



---

**Universidad de Valladolid**

**Facultad de Ciencias Económicas y  
Empresariales**

**Trabajo de Fin de Grado**

**Grado en Marketing e Investigación de  
Mercados**

**Publicidad cooperativa y  
periodicidad en las decisiones  
de precios y esfuerzos  
publicitarios**

Presentado por:

***Pablo Medina Gilsanz***

Tutelado por:

***Guiomar Martín Herrán***

*Valladolid, 17 de Junio de 2020*

## **Resumen:**

El presente trabajo analiza la periodicidad óptima con la cual deben realizarse las elecciones de los valores del precio del producto y del esfuerzo publicitario en la comercialización de un producto en un canal de distribución. El estudio se realiza utilizando la teoría de juegos y la herramienta denominada publicidad cooperativa. De las distintas opciones presentadas en Karray (2013) según quien ejerce la figura de líder, en este trabajo, nos centramos en el caso en el que las empresas siguen un juego de Stackelberg con la empresa mayorista como líder del canal de distribución, por ser la estructura de canal más habitual en la literatura.

Este trabajo se centra en estudiar el importante papel que juegan las distintas eficacias publicitarias de los agentes en las campañas promocionales a la hora de establecer cuál será el escenario óptimo para el líder del canal. Además, en los diferentes escenarios elegibles se concluirá que el escenario que más beneficia al mayorista (líder) también beneficia al vendedor al detalle (seguidor) y, por tanto, al conjunto del canal.

**Palabras Clave:** teoría de juegos, publicidad cooperativa, canal de distribución, secuencia de decisiones.

**Códigos JEL:** C72, M37, L81

## **Abstract**

The current study analyses the optimal periodicity with which the choices of the values of the product price and advertising effort should be made in the marketing of a product in a distribution channel. The study is carried out using game theory and the tool called cooperative advertising. From the different options presented in Karray (2013) according to who exercises the leadership, in this study, we focus on the case in which companies play a Stackelberg game with the manufacturer as the leader of the distribution channel, as this is the channel structure most often studied in literature.

This study focuses on studying the important role played by the different advertising efficiencies of agents in promotional campaigns when establishing

the optimal scenario for the channel leader. Furthermore, in the different feasible scenarios, it will be concluded that the scenario that benefits most the manufacturer (leader) also benefits the retailer (follower) and, therefore, the channel as a whole.

**Keywords:** Game theory, cooperative advertising, distribution channel, decision sequence.

**JEL codes:** C72, M37, L81

## INDICE DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	5
1.1. Teoría de Juegos .....	6
1.2. Publicidad Cooperativa .....	10
1.3. Vínculo entre teoría de juegos y publicidad cooperativa .....	12
2. ESTUDIO DE LOS CANALES DE MARKETING .....	13
2.1. Modelos Estáticos .....	13
2.1.1. Modelos solo con publicidad.....	13
2.1.2. Modelos con publicidad y precios .....	17
2.2. Modelos Dinámicos.....	17
3. MODELO DE SALMA KARRAY (2013) .....	18
3.1. Características del Modelo.....	19
3.1.1. Efecto de cambios en la eficacia de la actividad publicitaria.....	22
4. CONCLUSIONES .....	30
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	32
ANEXO I.....	34
ANEXO II.....	37

## 1. INTRODUCCIÓN

El objetivo principal del trabajo que a continuación se desarrolla será el análisis de cómo la publicidad cooperativa, acuerdo comercial entre empresas para el desarrollo de campañas publicitarias, puede mejorar los beneficios de los miembros del canal de distribución, tanto del mayorista como del minorista. Más específicamente se estudiará la publicidad cooperativa y su relación con la elección óptima que realizará el líder del canal de distribución sobre el orden en el cual deben elegirse los precios de venta al por mayor y venta al público, y los esfuerzos de marketing empleados para estimular la demanda del producto, con el objetivo último de maximizar los beneficios. El análisis se llevará a cabo utilizando la metodología de teoría de juegos y de entre las distintas opciones para el liderazgo del canal se llevará a cabo el estudio cuando el mayorista es el líder del canal. Esta es la estructura de canal que se utiliza más frecuentemente en la literatura.

El estudio considera tres diferentes escenarios factibles en relación al orden en el que los miembros del canal toman sus decisiones de precio y de publicidad. Primero, ambas decisiones se toman simultáneamente; segundo, en primer lugar se deciden los precios y posteriormente, los esfuerzos publicitarios; tercero, primeramente se decide la publicidad y después, los precios. Considerando que el mayorista actúa como líder del canal se pretende analizar que situaciones son más beneficiosas para cada miembro del canal, así como para ambos, poniendo un énfasis especial en las actividades publicitarias y la denominada publicidad cooperativa. Debido a la continua evolución que presenta la inversión en el sector publicitario en los últimos años, consideramos que es de interés, estudiar como ambos miembros del canal de distribución desarrollan su actividad publicitaria buscando que dicha inversión sea lo más eficiente posible y buscando unos mayores beneficios para ambos partícipes en el acuerdo publicitario. .

La parte central de este estudio toma como punto de partida uno de los modelos de teoría de juegos planteado por Karray (2013). En todos los modelos se consideran las variables mencionadas, tanto el precio de venta al por mayor como el precio de venta al público, así como esfuerzos de

marketing. Estos últimos se entienden como toda actividad relacionada en menor o mayor grado con el marketing empresarial y no relacionada con el precio del producto. Se considera un canal de distribución formado por un fabricante o mayorista y un minorista. Ambos miembros del canal toman decisiones tanto sobre precios como sobre esfuerzo publicitarios por ambas partes pertenecientes al canal. Karray (2013) considera tres escenarios que se corresponden con tres tipos diferentes de estructura de canal, según los miembros del mismo tomen las decisiones de forma simultánea o secuencialmente, y en este último caso, según sea el mayorista o el minorista quien ejerza el liderazgo del canal. En este trabajo nos centramos en el escenario en el que el fabricante es el líder del canal. Así, el fabricante y el minorista juegan un juego de Stackelberg con el mayorista actuando como líder y el minorista como seguidor. El fin último es, en primer lugar, determinar cuál es la periodicidad en la elección de dichas variables, precios y esfuerzos publicitarios, que elegirá el mayorista, como líder del canal, para obtener los mayores beneficios posibles. En segundo lugar, analizar si la elección del mayorista beneficia o perjudica al minorista, y por último, a los beneficios totales del canal.

Con motivo de lograr una mejor comprensión del modelo que será la base de este trabajo, previamente consideramos pertinente hacer una breve presentación de los conceptos fundamentales en lo que a la teoría de juegos y los modelos de publicidad cooperativa se refieren, así como la relación existente entre ambos conceptos.

### **1.1. Teoría de Juegos**

Una de las metodologías adecuadas para el estudio de la publicidad cooperativa entre empresas o marcas es la teoría de juegos. Por esta razón, a continuación, se hace una breve descripción sobre qué es y sus características principales, para más tarde poder desarrollar con mayor facilidad el modelo principal sobre el que se trabajará en este documento.

La teoría de juegos es un método matemático que consiste en la resolución de problemas en los que los participantes se enfrentan a un problema en el cual tienen diferentes posibles elecciones y su elección dependerá de la decisión que tomen los otros participantes o en la terminología de esta teoría, los otros jugadores (Von Neumann y Morgenstern (1944)). Cada jugador busca una solución óptima para su propio interés de dicho problema de elección.

En pocas palabras, es una teoría que estudia el comportamiento estratégico<sup>1</sup> cuando dos o más jugadores interactúan entre sí y sus decisiones se eligen en función de las decisiones de los demás. El problema de esta elección radica en que los jugadores no saben que elección tomarán los otros individuos, y los beneficios y costes de esta elección no están fijados previamente, sino que dependerá de la decisión escogida por los otros jugadores. Los jugadores (empresas, marcas o personas).

Tratarán de maximizar sus beneficios teniendo en cuenta las actuaciones racionales que puedan realizar los demás participantes. Cada uno de los jugadores posee unas posibles vías de actuación o estrategias, cada una de las cuales lleva asociada una recompensa. Las recompensas que obtienen los jugadores se denominan pagos que obtienen al finalizar el juego, y estos pagos no tienen por qué ser siempre beneficios monetarios. Estos pagos se recogen en la matriz de pagos, como ilustra el siguiente ejemplo, y que se corresponde con la representación de todas las posibles combinaciones de estrategias, jugadores y pagos:

¿UTILIZAR PUBLICIDAD O NO?		EMPRESA `B`	
		PUBLICIDAD	NO PUBLICIDAD
EMPRESA `A`	PUBLICIDAD	2, 2	10, 1
	NO PUBLICIDAD	1, 10	5, 5

<sup>1</sup> BBC (2015): ¿Qué es exactamente la teoría de juegos? Disponible en: [https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220\\_teoría\\_de\\_juegos\\_que\\_es\\_finde\\_dv](https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220_teoría_de_juegos_que_es_finde_dv).

