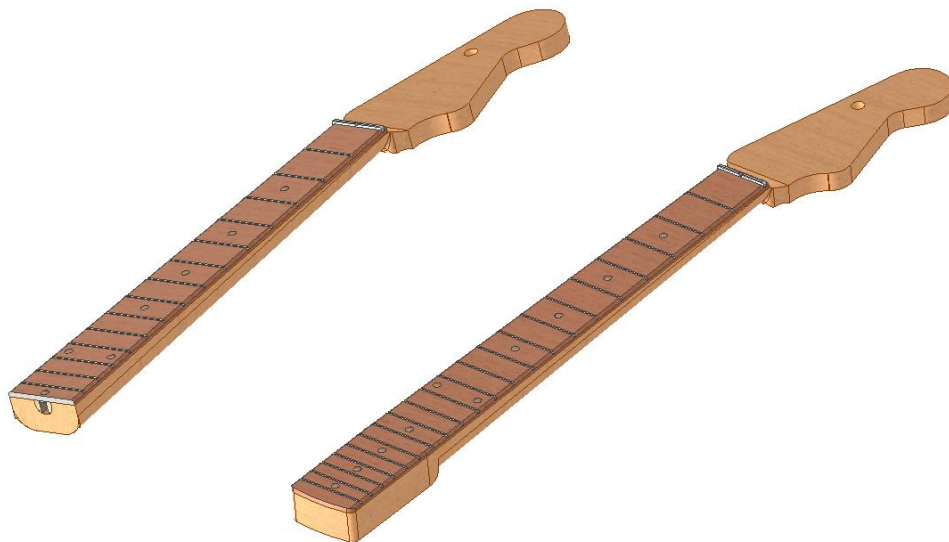
Se colocó una sola cuerda cuyo eje de acción se centró a lo largo del diapason del mástil, esto implicó modificar clavijero y cejilla, el valor de la tensión fue la resultante de sumar las seis tensiones del modelo de cuerda escogido el 2A0710

“Super 250’s” de Fender y los valores de tensión tomados del catálogo en línea de Elixir Strings[7] modelo seleccionado podría ser el conjunto “Light Strings”, disponible en: <https://www.elixirstrings.com/support/string-tension-for-tuning-guitar>.

Otra modificación consistió en seccionar el mástil en su base y en ese lugar se colocó empotramiento.

Se definió los materiales de las partes, madera de arce para mástil y diapasón, éste último es de otro tipo, pero se seleccionó arce para que fuese homogéneo tal como se hizo en desarrollo analítico. Se hacen tres estudios caracterizados por:

1. Mástil seccionado sin Truss Rod.
2. Mástil sin seccionar sin Truss Rod.
3. Mástil sin seccionar con Truss Rod.
4. Mástil sin seccionar con fuerza actuando en Truss Rod.



**Figura 25. Representación para los dos casos a estudiar con FEM**

Una vez simplificado el mástil, se realizó su estudio mediante FEM con Inventor®, siguiendo los pasos indicados anteriormente. Se visualiza el mástil y dentro de la pestaña Entorno se crea la simulación.

Al seleccionar la pestaña Entorno se escoge la opción Análisis de tensión y luego se selecciona Crear Estudio. Primero se indica que se realiza un nuevo estudio, aquí Inventor tiene predefinido que se trata de un análisis estático.

Una vez creado el estudio, se comienza el proceso para dar los parámetros al mismo:

- Asignar materiales.
- Colocar restricciones: fijas, tipo pasador o de roce.
- Colocar cargas como fuerzas puntuales, distribuidas, momentos, efecto del peso y cargas de rodamientos.
- Configurar la malla, el software posibilita modificar el tamaño medio del elemento, el tamaño mínimo del elemento, el factor de modificación y el ángulo de giro. También permite tener un control local de la malla en sitios de interés particular.

Estos pasos se cumplieron para cada análisis, aunque el programa permite editar los parámetros anteriores para cambiar las condiciones para un nuevo estudio.

A continuación, se muestran los pasos cumplidos en este proyecto:

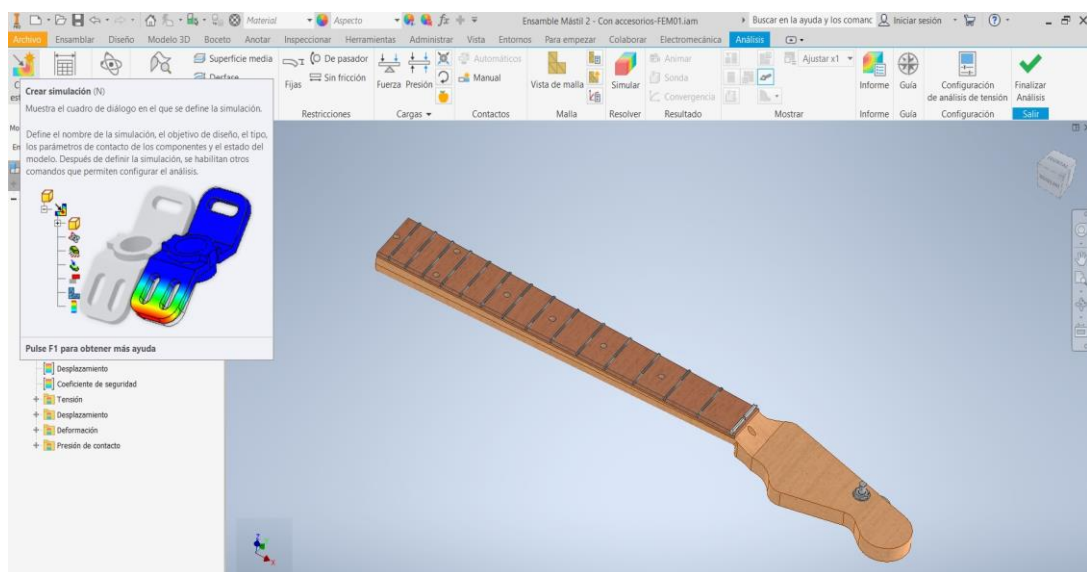


Figura 26. Inicio de proceso de simulación en inventor.

Una vez definidas las instancias, se crea el estudio y es ahí donde se revisa definición de materiales para cerciorarse que todos tengan propiedades que permitan hacer la simulación. Esto se hace con la instancia Asignar Material que despliega ventana para revisar lista de materiales y modificar aquellos de acuerdo con lo planteado en estudio actual.

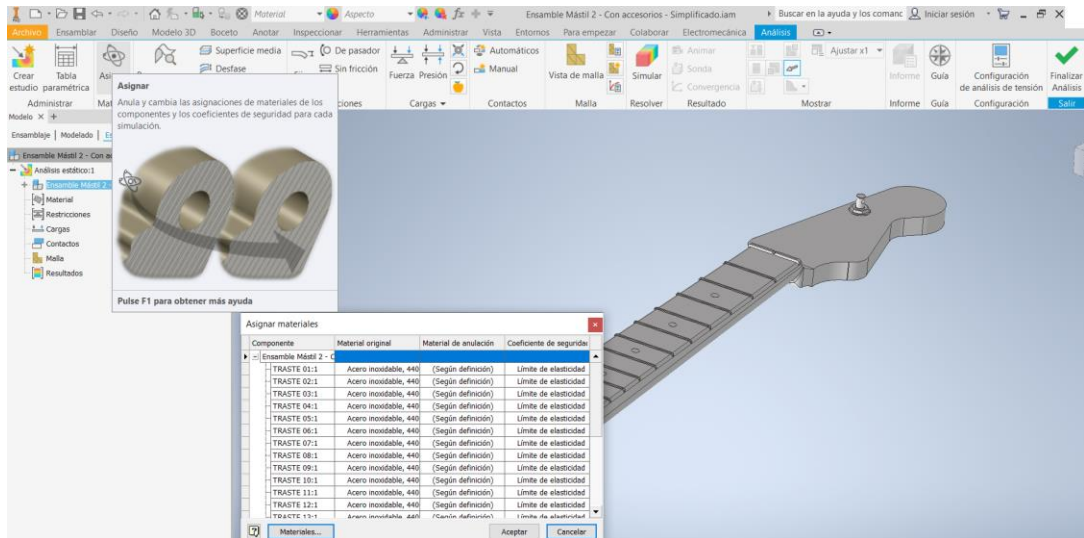


Figura 27. Asignación/actualización de materiales del estudio FEM

Una vez verificado que todas las partes tengan material asignado según las condiciones del estudio, se colocan cargas y restricciones sobre el mástil.

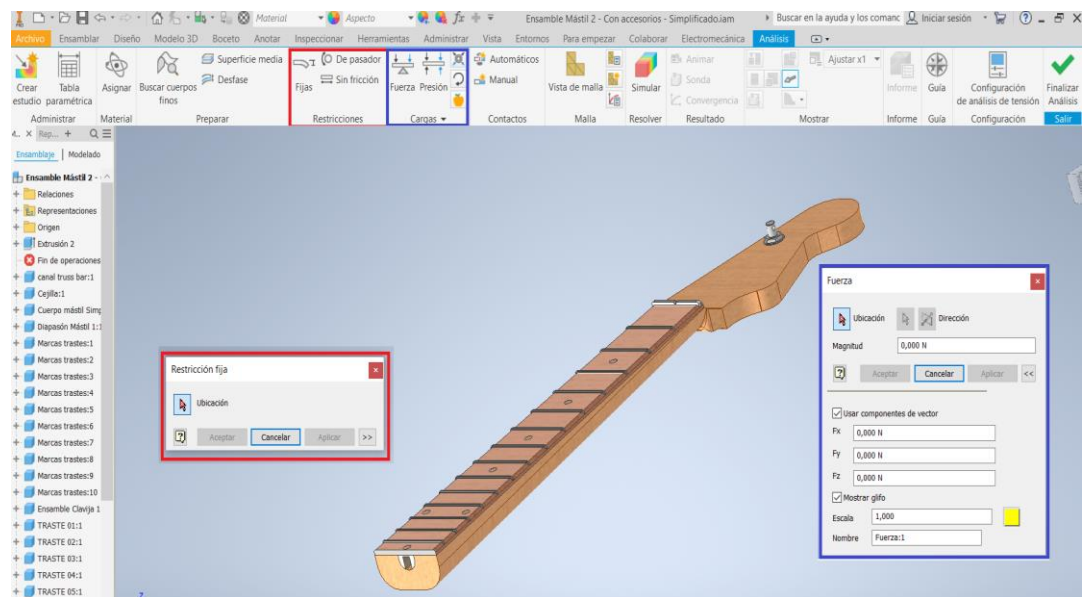


Figura 28. Aplicación de Fuerzas y restricciones en Inventor.

Se aplican dos fuerzas que son generadas por acción de la tensión de la cuerda. En este punto el sistema ya se encuentra “geoméricamente ensamblado” y se han definido las cargas y las restricciones.

Para este paso, se utilizó el “Módulo de cargas y restricciones”, el empotramiento se indicó como una restricción fija y en el caso de las fuerzas se indicó su punto de aplicación y componentes por eje cartesiano.

Una fuerza actúa sobre la clavija única y la otra es la acción de la presión de la tensión de la cuerda sobre la cejilla, las dos fuerzas están expresadas en N y por sus componentes en los ejes cartesianos, la siguiente forma:

- **Fuerza aplicada sobre clavija única:**
  - 457,57 N en dirección de X negativa
  - 24,90 N en dirección del eje Z positivo.
- **Fuerza sobre la cejilla:**
  - 0,65 N en dirección de X negativa.
  - 24,90 N en dirección del eje Z negativo.

#### 4.4.3. Estudio tensiones en casos propuestos

- **PRIMER ESTUDIO: Mástil seccionado sin Truss Rod.**

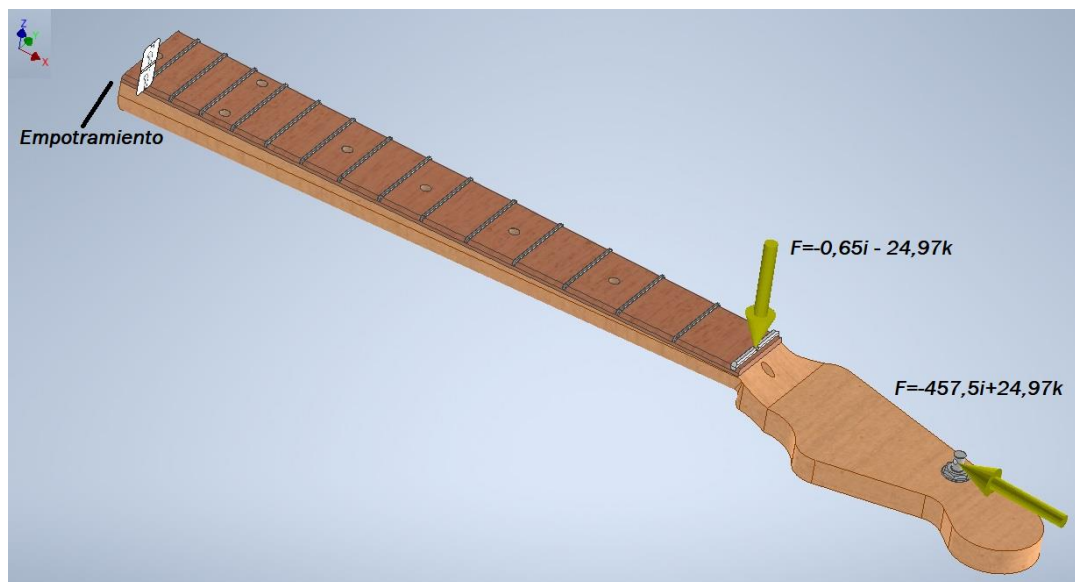


Figura 29. Aplicación de cargas y restricciones del primer estudio

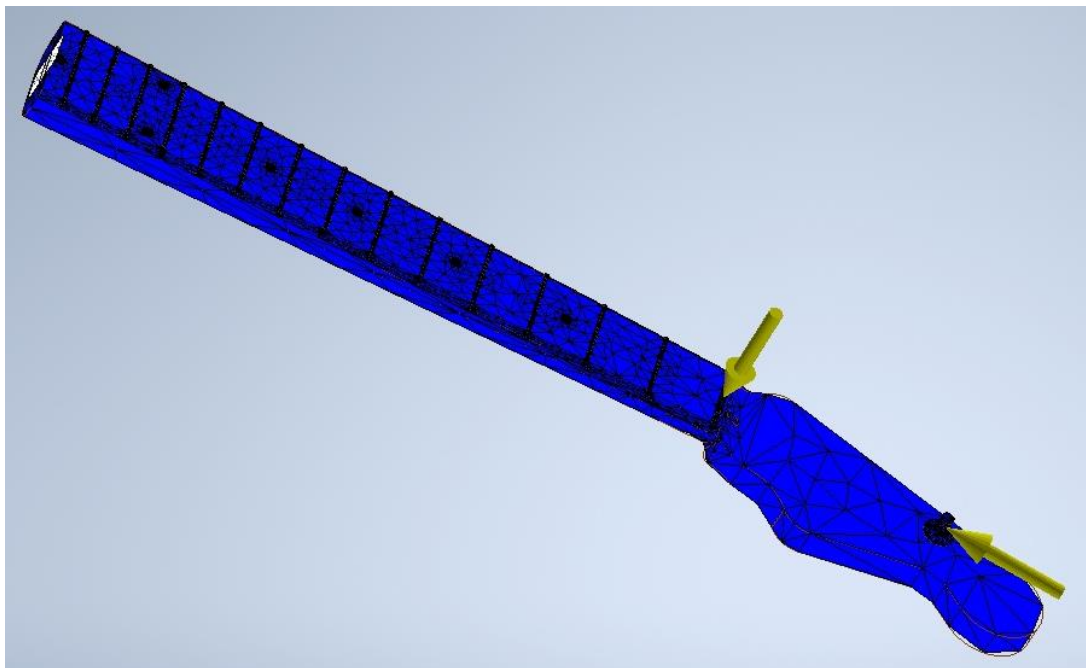
El propósito de casi todo estudio sobre el comportamiento mecánico de un material o elemento consiste en predecir la reacción de un cuerpo con relación a la presencia de una interacción o una perturbación externa, esto implica conocer las condiciones iniciales antes de la interacción, para que sirva como un punto de

comparación con la reacción posterior a la interacción luego de ocurrido el fenómeno. Para efectos prácticos, en el caso de este estudio se trata de comportamiento en condiciones de cargas estáticas.

Un paso necesario para aplicar el análisis FEM es la creación del mallado. En el método FEM, la malla define el grado de la exactitud que tiene el modelo creado para representar la realidad. A medida que esta malla sea más densa su fidelidad será mayor, pero exige más recursos del ordenador y el tiempo del procesado también será mayor.

Generar la malla desde inventor es sencillo, en el caso de este análisis se dejó las opciones tal como vienen configuradas en el software. La principal razón es que Autodesk® recomienda un tamaño medio de elemento 0,100 que sería la distancia media entre nodo y como mínimo sugiere un tamaño de 0,050. El tamaño de nodo viene dado como una fracción de la cota más larga del modelo en cualquiera de las direcciones X, Y o Z. El ángulo máximo de giro se dejó en 60 grados y el factor de modificación en 1,500.

