



Relevancia, Precisión e Interpretabilidad en Sistemas Basados en Reglas Difusas

Marta Galende
CARTIF Centro Tecnológico
 Boecillo, Valladolid, España
 margal@cartif.es

M. Isabel Rey
INDOMAUT S.L.
 Valladolid, España
 i.rey@indomaut.com

M.J. Fuente
Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Universidad de Valladolid
 Valladolid, España
 mjfuente@eii.uva.es

G.I. Sainz-Palmero
Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Universidad de Valladolid
 Valladolid, España
 gresai@eii.uva.es

Resumen—Los Sistemas Basados en Reglas Difusas (SBRD) permiten modelar problemas reales, manejando no solo la no precisión en lo referente al conocimiento a manejar, sino también la precisión con la que modelan el problema y la capacidad para “interpretar” su comportamiento. Por otro lado aparece el concepto de relevancia de las reglas difusas del SBRD, parece que lo idóneo es que sus reglas sean relevantes, o lo más relevantes posible. Relevancia, precisión e interpretabilidad son las tres métricas que se consideran, y analizan, en este trabajo para conseguir SBRDs que presenten buenas prestaciones respecto a estos tres objetivos, centrándonos finalmente en cómo es la relevancia de las reglas de los SBRD en el equilibrio precisión-interpretabilidad.

Basándose en Transformaciones Ortogonales (SVD, PQR, OLS) es posible estimar la *Relevancia* de una regla difusa, y analizar como influye dicho valor en la búsqueda del equilibrio precisión-interpretabilidad en un SBRD. Usando nueve conjuntos de datos del repositorio KEEL, dos algoritmos de modelado: uno aproximativo (FasArt) y otro lingüístico (NefProx), y siguiendo una estrategia de optimización multi-objetivo (SPEA2), se presentan a continuación los resultados obtenidos que muestran el concepto de relevancia como un factor importante, y contradictorio, a tener en cuenta a la hora de generar SBRD.

Index Terms—Relevancia, Transformación Ortogonal, Precisión-Interpretabilidad, Sistemas Basados en Reglas Difusas

I. INTRODUCCIÓN

Los Sistemas Difusos Basados en Reglas (SBRD) son una forma muy habitual de aplicar la lógica difusa tanto en áreas de investigación como para abordar problemas del mundo real [1]–[3]. Existen múltiples aproximaciones para generar estos SBRDs [4], [5], y una de las cuestiones a afrontar es cómo evaluar sus prestaciones: en este punto, las metodologías lingüísticas y precisas para la generación de SBRD [6]–[8] son las más usadas y debatidas.

Este aspecto ha sido ampliamente discutido: la Precisión es un aspecto básico para un modelo, difuso o no, pero además cuando la Lógica Difusa es utilizada aparecen otros puntos de

vista, como la capacidad para expresar, representar y explicar conocimiento en términos lingüísticos, similares a los usados por las personas. Este punto de vista es intrínseco a los principios de la Lógica difusa.

¿Cómo estimar la prestación de un SBRD? este es un aspecto básico tanto en desarrollos teóricos, como en aplicaciones prácticas, donde un modelo basado en SBRD tiene que ser perfectamente claro y definido. Por tanto, aprovechando las prestaciones de la Lógica Difusa, la obtención de un SBRD con una adecuada Interpretabilidad es de gran interés, pero siempre que el modelo implementado mediante un SBRD sea suficientemente preciso, sin este nivel de precisión cualquier modelo no es útil. Así, buscamos alcanzar modelos usando SBRD que puedan aunar Precisión e Interpretabilidad. Esto es lo que se conoce habitualmente como equilibrio Precisión-Interpretabilidad, aspectos que habitualmente se consideran mutuamente contraproducentes y contradictorios [7], [9]. ¿Cómo conseguirlo?, esto es una cuestión abierta, y múltiples aproximaciones y propuestas se pueden encontrar en la bibliografía especializada, como los sistemas genéticos difusos y la selección de reglas [6], [10]–[14], considerando distintas métricas de complejidad o semántica [15]–[18], etc.