Una de las principales aplicaciones de la teoría de juegos es en el campo de la economía, si bien también se ha utilizado en otras disciplinas tales como la ciencia política, la biología, la filosofía, la medicina e incluso la estrategia militar.

Pueden distinguirse dos tipos de juegos: los cooperativos y los no cooperativos. En los juegos no cooperativos los propios jugadores no llegan a ningún acuerdo previo, se encargan de buscar su propio beneficio sin tener en cuenta los intereses de los demás jugadores, eligiendo la mejor estrategia posible para maximizar ese beneficio. En cambio, en los juegos cooperativos, los jugadores forman alianzas previas a la formulación del juego para obtener un beneficio común y elegir la mejor opción para ambos dentro de la mejor matriz de pagos, constituyendo el fin de formar estas alianzas. El problema principal radica en cómo realizar el reparto de las ganancias, lo que constituye el foco de la teoría en este tipo de juegos.

En cada juego pueden existir diferentes tipos de estrategias que llevan aparejadas distintos equilibrios. Las estrategias más comunes son las denominadas estrategias dominantes, se trata de estrategias óptimas que las empresas elegirán sea cual sea la estrategia que escoja la otra empresa, este tipo de estrategia es propia de los juegos no cooperativos. En el ejemplo anterior, recogido en la matriz de pagos, la empresa `A` siempre elegirá utilizar publicidad, independientemente de que opción escoja la empresa `B`, debido a que será la estrategia que mayores beneficios le otorgará independientemente de la decisión de `B`. Cuando ambos jugadores poseen una estrategia dominante existe un equilibrio dominante, aunque puede darse el caso que ninguno posea una estrategia dominante.

Puede decirse que el concepto de equilibrio más relevante y con uso más extendido en la literatura de teoría de juegos se debe a John Nash, matemático estadounidense, quien en su artículo "Equilibrium points in n-person games" (1950), desarrolló el llamado "Equilibrio de Nash", por el cual se le otorgó el



premio Nobel de Economía en 1994<sup>2</sup>. A continuación, se recoge una definición de este concepto de equilibrio:

*“Un equilibrio de Nash de un juego es un compromiso que ninguna de las partes puede romper unilateralmente sin perder. Es decir, si alguno de los jugadores quiere romper el pacto y lo hace unilateralmente, se arriesga a ganar por debajo de lo que hubiese ganado manteniendo el compromiso acordado”*  
(Nash, 1950, pp. 48-49)

En otras palabras, en un equilibrio de Nash cada jugador elige su estrategia más beneficiosa para él, suponiendo que los otros jugadores elijan las estrategias que también les resultan más beneficiosas. Esta situación no implica que jugando este equilibrio se consiga el mayor beneficio para el conjunto de jugadores, pero sí que si deciden cambiar su elección ninguno conseguirá su mayor beneficio. Este resultado se ilustra en la formalización del juego conocido como “Dilema del Prisionero”<sup>3</sup>.

Otro concepto de equilibrio también muy utilizado en la literatura es el conocido como “*Equilibrio de Stackelberg*”<sup>4</sup>, en el que los jugadores en lugar de tomar sus decisiones de forma simultánea, como sucede en el equilibrio de Nash, lo hacen de forma secuencial. Este tipo de equilibrio se utiliza frecuentemente, por ejemplo, cuando la actividad del negocio se enmarca en una estructura de mercado que es un duopolio. En particular, en el caso de un canal de marketing cuando uno de los miembros del canal adopta la posición de líder y tiene una posición dominante dentro del canal, ya sea el que ejerce la figura de mayorista, el caso más frecuente, o la de minorista. Este tipo de equilibrio se presenta en modelos que se desarrollan en diferentes etapas, es decir, los denominados juegos secuenciales en los que el jugador que cuenta con la posición de liderazgo actúa primero teniendo en cuenta las decisiones que pueda realizar el seguidor en función de la decisión que el líder realice. Una

---

<sup>2</sup> El País (2002): *El cerebro de un científico esquizofrénico*. Disponible en: [https://elpais.com/diario/2002/02/17/domingo/1013921556\\_850215.html](https://elpais.com/diario/2002/02/17/domingo/1013921556_850215.html), [consulta: 29/03/2020].

<sup>3</sup> BBC (2015): ¿Qué es exactamente la teoría de juegos? Disponible en: [https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220\\_teor%C3%ADa\\_de\\_juegos\\_que\\_es\\_finde\\_dv](https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220_teor%C3%ADa_de_juegos_que_es_finde_dv)

<sup>4</sup> Jørgensen, S. y Zaccour, G. (2014): «A Survey of Game-Theoretic Models of Cooperative Advertising», *European Journal of Operational Research*, 237, pp. 1-14.

vez el líder del canal anuncia su estrategia, el otro jugador, el denominado seguidor, actúa seguidamente según el anuncio del líder. Finalmente, el líder tomará su decisión óptima, conociendo la decisión del seguidor.

Este tipo de equilibrio se explicará más adelante con mayor detalle debido a que el desarrollo principal de este trabajo tiene como base el modelo planteado y analizado en Karray (2013). Este artículo considera tres escenarios diferentes, uno en el cual el mayorista actúa como líder del canal, otro en el que el líder es el minorista, y un tercero en el que ambos miembros del canal juegan de forma simultánea, y determinan un equilibrio de Nash.

Puede decirse que la teoría de juegos actualmente es una de las bases de gran parte de teorías económicas y metodologías de análisis de interacciones estratégicas en el ámbito empresarial. También supone una forma sistemática de ejecutar estrategias publicitarias de las empresas como se desarrollará más adelante.

## **1.2. Publicidad Cooperativa**

Otro de los conceptos fundamentales de este trabajo y que se desarrollará de manera más extendida es el de publicidad cooperativa. La publicidad cooperativa es un concepto ampliamente utilizado en el mundo empresarial a lo largo de los últimos años, y podría definirse como un tipo de práctica publicitaria en la cual dos o más empresas llegan a un acuerdo para cooperar en busca de un mismo objetivo, más concretamente, generar mayores beneficios para ambos compartiendo gastos en la actividad publicitaria (Aust y Busher (2014)). Diferentes estudios recogen distintos tipos de publicidad cooperativa (Aust y Buscher (2014)), como la publicidad cooperativa vertical y la publicidad cooperativa horizontal.

- Publicidad cooperativa vertical: En el marco de la relación entre un fabricante y un minorista dentro del mismo canal de distribución, en este caso el fabricante se presta a soportar un porcentaje específico de los gastos publicitarios del minorista. Este minorista presta un apoyo publicitario al fabricante a nivel más local del que podría

conseguir el fabricante, y este último establece una serie de pautas y directrices, mientras que el minorista se ocupa de preparar esta publicidad y organizarla en sus establecimientos. La actitud publicitaria del fabricante se centra en desarrollar una imagen de marca, generando mayor reputación, y la del minorista en incrementar las ventas, dando mayor importancia a las promociones y precios, con el objetivo de aumentar la demanda real de los consumidores.

- Publicidad cooperativa horizontal: Este tipo de práctica es muy similar a la publicidad cooperativa vertical, la diferencia radica, esencialmente, en que ambas empresas se encuentran en el mismo nivel en la cadena de distribución, y por ello, normalmente se dedicarían al desarrollo de su actividad como competidores. En este caso la publicidad ya no es sobre la marca, sino sobre la categoría de productos que se ofrecen en el mercado frente a otra categoría de productos, beneficiándose ambos miembros de la cadena frente a terceros.

Este tipo de prácticas no tienen por qué darse permanentemente, y pueden darse de forma puntual en determinadas campañas para productos específicos.

A lo largo de este trabajo analizaremos más detalladamente la práctica de la publicidad cooperativa vertical entre un mayorista y un minorista. Esta práctica genera una gran cantidad de beneficios para ambas partes del canal, dotando al minorista de un mayor apoyo, con amplios presupuestos a la hora de implantar publicidad en su negocio, y permite al mayorista obtener cuotas más baratas de publicidad a nivel local que en otras circunstancias no alcanzaría. Junto a este tipo de ventajas, también se presentan una serie de inconvenientes, como excesivos requisitos por parte del fabricante en lo que a imagen y estilo en el desarrollo de la publicidad implantada por el minorista se refiere, o que la actuación del minorista afecte de forma sustancial a la imagen del mayorista. Todos estos aspectos se abordarán más adelante en la Sección 3, en el desarrollo del núcleo de este trabajo.

### **1.3. Vínculo entre teoría de juegos y publicidad cooperativa**

Una vez presentados someramente algunos de los principales conceptos sobre la teoría de juegos y la publicidad cooperativa, se pone el foco ahora en la vinculación existente entre ambos. Anteriormente se citaron algunos de los campos en los que se puede aplicar la teoría de juegos, siendo uno de ellos el mundo empresarial de los negocios, y más concretamente, la faceta publicitaria de este campo.