En el estudio realizado, dio como resultado el siguiente mallado:

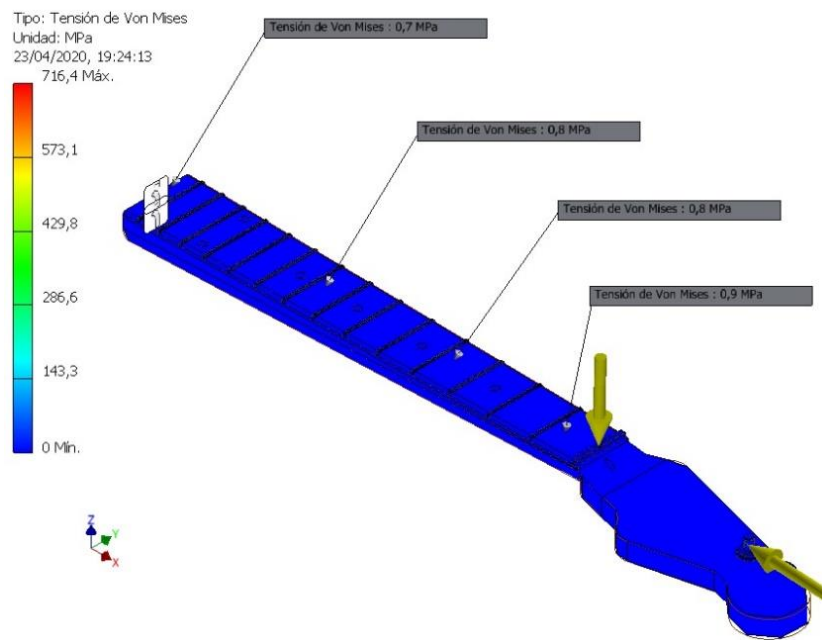


**Figura 30. Generación de malla en Inventor.**

Se procedió con la simulación, la cual toma cierto tiempo dependiendo de potencia del ordenador.

Una vez culminado el proceso, hay varias opciones, en este caso se usó el botón **Sonda** para seleccionar algunos puntos donde se desea conocer la tensión. También el resultado puede mostrar valores máximo y mínimo de tensión. Para los puntos seleccionados cercanos a secciones A, B, C y D, el programa muestra los siguientes resultados en este caso:



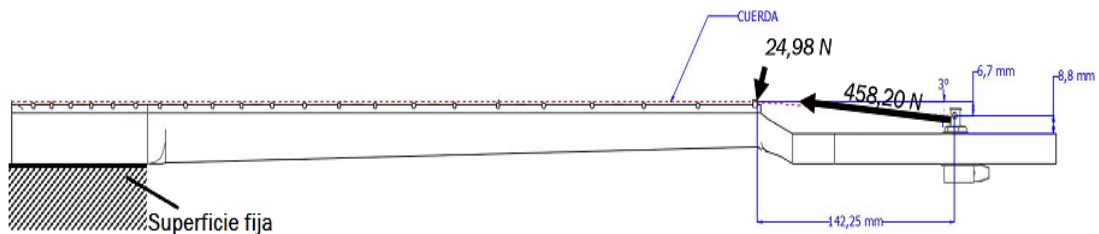


**Figura 31. Resultados de simulación primer caso de estudio.**

La mayor tensión la muestra donde se aplicó fuerza en clavija, resultado obvio debido a relación fuerza entre área de ese punto. Sin embargo, en los puntos de interés para el estudio sobre el mástil se aplicaron sondas para obtener tensiones, los resultados oscilan entre 0,7 y 0,9 MPa.

– **SEGUNDO ESTUDIO: Mástil sin seccionar sin Truss Rod.**

Luego se planteó la otra situación de estudio, tomando el mástil completo y haciendo empotramiento en parte inferior del mismo en la base para sujeción al cuerpo de la guitarra, unión que en la práctica es atornillada.



**Figura 32. Preparación de mástil para segundo caso de estudio.**

En la siguiente figura se muestra cómo el software ejecuta la simulación del segundo caso, en todos los casos se siguió el mismo proceso, durante este

proceso se genera mallado automáticamente si no se ha modificado la configuración por defecto que trae el software para generarlo, esta fase de la simulación es la que más consume tiempo y recursos durante el proceso de análisis por FEM en el ordenador.

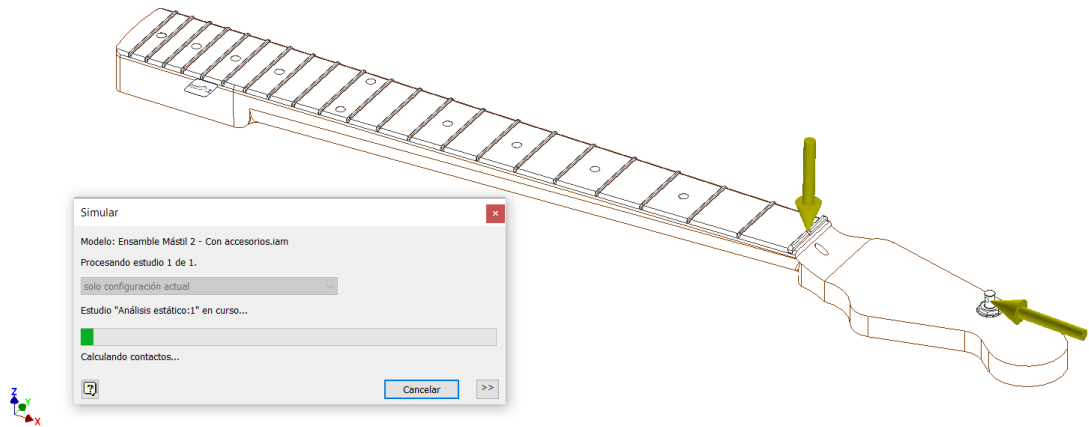


Figura 33. Ejecución del segundo caso de estudio

Se siguió el mismo procedimiento anterior y luego de procesado el estudio, en la siguiente figura se muestra cuál fue el resultado obtenido de las tensiones para el segundo caso:

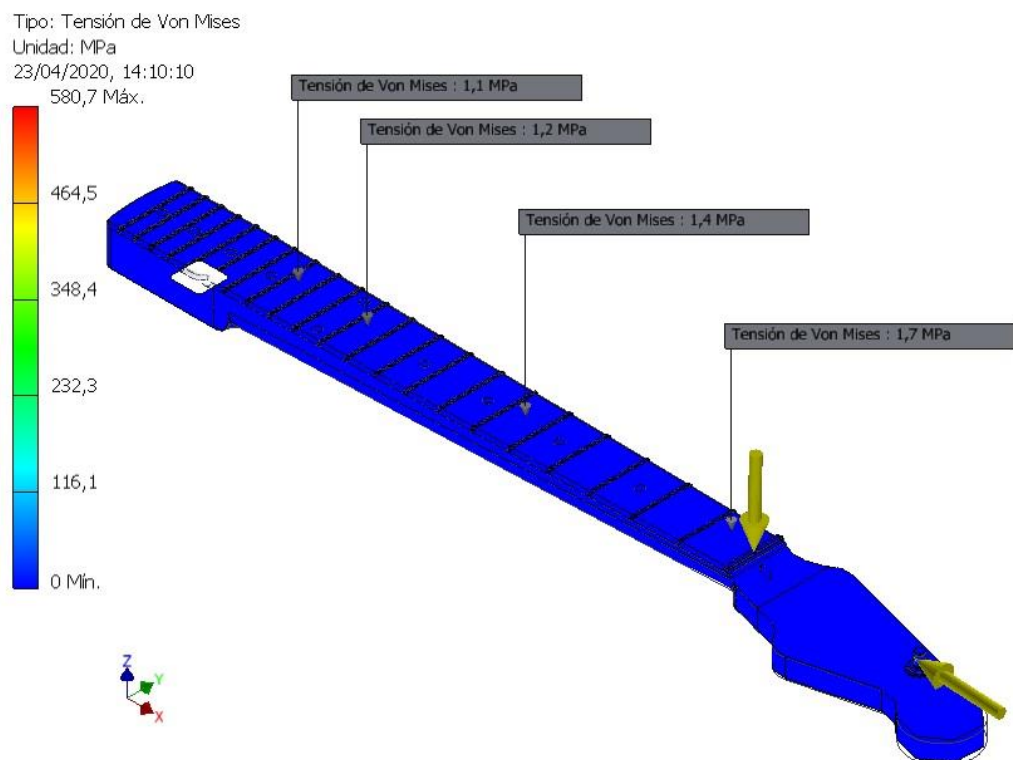


Figura 34. Resultado del segundo caso de estudio.

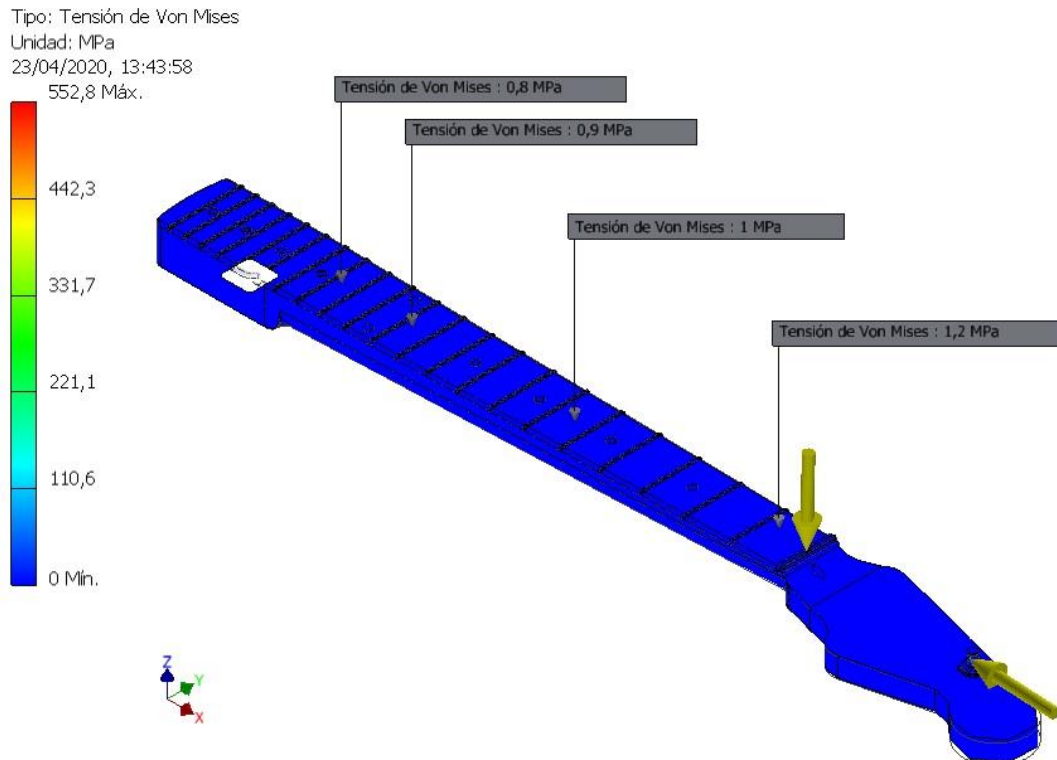
En este caso, se incrementaron valores de tensiones debido a que la longitud del mástil se incrementó, generando un momento flector mayor.

Esto ha traído como consecuencia, como se muestra más adelante un incremento importante en el desplazamiento del mástil, y en este caso mayores desplazamiento inducen mayores esfuerzos en la madera, viéndolo de manera contraria.

#### – TERCER ESTUDIO: Mástil sin seccionar con Truss Rod.

El tercer estudio se hizo con las mismas condiciones de fijación anteriores, es decir sin seccionar el mástil y manteniendo como fijación la cara que sirve de sujeción al cuerpo de la guitarra.

Para este caso se incorporó dentro del mástil la barra del Truss Rod, y el resultado obtenido con la colocación de la barra Truss Rod, se muestra a continuación.



**Figura 35. Resultado del tercer estudio con Truss Rod**

Los valores de tensión descienden considerablemente con respecto al segundo estudio, esto debido a que la presencia del Truss Rod aporta rigidez al mástil lo que significa que se curvará menos y en consecuencia se traduce en que haya una menor inducción de tensiones para la madera, aquí se corrobora la importancia de este componente del mástil.

– CUARTO ESTUDIO: Mástil sin seccionar con fuerza actuando en Truss Rod.

En el cuarto estudio se aplicó una fuerza en la barra Truss Rod cuyo valor fue variado entre - 600 N (compresión) hasta 600 N (tracción), esto se hizo para conocer cuál es el efecto de este dispositivo sobre el mástil bajo distintas condiciones de carga.

Tabla 8.

Efecto de fuerza de la barra Truss Rod en tensiones	
Valor de fuerza en Truss Rod (N)	Tensión en sección D (MPa)
600 (Compresión)	1,7
400 (Compresión)	1,6
200 (Compresión)	1,3
200 (Tracción)	0,9
400 (Tracción)	0,8
600 (Tracción)	0,6

En la siguiente figura se muestra análisis para la carga de 600 N a tracción sobre el Truss Rod. Es apreciable la reducción del esfuerzo que se consigue en este caso. Este alivio de tensiones se obtiene gracias al menor desplazamiento del mástil lo que induce menos tensiones en la madera.

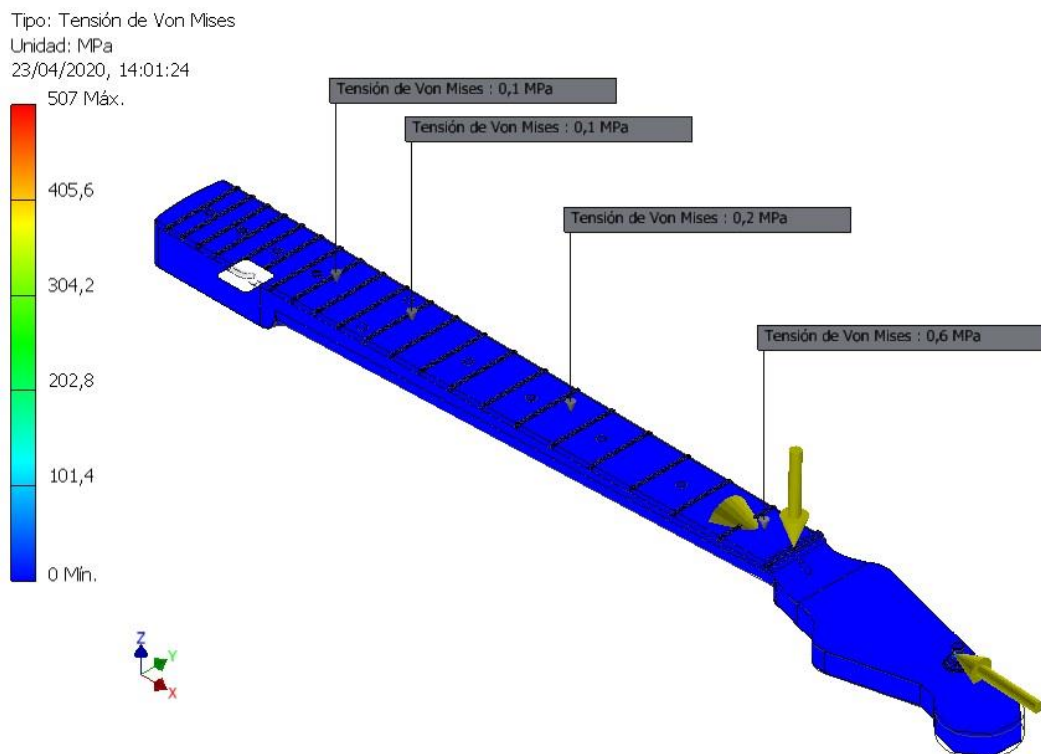


Figura 36. Resultado del cuarto estudio con fuerza en Truss Rod

Con la fuerza de tracción actuando sobre el Truss Rod, las tensiones sobre la parte frontal del mástil disminuyen considerablemente.

#### 4.4.4. Análisis de los desplazamientos obtenidos.

En esta parte del análisis se muestran los resultados de los desplazamientos para los cuatro casos de estudio.

En el primer caso el desplazamiento fue de 0,1512 mm. Como se aprecia en los casos que siguen este modelo muestra un comportamiento muy distinto a los tres restantes, por efecto del tipo de inmovilización o restricción aplicada por el empotramiento en la sección escogida.

Siendo el mástil más corto, por el “corte” realizado para “empotrarlo” presenta mayor rigidez y en consecuencia su deflexión fue menor.