En este ámbito, la propuesta aquí planteada se centra en el equilibrio Precisión - Interpretabilidad considerando una metodología basada en la selección de reglas, eligiendo estas reglas de acuerdo a las métricas de Precisión, Interpretabilidad, y añadiendo Relevancia. En la mayoría de los casos, la Relevancia se ha empleado para reducir la complejidad de los SBRD [19], [20], que está relacionada con la Interpretabilidad, pero aquí la Relevancia es un factor a considerar tan importante como la Precisión o la Interpretabilidad.

El resto del artículo se organiza como sigue: la sección II presenta el concepto de relevancia, su definición y posibles métricas a utilizar. La sección III muestra el problema de la búsqueda de equilibrio precisión-interpretabilidad en los SBRD y la sección IV presenta la metodología propuesta. La sección V muestra los resultados obtenidos en la parte expe-

Trabajo realizado gracias al soporte del Ministerio de Economía y Competitividad español y al European Regional Development Fund (FEDER) a través del proyecto no. DPI2015-67341-C2-2-R.

rimental y finalmente la sección VI presenta las principales conclusiones obtenidas y los futuros trabajos a realizar.

II. RELEVANCIA

La relevancia de las reglas difusas se ha definido habitualmente mediante transformaciones ortogonales [21] como *Single Value Descomposition* (SVD), *Pivoting-QR* (PQR) o *Orthogonal Least Square* (OLS) aplicada sobre la matriz de activación de las reglas difusas, de forma similar a otras áreas como selección y extracción de características en reconocimiento de patrones. En SVD y PQR solo se tiene en cuenta la activación de los antecedentes de las reglas, mientras que en OLS también se considera el consecuente de las mismas. Como resultado de estas descomposiciones se obtienen estimaciones de la relevancia en forma de valores singulares, R-Values o varianzas de cada regla difusa para el problema dado [20], [22], [23].

III. EQUILIBRIO PRECISIÓN-INTERPRETABILIDAD

La prestación de un SBRD se puede analizar bajo un doble punto de vista:

- **Precisión:** o capacidad para emular el comportamiento del sistema modelado. Métrica: *Error* [24].
- **Interpretabilidad:** capacidad para “explicar” su comportamiento o de la realidad que modelan. Métrica: existes diversas opciones [15]–[18].

En el proceso de modelado se necesita conseguir la suficiente precisión para que el modelo resultante sea útil, pero en el caso de SBRD además se puede optar a alcanzar un grado de interpretabilidad del mismo. Esto es el equilibrio precisión-interpretabilidad, que es el objetivo de este trabajo.

IV. PRECISIÓN, INTERPRETABILIDAD Y RELEVANCIA EN SBRD

Siguiendo la metodología resumida en la Fig. 1 [10] se busca una mejora en la prestación del SBRD a través de un post-procesamiento basado en selección de sus reglas: la idea básica es buscar un equilibrio entre la precisión y la interpretabilidad considerando las reglas más relevantes del SBRD. En esta ocasión se aborda la estrategia de descartar las reglas menos relevantes durante el proceso.

Fase 1: generación de SBRDs de diferente naturaleza [25] en base a conjuntos de datos.

- Aproximativos: FasArt [26].
- Lingüísticos: NefProx [27].

Mediante las conocidas transformaciones ortogonales: SVD, PQR y OLS, se estima la relevancia de cada una de las reglas de los SBRD generados.

Fase 2: proceso de selección de reglas del SBRD que busca mejorar su Precisión-Interpretabilidad-Relevancia. Esto se realiza mediante el Algoritmo Evolutivo Multi-Objetivo (AEMO) SPEA2 [28].