Al realizarse acuerdos entre distintas empresas o marcas, de aquí en adelante jugadores, respecto a aspectos publicitarios de sus productos, ya sea en la relación entre un mayorista y un minorista o entre jugadores en el mismo nivel del canal de distribución, la teoría de juegos tiene un papel relevante para determinar la inversión publicitaria que más beneficie a ambos, es decir, la inversión óptima que permita que ambos jugadores alcancen los mejores resultados.

Específicamente esta teoría permitirá llevar a cabo un análisis sobre las posibles actuaciones que puedan realizar los jugadores y por consiguiente los posibles efectos de éstas. En este trabajo se analizará en detalle y se llevará a cabo análisis adicionales utilizando el modelo propuesto por Salma Karray en ``Periodicity of pricing and marketing efforts in a distribution channel`` (2013). Este artículo considera un canal de distribución donde uno de los jugadores ejercerá la labor de líder del canal o donde ambos jugadores elegirán de manera simultánea entre sus alternativas sobre los precios y sobre la periodicidad óptima con la que se aplican los esfuerzos de marketing. Este último término se refiere al presupuesto que destinan las empresas a actividades no relacionadas con el precio, como actividades de comercialización, publicidad local, exhibiciones, ferias comerciales, etc.

Antes de presentar el modelo de Karray (2013) y para ubicarlo más fácilmente en la literatura sobre publicidad cooperativa, a continuación, se presentan los modelos matemáticos desarrollados por otros autores, y que plantean las bases de este tipo de estudios.

## **2. ESTUDIO DE LOS CANALES DE MARKETING**

A partir de ahora todo el trabajo se concentra en el análisis del canal más sencillo posible, en el que únicamente existe un mayorista que distribuye un producto o presta un servicio a un único minorista de manera exclusiva, es decir, sin competencia. De esta forma se tiene un canal bilateral, estudiado muy ampliamente en la literatura sobre publicidad cooperativa por su simplicidad.

Al realizar un análisis de los modelos que permiten estudiar estos canales conviene hacer una diferenciación entre los modelos estáticos y los modelos dinámicos (Jørgensen y Zaccour (2014)).

### **2.1. MODELOS ESTÁTICOS**

La principal característica de los modelos estáticos es que tanto el mayorista como el minorista actúan únicamente en un periodo, sus decisiones estratégicas se dan en un entorno muy estable y no tienen consecuencias determinantes en periodos futuros.

El análisis de los modelos estáticos se realiza en dos grupos, dependiendo de que sólo se tomen decisiones de publicidad o de que se elijan tanto la publicidad como los precios.

#### **2.1.1. Modelos solo con publicidad**

Las principales aportaciones y bases de este modelo con publicidad fueron establecidas por Paul D. Berger en un artículo de 1972 publicado en *Journal of Marketing Research* y titulado "Vertical Cooperative Advertising Ventures". Este autor demostró que se pueden obtener mayores ganancias en comparación al modelo más simplificado de dividir costos a partes iguales, cuando se pone en marcha un sistema de publicidad cooperativa entre ambos jugadores en el que el mayorista o fabricante se compromete a dar una

contraprestación al minorista, para que éste pueda realizar actividades publicitarias sobre los productos o servicios que el mayorista oferta en el desarrollo de su actividad empresarial.

A continuación, se recogen las funciones de ingresos y costes de ambos miembros del canal:

	Ingresos	Costes esfuerzos publicitarios
<b>Mayorista</b>	$J_m(S) = (W - S - C)D(a)$	$C(A) = \frac{K}{2}A^2$
<b>Minorista</b>	$J_r(a) = (\pi + S - W)D(a) - a.$	$c(a) = \frac{k}{2}a^2$

**Tabla 2.1:** Funciones de ingresos y costes publicitarios en el modelo con sólo publicidad de Berger (1972)

donde se ha utilizado la siguiente notación:

- **W:** Precio que cobra el mayorista al minorista por unidad vendida (precio al por mayor)
- **S:** Asignación publicitaria que paga el mayorista al minorista por unidad vendida (tasa de publicidad cooperativa)
- **C:** Coste unitario al que produce el mayorista
- **D(a):** Ventas al consumidor
- **A:** Esfuerzo publicitario del mayorista
- **a:** Esfuerzo publicitario del minorista
- **π:** Margen minorista previo al pago al mayorista y recibir su asignación publicitaria de parte del mayorista

Las funciones de beneficios, tanto del mayorista como del minorista, teniendo en cuenta la parte de gastos publicitarios que cubren cada uno de los jugadores son las siguientes:

<b>Beneficios del Mayorista</b>	$J_f = \pi D - S \frac{ka^2}{2} - \frac{KA^2}{2}$
<b>Beneficios del Minorista</b>	$J_m = \pi D - (1 - S) \frac{ka^2}{2}$

**Tabla 2.2:** Funciones de beneficios en el modelo sólo con publicidad de Berger (1972)

donde se ha utilizado la siguiente notación:

- $J_f$ : Función de beneficios del fabricante.
- $J_m$ : Función de beneficios del minorista.
- $\Pi$  = Margen del fabricante.
- $\pi$  = Margen del minorista.
- $S$  = Porcentaje de los gastos publicitarios del minorista cubiertos por el fabricante.
- $\frac{KA^2}{2}$  = Gastos publicitarios del fabricante.
- $\frac{ka^2}{2}$  = Gastos publicitarios del minorista.
- $D$  = demanda de los consumidores

Con las funciones de beneficios anteriormente detalladas se puede realizar el estudio de diferentes escenarios según quién posea la posición de líder dentro del canal, si deciden actuar de forma conjunta o las decisiones se toman de forma simultánea sin ningún líder en el canal:

- **Juego de Stackelberg con el fabricante como líder:** En este escenario el fabricante es el líder del canal y, por lo tanto, el primero en tomar las decisiones. Así, en primer lugar, decidirá el esfuerzo publicitario que va a realizar junto a la contraprestación que otorgará al minorista. Posteriormente, el minorista elegirá el esfuerzo publicitario en publicidad local que le proporcione el máximo beneficio. El esfuerzo publicitario del minorista queda definido entonces por  $[a = f(S, A)]$  que depende del subsidio concedido por el fabricante y del esfuerzo publicitario de este último. El mayorista o fabricante maximizará sus beneficios teniendo en cuenta la respuesta que realice el minorista.
- **Juego de Nash:** En este segundo escenario no existe la figura del líder del canal, las decisiones se tomarán de manera simultánea sin previo acuerdo entre ambos miembros del canal. Este escenario se ha utilizado recurrentemente en la literatura debido a la creciente

pérdida de poder que sufren muchos mayoristas en los últimos años y al de ciertos canales de suministros. En estos casos, estos mayoristas pierden poder frente al resto de participantes del canal, e incluso en algunos casos el minorista puede pasar a ser el líder (Juego de Stackelber con el minorista como líder).

- **Optimización conjunta:** El último escenario es en el que ya no tampoco existe un líder porque ambos partícipes acuerdan actuar de forma conjunta a la hora de decidir, es decir, existe un único decisor. El inconveniente de este planteamiento se da en el momento de repartir las ganancias resultantes de sus estrategias.

Las principales conclusiones extraídas por Berger (1972) en su estudio son:

- Los esfuerzos publicitarios realizados por ambos miembros del canal son mayores o iguales en el juego de Nash que en el juego de Stackelberg con el fabricante como líder. Por otro lado, si ambos deciden actuar de forma conjunta integrando verticalmente el canal, su esfuerzo publicitario será considerablemente mayor.

$$a^N \leq a^S < a^*$$

- La demanda de ambos miembros del canal aumenta con las acciones publicitarias y al ser los esfuerzos mayores al actuar de forma conjunta, la demanda por parte de los consumidores será mayor en el escenario de optimización conjunta.

$$D^N < D^S < D^*$$

- De los dos puntos anteriores puede concluirse que los jugadores obtienen mejores resultados en global actuando de forma conjunta que en los otros dos escenarios y, por tanto, el beneficio total del canal es mayor. Como ya se ha señalado anteriormente, el problema es el reparto de estos beneficios de una forma equilibrada al actuar ambos como una sola empresa. Algunos autores para resolver este



problema han incluido un modelo de negociación entre ambos participantes como Nash (1950), Harsanyi y Selten (1972), Eliashberg (1986) y Aust y Buser (2012).

### 2.1.2. Modelos con publicidad y precios

Estos modelos pueden verse como extensiones del modelo anterior, en los que no sólo se incluye el esfuerzo publicitario realizado por el mayorista y el minorista, sino que también se tiene en cuenta una nueva variable, en este caso, la variable precio de venta del producto ( $p$ ). La función de demanda viene descrita en este caso como:  $D = f(a, A, p)$ .