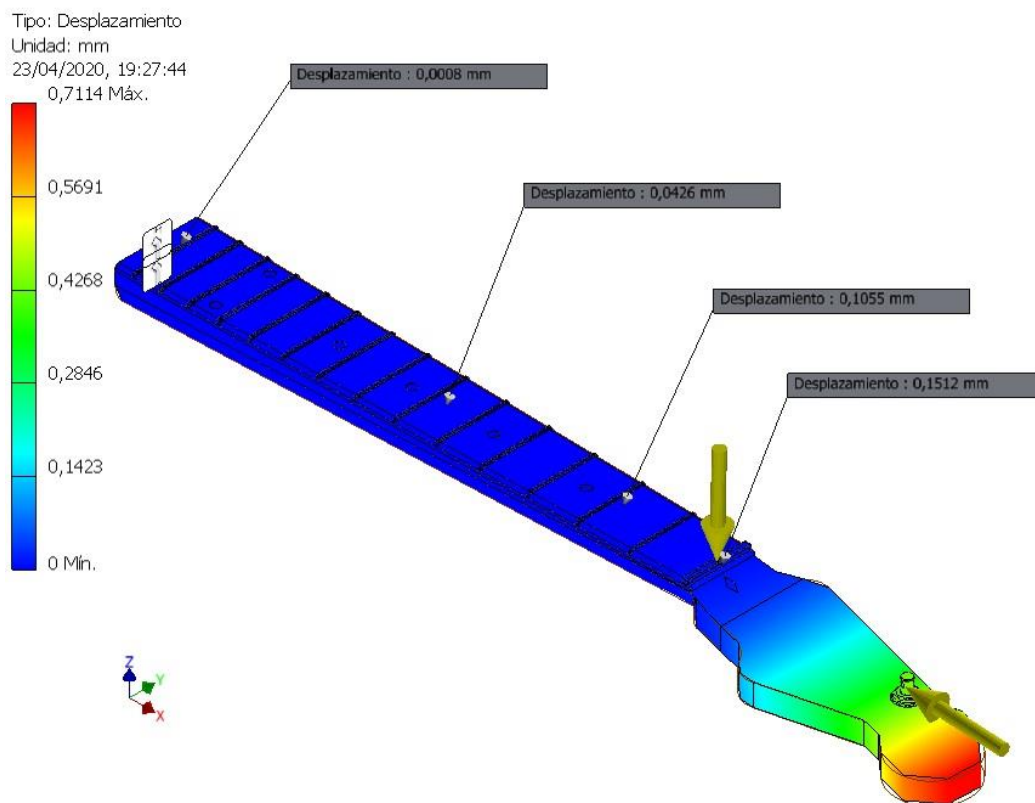
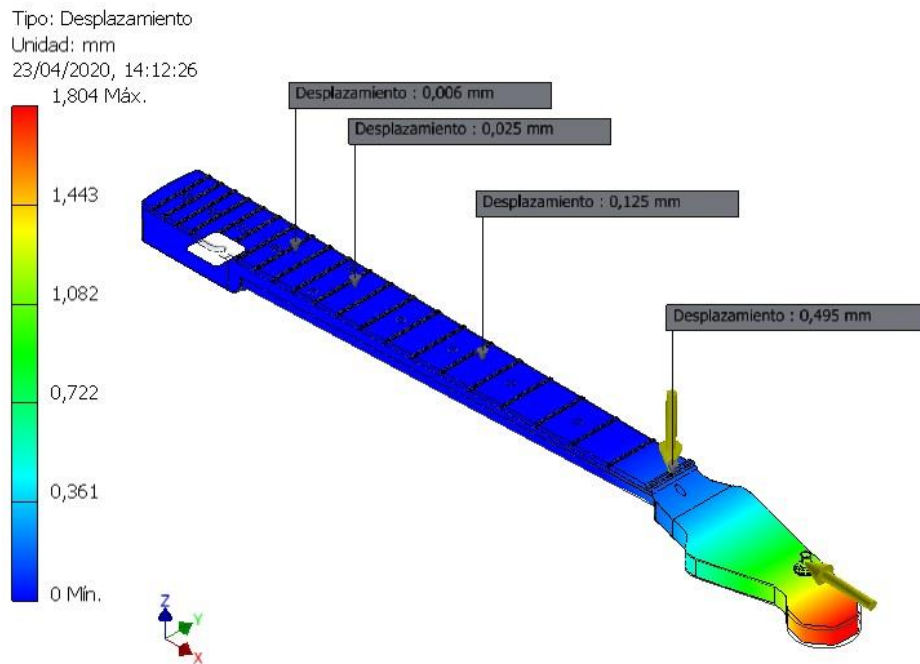


Figura 37. Desplazamiento en mástil para primer caso de estudio

El segundo estudio consistió en el mástil sin seccionar, fijándolo en cara que se atornilla al cuerpo y sin colocación de la barra Truss Rod, el desplazamiento en la zona adyacente a la cejilla fue de 0,495 mm. Se obtiene un desplazamiento mayor al triple que en el primer caso.

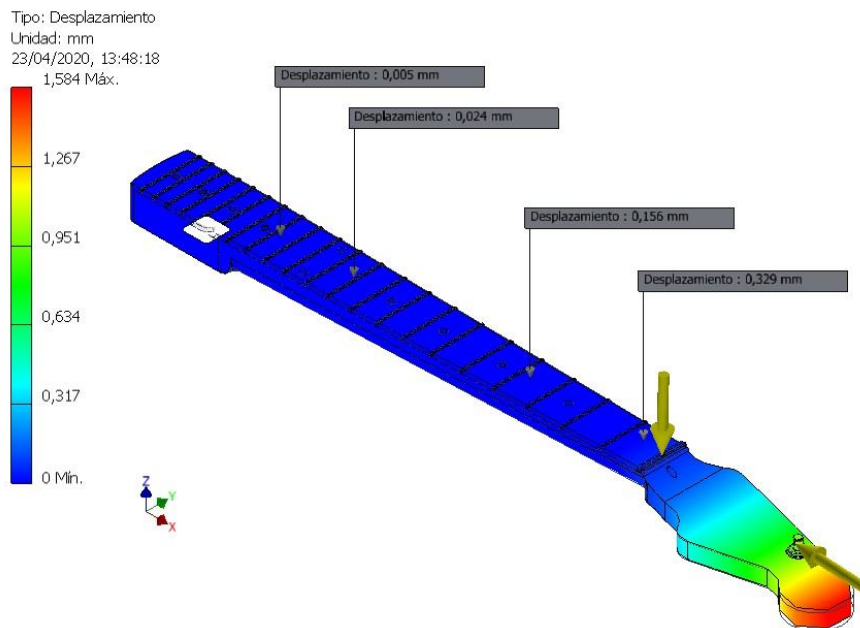


**Figura 38. Desplazamiento en mástil para segundo caso de estudio**

El tercer estudio, al igual que los dos anteriores, se consideró al mástil sin seccionar, pero con la incorporación de la barra Truss Rod, para este caso el desplazamiento en el mismo punto anterior fue de 0,329 mm.

Se nota cómo la sola presencia de este dispositivo dentro del mástil limita el desplazamiento de este en una de las partes más alejadas del cuerpo.

Este fenómeno destaca la importancia de dicho dispositivo para minimizar la curvatura del mástil y controlarla si es posible su ajuste.



**Figura 39. Desplazamiento en mástil para tercer caso de estudio**

Como se indicó antes, en el cuarto estudio se aplicó una fuerza en la barra Truss Rod cuyo valor fue variado entre - 600 N (compresión) hasta 600 N (tracción), lo cual ayudó a determinar cuál es el efecto del Truss Rod sobre el mástil de la guitarra bajo distintas condiciones de carga.

En la siguiente tabla se consolidan resultados de tensiones obtenidas y desplazamientos consecuentes para cada caso de fuerza actuando sobre el Truss Rod.

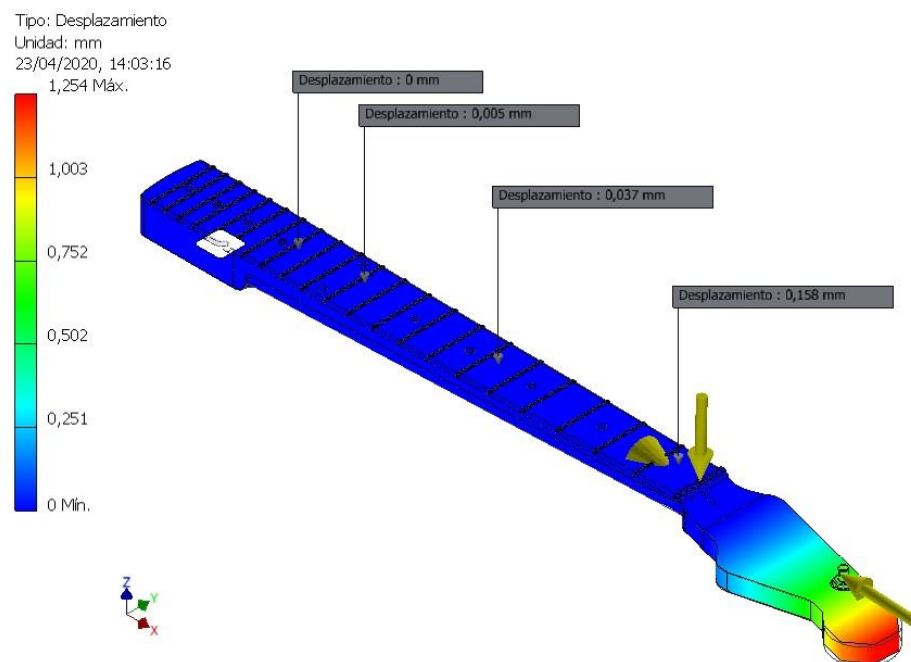
Como resultado gráfico solo se ha incorporado el obtenido con la fuerza de 600 N a tracción, y es con esta que se hacen comparaciones con los casos estudiados anteriormente.

**Tabla 9.**

**Efecto de fuerza de la barra Truss Rod en desplazamientos**

Valor de fuerza en Truss Rod (N)	Tensión en sección D (MPa)	Desplazamiento Sección D (mm)
600 (Compresión)	1,7	0,573
400 (Compresión)	1,6	0,509
200 (Compresión)	1,3	0,447
200 (Tracción)	0,9	0,320
400 (Tracción)	0,8	0,259
600 (Tracción)	0,6	0,158

Por ejemplo, con la fuerza de 600 N sobre la barra Truss Rod dio como resultado que el desplazamiento se redujera hasta 0,158 mm, aquí resalta la importancia del efecto de este dispositivo en el mástil de la guitarra.



**Figura 40. Desplazamiento en mástil para cuarto caso de estudio**

#### 4.4.5. Validación por el método analítico

Se acogieron algunos supuestos y simplificaciones que facilitan los cálculos usando algunos de los métodos usuales en la ingeniería, especialmente en el campo de la Resistencia de los Materiales.

Se ha supuesto al mástil como una viga empotrada, se aplicó el vínculo de empotramiento en la sección A. Se suprimió la paleta y en su lugar se ha colocado un sistema de fuerzas equivalentes actuando en la sección D, compuesto por un momento flector y una fuerza de compresión que actúa en el eje del centroide.

Este modelo tiene cierta semejanza con el primer caso de estudio, a diferencia que aquí no solo se “corta” el mástil en la sección A, sino que se sustituye la paleta y tensión en clavija por un sistema de fuerza y momento actuando en centroide de la sección D.

Para llegar a esta simplificación, se unifican las 6 tensiones de las cuerdas en una tensión resultante de 458,2 N; la línea de acción de esta carga se ha ubicado sobre una posición central al que tienen las 6 cuerdas sobre el mástil y se ha colocado una clavija hipotética localizada sobre el punto donde coincide el eje de acción de la tensión resultante y el eje que forman las 6 clavijas alineadas sobre la paleta o clavijero.



Figura 41. Modelo para cálculo analítico

En este mismo orden de ideas, se muestra a continuación las dimensiones generales y forma como actúa la tensión, cabe destacar que el ángulo que forma la cuerda luego que pasa por cejilla rumbo a la clavija es de  $3^\circ$ , al hacer un análisis de las fuerzas que actúan sobre el mástil, se corrobora la no presencia de fuerzas cortantes.

El cálculo de las componentes de tensiones es el mismo que se aplicó con el análisis FEM.

El valor de la tensión única en este caso es de 458,2 N.



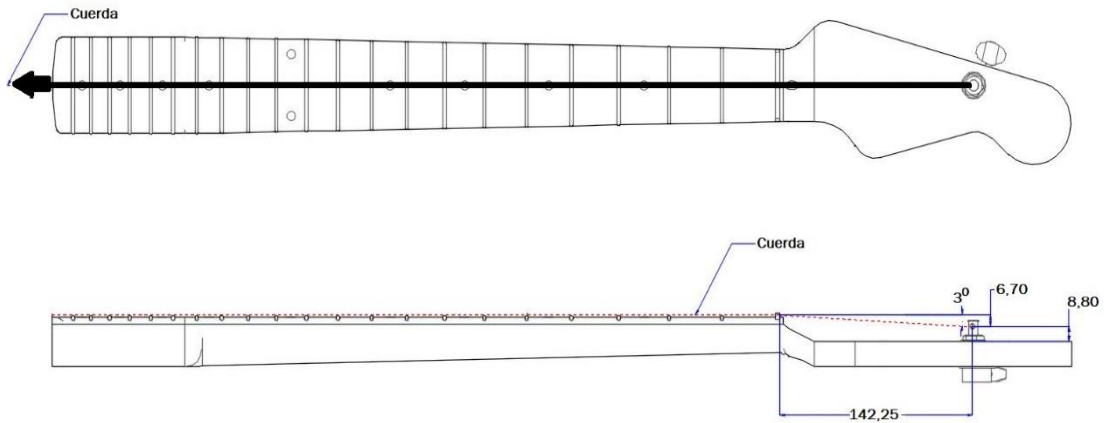


Figura 42. Simplificación del modelo para cálculo analítico

Siguiendo con el proceso de reducción del sistema, se seleccionan las secciones A y D que serán las que delimitarán la parte del mástil como objeto de estudio para el cálculo analítico, como se explicó en la sección A se sustituye parte del mástil por un empotramiento y en sección D se coloca sistema de fuerzas equivalentes cuyo efecto será similar al causado por la paleta y la tensión.

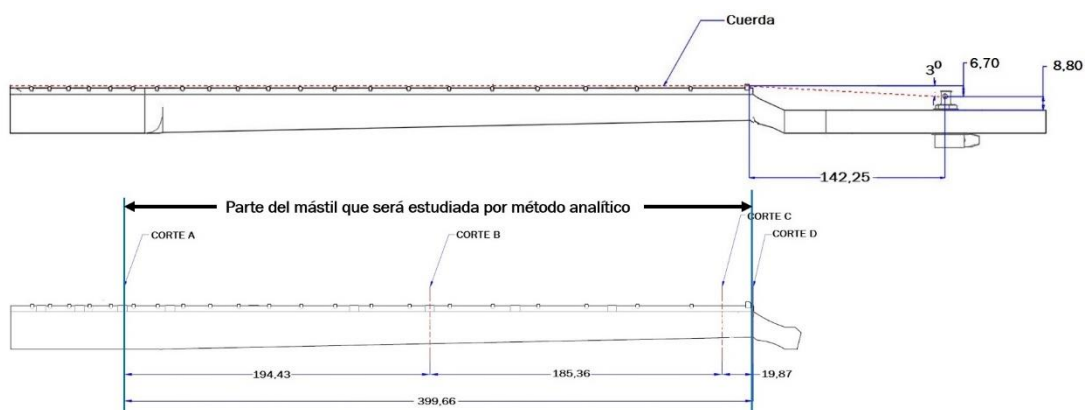


Figura 43. Boceto para elaborar Diagrama de Cuerpo Libre

Con esto se procede a construir el Diagrama de Cuerpo Libre (DCL), a partir de los supuestos que se han formulado, de tal forma que el sistema simplificado queda de la siguiente forma:

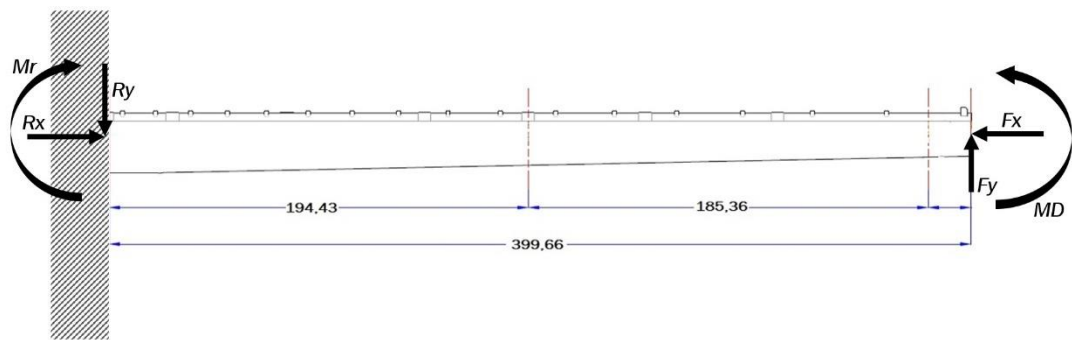


Figura 44. Diagrama de Cuerpo Libre simplificado del mástil

– Cálculo de fuerzas y momentos

Para obtener valores de fuerzas y momento que se muestran en DCL, se hace el siguiente análisis, la tensión que actúa sobre la paleta o clavijero, así como su efecto sobre la cejilla son sustituidas por el sistema de fuerzas mostrado en figura anterior para ello se procede al calcular valores de  $F_x$ ,  $F_y$  y  $M_c$ .

La distancia del tope del mástil al centroide en la sección donde se hace sustitución es de 9,53 mm y la distancia del tope a la cuerda, línea de acción de la tensión se estima en 1,5 mm, dando una distancia total desde la tensión horizontal y el punto centroidal de 11,03 mm.