Para esto los objetivos comprometidos son:

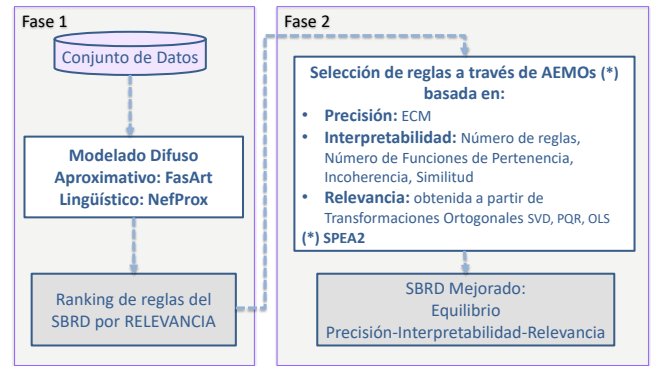


Figura 1. Mejora del equilibrio precisión-interpretabilidad de un SBRD mediante precisión, interpretabilidad y relevancia.

- Maximizar la precisión del sistema, minimizando el error cuadrático medio (Ec. 1).

$$ECM = \frac{1}{|N|} \sum_{i=1}^{|N|} (F(x_i) - y_i)^2 \quad (1)$$

- Maximizar la interpretabilidad del sistema, minimizando el valor de uno de los siguientes índices:
 - Número de reglas (Ec. 2).

$$NR = \text{Numero de reglas} \quad (2)$$

- Número de funciones de pertenencia (Ec. 3).

$$NMF = \text{Numero de funciones de pertenencia} \quad (3)$$

- Incoherencia de la base de reglas (Ec. 4).

$$Inc = \frac{|(S_{kA}(R_i, R_j) > (1 - \beta_I) \text{ AND } S_{kC}(R_i, R_j) < \beta_I)|}{(\text{Numero de Reglas} - 1)!}$$

$$\forall 1 \leq i < j \leq \text{Numero de Reglas}$$

$$\forall 1 \leq kA \leq \text{Numero de Antecedentes}$$

$$\forall 1 \leq kC \leq \text{Numero de Consecuentes} \quad (4)$$

- Similitud de la base de datos (Ec. 5).

$$Sim = F_{kA}(F_{l,m}(S(MF_{kA,l}, MF_{kA,m})))$$

$$F \Rightarrow \text{Media Aritmetica}$$

$$\forall 1 \leq l < m \leq \text{Numero de Funciones de Pertenencia}$$

$$\forall 1 \leq kA \leq \text{Numero de Antecedentes} \quad (5)$$

- Maximizar la relevancia de la relevancia del sistema, en este trabajo descartando las reglas menos relevantes (minimizando Ec. 6).

$$Rel_{RB} = \sqrt[k]{\prod_{i=1}^k (1 - Relevancia_{Regla_i})} \quad (6)$$

Esta metodología y las métricas utilizadas en detalle se pueden consultar en [10].



V. TRABAJO EXPERIMENTAL

El impacto de relevancia en la búsqueda del equilibrio precisión-interpretabilidad se han comprobado mediante la experimentación que se detalla a continuación.

En [10] se muestran la estrategia de preservación de las reglas más relevantes, aquí se muestra, y analiza, la estrategia basada en descartar las reglas menos relevantes (Ec. 6).

V-A. Casos de estudio

Se han utilizado nueve conjuntos de datos reales del proyecto KEEL [29] y una metodología de validación cruzada 5-fold. La Tabla I muestra las principales características de dichos conjuntos de datos.

Cuadro I
CONJUNTOS DE DATOS CONSIDERADOS

Conjunto de datos	Nombre	Variables	Registros
Plastic Strength	PLA	3	1650
Quake	QUA	4	2178
Electrical Maintenance	ELE	5	1056
Abalone	ABA	9	4177
Stock prices	STP	10	950
Weather Izmir	WIZ	10	1461
Weather Ankara	WAN	10	1609
Mortgage	MOR	16	1049
Treasury	TRE	16	1049

El resto de opciones utilizadas en este trabajo han sido:

- Métrica de relevancia: Rel_{RB} descartando las reglas menos relevantes.
- Transformaciones Ortogonales: SVD, PQR y OLS.
- Algoritmos de modelado: FasArt como algoritmos aproximativo y NefProx como lingüístico, parametrizados según [11].
- Métricas de interpretabilidad: NR , NMF , Inc y Sim siguiendo las recomendaciones de [9], [15].
- Algoritmo evolutivo multi-objetivo: $SPEA2$ utilizando codificación binaria, cruce HUX [30], mutación clásica [31] con probabilidad 0,2, mecanismo de prevención de incesto basado en los conceptos de CHC [30], operador de reinicialización y una población de padres que se va reduciendo progresivamente [32].