El modelo que se analizará en detalle más adelante en este trabajo, y que como ya se ha señalado anteriormente se basa en el presentado en Karray (2013), pertenece a esta clase de modelos con publicidad y precios. En este modelo cada jugador puede decidir de forma simultánea o secuencial la inversión en publicidad y el precio al por mayor o al consumidor, considerando un juego de Stackelberg, primero, en el que el mayorista es el líder, segundo, cuando el líder del canal es el minorista; y tercero, cuando no hay un líder en el canal de distribución y sus miembros juegan simultáneamente (juego de Nash).

## 2.2. MODELOS DINÁMICOS

La principal diferencia con los modelos estáticos reside en que los juegos dinámicos se desarrollan a lo largo de diferentes periodos y no sólo en un único periodo como los primeros. Por lo tanto, los modelos dinámicos cuentan con la ventaja de que permiten observar cómo actúan variables cuyo rendimiento se muestra a largo plazo. Esto sucede, por ejemplo, en el caso de la publicidad global del mayorista, destinada por norma general a crear una imagen de marca y no tan destinada al aumento de las ventas de la empresa. El estudio de los modelos dinámicos es mucho más complejo que el de los estáticos y

requiere técnicas matemáticas que exceden fuertemente los objetivos de este trabajo.

### **3. MODELO DE SALMA KARRAY (2013)**

El crecimiento de la inversión publicitaria<sup>5</sup> a lo largo de los últimos años ha cambiado la forma en el que las empresas estructuran su presupuesto en el desarrollo de su actividad comercial, tanto de medios convencionales de marketing relacionados con el precio como, con especial relevancia, métodos no convencionales, es decir, métodos que no intentan cambiar la percepción del precio por parte de los consumidores sino cambiar la percepción que poseen los consumidores a cerca de la empresa en cuestión.

A pesar de que no es un método tan reciente, la publicidad cooperativa ha tenido una fuerte irrupción en los canales de suministros entre las empresas recientemente cambiando, aún más si cabe, la forma de fijar los presupuestos destinados a acciones publicitarias, teniendo que tomar las empresas diferentes decisiones sobre si realizar estas acciones de forma unilateral o de forma conjunta con otras empresas. Es en este último aspecto, realizar las acciones publicitarias de forma conjunta donde radica la cuestión principal: en qué proporción una empresa debe apoyar las acciones publicitarias de otra empresa para salir beneficiadas ambas y, una vez fijada esta participación, cómo deben decidir las empresas los precios y los presupuestos publicitarios. Primero las empresas, deben decidir cuanto presupuesto destinan a la actividad publicitaria y después fijar los precios; o fijar primero el precio del producto y posteriormente el presupuesto publicitario para hacer más atractivo el producto; o decidir simultáneamente ambas a la vez.

A continuación, analizaremos la periodicidad con la que deben aplicarse ambas variables, dentro del modelo establecido por Karray (2013), según las distintas eficacias publicitarias de las empresas pertenecientes al canal de suministros.

---

<sup>5</sup> InfoAdex (2019): Estudio InfoAdex de la inversión publicitaria en España 2019. Disponible en: <https://www.infoadex.es/home/estudio-infoadex-de-la-inversion-publicitaria-en-espana-2019/> [consulta: 9/04/2020]

### 3.1. CARACTERISTICAS DEL MODELO

Como ya se explicó en la Subsección 2.1.2, modelos con publicidad y precios, el modelo presentado en Karray (2013) considera tres tipos de juegos: un juego en el que el mayorista y el minorista juegan de forma simultánea (juego de Nash); un juego de Stackelberg en el cual el mayorista es el líder, actúa en primer lugar en la toma de decisiones, y el minorista actúa como seguidor, y por tanto, elige una vez conocido lo elegido por el mayorista; y por un último, un juego en el que, viceversa, el minorista es el líder del canal, mientras que el mayorista actúa como el seguidor. Este trabajo se centra en el segundo caso, que es el que se presenta más frecuentemente en la literatura, al considerar que habitualmente el mayorista se comporta como el líder del canal de distribución.

Este modelo viene definido principalmente por las siguientes variables:

- **Esfuerzo de marketing** ( $m$ , mayorista;  $r$  minorista): haciendo referencia al coste de toda actividad promocional o publicitaria que no hace alusión al precio.
- **Precio** ( $w$ , mayorista;  $p$ , minorista): Siendo el precio mayorista el precio al cual éste suministra el producto al minorista y el precio minorista, el precio que éste carga al cliente

La principal característica que estudia Karray (2013) es la periodicidad con que se fijan ambas variables, es decir, analiza la repercusión de ambas cuando se deciden sus valores de manera simultánea o cuando se decide primero el valor de una y posteriormente el valor de la otra variable. En el marco de este trabajo en el que sólo consideramos la posibilidad de que el mayorista sea el líder del canal, la distinta periodicidad con que se pueden tomar las decisiones plantea 3 diferentes escenarios que se recogen en la Tabla 3.1.

Lider Canal	Juego 1 EM y Precios	Juego 2 Precios, luego EM	Juego 3 EM, luego precios
Mayorista	M1	M2	M3

Tabla 3.1: Escenarios modelo Karray (2013), Mayorista líder del canal

La demanda de los consumidores depende del precio de venta al público y los distintos esfuerzos de marketing realizados por ambos jugadores:

$$q = f(v, p, m, r)$$

Con  $m$  y  $r$  los esfuerzos de marketing del mayorista y minorista respectivamente,  $p$  el precio de venta al público, y  $v$  el tamaño de referencia del mercado del producto. Es importante tener en cuenta a la hora de elegir la periodicidad óptima de ambas variables como son de eficaces las acciones publicitarias de ambos jugadores. La eficacia de estas acciones está representada por los valores de los parámetros  $d_1$  y  $d_2$ , correspondiendo la primera al mayorista ( $d_1$ ) y la segunda al minorista ( $d_2$ ), representando ambas el efecto marginal del esfuerzo publicitario sobre la demanda. Cuanto mayor es el valor de ambos parámetros, mayor es la repercusión que producen sus políticas publicitarias en la demanda del producto. Se considera la siguiente función de demanda del canal:

$$q = v - p + d_1\sqrt{m} + d_2\sqrt{r}$$

A la hora de definir las funciones de beneficio de cada uno de los jugadores, así como del conjunto del canal, para simplificar el análisis del modelo se suponen nulos los costes de producción. Las funciones de beneficios de cada jugador y del canal total son las siguientes:

$$\Pi = wq - (tr + m)$$

$$\pi = (p - w)q - (1 - t)r$$

$$\Gamma = \Pi + \pi$$

Donde se ha utilizado la siguiente notación:

- $\Pi$ : Beneficio del fabricante (líder)
- $\pi$ : Beneficio del minorista (seguidor)
- $\Gamma$ : Beneficio total del canal de suministros
- $w$ : Precio de venta que establece el mayorista
- $t$ : Tasa de publicidad cooperativa
- $q$ : Demanda de los consumidores

Los tres escenarios que van a analizarse en este trabajo se recogen en la Tabla 3.1.

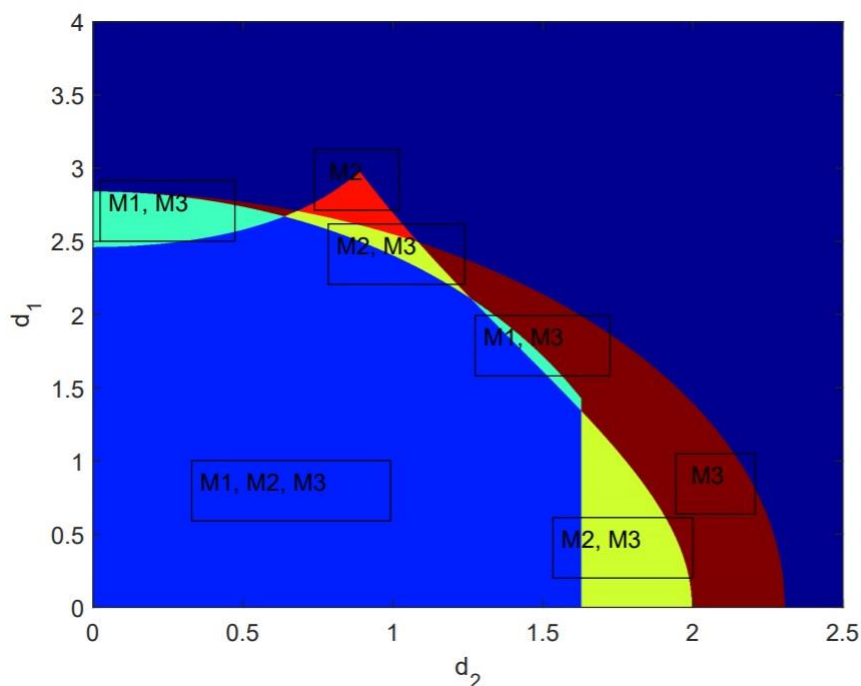
- El **escenario M1** se desarrolla en 2 etapas. En la primera etapa el mayorista decide simultáneamente el precio al por mayor ( $w$ ), esfuerzo publicitario ( $m$ ) y la participación en la publicidad cooperativa ( $t$ ) para maximizar su beneficio ( $\Pi$ ). En la segunda etapa el minorista, una vez conocidas las decisiones del líder, procede a decidir de forma simultánea su precio de venta al público ( $p$ ) y su esfuerzo publicitario ( $r$ ).
- El **escenario M2** se desarrolla en 4 etapas, ya que ambos jugadores primero decidirán los precios y posteriormente, sus esfuerzos publicitarios.
  - 1ª Etapa: Mayorista (líder) decide el precio al por mayor.
  - 2ª Etapa: Minorista (seguidor) decide el precio de venta al público, una vez conocido el precio al por mayor fijado por el mayorista.
  - 3ª Etapa: Dado el anuncio de los precios, el mayorista elige su esfuerzo publicitario.
  - 4ª Etapa: Finalmente, una vez conocidos todos los datos, el minorista decide su esfuerzo publicitario.
- El **escenario M3** se desarrolla en 4 etapas, y es similar al escenario M2, excepto que ahora, ambos jugadores primero decidirán sus esfuerzos publicitarios y posteriormente, los precios.

