



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**Diseño, implementación y validación experimental de
un AMD para la mitigación de vibraciones en
estructuras esbeltas utilizando un procesador de bajo
coste**

Autor: D. César Peláez Rodríguez
Tutores: D. Antolín Lorenzana Ibán
D. Álvaro Magdaleno González
D. Juan José Villacorta Calvo

Valladolid, Mayo, 2021



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**Diseño, implementación y validación experimental de
un AMD para la mitigación de vibraciones en
estructuras esbeltas utilizando un procesador de bajo
coste**

Autor: D. César Peláez Rodríguez
Tutores: D. Antolín Lorenzana Ibán
D. Álvaro Magdaleno González
D. Juan José Villacorta Calvo

Valladolid, Mayo, 2021

RESUMEN

El presente Trabajo Fin de Máster se enmarca dentro de la línea de investigación sobre mitigación de vibraciones en estructuras esbeltas dirigida por el doctor Antolín Lorenzana. Concretamente el trabajo se centra en el desarrollo, diseño e implementación de un sistema AMD (de sus siglas en inglés, *Active Mass Damper*, literalmente Amortiguador Inercial Activo) para la mitigación de vibraciones en pasarelas peatonales empleando un actuador estándar (APS 400) comandado por un procesador de bajo coste (NI myRIO-1900). La ley de control se ha validado experimentalmente sobre una pasarela de 13.5 m a escala de laboratorio y ha sido formulada asumiendo un modelo mecánico reducido de la estructura considerando únicamente su primer modo.

Tras la identificación dinámica del actuador, el procedimiento consistió en la caracterización e identificación experimental de las propiedades modales de la estructura (frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento) asociadas a su primer modo. Una vez obtenido el sistema de espacio de estados equivalente de la estructura, se desarrolló el diseño de la ley de control, basada en la realimentación del estado, y se desplegó en el controlador de bajo coste. Finalmente, el sistema fue implementado en la estructura y se llevó a cabo su validación experimental.

Se ha evaluado el rendimiento del sistema utilizando diferentes indicadores tanto en el dominio frecuencial como en el temporal y ante diferentes situaciones de carga, incluyendo tránsitos peatonales para demostrar la viabilidad y robustez del sistema propuesto. Por último, también se ha incluido la posibilidad de recalibrar el sistema de control para que funcione de forma optimizada ante posibles cambios o modificaciones de la estructura.

ABSTRACT

This Master Thesis is framed within the research line focused on vibration mitigation in slender structures directed by Dr. Antolín Lorenzana. Precisely, the work is aimed at the development, design and implementation of an active mass damper (AMD) for vibration mitigation in footbridges using a standard actuator (APS 400) commanded by a low-cost processor (NI myRIO-1900). The control law has been experimentally validated on a 13.5-meter footbridge at laboratory scale and has been formulated assuming a reduced mechanical model of the structure just considering its first mode.

After the dynamic identification of the actuator, the procedure consisted in the experimental characterization and identification of the modal properties of the structure (natural frequency and damping ratio) associated to its first mode. Once the equivalent state space system of the structure was obtained, the control law design, based on state feedback, was developed and deployed in the low-cost controller. Finally, the system was implemented on the structure and its experimental validation tests were carried out.

The system performance has been evaluated using different indicators both in the frequency and time domain and under different loads scenarios, including pedestrian transits to demonstrate the feasibility and robustness of the proposed system. Finally, the possibility of recalibrating the control system has also been included in order to optimize its performance under possible structural modifications.

PALABRAS CLAVE: Control activo, Mitigación de vibraciones, Amortiguador de masa activa, Procesador de bajo coste, Pasarela peatonal.

KEY WORDS: Active control, Vibration mitigation, Active Mass Damper, Low-Cost processor, Footbridge.

Índice de contenidos

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes y ámbito del trabajo	3
1.2. Objetivos y alcance	3
2. MARCO TEÓRICO	5
2.1. Análisis Dinámico Estructural	5
2.1.1. Modelización de estructuras	6
2.1.2. Modelo físico	6
2.1.3. Análisis modal	7
2.1.4. Análisis de sistemas de un grado de libertad	7
2.1.5. Análisis del sistema en el dominio de la frecuencia	8
2.1.6. Función de Respuesta en Frecuencia (FRF)	9
2.1.7. Modelado del sistema en espacio de estados	10
2.2. Cancelación activa de vibraciones	12
2.3. Estructuras de control mediante realimentación de estados	13
2.3.1. Diseño de la ley de control	14
a) Método de la localización de los polos en lazo cerrado	15
b) Empleo de algoritmos de optimización	16
2.3.2. Estimador del estado	16
a) Diseño del estimador	16
b) Implementación del estimador	18
3. MODELADO	19
3.1. Instrumentación necesaria	19
3.2. Modelización de la plataforma como un sistema de 1 grado de libertad	20
3.2.1. Caracterización experimental	22
3.2.2. Análisis modal experimental	23
a) Estimación FRFs	24
b) Obtención de las propiedades modales	25
3.2.3. Representación del sistema en espacio de estados	27
a) Validación en el dominio temporal	28
3.3. Modelado del actuador	29
3.3.1. Obtención experimental de las FRFs	30
3.3.2. Cálculo de los coeficientes de la función de transferencia	30

4. DISEÑO DEL CONTROLADOR	35
4.1. Control por realimentación de estados	35
4.2. Diseño e implementación del estimador de variables de estado	44
4.2.1. Sintonización de las ganancias del estimador	45
4.2.2. Validación en el dominio temporal	46
4.2.3. Comportamiento del estimador en un rango de frecuencias superior al de diseño	47
4.2.4. Implementación del estimador	48
4.2.5. Validación en el sistema realimentado	49
4.3. Implementación del actuador	54
4.3.1. Optimización de la ganancia de realimentación	55
a) Limitaciones asociadas al actuador	62
4.3.2. Implementación del saturador	64
4.4. Validación del sistema de control	66
4.4.1. Comprobación de la estabilidad del sistema	66
4.4.2. Validación del sistema en el dominio temporal	66
5. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL	69
5.1. Obtención y discretización de la función de transferencia (aceleración-voltaje)	69
5.2. Programación en Labview + myRIO	71
5.2.1. Estructura de programación	72
a) Main	72
b) Lectura	73
c) Función de transferencia	74
d) Escritura	77
5.2.2. Retraso de la señal de salida	77
5.2.3. Diseño del filtro	78
5.3. Conexión e implementación en el sistema real	80
6. VALIDACIÓN DEL SISTEMA FINAL	81
6.1. Validación en el dominio de la frecuencia	82
6.1.1. Comparación con el sistema sin controlar	82
6.1.2. Comparación del comportamiento obtenido con el simulado	83
6.2. Validación en el dominio temporal	84
6.3. Validación en tránsitos	85
7. RESPUESTA DEL SISTEMA ANTE MODIFICACIONES DE LA ESTRUCTURA	87
8. CONCLUSIONES, PRESUPUESTO Y LÍNEAS FUTURAS	89

8.1. Conclusiones	89
8.2. Presupuesto	92
8.2.1. Consideraciones adicionales	94
8.3. Líneas futuras	95

ANEXOS

A. Uso de álgebra compleja para describir vibraciones armónicas	97
B. Optimización numérica. Algoritmos genéticos	99
C. Filtrado digital de señales	101
C.1. Filtros FIR	101
C.2. Filtros IIR	102
Referencias	105

1. INTRODUCCIÓN

Los últimos avances en las tecnologías estructurales, incluyendo los nuevos materiales de construcción y las tecnologías de diseño más innovadoras, promueven la tendencia al diseño de estructuras más ligeras y esbeltas, con menos elementos no estructurales, dotándolas de un enfoque más rentable y atractivo desde el punto de vista arquitectónico. Sin embargo, estas estructuras presentan un amortiguamiento inherente mucho menor y frecuencias naturales más bajas que en las construcciones pasadas, haciéndolas, por tanto, más susceptibles de ser excitadas por los peatones que las transitan [1]. Las vibraciones inducidas pueden causar un problema de servicio en términos de molestias a los usuarios, aunque rara vez afectarán la vida útil o a la seguridad de las estructuras.

En lo que respecta a las pasarelas peatonales, la tendencia ha sido hacia el aumento de las luces y hacia el empleo de materiales de alto rendimiento y de técnicas sofisticadas de diseño. Como consecuencia, la rigidez y masa han disminuido, dando lugar a frecuencias naturales más pequeñas y a una mayor propensión a las cargas dinámicas. Las soluciones para resolver este problema generado por las vibraciones pueden ser [2]:

1. Diseñar la estructura alejando sus frecuencias naturales de las generadas habitualmente en el tránsito de personas.
2. Aumentar la rigidez de la estructura. Se ha demostrado que con una rigidez mayor de 8 kN/mm las vibraciones no supondrán un riesgo. Sin embargo el incremento de este valor de la rigidez en fases posteriores a las de diseño supondrá un coste demasiado elevado.
3. Aumentar el peso de la estructura para reducir la influencia de las personas, siendo necesario un aumento proporcional de la rigidez.
4. Aumentar el amortiguamiento de la estructura utilizando algún dispositivo diseñado para ello (amortiguadores metálicos, de fricción, visco-elásticos, viscosos, etc). Ninguna de estas opciones son realmente factibles por su dificultad de aplicación.
5. Dispositivos de absorción de vibraciones, estos sistemas consisten en la adición de un sistema subsidiario consistente en una masa móvil que transmitirá a la estructura fuerzas en respuesta a su movimiento, disipando de esta forma la energía que produce las vibraciones y reduciendo las respuestas dinámicas de la estructura.

Este trabajo se centrará en este último punto, que es el más usado en estructuras reales, ya que se trata de la solución menos costosa y más fácil de aplicar sobre estructuras ya construidas. Estos dispositivos se integran en sistemas de control estructural, y se pueden clasificar, según la energía requerida por los mismos, en cuatro categorías [20]:

- **Sistemas de control pasivos:** Se trata de un sistema de control que no requiere una fuente de energía externa. La masa móvil se une a la estructura mediante muelles y amortiguadores, de forma que se transmiten fuerzas en respuesta al movimiento de la estructura disminuyendo a su vez la energía del sistema, gracias a los amortiguadores.
- **Sistemas de control activos:** Se trata de un sistema de control que sí que requiere de una fuente de energía externa para alimentar a los actuadores que aplican fuerzas sobre la masa móvil y, de manera indirecta, sobre la estructura, por el principio de acción y reacción. En un sistema de control activo con realimentación, las señales enviadas a los actuadores son función de la respuesta del sistema medida con unos sensores físicos (ópticos, mecánicos, eléctricos, etc).
- **Sistemas de control híbridos:** Este sistema de control utiliza una combinación de sistemas de control activo y pasivos.
- **Sistemas de control semiactivos:** Son sistemas de control para los que los requerimientos de energía externa son de un orden de magnitud inferior a los habituales para sistemas de control activo. Además estos sistemas de control no añaden energía mecánica al sistema estructural, de forma que se garantiza la estabilidad para valores de entradas y salidas del sistema acotados dentro de unos límites.

Entre las cuatro estrategias, la más habitual en pasarelas peatonales son los sistemas de control pasivo, concretamente los sistemas TMD (Amortiguadores de Masa Sintonizada). Estos consisten en un dispositivo de masa-muelle-amortiguador cuya frecuencia natural se sintoniza para que “coincida” con la de la pasarela. Este sistema tiene la ventaja de tener un coste mínimo, debido a su pequeño tamaño (su masa oscila entre el 0.15 y el 2 % de la masa de la estructura) y a su fácil implementación en la estructura existente. Sin embargo, a pesar de reducir la respuesta de la plataforma ante excitaciones próximas a su frecuencia natural, continúa permitiendo un movimiento relativamente grande ante acciones impulsivas.

Cuando se necesita un elevado rendimiento, resulta más conveniente utilizar un sistema de control activo, estos sistemas son capaces de adaptar la respuesta de la estructura durante cargas dinámicas aplicando acciones de control en cada instante en función de dichas cargas, alcanzando altos niveles de eficiencia en la reducción de las vibraciones. El control activo permite controlar simultáneamente varios modos de vibración con un solo dispositivo, lo que hace que este sistema sea una solución interesante para reducir la respuesta de estructuras flexibles de bajo amortiguamiento caracterizadas por tener varios modos de vibración que contribuyen significativamente a la dinámica global. Además, los sistemas activos son versátiles, no tienen problemas de desintonizado y pueden ser incondicionalmente estables adoptando un sistema de control correctamente diseñado [12].

Sin embargo, el control activo puede no ser una solución atractiva en términos de coste porque requiere un mayor nivel de tecnología y mantenimiento que otros sistemas de control. Además exige frecuentemente dispositivos costosos y sistemas de alimentación. Por otro lado, los sistemas activos también tienen problemas de fiabilidad porque pueden ser ineficaces en determinadas circunstancias.

Para el diseño de un sistema de control activo, es necesario tener en cuenta dos cuestiones críticas. La primera es que será necesario crear un algoritmo de control estructural que sea lo suficientemente robusto para calcular la fuerza de control que debe aplicarse sobre la estructura en tiempo real, ya que las inestabilidades pueden resultar en daños fatales para la propia estructura. La segunda cuestión es que se necesitará un actuador capaz de aplicar la fuerza de control deseada sobre la estructura con un error admisible en tiempo real.

Con respecto a la estrategia de control del sistema activo, habrá dos enfoques radicalmente diferentes: la retroalimentación (feedback) y la alimentación anticipativa (feedforward) [16]. El principio del control por retroalimentación se representa en la Figura 1; la salida del sistema se compara con la señal de referencia, obteniendo la señal de error ($Error = Salida - Referencia$), esta señal se transmite a un compensador y su resultado se aplica al sistema. El problema de diseño en estos sistemas de control consiste en encontrar el compensador adecuado de forma que el sistema en lazo cerrado sea estable y se comporte de manera óptima. Por otro lado, el principio del control por alimentación anticipativa se muestra en la Figura 2. Este método se basa en la disponibilidad de una señal de referencia correlativa a la señal de perturbación principal; esta señal se hace pasar por un filtro adaptativo, cuya salida se aplica al sistema por fuentes secundarias. Los coeficientes de este filtro se adaptan de forma que la señal de error se minimice en los puntos críticos, de forma que se produzca una perturbación secundaria que anule el efecto de la perturbación primaria en el lugar del sensor de error. La principal limitación del filtrado adaptativo reside en la necesidad de disponer de una señal que se relacione con la perturbación del sistema.

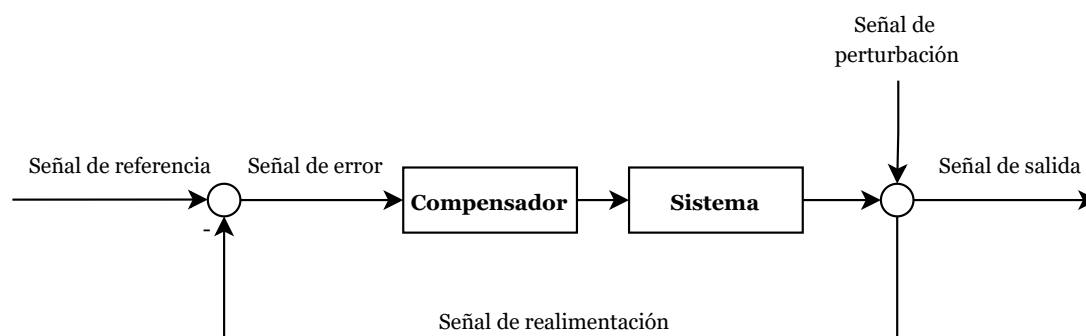


Figura 1: Principio del control por retroalimentación (feedback)

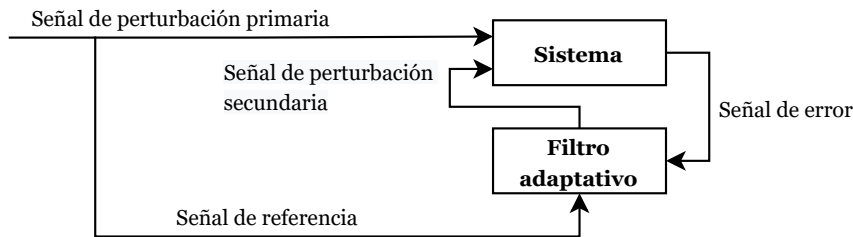


Figura 2: Principio del control por alimentación anticipativa (feedforward)

En referencia a la segunda cuestión, uno de los actuadores más utilizados para aplicar fuerzas a los sistemas mecánicos son los amortiguadores de masa activa (AMD, *Active Mass Damper*), debido a que pueden colocarse en las posiciones más favorables en cuanto a los componentes modales de los modos de vibración significativos y pueden ocultarse fácilmente dentro de la estructura.

1.1. Antecedentes y ámbito del trabajo

Este trabajo de Fin de Máster se enmarca dentro de la línea de investigación sobre mitigación de vibraciones en estructuras esbeltas dirigida por el doctor Antolín Lorenzana. Dentro de esta línea, destacan los siguientes puntos:

- Identificación dinámica y modelado calibrado (gemelo digital) mediante Elementos Finitos o modelos reducidos.
- Asistencia a pruebas de carga estática.
- Desarrollo de protocolos de pruebas de carga dinámica, sobre todo en lo referido a la comodidad de pasarelas y forjados ante tránsitos peatonales.
- Simulación estática y dinámica, incluyendo interacción fluido-estructura-cimentación.
- Monitorización estructural (SHM)
- Propuestas de intervención estructural.
- Diseño e instalación de sistemas de mitigación de vibraciones.

En lo referente al último de estos puntos, donde se enmarca este trabajo, la línea de investigación llevada a cabo ha consistido en el desarrollo de técnicas de identificación modal, de simulación y de optimización y sintonizado de sistemas de mitigación de vibraciones pasivos, en concreto de TMDs, para su aplicación e implementación tanto en maquetas a escala de laboratorio como en estructuras reales. Se han publicado numerosos artículos sobre el diseño e implementación de estos sistemas de control en pasarelas peatonales [5], en chimeneas industriales [10] o en grúas torre [17]. Con respecto a sistemas activos, aunque no de forma tan profusa, también se han publicado artículos sobre la implementación de sistemas de mitigación de vibraciones activos [4] y semiactivos [3].

Este trabajo tratará de continuar esta línea de investigación, ayudándose de los medios disponibles del laboratorio de estructuras de la Escuela de Ingenierías Industriales de la Universidad de Valladolid para desarrollar un sistema de mitigación activa de vibraciones.

1.2. Objetivos y alcance

Una vez se ha acotado el entorno sobre el que se ubica este trabajo, se definen los objetivos del mismo en los siguientes párrafos.

El objetivo principal será desarrollar un sistema experimental de cancelación activa de vibraciones para su aplicación sobre una plataforma peatonal a escala de laboratorio (13.5 m de luz). Este sistema atenuará las vibraciones asociadas a un modo en concreto de la plataforma, de forma que se trabajará con un sistema de un grado de libertad. También es importante destacar que se utilizarán dispositivos de bajo coste (*Low Cost*) para la implementación de este sistema, se emplearán acelerómetros MEMS “low-cost” y un controlador MyRio 1900, de precio muy inferior a los dispositivos empleados habitualmente.

A continuación detallamos los objetivos que conformarán este trabajo.

1. Llevar a cabo un análisis modal experimental (EMA) sobre la plataforma para obtener las propiedades modales que describan la dinámica asociada al primer modo de la estructura.
2. Modelizar la estructura como un sistema de un grado de libertad, de forma que se pueda predecir de manera certera el comportamiento de la plataforma en un rango de frecuencias próximo al de su primer modo.
3. Diseñar el sistema de control por realimentación para la cancelación activa de vibraciones.
4. Implementar este sistema de control sobre la estructura y llevar a cabo su validación experimental.

De forma paralela, y para lograr la consecución de los objetivos marcados, se establecen una serie de objetivos secundarios:

1. Caracterización del actuador encargado de inducir a la estructura las fuerzas de realimentación. De forma que se conozca, de la forma más exacta posible, su comportamiento ante diferentes señales de entrada, así como sus dinámicas asociadas.
2. Desarrollar de forma teórica y mediante simulación diferentes sistemas de control por realimentación para compararlos con el sistema diseñado y comprender las limitaciones asociadas a los medios utilizados.
3. Desarrollo de software en distintos lenguajes de programación, con su consiguiente proceso de aprendizaje, para obtener las funcionalidades necesarias:
 - a) Uso de Matlab para la obtención y simulación de los modelos de la estructura.
 - b) Utilización de funciones de Matlab específicas para la obtención de las funciones de respuesta en frecuencia del sistema, como parte del proceso de análisis y procesado de datos en el análisis modal experimental de la estructura.
 - c) Desarrollo y utilización de algoritmos genéticos para llevar a cabo los procesos de optimización y ajuste de curvas requeridos a lo largo del trabajo.
 - d) Implementación de los sistemas de control en Simulink para llevar a cabo las simulaciones correspondientes.
 - e) Desarrollo del programa en Labview para la implementación del sistema final en la estructura. Haciendo uso del complemento MyRio Toolkit para calcular las salidas del sistema en función de las entradas utilizando la ley de control definida.
 - f) Utilización del software de adquisición de datos Dewesoft para la obtención de las señales temporales en los diferentes experimentos llevados a cabo.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se desarrollarán de forma teórica los contenidos que se van a abordar en este trabajo, haciendo una breve introducción al análisis dinámico estructural centrado en sistemas de un grado de libertad, así como comentando la estrategia de control por realimentación del estado que se llevará a cabo para hacer funcionar de forma óptima y estable el amortiguador activo de masa inercial.

2.1. Análisis Dinámico Estructural

El análisis estructural tiene por objetivo conocer las características que definen el comportamiento de la estructura bajo un cierto estado de cargas, de forma que sea posible predecir la respuesta del sistema ante una excitación dada.

En el cálculo de estructuras normalmente se considera que las cargas actuantes varían lentamente alcanzando su valor final (valor de cálculo) en un periodo de tiempo lo suficientemente grande como para que la aceleración en un punto del sistema no genere fuerzas de inercia que hayan de tenerse en cuenta (proceso cuasi-estático). Sin embargo, existen algunas acciones sobre las estructuras para las que no se puede aplicar esta consideración, debido a la velocidad con la que inciden, dando lugar a la aparición de fuerzas de inercia que sí que han de tenerse en cuenta en el equilibrio de fuerzas que debe de existir en cada instante para todos los puntos del sistema. En estos casos será necesario realizar un análisis dinámico. Este es el ámbito en el que se embarca el presente trabajo, donde las cargas que actuarán sobre la estructura serán impactos o vibraciones, y la respuesta del sistema, además de variar en el tiempo, lo hará de forma amortiguada, de modo que la vibración de la estructura desaparecerá con el tiempo.

Antes de entrar en el análisis detallado, es importante contextualizar las diferentes fases de este análisis en el proceso teórico (Figura 3). En esta imagen se muestran las tres fases en que típicamente consiste un análisis dinámico vibracional. En primer lugar, se parte de una descripción de las características físicas del sistema (masa, amortiguamiento y rigidez), obteniendo lo que se llamará modelo físico. Posteriormente, tras realizar un análisis modal teórico de este modelo físico se obtendrá una descripción del comportamiento de la estructura como un conjunto de propiedades modales (frecuencias y modos propios y coeficientes de amortiguamiento) que describirán las varias maneras en que la estructura es capaz de vibrar de forma natural, a este modelo se le llamará modelo modal. Por último, la tercera fase del análisis consistirá en obtener una estimación lo más exacta posible de la respuesta de la estructura ante determinadas excitaciones. Esto se conoce como el modelo de respuesta y consistirá en un conjunto de funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) que serán aplicables en un determinado rango de frecuencias y que indicarán la relación entre las excitaciones aplicadas y la respuesta del sistema (fase y magnitud)[7].

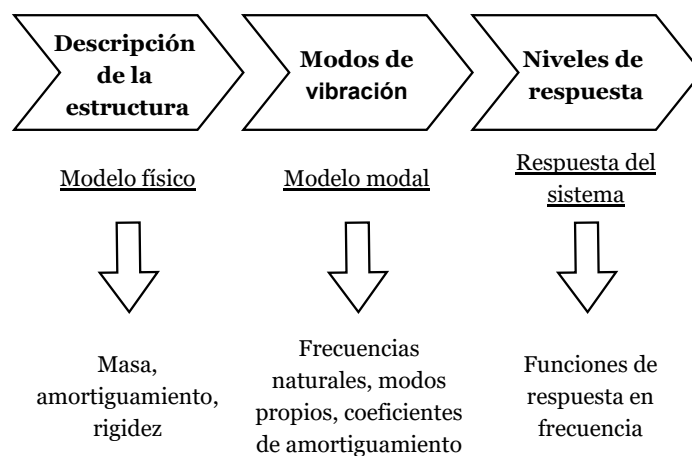


Figura 3: Proceso teórico del análisis dinámico de estructuras

Por otro lado, es habitual no disponer de una descripción fiable de la estructura en propiedades físicas (como sucede en el sistema que se estudia en este trabajo). En este caso, es posible realizar el proceso de análisis estructural partiendo de la respuesta experimental del sistema ante excitaciones conocidas. Este proceso es el indicado en la Figura 4 y consiste en realizar un análisis modal experimental sobre la estructura para extraer sus propiedades modales y, a partir de ellas, obtener un modelo de respuesta nuevo o bien actualizar un modelo ya existente.

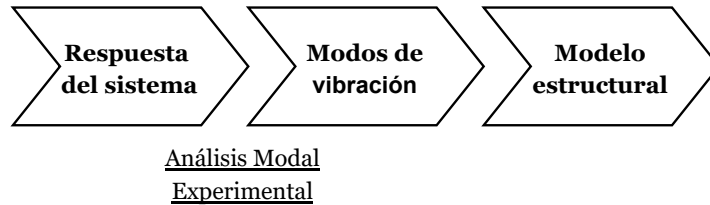


Figura 4: Proceso experimental del análisis dinámico de estructuras

2.1.1. Modelización de estructuras

El análisis del comportamiento mecánico de una estructura se lleva a cabo mediante modelos de ésta, entendiendo por modelo una idealización de algunos aspectos de la realidad física y funcional de la estructura.

La descripción completa de una estructura a efectos de su modelización y análisis implicaría la consideración de todos los aspectos definitorios de la realidad física de la misma. Esto no solamente daría lugar a un gran volumen de información de difícil manejo, sino que no es garantía de una mayor calidad en las conclusiones asociadas al análisis del modelo.

De esta manera, para poder obtener un modelo que represente fielmente a la estructura que se quiere analizar, pero sin ser demasiado complejo e inaccesible, será necesario utilizar una serie de hipótesis simplificadoras con el objetivo de abstraer de la realidad aquellos aspectos que condicionan el comportamiento que se quiere analizar, en lugar de buscar una descripción completa de la realidad física y funcional de la estructura.

En el caso de la estructura que se estudia en este trabajo se buscará un modelo que permita conocer y prever la posición, velocidad y aceleración de la estructura ante excitaciones externas. Para ello, en primer lugar se buscará un modelo físico en el que, conocidas las propiedades físicas de la estructura (masa, rigidez y amortiguamiento), se pueda definir el comportamiento de la misma.

2.1.2. Modelo físico

Como se ha comentado, las variables físicas que se quieren conocer serán los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los diferentes puntos materiales de la estructura. Cuando estas magnitudes se multiplican por la rigidez, el amortiguamiento y la masa respectivamente, dan lugar a tres tipos de fuerzas: fuerzas elásticas, fuerzas de amortiguamiento y fuerzas de inercia respectivamente [8]. Este trabajo se centra en modelos discretos de masas puntuales, de forma que los elementos básicos que los conforman y que relacionan las tres magnitudes comentadas son los que se indican a continuación:

1. *Muelles*, que relacionan fuerzas con el desplazamiento y que representan la rigidez del sistema, esto es, su resistencia a ser deformado.
2. *Amortiguadores*, que relacionan fuerzas con velocidades, que representan la capacidad de disipación de energía.
3. *Masas*, que relacionan fuerzas con las aceleraciones y representan la inercia del sistema, es decir, la resistencia a experimentar aceleraciones.

Estos tres elementos, junto con las excitaciones exteriores, serán los ingredientes básicos del modelo físico, y permitirán obtener la ecuación de movimiento (Ec. 1) del sistema dinámico, donde M , C y K representan las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez del sistema (respectivamente) y $f(t)$ el vector fuerzas generalizadas que representan las fuerzas exteriores aplicadas sobre el sistema. De tal modo que este modelo permitirá conocer la posición ($u(t)$), velocidad ($\dot{u}(t)$) y aceleración ($\ddot{u}(t)$) en cada instante de cualquier punto material de la estructura conocidos los valores de M , C , K y $f(t)$.

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t) \quad (1)$$

2.1.3. Análisis modal

El modelo físico descrito anteriormente representa fielmente el comportamiento del sistema siempre y cuando se conozcan con exactitud los valores de las propiedades físicas de la estructura. Desgraciadamente esto no suele ser lo habitual, siendo necesario buscar métodos alternativos de modelizar un sistema sin necesidad de conocer los valores de la masa, rigidez y amortiguamiento del mismo.

Para ello se utilizan las propiedades modales, que estarán estrechamente ligadas a las propiedades físicas del sistema y que, como aquellas, definen el comportamiento de la estructura ante una excitación dada. Estas propiedades modales son las siguientes, donde el subíndice ‘ r ’ indica el número de modo, con ($r = 1, \dots, N$) siendo N el número de grados de libertad del sistema:

1. *Frecuencias propias* (f_r, ω_r)¹, se definen como las frecuencias de una excitación armónica ante la cual la estructura responde con amplitud máxima. Se denominan frecuencias propias (o naturales) porque su valor depende únicamente de las características propias del sistema (masa y rigidez), y no de la forma en la que se excite el sistema ni de las condiciones iniciales.
2. *Modos propios* (ϕ_r), definen la forma de oscilar (en amplitud y fase) que tiene la estructura cuando es excitada armónicamente a cada una de sus frecuencias propias.
3. *Factores de amortiguamiento modal* (ξ_r), hacen referencia al amortiguamiento específico de cada modo propio, de forma que afecta atenuando únicamente la contribución de dicho modo.

Existen diversas técnicas para obtener las propiedades modales de una estructura de forma experimental, es decir, sin necesidad de conocer las propiedades físicas del sistema. En este trabajo nos centraremos en técnicas de Análisis Modal Experimental (EMA), que nos permitirán obtener las propiedades modales de la estructura a partir de su respuesta ante una excitación conocida.

2.1.4. Análisis de sistemas de un grado de libertad

Como parte del proceso de simplificación, antes comentado, del sistema real que es inevitable llevar a cabo al realizar una modelización, en este trabajo se plantea un sistema de un grado de libertad que modelizará la estructura real bajo estudio.

El análisis dinámico de la estructura mediante un sistema de un grado de libertad conllevará intrínsecamente una aproximación, ya que el sistema real tendrá infinitos grados de libertad. Sin embargo, en casos en los que las frecuencias propias de los diferentes modos estén suficiente desacoplados y no se afecten unos a otros de forma significativa se puede abordar el análisis dinámico mediante la superposición del estudio de sistemas de un grado de libertad. De manera que se utilizan métodos mucho más directos y simplificados que no involucran una manipulación matemática compleja de los datos.

Asumiendo esta hipótesis, se modelizará la estructura en un rango de frecuencias que abarque su primer modo y se supondrá que el comportamiento de la estructura en ese rango de frecuencias no está influenciado por ninguno de los modos adyacentes.

¹Se empleará f para la frecuencia en hercios y ω para rad/s

De esta forma, en la ecuación de movimiento del sistema (Ec. 2) los valores de masa, amortiguamiento y rigidez ya no vendrán dados por matrices sino por valores numéricos, simplificando notablemente los cálculos.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t) \quad (2)$$

Al dividir ambos términos de la ecuación de movimiento del sistema de 1 gdl (Ec. 2) por la masa del propio sistema, tendremos la siguiente ecuación (Ec. 3):

$$\ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{k}{m}u = \frac{1}{m}f(t) \quad (3)$$

Donde podemos sustituir por las expresiones de las propiedades modales (frecuencia natural (Ec. 4) y factor de amortiguamiento (Ec. 5), que para sistemas de un grado de libertad no requerirán de cálculo matricial). En sistemas de un solo grado de libertad se utiliza el subíndice 0 para referirnos a su único modo.

$$\text{Frecuencia natural} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

$$\text{Factor de amortiguamiento} \rightarrow \xi_0 = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \quad (5)$$

De forma que se obtiene la ecuación del movimiento en función de las propiedades modales (Ec. 6), siendo (m) equivalente a la masa generalizada en sistemas de 1 grado de libertad. De modo que conociendo las propiedades modales del sistema, que se podrán calcular por técnicas experimentales de análisis modal que se comentarán más adelante, se podrá predecir el comportamiento del sistema (posición, velocidad y aceleración del punto medido de la estructura) en función de las excitaciones externas.

$$\ddot{u} + 2\xi_0\omega_0\dot{u} + \omega_0^2u = \frac{1}{m}f(t) \quad (6)$$

2.1.5. Análisis del sistema en el dominio de la frecuencia

Una de las formas de excitación frecuentes en la práctica y ampliamente utilizada en los ensayos de caracterización de estructuras es la carga armónica. Se trata de una ley sinusoidal de fuerza, definida por su amplitud, su frecuencia y su fase. Su importancia en el análisis dinámico es muy grande debido a que es un tipo de excitación que se presenta frecuentemente en estructuras reales, además puede ocasionar importantes amplificaciones de la vibración si se produce el fenómeno de resonancia entre la estructura y la excitación. Esto sucede cuando la excitación se produce a una de las frecuencias naturales de la estructura o cuando estas frecuencias naturales son múltiplos enteros de la frecuencia de excitación, ya que teniendo en cuenta el desarrollo en serie de Fourier (DSF), cualquier excitación de tipo periódico se puede descomponer como suma de acciones armónicas. Por tanto, el principal objetivo del análisis de la respuesta en frecuencia será obtener la respuesta estacionaria a una excitación armónica.

Partiendo de la ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad en función de sus propiedades físicas (Ec. 2), al cambiar del dominio temporal al dominio de la frecuencia, pasamos a considerar la excitación como (Ec. 7) y asumimos una solución de la respuesta estacionaria de la forma (Ec. 8), donde F y U son variables complejas que contienen la información de amplitud y fase de estas

vibraciones armónicas. En el apéndice A (Uso de álgebra compleja para describir vibraciones armónicas) se detalla el uso de estas variables complejas para la descripción de vibraciones armónicas.

$$f(t) = Fe^{i\omega t} \quad (7)$$

$$u(t) = Ue^{i\omega t} \quad (8)$$

De modo que la ecuación de movimiento en función de las propiedades físicas en el dominio de la frecuencia será de la forma (Ec. 9), que también podemos expresar en función de las propiedades modales del sistema (Ec. 10).

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k)U e^{i\omega t} = Fe^{i\omega t} \quad (9)$$

$$(-\omega^2 + i2\xi_0\omega_0\omega + \omega_0^2)Ue^{i\omega t} = \frac{1}{m}Fe^{i\omega t} \quad (10)$$

2.1.6. Función de Respuesta en Frecuencia (FRF)

Se define la función de respuesta en frecuencia (FRF) como el cociente entre la amplitud de respuesta estacionaria y la amplitud de excitación, o función compleja de respuesta en frecuencia (FCRF) si expresamos tanto la excitación como la respuesta mediante números complejos. Comúnmente se designa mediante la notación $\bar{H}(\omega)$ y se define como (Ec. 11):

$$FRF = \bar{H}(\omega) = \frac{\text{Amplitud compleja de la respuesta}}{\text{Amplitud (compleja) de la excitación}} \quad (11)$$

Al tratarse de un número complejo, expresa tanto la amplitud como la fase de la respuesta del sistema para una excitación unidad, en función de la frecuencia de excitación (ω).

En el caso de la estructura que se estudia en este trabajo, volviendo a las ecuaciones de movimiento en el dominio de la frecuencia (Ec. 9 y 10), se expresan a continuación como el cociente entre la respuesta estacionaria (U) y la excitación (F), para obtener la expresión de la FRF en función de las propiedades físicas (Ec. 12) y de las propiedades modales (Ec. 13):

$$\bar{H}(\omega) = \frac{U}{F} = \frac{1}{-m\omega^2 + ic\omega + k} \quad (12)$$

$$\bar{H}(\omega) = \frac{U}{F} = \frac{1/m}{-\omega^2 + i2\xi_0\omega_0\omega + \omega_0^2} \quad (13)$$

Esta expresión ($\bar{H}(\omega)$), expresa el cociente entre la respuesta del sistema expresada como desplazamientos y la excitación expresada como fuerzas. Pero no son las únicas formas de representar la respuesta (desplazamientos, velocidades, aceleraciones, ...) o la excitación (fuerzas aplicadas directamente, por movimiento de la base, ...). De forma que pueden definirse numerosas FRF, las más importantes desde un punto de vista práctico se resumen en la Tabla 1.

Parámetro de respuesta	Tipo de excitación	FRF directa	FRF inversa
Desplazamiento	Fuerza	Receptancia: $\frac{U}{F} = \bar{H}(\omega)$	Rigidez dinámica: $\frac{F}{U} = \frac{1}{\bar{H}(\omega)}$
Velocidad	Fuerza	Movilidad: $\frac{V}{F} = i\omega \cdot \bar{H}(\omega)$	Impedancia mecánica: $\frac{F}{V} = \frac{1}{i\omega \cdot \bar{H}(\omega)}$
Aceleración	Fuerza	Acelerancia: $\frac{A}{F} = -\omega^2 \cdot \bar{H}(\omega)$	Masa aparente: $\frac{F}{A} = \frac{1}{-\omega^2 \cdot \bar{H}(\omega)}$

Tabla 1: Definiciones más habituales de Funciones de Respuesta en Frecuencia para fuerzas directamente aplicadas.

2.1.7. Modelado del sistema en espacio de estados

Una vez hemos obtenido el modelo matemático de la estructura en función de las propiedades modales, se buscará la representación de este modelo en espacio de estados. Esto implicará establecer el modelo matemático como una caja negra en la que no interesará la naturaleza del sistema sino la relación existente entre las acciones de control que se le aplican a las entradas y las salidas que se obtienen de este [19]. Estas técnicas de control basadas en la representación interna del sistema consisten en técnicas algebraicas en el dominio temporal, donde las dimensiones de las matrices que componen el modelo del sistema nos proporcionan información sobre el número de entradas y salidas. Antes de continuar es importante definir los siguientes conceptos sobre la representación de sistemas mediante espacio de estados.

- **Estado:** se define como el conjunto más reducido de variables tal que su conocimiento en $t = t_0$, junto con la entrada aplicada sobre el sistema, determina totalmente el comportamiento del mismo para $\forall t \geq t_0$.
- **Variable de estado:** son cada una de las variables que proporcionan el estado del sistema. Se definen como x , y son necesarias tantas variables como sea el orden del sistema. De esta forma, si se considera que el proceso es un sistema de orden n , el sistema tendrá n variables de estado, que forman lo que se conoce como *vector de estado* $x(t)$ para sistemas continuos o $x(k)$ para sistemas discretos o muestreados (Ec. 14).

$$x(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix} \quad x(k) = \begin{Bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Las variables de estado son las variables en función de las cuales se puede expresar la energía almacenada en el sistema. Esta energía se puede expresar de diversas formas, por lo que en general no se tiene un único modo de definir las, sino que habrá distintas combinaciones posibles de variables de estados para definir un único sistema. Bastará con que las variables escogidas sean capaces de almacenar la evolución del estado y de la salida hasta ese instante. Además estas variables de estado no tienen por qué tener significado físico (es decir, no se corresponden con ninguna magnitud física medible), aunque también puede ocurrir que sí tengan significado físico y que alguna de ellas coincida con la salida del sistema.

- **Espacio de estados:** a partir de las variables de estado se puede formar un espacio n -dimensional cuyos ejes de coordenadas corresponden a las n variables de estado. De esta forma, un punto en el espacio de estado representa el valor del estado del sistema en ese instante.
- **Ecuación de estado y ecuación de salida:** son las dos ecuaciones matriciales necesarias para expresar la representación interna del sistema. Para ello, en primer lugar, se supone que el comportamiento dinámico de un sistema se puede expresar como una ecuación diferencial de orden n que establece la relación entre la entrada f y la salida y del sistema (Ec. 15).

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)}(t) + a_0y(t) = b_0f(t) + \dots + b_mf^{(m)}(t) \quad (15)$$

Las técnicas de la representación en el espacio de estado se basan en la propiedad que cumplen los sistemas y procesos según la cual siempre es posible utilizar un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden para representar un sistema de orden mayor. De esta forma, en vez de tener una ecuación diferencial de n -ésimo orden, se van a tener n ecuaciones diferenciales de primer orden de la forma (Ec. 16):

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m \beta_{ij} f_j(t) \quad (16)$$

Se pueden expresar estas n ecuaciones diferenciales mediante una única ecuación matricial (Ec. 17), a la que se define como ecuación de estado del sistema. Esta ecuación fija cual es la evolución del estado en función del valor actual de dicho estado y de la aportación de la entrada.

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots & \alpha_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \cdots & \beta_{nm} \end{bmatrix} \cdot f(t) \quad (17)$$

Por otro lado, se tiene que las salidas del sistema van a depender de las variables de estado y de las propias entradas del sistema (Ec. 18). Se puede expresar esta ecuación de forma matricial (Ec. 19) y es la que se define como ecuación de salida.

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m d_{ij} f_j(t) \quad (18)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{p1} & c_{p2} & \cdots & c_{pn} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{p1} & d_{p2} & \cdots & d_{pm} \end{bmatrix} \cdot f(t) \quad (19)$$

Las ecuaciones anteriores pueden expresarse de una forma más compacta (Ec. 20 y 21).

$$\text{Ecuación de estado} \rightarrow \dot{x}(t) = A_{ss}x(t) + B_{ss}f(t) \quad (20)$$

$$\text{Ecuación de salida} \rightarrow y(t) = C_{ss}x(t) + D_{ss}f(t) \quad (21)$$

Donde:

- A_{ss} : matriz de estados ($n \times n$)
- B_{ss} : matriz de entradas ($n \times m$)
- C_{ss} : matriz de salidas desde los estados ($p \times n$)
- D_{ss} : matriz de salidas desde las entradas ($p \times m$)

Con:

- n_{ss} : número de variables de estado
- m_{ss} : número de entradas
- p_{ss} : número de salidas

A continuación, a partir de estos conceptos, se busca representar el modelo matemático de la estructura (Ec. 6) en un sistema de espacio de estados. Para ello, en primer lugar se definen cuales serán las variables de estado, así como el número de entradas y salidas del sistema. Lo más habitual a la hora de representar un sistema mecánico mediante un modelo de espacio de estados es utilizar como variables

de estado una asociada a los desplazamientos (relacionada con la energía potencial del sistema) y otra a las velocidades (relacionada con la energía cinética). De forma que se representa el sistema de un grado de libertad mediante dos variables de estado, desplazamiento y velocidad del punto de la estructura modelizado (Ec. 22). Como entradas al sistema se tendrá la fuerza aplicada sobre la estructura, y como salidas se podrá tener el desplazamiento, la velocidad o la aceleración del punto considerado, según interese. Con esta información se conoce el tamaño de las matrices A_{ss} (2×2), B_{ss} (2×1), C_{ss} (3×2) y D_{ss} (3×1) del sistema en espacio de estados (en caso de necesitar una única salida del sistema en lugar de las 3, el número de filas de las matrices C_{ss} y D_{ss} se reducirían en consecuencia).

$$\begin{aligned} x_1(t) &= u(t) \\ x_2(t) &= \dot{u}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

Se buscan los coeficientes de estas matrices para que satisfagan la ecuación del movimiento de la estructura según sus propiedades modales (Ec. 6). Sustituyendo se obtienen las ecuaciones en forma matricial de estado (Ec. 23) y de salida (Ec. 24) del modelo en espacio de estados. Donde las matrices A_{ss} , B_{ss} , C_{ss} y D_{ss} quedan definidas en (Ec. 25).

$$\begin{Bmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{\dot{u}}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \cdot f(t) \quad (23)$$

$$\begin{Bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \cdot f(t) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} A_{ss} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 \end{bmatrix} \\ B_{ss} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \\ C_{ss} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 \end{bmatrix} \\ D_{ss} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

2.2. Cancelación activa de vibraciones

Una vez que se ha sido capaz de identificar la estructura y de obtener y calibrar modelos que representan de forma fiable su comportamiento, el siguiente paso será ofrecer soluciones para todos aquellos casos en los que no se cumplan los estados límites de servicio en vibraciones o simplemente para alargar la vida útil de la estructura reduciendo su nivel tensional. Debe tenerse en cuenta que la vibración esta asociada a los ciclos de fatiga y disminuir estos es alargar la vida de las estructuras reduciendo sus costes de mantenimiento o reposición.