En cuanto a los planos de proyección de las soluciones finales [12], [33], [34] se presentan los resultados en el plano precisión-interpretabilidad, considerando el SBRD más preciso, el SBRD más interpretable, y SBRD en la mediana precisión-interpretabilidad.

V-B. Análisis de resultados

La Tabla II muestra los resultados medios obtenidos para todos los conjuntos de datos cuando la relevancia se estima mediante la transformación OLS, analizando el plano precisión-interpretabilidad. Específicamente se muestran las siguientes métricas: NR , NFP , Inc y Sim como medidas de interpretabilidad; ECM en entrenamiento E_{tra} y test E_{tst} ; número de reglas NR ; métrica Rel_{RB} de relevancia optimizada y relevancia media Rel_{SD} de las reglas que permanecen en el sistema tras el proceso de optimización.

La Tabla III muestra los mismos resultados para SVD y la Tabla IV para PQR.

Realizando un análisis conjunto de las soluciones alcanzadas al aplicar los tres métodos de transformación ortogonal se puede decir que:

Modelado Aproximativo.

1. **Solución más precisa:** los valores medios de la *Interpretabilidad*, el *error*, el *número de reglas* y la *Relevancia* mejoran en todos los casos, hasta alcanzar una mejoría del 26,04 % en el primer caso, del 17,03 % en el segundo caso, del 26,32 % en el caso del número de reglas, y del 9,73 % en la Relevancia.
2. **Solución en la mediana Precisión-Interpretabilidad:** la *Interpretabilidad* ha mejorado hasta un 32,88 %, el *error* se reduce hasta un 16,36 %, el *número de reglas* también mejora siempre hasta el 34,99 %, y la *Relevancia* mejora hasta el 17,09 %.
3. **Solución más interpretable:** todas las métricas estudiadas han mejorado: la *Interpretabilidad* ha mejorado hasta un 51,67 %, el *error* se ha reducido hasta el 14,56 %, el *número de reglas* ha mejorado hasta un 43,53 %, y la *Relevancia* hasta el 30,04 %.

Modelado Lingüístico.

1. **Solución más precisa:** la *Interpretabilidad* ha mejorado hasta el 47,26 %, el *error* es reducido hasta el 36,36 %, el *número de reglas* mejora hasta un 47,32 %, y la *Relevancia* siempre mejora hasta el 24,91 %.
2. **Solución en la mediana Precisión-Interpretabilidad:** la *Interpretabilidad* se ve que mejora en casi todos los casos hasta conseguir un porcentaje de mejora del 51,28 %. Lo mismo sucede con el resto de métricas estudiadas que mejoran en todos los casos hasta alcanzar un porcentaje de mejora del 35,85 % en el caso del *error*, del 51,28 % en el caso del *número de reglas*, y del 27,18 % cuando lo analizado es la *Relevancia*.
3. **Solución más interpretable:** todas las métricas mejoran: la *Interpretabilidad* ha mejorado hasta un 62,74 %, el *error* hasta un 34,29 %, el *número de reglas* hasta un 56,48 %, y la *Relevancia* hasta alcanzar una importante mejoría del 47,98 %.

En cuanto al análisis de resultados en el resto de planos la Tabla V muestra un resumen de los valores obtenidos cuando se utiliza la transformación ortogonal OLS. Aquí las relaciones son más complejas y están en consonancia con la discusión en Sección V-C.

V-C. Reglas relevantes y Precisión-Interpretabilidad

Un aspecto interesante a plantearse es ver y analizar cómo son las reglas del SBRD en el equilibrio precisión-interpretabilidad. En la metodología llevada a cabo, las reglas poco relevantes son las candidatas a no ser seleccionadas para el SBRD final. En la Tabla VI puede observarse la distribución de las reglas de los SBRD iniciales de acuerdo a su relevancia (normalizada en $[0, 1]$ y clasificado en cuatro cuartos): en general la relevancia de las reglas presente en los modelos



difusos es baja, 60% – 90%, si se considera las reglas con relevancia Baja y MediaBaja la cifra está entre el 88% y casi el 100%. En el SBRD lingüístico las cifras son algo mayores que en el aproximativo, lo cual podría ser algo sorprendente.