En la Tabla 2 del Anexo I se presentan las expresiones óptimas de las diferentes variables de este modelo en cada uno de los tres escenarios expuestos anteriormente.

En este apartado se analiza cómo afectan las variaciones de los parámetros del modelo afectan a las diferentes decisiones óptimas de los miembros del canal, a sus beneficios individuales y a los beneficios totales del canal en los diferentes escenarios.

### 3.1.1. Efecto de cambios en la eficacia de la actividad publicitaria

La Figura 3.1 muestra las regiones en términos de los valores,  $d_1$  y  $d_2$ , de los parámetros de eficacia de la publicidad de ambos jugadores en los que los distintos escenarios son factibles, entendiendo por factible que todos los esfuerzos publicitarios, los precios, la demanda y los beneficios de los dos miembros del canal son positivos.



**Figura 3.1:** Dominio factible para  $M_i$  en el modelo de Karray (2013). Elaboración propia.

En la zona azul oscuro ninguno de los tres escenarios es factible. En la zona azul más clara (región I) son factibles los tres escenarios, en la amarilla (región

II) son factibles los escenarios M2 y M3, en la zona azul cielo (región III) son factibles los escenarios M1 y M3, mientras que en la zona roja (región IV) y en la naranja (región V) sólo son factibles los escenarios M2 y M3, respectivamente.

Las eficacias publicitarias del mayorista y del minorista, representadas por los valores de  $d_1$  y  $d_2$ , respectivamente, son siempre mayores o iguales al valor 0. En el caso de que uno de los dos parámetros sea nulo los esfuerzos publicitarios de una de las dos empresas no tendrán ninguna repercusión sobre la demanda o, en otras palabras, sus esfuerzos serán inútiles, produciendo un gasto innecesario para la empresa. En cambio, si los valores son altos, estos esfuerzos tienen una mayor repercusión y efectividad.

A continuación, se analizan los distintos escenarios manteniendo uno de ambos parámetros con un valor fijo y variando el otro parámetro ambos dentro del dominio en el que son factibles los distintos escenarios, como se muestra en la Figura 3.1.

En el análisis la demanda de referencia ( $v$ ) se ha fijado en 1.000 unidades, ya que a la vista de las expresiones de equilibrio de cada variable recogidas en el Anexo 1 este parámetro sólo tiene un efecto escala en las decisiones óptimas y los beneficios de equilibrio.

Las tablas A.1, A.2, A.3, B.1, B.2, C.1, C.2, D.1, E.1 y E.2 del Anexo II recogen los resultados de variaciones en los parámetros  $d_1$  y  $d_2$  en las estrategias óptimas del minorista y del mayorista, así como en sus beneficios óptimos.

- REGION I

En la Tabla A.1 se han fijado ambos  $d_1$  y  $d_2$  con un valor de 1, es decir, la eficacia publicitaria de ambas empresas es igual sobre la demanda. Con esta eficacia publicitaria, comparando los tres escenarios correspondientes a los beneficios del mayorista como líder del canal se observa que su elección óptima de los tres escenarios posibles correspondería al escenario M2, en el cual obtiene mayores beneficios. Esta elección beneficia al minorista que

también obtiene beneficios máximos y, por tanto, a los beneficios totales del canal.

La comparación de los escenarios M1 y M2, nos muestra que la diferencia obtenida al aumentar en un 18% la tasa de publicidad cooperativa genera un aumento de los beneficios para ambos jugadores del canal, especialmente del minorista, quien incrementa su beneficio en un 73,74%, mientras que el mayorista únicamente lo hace en un 5,21%.

Esto se debe a que el minorista a pesar de aumentar su esfuerzo publicitario recibe un mayor soporte del coste asociado a este esfuerzo por parte del mayorista. Además, el minorista incrementa su precio de venta al público. Por su parte, el mayorista incrementa su esfuerzo publicitario, y aunque reduce su precio al por mayor, sin embargo, el incremento de la demanda le permite obtener mayores beneficios.

Respecto al tercer escenario M3, se aprecia que es en el que menos beneficios obtiene el canal, el mayorista y el minorista. En este escenario la demanda es muy reducida respecto a los otros dos escenarios a pesar de que el precio de venta al público es inferior. Sin embargo, el precio al por mayor supera al del escenario M1 y es inferior al del escenario M2. En el escenario M3 los esfuerzos publicitarios realizados como se observa en la tabla A.1, por ambos miembros del canal son muy inferiores, lo que reduce la demanda y a la postre, los beneficios que son muy inferiores a los que se obtiene en los otros dos escenarios.

En la Tabla A.2 se recogen los resultados de incrementar la eficacia publicitaria del mayorista,  $d_1$ , un 25% respecto a los valores de la Tabla A.1. Con estos valores se sigue manteniendo la elección óptima en la que el mejor escenario es M2 y el peor el escenario M3. Las diferencias respecto al escenario analizado en la Tabla A.1 se producen en las variables de elección.

La principal diferencia se produce en que esta mayor eficacia traduce en que los esfuerzos publicitarios del mayorista afectan en mayor medida la demanda. En este caso la tasa de publicidad cooperativa es menor que la recogida en la Tabla A.1, concretamente un 6% menos. El mayorista en este caso prefiere apoyar menos los esfuerzos publicitarios del minorista, 45%, pero realiza un



mayor desembolso en sus propias tareas publicitarias. El minorista también aumenta sus esfuerzos publicitarios. Esto lleva a un incremento de la demanda a pesar de que tanto el mayorista como el minorista cargan mayores precios en el juego M2 en la Tabla A.2 que en la Tabla A.1. Por lo que se refiere a la comparación de los juegos M1 y M2, concretamente el beneficio del minorista ya no se ha incrementado en un 73,74% sino en un 110,14%; en cambio, el beneficio del mayorista también se ha incrementado, pero en una proporción meramente testimonial con un aumento del 0,66% (resultados de la Tabla A.1) respecto a cuando los esfuerzos publicitarios de ambos tienen la misma eficacia.

Una vez analizado este caso, respecto a los valores de la Tabla A.1, se analiza en la Tabla A.3 el caso opuesto en el que se incrementa la eficacia publicitaria del minorista,  $d_2$ , también en un 25%, y se mantiene la eficacia publicitaria del mayorista constante.

En esta ocasión, los tres escenarios posibles de este modelo se benefician con incrementos muy significativos en sus cifras de beneficios respecto a los escenarios planteados anteriormente en las Tablas A.1 y A.2. Principalmente es debido a que en muchas ocasiones la publicidad ejercida a un nivel local es más eficaz que la publicidad utilizada en un mercado más amplio y nacional, ya que estas campañas de marketing están más personalizadas y son más eficaces. Una vez más, se repite la situación en la que el escenario M2 es el escenario que más beneficia al mayorista. La diferencia respecto a los casos anteriores radica en un aumento muy sustancial de la demanda por parte de los consumidores, ocasionado por un aumento importante de los esfuerzos publicitarios del minorista. A pesar de que el mayorista soporta una tasa de publicidad cooperativa del 55% en el escenario M2, se generan unos beneficios más altos que en las tablas previas, aunque esta vez la diferencia en el incremento de los beneficios respecto al escenario M1 no recae en su totalidad únicamente sobre el minorista, y esta vez el mayorista percibe un incremento en los beneficios del 16,27%.