En el capítulo introductorio se han comentado diversas tecnologías habituales en la cancelación de vibraciones estructurales. Este trabajo se centra en tecnologías de cancelación activa, concretamente se implementará un sistema AMD (“Active Mass Damper” o “Disipador de Masa Activa”), consistente en utilizar como actuador un generador electrodinámico de fuerza inercial, que funciona acelerando una masa de forma directamente proporcional al valor instantáneo de la corriente que se le aplica, dando como resultado una fuerza inercial de la forma que se requiera. Este actuador funcionará como disipador de vibraciones, atenuando la respuesta de la estructura ante excitaciones externas en el rango de frecuencias para el que se haya sintonizado.

Este sistema de control activo, si bien es muy eficiente, tiene el inconveniente de requerir aportación de energía para acelerar la masa inercial que contrarresta el movimiento de la estructura. Además, requiere de un sistema de control en tiempo real que también es necesario diseñar cuidadosamente para, por un lado conseguir un dispositivo de banda ancha y robusto, y por otro, evitar que el sistema se desestabilice. Su utilización está más destinada a ambientes controlados (lugares con equipo de alta sensibilidad que requieren un control de la vibración externa, como algunos quirófanos o talleres de electrónica especializados) o a aplicaciones donde se requiera un gran eficacia con mucha menor masa inercial que en el caso de amortiguadores pasivos como los TMD [14].

Este trabajo se centrará únicamente en atenuar la vibración producida por el primer modo de la estructura, de forma que el control se optimizará para minimizar la respuesta de la estructura en ese rango de frecuencias. En la Figura 5 se muestra el esquema de funcionamiento del sistema de control activo empleado. El objetivo será atenuar el movimiento de la estructura (en el rango de frecuencias establecido) ante perturbaciones externas, para ello mediante acelerómetros se medirá el nivel de respuesta de la estructura y, utilizando esta señal de realimentación, el controlador enviará al actuador una corriente proporcional a la fuerza inercial necesaria para contrarrestar el movimiento de la estructura.

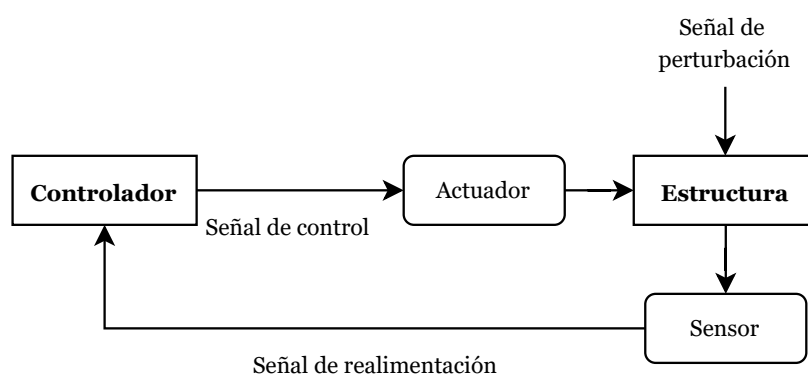


Figura 5: Diagrama de funcionamiento de un sistema de control activo.

2.3. Estructuras de control mediante realimentación de estados

Como se ha visto, una parte importante del sistema de cancelación activa de vibraciones es el controlador, que recibirá como entrada una señal de realimentación con la aceleración de la estructura y emitirá como salida una señal de control hacia el actuador. En este apartado se comentará de forma detallada la estructura de control que se llevará a cabo.

En primer lugar, se parte de la representación del sistema en espacio de estados que ya se ha definido anteriormente. Se puede expresar esta representación mediante un diagrama de bloques (Figura 6), donde las entradas al sistema serán las excitaciones en unidades de fuerza a las que se somete la estructura y la salida será la aceleración que la estructura experimenta como respuesta a las excitaciones externas (como en este caso de estudio solo se necesita la aceleración como salida, las matrices C_{ss} y D_{ss} tendrán únicamente una fila, la correspondiente a la aceleración, es decir, la tercera fila de las matrices C_{ss} y D_{ss} definidas en (Ec. 25)).

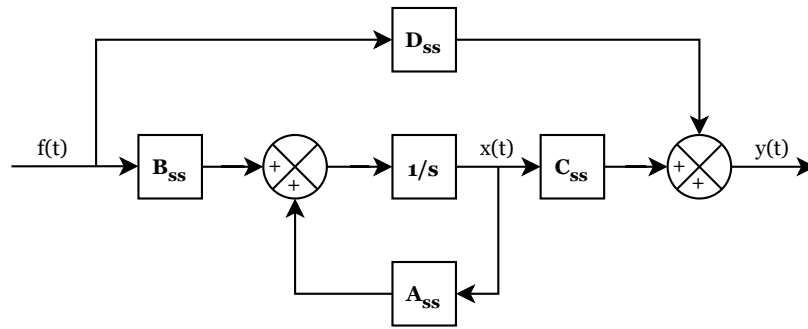


Figura 6: Sistema en espacio de estados representado como diagrama de bloques.

2.3.1. Diseño de la ley de control

Se utilizará un sistema de control por realimentación del estado, cuyo objetivo será regular la salida del sistema tal que sea igual a cero aún en presencia de perturbaciones no controladas. El primer paso en el diseño de estos controladores será definir la ley de control. Para ello, en primer lugar se supondrá que se puede acceder en todo momento a los valores de las variables de estado del sistema, aunque por lo general, esto no va a ser posible. En el caso de estudio este supuesto implicaría conocer en todo momento los desplazamientos y las velocidades (variables de estado escogidas) del punto de medida de la estructura. De forma que el diagrama de bloques del sistema de control quedaría representado en la Figura 7, que ayudará a comprender la forma de proceder para diseñar la ley de control.

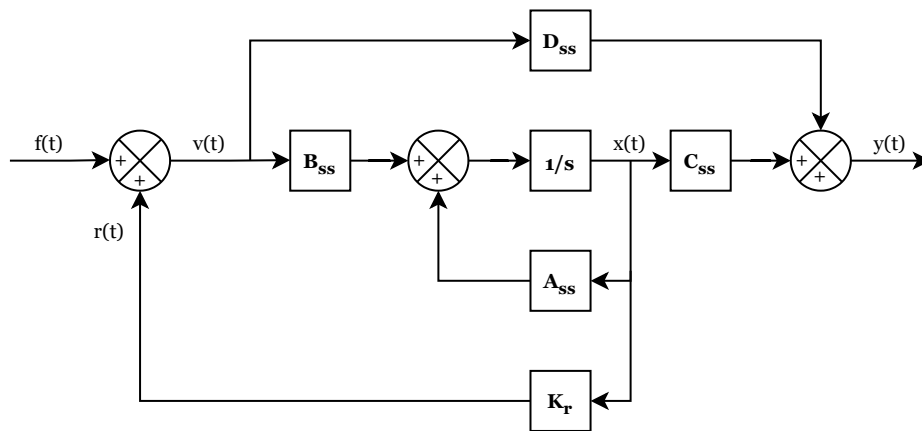


Figura 7: Diagrama de bloques del sistema de control por realimentación del estado, asumiendo que se puede acceder a los valores de las variables de estado, $x(t)$.

La realimentación del bucle de control del sistema, $r(t)$, va a ser una combinación lineal de todas las variables de estado de la forma (Ec. 26):

$$r(t) = K_r x(t) \quad (26)$$

Donde $K_r \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es una matriz constante que se denominará ganancia de realimentación. Como en el sistema se tiene una entrada (m_{ss}) y dos variables de estado (n_{ss}) se tendrá una matriz de la forma (Ec. 27), de tal manera que el proceso de diseño del controlador consistirá en la elección de los parámetros

de esta matriz para que el sistema en lazo cerrado cumpla con las prestaciones deseadas.

$$K_r = [K_{r1} \quad K_{r2}] \quad (27)$$

Existen numerosos criterios para seleccionar los valores de la ganancia de realimentación, en este trabajo se emplearán dos métodos diferentes, en primer lugar se hará mediante la localización de los polos en lazo cerrado [21] y el segundo método consistirá en el empleo de algoritmos de optimización para obtener los valores de la ganancia de realimentación que optimicen el comportamiento del sistema en lazo cerrado en el rango de frecuencias para el que se está diseñando el control.

a) Método de la localización de los polos en lazo cerrado

Para calcular los polos del sistema en lazo cerrado se comienza obteniendo la ecuación de estado del sistema en lazo cerrado (Ec. 28), cuya ecuación característica está definida en (Ec. 29). De modo que se elegirán los valores de K_{r1} y K_{r2} que hagan que las raíces de esta ecuación característica se encuentren en una posición óptima del plano complejo. Es decir, en función de la posición deseada de los polos del sistema en lazo cerrado (s_1, s_2) .

$$\dot{x}(t) = [A_{ss} + B_{ss}K_r]x(t) + B_{ss}f(t) \quad (28)$$

$$\det(sI_n - A_{ss} + B_{ss}K_r) = 0 \quad (29)$$

Una vez se han escogido los polos deseados, se tiene el polinomio característico en lazo cerrado (Ec. 30). El objetivo será escoger los valores de la ganancia K_r que satisfagan (Ec. 31).

$$\alpha_c(s) = (s - s_1)(s - s_2) = s^2 + \alpha_1s + \alpha_0 \quad (30)$$

$$\det(sI_n - A_{ss} + B_{ss}K_r) = s^2 + \alpha_1s + \alpha_0 \quad (31)$$

En el caso de estudio, conociendo las matrices A_{ss} y B_{ss} (Ec. 25), se conocerá la representación del sistema en lazo cerrado (Ec. 32) y su ecuación característica (Ec. 33) y se podrán expresar los polos del sistema en lazo cerrado en función de los valores de K_{r1} y K_{r2} (Ec. 34).

$$[A_{ss} + B_{ss}K_r] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 + \frac{1}{m}K_{r1} & -2\xi_0\omega_0 + \frac{1}{m}K_{r2} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\det(sI_n - A_{ss} + B_{ss}K_r) = s^2 - a_2s - a_1 = s^2 + (2\xi_0\omega_0 - \frac{1}{m}K_{r2})s + \omega_0^2 - \frac{1}{m}K_{r1} \quad (33)$$

$$s^2 - a_2s - a_1 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{1,2} = \frac{a_2 \pm \sqrt{a_2^2 + 4a_1}}{2} \quad (34)$$

Para que el sistema sea estable será necesario que la parte real de los polos en lazo cerrado (Ec. 35) sea negativa, esto proporciona el valor límite de K_{r2} a partir del cual el sistema se hará inestable (Ec. 36). Además, el sistema se amortiguará de forma más rápida cuanto mayor sea esta parte real en valor absoluto, es decir cuanto mayor sea K_{r2} en valor absoluto (siempre que $K_{r2} < K_{r2 \text{ Limite}}$). También

se podría estudiar como afectará la parte imaginaria de los polos (y con ella la elección de K_{r1}) a la respuesta del sistema, pero su influencia será menor.

$$\frac{a_2}{2} = \frac{-2\xi_0\omega_0 + \frac{1}{m}K_{r2}}{2} \quad (35)$$

$$K_{r2 \text{ Límite}} = (2\xi_0\omega_0)m \quad (36)$$

b) Empleo de algoritmos de optimización

Un segundo método para la elección de los parámetros de la ganancia de realimentación del sistema va a consistir en la optimización de estos valores para que se obtenga el comportamiento del sistema en lazo cerrado más adecuado. Para ello se establecerán diferentes indicadores, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial, que supongan una forma de cuantificar este comportamiento, de forma que estos indicadores serán parte de la función objetivo del algoritmo de optimización empleado. Las características de este algoritmo se detallar más adelante. Además, de igual forma que en el método anterior, se deberá tener en cuenta la estabilidad del sistema. Para ello se tendrá que incluir como condición del algoritmo que la parte real de los polos del sistema en lazo cerrado sea negativa.

2.3.2. Estimador del estado

Por desgracia, la condición asumida anteriormente consistente en conocer el valor de todas las variables de estado en cada instante no es algo que se pueda asumir en el sistema estudiado en este trabajo, porque implicaría medir la posición y velocidad de la estructura en el tiempo, sin embargo, únicamente se dispone de acelerómetros. Para implementar la ley de control definida en el apartado anterior, será necesario utilizar un estimador que permita, a partir de la aceleración medida, estimar las variables de estado (posición y velocidad de la estructura). En la Figura 8 se muestra el diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado con la implementación del estimador de las variables de estado.

Existen diversas estrategias para el diseño del estimador de estados, en este trabajo el proceso de desarrollo del estimador ha consistido en dos fases: el diseño y la implementación.

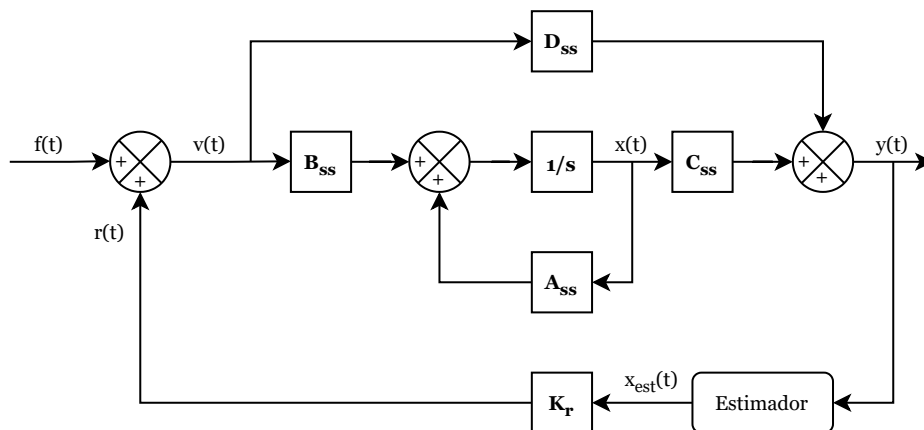


Figura 8: Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado con la inclusión del estimador.

a) Diseño del estimador

Se parte de un diagrama de bloques como el que se muestra en la Figura 9, donde las matrices A_{ss} , B_{ss} , C_{ss} y D_{ss} representan las matrices del espacio de estados del sistema en lazo abierto (Ec. 25)

y K_e y K_c son matrices constantes de dimensiones $[n_{ss} \times p_{ss}]$ y $[m_{ss} \times n_{ss}]$, respectivamente, donde n_{ss} representa el número de variables de estado del sistema en lazo abierto, m_{ss} el número de entradas y p_{ss} el de salidas. En el caso de estudio se tendrá que K_e es una matriz $[2 \times 1]$ y K_c una matriz $[1 \times 2]$.

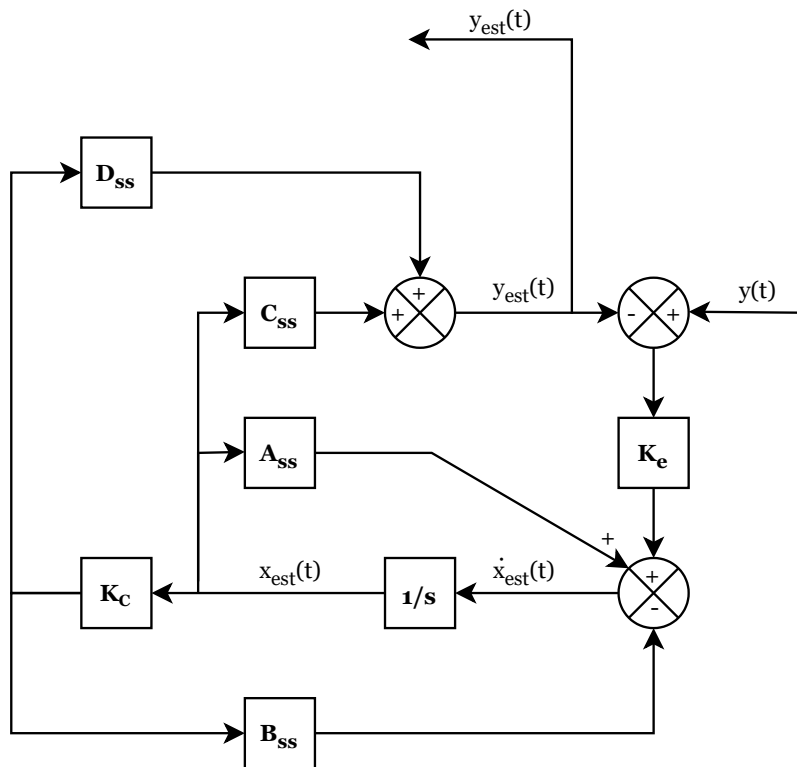


Figura 9: Representación en diagrama de bloques del estimador de espacio de estados.

En esta primera fase de diseño, el objetivo será definir los valores de las matrices K_e y K_c para que, en la segunda fase de implementación, el estimador funcione de la forma deseada. Para ello se puede expresar el estimador representado en la Figura 9 como un sistema en espacio de estados, donde la entrada al sistema será la aceleración medida de la estructura ($y(t)$), las variables de estado serán la posición ($x_{est}(t)$) y la velocidad ($\dot{x}_{est}(t)$) estimadas del sistema, y la salida será, en esta fase de diseño, la aceleración estimada de la estructura ($y_{est}(t)$). De forma que se pueden expresar la ecuación matricial de estado (Ec. 37) del estimador y las matrices de su representación en espacio de estados (Ec. 38), de igual modo se expresa la ecuación de salida del estimador cuando se quiere obtener como salida la aceleración estimada (Ec. 39).

$$\begin{aligned}\dot{x}_{est} &= A_{ss}x_{est} - B_{ss}K_c x_{est} - K_e C_{ss}x_{est} - K_e D_{ss}K_c x_{est} + K_e y(t) \\ \dot{x}_{est} &= (A_{ss} - B_{ss}K_c - K_e C_{ss} - K_e D_{ss}K_c)x_{est} + K_e y(t)\end{aligned}\quad (37)$$

$$\begin{aligned}A_{est} &= (A_{ss} - B_{ss}K_c - K_e C_{ss} - K_e D_{ss}K_c) \\ B_{est} &= K_e \\ C_{est} &= A_{est}(2, :) \\ D_{est} &= 0\end{aligned}\quad (38)$$

$$y_{est} = \ddot{x}_{est} = C_{est}x_{est} + D_{est}y(t)\quad (39)$$

Se elegirán los valores de las matrices K_e y K_c para que el error cometido en esta fase de diseño del estimador sea lo menor posible, es decir, para que la diferencia entre la aceleración medida y la estimada

sea lo más próxima a cero. Para ello se utilizará un algoritmo de optimización que se detallará más adelante.

b) Implementación del estimador

Una vez se han obtenido las ganancias óptimas del estimador (K_e y K_c) ya no interesará obtener como salida de este la aceleración estimada, sino las variables de estado (posición y velocidad) estimadas, para poder multiplicarlas por la ganancia de realimentación del sistema en lazo cerrado que se ha comentado anteriormente. De forma que en esta fase de implementación del estimador en el sistema en lazo cerrado el diagrama de bloques será el que se muestra en la Figura 10.

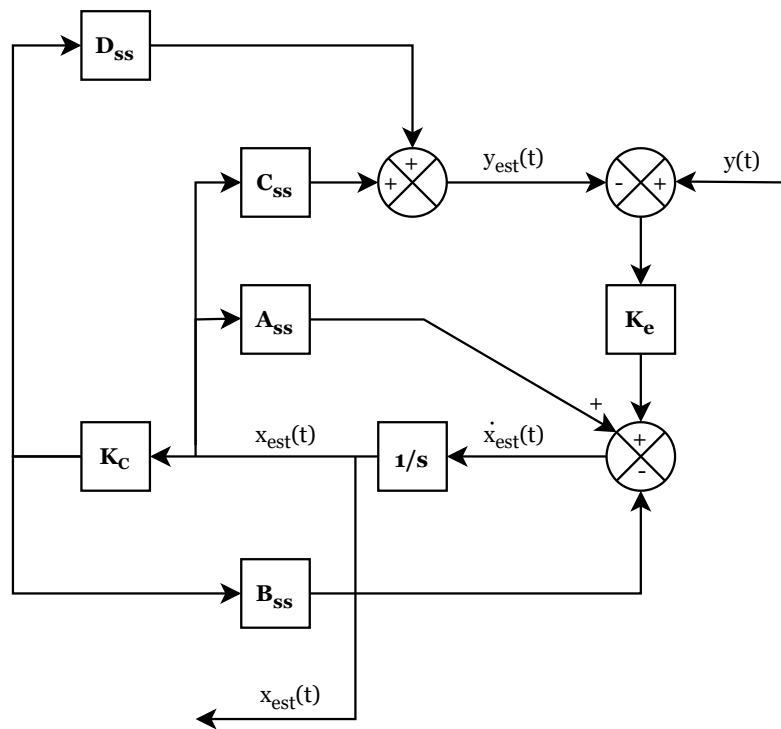


Figura 10: Estimador del espacio de estados del sistema en lazo cerrado.

Además, al cambiar las salidas del estimador, también lo hará la matriz C_{est} de su representación en espacio de estados (Ec. 40), así como su ecuación de salida (Ec. 41), mientras que su ecuación de estado será la misma que la indicada en la fase de diseño (Ec. 37).

$$\begin{aligned}
 A_{est} &= (A_{ss} - B_{ss}K_c - K_eC_{ss} - K_eD_{ss}K_c) \\
 B_{est} &= K_e \\
 C_{est} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 D_{est} &= 0
 \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}
 x_{est} &= C_{est}x_{est} + D_{est}y(t) \\
 \begin{Bmatrix} x_{est} \\ \dot{x}_{est} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{est} \\ \dot{x}_{est} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{41}$$

3. MODELADO

En este capítulo se abordará el proceso de modelado, que se aplicará en primer lugar sobre la estructura a estudio, buscando obtener un modelo de un grado de libertad que represente fielmente el comportamiento de la estructura en su primer modo de vibración. También se aplicará este proceso sobre el dispositivo actuador de masa inercial, que se utilizará para cancelar las vibraciones de la estructura en su primer modo, se buscará obtener un modelo de este dispositivo que permita conocer de forma lo más exacta posible la relación entre el voltaje con el que se alimenta y la fuerza inercial aplicada como resultado de la aceleración que experimenta su masa.

Ambos procesos de modelado se basarán en tres fases, la primera de ellas consistirá en la caracterización experimental, en la que se identificará la respuesta de los sistemas en relación a las entradas que se aplican sobre ellos. La segunda fase tratará de analizar estos datos adquiridos para obtener las propiedades modales de ambos sistemas. Por último, la tercera fase consistirá en la interpretación de las propiedades modales obtenidas y en su reformulación en las formas que interese para el proceso posterior. En el caso de la estructura se buscará la representación en espacio de estados del sistema a partir de las propiedades modales del primer modo de la misma, mientras que en el caso del actuador de masa inercial se tratará de obtener a partir de sus propiedades una función de transferencia que relacione el voltaje aplicado con la fuerza obtenida.

3.1. Instrumentación necesaria

La instrumentación necesaria para ambos procesos de identificación constará de cinco elementos básicos: un juego de acelerómetros con sus correspondientes cables y adaptadores, un excitador de masa inercial (será el mismo que se utilizará como actuador en el sistema AMD), un sistema de adquisición de datos, un controlador que genere la señal que alimente al excitador y un ordenador con el software de adquisición adecuado. A continuación se describen de forma detallada cada uno de estos elementos.

- **Acelerómetros:** Sensores de aceleración de tipo piezoeléctrico (IEPE) contruidos por la marca MMF (Metra Mess und Frequenztechnik). Poseen una sensibilidad nominal de entorno a 100 mV/g (varía sensiblemente de un acelerómetro a otro) con un rango de medida de $\pm 60 \text{ g}$. Una pequeña masa alojada en su interior se desplaza sutilmente cuando el acelerómetro se empieza a mover ejerciendo una pequeña fuerza sobre un material piezoeléctrico. Éste, al recibir la fuerza proporcional al valor de la masa, emite una pequeña carga que es transmitida hasta la tarjeta de adquisición de datos. Un adaptador se encarga de traducir la micro-corriente generada en el acelerómetro en tensión dentro de un rango medible. Se muestra una imagen del mismo en la Figura 11(a).
- **Excitador de masa inercial:** Se utilizará el excitador APS 400 ELECTRO-SEIS, con una masa móvil de 31.2 kg . Se trata de un generador de fuerzas electrodinámicas diseñado para ser utilizado como excitador en el estudio de las características de respuesta dinámica de estructuras, especialmente cuando se requieren bajas frecuencias. En este trabajo se utilizará como excitador en la caracterización de la estructura y como sistema AMD en la cancelación activa de vibraciones, de forma que será objeto de su propia calibración. En la Figura 11(b) se muestra una imagen del mismo.
- **Tarjeta de adquisición de datos:** Fabricada por el empresa DEWESoft, se trata de una tarjeta de propósito general de 16 canales, 24 bits de convertidor analógico-digital y hasta 20000 Hz de frecuencia de muestreo. Recibirá las señales procedentes de los acelerómetros después de ser amplificadas en el adaptador y, tras muestrearlas y aplicarles la sensibilidad definida por el usuario, las registra para su posterior procesamiento. El modelo en concreto que se ha utilizado incorpora una licencia de un software específico que permite, además de obtener y visualizar registros, realizar algunas operaciones sencillas con las señales. Un módulo añadido de dicho software permite, adicionalmente, realizar parte del análisis modal experimental. Se muestra una imagen del mismo en la Figura 11(c).
- **Controlador:** Se empleará un controlador myRIO 1900 de la marca National Instruments. Se trata de un dispositivo de hardware integrado de entradas y salidas reconfigurables. Cuenta con un

procesador y una FPGA interna. Se utilizará, en primer lugar, para comandar el excitador de masa inercial en los procesos de caracterización experimental, enviando una salida senoidal de voltaje que alimentará al excitador. Además, se usará el módulo Real-Time para realizar el control activo en tiempo real que permitirá mitigar las vibraciones de la estructura, utilizando el dispositivo con una entrada que recibirá del sensor y una salida que sacará al excitador después de haber procesado el valor de la entrada. Se puede ver una imagen de este dispositivo en la Figura 11(d).

- Ordenador:** Se ha utilizado un ordenador de sobremesa con un procesador Intel (R) Core (TM) i5-6400, una memoria RAM de 24 GB y Windows 10. En él se encuentran instalados los 3 programas necesarios para el control del excitador y para la adquisición y post-procesado de las señales: LabView 2019 con el módulo MyRio Toolkit, DEWESoft X3 SP12 y Matlab R2020a. La conexión entre el ordenador y la tarjeta de adquisición de datos se realiza mediante un cable USB, mientras que con el controlador MyRio se realiza mediante una conexión WiFi.



(a) Acelerómetro piezoeléctrico



(b) Excitador de masa inercial APS 400 ELECTRO-SEIS



(c) Tarjeta de adquisición de datos DEWESoft

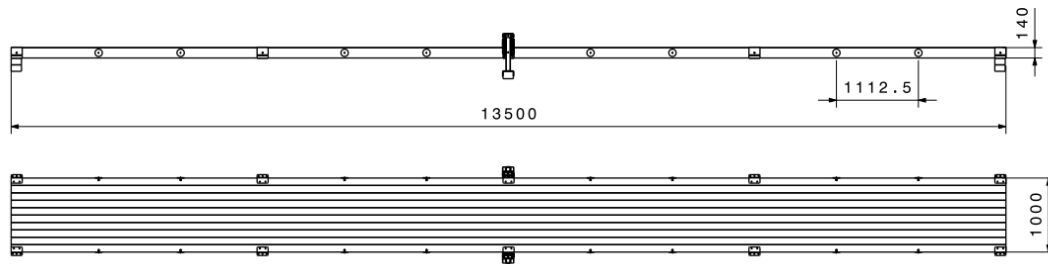


(d) Controlador MyRio 1900

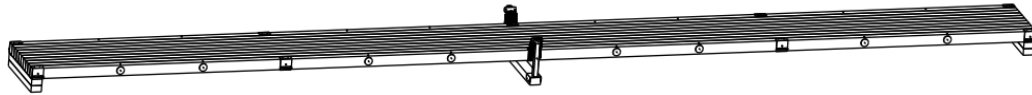
Figura 11: Instrumentación necesaria para los procesos de caracterización experimental.

3.2. Modelización de la plataforma como un sistema de 1 grado de libertad

La estructura con la que se va a trabajar se trata de un plataforma de madera (GLULAM 24h) de 13.5 m de largo y 1 m de ancho. Está formada por 10 vigas independientes de $13.5 \times 0.1 \times 0.14$ m unidas mediante 13 varillas roscadas situadas cada 1.11 m. La plataforma se sitúa sobre dos apoyos fijos en los extremos. En la sección central se han dispuesto 6 muelles (3 a cada lado de la plataforma, con una constante de rigidez de 6600 kN/m), para aumentar la rigidez de la estructura. En la Figura 12 se muestran los planos de la plataforma, así como una vista en 3D y una fotografía.



(a) Alzado y planta de la pasarela. Cotas en mm.



(b) Vista 3D de la pasarela



(c) Fotografía de la pasarela

Figura 12: Planos, vista en 3D y fotografía de la pasarela.

Se trata de un sistema muy ligero y con poco amortiguamiento, lo que provoca que la respuesta de la plataforma ante perturbaciones con frecuencias próximas a las naturales sea elevada. En la Figura 13 se muestran los modos propios teóricos de flexión de la pasarela, que se han extraído a partir del modelo de la misma en el software de elementos finitos SAP 2000.

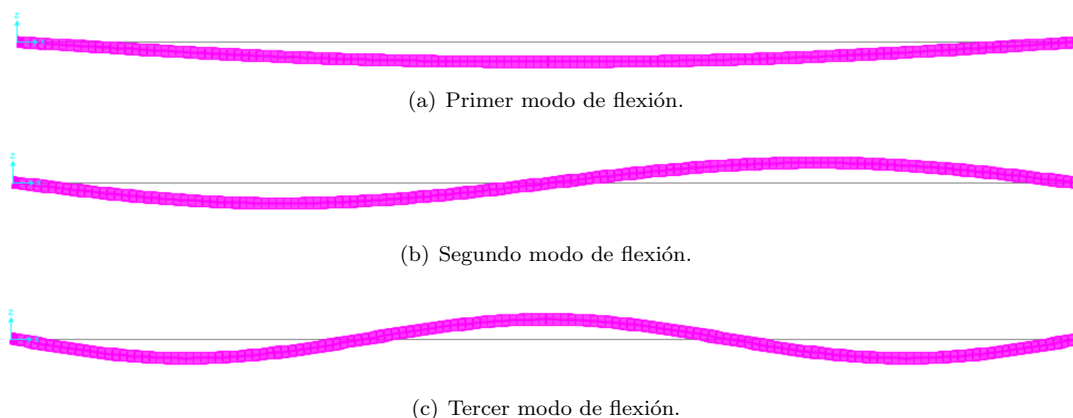


Figura 13: Modos propios teóricos de flexión de la pasarela extraídos de su modelo en SAP2000.

El modelo empleado constará de un solo grado de libertad y se centrará en representar el comportamiento del punto medio de la estructura alrededor de su primera frecuencia natural. Se ha escogido este primer modo por dos razones principales: en primer lugar, se trata del modo que presenta una mayor amplitud de respuesta, por lo que se tratará de aplicar el sistema de cancelación activa de vibraciones en la situación más desfavorable; además, esta primera frecuencia natural se va a encontrar en torno a los 2 Hz, que cae dentro del rango de frecuencias excitables al andar (entre 1.5 y 2.5 Hz) [13].

Del mismo modo, se escoge el punto medio de la estructura como grado de libertad por ser el más desfavorable, además, al coincidir con un nodo del modo 2, la hipótesis del análisis modal de suponer que la respuesta del sistema en torno a la frecuencia natural de un modo se debe únicamente a la influencia de ese modo tendrá un menor error asociado, ya que en ese punto medio el modo 2 no se manifestará, haciendo que el modo más próximo al que se está estudiando esté lo suficientemente alejado como para que se pueda considerar la hipótesis como correcta.

Por otro lado, al utilizar un modelo de un grado de libertad, se tendrá que asumir la hipótesis de que la pasarela se comportará como una viga, es decir, no se podrá cuantificar la torsión de la misma al únicamente medir la aceleración de un punto. De esta manera, y para evitar la manifestación de estos modos de torsión, se aplicarán las cargas sobre la estructuras sobre su línea media.

3.2.1. Caracterización experimental

Una vez se ha definido la estructura y la instrumentación necesaria para realizar su caracterización, lo siguiente será precisar la disposición de dicha instrumentación en la plataforma para el proceso experimental.

En la Figura 14 se ilustra el set-up experimental utilizado para la identificación de la plataforma. Se ha utilizado el excitador de masa inercial para inducir fuerzas en la estructura. Para medir estas fuerzas y poder establecer su relación con la respuesta de la plataforma, se ha colocado un acelerómetro en la masa móvil del excitador, de forma que, como su masa móvil es conocida, se puede conocer la fuerza que se está aplicando en todo momento en la plataforma ($Fuerza = Masa \times Aceleración$). Del mismo modo, se coloca otro acelerómetro en la estructura para medir su respuesta.

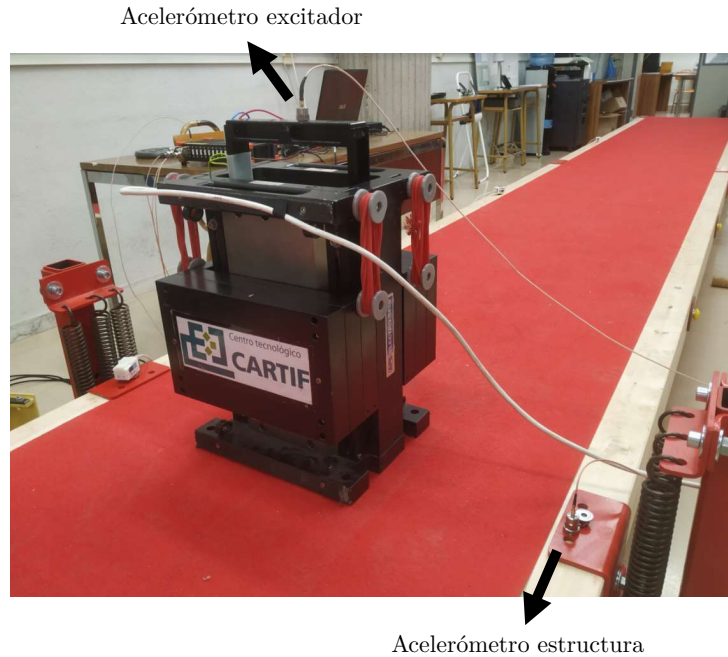


Figura 14: Set-up experimental utilizado para la identificación de la pasarela.

Se ha controlado el excitador alimentándolo con una señal senoidal con amplitud de ± 2 voltios comandada a través del software implementado en la myRio (programado en NI LabView 2019), para inducir fuerzas inerciales en la estructura entre una frecuencia comprendida entre 0 y 30 Hz.

Por otro lado, la configuración del software de adquisición de datos consiste en indicar qué canales se van a emplear para leer los acelerómetros, de qué naturaleza son e introducir el valor de la sensibilidad del sensor (dado por el fabricante) que dependerá del acelerómetro usado.

La adquisición de datos se realizará a una frecuencia de muestreo de $f_s = 1000$ Hz, esto es, 1000 muestras por segundo (S/s, *Samples per second*). Cada ciclo de subida de 0 a 30 Hz del excitador constará de 60000 muestras y cada ciclo de bajada de 30 a 0 Hz de otras 60000 muestras, es decir que cada ciclo completo (subida y bajada) constará de 120000 muestras, que requerirá un tiempo de 120 segundos. Repetiremos este proceso 5 veces, de forma que el tiempo total de adquisición será de 10 minutos.

Es importante definir el tamaño de las ventanas utilizadas para el cálculo de las FRFs, pues escoger un tamaño que coincida con los ciclos del excitador puede generar diversos problemas. También influirá en la resolución en frecuencia obtenida. Se ha optado por utilizar unas ventanas de 150000 puntos, que coincidirán con 1.25 ciclos completos (subida y bajada) del excitador ($N = 150000$) ($T_a = 150$ s), realizando 4 promedios. La resolución en el eje de la frecuencia de las FRFs estimadas quedará determinada por el tiempo de adquisición T_a según la ecuación 42.

$$df = \frac{1}{T_a} = \frac{f_s}{N} = 0.00667 \text{ Hz} \quad (42)$$

De esta manera, con las características señaladas, se lleva a cabo el registro de las entradas y salidas del sistema para obtener sus propiedades.

3.2.2. Análisis modal experimental

El objetivo de este análisis modal será la obtención de los parámetros modales del sistema a partir de los registros temporales de las señales de excitación y de respuesta. En este caso únicamente será

necesario calcular las frecuencias propias y los coeficientes de amortiguamiento, pues al trabajar con un sistema de un grado de libertad no habrá modos propios, de igual forma se calculará también la masa generalizada del sistema.

a) Estimación FRFs

Como paso previo al cálculo de los parámetros modales será necesario post-procesar los registros temporales con el fin de estimar las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) entre la entrada (en unidades de fuerza) y la salida (en unidades de aceleración) del sistema.

Se realiza esta estimación utilizando la función `tfestimate` de Matlab, utilizando los siguientes parámetros:

- **x**: Se utiliza como entrada del sistema la señal temporal de fuerza aplicada sobre la plataforma.
- **y**: Se utiliza como señal de salida del sistema la aceleración que experimenta la plataforma como respuesta ante la excitación.
- **window**: Las ventanas son funciones matemáticas usadas con frecuencia en el análisis y el procesamiento de señales para evitar las discontinuidades al principio y al final de los bloques analizados cuando el análisis se centra en una señal de longitud voluntariamente limitada. Se emplea una ventana *Blackman* (Figura 15) con un número de puntos igual al valor de $N = 150000$.
- **noverlap**: Representa la superposición entre segmentos adyacentes de datos. En el caso de estudio se quiere tratar cada segmentos de datos como un proceso independiente por lo que será igual a 0.
- **nfft**: Se corresponde con el número total de puntos de cada promedio, que ya se ha definido como $N = 150000$.
- **f**: Se corresponde con la frecuencia de muestreo, que se fija en $f_s = 1000$.
- **Estimator**: En un entorno ideal, en el que las señales de entrada y salida estuvieran exentas de perturbaciones de ningún tipo, sería posible calcular la FRF a partir de las transformaciones de las señales al dominio de la frecuencia. Sin embargo, existirá ruido de diversa naturaleza, que hará que las señales dejen de cumplir la condición de Dirichlet y no puedan ser transformadas de esta forma. De forma que es necesario emplear estimadores basados en conceptos estadísticos. Estos estimadores serán:
 - H_1 : Si el ruido proviene únicamente de la señal de entrada.
 - H_2 : Si el ruido proviene únicamente de la señal de salida.

En este caso, como ambas señales tendrán un cierto nivel de ruido, se calcularán las FRF con cada estimador y se tomará como FRF final la media geométrica de ambas (Ec. 43).

$$FRF = \bar{H}(\omega) = \sqrt{\bar{H}_{H_1}(\omega) \cdot \bar{H}_{H_2}(\omega)} \quad (43)$$

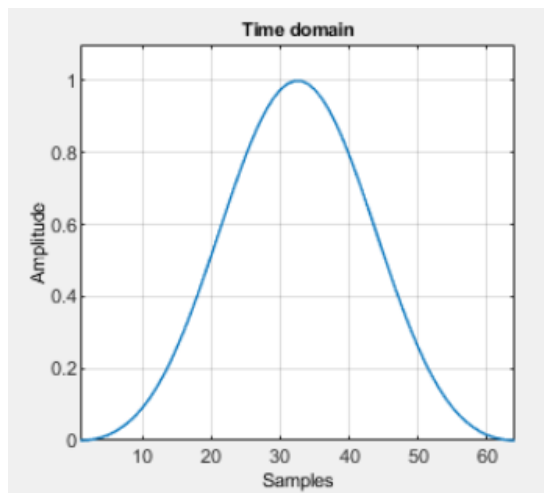
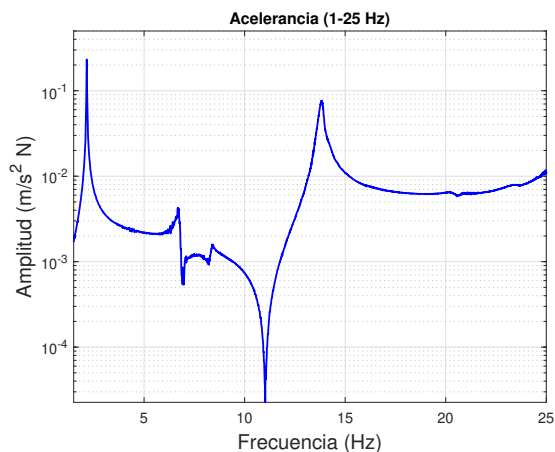
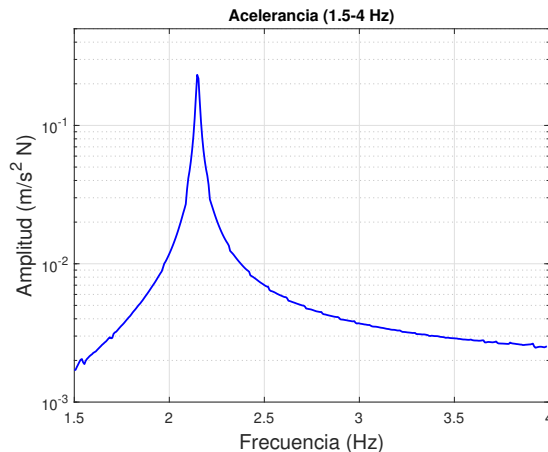


Figura 15: Ventana Blackman para el procesamiento de señales.

Se ejecuta esta función y se representa (en escala logarítmica) en la Figura 16(a). Se puede observar como los picos de esta FRF están suficientemente separados, especialmente el primero, de mayor relevancia, que se encuentra a unos 10 Hz del siguiente, como para considerar la hipótesis comentada de que el comportamiento de la estructura en un rango de frecuencias próximo a su primera frecuencia natural estará determinado únicamente por este primer modo de la estructura. De tal forma que el sistema de un grado de libertad en que va a consistir el modelo se corresponderá con el primer modo de la plataforma, que aislamos y representamos en la Figura 16(b) y serán las propiedades modales de este modo las que interese obtener en el apartado siguiente.



(a) Acelerancia de la estructura en un rango de frecuencia de 0 a 30 Hz.



(b) Acelerancia de la estructura en un rango de frecuencia de 1 a 4 Hz.

Figura 16: Acelerancia de la estructura.

b) Obtención de las propiedades modales

En la literatura se describen diversos métodos para la obtención de los parámetros modales a partir de las funciones de respuesta en frecuencia experimentales. Entre ellos los más comunes son el método Peak-Amplitude (que consiste en analizar la amplitud del pico) y el método Circle-Fit (que analiza el gráfico de Nyquist de las propiedades de la FRF) [7].

Tras probar ambos métodos, y observar sus errores asociados, especialmente en el cálculo de los

coeficientes de amortiguamiento y de las masas generalizadas, se ha optado por emplear un algoritmo de optimización para el ajuste de curvas (*Curve-Fitting*). De forma que se minimiza, en el rango de frecuencias que se está estudiando, el error asociado entre la FRF experimental y la FRF analítica asociada al sistema con los parámetros modales que se tratan de optimizar en cada iteración (Ec. 13).

En primer lugar, se calcula la frecuencia natural del sistema de un grado de libertad obteniendo el máximo de la FRF experimental, que representa la frecuencia a la que la respuesta del sistema será mayor. En base a la FRF experimental, obtenemos una frecuencia natural de $\omega_0 = 2.147$ Hz, que representamos en la Figura 17.

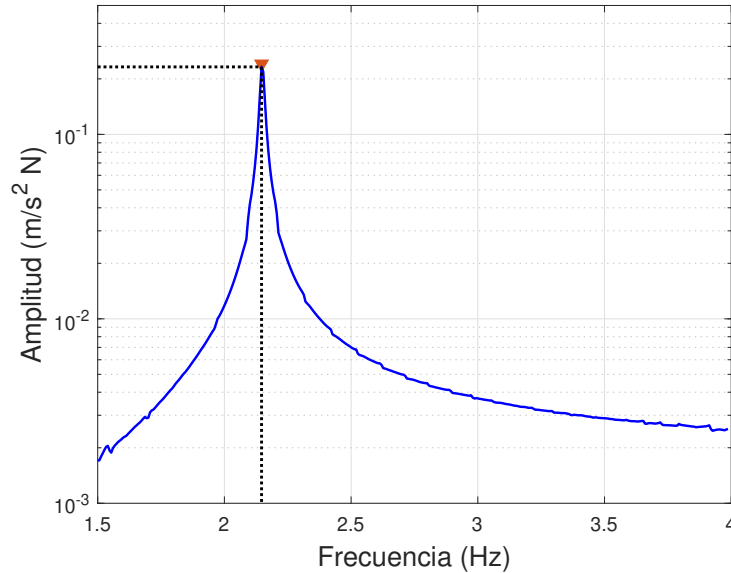


Figura 17: Frecuencia natural del sistema de un grado de libertad.