Estos resultados implican que en los SBRD resultantes de esta metodología, que presentarán una mejora en el equilibrio precisión-interpretabilidad, las reglas con baja relevancia van a tener, y tienen, un destacado impacto tanto cualitativamente, como cuantitativamente. Por otro lado, aproximaciones muy conocidas para la simplificación de modelos difusos como [23], [35], [36] basadas en las reglas con relevancia “alta”, o punto de ruptura en los valores de relevancia, parecen ser de difícil aplicación real si además se analizan las magnitudes de las relevancias.

En la Tabla VII se puede observar la distribución de reglas por su relevancia en el SBRD optimizado para los modelos aproximativo y lingüístico, considerando las 4 métricas de interpretabilidad, en tres puntos de optimización: mejor precisión, mejor interpretabilidad y mediana precisión-interpretabilidad. También aparece el % de las reglas del modelo inicial, de acuerdo a su relevancia, que NO han sido seleccionadas en el SBRD final. Todo esto considerando la transformación OLS para la estimación de las relevancias.

En general, estos SBRD han aumentado su ratio de reglas consideradas de baja relevancia, ahora es mayor: $\geq 92\%$, siendo algo mayor para el SBRD lingüístico. Esto es coherente con la presencia de reglas poco relevantes en el SBRD de partida, incluso teniendo en cuenta que entre el 40 – 50% de ellas han sido descartadas. Más relevante en este descarte en lo referente a reglas con Alta, MediaAlta, MediaBaja relevancia: una parte importante de estas reglas, incluidas las de alta relevancia, no son, sorprendentemente, mantenidas en el SBRD. Este aspecto resulta contraproducente: reglas con la relevancia alta no son seleccionadas en 38 – 10%, alrededor del 60% MediaAlta, etc... pero también, como se observa en las Tablas II, III y IV la relevancia de las reglas de los SBRD finalmente obtenidos ha aumentado en todos los modelos y métricas de interpretabilidad.

Aquí, de acuerdo a los resultados, se ha comprobado que la relevancia de las reglas aporta en el proceso de mejora de la precisión e interpretación preservando en el SBRD las reglas más relevantes compatibles con esto. Considerando todo lo anterior, hay una cuestión básica a afrontar: la necesidad comprender el por qué de la no selección de reglas estimadas con relevancia alta, o incluso más alta que la mayoría de aquellas que si se mantienen en el modelo. Esto implica una caracterización de estas reglas no seleccionadas a pesar de su relevancia importante para dar respuesta a preguntas como: ¿Cómo son? ¿Por qué no son seleccionadas?, así poder generar algún criterio que permita estimar o no una regla para un SBRD.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos a partir de una metodología mostrada en [10] pero introduciendo el criterio de descartar las reglas difusas menos relevantes

Cuadro VI

DISTRIBUCIÓN EN % DE REGLAS POR RELEVANCIA EN EL SBRD INICIAL

	SBRD	R_Baja	R_MediaBaja	R_MediaAlta	R_Alta
SVD	FasArt	70.24	23.35	5.36	1.06
	NefProx	88.60	6.53	3.40	1.47
PQR	FasArt	60.54	27.97	9.25	2.24
	NefProx	84.57	9.08	2.00	4.35
OLS	FasArt	94.55	4.45	0.91	0.09
	NefProx	97.54	1.98	0.36	0.12

Cuadro VII

DISTRIBUCIÓN EN % DE LAS REGLAS POR RELEVANCIA DEL SBRD OPTIMIZADO CONSIDERANDO LA TRANSFORMACIÓN ORTOGONAL OLS: DISTRIBUCIÓN DE REGLAS POR SU RELEVANCIA, Y REGLAS NO SELECCIONADAS DEL MODELO INICIAL