- REGION II

En esta región, zona amarilla de la figura 3.1, son factibles simultáneamente los escenarios M2 y M3. Esta región está caracterizada porque uno de los dos jugadores del canal, el minorista o el mayorista, posee capacidad publicitaria muy eficaz, pero en cambio el otro jugador las políticas publicitarias que emplea poseen una eficacia con valores más bajos que el otro jugador,  $d_1 < d_2$ .

En este caso, se han fijado los siguientes valores  $d_1 = 1$  y  $d_2 = 1,7$ , es decir, la eficacia publicitaria del minorista en sus campañas locales posee una gran efectividad respecto a la del mayorista. Los resultados se recogen en la Tabla B.1, y muestra que la demanda del producto por los consumidores es mucho mayor que en todos los escenarios respecto a los casos analizados en la región I del dominio, con valores más bajos en la eficacia publicitaria de ambos jugadores.

A medida que la eficacia de los esfuerzos publicitarios realizados por el minorista va aumentando, los beneficios que obtiene el conjunto del canal se van incrementando, pero determinados escenarios dejan de ser factibles para el canal. Precisamente el escenario M1 en el cual se eligen simultáneamente los esfuerzos publicitarios y los precios ya no es factible, ya que en esta región sólo son viables los escenarios M2 y M3.

La Tabla B.1 muestra que una vez más se repite una situación similar a la producida en la región I y es, de momento, el escenario M2 en el que los beneficios del mayorista alcanzan el valor más alto. Además, también son superiores en este escenario los beneficios del minorista y, por tanto, los beneficios totales del canal. En esta ocasión existe una diferencia sustancial en cuanto a la tasa de publicidad cooperativa, el mayorista soporta el 73% del esfuerzo publicitario realizado por el minorista. Esta cifra lleva a los enormes esfuerzos publicitarios realizados por ambas empresas, lo que permite que la diferencia de los precios del producto en ambos escenarios, M2 y M3, sea muy alta. Aún con precios más elevados, la demanda y la diferencia de beneficios obtenidos son mucho mayores, en gran parte por la eficacia publicitaria realizada por el minorista en el comercio local.

Tras un primer análisis, en el cual la eficacia publicitaria del minorista era mayor que la del mayorista (Tabla B.1), analizamos ahora la situación a la inversa en la cual la eficacia del mayorista es mayor que la del minorista. Fijamos los valores  $d_1 = 2,5$  y  $d_2 = 1$ , y como muestra la Figura 3.1 estos valores se encuentran en la región II.

La Tabla B.2 muestra los resultados de este análisis. Esta vez se da una situación muy distinta de la que se estaba produciendo hasta ahora, en la que el escenario óptimo era el M2. En esta ocasión la opción favorita del mayorista es el escenario M3, en el cual en la primera de las etapas se realiza la elección del esfuerzo publicitario, antes que los precios. En el escenario M3 los beneficios de ambas empresas y, por tanto, del canal total, son muy superiores a los obtenidos en el escenario M2: un 188,82% superior en el caso del canal total con un 298,24% superior para el mayorista, y de un 183,80% superior para el minorista.

En el escenario M3, los análisis realizados en la Tabla B1 y B2 tienen en común que la tasa de publicidad cooperativa es elevada, 64% y 61% respectivamente. Estas tasas de publicidad cooperativa elevadas permiten a ambas empresas ofrecer su producto a un precio elevado y obtener mayores márgenes de beneficios.

- REGION III

Esta tercera región perteneciente al dominio factible del modelo afecta a dos zonas muy diferenciadas: una en la cual ambas empresas realizan su esfuerzo publicitario con una eficacia similar; y otra, en la que la eficacia publicitaria del mayorista es muy elevada respecto a la eficacia del minorista. La región está caracterizada por sólo ser posibles los escenarios M1 y M3, es decir, los escenarios en los que se eligen, precios y publicidad simultáneamente, o primero el esfuerzo publicitario y posteriormente los precios.

En la Tabla C.1 se recogen los resultados correspondientes al caso  $d_1 = 1,7$  y  $d_2 = 1,5$ , zona en la que ambas empresas se mueven con una eficacia publicitaria muy similar. En este caso, la opción preferida por todos los

miembros del canal es el escenario M1. En este escenario los beneficios de ambos partícipes son muy superiores a los resultantes del escenario M3, a pesar de que la tasa de publicidad cooperativa es muy reducida, y el mayorista sólo da soporte al minorista en un 33%, mientras que en el escenario M3 la tasa de publicidad cooperativa es casi el doble. Sin embargo, el minorista consigue unos beneficios muy superiores en comparación con el mayorista de su mismo escenario, alrededor de un 1215,78% superior, dado el amplio desembolso realizado en el esfuerzo publicitario por este minorista, y abismal respecto a los beneficios obtenidos por el mayorista y minorista del escenario M3.

La Tabla C.2 analiza el caso para los valores  $d_1 = 2,7$  y  $d_2 = 0,25$ , valores que corresponden a la región factible III de la Figura 3.1, cuando las acciones publicitarias del minorista son muy poco eficaces sobre la demanda de los consumidores, al contrario de la eficacia mostrada por el mayorista que es muy elevada. En el caso que nos ocupa casi 11 veces superior a la del minorista. En esta subregión del dominio se dan resultados muy similares para ambos escenarios factibles, si bien es cierto que el escenario M1 proporciona mayores beneficios para ambos miembros del canal. La tasa de publicidad cooperativa es menor en el escenario M1 respecto a M3, la demanda de los consumidores es superior y el minorista obtiene un mayor margen de beneficios, a pesar del aumento del mayorista de su precio al por mayor, y de producir un mayor gasto en esfuerzos publicitarios en comparación con el escenario M3.

El análisis que prosigue a cerca de las 2 zonas restantes presenta la diferencia de que en estas regiones únicamente es factible un escenario, en la región IV solo es factible el escenario M2 y en la región V únicamente solo se puede dar el escenario M3.

- REGION IV

Como se acaba de comentar, en esta zona sólo es factible el escenario M2 con unos valores muy altos para la eficacia publicitaria del mayorista, muy superiores a la eficacia del minorista. En este caso se consideran los valores  $d_1 = 2,65$  y  $d_2 = 1$  respectivamente.

La Tabla D.1 muestra que la tasa de publicidad cooperativa es la primera vez que presenta un valor tan bajo, 11%, muy inferior al valor que se da en otras regiones del dominio factible. Es decir, de los costes publicitarios del minorista, 194.501.767,13€, el mayorista apoya estos por un valor de 21.395.194,38€. Los costes del mayorista son muy superiores, en gran medida respondiendo a que la eficacia de sus esfuerzos es muy elevada. En este caso, un 165% más eficaces que los del minorista. Las ventas generadas en este caso por el minorista se deben a la buena imagen de cara al público, creada en gran parte por la publicidad realizada por el mayorista. La alta demanda del producto permite al minorista logra, unos beneficios muy elevados, con un amplio margen de beneficio en sus ventas.

- REGION V

La última región de análisis corresponde a la región V (zona marrón de la Figura 3.1) en la cual solo es factible el escenario M3, en el cual primero se realiza la elección del esfuerzo publicitario y posteriormente el precio de venta del producto. El análisis se ha realizado para dos puntos diferenciados de la región correspondiente con distintos valores de la eficacia publicitaria dentro de esta la misma.

La tabla E.1 muestra el análisis del primer punto de esta región. En este punto de la región V, el único escenario factible es M3, en el que los beneficios del minorista son superiores a los beneficios del mayorista. El mayorista apoya el 63% del esfuerzo publicitario realizado por el minorista. Esta cantidad justifica una parte del gran desembolso realizado en tareas publicitarias por el minorista. Además, el desembolso realizado por el mayorista es cuantioso, debido a la eficacia publicitaria de las acciones de éste.

Tras un primer análisis, en el cual la eficacia publicitaria del mayorista era mayor que la del minorista (Tabla E.1), analizamos ahora la situación inversa, en la cual la eficacia del minorista es mayor que la del mayorista. Fijamos los valores  $d_1 = 0,5$  y  $d_2 = 2,25$ , y como muestra la Figura 3.1 estos valores también se encuentran en la región V.

Como se muestra en la Tabla E.2, los resultados son muy diferentes en comparación a los de la Tabla E.1. En el escenario recogido en la Tabla E.1 los beneficios de ambas partes del canal eran muy distintos, mientras que ahora en la Tabla E.2 son mucho más parecidos. La tasa de publicidad cooperativa es muy similar en ambos casos, con una diferencia de 0,03%. El beneficio del minorista en la Tabla E.2 es un 14% superior al mostrado en la Tabla E.1. Sin embargo, el beneficio del mayorista es un 287,16% superior, cantidad muy elevada a pesar de la baja eficacia que presenta la publicidad del mayorista en este escenario en comparación con la presentada en la Tabla E.1, cuatro veces menor. Esta situación viene derivada de la eficacia publicitaria del minorista en mercados locales, así como el enorme gasto que ésta realiza en actividades publicitarias, lo que permite lograr una demanda muy superior.