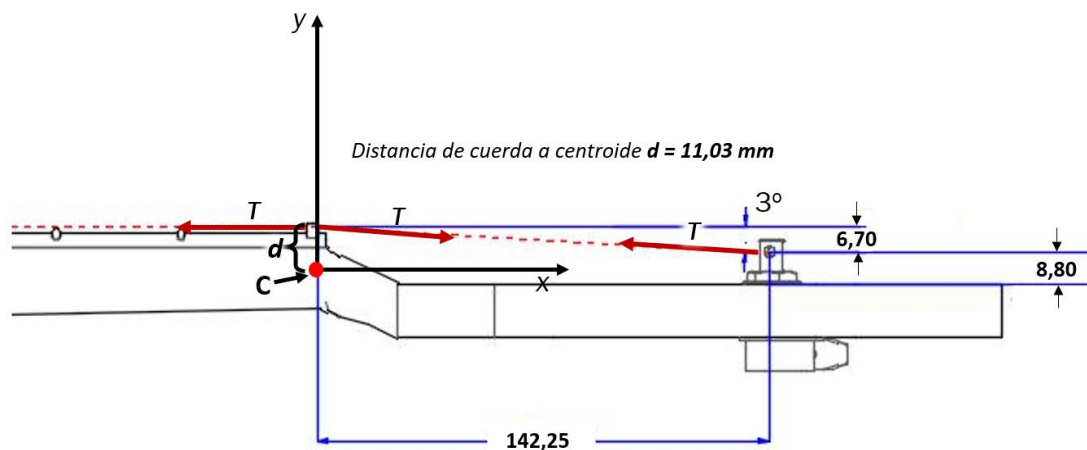


Figura 45. Cálculo de fuerzas y momentos equivalentes

Las fuerzas y momento que actúan sobre el punto O equivalentes a la tensión  $T$  de 458,20 N serían:

$$F_x = -458,20 + 458,20 * \cos 3^\circ - 458,20 * \cos 3^\circ = -458,20 \text{ N}$$

$$F_y = 458,20 * \sin 3^\circ - 458,20 * \sin 3^\circ = 0 \text{ N}$$

$$M_c = 458,20 * 11,03 - 458,20 * \cos 3^\circ * 11,03 + 458,20 * \sin 3^\circ * 142,25 + 458,20 * \cos 3^\circ * (11,03 - 6,70) =$$

$$M_c = 5.053,94 - 5.047,02 + 3.411,20 + 1.981,73 = 5.399,85 \text{ N.mm} \approx 5.400 \text{ N.mm}$$

#### – Cálculo de tensiones

Para resolver, se toman los supuestos hechos anteriormente, se ha calculado como ángulo de tensión o cuerda sobre paleta de  $3^\circ$  y los valores resultantes obtenidos de  $F_x$  y  $M_c$  fueron:

- $F_x = 458,2 \text{ N}$
- $F_y = 0 \text{ N}$
- $M_c = 5.400,00 \text{ N.mm}$

Es de destacar la ausencia de fuerzas cortantes en el mástil, esto implica que las cargas se resumen en una carga de compresión generada por la tensión de las cuerdas y un momento flector producido por la misma tensión al sujetarse al extremo de la clavija sobre la paleta.

De lo anterior, se intuye que el punto donde se produce la mayor sollicitación en el mástil sería uno ubicado en la parte frontal del mástil, por esta razón se estudian analíticamente las secciones A, B, C y D, ya que al ser constante el momento flector a lo largo del mástil, en esta parte debe ocurrir el máximo valor de la tensión producida por el efecto de una tensión normal directa generada por la fuerza compresiva  $F_x$  y una tensión normal por la flexión que produce el momento, esta última es constante a lo largo del mástil. Para calcular la tensión en A se aplica la siguiente expresión:

$$\sigma_A = \frac{F_x}{A_A} + \frac{M_D * y_A}{I_{z_A}} \quad (15)$$

En este caso las tensiones se suman ya que  $F_x$  genera una compresión axial sobre el mástil y el momento  $M_D$  produce un curvado hacia arriba sometiendo la parte frontal del mástil también a compresión. Los valores para sustituir en la ecuación son:

- $F_x = 458,20 \text{ N}$
- $A_A = 1.393,09 \text{ mm}^2$
- $M_C = 5.400 \text{ N.mm} = 5,40 \text{ N.m}$
- $I_{z_A} = 88.611,33 \text{ mm}^4$
- $Y_A = 13,49 \text{ mm}$

Al sustituir en ecuación de  $\sigma_A$ , resulta como:

$$\sigma_A = \frac{458,20 \text{ N}}{1.393,09 \text{ mm}^2} + \frac{5.400 \text{ N.mm} * 13,49 \text{ mm}}{88.611,33 \text{ mm}^4} = 0,33 + 0,82 = 1,15 \text{ N/mm}^2$$

Expresado en megapascales sería 1,15 MPa.

Al realizar el mismo cálculo para las secciones restantes, se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 10**

**Momento de inercia del mástil en distintas secciones**

Sección	Área (mm <sup>2</sup> )	I <sub>z</sub> (mm <sup>4</sup> )	Y <sub>a</sub> (mm)	F <sub>x</sub> (N)	M (N.mm)	Tensión (N/mm <sup>2</sup> )	Tipo
A	1.393,09	88.611,33	13,49	458,20	5.400,00	1,15	Compresión
B	1.057,94	50.165,15	11,55	458,20	5.400,00	1,68	Compresión
C	726,34	25.104,92	9,50	458,20	5.400,00	2,67	Compresión
D	730,09	23.816,21	9,43	458,20	5.400,00	2,77	Compresión

De acuerdo con lo mostrado en tabla anterior, la mayor tensión aparece cerca de la sección D del mástil.

## – Análisis de flexión

El proceso analítico para determinar la deflexión sobre cualquier punto del mástil objeto de estudio parte de consideraciones similares para cualquier viga en empotrada, se realiza cumpliendo los siguientes pasos:

- Primero se elaboró DCL del mástil y se aplicó sistema de cargas supuesto para el estudio.
- En este caso no fue necesario elaborar el diagrama de fuerza cortante y en cuanto al diagrama de momento flector este se reduce a una línea de valor constante, pendiente igual a cero, con  $M = 5.400,00 \text{ N}\cdot\text{mm}$  a lo largo de todo el mástil.
- El siguiente paso consistió en realizar un boceto del diagrama de flexión del mástil, en el cual se mostró la posición del eje neutro respecto su posición original y del mismo eje una vez curvado, mostrando el sitio donde se produce la máxima deflexión o flecha.

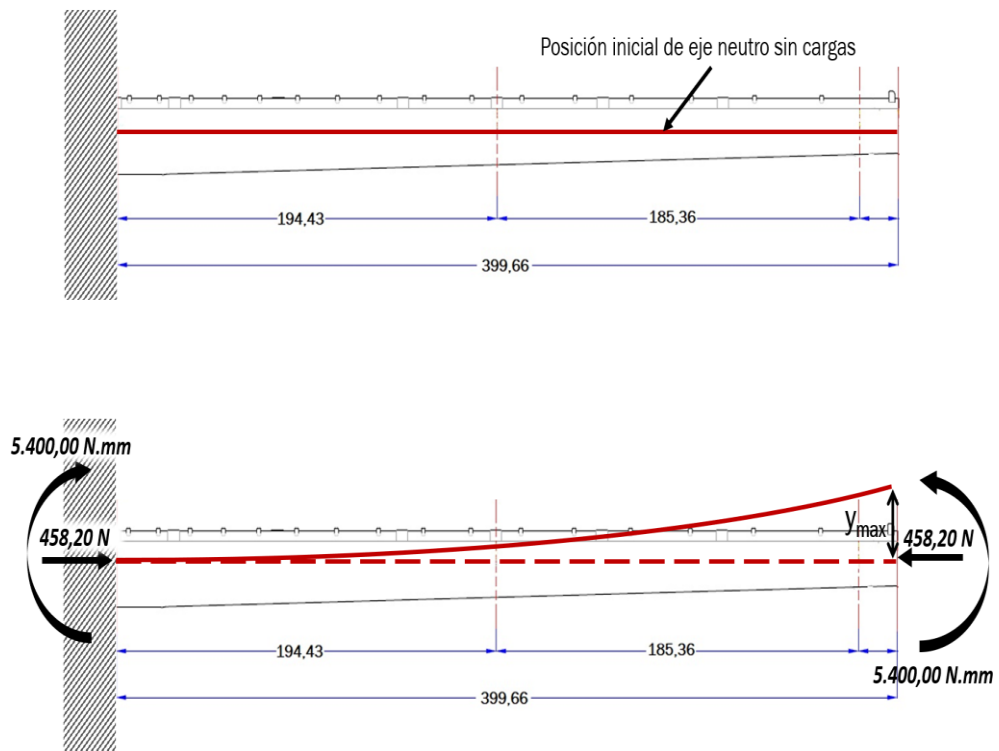
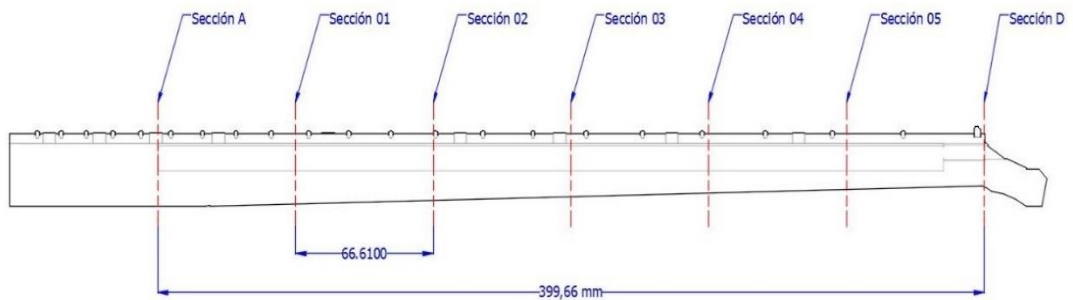


Figura 46. Deformación elástica del mástil de guitarra

Un factor importante para considerar es que el mástil se analizó como una viga de sección variable continua y que ésta junto a otras propiedades dependientes de la misma pueden expresarse como una función a lo largo del eje del mástil, es decir el área y el momento de inercia son una  $f(x)$ , por lo que en este caso se usó el método de la doble integración para determinar la deflexión en cualquier punto del mástil.



**Figura 47. Estudio del mástil para generar modelo momento de inercia**

Para conocer cómo varía el momento de inercia con relación al eje x se tomaron los valores dados por el software Inventor® en siete secciones a lo largo del mástil, entre las A y D antes descrita.

Luego se han tabulado en una hoja de cálculo los valores de cada momento de inercia y su posición sobre el mástil medidos desde la sección A.

**Tabla 11**

**Momento de inercia del mástil en distintas secciones**

Sección	x	Iz
A	0,0	88.611,33
1	66,6	77.644,97
2	133,2	64.061,97
3	199,8	50.165,15
4	266,4	40.426,20
5	333,1	31.245,18
D	399,7	23.816,21

Con estos datos se han aplicado principios para calcular línea de regresión X-Y para relacionar valores de momento de inercia con respecto a X, y se ha determinado una línea de tendencia para usarla como  $I = F(x)$ , de tal forma que se pueda obtener una función del tipo:

$$I_{z(x)} = a + bx \quad (16)$$

En este caso se determinan los coeficientes a y b de la ecuación, además se debe calcular el coeficiente de correlación R<sup>2</sup> que mide la bondad del ajuste de la línea de regresión obtenida para explicar la variación de la variable explicada Y o mejor dicho I<sub>z</sub>(x) en función de la variable explicativa X, este coeficiente toma valores entre 0 y 1, mientras más cercano a 1 mejor es el ajuste.

**Tabla 12**

**Análisis de regresión del momento de inercia del mástil**

X	Y = I <sub>z</sub> (x)	X*Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
0,0	88.611,3	0,0	0,0	7.851.967.627,1
66,6	77.645,0	5.171.931,3	4.436,9	6.028.740.900,4
133,2	64.062,0	8.534.335,5	17.747,6	4.103.935.872,2
199,8	50.165,1	10.024.501,3	39.932,0	2.516.541.973,5
266,4	40.426,2	10.771.157,3	70.990,3	1.634.277.808,1
333,1	31.245,2	10.406.205,5	110.922,3	976.260.960,8
399,7	23.816,2	9.518.385,3	159.728,1	567.211.715,9
<b>Σ 1.398,8</b>	<b>375.971,0</b>	<b>54.426.516,2</b>	<b>403.757,2</b>	<b>23.678.936.858,1</b>

Se plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$\sum Y = N * a + b * \sum X$$

$$\sum X * Y = a * \sum X + b * \sum X^2$$

En dicho sistema N es 7 que son los datos apareados, al resolverlo resultó en los siguientes resultados:

- **a= 86.592**
- **b = - 165**

Sin embargo, el mismo análisis se hace con la hoja de cálculo de Excel® el cual generó la siguiente línea de regresión con el mismo grupo de datos, además también proporciona el modelo lineal y el valor del coeficiente de regresión R<sup>2</sup>, esto facilita los cálculos, y los mismos se utilizaron para comprobar valores de I<sub>z</sub>(x) generados por la ecuación.

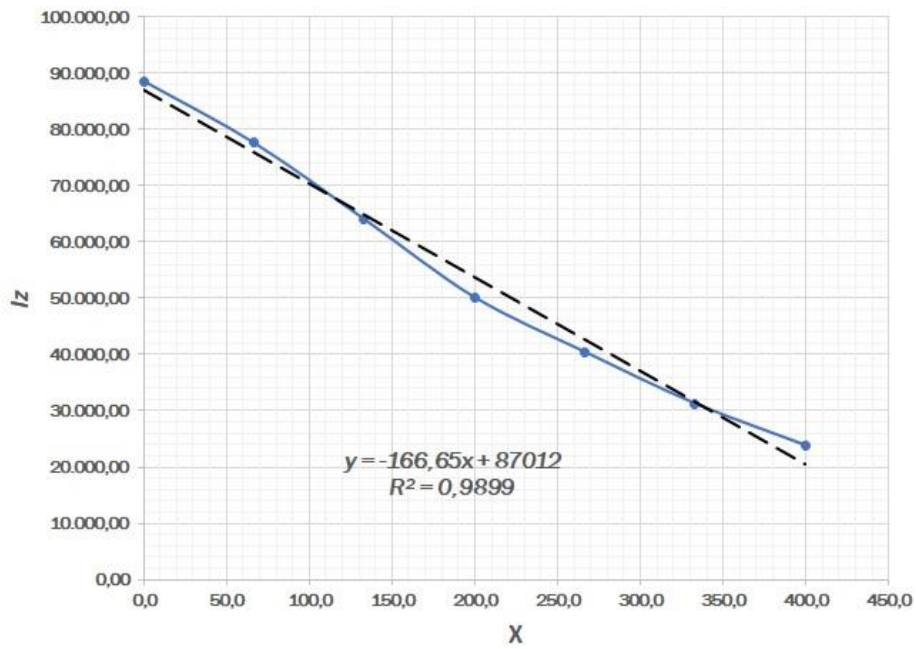


Figura 48. Curva para generar modelo del momento de inercia

$$I_{z(x)} = -166,65x + 87.012 \text{ mm}^4 \quad (17)$$

Siendo el coeficiente  $R^2$  igual a 0,9899; se considera un buen ajuste cuando este coeficiente se aproxima a 1. A continuación, se muestran los resultados de  $I_z$  dados por Inventor® y calculados por modelo lineal:

Tabla 13

Momento de inercia del mástil en distintas secciones

Sección	x	$I_z$	$I_z$ calculado por modelo lineal
A	0,0	88.611,33	87.012,00
1	66,6	77.644,97	75.911,44
2	133,2	64.061,97	64.810,89
3	199,8	50.165,15	53.710,33
4	266,4	40.426,20	42.609,77
5	333,1	31.245,18	31.509,22
D	399,7	23.816,21	20.408,66



El mástil se consideró como una viga de sección variable, para determinar el valor de la deflexión en cualquier punto se aplica el método de doble integración, donde se parte de la siguiente relación:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (18)$$

En esta ecuación los datos a considerar son los siguientes:

- M = 5.400,00 N.mm, que es un valor constante para cualquier punto del mástil.
- E = 12,62 GPa, en este caso no se está considerando el comportamiento ortótropo de la madera, es decir se supondrá un comportamiento isótropo a lo largo de todo el mástil, E = 12.620 MPa = 12.620 N/mm<sup>2</sup>
- I = -166,65x + 87.012 o 87.012 - 166,65x mm<sup>4</sup>

La ecuación 18 puede expresarse como:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{5.400,00}{12.620 * (87.012 - 166,65x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \int \frac{5.400,00}{12.620 * (87.012 - 166,65x)} dx = \frac{5.400,00}{12.620} \int \frac{1}{87.012 - 166,65x} dx$$

Se separa la integral para resolverla:

$$I = \int \frac{1}{87.012 - 166,65x} dx$$

Para resolver se aplica cambio de variable y se obtiene:

$$u = 87.012 - 166,65x \quad y \quad \frac{du}{dx} = -166,65 \quad \rightarrow \quad dx = -\frac{du}{166,65}$$

Al sustituir y resolver queda:

$$I = \int -\frac{1}{166,65u} du = -\frac{1}{166,65} \int \frac{du}{u} = -\frac{1}{166,65} \ln u$$

$$I = -\frac{1}{166,65} \ln(87.012 - 166,65x) + C$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5.400,00}{12.620} * \left( -\frac{1}{166,65} \ln(87.012 - 166,65x) + C \right)$$

Para evaluar la constante C del resultado obtenido, en el caso de una viga empotrada tal como se ha supuesto en sección A del mástil, se cumple que:

$$x = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{5.400,00}{12.620} * \left( -\frac{1}{166,65} \ln(87.012 - 166,65 * 0) + C \right) = 0$$

$$C = \frac{1}{166,65} \ln(87.012) = \frac{1}{14,65}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5.400,00}{12.620} * \left( -\frac{1}{166,65} \ln(87.012 - 166,65x) + \frac{1}{166,65} \ln(87.012) \right)$$