A continuación, se utilizará como ya se ha comentado un algoritmo de optimización para obtener el coeficiente de amortiguamiento del primer modo de la plataforma, así como su masa generalizada, de forma que el error entre la FRF asociada a estas propiedades modales con respecto a la FRF experimental sea lo menor posible. Se ha optado por utilizar un algoritmo genético para realizar esta tarea, ya que aunque su tiempo de ejecución puede ser elevado si se utiliza un número grande de generaciones y de individuos por generación, su convergencia y los resultados obtenidos son satisfactorios. En el apéndice B (Optimización numérica. Algoritmos genéticos) se muestra de forma detallada el funcionamiento de estos algoritmos.

Se define la función objetivo de la siguiente manera: las entradas a la función serán el coeficiente de amortiguamiento y la masa generalizada de cada iteración, con esos parámetros, junto con la frecuencia natural obtenida anteriormente, se calculará la representación en espacio de estados del sistema a partir de las matrices que se muestran en (Ec. 44). Una vez se tiene este modelo en espacio de estados se calcula su función de respuesta en frecuencia utilizando el comando `freqresp` de Matlab, donde los argumentos serán el modelo en espacio de estados definido y el vector de frecuencias en el que se quiere calcular la FRF. De esta forma se obtiene la FRF simulada del modelo de cada individuo del algoritmo genético; la salida de la función objetivo del algoritmo será el error cuadrático medio entre la FRF simulada y la FRF experimental (Ec. 45), donde n será la longitud del vector de frecuencias en los que vamos a tener

las funciones de respuesta en frecuencia.

$$\begin{aligned}
 A_{ss} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 \end{bmatrix} \\
 B_{ss} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \\
 C_{ss} &= [-\omega_0^2 \quad -2\xi_0\omega_0] \\
 D_{ss} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{44}$$

$$\text{Error Cuadrático Medio} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \tag{45}$$

Se ejecuta el algoritmo genético con esta función objetivo, definiendo el número de variables a optimizar en 2 (coeficiente de amortiguamiento y masa generalizada), el número máximo de generaciones en 50 y el número de individuos por generación en 100, y establecemos los límites superiores e inferiores para ambas variables (1000 y 300 para la masa generalizada y 1 y 0.001 para el coeficiente de amortiguamiento). Se obtienen los valores de las propiedades modales que se indica en (Ec. 46).

$$\begin{aligned}
 \text{Frecuencia natural} &\rightarrow \omega_0 = 2.147 \text{ Hz} \\
 \text{Coeficiente de amortiguamiento} &\rightarrow \xi_0 = 0.00406 = 0.406 \% \\
 \text{Masa generalizada} &\rightarrow m_{gn} = 520.879 \text{ kg}
 \end{aligned} \tag{46}$$

3.2.3. Representación del sistema en espacio de estados

A continuación, y como la última etapa del modelado de la plataforma como un sistema de un grado de libertad, se obtiene la representación del sistema en espacio de estados a partir de las propiedades modales obtenidas. Las matrices de este espacio de estados serán las que ya se han indicado en (Ec. 44).

Una vez se tiene el modelo representado en espacio de estados, se calcula su función de respuesta en frecuencia entre 1 y 4 Hz (utilizando el comando `freqresp`) y la comparamos con la FRF obtenida experimentalmente, mostramos esta comparación en la Figura 18.

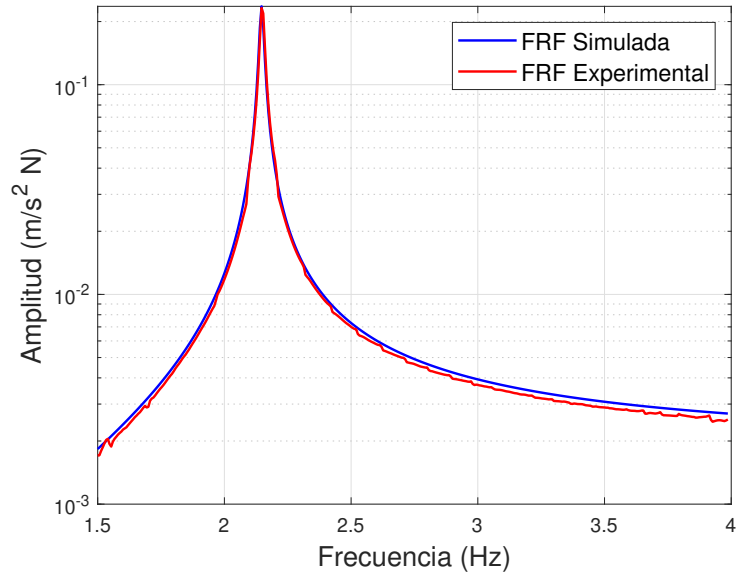


Figura 18: Comparación entre las funciones de respuesta en frecuencia simuladas y experimentales del sistema de un grado de libertad.

a) Validación en el dominio temporal

A continuación se lleva a cabo la validación de este modelo en el dominio temporal midiendo la respuesta de la plataforma ante una excitación en la frecuencia entre 1 y 4 Hz. En la Figura 19 se muestra la comparación de la respuesta medida de la plataforma ante esta excitación y la respuesta simulada que se obtiene al aplicar al modelo esta misma entrada (utilizando el comando `lsim` de Matlab). Se observa como el ajuste entre ambas señales es suficientemente bueno.

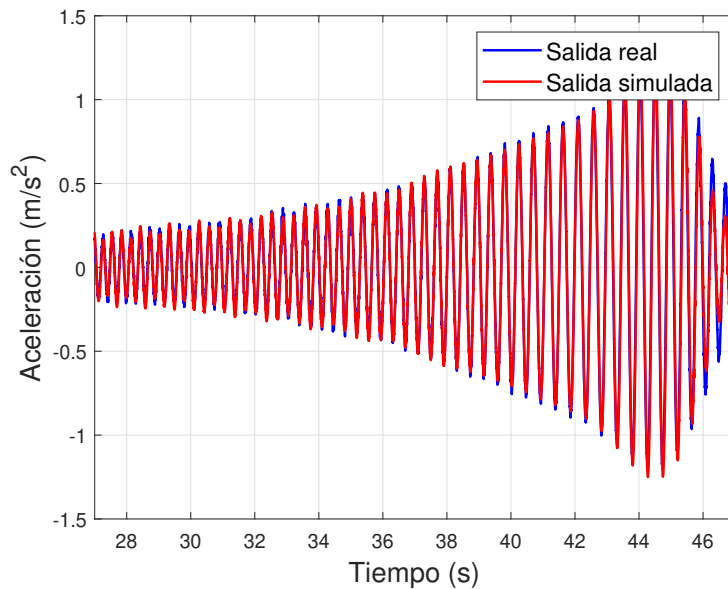


Figura 19: Comparación temporal de la respuesta medida y simulada del sistema ante una misma entrada.

3.3. Modelado del actuador

En este apartado el objetivo será la obtención de un modelo que describa el comportamiento y las dinámicas del excitador de masa inercial que se utilizará para realimentar fuerza al sistema y de esta forma poder cancelar de forma activa las vibraciones de la plataforma derivadas de su primer modo.

Como ya se ha comentado en la sección de instrumentación, se empleará como actuador del control activo el mismo excitador que se usó en la identificación de la estructura, el modelo en concreto que se va a utilizar será un APS 400 ELECTRO-SEIS. Se trata de un actuador inercial, que funciona generando fuerzas inerciales en la estructura sobre la que se coloca sin necesidad de una referencia fija. El excitador consiste en una masa de reacción móvil (31.2 kg) unida a una bobina de corriente que se mueve en un campo magnético creado por un conjunto de imanes permanentes. La masa móvil está conectada al bastidor mediante un sistema de suspensión. Este excitador se alimenta por una señal eléctrica que varía en voltaje entre ± 2 V, además cuenta con un amplificador que permite cambiar la ganancia que le llega al sistema mediante un control manual. En la Figura 20(a) se muestra una imagen del actuador detallando sus diferentes partes, así como de su amplificador 20(b).

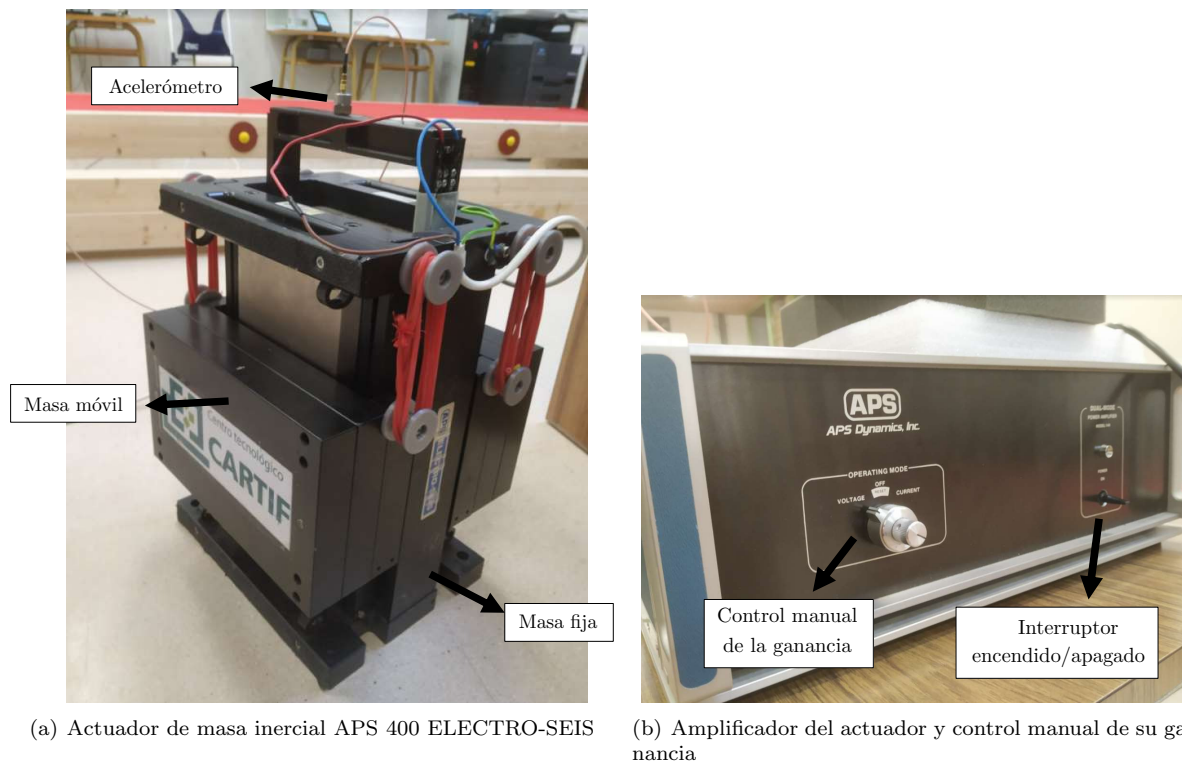


Figura 20: Componentes del actuador de masa inercial.

La dinámica de un actuador de masa inercial se puede describir [4] según la función de transferencia de tercer orden que se indica en la ecuación 47. Donde K_A será la constante del transductor (en N/A), ω_A será la frecuencia natural asociada al sistema de masa móvil suspendida, ξ_A representa el coeficiente de amortiguamiento y el polo en ε refleja la propiedad de estos instrumentos como filtro de paso bajo, absorbiendo las frecuencias más altas de la frecuencia de corte f_A (en Hz), tal que $\varepsilon = 2\pi \cdot f_A$.

$$G_A(s) = \left(\frac{K_A s^2}{s^2 + 2\xi_A \omega_A s + \omega_A^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{s + \varepsilon} \right) \quad (47)$$

De forma que el proceso de identificación de este instrumento consistirá en la obtención de los coeficientes de esta función de transferencia entre la fuerza de inercia aplicada a la estructura y la tensión de entrada.

3.3.1. Obtención experimental de las FRFs

Para el proceso experimental de identificación del excitador se utilizará un acelerómetro piezoeléctrico, que se coloca en la masa móvil como se muestra en la Figura 20(a), y se monitoriza tanto esta aceleración como la señal de voltaje que enviamos desde la MyRio hasta el actuador. Esta señal consistirá en un patrón chirp de amplitud ± 2 V entre 0 y 30 Hz, de manera que cada ciclo de subida y de bajada conste de 60000 muestras, enviadas con una frecuencia de 1 kHz, por lo que cada ciclo completo requerirá un tiempo de 120 segundos. Mediante la tarjeta de adquisición de datos se tomarán 1000 muestras por segundo ($f_s = 1000$ Hz). Se calcularán las FRFs, igual que en la identificación de la pasarela, utilizando el comando `tfestimate` de Matlab, calculando cada promedio con 90000 puntos ($N = 900000$) ($T_a = 90$ s), de forma que no coincida con los ciclos de subida o bajada del excitador. La estimación de las FRFs se realizará promediando 3 ciclos completos (subida y bajada) del excitador, que equivaldrán a 4 promedios de 90000 datos, el tiempo total de adquisición será de 6 minutos. Se empleará una ventana *Blackman* para el procesamiento de las señales con $N = 900000$.

Así mismo como la ganancia de la señal que alimenta al excitador se puede controlar de forma manual, se identificará al actuador para distintas posiciones de esta ganancia, de forma que se podrá usar en el control activo la que más interese. Se utilizarán tres posiciones diferentes, que se sitúan entre la posición de ganancia mínima donde la respuesta del excitador con respecto al voltaje es nula hasta la posición de ganancia máxima donde la masa móvil llega al final de carrera. De forma que las tres posiciones elegidas son funcionales y el sistema funciona sin riesgo de dañar al instrumento o a la estructura.

Por tanto, se procede como se ha comentado, obteniendo las FRFs experimentales que se muestran en la Figura 21 para las tres posiciones escogidas.

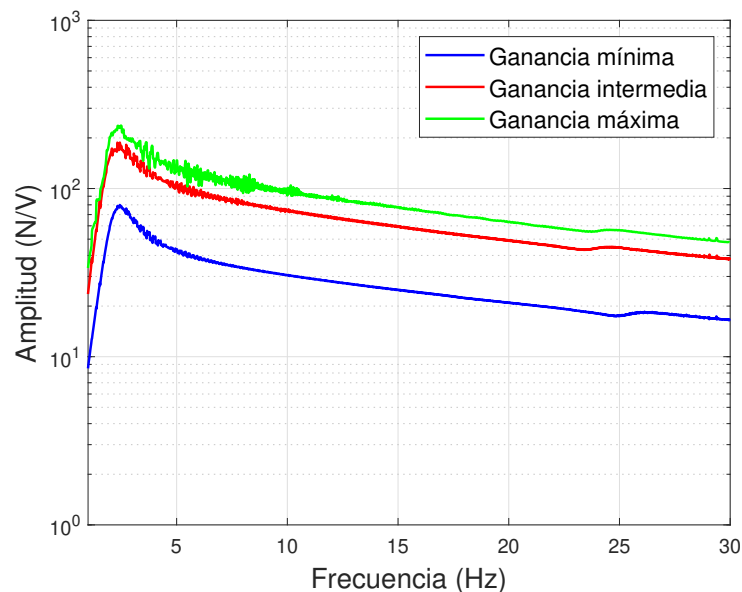


Figura 21: Funciones de respuesta en frecuencia experimentales del excitador para distintas posiciones de la ganancia establecida manualmente.

3.3.2. Cálculo de los coeficientes de la función de transferencia

Para obtener las funciones de transferencia definidas en la ecuación 47 para las tres posiciones de la ganancia se procede, igual que en el caso de la estructura, utilizando un algoritmo genético con el objetivo de hacer una optimización de tipo *curve fitting* entre los datos experimentales y los estimados.

En este caso se tienen cuatro parámetros a optimizar, la constante del transductor (K_A), el coeficiente de amortiguamiento (ξ_A), la frecuencia natural (ω_A) y la frecuencia de corte en rad/s (ε), la función objetivo del algoritmo consistirá en calcular la función de transferencia (47) con los parámetros

de cada iteración y comparar su FRF (obtenida mediante el comando `freqresp` de Matlab) con la FRF experimental que se ha obtenido anteriormente para cada posición de la ganancia, de tal manera que esta función objetivo devolverá el error cuadrático medio existente entre las dos funciones de respuesta en frecuencia, siendo este valor el que buscaremos minimizar.

Los parámetros que se utilizarán en los algoritmos genéticos de cada posición son:

- Número de generaciones máximo: 100
- Número de individuos por generación: 500
- Límites superiores de los parámetros a optimizar $(K_A, \xi_A, \omega_A, \varepsilon)$: 50000, 1, 20, 200
- Límites inferiores de los parámetros a optimizar $(K_A, \xi_A, \omega_A, \varepsilon)$: 0, 0, 10, 50

Ejecutando los algoritmos se obtienen los siguientes valores para los parámetros optimizados en las distintas posiciones de la ganancia (mínima, intermedia, máxima)(Ec. 48), con los que se calculan las tres funciones de transferencia para las tres posiciones de la ganancia que relacionan el voltaje de entrada con la fuerza inercial de salida (Ec. 49).

$$\begin{aligned}
 K_A &= (3159.22, \quad 7196.64, \quad 9348.52) \\
 \xi_A &= (0.24, \quad 0.26, \quad 0.26) \\
 \omega_A &= (14.33, \quad 13.59, \quad 13.69) \\
 \varepsilon &= (85.64, \quad 76.61, \quad 78.23)
 \end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}
 G_{AGmin}(s) &= \frac{3159.22s^2}{s^3 + 92.39 \cdot s^2 + 783.6 \cdot s + 17580} \\
 G_{AGint}(s) &= \frac{7195.64s^2}{s^3 + 83.81 \cdot s^2 + 736.3 \cdot s + 14150} \\
 G_{AGmax}(s) &= \frac{9348.52s^2}{s^3 + 85.44 \cdot s^2 + 751.8 \cdot s + 14660}
 \end{aligned} \tag{49}$$

En la Figura 22 se muestra la comparación de las funciones de respuesta en frecuencia obtenidas a partir de estas funciones de transferencia (comando `freqresp` de Matlab) con las correspondientes funciones de respuesta en frecuencia experimentales para cada posición de la ganancia. Se puede observar como el error cometido al modelizar el excitador para las distintas posiciones identificadas es mínimo.

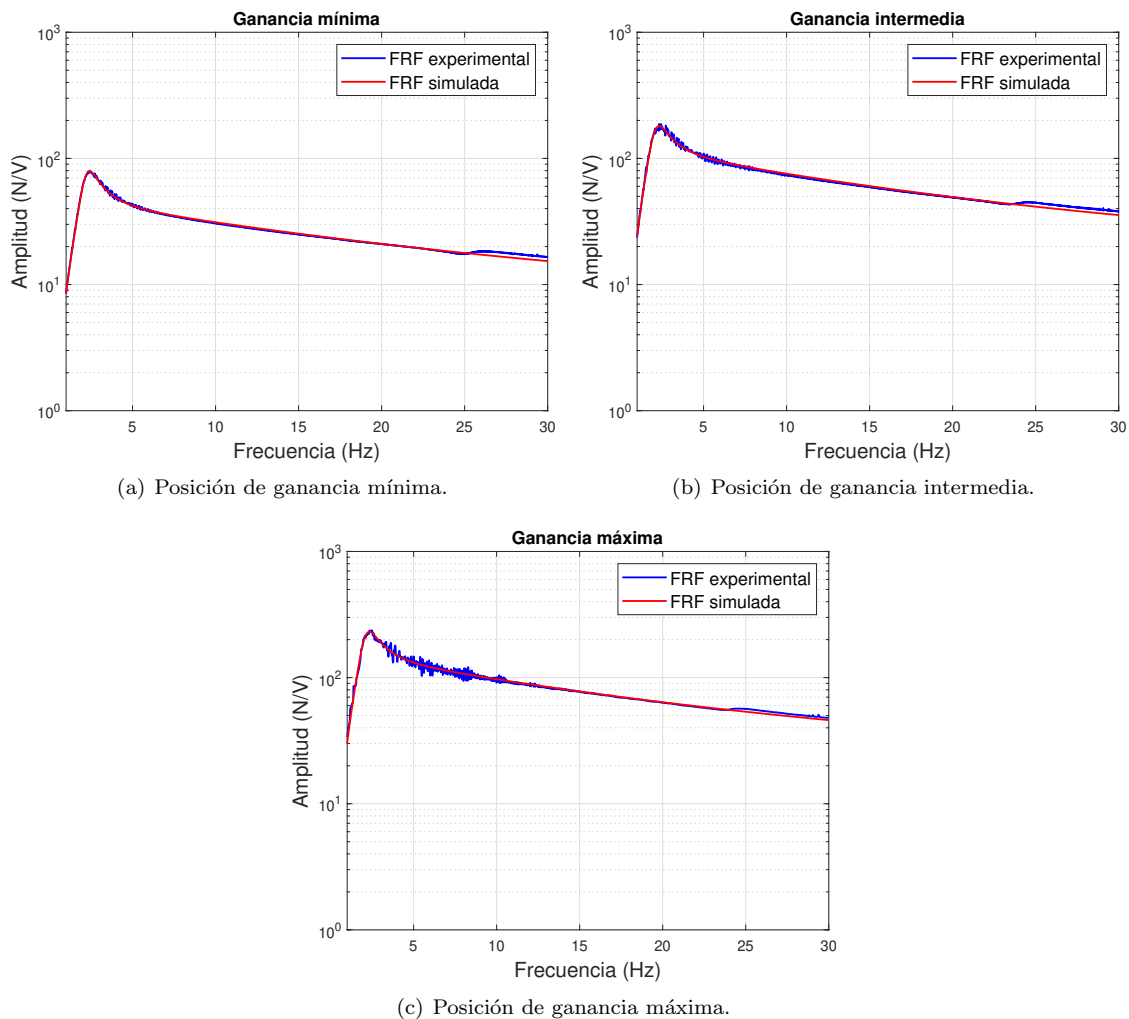


Figura 22: Comparación de las FRFs experimentales con las obtenidas mediante simulación de los modelos del excitador para las distintas posiciones de su ganancia.

Por último, en la Figura 23 se muestra una comparación de las funciones de respuesta en frecuencia de cada modelo del excitador definido por la posición de la ganancia. A la hora de diseñar el control activo se podrá trabajar con cualquiera de estos modelos, pero interesará, para actuar lo más rápido posible, ser capaces de inducir en la estructura fuerzas de la mayor magnitud posible, esto se conseguirá con el modelo correspondiente a la posición de ganancia máxima del excitador, que para una misma señal de entrada en voltaje producirá las mayores fuerzas inerciales. Por otro lado, se deberá de tener cuidado en mantener esta posición de la ganancia a la hora de hacer funcionar el excitador como actuador en la cancelación activa de vibraciones, pues el modelo utilizado solo será válido para dicha posición.

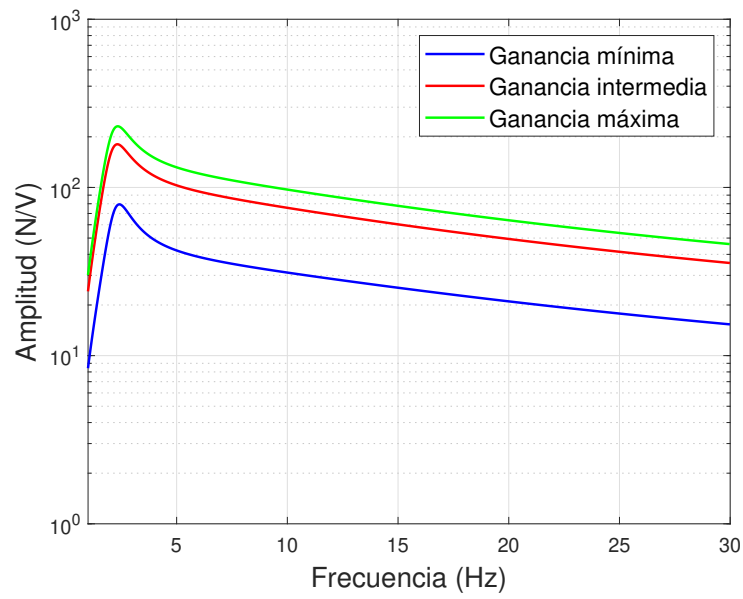


Figura 23: Comparación de las funciones de respuesta en frecuencia obtenidas a partir de los modelos del excitador para las distintas posiciones de la ganancia identificadas.

4. DISEÑO DEL CONTROLADOR

En este capítulo se describirá el proceso llevado a cabo para el diseño de la estructura de control empleada para la cancelación activa de vibraciones en la estructura. Se comenzará con el diseño de la ley de control para un proceso ideal en el que las variables de estado son conocidas en todo momento y en el que las fuerzas de realimentación se pueden aplicar sobre la estructura de forma inmediata y sin ninguna dinámica externa asociada; para posteriormente ir salvando cada una de estas limitaciones y no idealidades y llegar a una estructura de control aplicable en el sistema con los medios físicos disponibles.

4.1. Control por realimentación de estados

Ya se ha estudiado en la sección 2.3 (Estructuras de control mediante realimentación del estado) en qué consiste este tipo de sistema de control. Se representa el diagrama de bloques utilizando la extensión Simulink de Matlab (Figura 24), donde se realimenta el sistema añadiendo una ganancia ($K_r = [K_{r1} \ K_{r2}]$) que multiplica al vector x de las variables de estado ($x = desplazamiento$ y $\dot{x} = velocidad$). La entrada del sistema se corresponde con la perturbación en unidades de fuerza, a la que se suma la fuerza de realimentación.

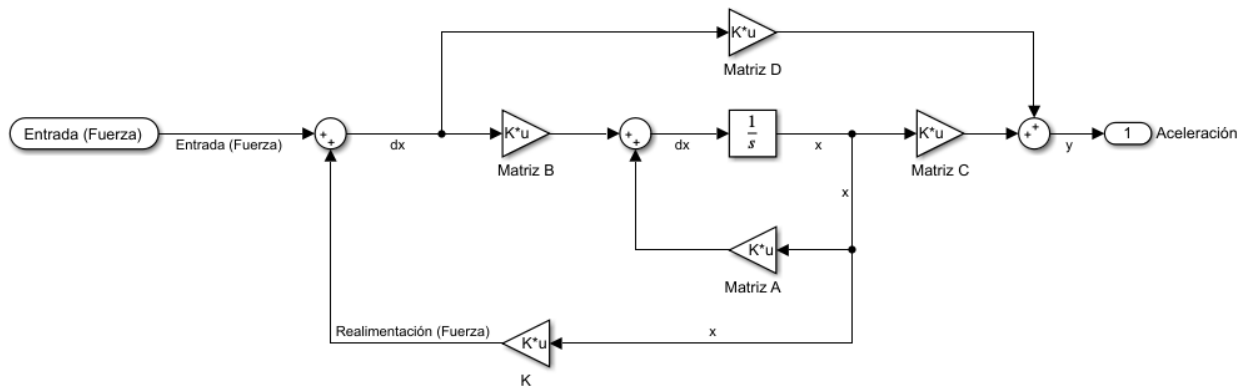


Figura 24: Modelo del sistema realimentado en espacio de estados representado en Simulink. El sistema realimenta el vector de variables de estado multiplicándolo por la matriz de ganancias K_r .

El diseño de la ley de control va a consistir en la elección de los parámetros K_{r1} y K_{r2} de la matriz de ganancias, se va a utilizar el método de la localización de los polos en lazo cerrado, explicado en la sección 2.3.1, donde los polos del sistema vendrán definidos por la ecuación 34. La parte real de estos polos va a depender exclusivamente del valor de K_{r2} , mientras que la parte imaginaria dependerá de los valores de K_{r1} y K_{r2} . Este análisis se centrará únicamente en ubicar la parte real de los polos en función de K_{r2} , pues su influencia en la respuesta del sistema va a ser mucho mayor que los cambios de K_{r1} . De forma que se asignará un valor de 0 a K_{r1} y se buscará el valor de K_{r2} que ofrezca una respuesta más aceptable.

Sustituyendo los valores de masa, frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento del primer modo de la estructura (Ec. 46) en la ecuación 36, se obtendrá el valor límite de K_{r2} para el que el sistema comenzará a ser inestable, que se expresa en (Ec. 50). Así como la ubicación de los polos en lazo cerrado en función de los valores de K_{r2} (Figura 25).

$$K_{r2 \text{ Límite}} = (2 \cdot 0.004061 \cdot (2.1467 \cdot 2\pi)) \cdot 520.8791 = 57.06 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m} \quad (50)$$

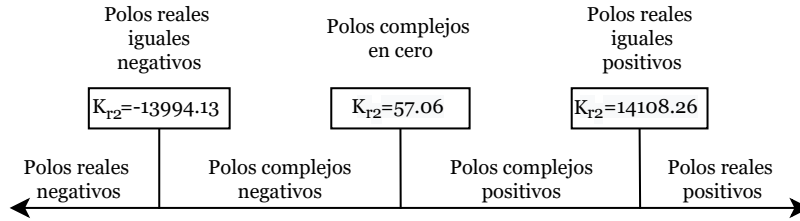


Figura 25: Localización de los polos del sistema en lazo cerrado en función de los valores de K_{r2} , con $K_{r1} = 0$.

A modo de comprobación, se calculan los polos del sistema en lazo cerrado (Figura 26), cuya representación en espacio de estados estará definida por las matrices expresadas en (Ec. 51), siendo A_{ss} , B_{ss} , C_{ss} y D_{ss} las matrices del sistema en lazo abierto obtenidas en (Ec. 44). Se observa como los polos obtenidos para este valor límite de K_{r2} , con $K_{r1} = 0$, son prácticamente 0 ($-8.1 \cdot 10^{-7}$). De forma que para valores de K_{r2} superiores al límite el sistema se hará inestable, y cuando menor sea este valor mayor será la velocidad y la eficacia del controlador.

$$\begin{aligned}
 A_{LC} &= [A_{ss} + B_{ss}K_r] \\
 B_{LC} &= B_{ss} \\
 C_{LC} &= [C_{ss} + D_{ss}K_r] \\
 D_{LC} &= D_{ss}
 \end{aligned}
 \tag{51}$$

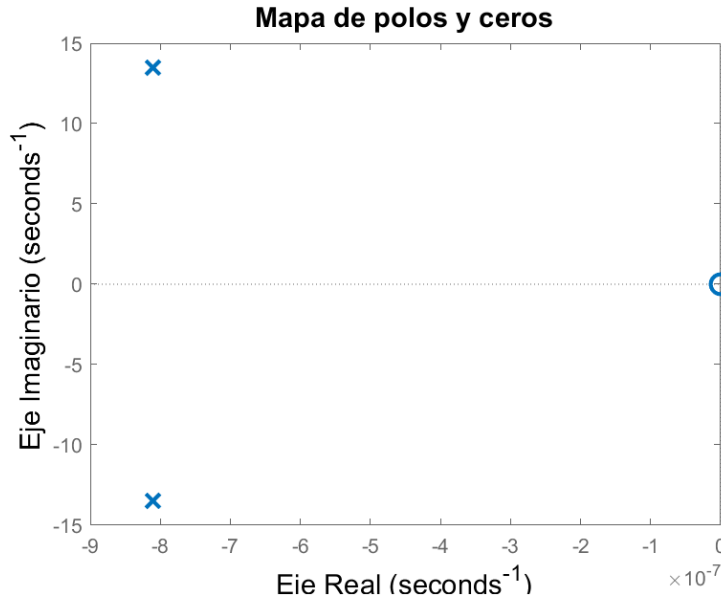


Figura 26: Mapa de polos y ceros del sistema en lazo cerrado para valores de la ganancia: $K_{r1} = 0$ y $K_{r2} = 57.06$.

A continuación, se utilizan distintos valores de K_{r2} para observar su influencia sobre la respuesta del sistema. Para ello, se ejecuta el modelo de Simulink (representado en la Figura 24) con los distintos valores escogidos (-100 , -10^3 , -10^4 , -10^6), estableciendo como entrada del sistema una excitación conocida (en newtons) entre 1 y 4 Hz de frecuencia, cuya respuesta medimos en la estructura, de forma que se puede comparar la salida real del sistema sin realimentar con la salida simulada realimentada (Figura 27), donde

se observa cómo al aumentar el valor de K_{r2} en valor absoluto disminuye el movimiento que experimenta la estructura (de forma simulada) hasta ser prácticamente nulo.

Este fenómeno se corrobora al representar las funciones de respuesta en frecuencia de los sistemas en lazo cerrado para los distintos valores de K_{r2} (Figura 28) (utilizando el comando `freqresp` de Matlab), donde se puede observar cómo el pico del primer modo de la estructura desaparece al aumentar el valor de la ganancia, minimizando la respuesta del sistema en el rango de frecuencias estudiado. Esto se debe a la ubicación de los polos de los sistemas en lazo cerrado (Figura 29), cuya parte real en valor absoluto aumenta con el valor de K_{r2} , haciendo que los sistemas respondan de forma más rápida y con mayor amortiguamiento. Vemos como al llegar a un valor de K_{r2} determinado ($K_{r2} = -13994.13$), los polos complejos pasan a ser polos reales, haciendo que la respuesta del sistema pase de ser subamortiguada a sobreamortiguada.

Al tratarse de sistemas de segundo orden se puede calcular fácilmente su coeficiente de amortiguamiento a partir de las funciones de transferencia en lazo cerrado (Ec. 52).

$$\begin{aligned}
 K_{r2} = -100 &\rightarrow G(s) = \frac{0.00192s^2}{s^2 + 0.3015s + 181.9} \rightarrow \xi = 0.01118 \\
 K_{r2} = -1000 &\rightarrow G(s) = \frac{0.00192s^2}{s^2 + 2.029s + 181.9} \rightarrow \xi = 0.07522 \\
 K_{r2} = -10^3 &\rightarrow G(s) = \frac{0.00192s^2}{s^2 + 19.31s + 181.9} \rightarrow \xi = 0.71587 \\
 K_{r2} = -10^6 &\rightarrow G(s) = \frac{0.00192s^2}{s^2 + 1919.8s + 181.9} \rightarrow \xi = 71.17
 \end{aligned} \tag{52}$$

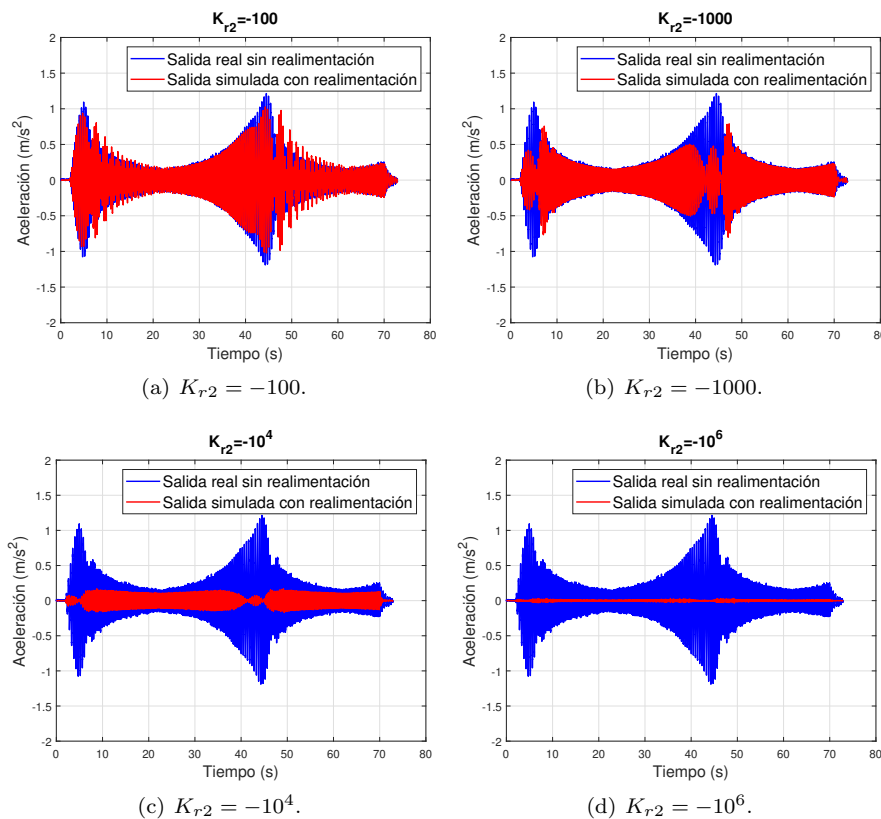


Figura 27: Comparación de la respuesta del sistema sin realimentar con la respuesta simulada con realimentación para distintos valores de la ganancia K_{r2} .

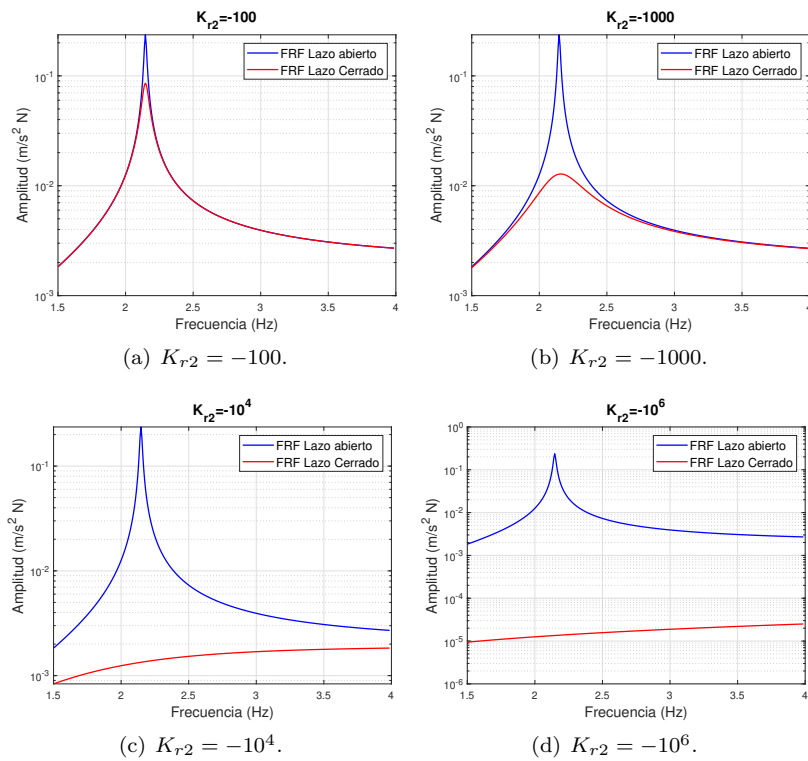


Figura 28: Comparación de las funciones de respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto con respecto a los sistemas en lazo cerrado para distintos valores de la ganancia de realimentación.

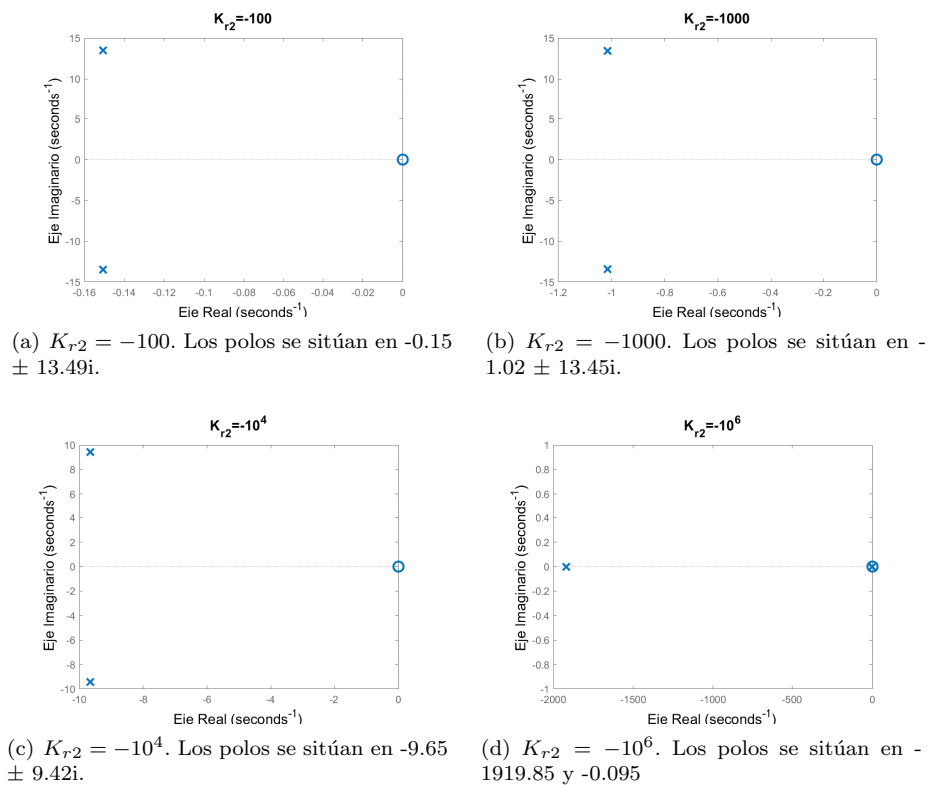


Figura 29: Mapas de polos y ceros de los sistemas en lazo cerrados para los distintos valores de la ganancia de realimentación.

Es evidente que el sistema realimentado de cancelación activa de vibraciones funcionará mejor cuanto mayor sea el valor de la ganancia, pues mayor será el amortiguamiento del sistema, llegando a un punto en el que se conseguirá que la aceleración experimentada por la plataforma sea nula. Esto se traduce en que el sistema será más eficiente cuanto mayor sea la fuerza inducida en la realimentación. En la Figura 30 se muestra la comparación de esta fuerza de realimentación con la perturbación que experimenta la estructura en newtons y cuya respuesta se quiere minimizar.

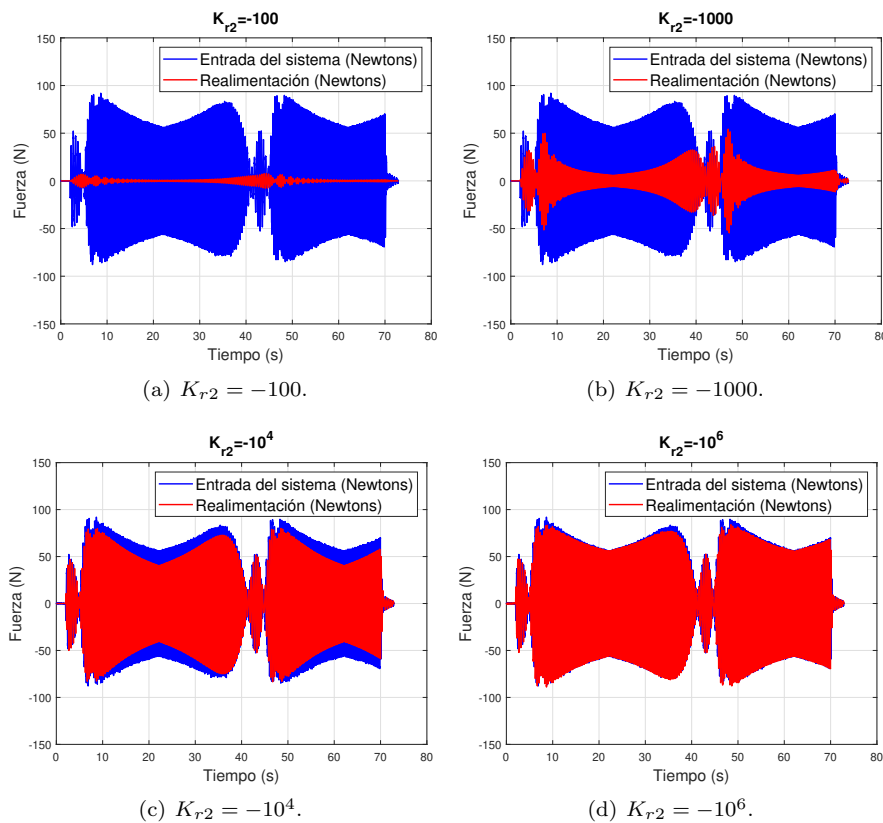


Figura 30: Representa la fuerza que actúa como perturbación del sistema con respecto a la fuerza aplicada como realimentación.

El sistema funcionará de forma ideal (con aceleración de respuesta nula) cuando se consiga aplicar a la estructura la misma fuerza realimentada que la fuerza que se aplica sobre ella, pero de signo opuesto (Figura 31).