#### **4. CONCLUSIONES**

A continuación, se resumen las principales conclusiones derivadas del análisis realizado en este trabajo:

- I. La aplicación del método matemático de la teoría de juegos en el mundo empresarial, más concretamente en la realización de actividades publicitarias, ha permitido a las empresas obtener una visión global de sus vías de actuación en sus respectivos sectores para establecer estrategias de acción y poder actuar de la forma más eficiente para obtener el mayor beneficio posible con el menor riesgo y costes para la empresa.
- II. La utilización de la práctica publicitaria conocida como publicidad cooperativa permite que las empresas pertenecientes al mismo canal de suministros trabajen obteniendo mayores beneficios para ambos miembros del canal que si trabajasen de forma independiente.
- III. El presente trabajo estudia uno de los modelos presentados en Karray (2013). Se trata de un modelo fundamentado en cómo afecta la periodicidad con que realizan las decisiones en la asignación del precio del producto y el esfuerzo publicitario en la comercialización del producto cuando el mayorista y el minorista juegan un juego de

Stackelberg con el mayorista del canal actuando como líder. Las variables de decisión del modelo son: el precio al por mayor ( $w$ ), el precio de venta al público ( $p$ ), el esfuerzo publicitario del mayorista ( $m$ ) y el esfuerzo publicitario del minorista ( $r$ ). La periodicidad con que se eligen dichas variables define los tres distintos escenarios en los cuales el mayorista siempre actúa como el líder del canal.

- IV. Se tienen en cuenta tres parámetros que establecerán la periodicidad óptima de las variables que definen el modelo: la eficacia de las acciones publicitarias del mayorista ( $d_1$ ), la eficacia de las acciones publicitarias del minorista ( $d_2$ ) y la demanda de referencia del mercado ( $v$ ).
- V. Existen cinco regiones factibles diferentes para las cuales se pueden dar uno, dos, o incluso los tres escenarios, en los cuales el mayorista actúa como líder del canal según el dominio factible. Las tres posibilidades de elección que dan lugar a los tres escenarios son:
  - Se eligen simultáneamente precios y esfuerzos publicitarios (M1).
  - Primero se eligen precios y posteriormente esfuerzos publicitarios (M2).
  - El caso opuesto al anterior, en el cual se eligen primero los esfuerzos publicitarios y después los precios de venta (M3).
- VI. Los diferentes análisis realizados nos permiten afirmar que cuando aumenta la eficacia publicitaria del mayorista, líder del canal, los beneficios del minorista se ven incrementados sustancialmente en comparación a los beneficios obtenidos por el mayorista. Esta diferencia en la variación de los beneficios se ve reducida si aumenta la eficacia publicitaria de ambos miembros del canal.
- VII. Para cada combinación de valores posibles que define cada una de las regiones factibles para la eficacia publicitaria de ambas empresas, se ha caracterizado el escenario óptimo que aporta mayores beneficios para ambas empresas y, por tanto, para el conjunto del canal.
- VIII. Puede concluirse que, al mayorista que actúa como líder del canal, su posición le permite elegir su escenario preferido, y por lo tanto,

elegirá el escenario que le permita alcanzar mayores beneficios. En todos los casos analizados en este trabajo dependiendo de la eficacia publicitaria de cada miembro del canal, el minorista estará de acuerdo con el escenario elegido por el mayorista, ya que también le proporciona al primero los mayores beneficios. En consecuencia, también los beneficios totales del canal serán los más altos posibles.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aust, G. y Buscher, U. (2012): «Vertical Cooperative Advertising and Pricing Decisions in a Manufacturer-Retailer Supply Chain: A Game-Theoretic Approach», *European Journal of Operational Research*, 223, pp.473-482.

Aust, G. y Buscher, U. (2014): «Cooperative Advertising Models in Supply Chain Management: A Review», *European Journal of Operational Research*, 234, pp. 1-14.

Berger, P. D. (1972): «Vertical Cooperative Advertising Ventures», *Journal of Marketing Research*, 9, pp.309-312

Huang, Z. M., Li, S. X. y Mahajan, V. (2002): «An Analysis of Manufacturer-Retailer Supply Chain Coordination in Cooperative Advertising», *Decision Sciences*, 33, pp. 1-20

Jørgensen, S. y Zaccour, G. (2014): «A Survey of Game-Theoretic Models of Cooperative Advertising», *European Journal of Operational Research*, 237, pp. 1-14.

Karray, S. (2013): «Periodicity of Pricing and Marketing Efforts in a Distribution Channel», *European Journal of Operational Research*, 228, pp. 635-647.

Kunh, H. W. (1953): *Contributions to the Theory of Games (AM-28)*, Volume II, Princeton University Press, Nueva Jersey, USA. pp. 193-216

Monsalve, S. (2003): «John Nash y la Teoría de Juegos», *Revista Lecturas Matemáticas*, 24, pp. 137-149



Nash, J. (1950): J. F. NASH JR., «Equilibrium Points in n-Person Games», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, USA 36 (1950), 48–49.

Nash, J. (1950): «Non-Cooperative Games», *Annals of Mathematics*, 54, pp. 286–295.

Seyed Esfahani, M., Biazaran, M. y Gharakhani, M (2011): «A Game Theoretic Approach to Coordinate Pricing and Vertical Co-Op Advertising in Manufacturer-Retailer Supply Chains», *European Journal of Operational Research*, 211, pp.263-273

Von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1944): *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

BBC (2015): ¿Qué es exactamente la teoría de juegos? Disponible en: [https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220\\_teoría\\_de\\_juegos\\_que\\_e\\_s\\_finde\\_dv](https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220_teoría_de_juegos_que_e_s_finde_dv), [consulta: 26/03/2020].

El País (2002): *El cerebro de un científico esquizofrénico*. Disponible en: [https://elpais.com/diario/2002/02/17/domingo/1013921556\\_850215.html](https://elpais.com/diario/2002/02/17/domingo/1013921556_850215.html), [consulta: 29/03/2020].

InfoAdex (2019): Estudio InfoAdex de la inversión publicitaria en España 2019. Disponible en: <https://www.infoadex.es/home/estudio-infoadex-de-la-inversion-publicitaria-en-espana-2019/> [consulta: 9/04/2020].

Financiar (2016): El concepto de publicidad cooperativa explicado con ejemplos. Disponible en: <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:8cgDcYJTgnwJ:financiar.tyfrn.com/el-concepto-de-publicidad-cooperativa-explicado-con-ejemplos.html&hl=es&gl=es&strip=0&vwsr=0> [consulta: 30/03/2020].

## ANEXO I

- **Tabla 2 modelo de Karray (2013). Expresiones óptimas para el modelo de Stackelberg (El mayorista es el líder del canal).**
  - **Escenario M1:** Los precios y las variables de publicidad se eligen simultáneamente

$$\text{Precio al por mayor} = w = \frac{v(16 - 3d_2^2)}{32 - 9d_2^2 - 4d_1^2}$$

$$\text{Esfuerzo de marketing mayorista} = m = \frac{16v^2d_1^2}{(32 - 9d_2^2 - 4d_1^2)^2}$$

$$\text{Tasa de publicidad cooperativa} = t = \frac{1}{3}$$

$$\text{Precio de venta al público} = p = \frac{3v(8 - d_2^2)}{32 - 9d_2^2 - 4d_1^2}$$

$$\text{Esfuerzo de marketing minorista} = r = \frac{36v^2d_2^2}{(32 - 9d_2^2 - 4d_1^2)^2}$$

$$\text{Margen de beneficio minorista} = p - w = \frac{8v}{32 - 9d_2^2 - 4d_1^2}$$

$$\text{Demanda} = q = \frac{8v}{32 - 9d_2^2 - 4d_1^2}$$

$$\text{Beneficio del mayorista} = \Pi = \frac{4v^2}{32 - 9d_2^2 - 4d_1^2}$$

$$\text{Beneficio del minorista} = \pi = \frac{8v^2(8 - 3d_2^2)}{(32 - 9d_2^2 - 4d_1^2)^2}$$