La ecuación de la deflexión se obtiene con la segunda integral:

$$y = \int \frac{5.400,00}{12.620} * \left( -\frac{1}{166,65} \ln(87.012 - 166,65x) + \frac{1}{166,65} \ln(87.012) \right) dx$$

$$y = \frac{5.400,00}{12.620} * (I)$$

Con el fin de continuar solución se realizan operaciones para obtener una expresión más sencilla:

$$I = \int \frac{\ln(87.012 - 166.65x)}{-166,65} dx + \int \frac{\ln 87.012}{166,65} dx$$

$$I_1 = \int \frac{\ln(87.012 - 166.65x)}{-166,65} dx$$

$$I_2 = \int \frac{\ln 87.012}{166,65} dx = \frac{\ln 87.012}{166,65} x$$

Resuelta  $I_2$  a continuación, se desarrolla  $I_1$ :

$$I_1 = \int \frac{\ln(87.012 - 166.65x)}{-166,65} dx$$

Para lograr solución se realiza cambio de variable:

$$u = 87.012 - 166,65x; \quad \frac{du}{dx} = -166,65 \quad \rightarrow \quad dx = -\frac{du}{166,65}$$

Realizando la sustitución en  $I_1$ :

$$I_1 = \int \frac{\ln(u)}{-166,65} \left(-\frac{du}{166,65}\right) = \frac{1}{166,65^2} \int \ln u du$$

La integral tiene por solución general:

$$\int \ln u du = u \cdot \ln u - u = u(\ln u - 1)$$

$$I_1 = \frac{1}{166,65^2} * (87.012 - 166,65x)(\ln(87.012 - 166,65x) - 1)$$

Al resolver y sustituir con  $I_1$  e  $I_2$  queda:

$$I = \frac{(87.012 - 166,65x)(\ln(87.012 - 166,65x) - 1)}{166,65^2} + \frac{\ln 87.012}{166,65}x + C_2$$

$$y = \frac{5.400,00}{12.620} * \left( \frac{(87.012 - 166,65x)(\ln(87.012 - 166,65x) - 1)}{166,65^2} + \frac{\ln 87.012}{166,65}x + C_2 \right)$$

Para evaluar la constante de integración  $C_2$  en una viga empotrada, tal como se ha supuesto con el mástil, se cumple la relación entre el valor de  $x$  y el valor de  $y$  de la siguiente forma:

$$x = 0 \quad \rightarrow \quad y = 0$$

Por lo que ecuación para determinar deflexión se reduce a:

$$\frac{(87.012 - 166,65x)(\ln(87.012 - 166,65x) - 1)}{166,65^2} + \frac{\ln 87.012}{166,65}x + C_2 = 0$$

$$C_2 = -\frac{(87.012 - 166,65 \cdot 0)(\ln(87.012 - 166,65 \cdot 0) - 1)}{166,65^2} - \frac{\ln 87.012}{166,65} \cdot 0$$

$$C_2 = -32,50$$

$$y = \frac{5.400,00}{12.620} * \left( \frac{(87.012 - 166,65x)(\ln(87.012 - 166,65x) - 1)}{166,65^2} + \frac{\ln 87.012}{166,65}x - 32,50 \right)$$

Se evalúa la deflexión en la máxima extensión de la parte del mástil que se ha estudiado, es decir en la sección D, donde  $x=399,66$  mm:

$$y = \frac{5.400,00}{12.620} * \left( \frac{(87.012 - 166,65 * 399,66)(\ln(87.012 - 166,65 * 399,66) - 1)}{166,65^2} + \frac{\ln 87.012}{166,65} * 399,66 - 32,50 \right)$$

$$y = 0,58 \text{ mm}$$

Resultando que  $y_{\max}$  es igual a 0,58 mm a la altura de la sección D del mástil de la guitarra.

Una manera simple para validar este resultado analítico es hacer una simplificación del problema, al cual consistió en suponer un valor constante del momento de inercia  $I_z$  a lo largo del mástil, es decir que la sección es constante.

Se tomó valor promedio de las 7 secciones usadas para obtener el modelo lineal para calcular  $I_z$ , por lo que en la ecuación de doble integración todos los componentes son constantes, ya que el momento flector también lo es.

**Tabla 14**

**Promedio momento de inercia del mástil**

Sección	X (mm)	$I_z$ (mm <sup>4</sup> )
A	0,0	88.611,33
1	66,6	77.644,97
2	133,2	64.061,97
3	199,8	50.165,15
4	266,4	40.426,20
5	333,1	31.245,18
D	399,7	23.816,21
<b><math>I_{z\text{prom}} =</math></b>		<b>53.710,14</b>

Se parte de la misma ecuación de doble integración:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Para este caso se tiene que:

- $M = 5.400,00 \text{ Nmm}$
- $E = 12.620,00 \text{ MPa}$

$$- I_{zprom} = 53.710,14 \text{ mm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación queda:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{5.400,00 \text{ Nmm}}{12.620 \text{ N/mm}^2 * 53.710,14 \text{ mm}^4}$$

Al resolver la doble integral y evaluar las constantes de integración, el resultado es:

$$y = \frac{5.400,00 \text{ Nmm}}{12.620 \text{ N/mm}^2 * 53.710,14 \text{ mm}^4} * \frac{x^2}{2}$$

Al sustituir valor de x por 399,65 mm, da como resultado:

$$y = \frac{5.400,00 \text{ Nmm}}{12.620 \text{ N/mm}^2 * 53.710,14 \text{ mm}^4} * \frac{399,65^2}{2} = 0,63 \text{ mm}$$

Resultado no muy distante del obtenido con el método de la doble integración.



## 5. RESULTADOS DEL ESTUDIO

### 5.1. CONTRASTACIÓN DE MÉTODOS

En la siguiente tabla se hace un consolidado de los resultados de los estudios realizados por el método analítico y cuatro por el método de los elementos finitos usando como herramienta el software Inventor de Autodesk®, en síntesis, se muestran:

- Método analítico.
- Primer estudio con Inventor® con corte y empotramiento en sección A.
- Segundo estudio con Inventor® con empotramiento en base de sujeción al cuerpo sin Truss Rod.
- Tercer estudio con Inventor® con empotramiento en base de sujeción al cuerpo y Truss Rod incorporado.
- Cuarto Estudio con Inventor® con empotramiento en base de sujeción al cuerpo y fuerza de 600 N traccionando al Truss Rod.

**Tabla 15**

**Comparación de tensiones en los cuatro estudios**

Sección	Área (mm <sup>2</sup> )	Iz (mm <sup>4</sup> )	Cálculo analítico	Primer estudio	Tensión (N/mm <sup>2</sup> )		
					Segundo estudio	Tercer estudio	Cuarto estudio
A	1.393,09	88.611,33	1,15	0,70	1,10	0,8	0,1
B	1.057,94	50.165,15	1,68	0,80	1,20	0,9	0,1
C	726,34	25.104,92	2,67	0,80	1,40	1,0	0,2
D	730,09	23.816,21	2,77	0,90	1,70	1,2	0,6

En todos los casos el comportamiento de las tensiones fue el mismo en cuanto a tendencia, es decir, las mayores se registraron en el extremo del mástil próximo al clavijero.

En cuanto a los valores obtenidos, los supuestos hechos para el cálculo analítico están distante de los obtenidos con el primer estudio realizado con Inventor®, siendo este caso en que más se aproximó en cuanto a supuestos al modelo analítico.

Con relación a los desplazamientos, se compararon los puntos ubicados cerca de la cejilla con el valor del desplazamiento del eje neutro obtenido por el método analítico. En el caso del cálculo analítico se muestra el desplazamiento del eje



neutro del mástil, mientras que los obtenidos con Inventor® fueron usando la opción **Sonda** y seleccionando puntos sobre el diapasón desplazados verticalmente al punto indicado anteriormente, aunque no se trata estrictamente del mismo punto, en este caso se ha supuesto que los desplazamientos mantienen cierto paralelismo entre sí.

**Tabla 16**

**Comparación de desplazamientos en los cuatro estudios**

Sección	Cálculo analítico*	Desplazamiento (mm)			
		Primer estudio	Segundo estudio	Tercer estudio	Cuarto estudio
Adyacente a cejilla	0,580	0,151	0,495	0,395	0,158

\* Referido al desplazamiento elástico del eje neutro del mástil.

Aunque las hipótesis usadas para aplicar el método analítico son muy parecidas al primer caso de estudio realizado en Inventor®, sin embargo, los resultados obtenidos son similares al segundo.

Se observa el efecto del Truss Rod sobre los esfuerzos inducidos en el mástil y los consecuentes desplazamientos, en todo caso lo correcto sería expresar que al limitar los desplazamientos se alivian las tensiones inducidas sobre la madera del mástil causadas por las tensiones de las cuerdas, que en este caso se trató de una sola cuerda tal como se explicó en las consideraciones hechas para llevar a cabo el estudio.

## 5.2. CONSIDERACIONES FINALES

Los casos de estudio han mostrado que se consigue más fidelidad fijando el mástil como se hizo en los tres últimos casos, es decir tomar como empotramiento la cara que se fija al cuerpo mediante tornillos.

Lo anterior refleja un comportamiento más fiel a la realidad, simular una unión atornillada, además que esta forma de unión facilita el acople a los cuerpos de guitarra que disponen de esta forma de fijación, haciendo muy versátil al mástil.

El software usado para el realizar el FEM ha mostrado su potencial y versatilidad para realizar los distintos casos planteados, sin embargo, tiene limitaciones en cuanto al manejo del comportamiento de los materiales usados, al parecer la librería dispone solo de materiales isótropos, lo cual supone una limitación del software utilizado en este proyecto. El estudio con distintas condiciones de carga sobre el Truss Rod ha permitido evaluar su efecto sobre el comportamiento mecánico del mástil, las simulaciones de los distintos casos mostraron su incidencia en las tensiones y desplazamiento que se inducen sobre el mástil como consecuencia de la tensión de las cuerdas.

## 6. ANÁLISIS DE COSTES DEL ESTUDIO

El estudio de costes que implica realizar el presente análisis se describe a continuación, partiendo de los siguientes criterios:

Se requiere de la participación de un profesional de la ingeniería con formación en diseño mecánico, manejo de software CAD en 2D y 3D, en este caso se debe contar con licencia o suscripción de Autodesk® Inventor® por un año, suscripción Autodesk AutoCAD® mínimo un mes, en la siguiente tabla se resumen datos:

**Tabla 17**

### Requerimientos y costes globales del estudio

<b>Ingeniero Mecánico 1 año de experiencia:</b>	1.800,00 €/mes
<b>Especialidad 1:</b>	Diseño 3D Inventor
<b>Especialidad 2:</b>	Diseño 2D AutoCAD
<b>Especialidad 3:</b>	Análisis en ABAQUS CAE
<b>Suscripción Autodesk Inventor 1 año:</b>	2.747,00 €/año
<b>Suscripción Autodesk AutoCAD 1 Mes:</b>	60,50 Eur €/mes

Tomando como base una jornada de trabajo de veinte días por mes y ocho horas diarias, los costes unitarios y totales de estudio serían los siguientes:

**Tabla 18**

### Cómputos de costes unitarios y totalización del estudio

Proceso	Duración (Días)	Duración (Horas)	Precio Unitario (€/Mes)	Subtotal (€)
Diseño modelo 3D de Guitarra	5	40	1.800,00	450,00
Planos en 2D	1	8	1.800,00	90,00
Simulación y análisis	4	32	1.800,00	360,00
Suscripción Autodesk Inventor	5	40	228,92	57,23
Suscripción Autodesk AutoCAD	1	8	60,50	3,03
Impresión de planos en formato A2	Unidades	4	0,90 (por unidad)	3,60
			<b>Total (€):</b>	<b>963,85</b>

Obviamente estos son los costes directos que se cargan al estudio realizado, quedaría imputar los costes indirectos por gastos administrativos de la organización a cargo del estudio y la carga impositiva derivada del mismo.



## 7. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

### 7.1. CONCLUSIONES

En este momento es oportuno retomar la aseveración de Carlson[3], quien afirmó en su trabajo que en el mundo del diseño y fabricación de guitarras eléctricas las empresas poco se habían preocupado por incorporar principios científicos e ingenieriles en el desarrollo de sus productos, en ese momento la pauta la establecían las tendencias musicales, los gustos de los artistas y otras consideraciones de mercadeo que para casi cualquier ingeniero son o eran de poca importancia, lo cual no es descabellado del todo ya quien compra una guitarra quizás poco le interesa cuánto de investigación y desarrollo hay en ella.

Con la ejecución de este proyecto se han obtenido varios resultados que permiten explicar con más certeza y criterios técnicos el comportamiento mecánico de un modelo de mástil de guitarra eléctrica “Fender Stratocaster” usando varias consideraciones ingenieriles durante el análisis.

En primera instancia se logró digitalizar un modelo 3D mediante el software Autodesk Inventor® de cada componente del mástil de la guitarra objeto de estudio, luego ensamblarlos para obtener un modelo completo de esta parte de la guitarra. Para esta fase del proyecto el software utilizado resultó de gran utilidad.

A lo largo de este proceso se han obtenido datos interesantes sobre el comportamiento ortótropo de la madera que, aunque en este estudio se ha considerado su comportamiento como un material isótropo, ahora se tiene la posibilidad de mejorar con una mayor fidelidad los resultados obtenidos solamente manejando esta variable de estudio.

Igualmente se ha comprobado desde el punto de vista mecánico el efecto del alma del mástil o dispositivo que se denomina Truss Rod, los datos obtenidos ayudan a estimar el orden de valores de las tensiones de este componente, además cómo simular su efecto sobre el mástil.

Aunque en el estudio se hicieron simplificaciones importantes, entre ellas el colocar una sola cuerda centrada a lo largo del diapason sobre el mástil, a partir de ahora no existe mayor complicación para realizarlo con seis cuerdas y variadas tensiones, obviamente haciendo los ajustes en cuanto a geometría de las componentes de fuerzas y tensiones derivadas.

De los distintos estudios realizados aplicando el análisis FEM, aquellos donde se simuló un empotramiento o fijación similar a la unión atornillada entre el mástil y el cuerpo mostraron tener más fidelidad en cuanto al comportamiento real del mástil, igualmente esta manera de fijar el mástil al cuerpo de la guitarra es más práctico.

En este mismo orden de ideas, la metodología usada en este proyecto puede entrelazarse con el estudio hecho por Gonzalo[10] para realizar el análisis de distintos mástiles de guitarra eléctrica variando materiales, tensiones de cuerdas y otros parámetros deseados.

Se destaca que, una vez cumplidos los objetivos planteados, se tiene más certeza de cómo modelar un mástil de guitarra eléctrica y analizar su comportamiento mecánico usando software para FEM, lo cual promete incorporar en más medida a la ciencia e ingeniería en el diseño y mejora de las guitarras eléctricas de cuerpo macizo que fue el objeto del proyecto.

## 7.2. LÍNEAS FUTURAS

Una vez culminado este proyecto se abren varios escenarios para profundizar en el estudio realizado y además de generar nuevas oportunidades para proyectos que agregarían valor a los logros alcanzados.

Un caso sería llevar el estudio tomando en cuenta el comportamiento ortótropo de la madera, esto implicaría el uso de softwares para FEM más potentes e investigar más a fondo los procesos de fabricación del mástil, específicamente cortes y tratamientos que recibe la madera y que afectan su comportamiento posterior.

En el caso de Truss Rod, tomar en cuenta los distintos diseños, geometrías, materiales, formas de montaje y ajustes disponibles, esta variable aportaría un sinnúmero de pruebas y casos de estudio. Disponer de una variada “librería” con estos dispositivos ampliaría las opciones de diseño para satisfacer la demanda de intérpretes según sus preferencias en cuanto al manejo del Truss Rod.

Hacer el estudio con seis cuerdas, distintos modelos y materiales, tensiones variables, además extender el análisis a otros modelos de mástiles disponibles, aprovechando la posibilidad de fijación con tornillos al cuerpo, ya que es muy práctica y factible de conseguir esta restricción con los softwares para FEM. Esto daría más fidelidad al estudio. Incluso podría incorporarse el cuerpo al estudio, así como el efecto de la gravedad.

También se podría desarrollar un modelo para el estudio experimental del mástil como el propuesto por Grasso[12], haciendo algunas mejoras en cuanto a la forma de sujeción del mástil para que se aproxime mucho más a la unión atornillada al cuerpo de la guitarra, colocar poleas para conducir seis cuerdas, incorporar calibradores laterales y superiores además de los inferiores para medir los desplazamientos, acoplar a las cuerdas dinamómetros para medir la tensión de cada una por separado entre otras ideas que mejoren la propuesta.

Para este caso sería útil estudiar los bancos de prueba para mediciones de deformación elástica de vigas desarrollados por Gunt Gerätebau[15], ya que de ahí podrían obtenerse ideas al respecto.

Para este último caso podría incorporarse el uso de galgas extensométricas, sin embargo, éstas deben adherirse firmemente al mástil con algún pegamento fuerte, esto podría dañar la superficie del mástil. Esta opción podría ser útil si se diseña uno o varios mástiles patrones para calibrar el banco de medidas antes de estudiar un nuevo mástil.