Inter	Modelo	SBRD	Reglas	R_Baja	R_MediaBaja	R_MediaAlta	R_Alta
NR	Mejor Inter	FasArt	SBRD	92.50	6.66	0.77	0.07
		NoSelec.	39.36	11.12	33.25	38.89	
		NefProx	SBRD	96.35	3.05	0.39	0.21
	Mejor Pre	NoSelec.	55.50	27.02	61.67	11.67	
		FasArt	SBRD	93.86	5.40	0.68	0.06
		NoSelec.	26.42	9.75	30.75	38.89	
	Mediana	NefProx	SBRD	96.86	2.65	0.30	0.18
		NoSelec.	47.23	25.12	61.67	11.67	
		FasArt	SBRD	93.48	5.75	0.71	0.07
	Pre-Inter	NoSelec.	31.36	10.92	30.75	38.89	
		NefProx	SBRD	96.69	2.77	0.34	0.19
		NoSelec.	50.85	26.31	61.67	11.67	
NFP	Mejor Inter	FasArt	SBRD	92.06	7.09	0.77	0.08
		NoSelec.	43.21	12.91	31.03	41.67	
		NefProx	SBRD	96.36	3.04	0.40	0.19
	Mejor Pre	NoSelec.	51.89	24.05	61.67	10.00	
		FasArt	SBRD	93.87	5.41	0.66	0.07
		NoSelec.	26.81	9.94	29.36	41.67	
	Mediana	NefProx	SBRD	96.82	2.67	0.31	0.19
		NoSelec.	47.38	23.81	61.67	10.00	
		FasArt	SBRD	93.29	5.92	0.72	0.07
	Pre-Inter	NoSelec.	33.78	11.49	29.36	41.67	
		NefProx	SBRD	96.67	2.79	0.35	0.19
		NoSelec.	49.12	23.81	61.67	10.00	
INC	Mejor Inter	FasArt	SBRD	93.28	5.70	0.95	0.07
		NoSelec.	30.21	10.17	31.39	33.33	
		NefProx	SBRD	96.23	3.05	0.46	0.26
	Mejor Pre	NoSelec.	53.48	31.43	65.49	11.67	
		FasArt	SBRD	93.68	5.41	0.85	0.07
		NoSelec.	26.61	9.67	31.81	38.89	
	Mediana	NefProx	SBRD	96.80	2.64	0.35	0.20
		NoSelec.	47.53	32.86	61.67	11.67	
		FasArt	SBRD	93.54	5.50	0.89	0.07
	Pre-Inter	NoSelec.	27.87	9.87	31.39	33.33	
		NefProx	SBRD	96.83	2.58	0.35	0.24
		NoSelec.	48.51	33.33	62.71	10.00	
SIM	Mejor Inter	FasArt	SBRD	92.55	6.41	0.93	0.10
		NoSelec.	43.37	18.89	35.97	33.33	
		NefProx	SBRD	96.69	2.78	0.34	0.19
	Mejor Pre	NoSelec.	47.59	24.17	61.87	10.00	
		FasArt	SBRD	93.80	5.38	0.75	0.06
		NoSelec.	26.49	10.02	32.11	47.22	
	Mediana	NefProx	SBRD	96.85	2.66	0.30	0.19
		NoSelec.	46.94	24.40	62.71	10.00	
		FasArt	SBRD	93.21	5.86	0.85	0.08
	Pre-Inter	NoSelec.	35.69	14.12	33.19	38.89	
		NefProx	SBRD	96.85	2.66	0.30	0.19
		NoSelec.	46.99	24.40	62.71	10.00	

durante el proceso. Esto se ha traducido en la generación SBRD que, en general, mejoran sus prestaciones de precisión, interpretabilidad y relevancia en los modelos considerados: Mejor Precisión, Mejor Interpretabilidad y Mediana Precisión-Interpretabilidad. Analizando las reglas que son incluidas en esos modelos, se observa el hecho sorprendente de que reglas con una relevancia estimada alta, o al menos más alta que la mayoría de las seleccionadas, no son mantenidas en el SBRD. Conocer cómo son estas reglas, su caracterización y la razón de su no permanencia en el SBRD es una de las tareas actualmente en desarrollo. Por otro lado, estos modelos están formados de forma abrumadora por reglas consideradas poco relevantes, analizar que características tienen, y por qué son elegidas durante el proceso en contraposición a las relevantes

pero no que son eliminadas en el SBRD final, es la línea de trabajo a muy corto plazo.