- **Escenario M2:** Primero se eligen las variables de publicidad y después los precios

$$\text{Precio al por mayor} = w = \frac{4v(64 + d_2^4 + 2d_1^2d_2^2 - 12d_2^2)}{512 - d_2^2(16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4 + 208)}$$

$$\text{Esfuerzo de marketing mayorista} = m = \frac{4v^2d_1^2(64 - 12d_2^2 + d_2^4 + 2d_1^2d_2^2)}{[512 - d_2^2(208 + 16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4)]^2}$$

$$\text{Tasa de publicidad cooperativa} = t = \frac{48 + d_2^4 - 8d_2^2 + 4d_1^2 d_2^2 - 8d_1^2}{80 + d_2^4 - 16d_2^2 + 8d_1^2}$$

$$\text{Precio de venta al público} = p = \frac{4v(8 - d_2^2)(12 - d_2^2 + 2d_1^2)}{512 - d_2^2(16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4 + 208)}$$

$$\text{Esfuerzo de marketing minorista} = r = \frac{4v^2 d_2^2 (80 + d_2^4 - 16d_2^2 + 8d_1^2)^2}{[512 - d_2^2(16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4 + 208)]^2}$$

$$\text{Margen de beneficio minorista} = p - w = \frac{16v(4 - d_2^2)(d_1^2 + 2)}{512 - d_2^2(16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4 + 208)}$$

$$\text{Demanda} = q = \frac{v(128 - 16d_1^2 d_2^2 - 12d_2^4 + 32d_2^2 + d_2^6 + 64d_1^2 + 2d_1^2 d_2^4)}{512 - d_2^2(16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4 + 208)}$$

$$\text{Beneficio del mayorista} = \Pi = \frac{4v^2(16 + d_1^2 d_2^2)}{512 - d_2^2(16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4 + 208)}$$

$$\text{Beneficio del minorista} = \pi = \frac{32(8 - d_2^2)[v(d_2^2 - 4)(d_1^2 + 2)]^2}{[512 - d_2^2(16d_1^2 - 24d_2^2 + 4d_1^4 + d_2^4 + 208)]^2}$$

- **Escenario M3:** Primero se eligen los precios y después las variables de publicidad

$$\text{Precio al por mayor} = w = \frac{16v(32 - d_2^2)}{1024 - 192d_2^2 - d_1^2 d_2^2 - 128d_1^2}$$

$$\text{Esfuerzo de marketing mayorista} = m = \frac{v^2 d_1^2 (128 + d_2^2)^2}{(1024 - 192d_2^2 - d_1^2 d_2^2 - 128d_1^2)^2}$$

$$\text{Tasa de publicidad cooperativa} = t = \frac{48 + d_2^2}{80}$$

$$\text{Precio de venta al público} = p = \frac{24v(32 - d_2^2)}{1024 - 192d_2^2 - d_1^2 d_2^2 - 128d_1^2}$$

$$\text{Esfuerzo de marketing minorista} = r = \frac{(160 v d_2)^2}{(1024 - 192d_2^2 - d_1^2 d_2^2 - 128d_1^2)^2}$$

$$\text{Margen de beneficio minorista} = p - w = \frac{8v(32 - d_2^2)}{1024 - 192d_2^2 - d_1^2 d_2^2 - 128d_1^2}$$

$$\text{Demanda} = q = \frac{8v(32 - d_2^2)}{1024 - 192d_2^2 - d_1^2d_2^2 - 128d_1^2}$$

$$\text{Beneficio del mayorista} = \Pi = \frac{v^2(128 + d_2^2)}{1024 - 192d_2^2 - d_1^2d_2^2 - 128d_1^2}$$

$$\text{Beneficio del minorista} = \pi = \frac{128v^2(16 - 3d_2^2)(32 - d_2^2)}{(1024 - 192d_2^2 - d_1^2d_2^2 - 128d_1^2)^2}$$

## ANEXO II

- **Tabla A.1:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región I ( $d_1 = 1, d_2 = 1$ )

	M1	M2	M3
w	684,21	716,61	705,55
m	44321,33	128383,33	33671,99
t	0,33	0,51	0,61
Π	210526,32	221498,37	183499,29
p	1105,26	1185,67	1058,32
r	99722,99	226166,86	51799,95
p-w	421,05	469,06	352,77
π	110803,32	192511,33	104376,89
q	421,05	648,21	352,77
Γ	321329,6399	414009,6977	287876,1819

- **Tabla A.2:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región I ( $d_1 = 1.25, d_2 = 1$ )

	M1	M2	M3
w	776,12	768,22	786,76
m	89106,71	230531,42	65420,73
t	0,33	0,45	0,61
Π	238805,97	240389,24	204619,81
p	1253,73	1353,37	1180,13
r	128313,66	281320,12	64410,38
p-w	477,61	585,15	393,38
π	142570,73	299597,15	129786,92
q	477,61	777,20	393,38
Γ	381376,6986	539986,3899	334406,7316

- **Tabla A.3:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región I ( $d_1 = 1$ ,  $d_2 = 1.25$ )

	M1	M2	M3
w	811,66	965,50	819,26
m	82366,43	233047,16	47505,76
t	0,33	0,55	0,62
Π	286995,52	333683,16	217958,15
p	1385,65	1521,24	1228,89
r	289569,47	603894,66	113200,30
p-w	573,99	555,74	409,63
π	136419,39	248527,76	124728,34
q	573,99	932,89	409,63
Γ	423414,9088	582210,9221	342686,4937

- **Tabla B.1:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región II ( $d_1 = 1$ ,  $d_2 = 1.7$ )

	M1	M2	M3
w	3683,42	5913,29	1377,05
m	4040302,01	8741756,33	149757,54
t	0,33	0,73	0,64
Π	2010050,25	2570694,87	386985,19
p	7703,52	7725,98	2065,58
r	26272063,84	33601619,09	646715,93
p-w	4020,10	1812,69	688,53
π	-1353501,17	2098826,36	238743,69
q	4020,10	6085,04	688,53
Γ	656549,077	4669521,236	625728,8757

- **Tabla B.2:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región II ( $d_1 = 2.5$ ,  $d_2 = 1$ )

	M1	M2	M3
w	-6500,00	3703,18	19262,14
m	25000000,00	21427412,00	156857385,24
t	0,33	0,14	0,61
Π	-2000000,00	1257950,53	5009708,74
p	-10500,00	9300,35	28893,20
r	9000000,00	10568242,83	38608728,44
p-w	-4000,00	5597,17	9631,07
π	10000000,00	27412303,81	77796587,80
q	-4000,00	6522,97	9631,07
Γ	8000000	28670254,34	82806296,54

- **Tabla C.1:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región III ( $d_1 = 1.7$ ,  $d_2 = 1.5$ )

	M1	M2	M3
w	48684,21	-8775,86	2208,02
m	1280886426,59	55643898,49	1054985,39
t	0,33	0,53	0,63
Π	21052631,58	-3586123,64	604191,07
p	90789,47	-14230,95	3312,03
r	2243767313,02	74434683,00	1239411,78
p-w	42105,26	-5455,08	1104,01
π	277008310,25	21388515,03	757934,73
q	42105,26	-10391,51	1104,01
Γ	298060941,8	17802391,39	1362125,802

- **Tabla C.2:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región III ( $d_1 = 2.7$ ,  $d_2 = 0.25$ )

	M1	M2	M3
w	6942,92	536,37	6515,83
m	22486959,60	524312,75	19438795,33
t	0,33	-0,07	0,60
Π	1756311,75	137555,06	1632942,56
p	10455,54	1759,46	9773,75
r	433776,23	20589,07	260146,42
p-w	3512,62	1223,09	3257,92
π	12049339,64	1484262,32	10510159,17
q	3512,62	1231,47	3257,92
Γ	13805651,38	1621817,379	12143101,73

- **Tabla D.1:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región IV ( $d_1 = 2.65$ ,  $d_2 = 1$ )

	M1	M2	M3
w	-2554,03	15432,18	-6711,55
m	4336867,62	418105801,00	21397001,06
t	0,33	0,11	0,61
Π	-785854,62	5299236,53	-1745543,11
p	-4125,74	40353,38	-10067,32
r	1389526,83	194501767,13	4687288,72
p-w	-1571,71	24921,20	-3355,77
π	1543918,70	543432956,93	9444886,77
q	-1571,71	28779,24	-3355,77
Γ	758064,0803	548732193,5	7699343,652



- **Tabla E.1:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región V ( $d_1 = 2$ ,  $d_2 = 1.5$ )

	M1	M2	M3
w	-2176,47	-1794,38	6704,23
m	3543252,60	3219781,90	13461664,35
t	0,33	0,48	0,63
Π	-941176,47	-746878,28	1834507,04
p	-4058,82	-3049,13	10056,34
r	4484429,07	3298998,81	11426304,30
p-w	-1882,35	-1254,76	3352,11
π	553633,22	1131608,19	6987502,48
q	-1882,35	-2264,09	3352,11
Γ	-387543,2526	384729,9116	8822009,522

- **Tabla E.2:** Variación de dos parámetros en el escenario de Stackelberg para la región V ( $d_1 = 0.5$ ,  $d_2 = 2.25$ )

	M1	M2	M3
w	-55,79	-1628,14	23005,84
m	18862,02	165677,41	12611680,15
t	0,33	1,36	0,66
Π	-274678,11	-894960,47	7102585,49
p	-605,15	-1132,47	34508,76
r	859400,62	2411319,73	369255168,85
p-w	-549,36	495,67	11502,92
π	-271141,48	90213,99	7982008,92
q	-549,36	-1564,94	11502,92
Γ	-545819,5951	-804746,481	15084594,4