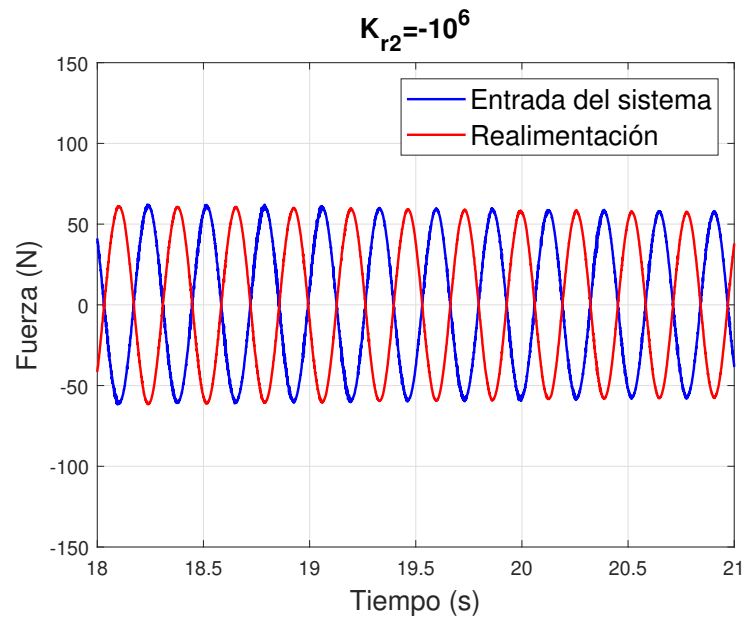


Figura 31: Representación en el dominio temporal de la realimentación del sistema en lazo cerrado con una ganancia $K_{r2} = -10^6$ frente a la entrada del sistema.

Para conseguir que el sistema funcione manteniendo la aceleración de respuesta nula es necesario que el sistema sea suficientemente rápido, es decir, que el tiempo entre la entrada al sistema y la realimentación de signo opuesto sea lo menor posible. Se puede estudiar este tiempo para los distintos valores de la ganancia; para ello, se calcula el tiempo de subida (*rise time*) de los sistemas en lazo cerrado. Se define este tiempo de subida como el tiempo que transcurre desde que empieza a evolucionar la salida del sistema (en unidades de aceleración) hasta que alcanza por primera vez su valor de régimen estacionario (aceleración nula), y se calcula mediante el comando `stepinfo` de Matlab, definiendo los límites del tiempo de subida en 0 y 1 (Figura 32).

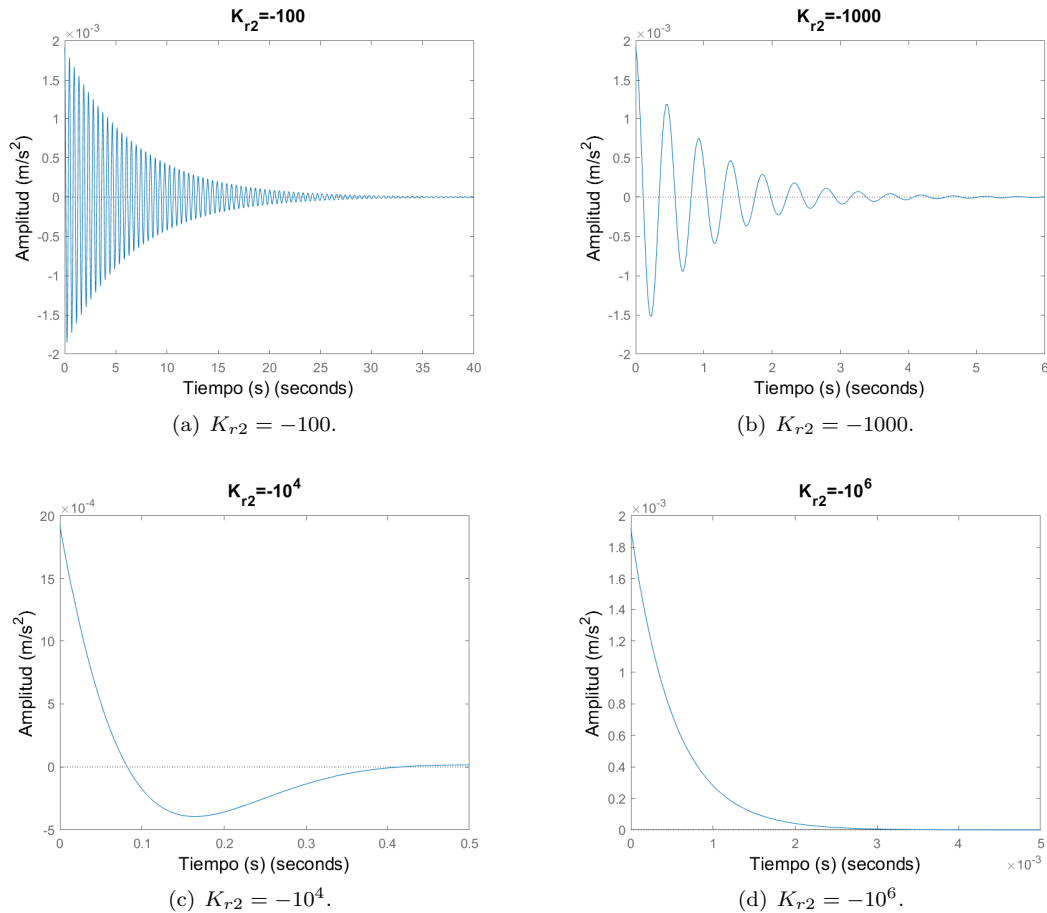


Figura 32: Respuesta ante una entrada de tipo escalón de los sistemas en lazo cerrado para los distintos valores de K_{r2} .

Se observa como los tres primeros sistemas son subamortiguados mientras que el último es sobre-amortiguado. A partir de estas gráficas se calcula el tiempo de subida de cada sistema. En la Tabla 2 se muestran los valores en segundo de los tiempos de subida obtenidos para los distintos valores de la ganancia de realimentación.

K_{r2}	Tiempo de subida (s)
-100	0.1156
-1000	0.1113
-10^4	0.0821
-10^6	0.0052

Tabla 2: Tiempo de subida de los sistemas en lazo cerrado para distintos valores de la ganancia de realimentación.

Para poder entender mejor cómo afectarán estos tiempos al comportamiento del sistema, se representa la fuerza de realimentación de los sistemas en lazo cerrado ante una señal escalón de 1 N de amplitud (Figura 33) cuando el sistema parte del reposo. Se observa cómo el tiempo de subida se corresponderá con el tiempo de retardo desde que se produce un cambio en la perturbación del sistema (entrada) hasta que la realimentación alcanza su valor máximo.

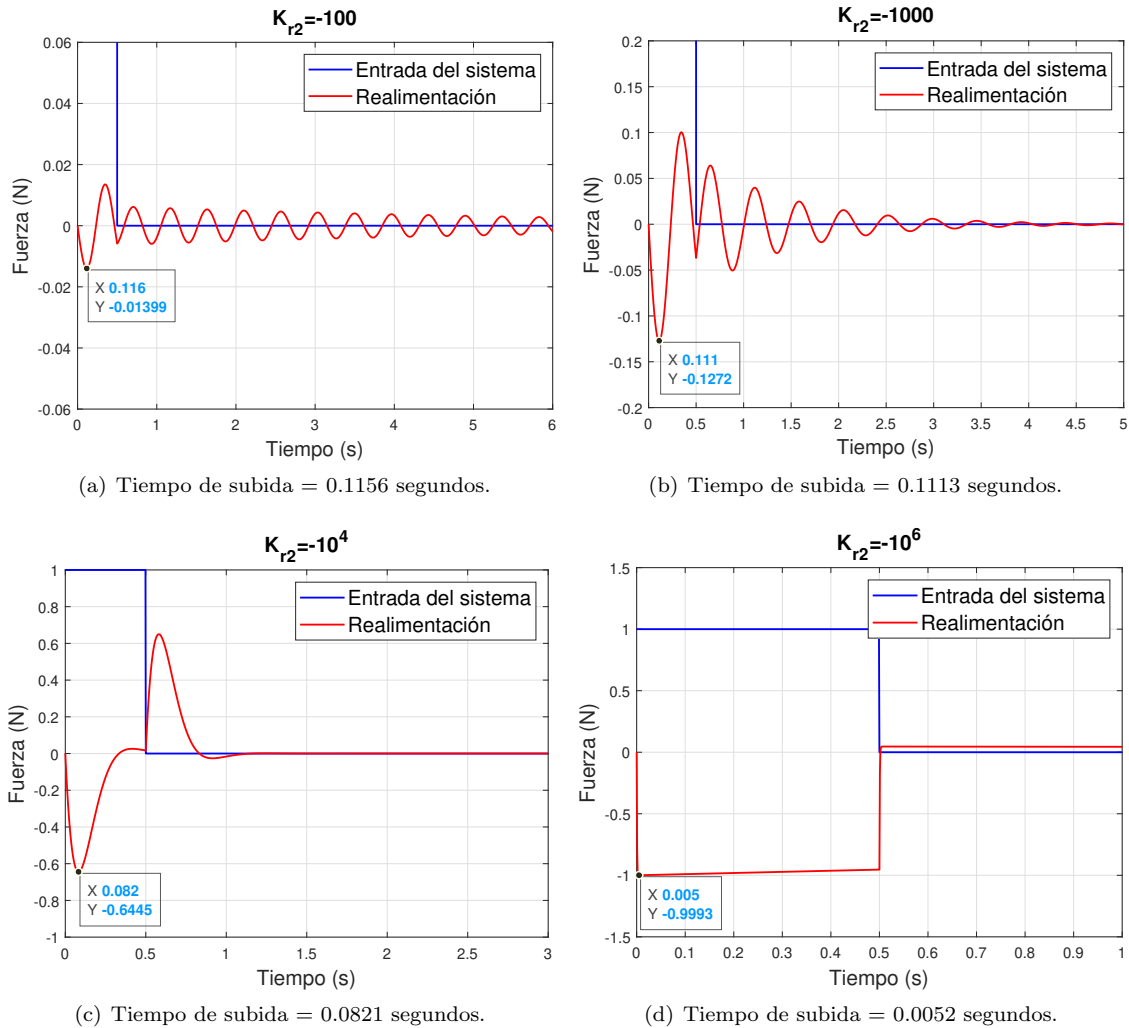


Figura 33: Tiempo de subida de los sistemas en lazo cerrado para los distintos valores de las ganancias. Los tres primeros sistemas son subamortiguados, mientras que el cuarto es sobreamortiguado.

Está claro que para que el sistema de cancelación de vibraciones funcione correctamente, el sistema en lazo cerrado deberá actuar con gran velocidad para conseguir contrarrestar de forma rápida las perturbaciones del sistema. Para minimizar el retardo en la señal de realimentación con respecto a la entrada del sistema, se deberá buscar una ganancia que haga que el tiempo de subida del sistema en lazo cerrado sea lo menor posible, siendo este límite el marcado por la frecuencia a la que estemos muestreando. Es decir, se buscará una ganancia para la cual el tiempo de subida del sistema en lazo cerrado sea menor que el tiempo de muestreo, de forma que solo haya un retraso de una unidad de tiempo con respecto a la entrada. En la Figura 34 se muestra la comparación de la realimentación del sistema ante la misma entrada con dos ganancias distintas, siendo para la segunda de ellas el tiempo de subida del sistema igual al tiempo de muestreo. En esta situación el sistema actuará minimizando lo máximo posible el retardo entre la entrada y la señal de realimentación para la frecuencia de muestreo escogida.

En la Figura 35 se representa la respuesta temporal del sistema con la ganancia $K_{r2} = -4 \cdot 10^6$ ante la misma entrada que teníamos en la Figura 27, se ve como para esta ganancia la salida es prácticamente nula ($ECM = 1.2928 \cdot 10^{-6}$), mientras que con la ganancia de $K_{r2} = -10^6$ se obtenía un error de $1.35 \cdot 10^{-5}$.

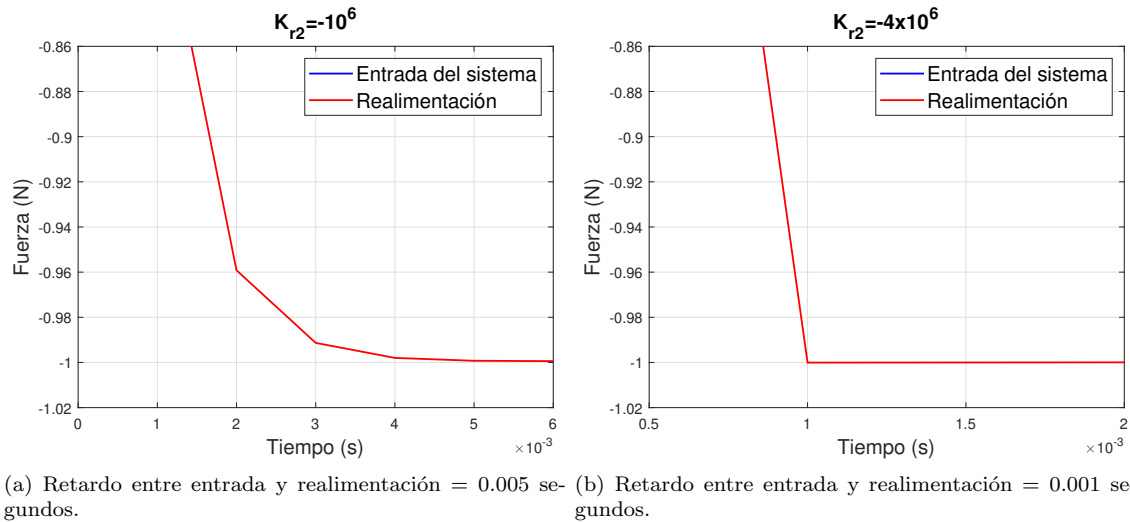


Figura 34: Tiempo que tarda la señal de realimentación en alcanzar su valor máximo ante un cambio en la entrada del sistema para dos valores de la ganancia de realimentación.

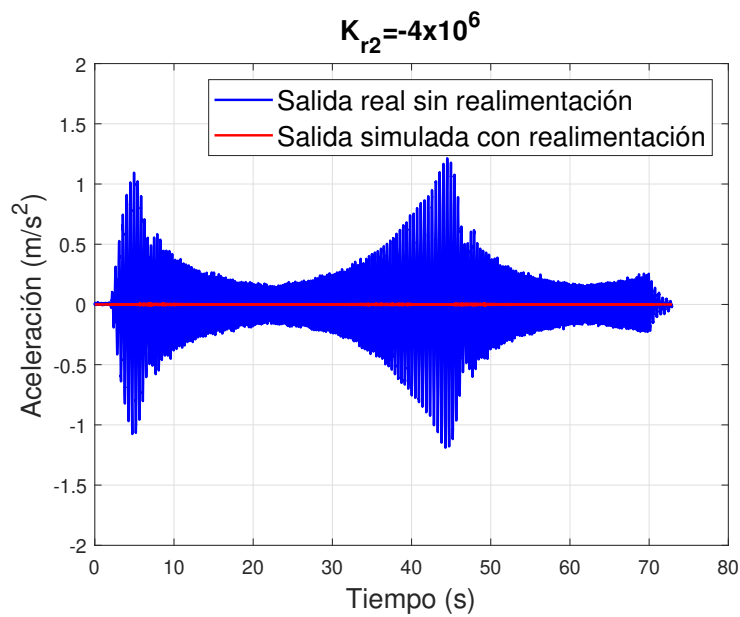


Figura 35: Respuesta temporal del sistema en lazo cerrado con una ganancia $K_{r2} = -4 \cdot 10^6$ ante una entrada que varía entre los 1 y los 4 Hz.

A partir de este valor de K_{r2} el retardo comentado será el mismo, pues ya no dependerá de la ganancia de realimentación sino del tiempo en el que se esté muestreando. Si se sigue aumentando el valor de la ganancia (en valor absoluto) aumentará el valor de la realimentación para que sea igual al valor de la perturbación en newtons. En la Figura 33(d) se ve como la realimentación no llega a 1 N, que es el valor de la entrada, e inmediatamente comienza a descender; aumentando la ganancia se conseguiría llegar a 1 y mantenerlo hasta que cambie el valor de la entrada (Figura 36), mejorando la respuesta del sistema cuanto más aumentemos la ganancia (con una ganancia de $K_{r2} = -4 \cdot 10^9$ se obtiene un error cuadrático medio en la salida de $1.43 \cdot 10^{-12}$, ante la misma entrada que teníamos anteriormente).

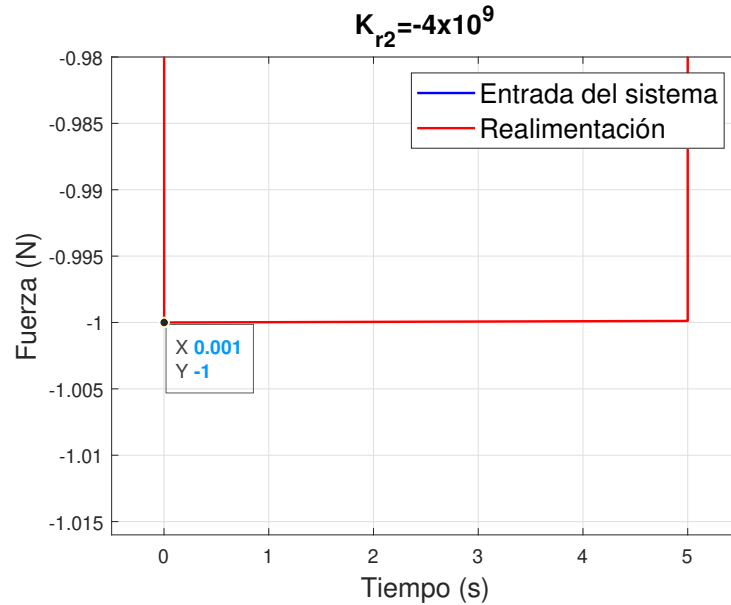


Figura 36: Realimentación del sistema en lazo cerrado con una ganancia de $K_{r2} = -4 \cdot 10^6$ cuando la entrada se corresponde con 1 N en el instante 0. El sistema tarda 0.001 s (una unidad temporal de muestreo) en alcanzar el valor de realimentación que se corresponde con la entrada cambiada de signo, y se mantiene así hasta que la entrada cambia de valor.

Se ha llevado a cabo un estudio de la influencia del valor de la ganancia de realimentación en la respuesta del sistema y se puede concluir que cuanto mayor sea esta (en valor absoluto), más negativos serán los polos del sistema en lazo cerrado y, por tanto, más rápido actuará el sistema, disminuyendo las vibraciones de la estructura hasta ser prácticamente nulas.

De forma que el sistema funcionará mejor cuanto más cerca en valor absoluto esté la señal de realimentación de la entrada del sistema (con signo opuesto), y cuanto menos tiempo transcurra entre ambas señales.

Sin embargo, en el sistema real aparecerán una serie de factores a tener en cuenta que supondrán una limitación, no pudiendo aumentar la ganancia ni evitar los retardos de forma indefinida. Estas limitaciones se pueden resumir en los siguientes puntos.

1. Únicamente se podrá medir la aceleración del sistema, por lo que será necesario estimar las variables de estado (desplazamiento y velocidad).
2. Existirá una limitación debida al actuador que se utilice, pues, además de tener un máximo en la fuerza que puede aplicar, se trata de un sistema físico con sus propias dinámicas, por lo que tendrá asociado ciertos retrasos.
3. A la hora de la implementación del sistema de control, tanto los sistemas de medida como de adquisición y envío de datos conllevarán ciertos retrasos que aumentarán el tiempo entre la perturbación y la realimentación del sistema para contrarrestarla.

A continuación se resuelven estos factores comentados de forma que se pueda llevar este sistema de control a uno aplicable al sistema real.

4.2. Diseño e implementación del estimador de variables de estado

En la sección 2.3.2 (Estimador del estado) se ha comentado el modelo de estimador de espacio de estados que se va a utilizar en este trabajo. En la Figura 37 se representa este modelo en Simulink,

donde las constantes K_e y K_c son las ganancias que se deberán optimizar para que el comportamiento del estimador sea el adecuado. Las matrices A_{ss} , B_{ss} , C_{ss} y D_{ss} se corresponden con las matrices de la representación en espacio de estados del sistema, la señal y representa la aceleración medida de la estructura, y_{est} es la estimación de esta aceleración, x_{est} representa el vector de variables de estado (desplazamiento y velocidad) estimadas y u representa la estimación de la señal en unidades de fuerza que está excitando la estructura para que se mueva con la aceleración y .

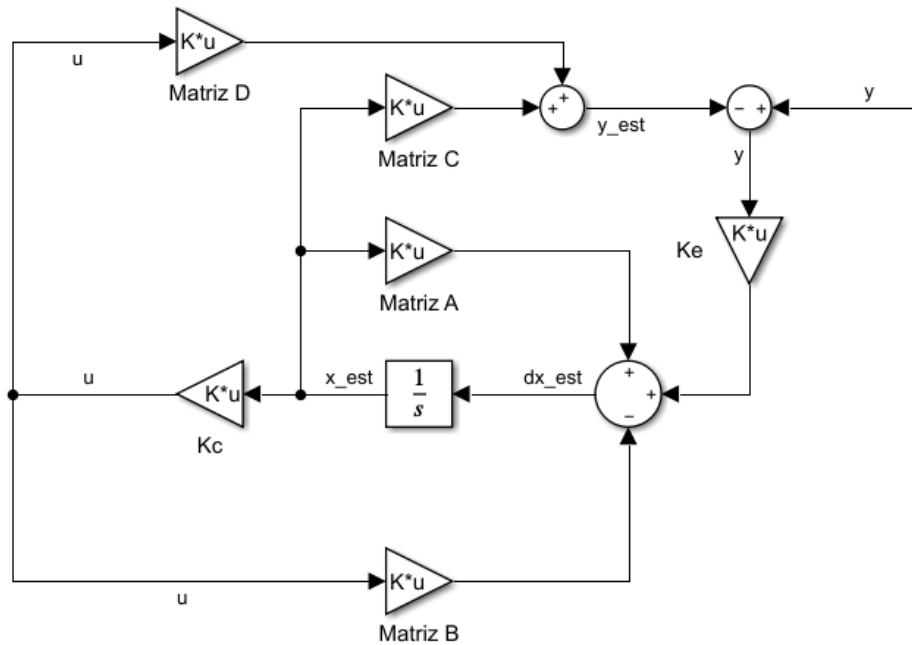


Figura 37: Estimador del estado representado en Simulink.

4.2.1. Sintonización de las ganancias del estimador

Se elegirán los valores de K_e y K_c con el objetivo de que el error entre la aceleración estimada y la aceleración medida sea lo menor posible. Para ello, se representa al estimador como un sistema en espacio de estados donde la entrada será la aceleración medida (y) y la salida la aceleración estimada (y_{est}) (Ec. 38). Para que el estimador funcione de forma correcta la salida del sistema deberá coincidir con la entrada, es decir, la función de respuesta en frecuencia de este sistema deberá de ser una recta horizontal de valor 1 en el rango de frecuencias estudiado.

Para optimizar los valores de las ganancias se utilizará un algoritmo genético cuya función objetivo a minimizar será el error cuadrático medio entre la función de respuesta en frecuencia del sistema para los distintos valores de K_e y K_c estudiados y la recta horizontal de valor 1 en el rango de frecuencias para el que se está diseñando el controlador (1.5-4 Hz).

Los parámetros de este algoritmo serán:

- Número de variables = 4 $\rightarrow K_{c1}$, K_{c2} , K_{e1} y K_{e2} tal que $K_c = [K_{c1} \ K_{c2}]$ y $K_e = \begin{bmatrix} K_{e1} \\ K_{e2} \end{bmatrix}$
- Límites superiores = [0.0001 0.0001 -100 -100]
- Límites inferiores = [100 100 -0.0001 -0.0001]
- Número máximo de generaciones = 100

- Individuos por generación = 200

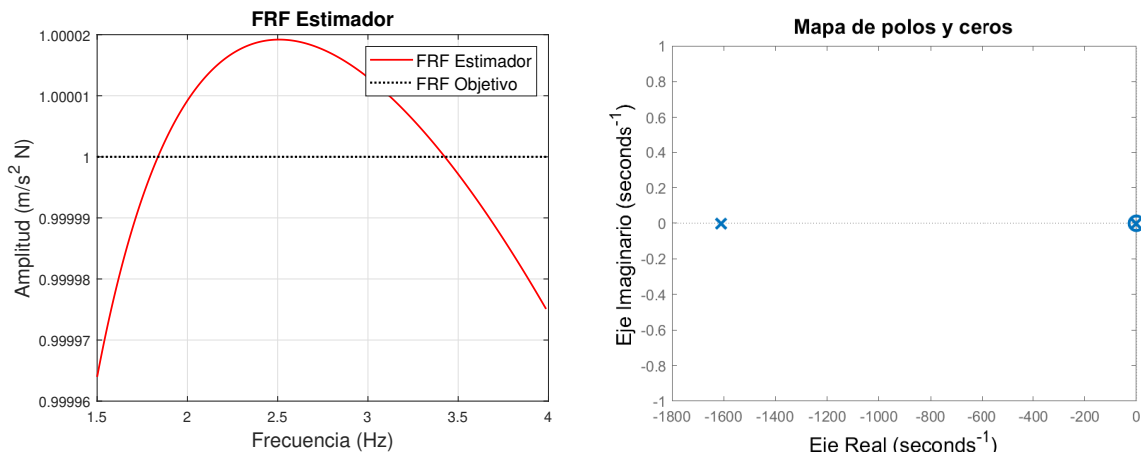
De tal forma que se buscarán que los coeficientes de K_c sean distintos de cero y positivos y los de K_e sean distintos de cero y negativos. Además, se incluirá en la función objetivo la condición de que los polos y ceros del sistema en espacio de estados del estimador sean negativos, para garantizar su estabilidad. De forma que si en una iteración una raíz es positiva, la función objetivo devolverá un valor elevado (se ha fijado en 5000) para descartar los valores de esa iteración.

Se ejecuta el algoritmo con estos parámetros y se obtienen los siguientes valores optimizados para las ganancias (Ec. 53).

$$\begin{aligned} K_c &= [0.0001 \quad 10.7464] \\ K_e &= \begin{bmatrix} -8.8555 \\ -0.0001 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (53)$$

En la Figura 45(a) se muestra la función de respuesta en frecuencia del estimador en el rango de frecuencias para el que se han optimizado los valores de las ganancias. Se representa también la función de respuesta en frecuencia objetivo, siendo el error cuadrático medio entre ambas funciones de $2.18 \cdot 10^{-10}$.

En la Figura 45(d) se representa la ubicación de los polos y ceros del estimador, obteniendo que los polos se sitúan en -1610.994 y en -0.154 , y el cero en $-1.542 \cdot 10^{-5}$, de forma que queda garantizada la estabilidad de este sistema.



(a) FRF del estimador comparada con la FRF objetivo (b) Mapa de polos y ceros del estimador. Se obtienen los polos para la que se optimizan las ganancias del estimador. en -1610.994 y en -0.154 y el cero en $-1.542 \cdot 10^{-5}$.

Figura 38: FRF y localización de los polos y ceros del estimador.

4.2.2. Validación en el dominio temporal

A continuación, se procede a validar el estimador diseñado calculando el error cometido entre la aceleración medida de la plataforma (que se introduce como entrada del estimador) y la aceleración estimada (salida del estimador), cuando se excita la plataforma con una frecuencia oscilante entre los 1.5 y los 4 Hz.

En la Figure 39 se muestra la comparación de ambas señales, así como la del error del estimador (que viene de la resta de ambas aceleraciones). Se calcula el error cuadrático medio en el conjunto de la señal temporal (73 s) y se obtiene un error de $2.18 \cdot 10^{-5}$, que se puede considerar como aceptable.

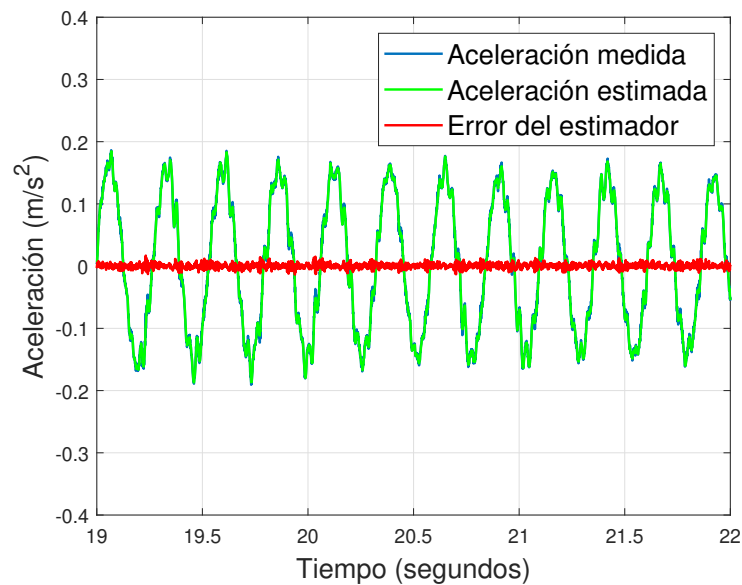


Figura 39: Muestra la comparación de la aceleración medida con respecto a la estimada ante una excitación de la plataforma que varía entre los 1.5 y los 4 Hz. También se representa el error entre ambas aceleraciones.

4.2.3. Comportamiento del estimador en un rango de frecuencias superior al de diseño

Se ha comprobado como, en el rango de frecuencias para el que se está diseñando el sistema de control, la FRF del estimador se asemeja de manera muy aceptable a la función objetivo (Figura 45(a)), y la estimación en ese rango de frecuencias tiene un error muy pequeño. Ahora se quiere comprobar cómo se comportará el estimador en un rango de frecuencias mayor, ya que aunque el sistema de control esté diseñado para funcionar entre los 1.5 y los 4 Hz, es importante que en las frecuencias adyacentes se comporte de manera estable y óptima, aunque no sea tan preciso como en las frecuencias próximas al modo uno de la estructura.

En la Figura 40, se muestra la función de respuesta en frecuencia del estimador desde los 0 a los 30 Hz, y se compara con la función objetivo. Vemos cómo a partir de los 0.5 Hz y hasta los 10 Hz el error cometido entre estas funciones seguirá siendo mínimo, y a partir de los 15 Hz irá aumentando de forma lenta y controlada. Por lo que si se da el caso de tener alguna entrada en la estructura a una frecuencia superior a la diseñada el estimador seguirá funcionando de forma aceptable, aunque el error cometido será mayor cuanto mayor sea la frecuencia.

Si interesara centrarnos en otro modo de la estructura además del primero se podría cambiar la optimización de las ganancias del estimador para que satisfagan y optimicen el comportamiento de este en el rango de frecuencias deseado.

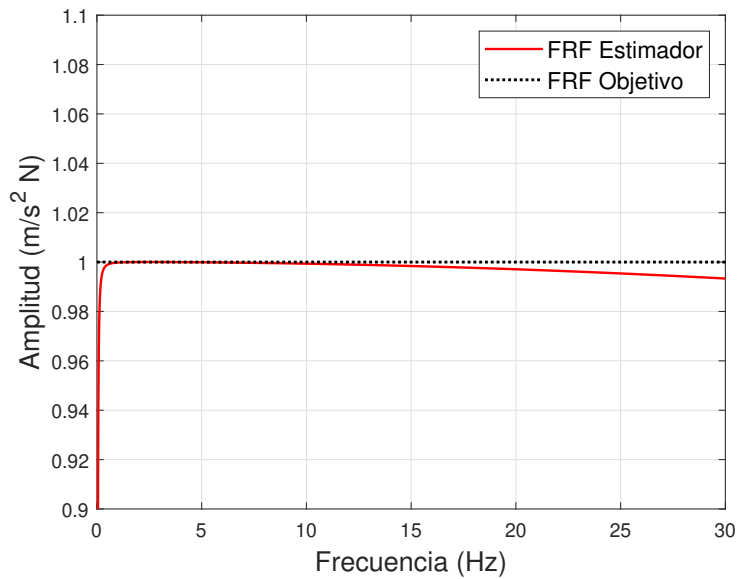


Figura 40: FRF del estimador con respecto a la FRF objetivo en un rango de frecuencias entre 0 y 30 Hz.

En la Figura 41 se muestra una comparación en el dominio temporal entre la aceleración medida y la estimada cuando se excita a la estructura mediante una fuerza que oscila entre 0 y 30 Hz, vemos como en este caso el error cometido en la estimación es mayor, pero la señal estimada sigue siendo estable, coherente y funcional, aunque con la consecuente pérdida de precisión. El error cuadrático medio cometido en esta estimación es de 0.005447 para la señal de 600 s.

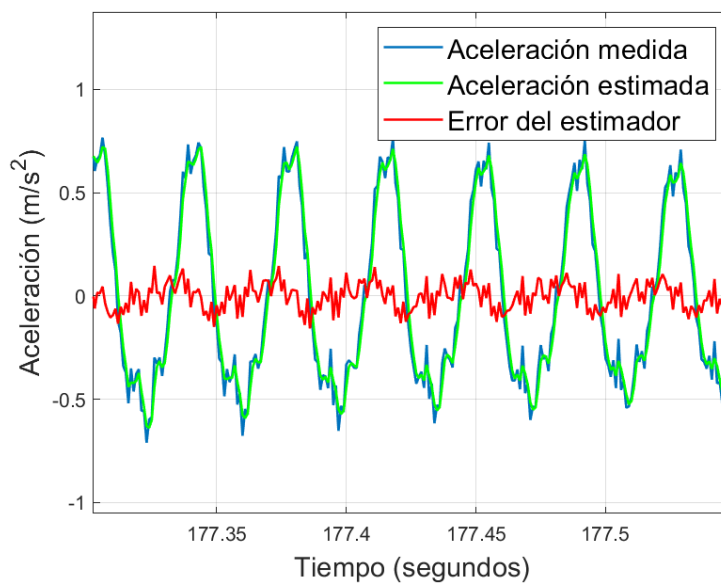


Figura 41: Comparación temporal de la aceleración medida con respecto a la estimada ante una entrada oscilante entre 0 y 30 Hz.

4.2.4. Implementación del estimador

Ahora se procede a implementar el estimador diseñado y validado en el sistema de control, en el modelo de Simulink se conecta de forma que su entrada sea la aceleración de la estructura, y su salida sean las variables de estado estimadas a las que multiplica la ganancia de realimentación (Figura 42).

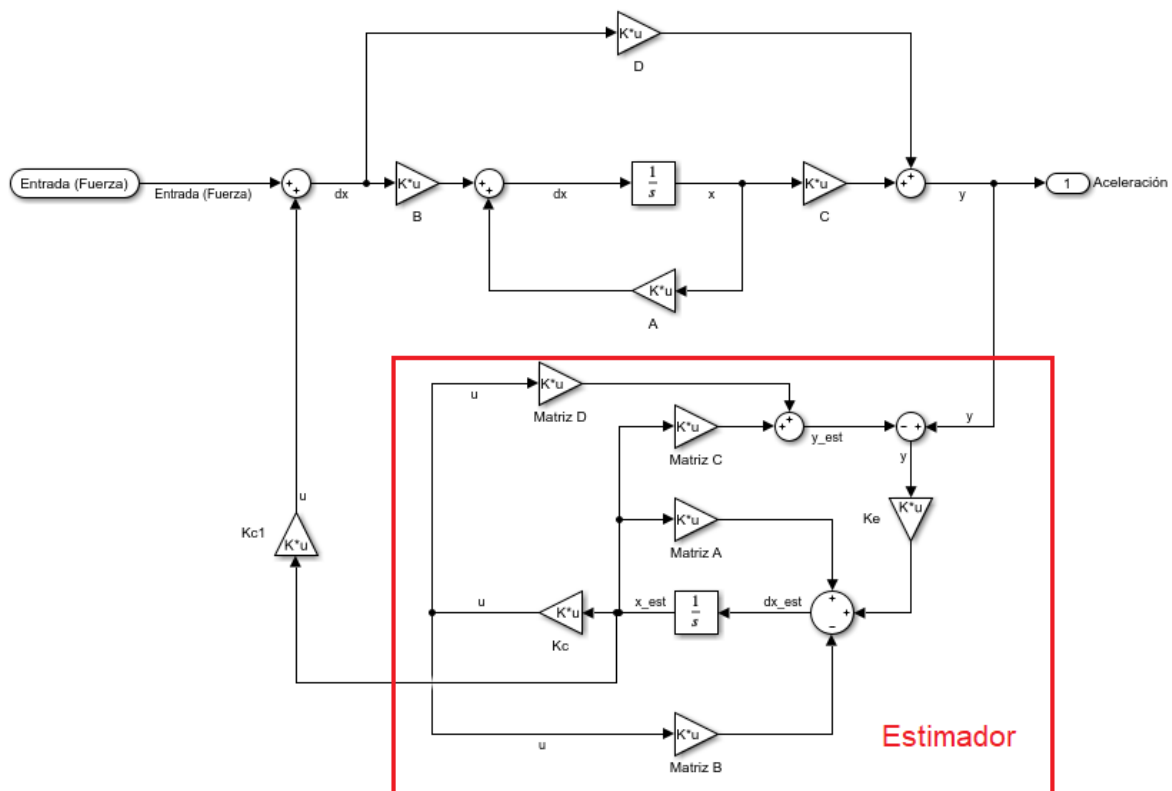


Figura 42: Representación en Simulink del sistema de control en lazo cerrado con el estimador implementado.

Además, la representación en espacio de estados del estimador implementado en el sistema de control, cuya salida será la estimación de las variables de estado, quedará definida por las matrices expresadas en la ecuación 40.

4.2.5. Validación en el sistema realimentado

En este apartado se llevará a cabo una comparación entre los sistemas en lazo cerrado con y sin estimador. Para ello se compararán las respuestas de ambos sistemas ante una entrada común, que consistirá en una perturbación entre 1.5 y 4 Hz.

En primer lugar se comienza comparando la aceleración que experimenta cada sistema con respecto a la entrada. En la Figura 43 se muestra esta comparación para un valor de la ganancia de realimentación de $K_{r2} = -10^6$. Se utilizan distintos valores de esta ganancia y se cuantifica el error cometido en la salida del sistema (cuya referencia es cero), representando en la Tabla 3 los errores cuadráticos medios para cada valor de la ganancia, con y sin estimador. Se puede ver como los errores cometidos en ambos sistemas son similares, las diferencias entre los sistemas con y sin estimador sólo comienzan a ser porcentualmente importantes cuando la ganancia supera valores (en valor absoluto) de -10^6 , a partir de estas ganancias el sistema con estimador funciona unas tres veces peor que el original sin estimador.

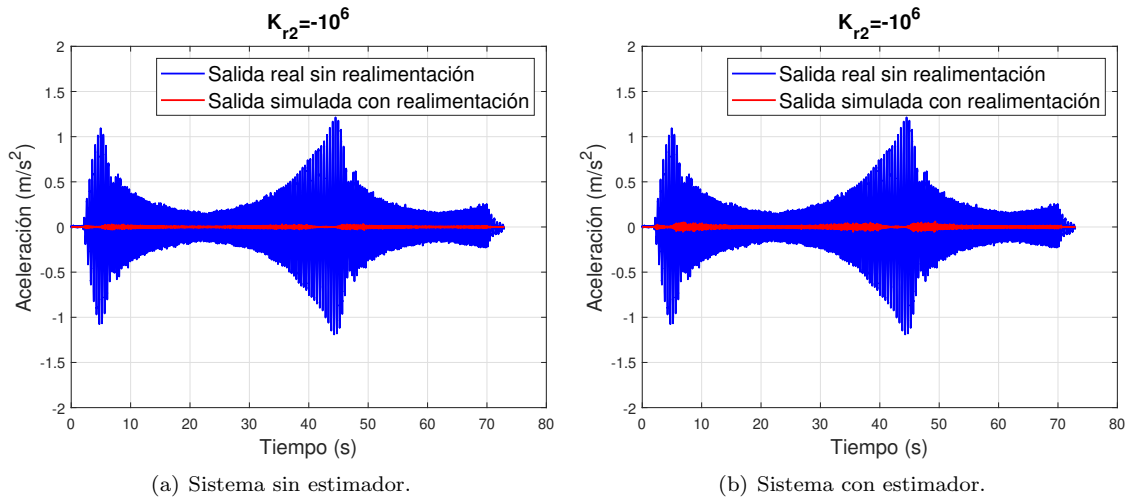


Figura 43: Respuesta temporal de los sistemas en lazo cerrado con una ganancia de realimentación $K_{r2} = -10^6$.

K_2	ECM Sin estimador	ECM Con estimador	Diferencia
-100	0.089	0.089	0
-1000	0.046	0.046	0
-10^4	0.00548	0.0055	$2 \cdot 10^{-5}$
-10^6	$1.35 \cdot 10^{-5}$	$4.08 \cdot 10^{-5}$	$2.73 \cdot 10^{-5}$
$-4 \cdot 10^6$	$1.29 \cdot 10^{-6}$	$3.45 \cdot 10^{-6}$	$2.16 \cdot 10^{-6}$

Tabla 3: Comparación del funcionamiento de los sistemas sin estimador (asumiendo conocidas las variables de estado) y con estimador (asumiéndolas desconocidas) para distintos valores de la ganancia de realimentación. Se compara el error cuadrático medio de la salida tomando como referencia una aceleración nula.

A continuación, se representa la respuesta de los sistemas en lazo cerrado ante una entrada escalón para distintos valores de K_{r2} (Figura 44). Aquí se ve como para valores de la ganancia inferiores en valor absoluto a -10^6 los sistemas con y sin estimador se comportan de forma idéntica, mientras que para valores superiores de la ganancia el sistema con estimador está menos amortiguado que el sistema sin estimador. Este efecto se traduce en que la realimentación del sistema con estimador para esas ganancias tendrá un cierto sobrepico y un mayor tiempo de estabilización, aunque el tiempo de subida será algo inferior con respecto al de los sistemas sin realimentación (Figura 45).

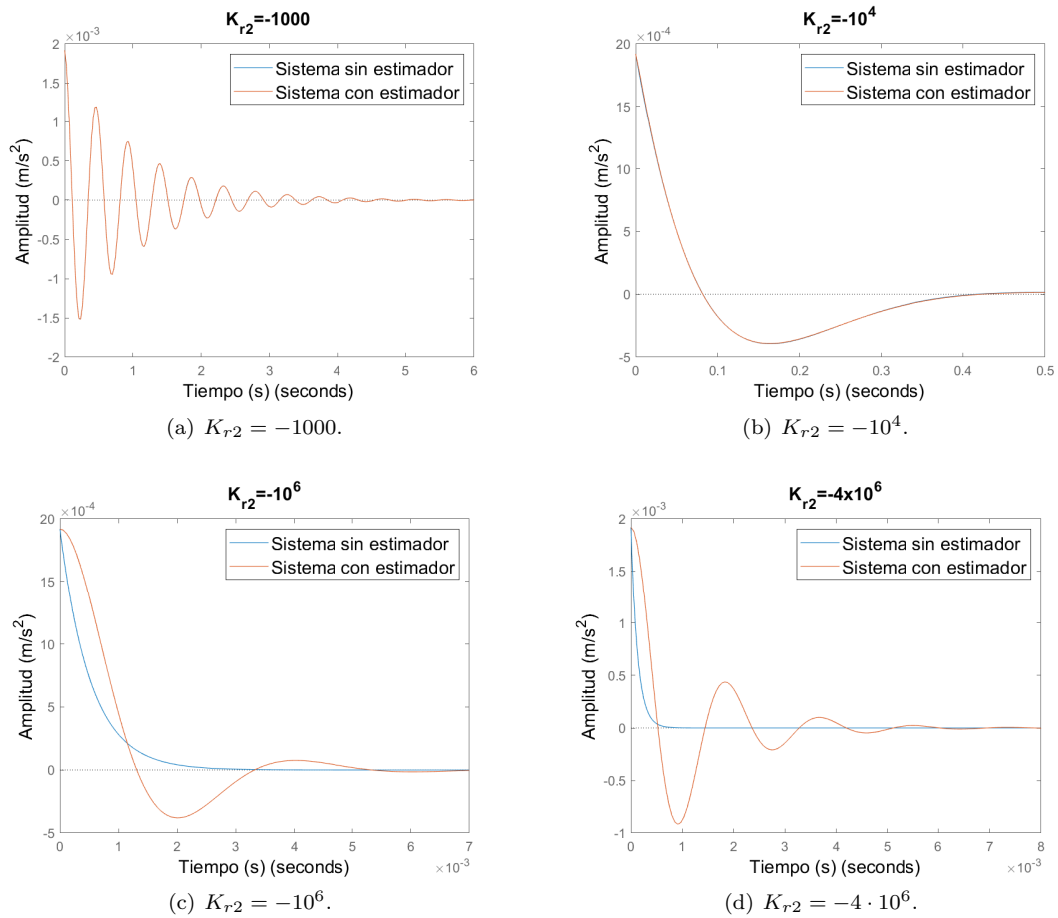


Figura 44: Comparación de la respuesta de los sistemas en lazo cerrado con y sin estimador ante una entrada escalón cuando el sistema parte del reposo. Se muestran las respuestas de los sistemas para distintos valores de la ganancia de realimentación.