REFERENCIAS

- [1] J. Kacprzyk, W. Pedrycz, Springer Handbook of Computational Intelligence, Springer, 2015.
- [2] A. Konar, Computational Intelligence: Principles, techniques and applications, Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [3] F. O. Karray, C. d. De Silva, Soft Computing and Intelligent Systems Design. Theory, Tools and Applications, Addison Wesley, 2004.
- [4] J. Alcalá-Fdez, J. Alonso, A survey of fuzzy systems software: taxonomy, current research trends and prospects, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 24 (1) (2016) 40 – 56.
- [5] L. Magdalena, Fuzzy Rule-Based Systems, in: Springer Handbook of Computational Intelligence, Springer, 2015, pp. 203 – 218.
- [6] A. Fernández, V. López, M. J. del Jesus, F. Herrera, Revisiting evolutionary fuzzy systems: Taxonomy, applications, new trends and challenges, Knowledge-Based Systems 80 (2015) 109–121.
- [7] J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera, L. Magdalena, Accuracy improvements to find the balance interpretability-accuracy in fuzzy modeling: An overview, in: J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera, L. Magdalena (Eds.), Accuracy Improvements in Linguistic Fuzzy Modelling, Vol. 129 of Studies in Fuzziness and SoftComputing, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003, pp. 3–24.
- [8] J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera, L. Magdalena, Interpretability improvements to find the balance interpretability-accuracy in fuzzy modeling: An overview, in: J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera, L. Magdalena (Eds.), Interpretability Issues in Fuzzy Modelling, Vol. 128 of Studies in Fuzziness and SoftComputing, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003, pp. 3–22.
- [9] J. M. Alonso, C. Castiello, C. Mencar, Interpretability of fuzzy systems: Current research trends and prospects, in: Springer Handbook of Computational Intelligence, Springer, 2015, pp. 219–237.
- [10] M. I. Rey, M. Galende, M. J. Fuente, G. I. S. Palmero, Multi-objective based fuzzy rule based systems (frbss) for trade-off improvement in accuracy and interpretability: A rule relevance point of view, Knowledge-Based Systems 127 (2017) 67–84. doi:10.1016/j.knosys.2016.12.028. URL <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2016.12.028>
- [11] M. Galende, M. J. Gacto, G. Sainz, R. Alcalá, Comparison and design of interpretable linguistic vs. scatter FRBSs: Gm3m generalization and new rule meaning index for global assessment and local pseudo-linguistic representation, Information Sciences 282 (2014) 190–213.
- [12] M. Galende, G. I. Sainz, M. J. Fuente, Complexity reduction and interpretability improvement for fuzzy rule systems based on simple interpretability measures and indices by bi-objective evolutionary rule selection, Soft Computing 16 (3) (2012) 451 – 470.
- [13] M. Fazzolari, R. Alcalá, Y. Nojima, H. Ishibuchi, F. Herrera, A review of the application of multiobjective evolutionary fuzzy systems: Current status and further directions, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 21 (2013) 45 – 65.
- [14] O. Cordón, A historical review of evolutionary learning methods for mamdani-type fuzzy rule-based systems: Designing interpretable fuzzy systems, International Journal of Approximate Reasoning 52 (2011) 894 – 913.
- [15] M. J. Gacto, R. Alcalá, F. Herrera, Interpretability of linguistic fuzzy rule-based systems: An overview of interpretability measures, Information Sciences 181 (2011) 4340 – 4360.
- [16] J. M. Alonso, L. Magdalena, G. González-Rodríguez, Looking for a good fuzzy system interpretability index: An experimental approach, International Journal of Approximate Reasoning 51 (1) (2009) 115 – 134.
- [17] C. Mencar, A. Fanelli, Interpretability constraints for fuzzy information granulation, Information Sciences 178 (24) (2008) 4585 – 4618.