## 8. BIBLIOGRAFIA

- [1] Autodesk Inc. (2020) Acerca del análisis de tensión. [Página Web en línea]. Consultado el 11 de marzo de 2020. Disponible en: <https://knowledge.autodesk.com/es/support/inventor/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2021/ESP/Inventor-Help/files/GUID-BC41A1F7-AE33-4519-8856-5850A21B3492-htm.html>
- [2] Budynas, Richard y Nisbett, Keith (2012) *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley*, 9na. edición. México: McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A de C.V.
- [3] Carlson, Mark (1998) *Applications of Finite Element Analysis for an Improved Musical Instrument Design*. Fender Musical Instruments Corporation, Guitar Products Research & Development Department. [Documento en línea]. Consultado el 23 de febrero de 2020. Disponible en: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.201.277&rep=rep1&type=pdf>
- [4] Casas, Sergio et al (2005). *Introducción a los Sistemas CAD/CAM/CAE*. Departamento de Informática, Universidad de Valencia [Documento en línea]. Consultado el 05 de marzo de 2020. Disponible en: [http://ocw.uv.es/ingenieria-y-arquitectura/expresion-grafica/eg\\_tema\\_2.pdf](http://ocw.uv.es/ingenieria-y-arquitectura/expresion-grafica/eg_tema_2.pdf)
- [5] De la Torre Peláez, José (2012). *La guitarra eléctrica, y su lugar en la música contemporánea*. [Documento en línea]. Consultado el 25 de febrero de 2020. Disponible en: [https://www.academia.edu/7906924/La\\_Guitarra\\_Electrica\\_y\\_su\\_lugar\\_en\\_la\\_Musica\\_Contemporanea](https://www.academia.edu/7906924/La_Guitarra_Electrica_y_su_lugar_en_la_Musica_Contemporanea)
- [6] Doxrud, Jan (Julio, 2019) *Anatomía de la guitarra eléctrica: las pastillas*. [Documento en línea]. Consultado el 23 de febrero de 2020. Disponible en: <http://www.libertyk.com/blog-articulos/2019/7/27/5-anatoma-de-la-guitarra-elctrica-las-pastillas-pickups-por-jan-doxrud>
- [7] Elixir Strings. [Página Web en línea]. Consultado el 17 de marzo de 2020. Disponible en: <https://www.elixirstrings.com/support/string-tension-for-tuning-guitar>
- [8] Fender Musical Instruments Corporation (2020). [Página Web en línea]. Consultado el 11 de marzo de 2020. Disponible en: <https://shop.fender.com/es-ES/electric-guitars/stratocaster/>
- [9] Frudua, Gaelazzo (2020) Frudua Craftpedia [Página Web en línea]. Disponible en: [https://www.frudua.com/guitar\\_craftpedia\\_es.html](https://www.frudua.com/guitar_craftpedia_es.html)
- [10] Gonzalo Moreno, Nicolás (2018). *Modelado de mástiles de guitarras*. Trabajo de fin de grado. Universidad de Valladolid.



- [11] Giráldez, Andrea (S/F). Breve historia de la guitarra eléctrica. [Documento en línea]. Consultado el 26 de febrero de 2020. Disponible en: <https://leer.es/documents/235507/242734/brevehistoriaguitarraelectrica2.pdf/321ab956-420b-43e2-86d1-126c0c34fa7e>
- [12] Grasso, Edward John (1993) *Structural analysis and design of a plastic electric guitar neck*. Tesis de grado presentada para optar a título en master en ingeniería mecánica. Lehigh University. Consultado el 25 de febrero de 2020. Disponible en: <https://preserve.lehigh.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1189&context=etd>
- [13] Green, David; Winandy, Jerrold y Kretschmann, David (1999). *Mechanical Properties of Wood*. Wood handbook, Cap. 4. Editado por: Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. Consultado el 10 de marzo de 2020. Disponible en: <https://www.fpl.fs.fed.us/documnts/fplgtr/fplgtr113/ch04.pdf>
- [14] GuitarBittz (2020). [Página Web en línea]. Consultado el 28 de marzo de 2020. Disponible en: <http://www.guitarbitz.com/trussrod-adjustment-i50>
- [15] Gunt Gerätebau (2020) *WP 950 Deformación de vigas de eje recto*. [Documento en línea]. Consultado el 01 de abril de 2020. Disponible en: [https://www.gunt.de/images/datasheet/1661/WP-950-Deformacin-de-vigas-de-eje-recto-gunt-1661-pdf\\_1\\_es-ES.pdf](https://www.gunt.de/images/datasheet/1661/WP-950-Deformacin-de-vigas-de-eje-recto-gunt-1661-pdf_1_es-ES.pdf)
- [16] Hayes, Matt (2015). *Finite element analysis of a guitar neck*. Terre Haute, Indiana, EE.UU.: Department of Mechanical Engineering, Rose-Hulman Institute of Technology. Disponible en: [https://www.slideshare.net/MattHayes5/fea-of-guitar-neck?from\\_action=save](https://www.slideshare.net/MattHayes5/fea-of-guitar-neck?from_action=save)
- [17] Hurtado de Barrera, J. (2006). *El proyecto de investigación*. Bogotá, Colombia: Ediciones Quirón.
- [18] Jiménez Guido, José (2013). *Análisis de esfuerzos por los métodos numérico y analítico de un árbol de levas automotriz*. Tesis para obtener el grado de maestro en ciencias con especialidad en ingeniería mecánica. Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional. México, D.F.
- [19] Kretsch, Kevin (2018) Truth About Truss Rods – Part 1 – The Basics. [Página Web en línea]. Consultado el 28 de marzo de 2020. Disponible en: <https://drkevguitar.com/2014/08/19/truth-about-truss-rods-1/>
- [20] Meier, Eric (S/F). The Wood Database. [Página Web en línea]. Consultado el 14 de marzo de 2020. Disponible en: <https://www.wood-database.com/>

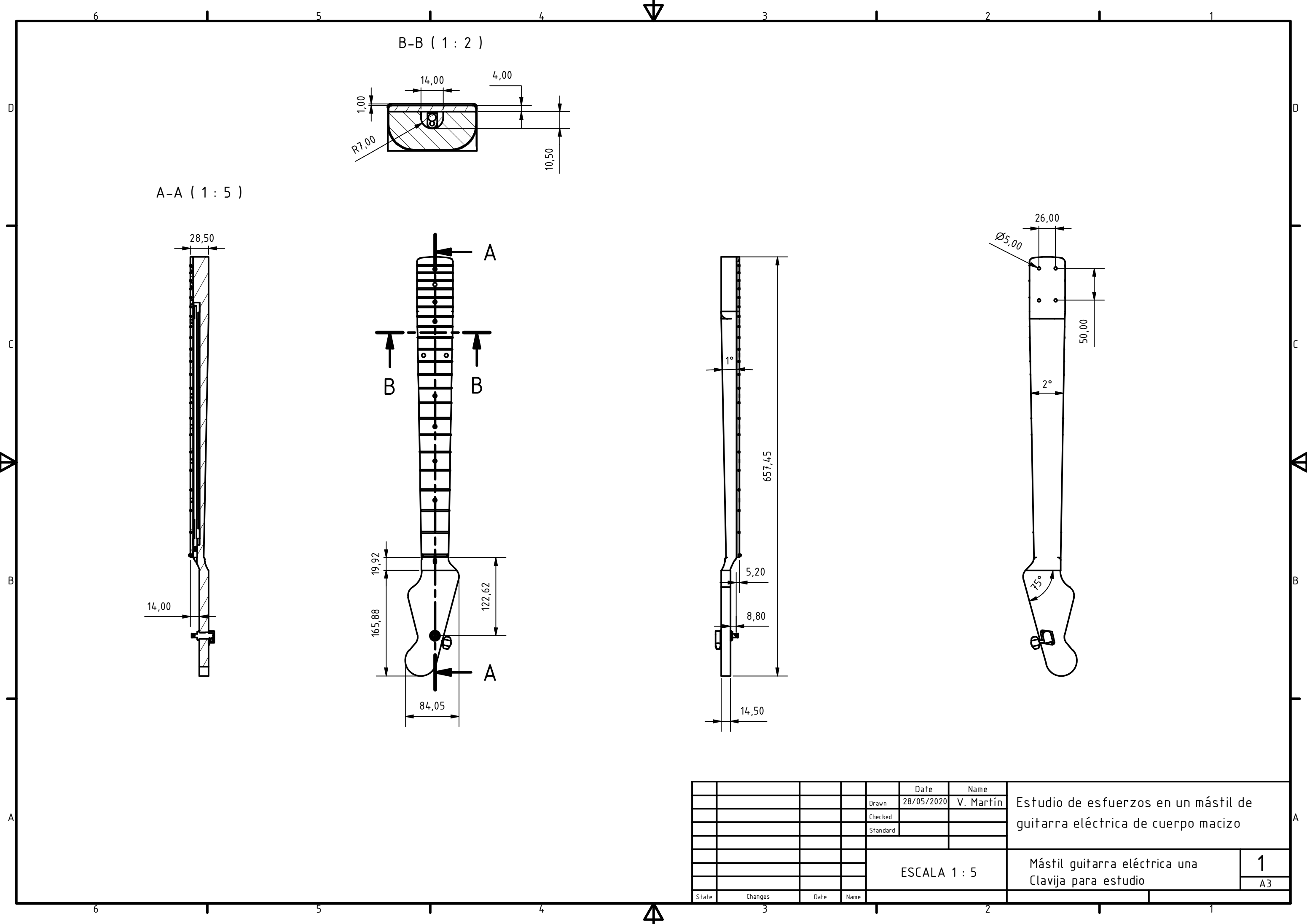
- [21] Mott, Robert (2006). *Resistencia de los materiales*. 5ta. Ed. México: Editorial Pearson Educación.
- [22] Ortega, Roberto (2014). *Esfuerzos Combinados*. Resistencia de Materiales I, Universidad Santiago de Chile. [Documento en línea]. Consultado el 19 de febrero de 2020. Disponible en: <https://docplayer.es/67506682-Resistencia-de-materiales-i-ingenieria-civil-mecanica-esfuerzos-combinados.html>
- [23] Rodríguez, Gamil et al. (2016) *Sistema para la medición de deformación usando galgas extensiométricas metálicas*. Revista de Ingeniería, Electrónica, Automática y Comunicaciones (RIELAC), Vol. XXXVII 1/2016 p. 80-93. Enero - Abril ISSN: 1815-5928 [Documento en línea]. Consultado el 30 de marzo de 2020. Disponible en: <http://scielo.sld.cu/pdf/eac/v37n1/eac07116.pdf>
- [24] Rojas, Oswaldo (2005). *Dibujo asistido por computador en la Facultad de Ingeniería Industrial – UNMSM*. Revista de la Facultad de Ingeniería Industrial Vol. (8) 1: pp. 18-24, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. [Documento en línea]. Consultado el 23 de febrero de 2020. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=81680104>
- [25] Smith Castellanos, Icar (S/F). *Teoría de la guitarra. Secretos de la armonía y melodía*, Vol. I. [Documento en línea]. Consultado el 23 de febrero de 2020. Disponible en: [https://www.academia.edu/34007464/Teor%C3%A1Da\\_de\\_la\\_Guitarra.pdf](https://www.academia.edu/34007464/Teor%C3%A1Da_de_la_Guitarra.pdf)
- [26] Villafranca, Adrian y Bea Montes, Francisco (2016). *Diseño y Fabricación de Guitarra Eléctrica Modular*. Trabajo Fin de Grado. Universidad Pública de Navarra. Consultado el 20 de febrero de 2020. Disponible en: <http://academica-e.unavarra.es/xmlui/bitstream/handle/2454/24568/TFG%20Ad%C3%ADn%20Adrian.pdf?sequence=1>
- [27] 3D Cad Portal CAE (2020) *Directorios de software para análisis y simulación en Ingeniería CAE, FEA, CFD* [Página Web en línea]. Disponible en: <http://www.3dcadportal.com/3d-software/cae/>



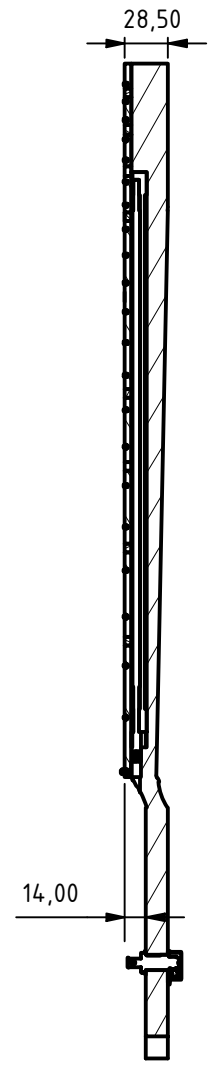
## 9. PLANOS ELABORADOS

A continuación, se listan los planos elaborados durante el estudio.

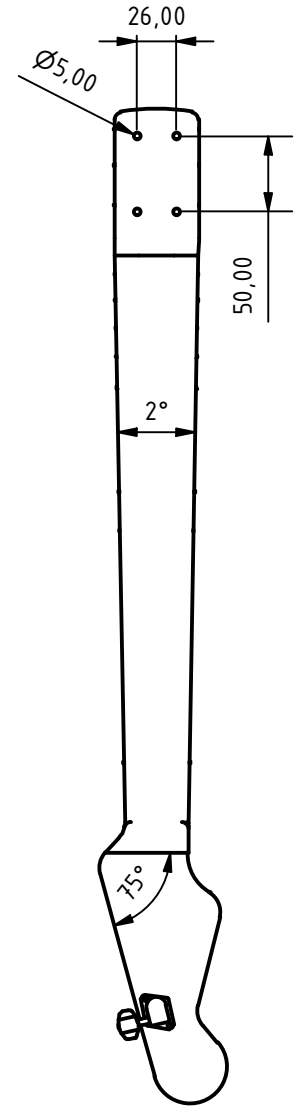
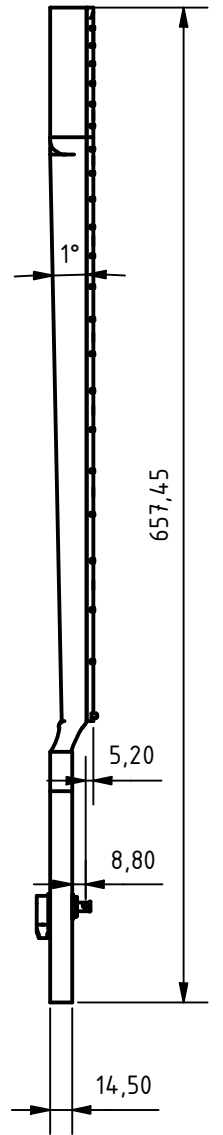
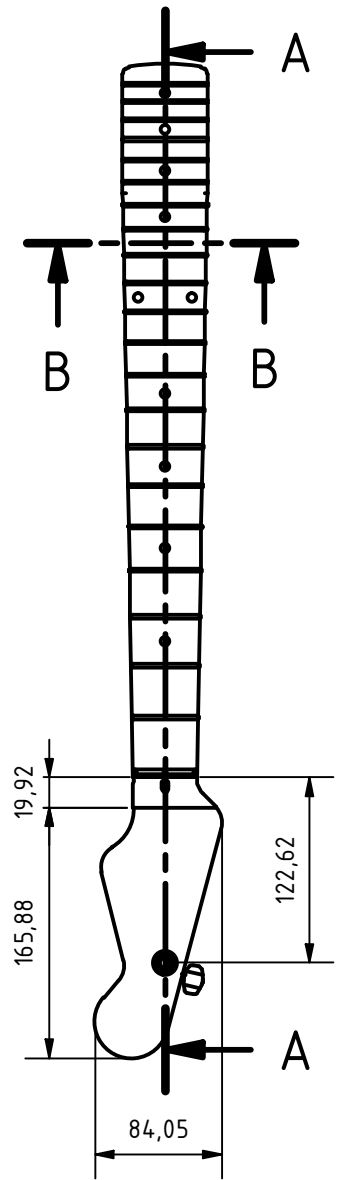
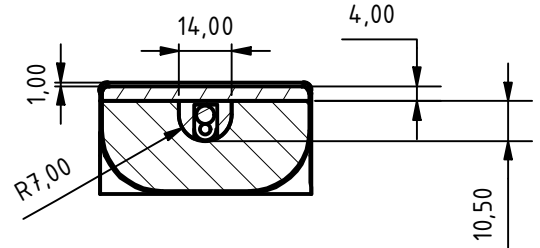
1. Mástil de guitarra eléctrica con una clavija para estudio.
2. Clavija para guitarra eléctrica.
3. Truss Rod.
4. Diapasón.
5. Trastes.
6. Cejilla para una cuerda (Estudio).
7. Mástil para guitarra eléctrica de cuerpo macizo.
8. Cejilla.
9. Cuerpo para mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo.