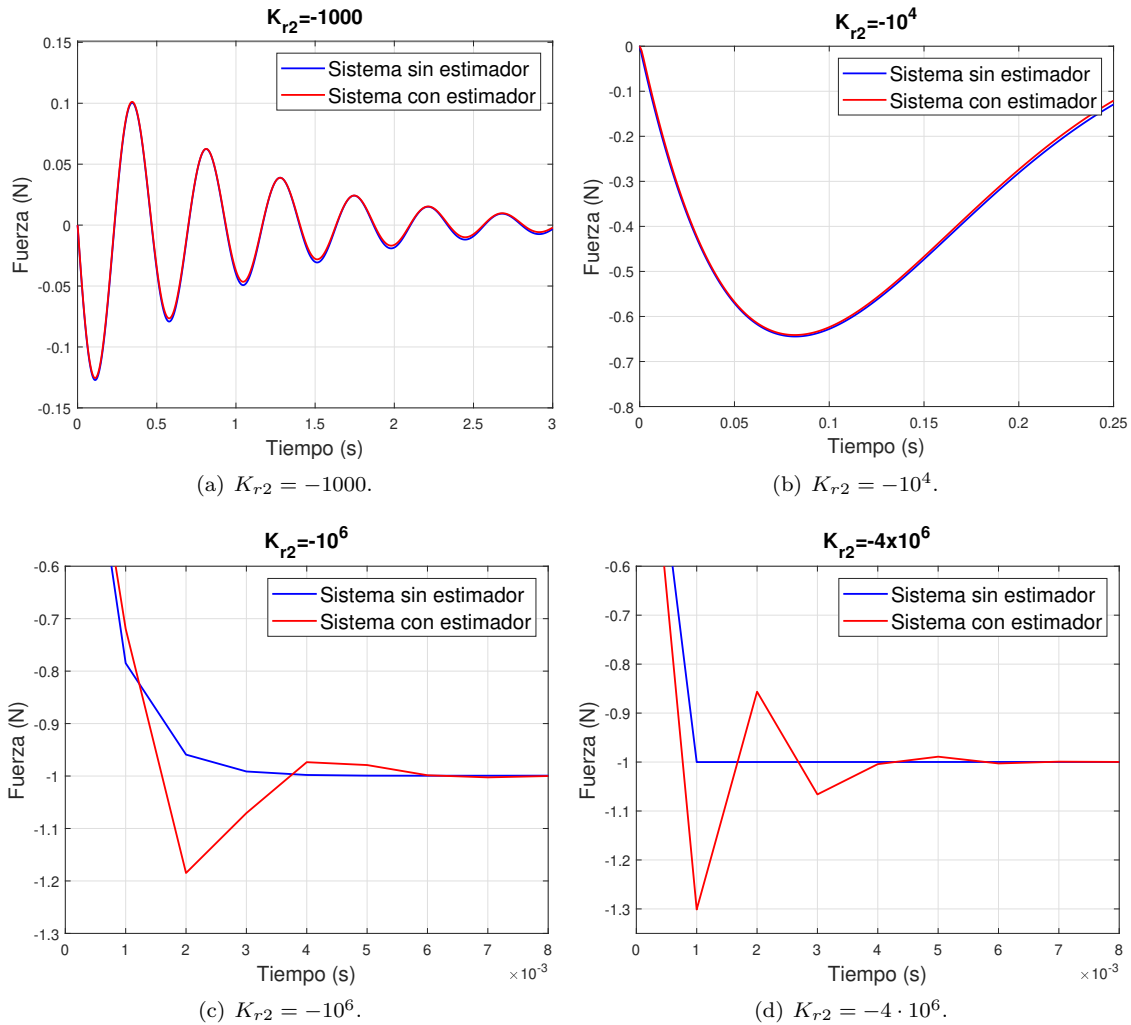


Figura 45: Comparación de la realimentación de los sistemas en newtons cuando se excitan con una entrada constante de amplitud 1 N.

Para entender la razón de que el sistema comience a ser más amortiguado al aumentar la ganancia se representa la función de transferencia del sistema en lazo cerrado. Se debe tener en cuenta que ahora la realimentación no consistirá únicamente en la ganancia K_r , si no en el producto de las matrices $K_r \times \text{Estimador}$, donde K_r será una matriz (1×2) y Estimador será una matriz (2×1) compuesta por dos funciones de transferencia, una para cada variable de estado. Esto hace que la función de transferencia del sistema en lazo cerrado ya no sea de segundo orden, si no que pase a ser de orden cuatro al incluir el estimador (Ec. 54), dificultando el análisis de la respuesta del sistema, pues no será tan inmediato obtener y comparar los coeficientes de amortiguamiento para cada valor de K_{r2} .

$$FT_{LC}(K_{r2}=-10^6) = \frac{0.00192s^4 + 3.093s^3 + 0.4769s^2}{s^4 + 1611s^3 + 3.093 \cdot 10^6s^2 + 2.931 \cdot 10^5s + 4.519 \cdot 10^4} \quad (54)$$

En la Figura 46 se representan los polos del sistema en lazo cerrado para distintos valores de la ganancia, se observa como para ganancias bajas en valor absoluto (para las que el sistema con estimador se comporta igual que sin estimador) aparecen 3 polos en la región de polos dominantes (ceranos al semiplano positivo) y uno en la región de polos insignificantes. Esto supone que la respuesta del sistema venga determinada por los polos dominantes [15]. Al ir a valores mayores de la ganancia, cuando el sistema se comporta con menor amortiguamiento al incluir el estimador, dos polos complejos se alejan de la región de dominancia perdiendo su influencia sobre la respuesta del sistema, lo que supone que el sistema esté únicamente dominado por dos polos complejos de un valor muy próximo al semiplano positivo. Para la

ganancia $K_{r2} = -10^6$ los polos dominantes son $-0.0473 \pm 0.1112i$, lo que hace que el sistema presente menos amortiguamiento que para un valor de $K_2 = -10^4$, donde los polos complejos que se sitúan en $-9.771 \pm 9.253i$ tienen aún influencia sobre la respuesta.

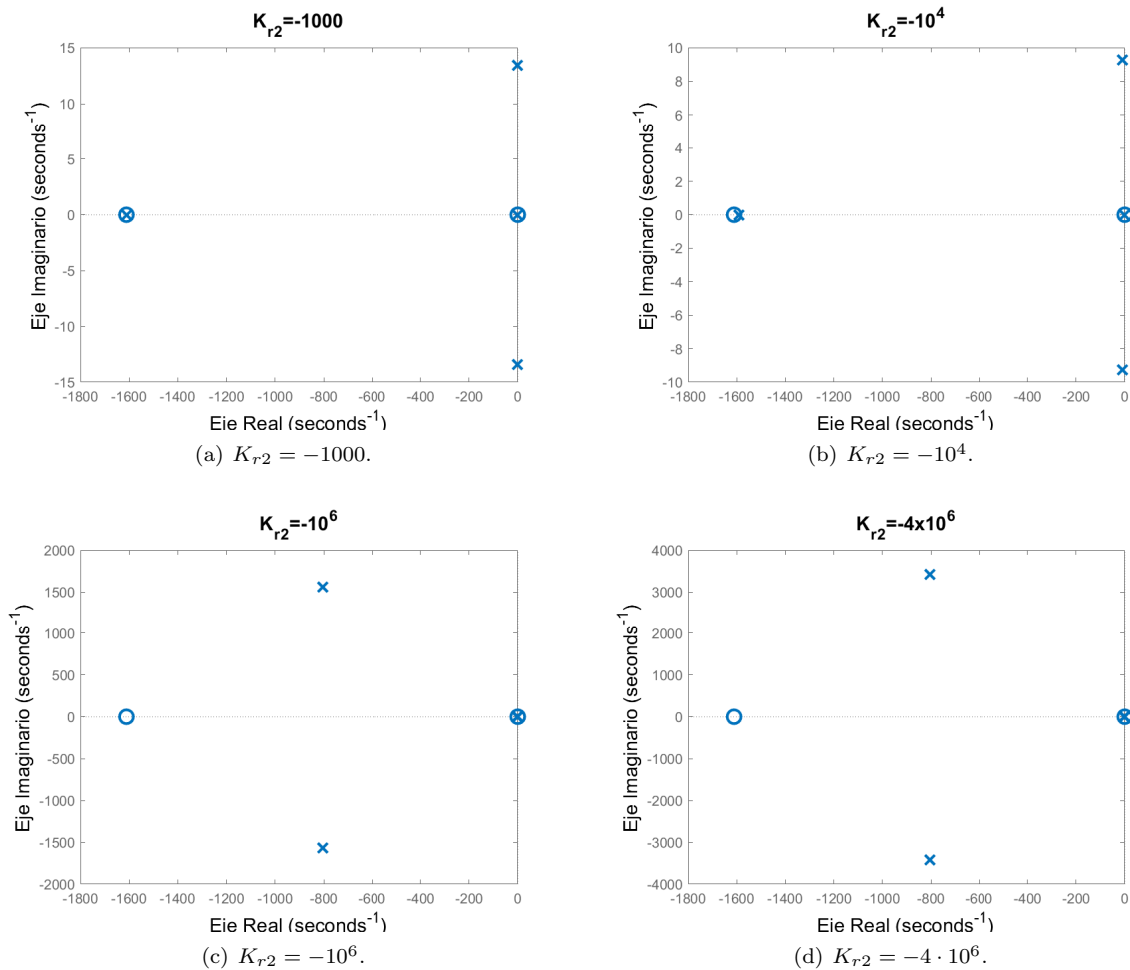


Figura 46: Mapa de polos y ceros de los sistemas en lazo cerrado con estimador para distintos valores de K_{r2} .

Se puede concluir que el comportamiento del sistema en lazo cerrado con el estimador de variables de estado es satisfactorio y que la respuesta del sistema estará más próxima a cero cuanto mayor sea la ganancia empleada, pues mayor será la realimentación del sistema.

Aunque la respuesta del sistema en lazo cerrado sea menos amortiguada a partir de cierto valor de la ganancia, la respuesta temporal seguirá siendo mejor cuanto mayor sea esta ganancia, ya que tanto el tiempo de respuesta como la amplitud de la realimentación serán más óptimas con una mayor ganancia, compensando el menor amortiguamiento.

De forma que en la práctica el sistema con estimador se comportará igual que sin estimador, pues los errores cometidos en las salidas serán prácticamente iguales en ambos sistemas para los mismos valores de la ganancia, dando por validado este el estimador de variables de estado.

4.3. Implementación del actuador

Hasta ahora se ha diseñado de forma teórica un sistema de control que funciona cancelando las vibraciones en un grado de libertad de la estructura. Sin embargo, para implementar este sistema en el modelo real se necesitará un actuador que induzca a la estructura la fuerza de realimentación.

Para ello se empleará el excitador de masa inercial que se ha caracterizado previamente en la sección 3.3 (Modelado del actuador). Ya se ha visto como este excitador poseerá sus propias dinámicas, de las que se dependerá a la hora de realimentar el sistema, es decir, en el sistema real no se podrán aplicar las fuerzas de realimentación de forma inmediata e independiente como se hacía en el sistema de control teórico, si no que el actuador tendrá ciertos retrasos y limitaciones intrínsecas, que se deberán de tener en cuenta en el diseño del controlador para que el funcionamiento del sistema en lazo cerrado sea lo más óptimo posible.

En la Figura 47 se muestra el diagrama de bloques de Simulink con el modelo del actuador que se utilizará en el sistema de control. Este se implementará mediante la función de transferencia obtenida en su caracterización (Ec. 49), utilizando la posición de ganancia máxima para que la fuerza de excitación sea la máxima posible, haciendo que el sistema de control actúe con la mayor velocidad que permita el actuador.

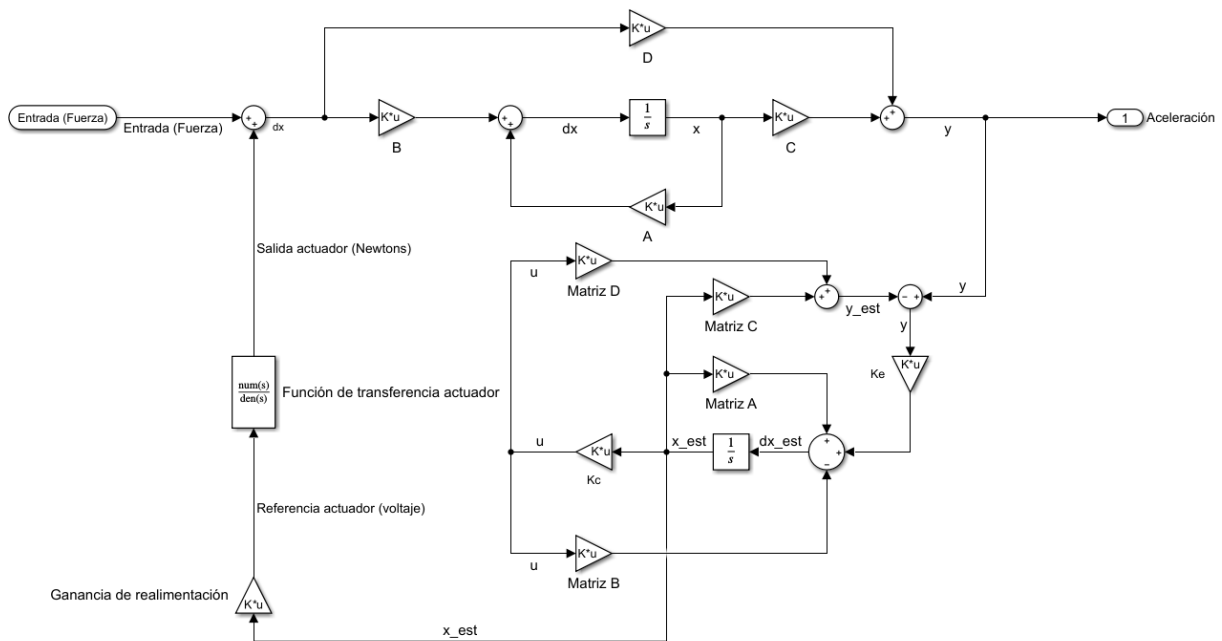


Figura 47: Diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado. El lazo de realimentación consiste en el estimador de variables de estado, en la ganancia de realimentación y en la función de transferencia del estimador.

De forma que en el bucle de realimentación, la salida del estimador de variables de estado (que será una matriz 2×1 con la estimación de la posición y la velocidad de la estructura) se multiplicará por la ganancia de realimentación (una matriz 1×2), de manera que la señal obtenida será la referencia en voltios con que se alimentará al actuador para que la fuerza inducida sea la adecuada para cancelar las vibraciones del sistema real.

El proceso de diseño de este sistema de control con actuador va a consistir en la obtención de los parámetros de esta ganancia de realimentación para que el sistema funcione de la forma más óptima posible.

4.3.1. Optimización de la ganancia de realimentación

Previamente se ha empleado el método de la localización de los polos en lazo cerrado para seleccionar las ganancias de realimentación. Este método permite realizar un análisis del comportamiento del sistema en función de los valores de la ganancia, pudiendo establecer en qué límites el sistema se hará inestable o a partir de qué valores los polos serán complejos o reales (Figura 25). Se ha podido realizar este análisis porque el sistema en lazo cerrado del modelo sin actuador y sin estimador se trataba de un sistema de orden 2, donde se puede obtener fácilmente el valor de los polos en lazo cerrado en función de los valores de la ganancia (Ec. 34).

Sin embargo, el sistema resultante tras implementar el actuador (Figura 47) se trata de un sistema de orden 9, ya que el estimador es una matriz (2×1) donde cada elemento es una función de transferencia (FT) de orden 2, de forma que al multiplicarla por la ganancia (matriz 1×2) se tiene una FT de orden 4, que multiplica a la FT del actuador (orden 3), obteniendo una FT de orden 7 en el lazo de realimentación. Al calcular la FT del lazo cerrado, donde la FT en lazo abierto es de orden 2, obtenemos una función de orden 9.

Con un sistema de orden tan alto no va a ser inmediato ni sencillo obtener una relación entre los valores de la ganancia y la ubicación de los polos, por lo que se empleará un método de selección de los valores de la ganancia basado en un algoritmo de optimización que haga que el sistema en lazo cerrado se comporte de la manera más óptima.

Por tanto el proceso se centrará en definir los criterios con los que se pueda determinar y cuantificar el funcionamiento óptimo del sistema. De tal manera que dichos criterios conformarán la función objetivo del algoritmo de optimización. Añadiendo siempre la condición de estabilidad del sistema, ubicando los polos y ceros del sistema en lazo cerrado en el semiplano negativo.

- *Criterio 1:* Minimización del valor máximo de la función de respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado.
- *Criterio 2:* Minimización del área bajo la curva de la función de respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado.
- *Criterio 3:* Minimización de la parte real del polo del sistema en lazo cerrado de valor más alto.
- *Criterio 4:* Minimización del producto de los valores absolutos de los polos del sistema en lazo cerrado.
- *Criterio 5:* Minimización de la respuesta temporal del sistema en lazo cerrado ante una entrada chirp oscilante entre 1.5 y 4 Hz.

En consecuencia con los métodos de optimización empleados en este trabajo se utilizará un algoritmo genético. Los parámetros de este algoritmo serán dos variables (los dos parámetros de la ganancia de realimentación), donde los valores mínimos y máximos serán ± 1000 para el primer parámetros y ± 10 para el segundo. El número máximo de generaciones lo fijamos en 100, y el de individuos por generación en 300.

En la ecuación 55 se muestra el resultado de este algoritmo de optimización para los distintos criterios fijados en la función objetivo. En la Figura 48 se representa la comparación de las funciones de respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado para los distintos criterios utilizados en la optimización.

$$\begin{aligned}
 \text{Criterio 1} & : K = [-213.14 \quad -5.02] \\
 \text{Criterio 2} & : K = [-634.41 \quad -25.12] \\
 \text{Criterio 3} & : K = [-227.10 \quad -14.40] \\
 \text{Criterio 4} & : K = [-52.44 \quad 0.77] \\
 \text{Criterio 5} & : K = [-277.91 \quad -4.57]
 \end{aligned} \tag{55}$$

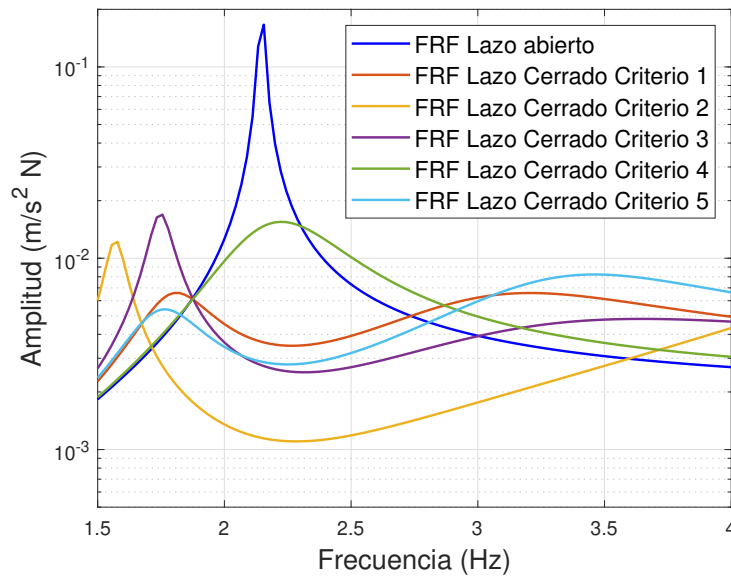


Figura 48: Comparación de las funciones de respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado optimizando la ganancia de realimentación para los distintos criterios definidos.

Se observa cómo la función de respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado pasa a tener dos picos, debido a la influencia de la propia dinámica del actuador. En la Figura 49 se observan estas mismas FRF con un rango de frecuencias más amplio, se aprecia como cuanto menor es el valor del mínimo de la FRF en lazo cerrado (antiresonancia), mayor serán los valores de los picos. Es decir, se podrá escoger el criterio que mejor se ajuste a los objetivos del AMD, pero sabiendo que no hay una solución perfecta, pues cuanto menor sea la respuesta del sistema en un cierto rango de frecuencias, mayor será el pico asociado a la frecuencia de resonancia del sistema en lazo cerrado.

Se podrá optar por un sistema más equilibrado en todo el rango de frecuencias (criterio 1 y 5) o bien por evitar la resonancia asociada al modo uno de la plataforma desplazándola a una frecuencia más elevada (criterio 2), esto podría ser interesante en casos donde la frecuencia a la que se excitará la estructura sea de valor poco cambiante, por ejemplo, si se trata de una plataforma por la que circulan personas, será difícil que la excitación se produzca a 6 Hz, por lo que podría interesar disminuir lo máximo posible la respuesta de la estructura entre 1.5 y 3 Hz.

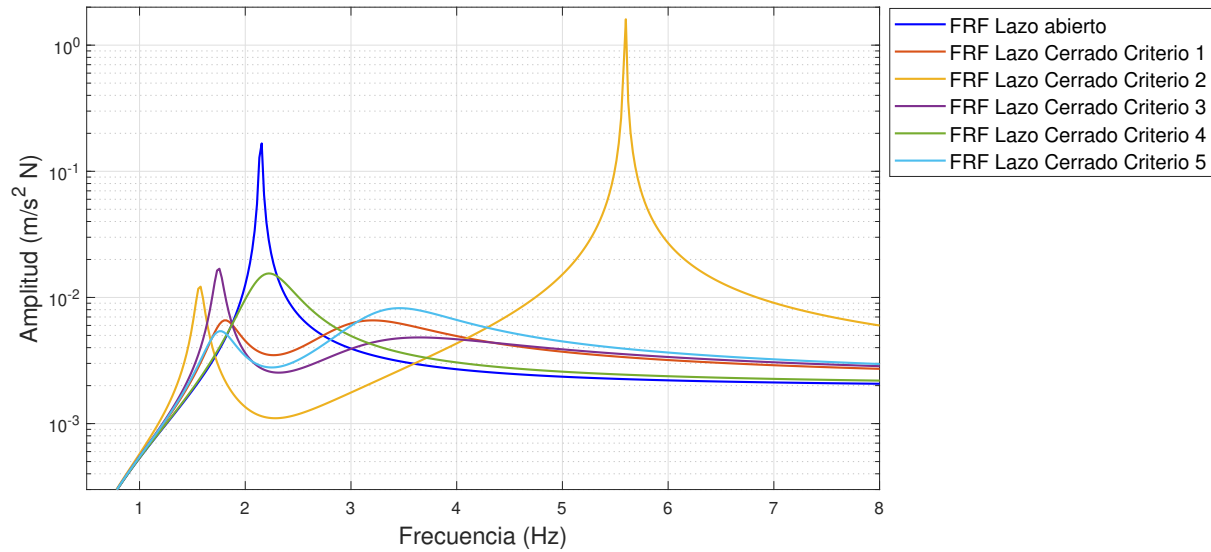


Figura 49: Representa la comparación de las funciones de respuesta en frecuencia en un rango de frecuencias entre 0.5 y 8 Hz, para el sistema en lazo abierto y en lazo cerrado optimizando la ganancia de realimentación según diferentes criterios.

Para seguir con el análisis se seleccionarán tres posibles criterios que se estudiarán en profundidad: el *Criterio 1* y el *Criterio 5*, ya que son los que proporcionan una respuesta más equilibrada y estable en todo el rango de frecuencias, y se introducirá un nuevo criterio intermedio entre el 1 y el 2, que se denominará *Criterio 6*, y que consistirá en una ponderación entre ambos criterios para minimizar la respuesta del sistema en las frecuencias próximas al modo uno pero evitando un pico elevado a una frecuencia mayor, pues podría ser peligroso para la estructura. Después de distintas pruebas, se ha elegido una ponderación según la ecuación $(f = 100f_1 + 1f_2)$, donde f_1 es el valor máximo de la FRF entre 0 y 30 Hz, y f_2 es el resultado de la integral de la FRF entre 0 y 4 Hz. Se obtiene un valor de $K = [-421.05 \quad -16.75]$. La nueva función de respuesta en frecuencia para este nuevo criterio se muestra en la Figura 50.

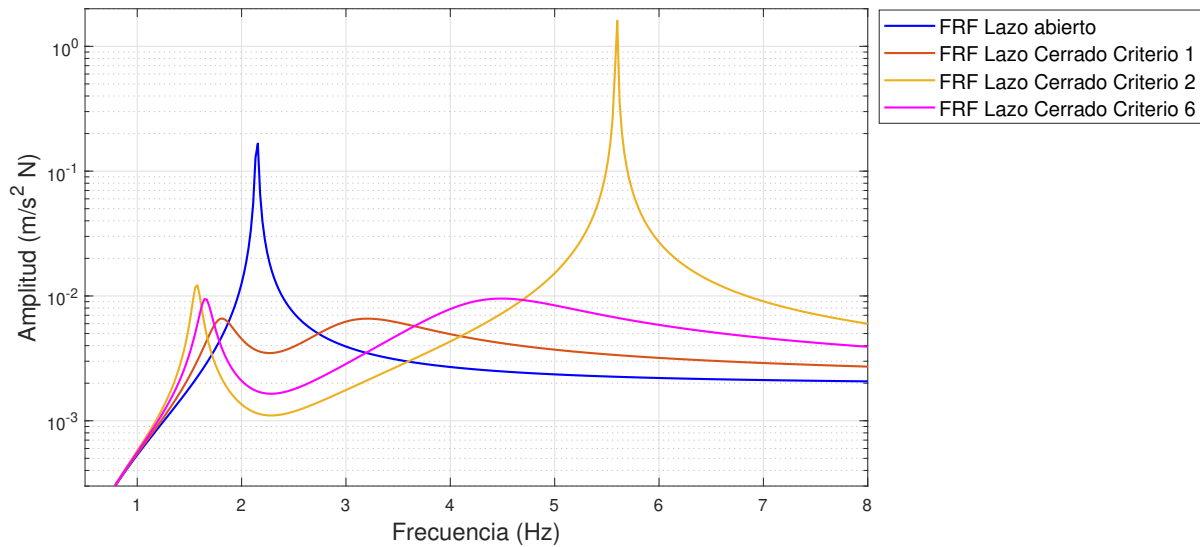


Figura 50: Comparación de la FRF del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado con la elección de la ganancia de realimentación según los criterios 1, 2 y 6.

A continuación (Figura 51) se representa la respuesta ante una entrada escalón de los sistemas en lazo cerrado utilizando estos tres criterios para la optimización de la ganancia de realimentación, con el objetivo de estudiar el comportamiento de estos sistemas. Aquí se observa cómo el sistema que actúa más rápido es aquel optimizado con el *Criterio 6*, esto se puede cuantificar mediante los tiempos de subida de cada sistema (Tabla 5), definidos entre el 10% y el 90% de la respuesta del sistema. Sin embargo, el *Criterio 6* proporciona un tiempo de establecimiento (definido como el tiempo que tarda el sistema en alcanzar un error estacionario menor del 2%) muy elevado con respecto a los otros dos criterios, lo que puede producir un funcionamiento no óptimo del sistema. Con respecto al *Criterio 1* y al *Criterio 5*, se ve como el 5 presenta mejores propiedades, ya que tanto su tiempo de subida como el de establecimiento es menor.

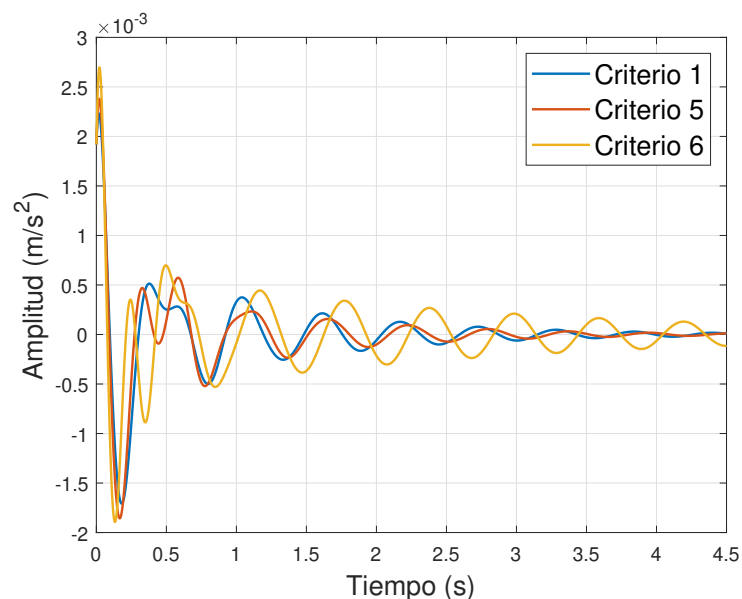


Figura 51: Representa la respuesta ante una entrada escalón de amplitud 1 Newton de los sistemas en lazo cerrado con los criterios 1, 5 y 6 de optimización de la ganancia de realimentación.

Criterio de optimización	Tiempo de subida (s)	Tiempo de estabilización (s)
<i>Criterio 1</i>	0.043	3.327
<i>Criterio 5</i>	0.036	2.853
<i>Criterio 6</i>	0.024	6.359

Tabla 4: Tiempos de subida y estabilización de los sistemas en lazo cerrado para los distintos criterios de optimización.

Ahora se simula la respuesta temporal de los sistemas. En la Figura 52 se utiliza una señal *chirp* de amplitud 5 N y frecuencia oscilante entre 1.5 y 3 Hz, que coincide con el primer modo de la estructura, como entrada del sistema. Y en la Figura 53 la misma amplitud de la señal de entrada pero desde 0 hasta 8 Hz. Se representan las respuestas obtenidas de los sistemas utilizando distintos criterios para la obtención de las ganancias de realimentación. Se cuantifica el rendimiento de cada sistema calculando el error cuadrático medio de la aceleración de salida de la estructura, donde la referencia será una aceleración nula. En la Tabla 5 se muestran estos errores para cada criterio y en función de la frecuencia a la que se excite la plataforma. Los resultados son coherentes con las FRFs representadas en la Figuras 49 y 50, el *Criterio 1* presenta una respuesta más estable en todo el rango de frecuencias pero un peor rendimiento en el modo 1 de la estructura, mientras que el *Criterio 6* funciona justo al revés, presenta el menor error entre 1.5 y 3 Hz, pero este valor aumenta notablemente en un rango de frecuencias mayor. Por último, el *Criterio 5* presenta un comportamiento intermedio, consiguiendo un funcionamiento adecuado en el modo 1 de la estructura sin aumentar demasiado el error al aumentar la frecuencia.

El objetivo del sistema de control es precisamente mitigar la vibración de la estructura en torno a su primera frecuencia de resonancia, aunque no es conveniente que su respuesta aumente demasiado en las proximidades de esta frecuencia. Es por esto, y porque presenta el menor tiempo de estabilización (Tabla 5) que se escogerá el *Criterio 5* como criterio de optimización de la ganancia de realimentación, pues es el que va a ofrecer un comportamiento del sistema más óptimo.

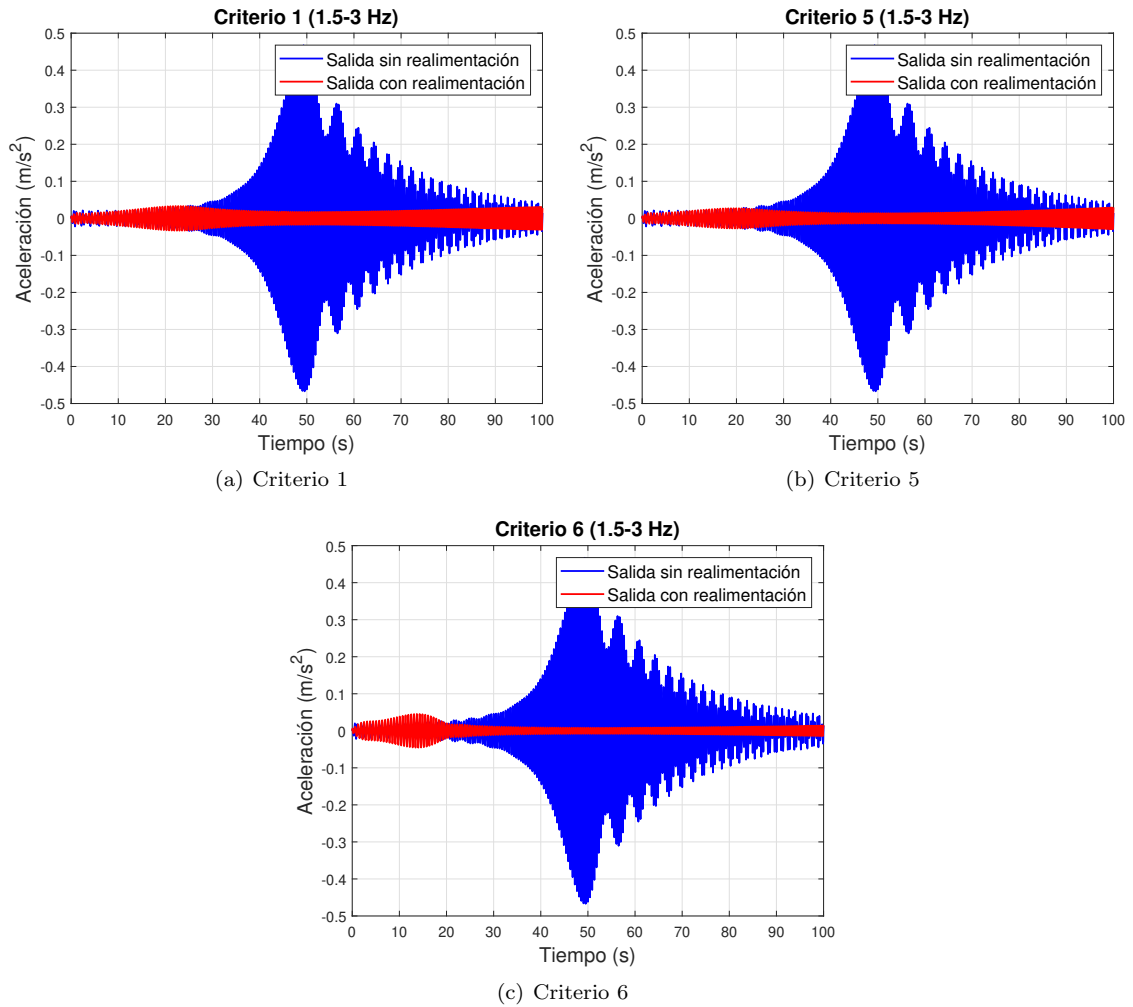


Figura 52: Comparación de la respuesta temporal del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado ante una entrada *chirp* de amplitud 5 N y de frecuencia oscilante entre 1.5 y 3 Hz. Se comparan además los distintos criterios empleados para la optimización de la ganancia de realimentación del sistema en lazo cerrado.

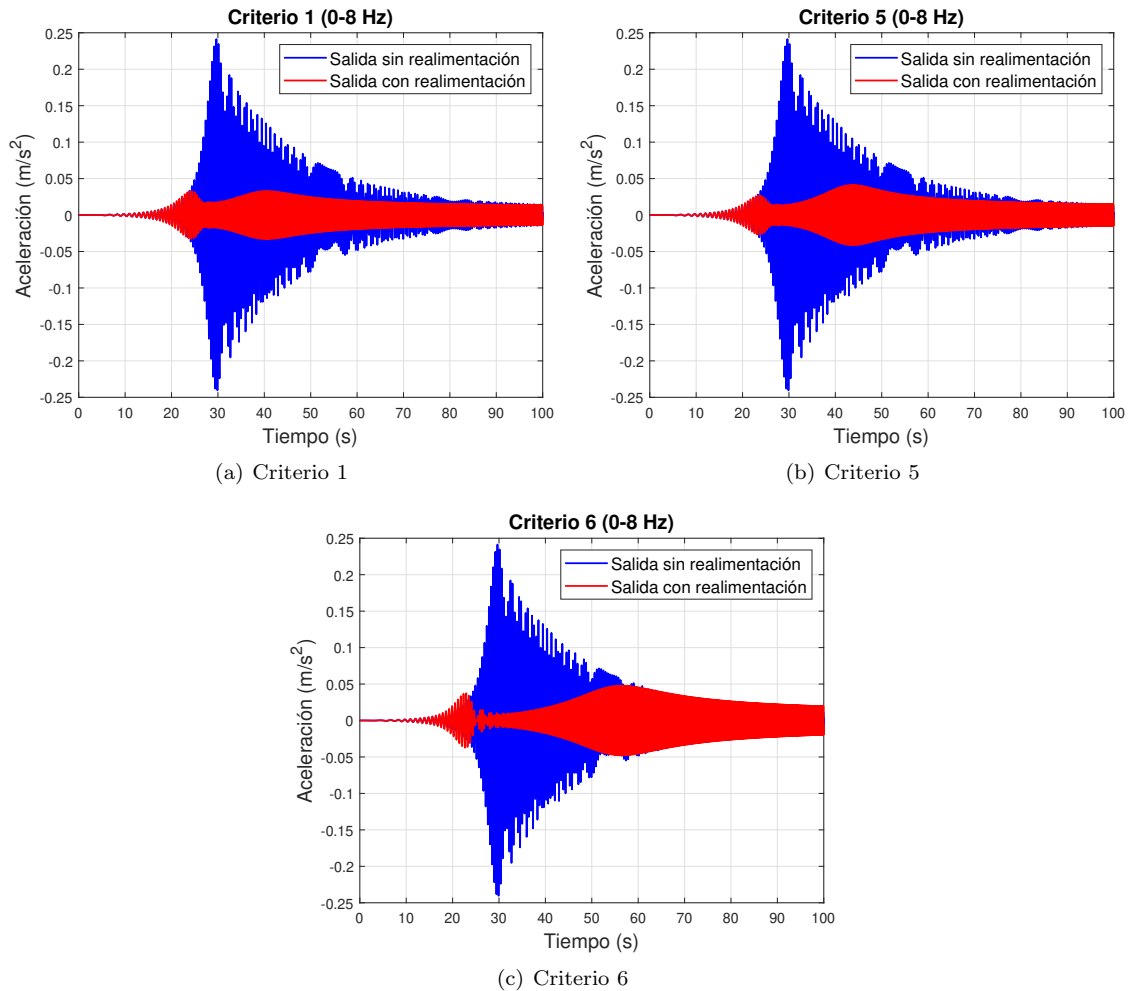


Figura 53: Comparación de la respuesta temporal del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado ante una entrada *chirp* de amplitud 5 N y de frecuencia oscilante entre 0 y 8 Hz. Se comparan además los distintos criterios empleados para la optimización de la ganancia de realimentación del sistema en lazo cerrado.

Criterio de optimización	ECM 1.5-3 Hz	ECM 0-8 Hz
<i>Criterio 1</i>	$2.72 \cdot 10^{-4}$	$1.82 \cdot 10^{-4}$
<i>Criterio 5</i>	$1.96 \cdot 10^{-4}$	$2.31 \cdot 10^{-4}$
<i>Criterio 6</i>	$1.63 \cdot 10^{-4}$	$3.50 \cdot 10^{-4}$

Tabla 5: Errores cuadráticos medios de los sistemas en lazo cerrado optimizados con distintos criterios y para excitaciones a diferentes rangos de frecuencias.

Se continúa analizando la realimentación del sistema en lazo cerrado con el criterio de optimización de la ganancia escogido. En la Figura 54(a) se muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado ante una entrada escalón de amplitud 1 N, se puede observar como el sistema tarda en reaccionar 0.027 s, que coincide con el tiempo de subida del actuador (Figura 54(b)), obtenido realizando un *step* a la función de transferencia del mismo. Es decir, la velocidad a la que podrá actuar el sistema en lazo cerrado va a estar limitada inevitablemente por la velocidad de respuesta del actuador utilizado.

Además se puede observar en la Figura 54(a) como en este caso, ante una entrada positiva el primer impulso de la realimentación es generar una fuerza del mismo sentido para posteriormente generar una fuerza de mayor amplitud y signo opuesto, de tal manera que se llega a este valor máximo de la realimentación en un tiempo de 0.14 s. Esto se debe a la dinámica asociada al actuador, y al recorrido que necesita la masa móvil de este para alcanzar la aceleración necesaria que genera la fuerza de realimentación que el sistema en lazo cerrado solicita. El actuador necesita subir la masa hasta una determinada posición

para posteriormente generar una fuerza de amplitud suficiente y sentido opuesto a la entrada del sistema.

Sin embargo, el sistema en lazo cerrado se comporta mejor ante señales senoidales, pues el actuador no necesita ese primer impulso para conseguir tener más recorrido, pues ya no parte de la posición central. En la Figura 55 se muestra este comportamiento, se aprecia como la realimentación tiene un signo opuesto a la entrada y una amplitud similar, presentando un retraso medio de 0.03 s, unas cinco veces inferior al de 0.14 s que se veía en la Figura 54(a). Es decir, que el retraso de la señal de realimentación con respecto a la entrada estará limitado por el tiempo de reacción del propio actuador, que es de 0.027 s.

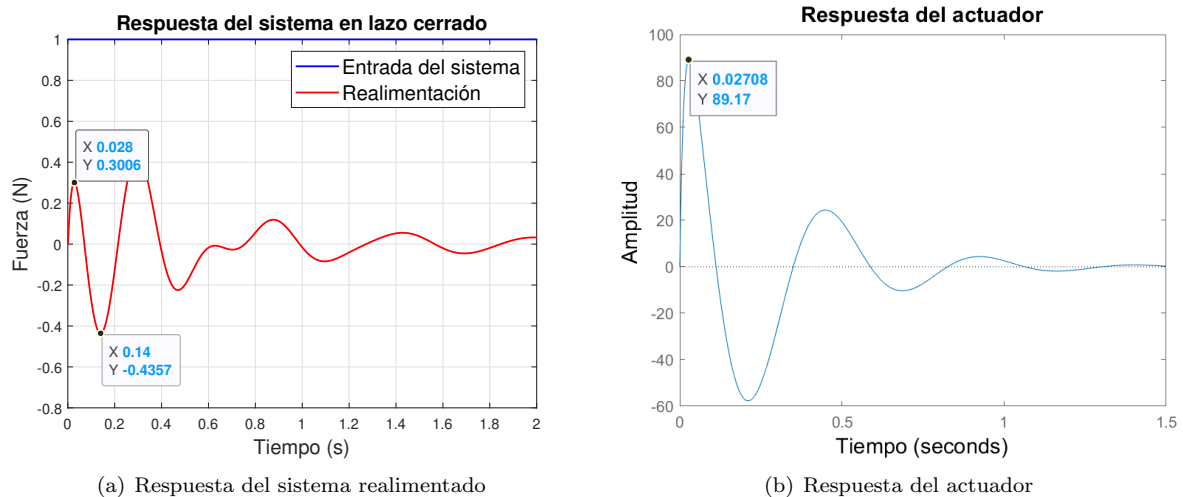


Figura 54: Representa la respuesta ante una entrada escalón del sistema en lazo cerrado con actuador y del propio modelo del actuador.

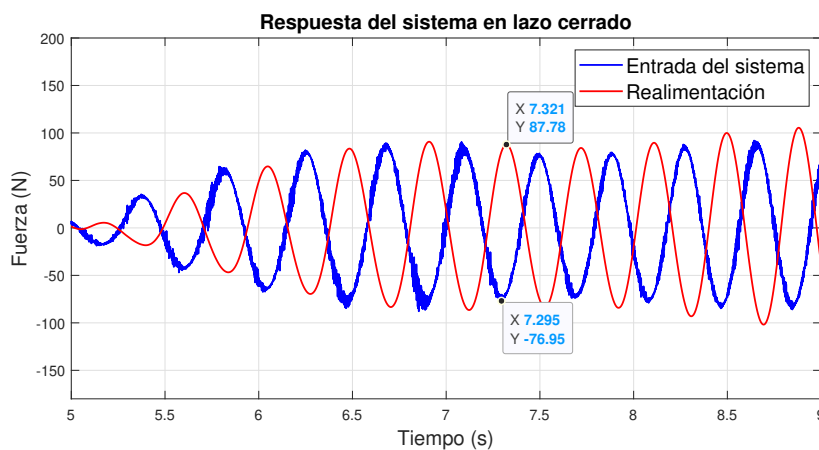


Figura 55: Realimentación del sistema en lazo cerrado frente a una entrada senoidal.

a) Limitaciones asociadas al actuador

Se ha visto como en la Figura 49 las funciones de respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado al incluir el actuador presentan dos picos, esto se debe a que el actuador tendrá su propia frecuencia natural y esta afectará a la de la estructura.