- [18] S.-M. Zhou, J. Q. Gan, Low-level interpretability and high-level interpretability: a unified view of data-driven interpretable fuzzy system modelling, Fuzzy Sets and Systems 159 (2008) 3091 – 3131.
- [19] S.-M. Zhou, J. M. Garibaldi, R. I. John, F. Chiclana, On constructing parsimonious type-2 fuzzy logic systems via influential rule selection, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 17 (3) (2009) 654 – 667.
- [20] M. Setnes, Simplification and reduction of fuzzy rules, in: J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera, L. Magdalena (Eds.), Interpretability Issues in Fuzzy Modelling, Vol. 128 of Studies in Fuzziness and SoftComputing, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003, pp. 278–302.
- [21] G. H. Golub, C. F. Van Loan, Matrix computations, Vol. 3, JHU Press, 2012.
- [22] S. Destercke, S. Guillaume, B. Charnomordic, Building an interpretable fuzzy rule base from data using orthogonal least squares - Application to a depollution problem, Fuzzy Sets and Systems 158 (18) (2007) 2078 – 2094.
- [23] J. Yen, L. Wang, Simplifying fuzzy rule-based models using orthogonal transformation methods, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B: Cybernetics 29 (1) (1999) 13–24.
- [24] I. H. Witten, E. Frank, M. A. Hall, Data Mining: Practical machine learning tools and techniques, 3rd Edition, Morgan Kaufmann, 2011.
- [25] F. Herrera, Genetic fuzzy systems: Taxonomy, current research trends and prospects, Evolutionary Intelligence 1 (2008) 27 – 46.
- [26] J. M. Cano Izquierdo, Y. A. Dimitriadis, E. Gómez Sánchez, J. López Coronado, Learning from noisy information in FasArt and Fasback neuro-fuzzy systems, Neural Networks 14 (4-5) (2001) 407–425.
- [27] D. Nauck, R. Kruse, Neuro-fuzzy systems for function approximation, Fuzzy Sets and Systems 101 (2) (1999) 261–271.
- [28] E. Zitzler, M. Laumanns, L. Thiele, SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization, in: Proc. Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems, Barcelona, Spain, 2001, pp. 95–100.
- [29] J. Alcalá-Fdez, L. Sánchez, S. García, M. J. del Jesus, S. Ventura, J. M. Garrell, J. Otero, C. Romero, J. Bacardit, V. M. Rivas, J. C. Fernández, F. Herrera, KEEL: a software tool to assess evolutionary algorithms for data mining problems, Soft Computing 13 (3) (2009) 307 – 318.
- [30] L. J. Eshelman, The CHC adaptive search algorithm : How to have safe search when engaging in nontraditional genetic recombination, Foundations of Genetic Algorithms 1 (1991) 265–283.
- [31] H. Ishibuchi, T. Murata, I. B. Türksen, Single-objective and two-objective genetic algorithms for selecting linguistic rules for pattern classification problems, Fuzzy Sets and Systems 89 (2) (1997) 135 – 150.
- [32] R. Alcalá, M. J. Gacto, F. Herrera, J. Alcalá-Fdez, A multi-objective genetic algorithm for tuning and rule selection to obtain accurate and compact linguistic fuzzy rule-based systems, International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems 15 (5) (2007) 539 – 557.
- [33] C. H. Nguyen, V. T. Hoang, V. L. Nguyenc, A discussion on interpretability of linguistic rule based systems and its application to solve regression problems, Knowledge-Based Systems 88 (2015) 107 – 133.
- [34] M. Antonelli, P. Ducange, B. Lazzarini, F. Marcelloni, Learning knowledge bases of multi-objective evolutionary fuzzy systems by simultaneously optimizing accuracy, complexity and partition integrity, Soft Computing 15 (12) (2011) 2335 – 2354.
- [35] M. Setnes, R. Babuška, Rule base reduction: Some comments on the use of orthogonal transforms, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews 31 (2) (2001) 199 – 206.
- [36] R. Babuska, Fuzzy Modeling for Control, Kluwer Academic Press, 1998.