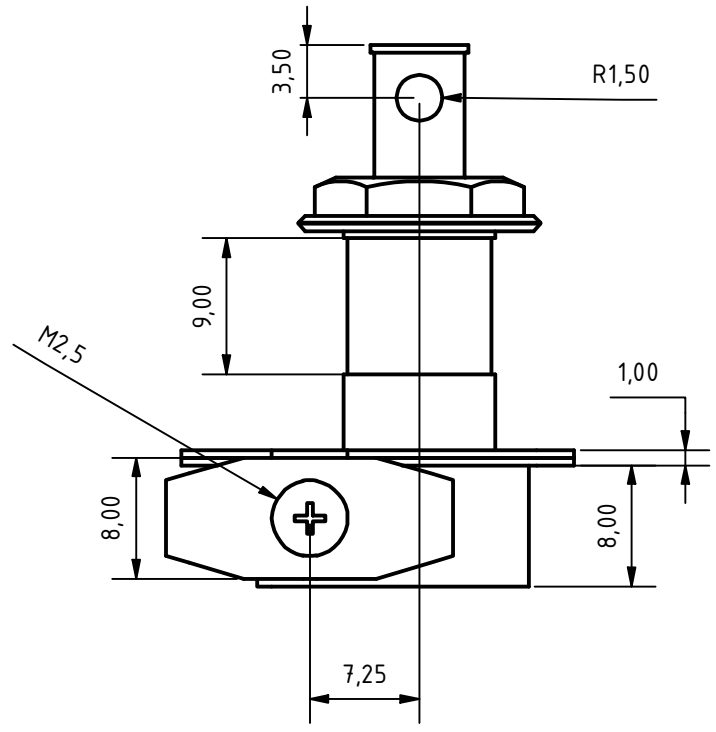
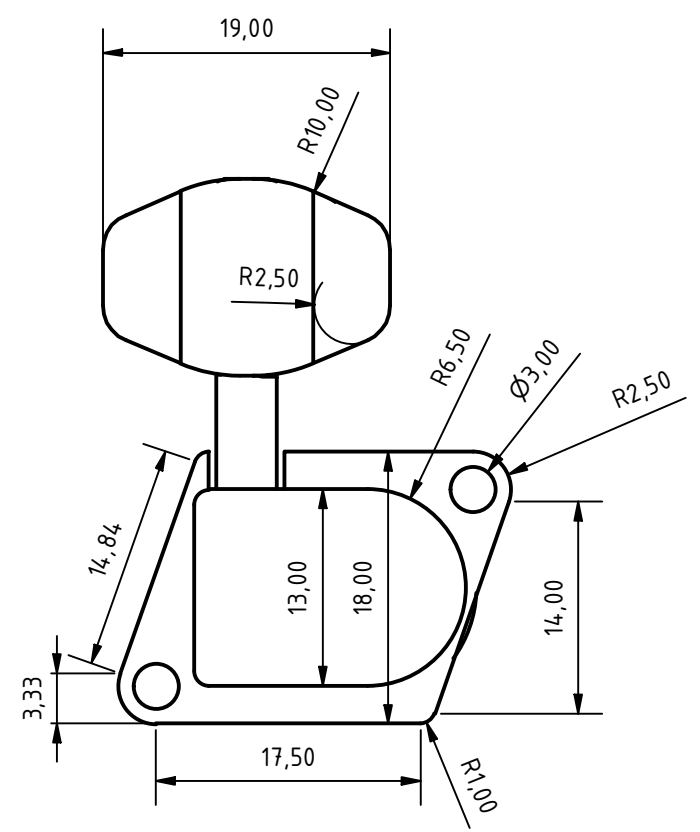
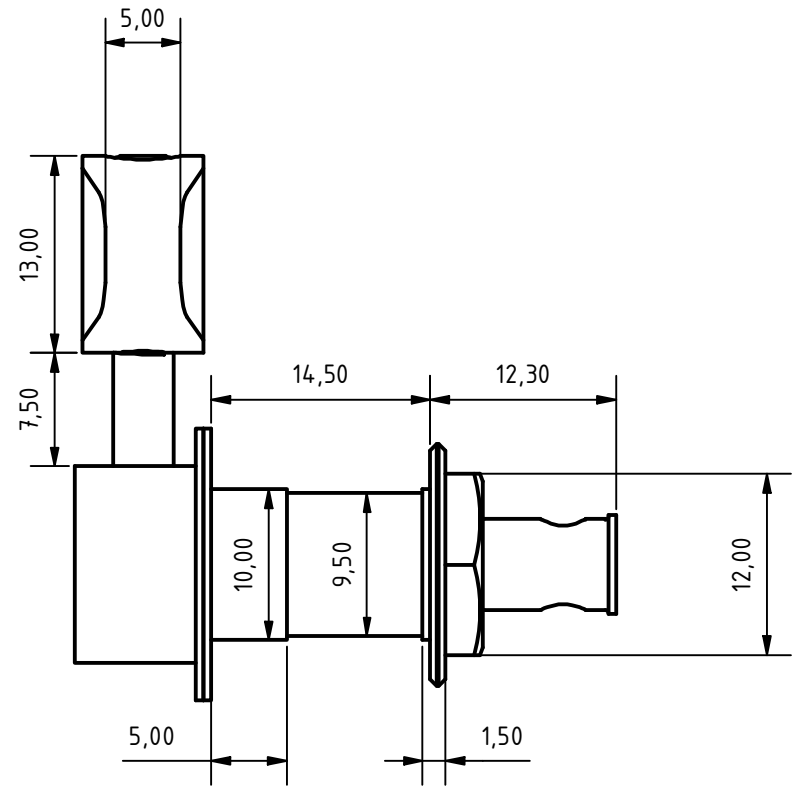
A-A ( 1 : 5 )



B-B ( 1 : 2 )

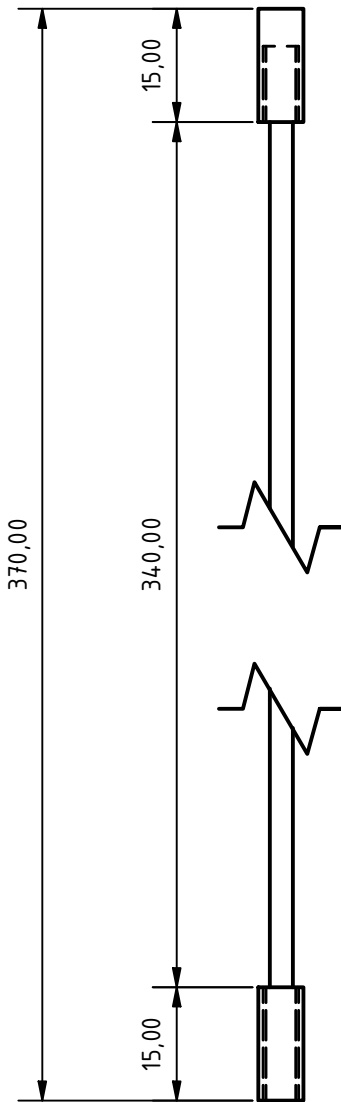
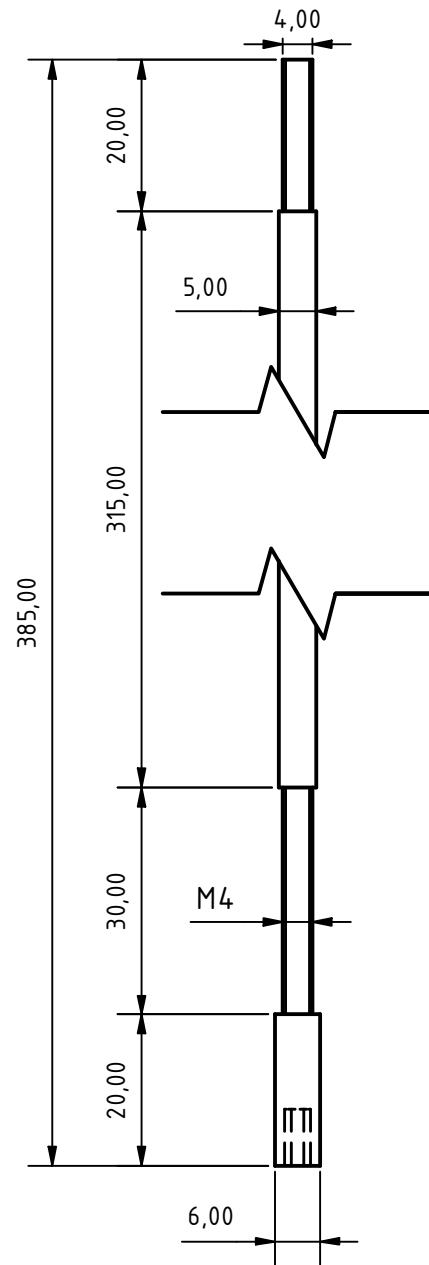
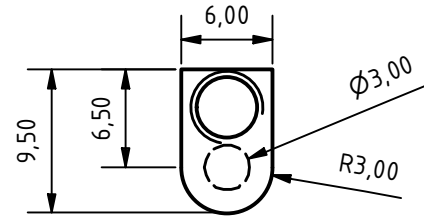
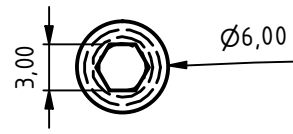


				Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo
			Drawn	28/05/2020	V. Martín	
			Checked			
			Standard			
			ESCALA 1 : 5			Mástil guitarra eléctrica una Clavija para estudio
						1
						A3
State	Changes	Date	Name			



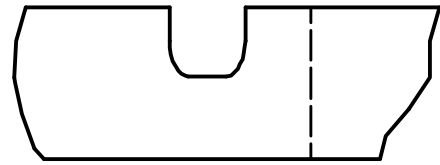
				Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo	
			Drawn	28-5-2020	V. Martín		
			Checked				
			Standard				
			ESCALA 2 : 1			Clavija para guitarra eléctrica	2
State	Changes	Date	Name			A3	

ESCALA 2:1

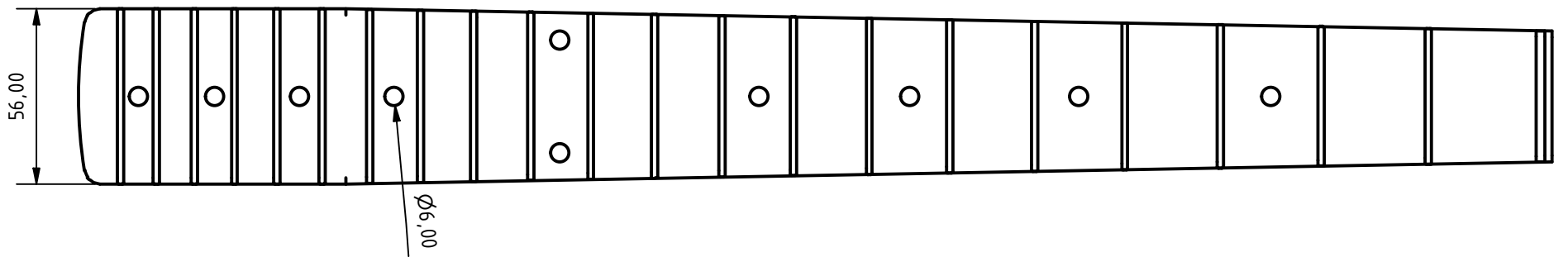
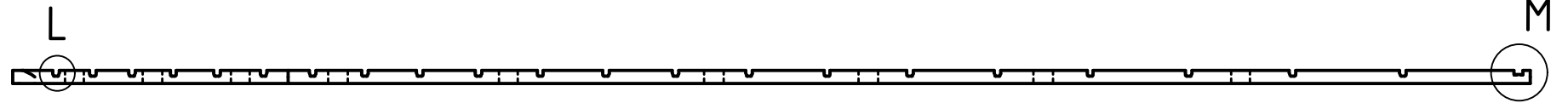
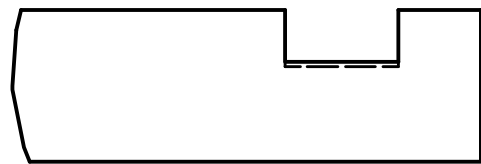


				Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo
			Drawn	28-5-2020	V. Martín	
			Checked			
			Standard			
				ESCALA 1 : 1		Truss Rod
State	Changes	Date	Name			3 A3

L ( 5 : 1 )

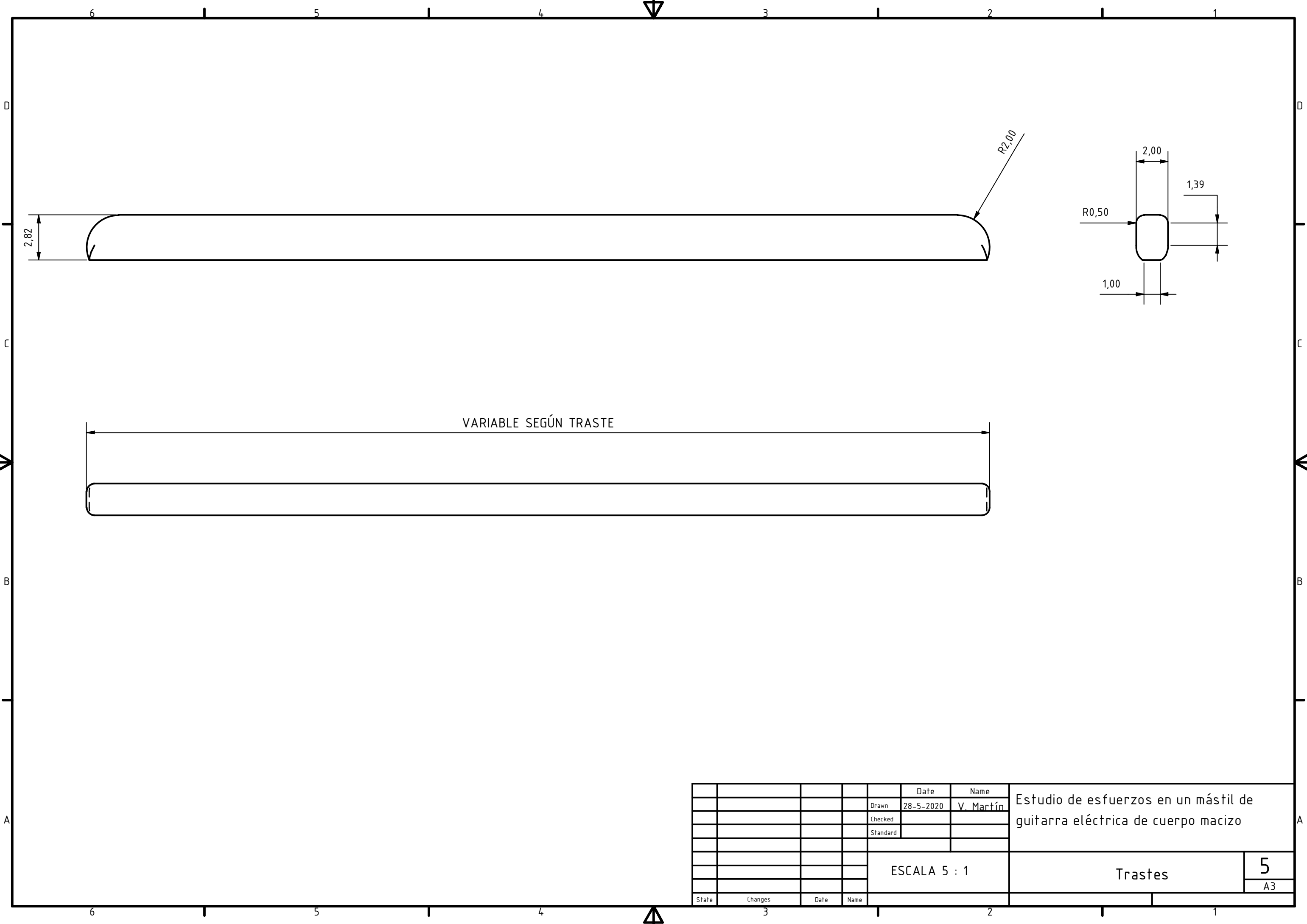


M ( 5 : 1 )