Además, se da el caso de que ambas frecuencias naturales, la del actuador y la de la estructura, están muy próximas una de otra, 2.178 y 2.147 Hz, respectivamente. Esto hace que la interacción entre

ambas resonancias sea mayor.

En este apartado se plantea como funcionaría el sistema de control en lazo cerrado si el actuador tuviera su frecuencia natural más alejada de la de la estructura, para ello, se simula el comportamiento del sistema cambiando la función de transferencia del actuador, de forma que se mantienen los parámetros de la posición de ganancia máxima (Ec. 48) disminuyendo el valor de la frecuencia a la mitad (1.089 Hz), de manera que la nueva función de transferencia del actuador estará definida según la ecuación 56. En la Figura 56 se muestra la comparación de las FRF de ambos modelos del actuador.

$$G_{Original}(s) = \frac{9348.52s^2}{s^3 + 85.44 \cdot s^2 + 751.8 \cdot s + 14660} \quad (56)$$

$$G_{Modificada}(s) = \frac{9348.52s^2}{s^3 + 81.79 \cdot s^2 + 325.3 \cdot s + 3665}$$

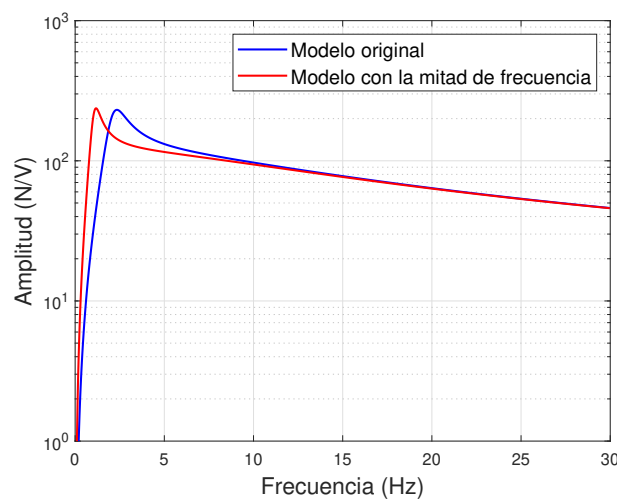
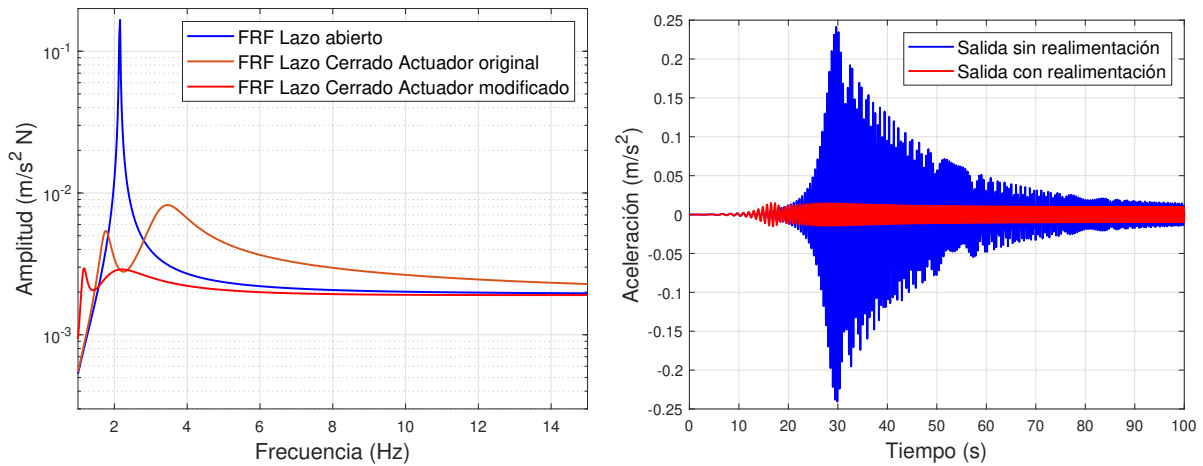


Figura 56: Muestra las funciones de respuesta en frecuencia del modelo original del actuador con respecto a la del modelo del actuador modificando su frecuencia natural a la mitad de la original.

A continuación se repite el proceso de optimización de la ganancia de realimentación del sistema en lazo cerrado empleando el mismo criterio utilizado que con el modelo original del actuador (*Criterio 5*). En la Figura 57(a) se representa la función de respuesta en frecuencia obtenida para este nuevo actuador con respecto a la FRF del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado con el actuador original. Se observa como, a pesar de que el mínimo alcanzado en la nueva FRF es mayor que en el sistema con el actuador original, el máximo alcanzado va a ser notablemente inferior, estabilizándose a partir de la frecuencia natural de la estructura. En esta figura se aprecia claramente como, al estar las frecuencias naturales del actuador y de la plataforma más separadas, los picos de la FRF en lazo cerrado se mantienen en esos valores de las frecuencias, en lugar de desplazarse como pasaba en el caso anterior, cuando las frecuencias estaban muy próximas entre sí.

Por último, en la Figura 57(b) se muestra la respuesta temporal del sistema en lazo cerrado con este nuevo actuador al excitar la estructura con la misma señal *chirp* que se utilizaba en la Figura 53. Se observa como en este caso, aunque el mínimo alcanzado es mayor que en los casos anteriores para los diferentes criterios, el máximo nivel de respuesta de la estructura también es muy inferior al que se experimentaba anteriormente.



(a) Comparación de las FRFs de los sistemas en lazo abierto, (b) Representa la salida temporal del sistema en lazo cerrado en lazo cerrado con el modelo del actuador original, y en con el actuador modificado. lazo cerrado con el modelo del actuador modificado con su frecuencia propia igual a la mitad de la original.

Figura 57: Análisis del funcionamiento del sistema en lazo cerrado utilizando el modelo modificado del actuador.

De esta forma se ha podido observar y comprender la influencia del modelo concreto de actuador utilizada en la respuesta y el buen funcionamiento del sistema en lazo cerrado. En el trabajo se proseguirá utilizando el modelo del actuador AMD del que se dispone, aunque como línea futura que se comentará al final del documento se incluirá la opción de tratar de disminuir su frecuencia natural aumentando su masa o bien disminuyendo su rigidez ($\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$).

4.3.2. Implementación del saturador

El siguiente paso en el diseño del controlador para la cancelación activa de vibraciones será la implementación de un saturador en la señal de referencia que alimenta al actuador, de forma que se limite el voltaje de entrada a $\pm 2 \text{ V}$, que va a ser el máximo voltaje que soporta el modelo de AMD utilizado. De forma que de esta forma se asegura la protección de este dispositivo, estableciendo el límite de la realimentación del sistema en lazo cerrado. En la Figura 58 se muestra el modelo de Simulink utilizado con la implementación del saturador.

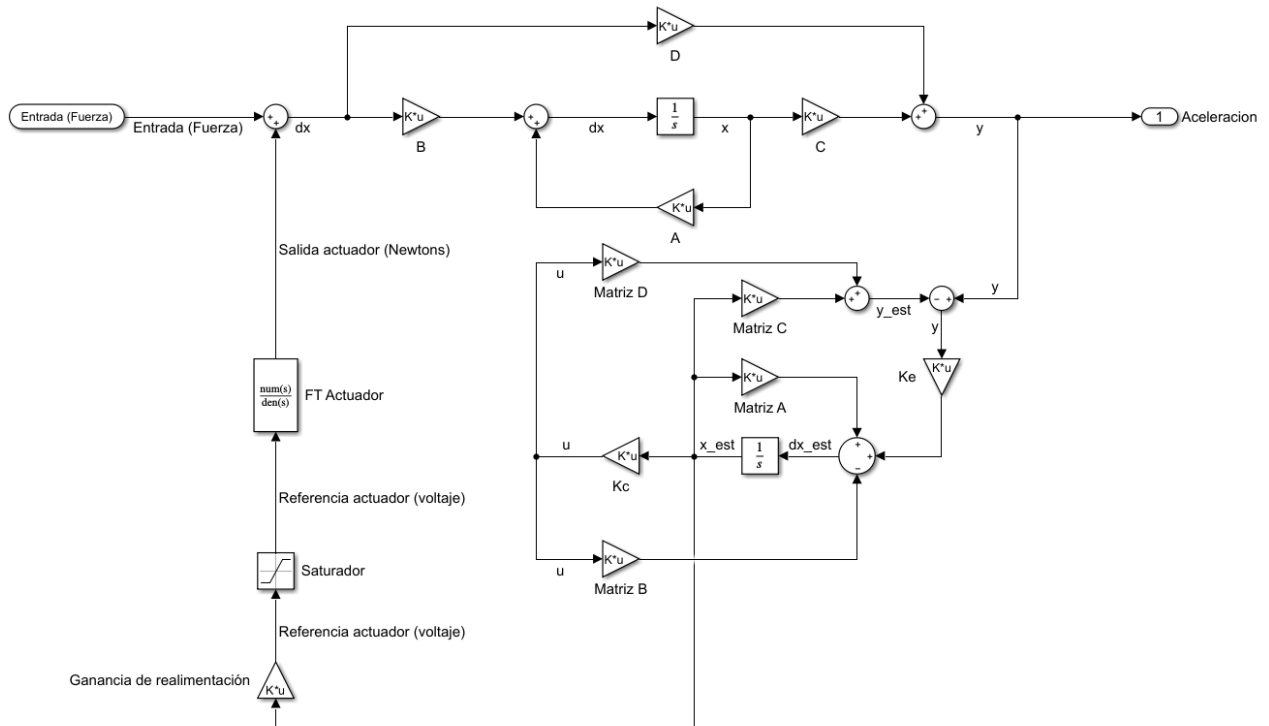


Figura 58: Diagrama de bloques correspondiente al sistema en lazo cerrado con la implementación del modelo en espacio de estados de la estructura, del estimador de variables de estado, de la ganancia de realimentación, del saturador y de la función de transferencia del actuador.

En la Figura 59 se muestra la respuesta del sistema ante una entrada *chirp* de amplitud de 250 N y frecuencia oscilante entre 1.5 y 4 Hz, de tal forma que la señal de entrada al actuador satura a ± 2 V. Cuando esta señal satura la respuesta del sistema no será tan óptima como sería posible con otro actuador, pero es una limitación asociada a los medios utilizados, que tendrán un máximo en la fuerza aplicable a la estructura en función de sus propiedades.

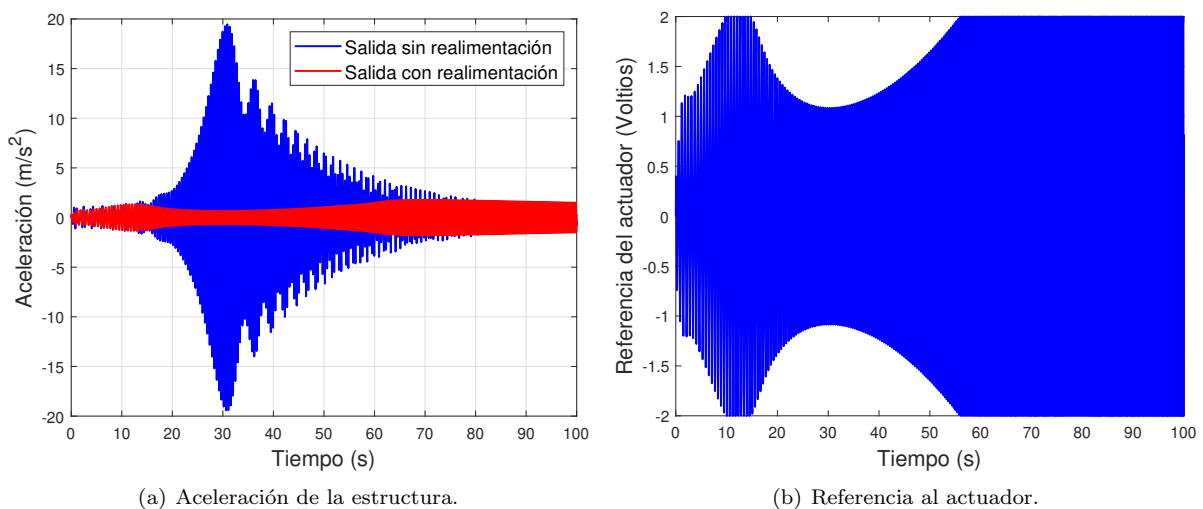


Figura 59: Respuesta del sistema en lazo cerrado ante una entrada *chirp* de amplitud 250 N y frecuencia oscilante entre 1.5 y 4 Hz.

4.4. Validación del sistema de control

Una vez seleccionados los valores de la ganancia de realimentación e implementado el saturador de la señal de referencia al actuador, se puede dar por concluido el diseño del controlador. En este apartado se realizará la validación de este sistema.

4.4.1. Comprobación de la estabilidad del sistema

Para comprobar si el sistema de control funciona de manera estable, es decir, sin que su salida aumente de manera descontrolada, se representan los polos y ceros del sistema en lazo cerrado, y se comprueba que su parte real esté situada en el semiplano negativo. En la Figura 61 se muestra la ubicación de los polos y ceros del sistema en lazo cerrado (orden 9), viendo como en efecto no hay ninguna raíz en el semiplano positivo.

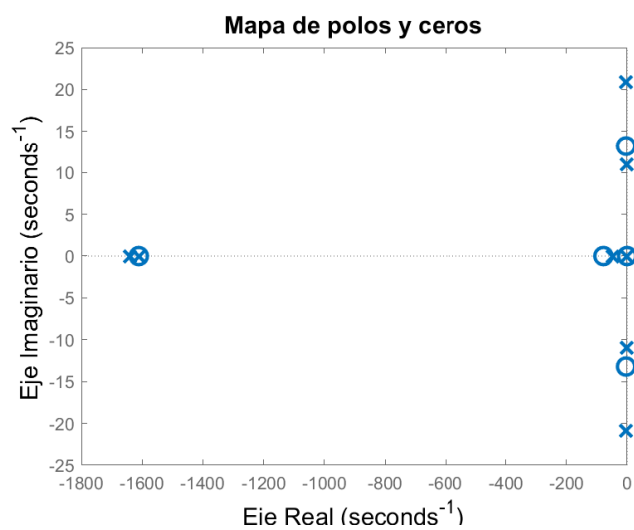


Figura 60: Mapa de polos y ceros del sistema en lazo cerrado tras la implementación del actuador. Se observa como todas las raíces del sistema se encuentran en el semiplano negativo.

Además, se puede confirmar que el sistema es estable observando su respuesta ante una entrada escalón, en la Figura 51 se aprecia como con el criterio elegido de optimización de la ganancia el sistema se estabiliza con un tiempo de subida de 0.035 s y un tiempo de estabilización de 2.85 s.

4.4.2. Validación del sistema en el dominio temporal

Para comprobar el funcionamiento del sistema en el dominio temporal, se cuantifica el error cometido ante la misma excitación que se introducía en las Figuras 27 y 43, de forma que se puede comparar el error cometido por el sistema de control con realimentación en espacio de estados sin estimador, tras la implementación del estimador de variables de estados, y añadiendo el actuador (Figura 61). En este caso tendremos un error cuadrático medio de 0.0739, que nos proporcionará un rendimiento intermedio entre los sistemas sin actuador con valores de la ganancia de $K_{r2} = 100$ y $K_{r2} = 1000$ (Tabla 3).

Lo que impide disminuir este error y acercarse al rendimiento de los sistemas con valores de K_{r2} superiores es el propio actuador, ya que en los sistemas sin actuador la realimentación se aplica de forma teórica e inmediata, mientras que el sistema real tendrá sus propios retrasos y dinámicas internas, que intervendrán como hemos visto en el apartado 4.3.1 (Limitaciones asociadas al actuador) con las de la estructura.

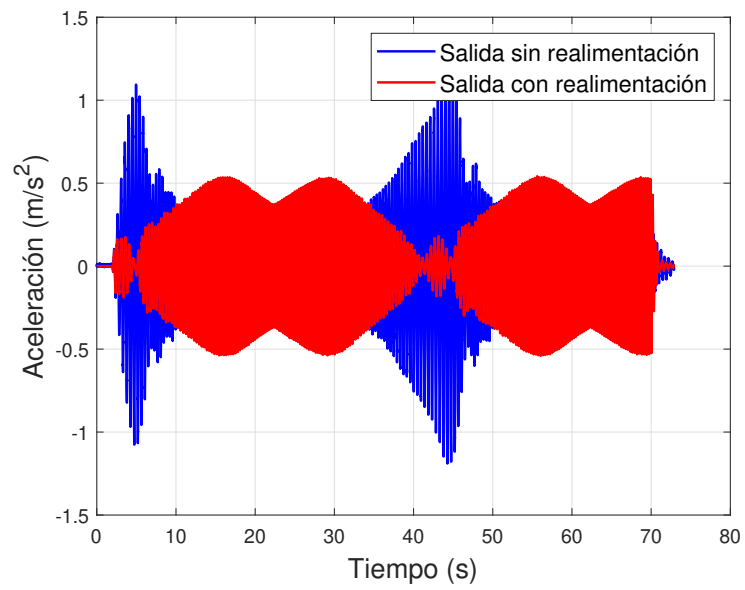


Figura 61: Representa la salida del sistema realimentado con actuador ante un entrada de frecuencia variable entre 1.5 y 4 Hz.

5. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL

El sistema de control que se ha diseñado realimenta al modelo de la estructura con una fuerza en newtons de magnitud definida en función de la aceleración de la estructura obtenida como salida del modelo.

Se ha comprobado que este controlador funciona de forma estable y óptima, sin embargo, el sistema que se implemente en la estructura real deberá cumplir que esta realimentación se produzca en tiempo real, es decir, se tendrá que excitar a la plataforma con una fuerza dada en función de la aceleración medida en cada instante.

El modelo que se ha diseñado en Matlab y Simulink permite simular el comportamiento del sistema pero no leer y escribir datos en tiempo real, es por ello que se utilizará un controlador que posibilite obtener la señal procedente de un acelerómetro situado en la plataforma y mandar como salida la comanda en voltios al actuador. De tal forma que el primer paso en el proceso de implementación consistirá en la manipulación de la señal de aceleración medida para obtener el voltaje de referencia del actuador, el segundo paso será la implementación de este protocolo de señales en el controlador utilizado y el tercer y último paso será el conexionado, se tratará de realizar las conexiones necesarias para que el sistema de cancelación activo de vibraciones funcione en la plataforma.

El controlador que se utilizará para realizar esta tarea va a ser el comentado en la sección 3.1 (Instrumentación necesaria), un controlador myRIO 1900 de la marca National Instruments, que permitirá configurar las entradas y salidas según las necesidades del sistema. Para llevar a cabo el segundo paso de la implementación comentado anteriormente, utilizaremos el software LabView en su versión 2019, empleando los módulos Real-Time y myRIO Toolkit.

5.1. Obtención y discretización de la función de transferencia (aceleración-voltaje)

El proceso de implementación del sistema de control comienza con el objetivo de conseguir un sistema que a partir de la aceleración medida de la plataforma saque una señal de voltaje que será la que alimente al actuador. Existen diversas opciones para hacer esto posible, como un controlador PID o una red neuronal. En este trabajo se ha optado por utilizar una función de transferencia cuya entrada sea la aceleración medida y cuya salida sea el voltaje del actuador.

Se ha elegido este sistema debido a su simplicidad y a que se trata de un sistema suficientemente rápido, ya que interesa que los retardos entre cada aceleración medida y su correspondiente salida sean lo mínimos posibles, además de utilizar un sistema que no requiera un cálculo demasiado complejo para el controlador, de forma que se pueda ejecutar este cálculo en cada unidad de tiempo.

De esta forma, se obtiene la función de transferencia multiplicando la ganancia de realimentación (matriz 1×2) por la función de transferencia del estimador (matriz 2×1), obteniendo la ecuación 57.

$$F T_{Aceleración-Voltaje} = \frac{2461s^3 + 3.947 \cdot 10^6 s^2 - 1.074 \cdot 10^7 s - 1.75 \cdot 10^6}{s^4 + 3222s^3 + 2.596 \cdot 10^6 s^2 + 8.005 \cdot 10^5 s + 6.171 \cdot 10^4} \quad (57)$$

En la Figura 62 se muestra la implementación de esta función de transferencia en el sistema en lazo cerrado modelizado en Simulink, a la función de transferencia le llega la señal de salida del sistema en lazo abierto en unidades de aceleración y su salida se corresponde con la referencia del actuador.

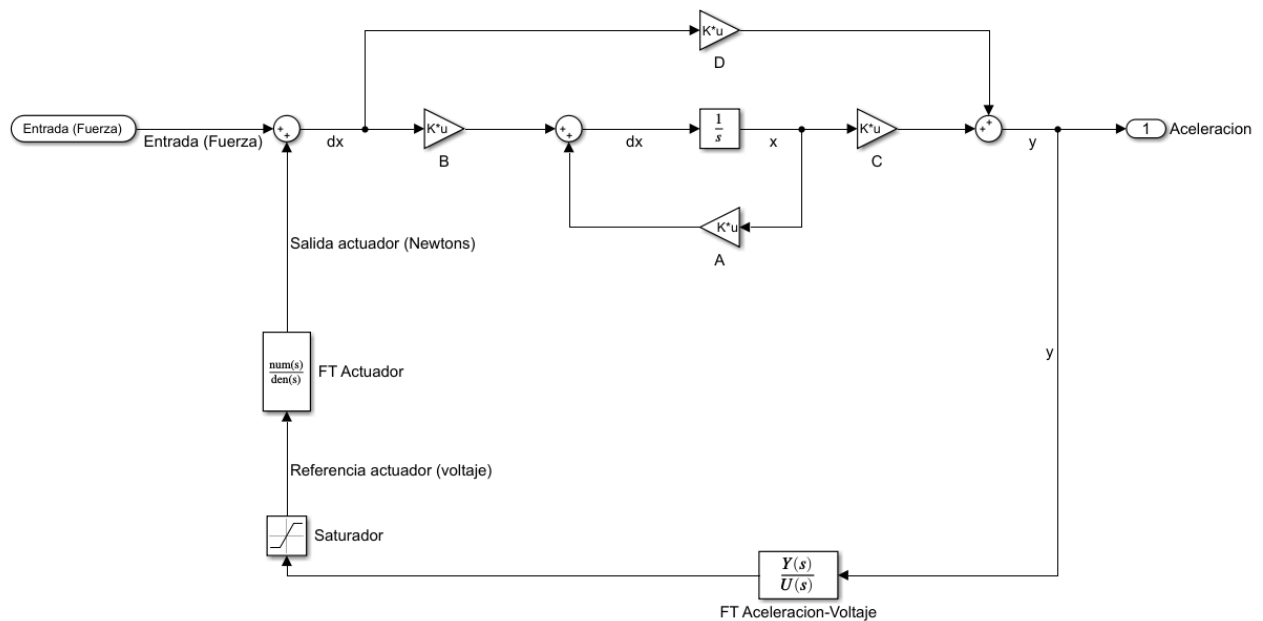


Figura 62: Modelo en Simulink con la implementación de la función de transferencia aceleración-voltaje.

Ahora se representa la respuesta temporal de esta función de transferencia ante una entrada senoidal (Figura 63), esta salida será el resultado de multiplicar a la aceleración medida por la función de transferencia del estimador, cuya salida es una matriz (2×1) con las variables de estado estimadas del sistema, y por la ganancia de realimentación. Se aprecia como la salida de esta función de transferencia también será una señal senoidal en voltios adelantada sobre la aceleración, esto se debe a que el sistema en lazo cerrado tiene en cuenta el retraso que producirá el actuador, para que la realimentación del sistema sea lo más rápida posible con respecto a la perturbación del sistema.

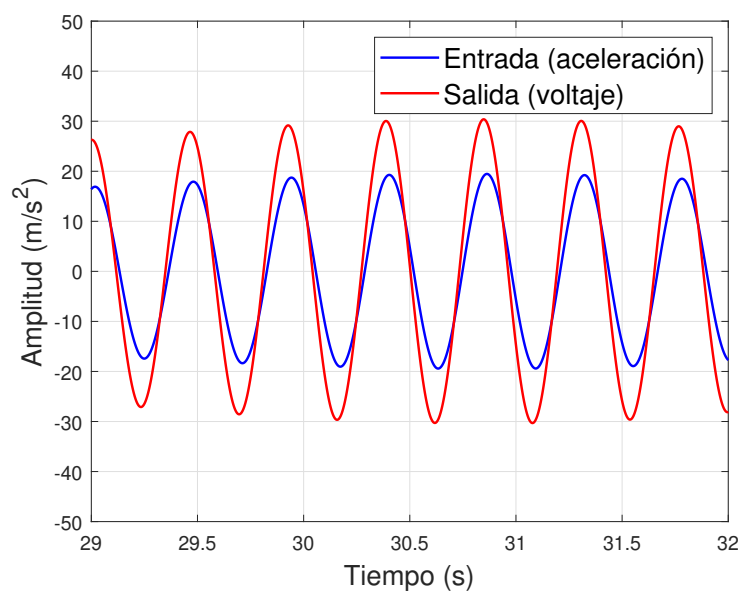


Figura 63: Respuesta temporal de la función de transferencia aceleración-voltaje ante una entrada senoidal.

El siguiente paso será la discretización de esta función de transferencia, pues el sistema implementado en LabView funcionará a un determinado tiempo de muestreo, que fijaremos en 1 milisegundo. Para ello se utiliza el comando `c2d` de Matlab, indicando un tiempo de muestreo de 0.001 s y un método de discretización *First-Order Hold*, este método se basa en una aproximación triangular que supone que la señal de control son lineales durante el tiempo de muestreo. La función de transferencia discreta obtenida se muestra en la ecuación 58.

$$F T \text{ discreta}_{Aceleración-Voltaje} = \frac{0.7679z^4 - 1.238z^3 + 0.07964z^2 + 0.4815z - 0.09068}{z^4 - 2.399z^3 + 1.838z^2 - 0.479z + 0.03986} \quad (58)$$

A continuación se representa la respuesta de estas funciones de transferencia, continua y discreta, ante una entrada escalón (Figura 64), en la figura de detalle (Figura 64(b)) se ve como funciona el método de discretización escogido.

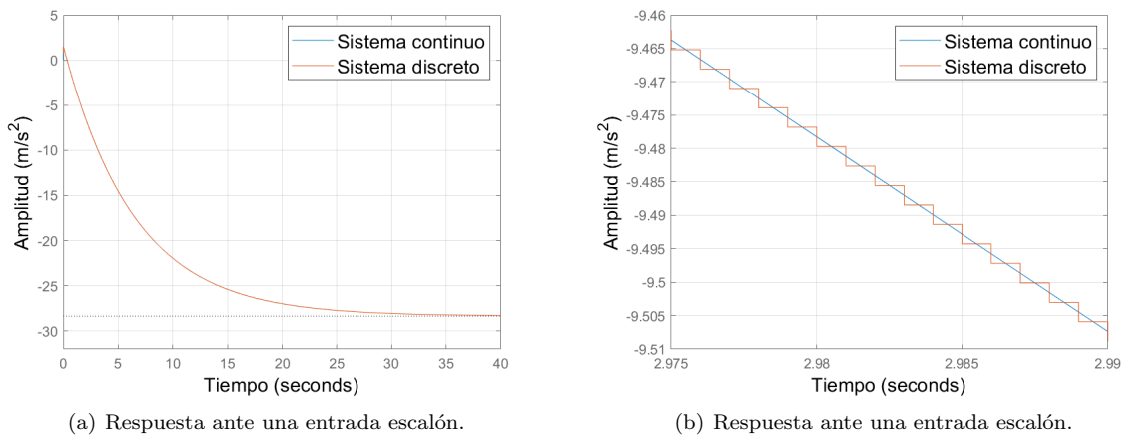


Figura 64: Respuesta de las funciones de transferencia de aceleración a voltaje ante una entrada escalón. Se comparan los sistemas continuos y discretos.

De forma que será esta función de transferencia discreta la que se implementará en el controlador para obtener la señal de alimentación del actuador en función de la aceleración que experimente la plataforma medida con un acelerómetro.

5.2. Programación en Labview + myRIO

En este apartado se comentará y detallará la programación realizada en LabView que se volcará en la myRIO de forma que funcione como controlador del sistema de mitigación activo de vibraciones, recibiendo la señal de un acelerómetro situado en la estructura y emitiendo la señal de entrada al excitador.

Se utilizarán un acelerómetro digital MEMS para medir la aceleración de la plataforma, estos acelerómetros ya han sido utilizados en uno de los proyectos de investigación del laboratorio en el que se embarca este trabajo de fin de máster, de forma que para realizar el código en Labview se partirá de una myRIO con la FPGA configurada de forma que sea capaz de leer los valores de estos acelerómetros en los tres ejes y de sacar una salida analógica. Además se incluyen las siguientes rutinas que se utilizarán al realizar el código (Figura 65).

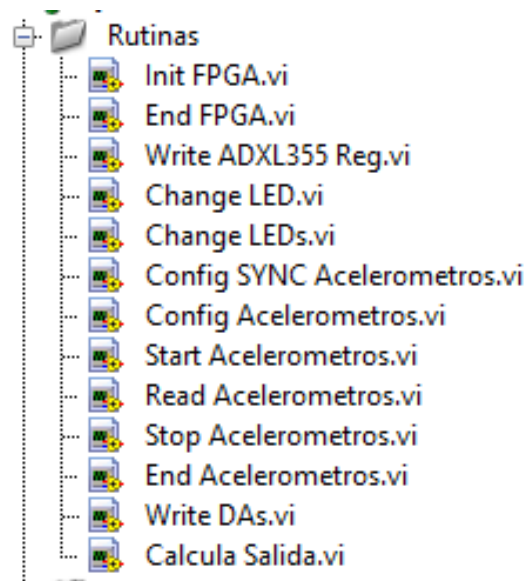


Figura 65: Rutinas implementadas en la FPGA de la myRio, se utilizan para iniciar y terminar la FPGA, para cambiar la iluminación de los LEDs, para iniciar, configurar, leer y parar los acelerómetros, y para escribir la salida analógica.

5.2.1. Estructura de programación

A continuación, se comenta la estructura del código elaborado, que consta de cuatro VIs (*Virtual Instruments*, se corresponden con ficheros de código en Labview) principales:

- *Main*, que se corresponde con el VI principal.
- *Lectura*, que se encarga de configurar y recibir la lectura del acelerómetro.
- *Función de transferencia*, que obtiene la señal de salida a partir de la aceleración leída.
- *Escritura*, que escribe el voltaje de salida en la salida analógica.

Además de estos VIs, se utilizarán varias variables compartidas (*Shared Variables*) para gestionar las comunicaciones entre las distintas partes del código. En los siguientes apartados se detalla cada uno de estos VIs.

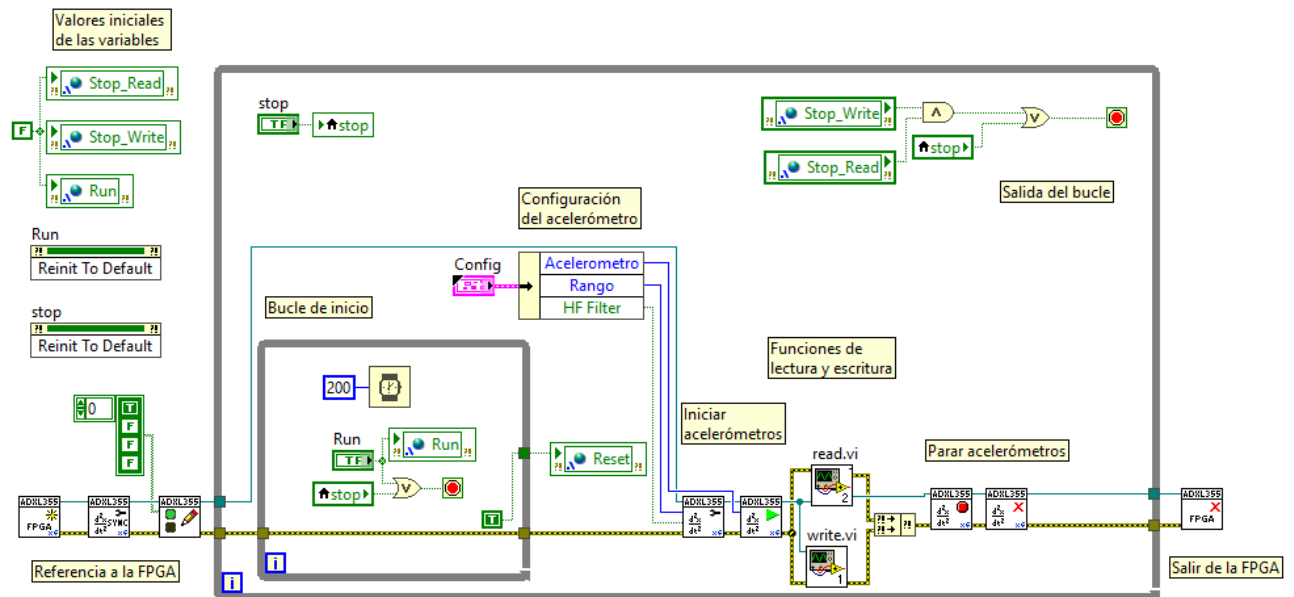
a) Main

Esta parte del código tendrá como principal función iniciar el sistema, y realizar la configuración inicial de la FPGA y de los acelerómetros para que el programa funcione correctamente. Del mismo modo, una vez se ha terminado de utilizar el controlador, se encargará de parar los acelerómetros y de salir de la FPGA.

En la Figura 66(a) se muestra el diagrama de bloques de esta función. Antes de entrar en el bucle *while* se inicia la FPGA y se inicializan los valores de las variables compartidas.

Una vez dentro del bucle principal, el sistema entrará en otro bucle *while* en el que no se hará nada hasta que el usuario pulse el botón de *Stop* para salir del programa o el de *Ejecutar* para iniciarlo. De aquí se pasará a la configuración del acelerómetros con los parámetros que el usuario haya seleccionado en el panel frontal (Figura 66(b)) y se iniciarán las funciones de lectura y escritura, que correrán en paralelo; cuando, o bien se salga de estas funciones pulsando *Stop* en el panel frontal de cada una de ellas, pasando

a parar el acelerómetro, o bien se pulse el botón *Stop* del main, el sistema finalizará el bucle principal y saldrá de la FPGA.



(a) Diagrama de bloques.



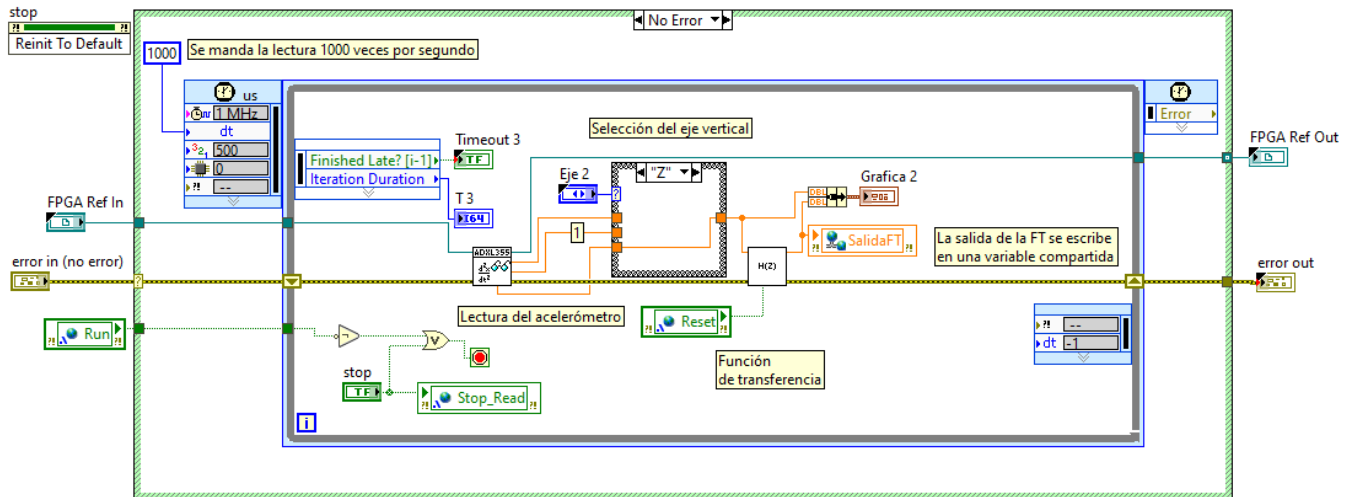
(b) Panel frontal.

Figura 66: Código correspondiente a la función main.vi del programa desarrollado en Labview.

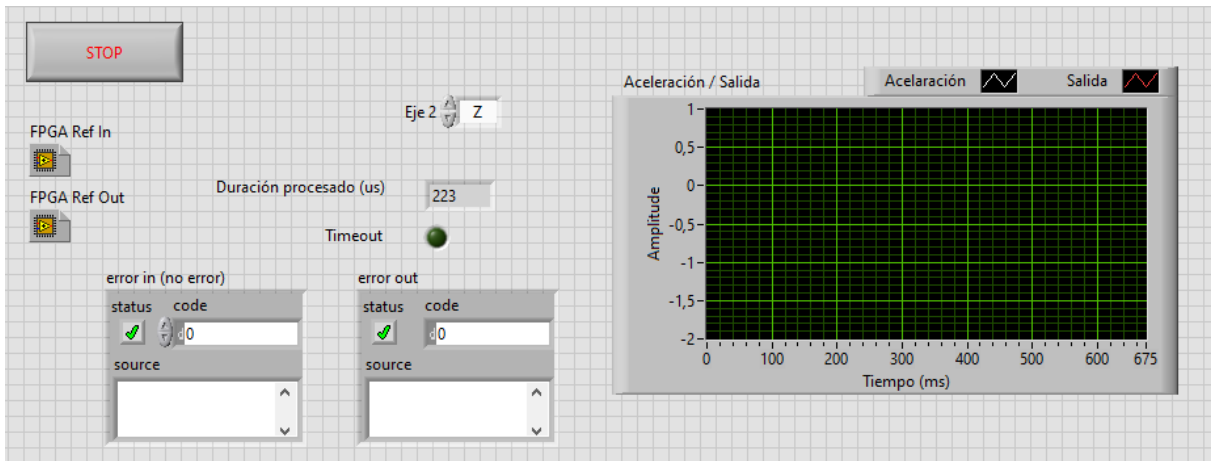
b) Lectura

En esta función se lleva a cabo la lectura del acelerómetro y el cálculo de la salida en voltios con que se alimentará el actuador.

En la Figura 67(a) se muestra el diagrama de bloques que se ha elaborado, en este caso se utiliza un bucle temporizado (*Timed Loop*), que se ejecutará 1000 veces por segundo, para cada iteración de este bucle, el sistema leerá el valor del acelerómetro para el eje indicado por el usuario (Figura 67(b)), y se lo mandará a la función de transferencia, esta función le devolverá el valor de la señal de voltaje, y este valor se escribirá en la variable compartida (*SalidaFT*), que leerá el VI de escritura.



(a) Diagrama de bloques del VI de lectura.



(b) Panel frontal del VI de lectura

Figura 67: Código correspondiente a la función read.vi del programa desarrollado en Labview.

c) Función de transferencia

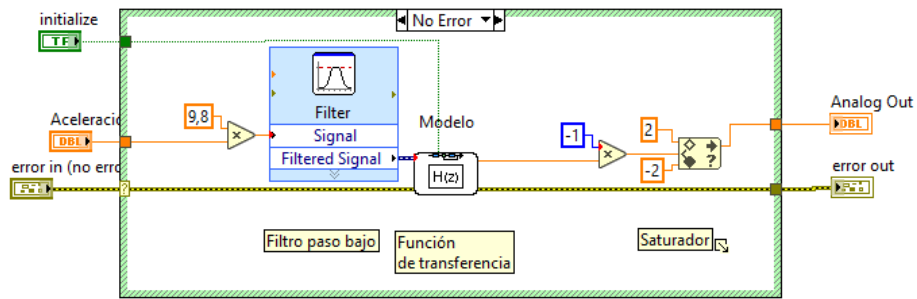
Este VI tendrá como función la implementación de la función de transferencia discreta que tiene como entrada la aceleración de la plataforma y como salida la señal de voltaje al actuador y que ha sido obtenida anteriormente en Matlab (Ec. 58).

En la Figura 68(a) se muestra el diagrama de bloques de este VI, es importante comentar que es necesario incluir un filtrado de paso bajo en la señal de entrada de la función de transferencia, ya que el modelo de la estructura simplifica el sistema real a uno de un único grado de libertad, por tanto no se está teniendo en cuenta lo que pueda pasar en un rango de frecuencias diferente al estudiado, es por eso que es necesario incluir un filtrado de esta señal para evitar inestabilidades del sistema, quedándose solo con las frecuencias inferiores a 10 Hz. En la Figura 69(a) se detallan las características del filtro elegido, que se trata de un filtro IIR (Infinite Impulse Response) de tipo *Butterworth* de orden 5.

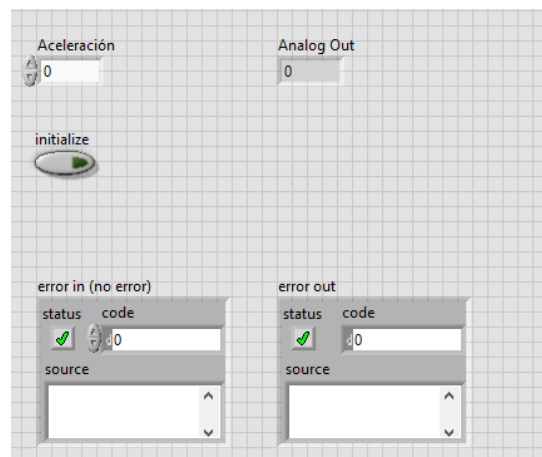
En la Figura 69(b) se introducen los coeficientes de la función de transferencia discreta, y a la salida de esta función se la multiplica por -1 y se la hace saturar entre ± 2 V.

Por último, se muestra en la Figura 68(b), el panel frontal de este VI, donde se indica la aceleración

medida en cada instante y la señal analógica de salida.

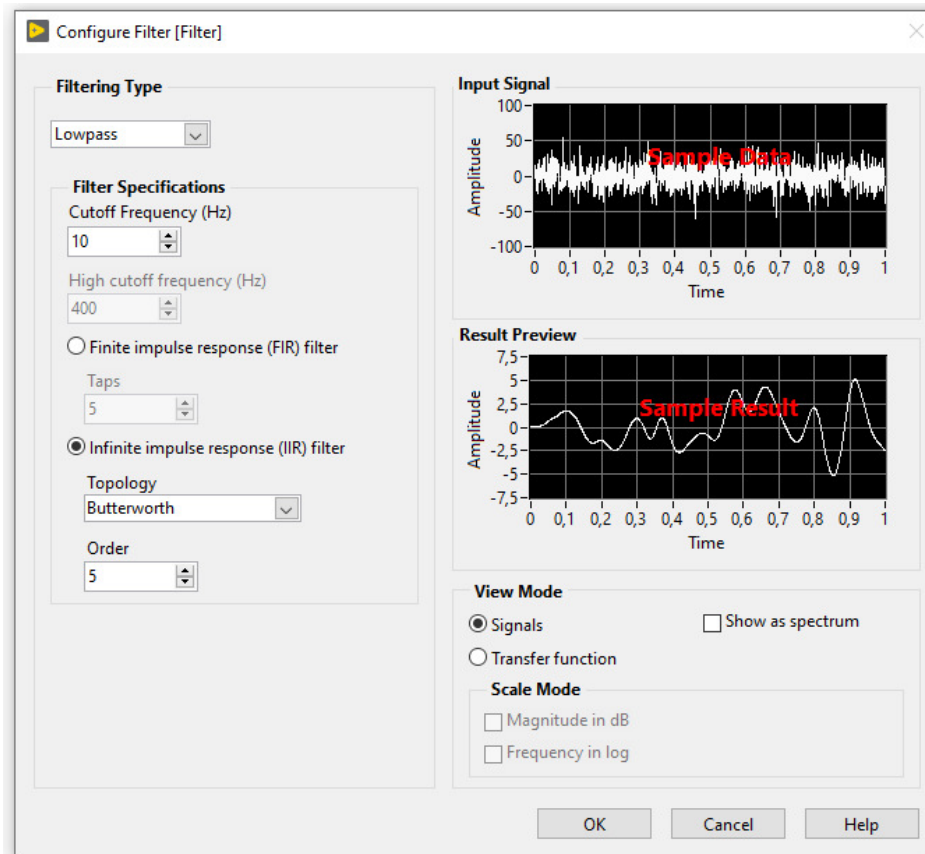


(a) Diagrama de bloques del VI de la función de transferencia.

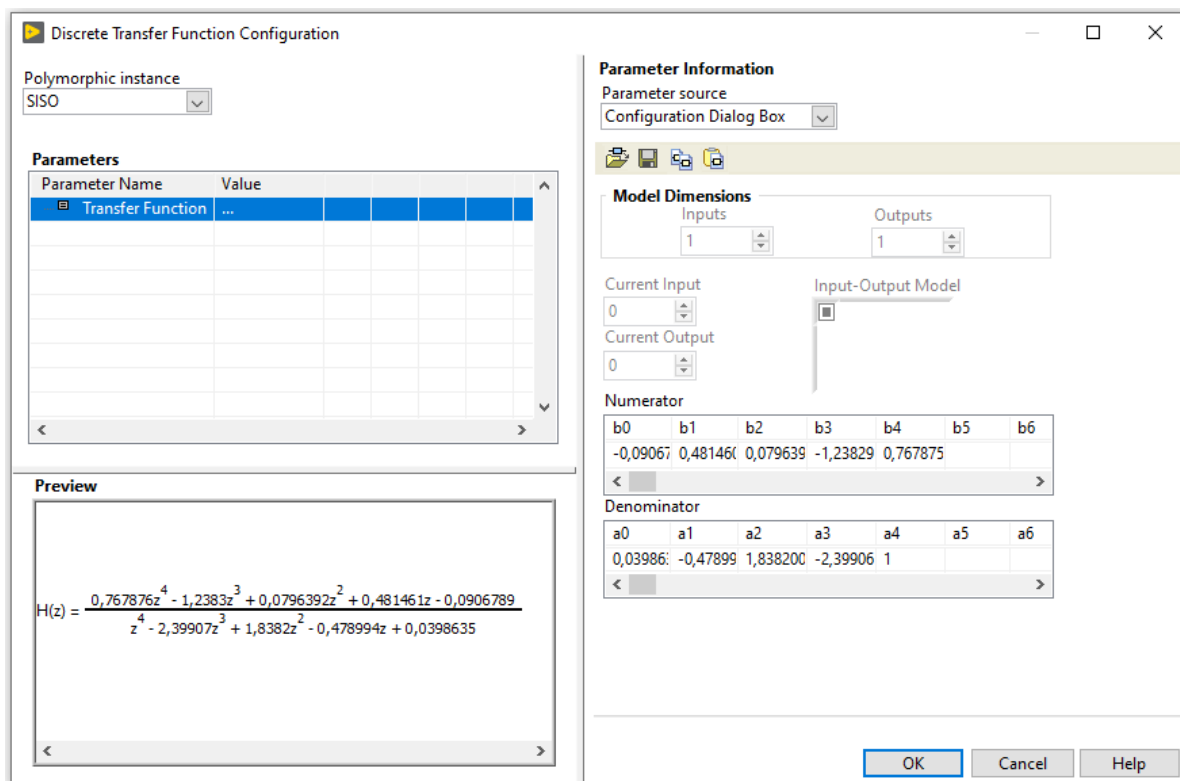


(b) Panel frontal del VI de la función de transferencia.

Figura 68: Código correspondiente a la función FT.vi del programa desarrollado en Labview.



(a) Parámetros utilizados en el filtro de paso bajo



(b) Coeficientes de la función de transferencia discreta.

Figura 69: Configuraciones correspondientes al filtro de paso bajo y a la función de transferencia discreta utilizados.

d) Escritura

En esta parte del código se llevará a cabo la escritura del voltaje en la salida analógica. En la Figura 70 se observa el diagrama de bloques de este VI, donde se utiliza un bucle temporizado (*Timed Loop*) que se ejecuta 1000 veces por segundo, en ese bucle, se realiza la lectura de la variable compartida (*SalidaFT*) escrita por el VI de lectura, y se escribirá el valor de esta variable en la salida analógica utilizando las rutinas de la FPGA correspondientes.

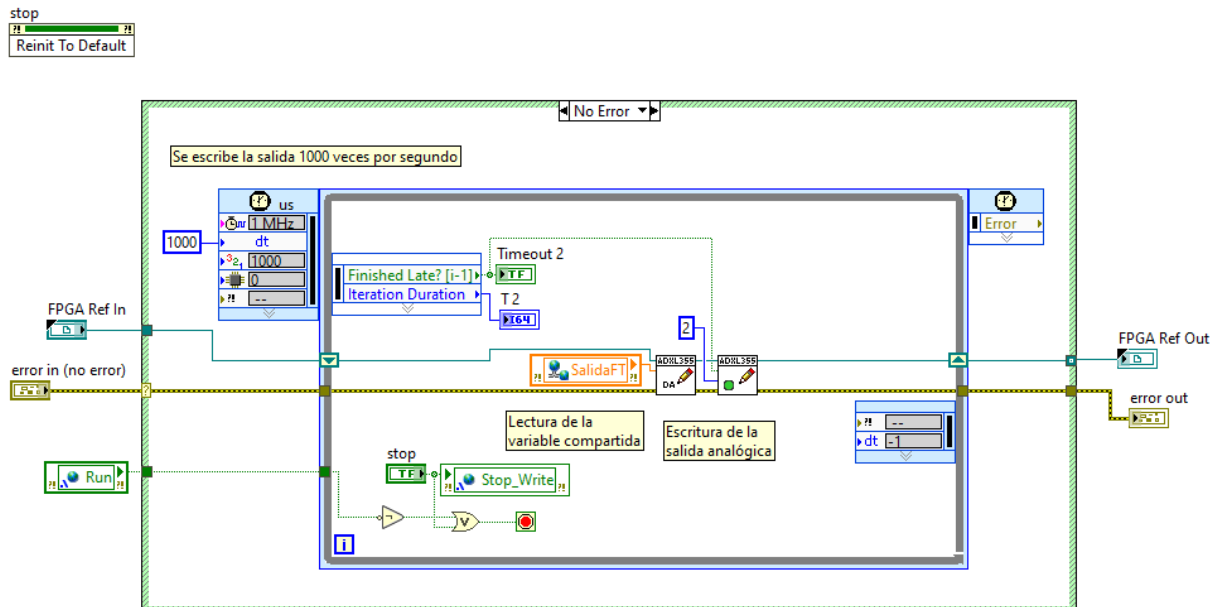


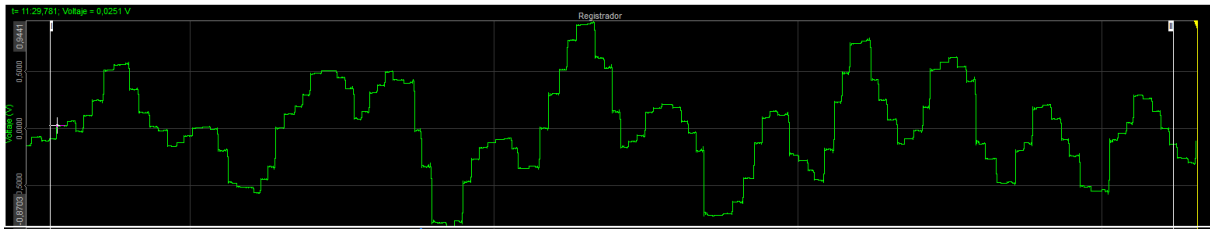
Figura 70: Diagrama de bloques del VI de escritura.

5.2.2. Retraso de la señal de salida

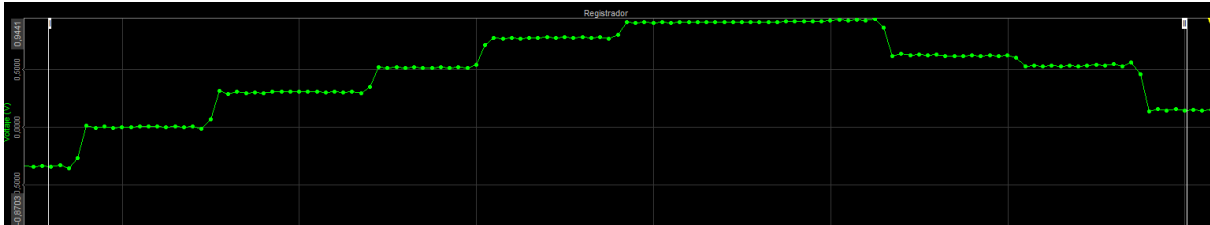
El código que se ha comentado se ha estructurado de esta manera debido al retraso asociado al filtro de paso bajo implementado, este filtrado de señales hace que el proceso de obtención de la señal de voltaje a partir de la medida de la aceleración no se ejecute en el tiempo de muestreo seleccionado, produciendo un retraso que convierte al sistema en inestable, pues cuando el sistema quiere actuar la referencia enviada al actuador no se va a corresponder con la aceleración actual de la estructura.

Por este motivo se ha utilizado la variable compartida (*SalidaFT*) y se ha dividido el código en dos VIs diferentes, uno para la lectura y otro para la escritura, de forma que el retraso únicamente esté presente en la función de lectura, es decir, el sistema leerá el valor del acelerómetro y calculará la salida escribiéndola en la variable compartida, esto tendrá cierto retraso asociado al filtro de paso bajo, por lo que esta variable no se actualizará cada milisegundo, sin embargo, la función de escritura no tendrá ningún retraso, por lo que escribirá en la salida analógica el valor de esta variable compartida 1000 veces por segundo, de manera que escribirá el mismo valor hasta que la función de lectura lo actualice.

En la Figura 71 se muestra la salida analógica de voltaje, se ve como la forma de esta salida es de tipo escalón, es decir, se repite el mismo valor de salida hasta que se actualiza la variable compartida (*SalidaFT*). Esto permite que el sistema funcione de forma estable, pues aunque la salida no es todo lo rápida que debería respecto a la aceleración medida, se escribe la salida de referencia al actuador cada milisegundo. Mientras que si no dividiéramos el código en un VI de lectura y otro de escritura, solo se escribiría un punto por cada vez que se actualizara la variable (*SalidaFT*).



(a) Señal de voltaje de referencia al actuador.



(b) Señal de voltaje de referencia al actuador.

Figura 71: Salida analógica del controlador MyRio medida con el software de adquisición de datos Dewesoft.

5.2.3. Diseño del filtro

El siguiente paso ha sido cambiar el filtro de paso bajo utilizado. En lugar de utilizar un bloque de función *Express* de Labview (figura 69(a)), que funciona calculando los coeficientes del filtro una vez cada iteración con el consiguiente retraso generado, se va a utilizar un filtro FIR (Finite Impulse Response) de punto por punto, que se diseñará en un nuevo VI (*DiseñaFiltro*). Este VI se ejecutará en el PC en lugar de en la myRIO, y únicamente se hará una vez para obtener los coeficientes del filtro, que se copian en el VI de la Función de transferencia (Figura 72). En el apéndice C (Filtrado digital de señales) se analizan los diferentes tipos de filtros digitales utilizados.

El diseño del filtro se hace en el VI (*DiseñaFiltro*) (Figura 73), en el que se selecciona la frecuencia de corte (*Low Cutoff Freq*), el número de puntos anteriores de la señal necesarios para realizar el filtrado (*Taps*) y el tipo de ventana (*Welsch*). Posteriormente se representa la transformada rápida de Fourier de la salida de este filtro para observar su comportamiento en el dominio de la frecuencia.

Modificando estos parámetros se selecciona un filtro que no modifique la señal original hasta pasados los 4 Hz, donde la influencia del modo uno de la estructura comienza a ser mínima, a partir de esta frecuencia se quiere que el filtrado de la señal sea cada vez mayor, para evitar inestabilidades generadas por la respuesta de la estructura a altas frecuencias. Se deberá de optimizar de este modo para obtener el mejor filtrado posible utilizando el menor número de puntos, ya que ese número de puntos necesarios va a indicar el retraso asociado al filtro, es decir, si el filtro necesita 50 puntos anteriores para filtrar la señal, la salida del filtro estará retrasada 50 puntos con respecto a la entrada. Se ha optado por escoger una ventana *Welsch*, con una frecuencia de corte de 24 Hz y un número de 50 puntos, que muestreando a 1 KHz supondrá un retraso de 0.05 s ($50 \text{ puntos} \times 0.001 \text{ s por punto} = 0.05 \text{ s}$).

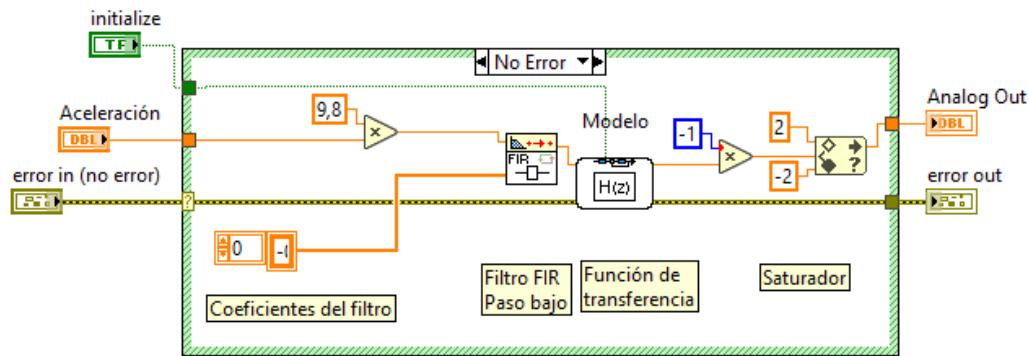


Figura 72: Diagrama de bloques del VI de la función de transferencia implementando el nuevo filtrado FIR de la señal.

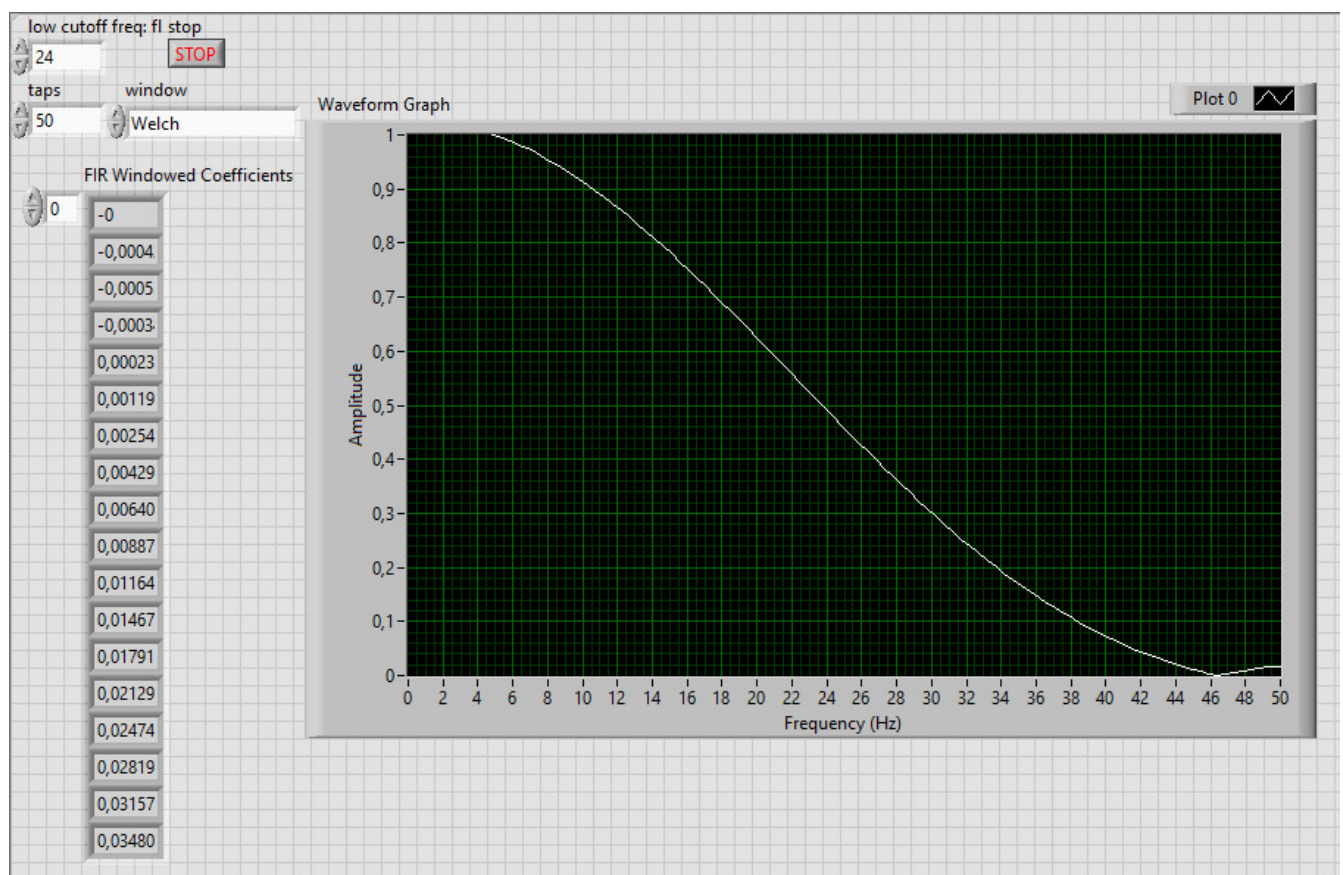
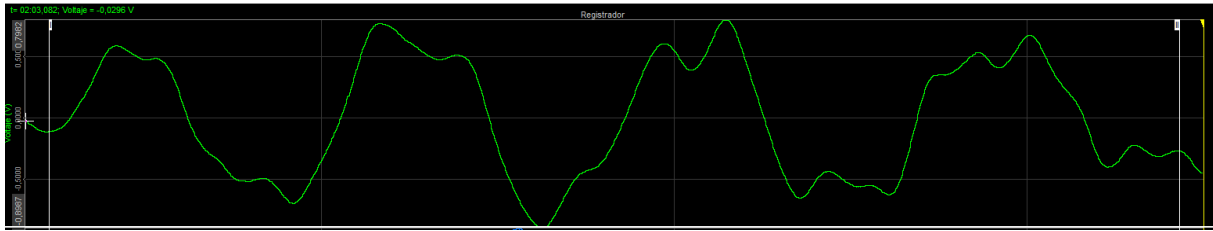


Figura 73: Diseño del filtro FIR punto por punto de paso bajo.

En la Figura 74 se observa como, a diferencia de en la Figura 71, la salida en voltaje aplicando este nuevo filtro FIR ya no es de tipo escalón, debido a que el valor de salida se actualiza cada milisegundos, eliminando parte del retraso. Ahora seguirá habiendo cierto retardo entre la señal de entrada y la de salida, pero será fijo (los 50 ms debidos al filtro y el tiempo que le lleve a la myRIO llevar a cabo las multiplicaciones de la función de transferencia, que será constante en cada iteración).



(a) Señal de voltaje de referencia al actuador con el filtro FIR implementado.



(b) Señal de voltaje de referencia al actuador con el filtro FIR implementado.

Figura 74: Salida analógica del controlador myRIO medida con el software de adquisición de datos Dewesoft con el filtro FIR implementado.

5.3. Conexión e implementación en el sistema real

En este apartado se comentará el proceso de conexionado y la instrumentación necesaria para la implementación del sistema de control diseñado. En la Figura 75 se muestra el esquema de este sistema de control.

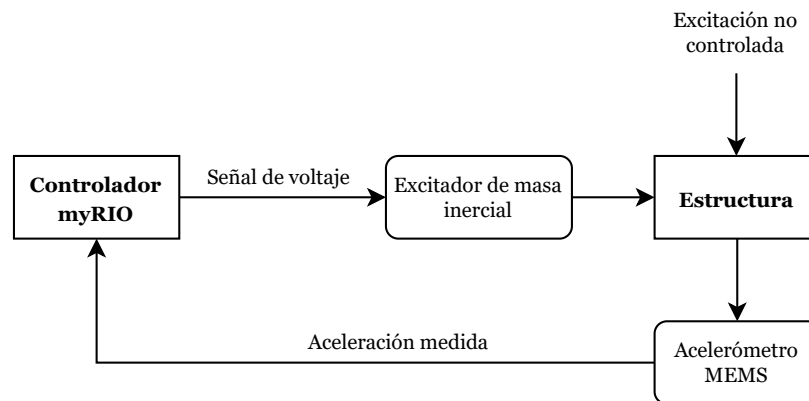


Figura 75: Esquema del sistema de control activo.

Ya se han comentado las especificaciones del excitador de masa inercial y del controlador myRIO 1900 que se van a emplear en el apartado 3.1 (Instrumentación necesaria). Con respecto al acelerómetro digital MEMS, se empleará un acelerómetro ADXL355. Estos dispositivos ofrecen una baja densidad de ruido y un bajo consumo con rangos de medición seleccionables entre ± 2 G, ± 4 G o ± 8 G.

6. VALIDACIÓN DEL SISTEMA FINAL

Una vez se han completado las fases de diseño e implementación del sistema de control activo, el siguiente paso será la validación de este sistema tanto en el dominio temporal como en el frecuencial.

Para ello se utilizará la siguiente instrumentación, a mayores de los dispositivos ya comentados para ejecutar el sistema de control activo (acelerómetro MEMS, controlador myRIO 1900 y excitador de masa inercial):

- **Acelerómetro piezoeléctrico**
- **Tarjeta de adquisición de datos**
- **Célula de carga**

El acelerómetro analógico piezoeléctrico y el sistema de adquisición de datos serán los mismos descritos en el apartado 3.1 (Instrumentación necesaria). Se utilizan dos acelerómetros diferentes (digital y analógico) debido a que el programa utilizado por la myRIO está preparado para la lectura de un acelerómetro digital, sin embargo, la memoria de este controlador es limitada y para usarla como sistema de adquisición de datos se necesitaría establecer ciertos protocolos de envío de datos entre la myRIO y un ordenador, lo cual no es algo sencillo y complicaría en exceso el proceso de programación, por lo que se ha optado por duplicar el acelerómetro en este proceso de validación, de forma que se utilizará el sistema de adquisición de datos y el software Dewesoft para obtener las mediciones necesarias y posteriormente se llevarán estos datos a Matlab para su posterior análisis.

Con respecto a la célula de carga, se utilizará una célula de la marca Mutronic con capacidad hasta 500 kg y con una sensibilidad de 2 mV/V.

En la Figura 76 se muestra una fotografía del set-up experimental llevado a cabo en la validación del sistema de control. Con la célula de carga se excitará la plataforma y con los acelerómetros se medirá su respuesta.

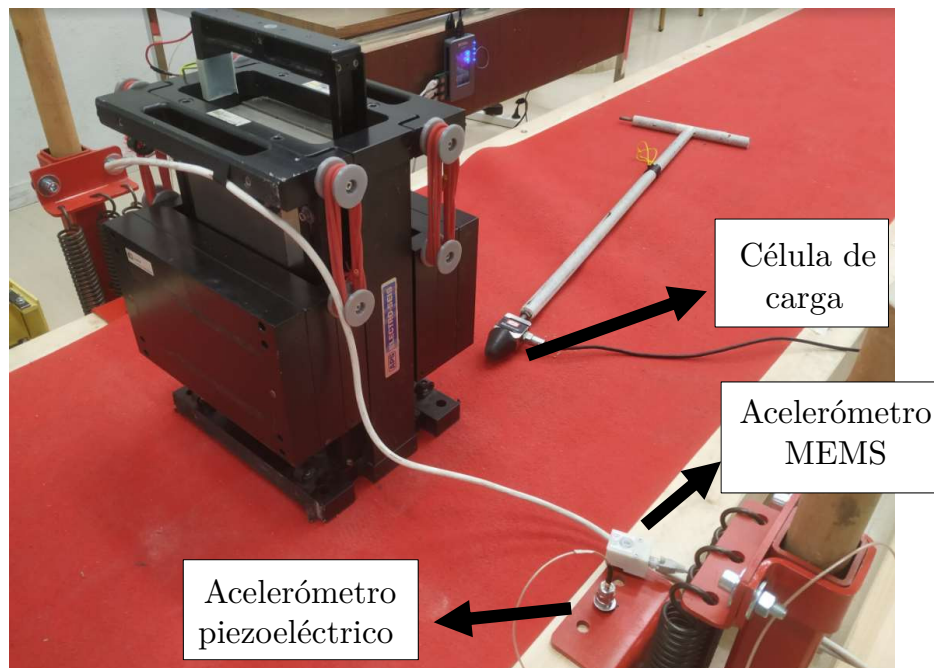


Figura 76: Set-up experimental para el proceso de validación del sistema de control activo.

6.1. Validación en el dominio de la frecuencia

6.1.1. Comparación con el sistema sin controlar

Para validar el sistema de control se comienza por comparar en el dominio de la frecuencia las funciones de respuesta en frecuencia del sistema sin controlar y con el control activo.

Para la obtención de estas FRFs se realizan los promedios correspondientes a 6 impactos con la célula de carga, utilizando el comando `tfestimate` de Matlab con los siguientes parámetros:

- **Tipo de ventana:** Se utilizará una ventana *Blackman* de N puntos.
- **Tamaño de ventana (N):** Se utilizará un número de puntos suficiente para que la estructura vuelva a su posición de equilibrio después de cada impacto. Para el sistema sin controlar utilizaremos un tamaño de $N = 90000$, mientras que para los sistemas con control un tamaño de $N = 20000$.
- **Frecuencia de muestreo:** Se utilizará una frecuencia de 1000 muestras por segundo.
- **Solapamiento:** No se utilizará ningún solapamiento entre segmentos adyacentes.
- **Estimador:** Se utilizará la media geométrica de las FRFs obtenidas con cada estimador (H_1 y H_2).

Para comparar los sistemas sin y con control de forma precisa y en las mismas condiciones, será necesario quitar la masa móvil del excitador (Figura 77) para obtener los datos experimentales del sistema sin control.

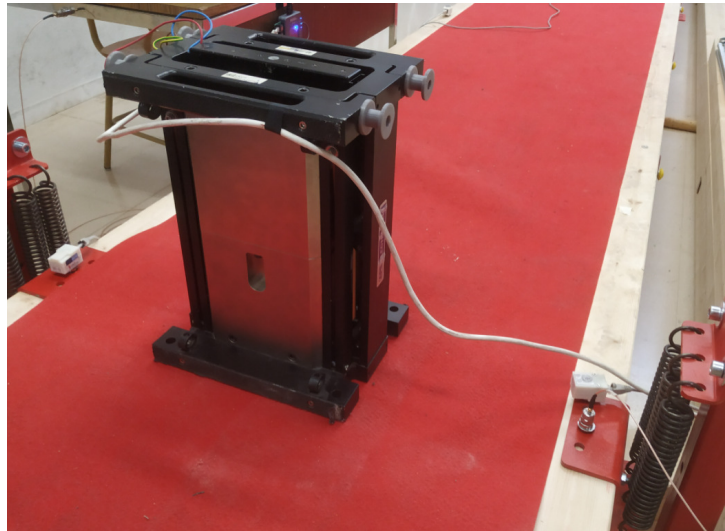


Figura 77: Masa fija del excitador de masa inercial.

En la Figura 78 se muestra la comparación de estas FRFs, comparando además el sistema realimentado utilizando el filtro IIR y el sistema con el filtro FIR. Se observa como al reducir el retraso asociado al filtro de paso bajo disminuye considerablemente la respuesta del sistema en el rango de frecuencia en torno al modo uno de la estructura (Figura 78(a)). Concretamente la respuesta a la frecuencia de resonancia tiene una amplitud de 0.662 en el sistema sin controlar, 0.017 con el filtro IIR y 0.005 con el filtro FIR, lo que supone una reducción del 97.4% y del 99.2%, respectivamente con la implementación de cada filtro.

En el resto de frecuencias (Figura 78(b)) se observa como la respuesta del sistema con ambos filtros es similar a la de la estructura sin control, reduciendo ligeramente la respuesta de esta en el modo tres.

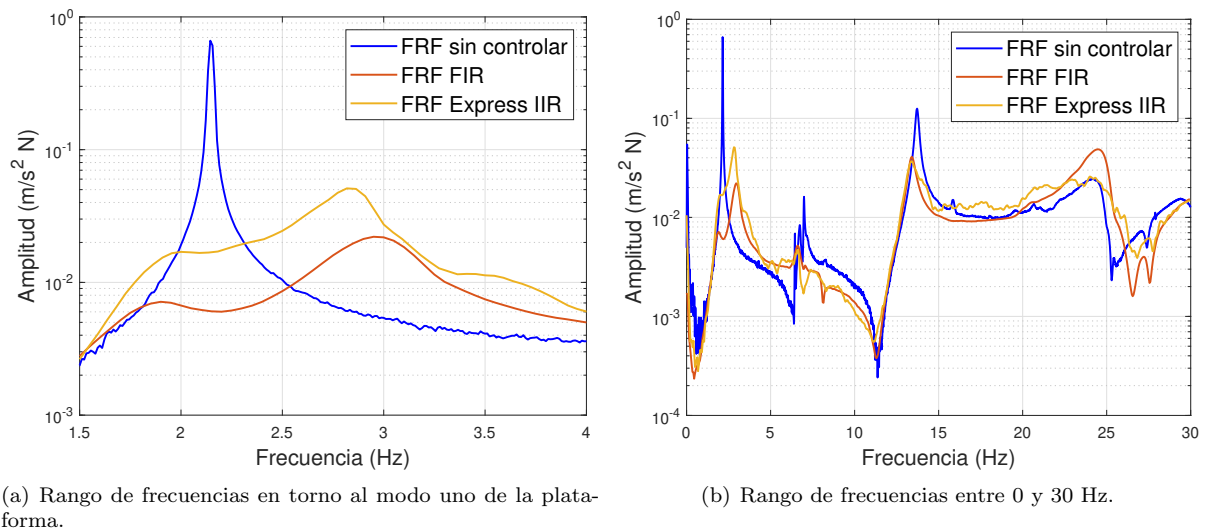


Figura 78: Funciones de respuesta en frecuencia del sistema sin controlar y con control utilizando diferentes filtros de la señal.

6.1.2. Comparación del comportamiento obtenido con el simulado

A continuación se compara el comportamiento del sistema obtenido experimentalmente con el esperado mediante la simulación realizada. En la Figura 79 se muestra esta comparación tanto en el rango de frecuencias próximas al modo uno para el que se ha diseñado el sistema de control (Figura 79(a)), como para todo el rango de frecuencias (Figura 79(b)). Se observa como la simulación solo contempla la estructura como un sistema de un grado de libertad, mientras que la FRF experimental del sistema con control representa un sistema real de infinitos grados de libertad. En el rango de frecuencia de estudio (1.5-4 Hz) se ve como el sistema simulado se comporta mejor, esto se debe, además de los errores, limitaciones y retardos asociados al sistema real, a que en el sistema simulado no está tenida en cuenta la presencia del filtro de paso bajo, sin embargo se ve como la forma de las FRFs experimental y simulada son similares.

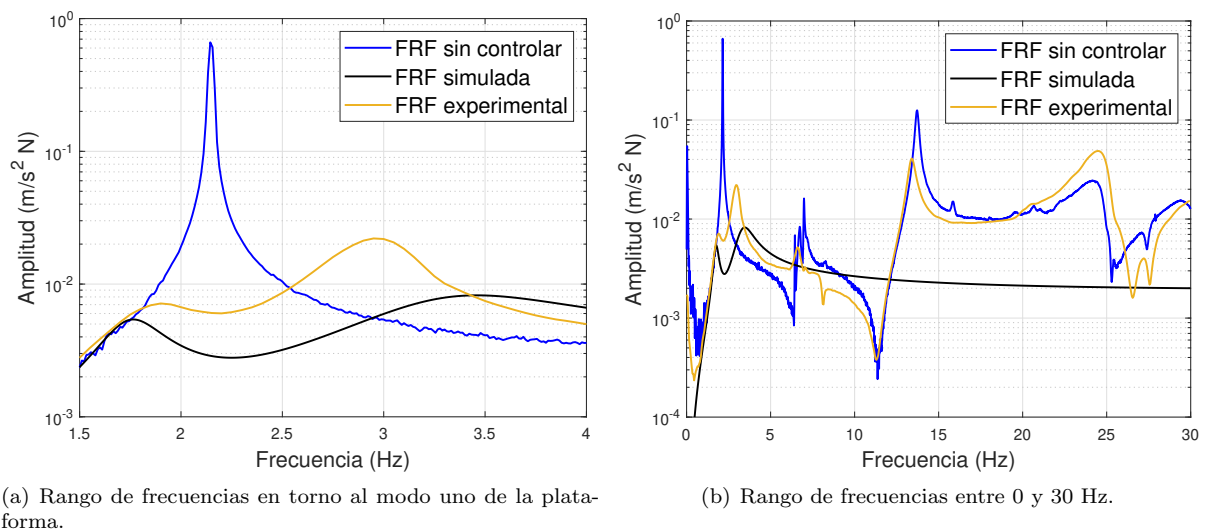


Figura 79: Funciones de respuesta en frecuencia del sistema sin controlar y con control comparado con la FRF esperada obtenida en la simulación.

6.2. Validación en el dominio temporal

En este apartado se estudia el comportamiento del sistema realimentado en el dominio temporal y se compara con el sistema original sin controlar. Para ello se analiza la respuesta de los sistemas ante una entrada escalón. Se busca una entrada que pueda ser realizada de forma repetible, de tal manera que se pueda comparar el tiempo que tardan ambos sistemas en volver al reposo. Se procede bloqueando el movimiento máximo de la plataforma según se muestra en la Figura 80, de forma que se llegue a este tope al subirse una persona sobre la estructura, así, cuando la persona salte de la plataforma la fuerza ejercida sobre la misma será repetible y por tanto la comparación de ambos sistemas será coherente.



Figura 80: Preparación de la plataforma para realizar la comparación en el dominio temporal, se bloquea el desplazamiento máximo que puede experimentar la estructura de forma que al subirse una persona encima se llega a este tope fijado. Al saltar esta persona de la plataforma la fuerza de reacción ejercida será siempre la misma, haciendo el ensayo repetible.

En la Figura 81 se muestran los resultados de este ensayo, en la Figura 81(a) se observa como la excitación inicial de ambos sistemas es prácticamente la misma, sin embargo se ve como el sistema con control activo se para significativamente antes que el sistema sin controlar, concretamente, el sistema sin control tarda 121.4 s en llegar a una excitación inferior al 2% de la excitación inicial; mientras que el sistema con control tarda 4.2 s, lo que supone una reducción del 96.54 %.

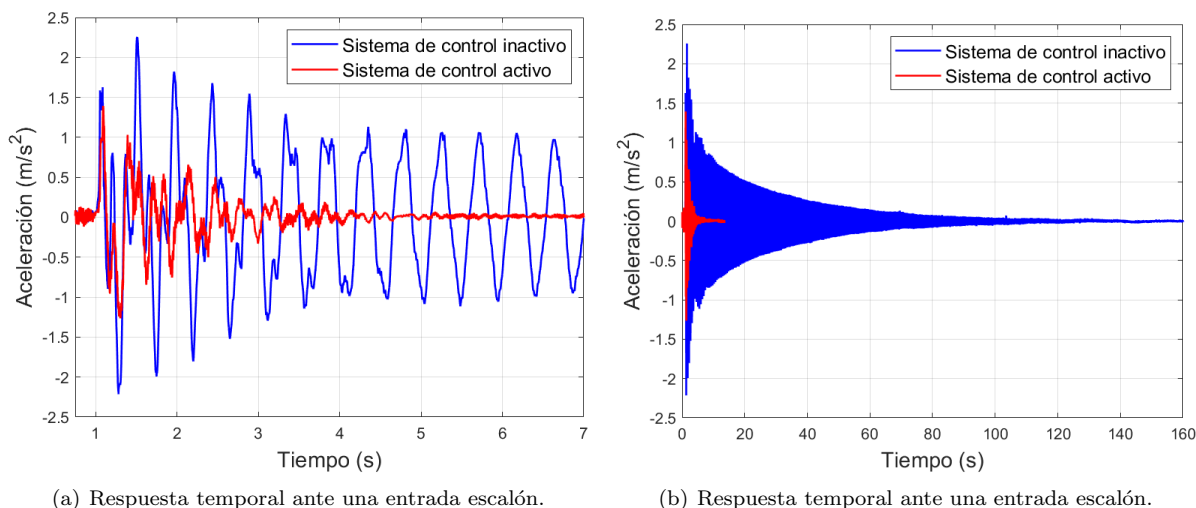


Figura 81: Comparación de la respuesta temporal de los sistemas con y sin control ante una misma excitación de tipo escalón.

6.3. Validación en tránsitos

La actividad principal para la que están diseñadas las pasarelas peatonales es precisamente el tránsito de personas. Por este motivo se valida el comportamiento del sistema activo de cancelación de vibraciones ante este tipo de excitaciones. Antes de comenzar con el análisis es preciso remarcar que el sistema de un grado de libertad modelizado va a tener sus limitaciones en este tipo de ensayos, esto se debe a que el comportamiento previsto del punto medio de la estructura únicamente se ha modelizado para perturbaciones producidas en ese mismo punto medio, mientras que al caminar sobre la estructura esta perturbación se irá produciendo sobre todos los puntos de la plataforma, de forma que el comportamiento proporcionado por el modelo no va a ser todo lo exacto como sería si se hubiera empleado un modelo de más grados de libertad. A pesar de ello, el sistema se va a comportar de forma estable y funcional, como se comprueba a continuación.

Para realizar el ensayo se ha procedido haciendo caminar a una persona sobre los 13.5 m de la plataforma, repitiendo este proceso cuatro veces dejando el tiempo necesario para que la plataforma se estabilizase antes de comenzar el siguiente tránsito. Se ha realizado este proceso primero con la plataforma sin controlar y quitando la masa móvil al actuador (Figura 77) y posteriormente activando el sistema de control.

Para garantizar la repetibilidad de los tránsitos realizados y poder llevar a cabo un estudio comparativo entre ambos sistemas se ha fijado como frecuencia de tránsito la de resonancia de la estructura (2.15 Hz), y se ha utilizado un metrónomo digital DM50 de la marca SEIKO para poder mantener el paso a esa frecuencia de la forma más precisa posible.

En la Figura 82 se muestran los resultados de estos ensayos para ambos sistemas (sin y con control), para poder comparar los datos evitando picos puntuales que puedan distorsionar el análisis, se ha empleado un filtro de media móvil de forma que se calcula el valor cuadrático medio (RMS) cada segundo del valor absoluto de la señal. En el ámbito del análisis vibracional de estructuras se utiliza como indicador de la cantidad de vibraciones el valor máximo de vibración transitoria (MTVV, *Maximum Transient Vibration Value*), que se calcula como el máximo del valor cuadrático medio (RMS) de la aceleración.

Comparando el valor del MTVV para ambos sistemas se observa una reducción del 66.07% cuando se emplea el sistema de control activo (0.818 m/s^2 con respecto a los 2.412 m/s^2 del sistema sin controlar). Este valor es similar al que se obtiene al aplicar este actuador en un sistema de control activo implementado en una pasarela real, concretamente, la del museo de la Ciencia de Valladolid (Tabla V de [4]).

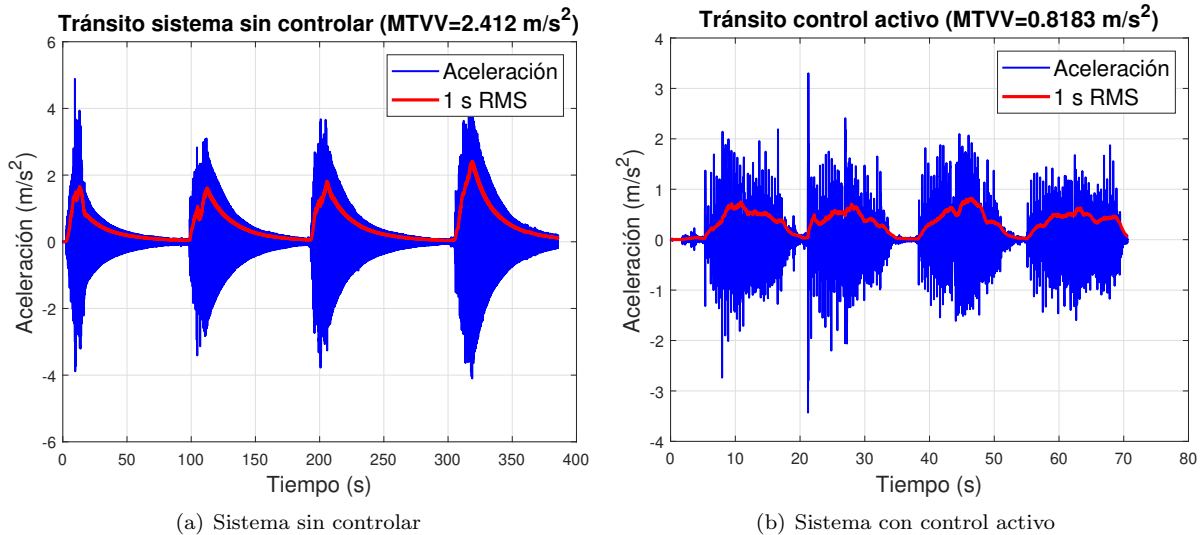


Figura 82: Aceleración experimentada por los sistemas sin y con control ante el tránsito de una persona sobre la pasarela. Se muestra la media móvil del valor absoluto de la señal para cada segundo.

Para comprobar si los valores obtenidos con el sistema en lazo cerrado son aceptables o no, se han buscado en la normativa los valores de referencia para el estado límite de vibraciones en pasarelas peatonales (Tabla 7.2 de la disposición 16559 del BOE núm. 254 de 2011 [6]), y se han representado estos valores en la Tabla 6. Se observa cómo el sistema sin controlar estaría dentro del rango de confort mínimo presentando un MTVV de 2.412 m/s^2 , con el sistema de control se obtiene un rango de confort medio con un MTVV de 0.8183 m/s^2 .

De esta forma, se puede dar por validado el comportamiento del sistema ante el tránsito de una persona, siendo conscientes de la limitación comentada anteriormente que supone reducir la estructura a un sistema de un grado de libertad.

Grado de confort	Rango de aceleraciones	
	Verticales	Laterales
Máximo	$< 0.50 \text{ m/s}^2$	$< 0.10 \text{ m/s}^2$
Medio	$0.50 \text{ a } 1.00 \text{ m/s}^2$	$0.10 \text{ a } 0.30 \text{ m/s}^2$
Mínimo	$1.00 \text{ a } 2.50 \text{ m/s}^2$	$0.30 \text{ a } 0.80 \text{ m/s}^2$
No aceptable	$> 2.50 \text{ m/s}^2$	$> 0.80 \text{ m/s}^2$

Tabla 6: Valores de referencia de aceleraciones para el confort de los peatones en pasarelas peatonales.

7. RESPUESTA DEL SISTEMA ANTE MODIFICACIONES DE LA ESTRUCTURA

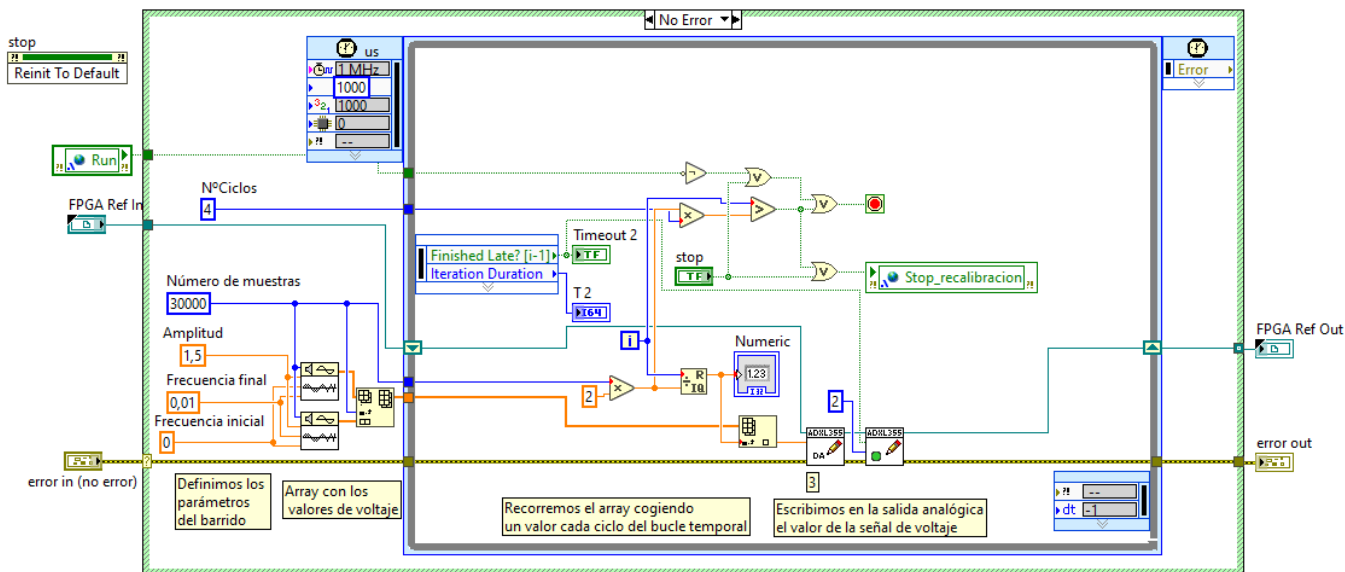
Las condiciones a las que se puede ver sometida la estructura sobre la que se aplique el sistema de mitigación activo de vibraciones diseñado van a tener una cierta variabilidad, ya que por un lado la fuente de la excitación puede variar (el peso que soporte la estructura no será el mismo dependiendo del número de personas que caminen sobre ella) y por otro las propiedades de la estructura pueden verse modificadas (las propiedades físicas de la madera varían con respecto a la temperatura, humedad, etc). A parte de variaciones originadas por desperfectos en los materiales o pérdida de funcionamiento óptimo.