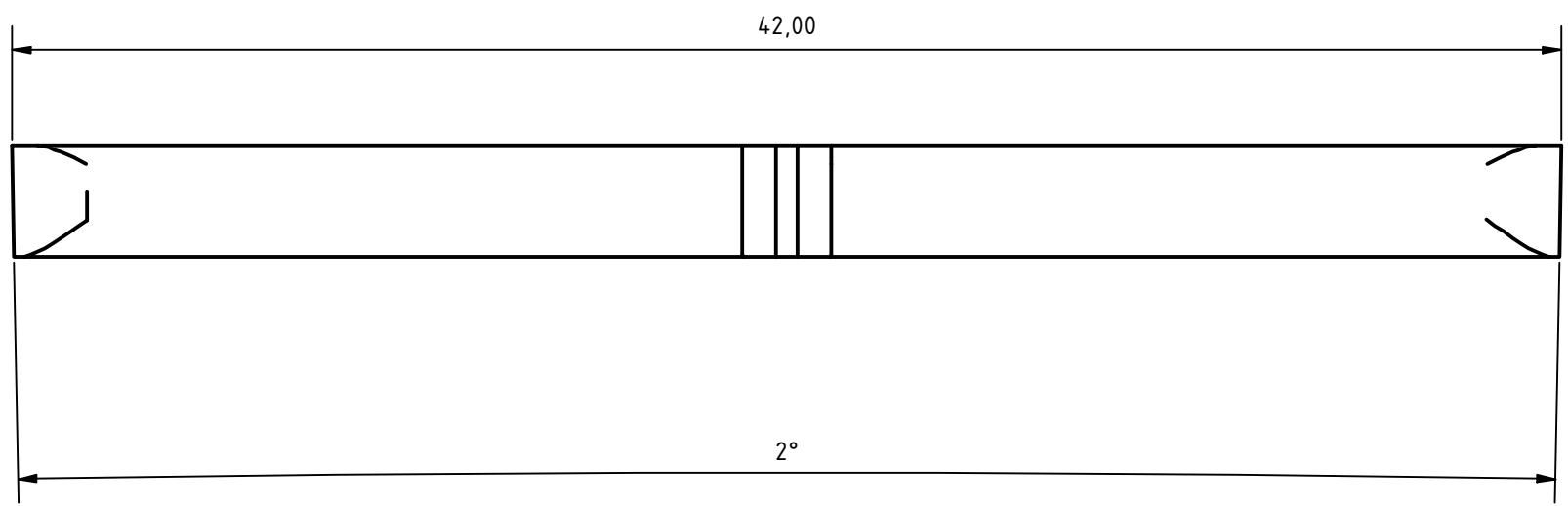
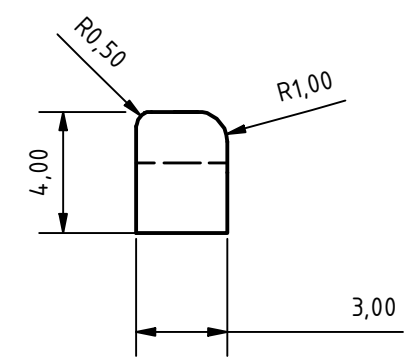
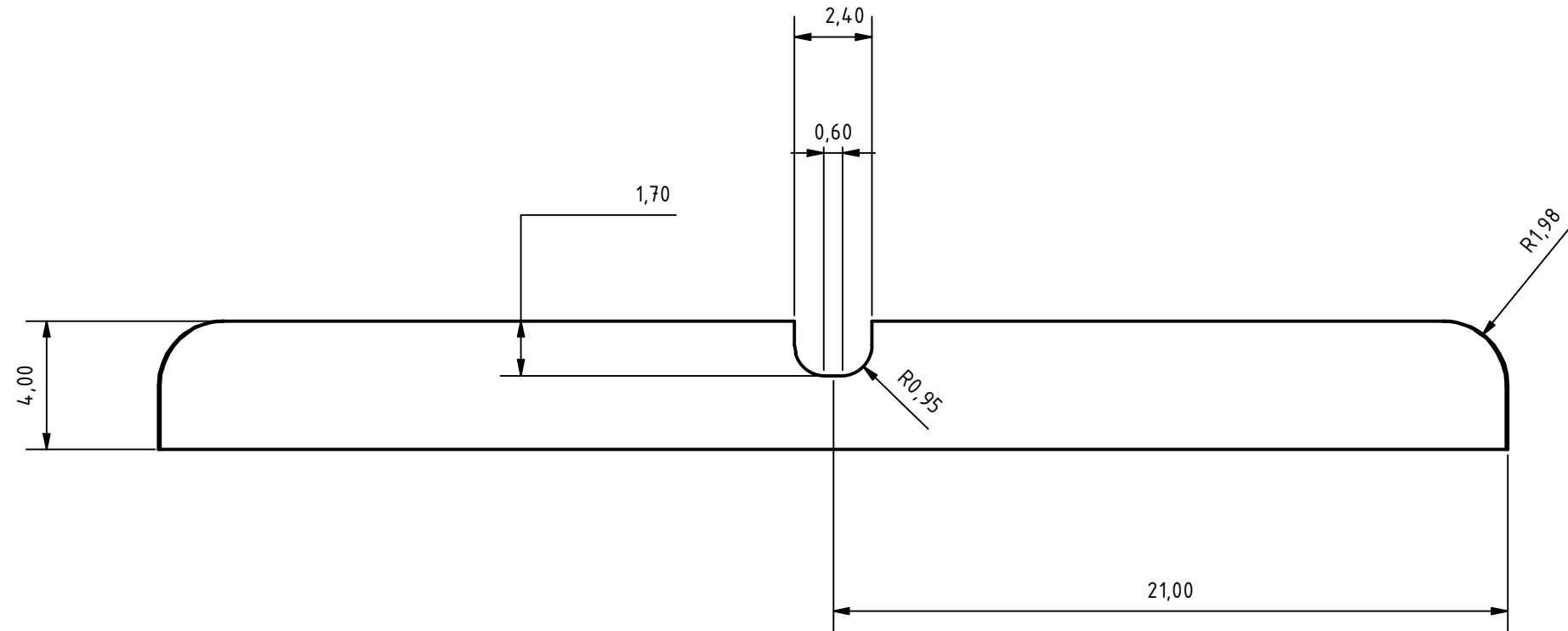
State	Changes	Date	Name	Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo	
				Drawn	28-5-2020		V. Martín
				Checked			
				Standard			
				ESCALA 1 : 2		Diapasón	4
							A3



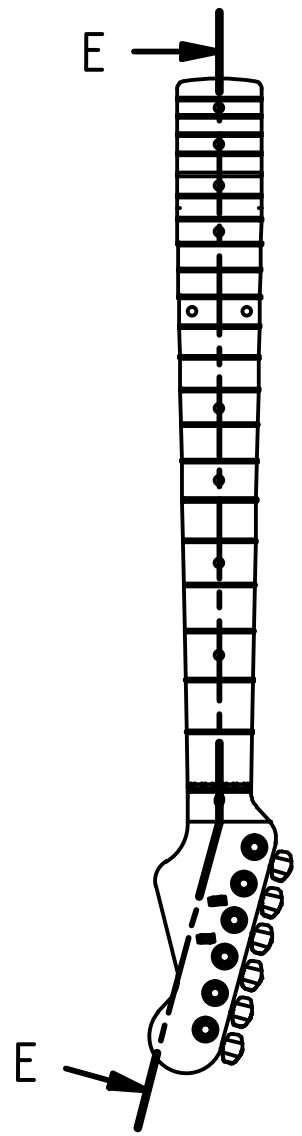
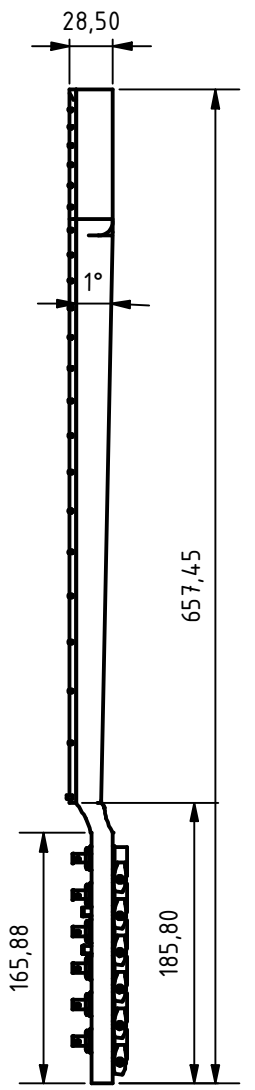
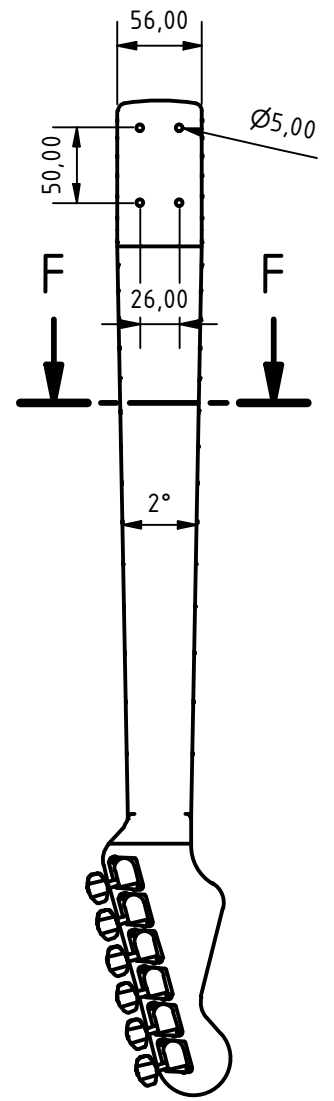


VARIABLE SEGÚN TRASTE

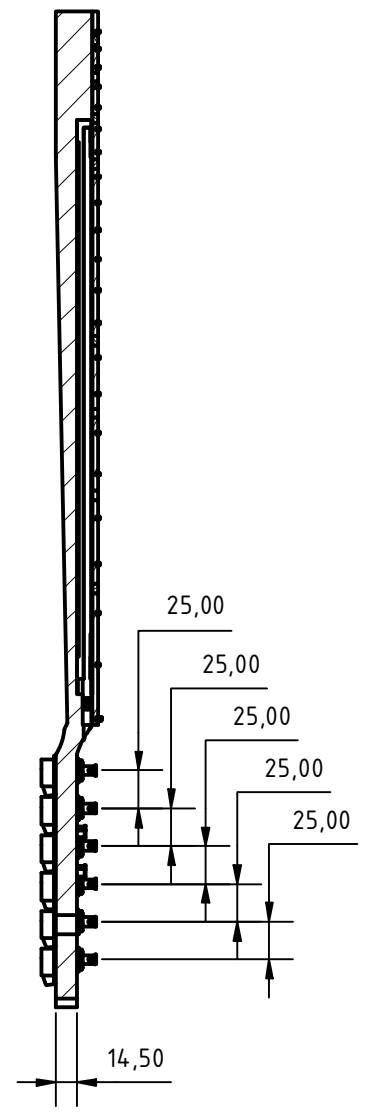
				Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo
			Drawn	28-5-2020	V. Martín	
			Checked			
			Standard			
				ESCALA 5 : 1		Trastes
State	Changes	Date	Name			5 A3



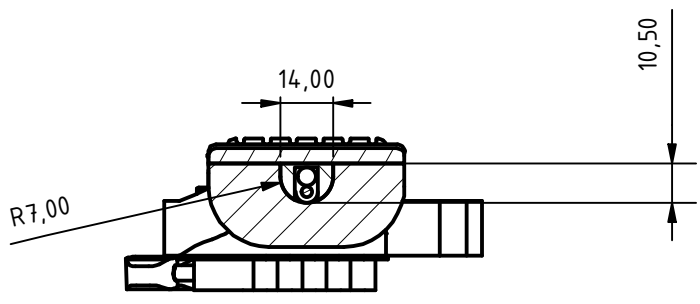
				Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo	
			Drawn	28-5-2020	V. Martín		
			Checked				
			Standard				
			ESCALA 5 : 1			Cejilla para una cuerda (Estudio)	6
						A3	
State	Changes	Date	Name				



E-E ( 1 : 5 )



F-F ( 1 : 2 )



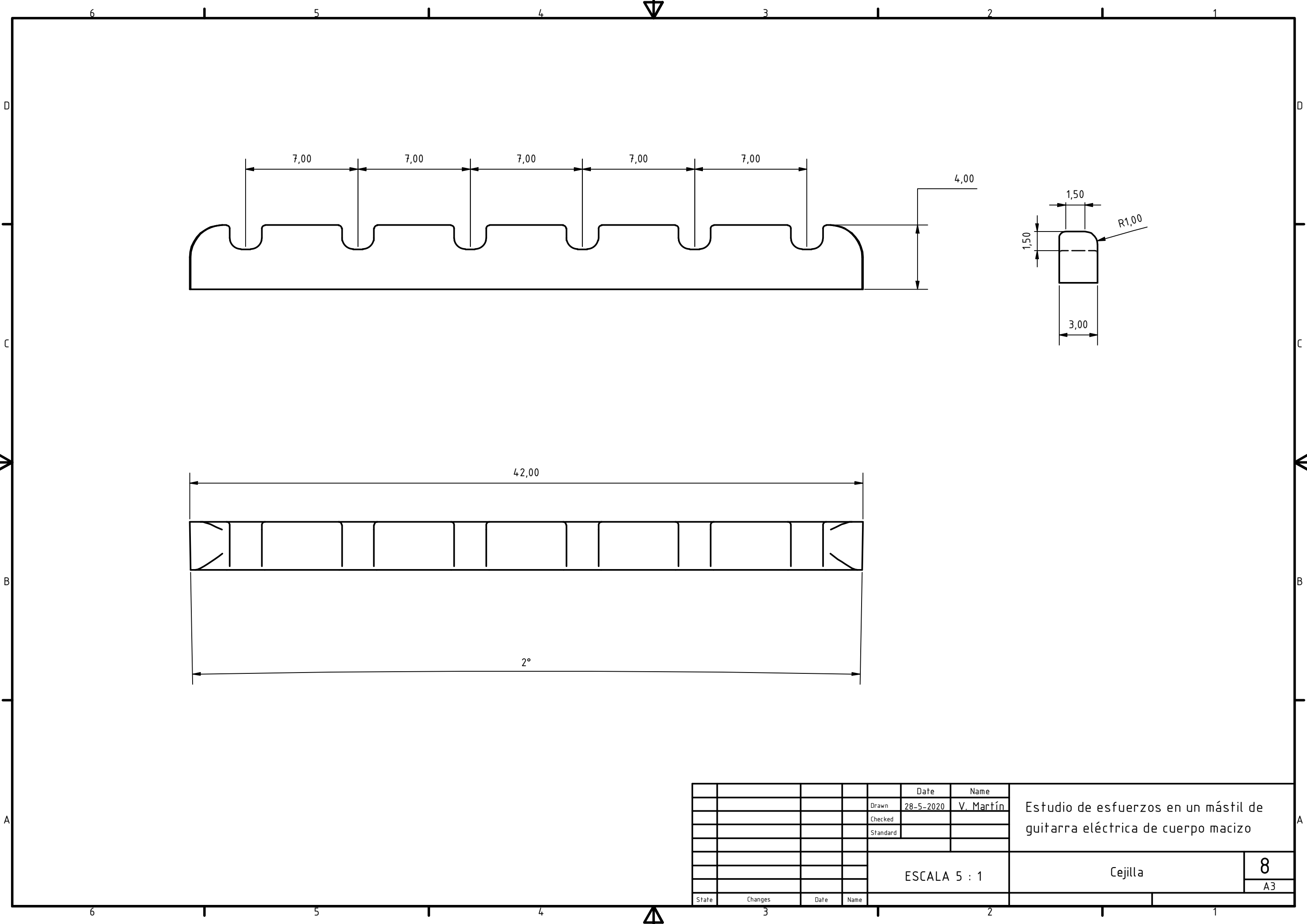
State	Changes	Date	Name

ESCALA 1 : 5

Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo

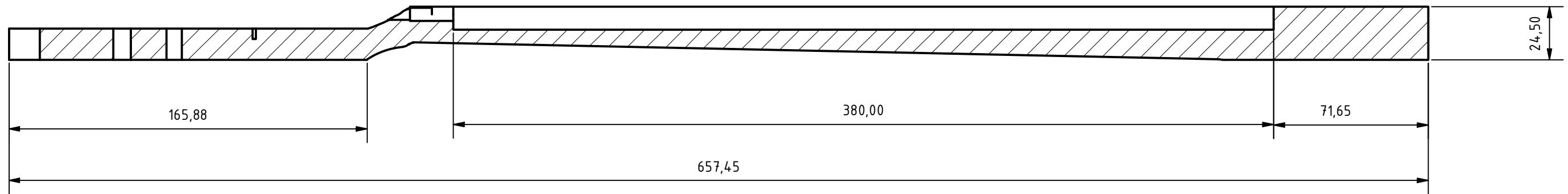
Mástil para guitarra eléctrica de cuerpo macizo

7  
A3

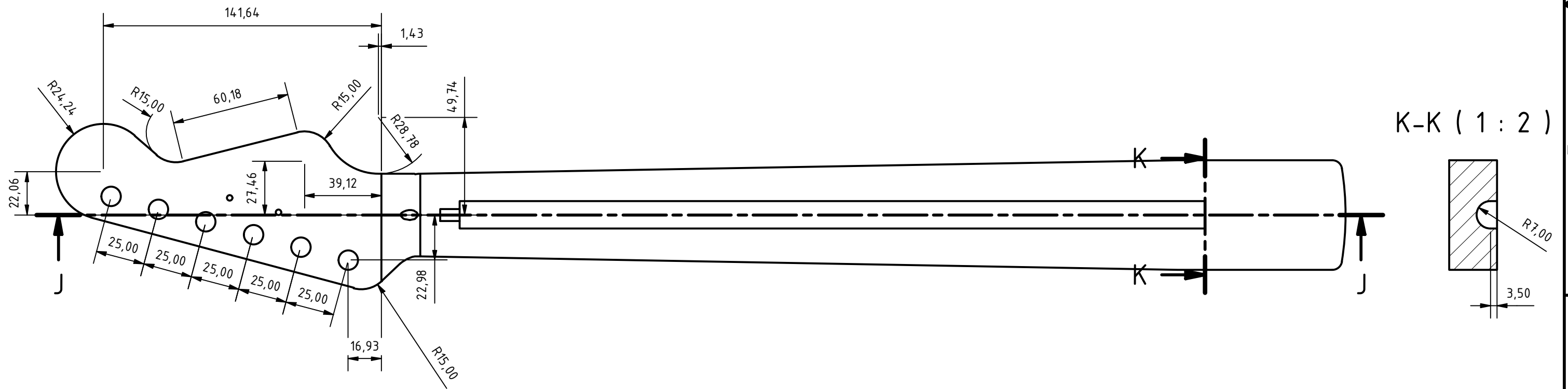


				Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo
			Drawn	28-5-2020	V. Martín	
			Checked			
			Standard			
				ESCALA 5 : 1		Cejilla
						8
						A3
State	Changes	Date	Name			

J-J ( 1 : 2 )



K-K ( 1 : 2 )



				Date	Name	Estudio de esfuerzos en un mástil de guitarra eléctrica de cuerpo macizo	
			Drawn	28-5-2020	V. Martín		
			Checked				
			Standard				
			ESCALA 1 : 2			Cuerpo del mástil para guitarra eléctrica de cuerpo macizo	9
						A3	
State	Changes	Date	Name				