Es por esto que para garantizar el buen comportamiento del sistema de control activo será conveniente llevar a cabo una calibración periódica de este sistema, obteniendo los coeficientes más óptimos de la función de transferencia discreta entre aceleración medida y voltaje enviado al actuador en función de las condiciones que la plataforma tenga en ese momento.

Esto es lo que se trata de conseguir en este apartado del trabajo: un sistema que permita realizar esta recalibración de la plataforma de forma sencilla, intuitiva y lo más automática posible. Para ello, se implementa en el código de Labview un nuevo VI denominado *Recalibracion* (Figura 83(a)), cuya función será comandar al excitador de masa inercial para que ejecute un barrido entre las frecuencias seleccionadas y con las características definidas por el usuario (número de barridos, puntos por barrido y amplitud de la señal en voltaje). Se ubica este VI en el código principal (*main*) de forma que el usuario pueda elegir antes de pulsar el botón de ejecutar si realizar o no la calibración de la plataforma (Figura 83(b)), de forma que si no se elige esta opción se ejecuta directamente la opción la función de lectura y escritura para llevar a cabo el sistema de control. En la Figura 83(c) se muestra el diagrama de bloques del VI *main* con la implementación del nuevo VI *Recalibracion*.

Con la implementación de este código únicamente se tendrá capacidad de comandar con la myRIO al excitador de masa inercial, sin embargo, se seguirán necesitando dos acelerómetros piezoeléctricos (uno para medir la excitación y otro para medir la respuesta de la plataforma) y el sistema de adquisición de datos Dewesoft, de forma que se exportarán los datos generados y se introducirán como entrada en un script de Matlab donde a partir de estos datos temporales se obtendrán los coeficientes de la función de transferencia discreta, que se tendrán que llevar de nuevo al código de Labview.

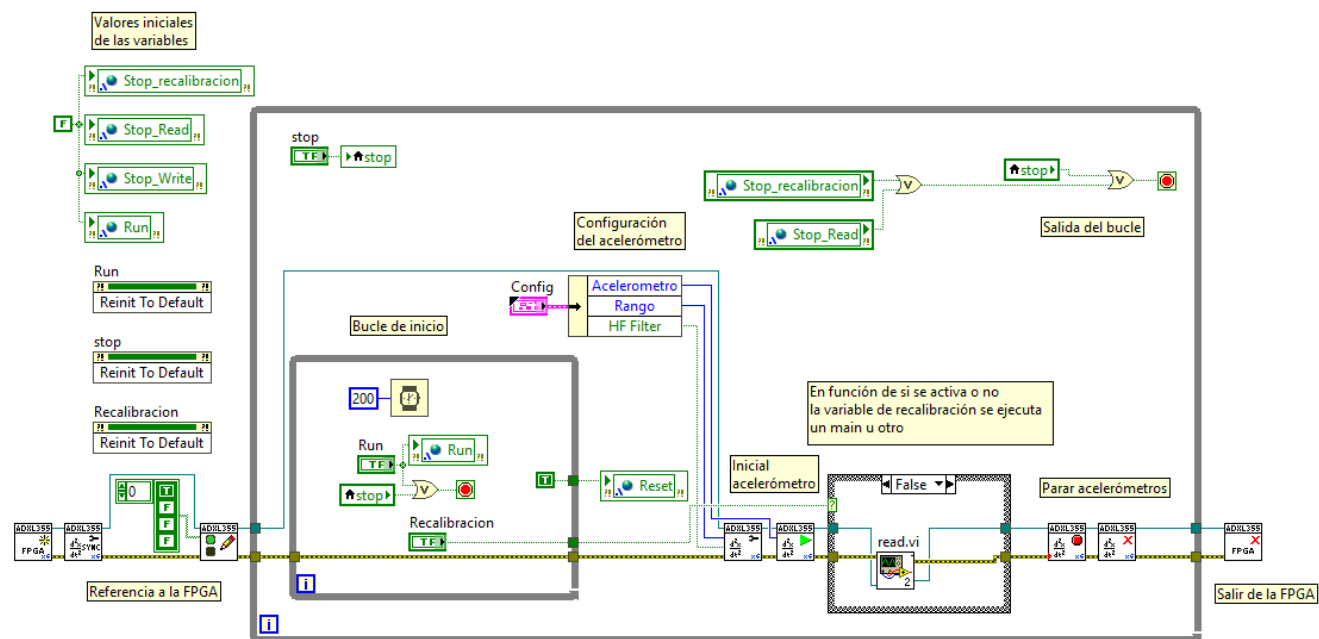
Se incluye como línea futura el hacer este proceso exclusivamente en la myRIO, de forma que se excite la estructura de forma controlada, se tomen los datos, se haga el análisis modal de la misma, y se ejecuten los algoritmos de optimización para la obtención de los coeficientes de la función de transferencia, todo ello de forma autónoma cuando el usuario pulse el botón de *Recalibración*. Sin embargo para este proceso es necesario modificar la FPGA implementada actualmente en la myRIO, pues únicamente está preparada para leer un acelerómetro, y para el cálculo de las FRFs será necesario la lectura de dos, debido a esto y a la complejidad asociada a este código se propone continuar este trabajo como línea futura.



(a) Diagrama de bloques correspondiente al VI de recalibración.



(b) Panel frontal correspondiente al VI main tras la implementación de la recalibración.



(c) Diagrama de bloques correspondiente al VI main tras la implementación de la recalibración.

Figura 83: Código correspondiente a la recalibración de la plataforma.

8. CONCLUSIONES, PRESUPUESTO Y LÍNEAS FUTURAS

8.1. Conclusiones

Una vez concluido el presente documento, y tras haber validado el sistema diseñado y comprobado su comportamiento ante distintas situaciones de carga, se pueden extraer las siguientes conclusiones.

En primer lugar, se ha conseguido modelizar mediante un sistema en espacio de estados de un grado de libertad el comportamiento de la estructura en un rango de frecuencias próximo a su primer modo (entre 1.5 y 4 Hz). De tal forma que se puede predecir como se comportará el punto medio de la estructura ante distintas situaciones de carga de forma precisa. Esto es imprescindible para poder desarrollar de forma correcta un sistema de mitigación de vibraciones.

Para poder llevar este proceso de modelizado a cabo, se ha requerido realizar un análisis modal experimental (EMA), de forma que se han obtenido tanto los conocimientos teóricos acerca del análisis modal de estructuras como la solvencia necesaria con los métodos experimentales, incluyendo los procesos de preparación del set-up (colocación de los acelerómetros y del excitador), de experimentación, de manejo del software de adquisición de datos y del posterior procesado de estos datos para obtener las propiedades modales de la estructura.

Otro punto importante ha sido la aplicación de sistemas de control por realimentación del estado, se ha podido llevar a cabo un análisis exhaustivo (de forma teórica) de la influencia del valor de la ganancia de realimentación en la respuesta del sistema, tanto en su estabilidad como en su velocidad de respuesta. Así mismo, se han podido comprobar las limitaciones que sufre el sistema teórico al llevarlo a la práctica, de forma que cada etapa añadida (la inclusión del estimador de variables de estado, la implementación del modelo del actuador, el filtrado de la señal de medida de los acelerómetros) significa un aumento del error cometido con su consiguiente disminución de la efectividad del sistema.

Una de las fases del trabajo que ha supuesto un volumen más importante de tiempo, y que ha requerido la adquisición de nuevos conocimientos ha sido la implementación del sistema final en el controlador, ha supuesto el aprendizaje de un nuevo lenguaje de programación como ha sido Labview, así como el solventar los diferentes problemas que fueron surgiendo hasta conseguir que el sistema real fuera estable. Para ello, fue necesario la inclusión de un filtro de paso bajo para evitar que el sistema de control actuara ante perturbaciones que se encontraran en un rango de frecuencias fuera del que ha sido diseñado, pues esto suponía la inestabilidad del sistema. Otra fuente de inestabilidades fue la ubicación del propio actuador, pues al modelizar la pasarela como un sistema de un grado de libertad, se simplifica su comportamiento igualándolo al de una viga biapoyada, de tal forma que las secciones perpendiculares al eje longitudinal de 13.5 m van a experimentar la misma aceleración en todos sus puntos, no contemplando así la torsión de la plataforma. Esto puede suponer un problema si no se coloca el actuador sobre la línea media de la estructura, pues al inducir fuerzas a ciertas frecuencias sí que provocarán la torsión de la plataforma, generando entradas al sistema de control para las que no ha sido diseñado, y generando de esta forma inestabilidades en el sistema. Por tanto, la solución a este problema fue la correcta ubicación del actuador en la plataforma.

Además, al implementar el filtro de paso bajo, se producían retardos en el sistema que lo convertían en inestable, se optó por modificar la estructura del código de forma que el sistema lanzara cada milisegundo una salida al actuador aunque el tiempo de procesado de cada entrada fuera superior. Con este cambio se logró que el sistema se comportara de forma estable. Posteriormente se consiguió emplear otro tipo de filtro que evitaba el retardo en el tiempo de procesado de cada valor de entrada, haciendo funcionar al sistema de forma más óptima. En el trabajo se han mantenido las explicaciones de ambos códigos para poder observar la evolución llevada a cabo para la obtención del sistema final, pues este proceso no ha sido inmediato y ha llevado un cierto volumen de trabajo. Es importante volver a recalcar que no se disponía de experiencia previa con este software, por lo que ciertas soluciones adoptadas, aunque funcionales, puede que no sean las empleadas por un experto en el programa.

También cabe reseñar el proceso de validación experimental llevado a cabo, donde se ha podido analizar el comportamiento del sistema ante diferentes situaciones de carga, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. En el dominio temporal, se han podido obtener comparaciones cuantitativas

entre el sistema controlado y el original sin controlar, viendo como aplicando el sistema de control activo el sistema tarda un 96.54 % menos de tiempo en alcanzar una aceleración inferior al 2 % de la inicial tras una excitación de tipo escalón. Además se ha calculado el MTTV (valor máximo de vibración transitoria) para ambos sistemas, observando una reducción del 66.07 % en el sistema con control.

En el dominio de la frecuencia, al calcular las funciones de respuesta en frecuencia de los sistemas sin controlar y controlado, se puede observar como, a pesar de utilizar un sistema de un grado de libertad, diseñando el sistema de control para funcionar en el rango de frecuencias comprendido entre 1.5 y 4 Hz, que coincide con el primer modo de la estructura, el comportamiento del sistema controlado es aceptable en todo el rango de frecuencias (de 0 a 30 Hz), reduciendo la cantidad de vibraciones del sistema en su tercer modo, aunque no de forma tan óptima como en el primer modo para el que ha sido diseñado. Además en estas FRFs se puede observar cómo mejora el comportamiento del sistema al aplicar el filtro FIR que evita retrasos en la salida del sistema tras el procesado de la señal de entrada. Del mismo modo se ha comprobado como el sistema experimental implementado presenta un comportamiento peor que el simulado, esto se debe a las limitaciones inherentes a los medios utilizados, pues el controlador tendrá siempre ciertos retrasos que empeorarán la respuesta del sistema en lazo cerrado, estos retrasos se podrían reducir realizando el cálculo de la salida del sistema a partir de la aceleración medida en la propia FPGA de la MyRio, en lugar de utilizar la FPGA únicamente para la lectura y escritura de las señales. Se incluye esto como línea futura del trabajo.

Por último, se ha incluido en el código la opción de recalibrar la estructura sobre la que se implementa el sistema de control. Esto puede ser interesante en estructuras reales, donde las condiciones ambientales pueden suponer modificaciones en las propiedades estructurales de los componentes de las estructuras, especialmente tratándose de madera, donde estas propiedades son muy sensibles a las condiciones de temperatura y humedad. De forma que al aplicar este sistema en una pasarela real sería conveniente realizar este proceso de recalibración con cierta frecuencia para que el sistema de control funcione de forma lo más óptima posible. Por otro lado, además de cambios en las propiedades de la estructura debidos a modificaciones de las condiciones ambientales, estos cambios se pueden deber al deterioro de la propia estructura, de tal forma que realizar este proceso de recalibración podría ser una manera interesante de detectar estos deterioros, pudiendo establecer límites en estas propiedades modales que indiquen deterioros graves de la estructura para los que harán falta reparaciones o cambios importantes. Si los cambios en los valores de las propiedades modales no indican deterioros graves, este proceso de recalibración en el sistema de control hará que su comportamiento siga siendo óptimo, de manera que los deterioros de la estructura no aumenten la cantidad de vibraciones de la misma, manteniéndose estos dentro de los estados límites de servicio.

En definitiva, se ha logrado obtener un sistema de cancelación activa de vibraciones en torno al modo uno de la plataforma, con las consecuentes limitaciones debidas a la reducción del sistema a un modelo de un grado de libertad. La realización de este trabajo ha supuesto la aplicación de los conocimientos adquiridos sobre tecnología de control y sobre la modelización de sistemas en espacio de estados, además de requerir el estudio y aprendizaje de nuevas áreas como el análisis dinámico estructural o de nuevos lenguajes de programación y manejo de software como Dewesoft o LabView. Como Trabajo de Fin del Máster en Ingeniería Industrial se han combinado los conocimientos adquiridos sobre las áreas de estructuras y de tecnología de control, aplicando además conceptos aprendidos en este máster como la aplicación de algoritmos genéticos para la resolución de problemas de optimización. Por otro lado, los estudios de grado y de máster llevados a cabo han permitido desarrollar una capacidad crítica de resolución de problemas basada en la búsqueda de información, el estudio de los conocimientos teóricos y la aplicación de dichos conocimientos sobre métodos prácticos y experimentales. Para la realización de este trabajo se ha seguido esta secuencia, partiendo en primer lugar del planteamiento del problema: controlar de forma activa las vibraciones del primer modo de la plataforma, y a partir de él se siguió un proceso de estudio de material teórico sobre dinámica de estructuras, cuyos conocimientos no se habían tratado en las titulaciones cursadas, y de búsqueda de artículos científicos donde se habían resuelto problemas similares. A partir de ese punto se marcó un itinerario a seguir y se fueron solventando las distintas limitaciones y problemáticas que fueron surgiendo hasta la obtención del sistema final implementado en la plataforma.

La realización de este trabajo formando parte del grupo de investigación que dirige el doctor Antolín Lorenzana y del que forma parte el doctor Álvaro Magdaleno ha supuesto unos meses de trabajo muy estimulantes en los que me he podido desarrollar como ingeniero mejorando mis capacidades de análisis

y resolución de problemas, pudiendo trabajar de forma autónoma, pero recibiendo la ayuda y la guía necesaria por parte de ambos, en dos temas que me han resultado muy interesantes y sobre los que me gustaría seguir aprendiendo como son los sistemas de control y el análisis de vibraciones.

8.2. Presupuesto

Uno de los principales atractivos de este trabajo y que lo diferencia de otros sistemas similares de cancelación activa de vibraciones es que su implementación se realiza con dispositivos de bajo coste, en este apartado se realizará una estimación de la diferencia económica de este sistema de control creado con medios *low-cost* con relación a otros controladores utilizados habitualmente en la industria. También se estimará el coste que ha tenido no solo la implementación si no todo el proceso de análisis modal experimental, modelado y diseño del controlador, con las consecuentes horas de ingeniería que han sido necesarias.

Se comienza comparando los medios utilizados para la implementación del sistema de control con respecto a los medios tradicionales que se han utilizado en instalaciones similares. En la Tabla 7 se muestra el coste de los tres dispositivos necesarios para cada sistema (sistema de medida, controlador y actuador). Cabe destacar que como actuador no se ha podido utilizar un dispositivo de bajo coste, pues el sistema de control activo diseñado requiere un sistema lo suficientemente potente y rápido como para que sus fuerzas sean representativas en la estructura y pueda ser controlado con el menor retardo posible.

	Sistema tradicional		Sistema de bajo coste	
Acelerómetro	Piezoeléctrico KS76C10	360 €	MEMS ADXL355BEZ	44 €
Controlador	CompactRIO-9030	3677 €	MyRIO-1900	608 €
Actuador	APS 400 ELECTRO-SEIS	25000 €	APS 400 ELECTRO-SEIS	25000 €
Total		29037 €		25652 €

Tabla 7: Comparación del presupuesto para la implementación del sistema de control de un sistema tradicional con uno de bajo coste como el que se presenta en este trabajo.

Se observa como el sistema de bajo coste supone un ahorro del 11.66 % con respecto a la implementación del sistema tradicional. Esto puede no parecer sorprendente, sin embargo, si se realiza este cálculo excluyendo el actuador (que supone la mayor parte del coste y que es el mismo para ambos sistemas) se observa como el sistema de bajo coste supone un ahorro del 83.85 % teniendo en cuenta el dispositivo de medida y el actuador (652 € contra 4037 €).

A continuación se muestra una estimación del coste que ha supuesto cada fase de este proyecto, incluyendo tanto los costes de los dispositivos empleados como las horas de ingeniería que se han dedicado. Para la realización de este trabajo se ha disfrutado de un contrato como investigador en formación, por lo que es sencillo calcular el coste supuesto por cada hora invertida, siendo este de 9.12 € por hora. Por otro lado, es importante remarcar que no se ha comprado para la realización de este trabajo ningún dispositivo de los utilizados, si no que se han empleado los medios existentes en el laboratorio, y que se van a poder seguir utilizando con otros fines de investigación tras la finalización de este proyecto.

En primer lugar se muestra en la Tabla 8 los recursos necesarios para la fase de análisis modal experimental. Se utilizaron los dispositivos indicados en el apartado 3.1 (Instrumentación necesaria). Con respecto a las horas de ingeniería, se dedicaron un total de cuatro semanas dedicando cuatro horas diarias, incluyendo el estudio y lectura de documentación sobre dinámica y análisis modal, la programación del controlador para el control del excitador, la toma experimental de datos y el procesado de estos en Matlab para obtener sus propiedades modales.

	Análisis modal experimental	
Sistema de adquisición de datos	SIRIUS Dewesoft	8000 €
Acelerómetros	Piezoeléctricos KS76C10	2 × 360 €
Controlador	MyRIO-1900	608 €
Excitador	APS 400 ELECTRO-SEIS	25000 €
Mano de obra	80 horas de ingeniería	729.6 €
Total		35057.6 €

Tabla 8: Estimación del coste empleado en el proceso de análisis modal experimental de la plataforma.

A continuación, en la Tabla 9 se muestra el coste de la siguiente etapa del trabajo. En este caso todo el proceso de modelado y diseño del controlador fue a nivel de programación en Matlab y Simulink. Fueron necesarias otras cuatro semanas de trabajo dedicando cuatro horas diarias.

Modelado y diseño del controlador		
Mano de obra	80 horas de ingeniería	729.6 €
Total		729.6 €

Tabla 9: Estimación del coste empleado en el proceso de modelado y diseño del controlador.

Con respecto a los medios empleados en la fase de implementación del sistema de control en la estructura, se muestran en la Tabla 10. En esta fase también se incluye la programación del programa en LabView, con el consiguiente proceso de aprendizaje de este software. Para llevar esta fase a cabo fueron necesarias cinco semanas, trabajando cuatro horas diarias.

Implementación		
Acelerómetro	MEMS ADXL355BEZ	44 €
Controlador	MyRIO-1900	608 €
Actuador	APS 400 ELECTRO-SEIS	25000 €
Mano de obra	100 horas de ingeniería	912 €
Total		26564 €

Tabla 10: Estimación del coste empleado en el proceso de implementación del sistema de control.

En la Tabla 11 se estima el coste requerido para la validación del sistema final. Para este proceso fue necesaria una semana de trabajo a tiempo completo (ocho horas diarias).

Validación		
Acelerómetro	Piezoeléctricos KS76C10	360 €
Célula de carga	Mutronic 500 Kg	260 €
Mano de obra	40 horas de ingeniería	364.8 €
Total		984.8 €

Tabla 11: Estimación del coste empleado en el proceso de validación del sistema de control.

Por último, se incluye en la Tabla 12 el tiempo destinado en la redacción de este tomo y en la preparación de la presentación, este ha constado de seis semanas de trabajo a tiempo completo.

Redacción del tomo y preparación de la presentación		
Mano de obra	240 horas de ingeniería	2188.8 €
Total		2188.8 €

Tabla 12: Estimación del coste empleado en la fase de redacción del tomo y de preparación de la presentación.

En la Tabla 13 se resume el coste total requerido para la elaboración de este trabajo. No se incluyen los costes de licencia de software de Matlab, Dewesoft ni LabView. Hay que recordar que no se ha comprado ningún dispositivo de forma exclusiva para este TFM, sino que todos los productos estaban disponibles en el laboratorio de estructuras y lo van a seguir estando después de este trabajo para futuros trabajos de fin de grado o máster, o para fines docentes o de investigación.

	Total	
Sistema de adquisición de datos	SIRIUS Dewesoft	8000 €
Acelerómetros analógicos	Piezoeléctricos KS76C10	2 × 360 €
Acelerómetro digital	MEMS ADXL355BEZ	44 €
Controlador	MyRIO-1900	608 €
Actuador	APS 400 ELECTRO-SEIS	25000 €
Célula de carga	Mutronic 500 Kg	260 €
Mano de obra	540 horas de ingeniería	4924.8 €
Total		39556.8 €

Tabla 13: Estimación del presupuesto total empleado para la realización de este trabajo de fin de máster.

8.2.1. Consideraciones adicionales

Con respecto al proceso de elaboración de este Trabajo de Fin de Máster, es importante destacar que no se ha empleado ningún material peligroso ni se ha contaminado el medio ambiente durante la realización de este. El único impacto ambiental que se podría considerar se producirá en la finalización del ciclo de vida de los distintos dispositivos utilizados, aunque como ya se ha comentado, todos estos utensilios quedan a disposición de futuros proyectos de docencia o de investigación tras la finalización de este trabajo. Además, cabe mencionar que ninguno de estos dispositivos ha sido comprado expresamente para la elaboración de este TFM, si no que se han aprovechado los distintos medios que se disponían en el laboratorio de Estructuras de la Escuela de Ingenierías Industriales de la Universidad de Valladolid donde se ha realizado todo el proceso de instrumentación y experimentación del TFM.

8.3. Líneas futuras

Tal y como se ha ido indicando a lo largo del trabajo, el sistema de control diseñado tiene implícitas una serie de limitaciones que disminuyen su rendimiento potencial, en este apartado se exponen algunas posibles soluciones para estas limitaciones que se podrían aplicar en un futuro.

- Utilización de un modelo de múltiples grados de libertad. Esto complicaría ligeramente la fase de análisis modal y de modelado de la plataforma, sin embargo, permitiría conocer el comportamiento previsto de más puntos de la estructura, en lugar de únicamente su punto medio, de forma que se podrían establecer las leyes de control conociendo como afectará la realimentación a la estructura global, y eliminando las inestabilidades debidas a la torsión de la plataforma o a las altas frecuencias, pues ahora estarían contempladas en el sistema de control, de forma que se podrían eliminar el filtro de paso bajo con la consiguiente reducción en el tiempo de procesado de los datos para la salida del sistema.
- Disminuir la frecuencia natural del actuador. Ya se ha comprobado en la sección 4.3.1 cómo el rendimiento del sistema en lazo cerrado mejoraría notablemente utilizando un actuador cuya frecuencia natural no estuviera tan cercana a la de la propia estructura. Una forma de mejorar el rendimiento del sistema de control será disminuir la frecuencia natural del actuador de masa inercial, para llevarla a un valor lo más bajo posible. Para ello se deberá aumentar su masa o bien disminuir su rigidez ($\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$). Como se está usando como actuador un excitador de masa inercial comercial, cuya masa máxima es la que se está utilizando se debería tratar de disminuir su rigidez para variar su frecuencia natural y obtener un sistema de control más eficiente.
- Implementación de la función de transferencia (aceleración medida-salida de voltaje al actuador) en la FPGA del controlador MyRio. Una de las principales limitaciones en el proceso de implementación es debida al tiempo que tarda el controlador en calcular la señal de referencia al actuador en función del valor medido de la aceleración, ya se ha observado como al disminuir este tiempo cambiando el filtro de paso bajo utilizado mejora notablemente el resultado del sistema de control (Figura 78). El siguiente paso sería realizar este cálculo de la señal de salida directamente en la FPGA de la MyRio, en lugar de hacerlo en el software que se le vuelca como se ha hecho en este trabajo. Actualmente únicamente se utiliza la FPGA para llevar a cabo los protocolos de lectura de la señal digital de los acelerómetros y de la salida analógica de voltaje. Programando en la FPGA las operaciones de filtrado y multiplicación por los coeficientes de la función de transferencia discreta de la señal de entrada se conseguirá reducir este tiempo de procesado para obtener la salida, pudiendo emplear un menor tiempo de muestreo del que se está usando (un microsegundo), de forma que el sistema actúe antes ante determinadas perturbaciones. Esto no se ha hecho antes debido al elevado conocimiento de programación en este software que requiere entrar en la FPGA, por lo que se plantea como línea futura para mejorar el rendimiento del sistema en lazo cerrado.
- Implementación del proceso de recalibración en la MyRio para su ejecución de forma autónoma. Al explicar el bucle de recalibración implementado ya se ha comentado que actualmente la FPGA solo está programada para la lectura simultánea de un sólo acelerómetro, por lo que el registro de los datos para llevar a cabo la recalibración del sistema de control y su procesado para extraer la nueva función de transferencia se realiza utilizando la tarjeta de adquisición de datos de Dewesoft y el software Matlab, respectivamente. Sería interesante poder realizar este proceso completo de forma autónoma mediante la MyRio, pudiendo fijar la frecuencia con la que se desea recalibrar el sistema para que él mismo inicie el proceso de excitación controlada de la estructura, de toma de datos, y del procesado de estos datos realizando el análisis modal de la estructura y obteniendo los coeficientes de la función de transferencia del sistema de control. De este modo se aseguraría que el sistema de control estuviera siempre optimizado para las características cambiantes de la estructura. Se ha dejado este punto como línea futura debido a la complejidad de programación en LabView y al tiempo requerido para llevarlo a cabo.

Anexos

A. Uso de álgebra compleja para describir vibraciones armónicas

Partiendo de la ecuación en el dominio temporal de una señal armónica (Ec. 59):

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \phi) \quad (59)$$

Se puede escribir esta ecuación como (Ec. 60):

$$x(t) = \text{Re}(Xe^{i\omega t}) \quad (60)$$

Donde X representa una variable compleja (independiente del tiempo) que contiene información sobre fase y amplitud (Ec. 61).

$$X = x_0 e^{i\phi} \quad (61)$$

Con x_0 siendo un número real y representando la amplitud de la señal senoidal, y con ϕ representando la fase relativa a un dato elegido). De forma que (Ec. 63):

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{Re}(Xe^{i\omega t}) = \text{Re}(x_0 e^{i\phi} \cdot e^{i\omega t}) = \text{Re}(x_0 e^{i(\omega t + \phi)}) \\ &= \text{Re}(x_0 \cdot \cos(\omega t + \phi) + i \cdot x_0 \cdot \sin(\omega t + \phi)) \\ &= x_0 \cdot \cos(\omega t + \phi) \end{aligned} \quad (62)$$

De manera que las derivadas temporales quedarán representadas en la ecuación 64:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -\omega \cdot x_0 \cdot \sin(\omega t + \phi) \\ \ddot{x}(t) &= -\omega^2 \cdot x_0 \cdot \cos(\omega t + \phi) \end{aligned} \quad (63)$$

También es relevante apuntar que el cociente entre dos ondas sinusoidales pues ser de igual modo expresado convenientemente en notación compleja. Se supone que se tienen dos ondas sinusoidales, $x(t)$ y $y(t)$, ambas expresadas de forma individual de la forma descrita anteriormente, y se desea expresar su cociente, R. Se tendrá pues la siguiente expresión (Ec. 64):

$$R = \frac{x_0 \cdot \sin(\omega t + \phi_x)}{y_0 \cdot \sin(\omega t + \phi_y)} = \frac{X e^{i\omega t}}{Y e^{i\omega t}} \quad (64)$$

De forma que se puede expresar la amplitud y fase de R en función de las de $x(t)$ y $y(t)$ (Ec. 65):

$$\begin{aligned} |R| &= \frac{|X|}{|Y|} \\ \text{arg}(R) &= (\phi_x - \phi_y) \end{aligned} \quad (65)$$

El uso de esta relación es básico para describir las funciones de respuesta en frecuencia (FRFs), que se han utilizado de forma continuada en este trabajo, como funciones complejas en el dominio de la frecuencia [7].

B. Optimización numérica. Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos son algoritmos de búsqueda basados en mecanismos de genética y selección natural [9]. En ellos se combina la supervivencia del más apto entre un grupo de soluciones con un intercambio de información estructurado pero aleatorio para buscar la solución más óptima en la resolución de un problema.

En cada generación, se crea un nuevo conjunto de soluciones utilizando trozos de las más aptas de la anterior generación, de vez en cuando también se prueba una solución nueva o se hacen cambios (mutaciones) a las soluciones generadas. De esta forma, aunque aleatorio, en los algoritmos genéticos la creación de nuevas posibles soluciones al problema planteado sigue una estructura ordenada. Aprovechando eficazmente la información de generaciones pasadas para obtener nuevas soluciones con un rendimiento previsto mejorado.

En la Figura 84 se muestra la estructura de estos algoritmos de optimización.

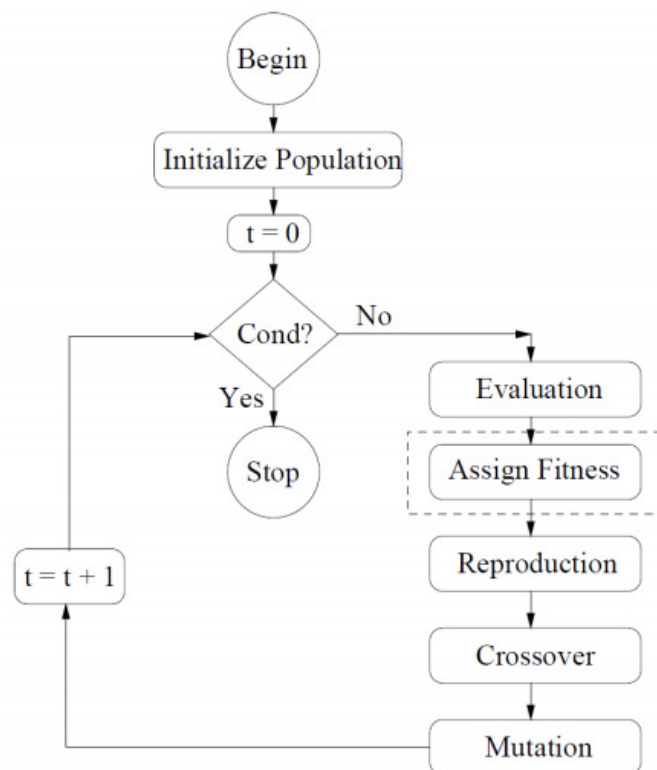


Figura 84: Bucle realizado al ejecutar un algoritmo de optimización. La imagen ha sido cogida de los apuntes de la asignatura de Tecnología de Control impartida en el Máster en Ingeniería Industrial que se ha cursado para la realización de este trabajo [18].

Este bucle se puede repetir un número definido de iteraciones (generaciones) o bien hasta que se alcance un error inferior al límite definido. Se comienza con una población inicial y a continuación se llevan a cabo las fases siguientes:

1. *Evaluación*: se evalúa cada individuo de la generación actual según la función objetivo definida.
2. *Reproducción*: se selecciona de cada individuo (dividido en n cromosomas) un número de cromosomas para formar la nueva generación, esta selección se hace en función de la evaluación realizada anteriormente, a mejor fitness, mayor probabilidad de ser seleccionada.

3. *Cruce*: con una probabilidad de cruce dada, se utiliza el operador de cruce sobre los padres para obtener una nueva generación.
4. *Mutación*: con la probabilidad de mutación que se haya definido, se emplea el operador de mutación sobre la nueva generación de forma que se produzcan cambios en los individuos de esta generación en las posiciones seleccionadas del cromosoma.

Para los procesos de optimización numérica y ajuste de curvas llevados a cabo a lo largo de la realización de este trabajo se ha utilizado un algoritmo genético implementado en Matlab que fue proporcionado a los alumnos en la asignatura de Tecnología de Control del Máster en Ingeniería Industrial de la Universidad de Valladolid del que es objeto este TFM. Los archivos .m que conforman este algoritmo se incluyen como anexos a este documento. Para el empleo de estos algoritmos se deberá definir la función objetivo en una función de Matlab y se tendrán que especificar los siguientes parámetros:

- Número de variables a optimizar.
- Límite inferior y superior de los valores a optimizar.
- Número máximo de generaciones.
- Número de individuos por generación.
- Probabilidad de cruce.
- Probabilidad de mutación.

En función de los valores escogidos el algoritmo funcionará de manera más o menos rápida y con un mejor o peor rendimiento. Este tipo de algoritmo requieren un tiempo de computación más elevado que otros algoritmos de optimización, pero su rendimiento, como se ha comprobado en este trabajo, es muy preciso, obteniendo soluciones óptimas con errores muy pequeños en todos los casos en los que se ha utilizado.

C. Filtrado digital de señales

Un filtro es un dispositivo (bien realizado en hardware o software) que se aplica a un conjunto de datos ruidosos para poder extraer información sobre una cantidad de interés. En el área de las señales, el filtrado es un proceso mediante el cual se modifica el contenido espectral de una señal. Se trata de una operación matemática que toma una secuencia de números (la señal de entrada) y la modifica produciendo otra secuencia de números (la señal de salida) con el objetivo de resaltar o atenuar ciertas características.

Hay diferentes tipos de filtros, la primera clasificación que se puede hacer es la de filtros analógicos y filtros digitales según la aplicación. En este proyecto únicamente se han utilizado filtros para el procesado de señales digitales, por lo que este análisis se centrará exclusivamente en este tipo.

Un filtro digital es un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI) que modifica el espectro en frecuencia de la señal de entrada $X(w)$, según la respuesta que el filtro tenga en frecuencia $H(w)$ (más conocida como función de transferencia), para dar lugar a una señal de salida con espectro $Y(w) = H(w) \times X(w)$. En cierto sentido, $H(w)$ actúa como una función de ponderación o función de conformación espectral para las diferentes componentes frecuenciales de la señal de entrada. Los sistemas LTI se clasifican como: FIR (finite impulse response) que se caracterizan por ser sistemas no recursivos (sin realimentación), e IIR (infinite impulse response) que se distinguen por tener retroalimentación en la señal de salida [11].

C.1. Filtros FIR

Un filtro FIR es aquel que tiene una respuesta finita al impulso, se trata de sistemas no recursivos. Para obtener la salida de una señal filtrada por uno de estos filtros solo se utilizan las entradas actuales y anteriores. Su expresión en el dominio n es la siguiente (Ec. 66):

$$y_n = \sum_{k=0}^{N-1} h_k \cdot x_{n-k} \quad (66)$$

Donde $N - 1$ es el orden del filtro, N es el número de coeficientes del filtro y h_k son los coeficientes del filtro. A partir de esta ecuación se puede obtener la función de transferencia del filtro en el dominio de Z (Ec. 67):

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k \cdot z^{-k} = h_0 + h_1 \cdot z^{-1} + \dots + h_{N-1} \cdot z^{-(N-1)} \quad (67)$$

En la Figura 85 se muestra la estructura básica de este tipo de filtros, donde $h(n)$ son los coeficientes del filtro y T son los retardos.

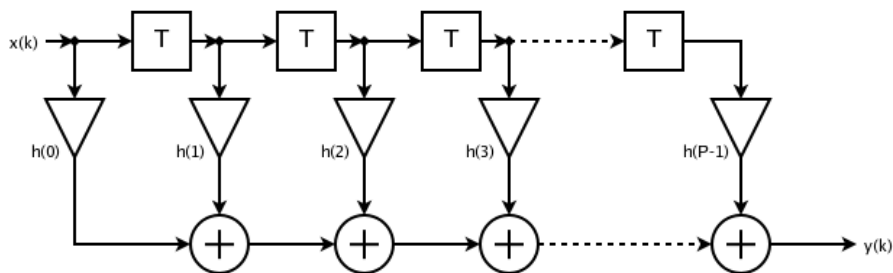


Figura 85: Estructura básica de un filtro FIR. Fuente: Wikipedia

Estos filtros tienen todos los polos en el origen, por lo que son siempre estables. Los ceros se presentan en pares de recíprocos si el filtro se diseña para tener fase lineal. Con respecto al diseño de estos filtros hay varios métodos, en este trabajo se ha utilizado el método de las ventanas, indicando en la función de LabView correspondiente el tipo de filtro (paso bajo), el tipo de ventana (*Welsh*), la frecuencia de corte (24 Hz) y el número de puntos (50).

C.2. Filtros IIR

Un filtro IIR es aquel que tiene una respuesta infinita al impulso y que se caracterizan por tener una retroalimentación de la señal de salida. En los filtros IIR, la salida es función no sólo de la entrada actual y de las precedentes, sino también de las salidas anteriores. Es decir, se trata de filtros recursivos (poseen realimentación), y por tanto se espera que (en general) posean una respuesta impulsional infinita. Su ecuación en diferencias puede expresarse según la expresión 68.

$$y_n = b_0 \cdot x_n + b_1 \cdot x_{n-1} + \dots + b_N \cdot x_{n-N} - a_1 \cdot y_{n-1} - a_2 \cdot y_{n-2} - \dots - a_M \cdot y_{n-M} \quad (68)$$

Donde a_n y b_n representa los coeficientes del filtro (hacia adelante y hacia atrás, respectivamente). El orden del filtro es el máximo entre los valores de M y N , que son los términos que determinan la cantidad de polos y ceros en la función de transferencia. En base a esta ecuación, se define la función de transferencia de los filtros IIR según la expresión 68.

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^N b_k \cdot z^{-k}}{1 + \sum_{k=0}^M a_k \cdot z^{-k}} \quad (69)$$

En la Figura 86 se muestra la estructura básica de estos filtros. En este tipo de filtros la estabilidad del sistema depende de la ubicación de sus polos y ceros, pudiendo hacerse inestable si presenta algún polo fuera de la circunferencia unidad.

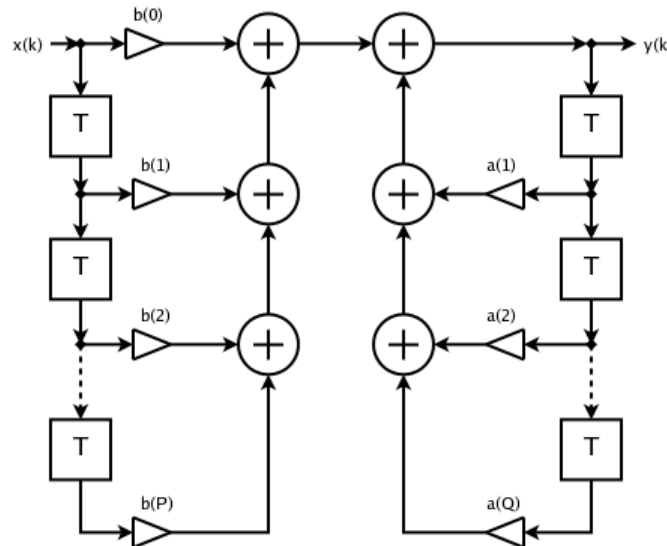


Figura 86: Estructura básica de un filtro IIR. Fuente: Wikipedia

Las principales diferencias entre ambos tipos de filtros digitales en cuanto a rendimiento radican en que los filtros IIR pueden cumplir las mismas exigencias que los FIR utilizando un menor orden de filtro, lo que implicará una menor carga computacional al implementar el filtro, sin embargo los filtros IIR pueden ser inestables si no se diseñan de la forma adecuada, mientras que los filtros FIR son siempre

estables. En este trabajo, el retraso supuesto por el filtro FIR de orden 50 implementado era inferior a la frecuencia de muestreo a la que funciona el sistema de control, por lo que no se ha considerado necesario implementar un filtro IIR que como se ha visto debería de funcionar con menor retardo. Con respecto al filtro express IIR implementado inicialmente, el problema es que ese tipo de bloques Express de Labview calculan los coeficientes del filtro en cada iteración, lo que sí supone un elevado retraso que hace perder mucha efectividad al sistema en lazo cerrado.

Referencias

- [1] H. Bachmann. “Case studies of structures with man-induced vibrations.” En: *Journal of Structural Engineering* 118 (1992), págs. 631-647.
- [2] H. Bachmann. *Vibration Problems in Structures. Practical Guidelines*. BIRKHAUSER, 1995. ISBN: 978-3-0348-9955-0.
- [3] C. Casado *et al.* “Design of a Semi-active Tuned Mass Damper for the Science Museum Footbridge of Valladolid”. En: *Proceedings of 4th European Conference on Structural Control* (2008), págs. 125-132.
- [4] C. Casado *et al.* “Implementation of passive and active vibration control on an in-service footbridge.” En: *Structural Control and health monitoring* 20 (2013), págs. 70-87.
- [5] C. Casado *et al.* “Vibration Control of Pedestrian Bridges”. En: *Dyna (Bilbao)* 86(3) (2011), págs. 318-327.
- [6] *Disposición 16559 del BOE núm. 254 de 2011*. URL: <https://www.boe.es/boe/dias/2011/10/21/pdfs/BOE-A-2011-16559.pdf>. (Fecha de acceso: 16.03.2021).
- [7] D. J. Ewins. *Modal testing: Theory, practice and application*. Research Studies Press LTD., 2000. ISBN: 0-86380-218-4.
- [8] E. de la Fuente Tremps. *Fundamentos de Dinámica Estructural*. IBERGARCETA PUBLICACIONES, S.L., 2015. ISBN: 978-84-1622-839-3.
- [9] D. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co, 1989. ISBN: 0-201-15767-5.
- [10] C. Lavín *et al.* “Respuesta experimental y simulada de una chimenea industrial sin y con TMD bajo la acción del viento”. En: *XVIII CONGRESO NACIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA* (2010).
- [11] J. M. Marín de la Rosa. *Estudio de la sensibilidad de filtros FIR e IIR en presencia de S.E.U.* URL: <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/11375/fichero/MEMORIA%5C%252FFundamentos+teoricos.pdf>. (Fecha de acceso: 18.03.2021).
- [12] C. Moutiño *et al.* “Implementation of active and passive control systems in laboratorial and real structures.” En: *Repositório Aberto da Universidade do Porto* (2010).
- [13] A. Pachi y Tianjian Ji. “Frequency and velocity of people walking”. En: *The Structural Engineer* 83 (2005), págs. 36-40.
- [14] J. G. Palacios. *Avances en dinámica estructural y cancelación de vibraciones*. URL: <https://www.caminosmadrid.es/avances-en-dinamica-estructural-y-cancelacion-de-vibraciones>. (Fecha de acceso: 09.02.2021).
- [15] C. Platero Dueñas. *Apuntes de regulación automática*. URL: http://www.ieef.upm.es/webantigua/spain/Asignaturas/Servos/Apuntes/7_OrdenSup.pdf. (Fecha de acceso: 24.02.2021).
- [16] A. Preumont. *Vibration Control of Active Structures*. Springer, 1999. ISBN: 978-94-007-3737-2.
- [17] J. de Sebastián *et al.* “Sistemas de control de vibraciones para grúas torre”. En: *Dyna (Bilbao)* 84(4) (2009), págs. 237-244.
- [18] *Tecnología de Control. Control Inteligente. Máster en Ingeniería Industrial*. URL: https://cursoanterior4.campusvirtual.uva.es/2019_2020/pluginfile.php/1225864/mod_resource/content/3/TTecControl2020.pdf. (Fecha de acceso: 18.03.2021).
- [19] A. Valera Fernández. *Modelado y control en el espacio de estados*. Universitat Politècnica de València, 2002. ISBN: 978-84-9705-171-2.
- [20] Z. Wu. *Active Control in Bridge Engineering*. Wai-Fah Chen y Lian Duan, 2000. ISBN: 978-84-1622-839-3.
- [21] Stanislaw H. Zak. *Systems and Control*. Oxford University Press, 2003. ISBN: 0-19-515011-2.

