



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**FORMULACIÓN MATRICIAL DE PÓRTICOS TIPO
DE NAVES INDUSTRIALES DE NUDOS
SEMIRRÍGIDOS. COMPROBACIONES DE
ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS (ELU).**

Autor: D. Juan González Gutiérrez

Tutor: D. Mariano Cacho Pérez

Valladolid, Mayo 2021



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**FORMULACIÓN MATRICIAL DE PÓRTICOS TIPO
DE NAVES INDUSTRIALES DE NUDOS
SEMIRRÍGIDOS. COMPROBACIONES DE
ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS (ELU).**

Autor: D. Juan González Gutiérrez

Tutor: D. Mariano Cacho Pérez

Valladolid, Mayo 2021

RESUMEN

Aplicación de la formulación matricial de barras esbeltas con nudos semirrígidos al estudio de la respuesta estructural de pórticos tipo de naves industriales: pórtico de cubierta plana y pórtico a dos aguas. Calculada la solución de esfuerzos de cada elemento estructural se realizan las comprobaciones de Estados Límite Últimos (ELU): agotamiento y estabilidad; y de Estados Límite de Servicio (ELS): desplazamientos, según la norma española Instrucción de Acero Estructural (EAE) y la normativa internacional Eurocódigo 3.

PALABRAS CLAVE

Unión semirrígida, pórtico industrial, rigidez rotacional, Estados Límite Últimos (E.L.U.), *Mathematica*, *SAP2000*.

ABSTRACT

Application of the matrix formulation of slender bars with semi-rigid nodes to the study of the structural response of typical industrial buildings: flat roof portal and gabled portal. Once the stress solution of each structural element has been calculated, the Ultimate Limit State (ELU) checks are carried out: exhaustion and stability; and Service Limit States (ELS): movements, according to the Spanish Structural Steel Instruction (EAE) standard and the international Eurocode 3 standard.

KEYWORDS

Semi-rigid joints, 2D frame, industrial building, rotational stiffness, Ultimate Limit State (U.L.S.), *Mathematica*, *SAP2000*.

A mi padre y a mi madre.

A mi hermana Irene.

A mis abuelos y familia más cercana.

A mi tutor y profesor Mariano, por su gran trabajo y dedicación, y el resto de los profesores y personas que he conocido durante mi etapa de estudiante, tanto en el grado como en el máster.

ÍNDICE

1. Introducción.....	1
1.1. Antecedentes	2
1.2. Objetivos.....	2
1.3. Planteamiento del trabajo.....	2
1.3.1. EUROCÓDIGO 3.....	3
1.3.2. Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural	3
1.3.3. Método de Rigidez (M.D.R.)	4
2. Metodología y Uniones en estructuras de acero	7
2.1. Metodología.....	8
2.2. Generalidades de las uniones metálicas	9
2.3. Factores económicos.....	10
2.4. Factores técnicos.....	10
2.5. Comportamiento de las uniones.....	10
2.6. Diagrama de momento rotación	11
2.7. Análisis global de las uniones	12
2.7.1. Análisis global elástico	13
2.7.2. Análisis global rígido – plástico	14
2.7.3. Análisis global elasto – plástico	14
2.8. Clasificación de las uniones según el eurocódigo 3	15
2.8.1. Clasificación por su rigidez	15
2.8.2. Clasificación por su resistencia	16
3. Casos de estudio y Resultados	19
3.1. Cálculos y comprobaciones.....	20
3.2. Caso 1. Pórtico de Cubierta plana	21
3.3. Caso 2. Pórtico de Cubierta a dos aguas	25
4. Conclusiones y líneas futuras.....	30
4.1. Resumen de resultados	31
4.2. Conclusiones	31
4.3. Líneas futuras	32
5. Estudio Económico.....	33
6. Bibliografía Referenciada	35
A. Rigidez rotacional. Eurocódigo 3. Parte 1-8: Uniones	39
• Rigidez rotacional unión atornillada.....	40

• Rigidez rotacional unión soldada	45
B. Generación de pórticos SAP2000.....	51
C. Generación de pórticos en CYPE.....	57
D. Resultados de esfuerzos y desplazamientos	64
• Unión Articulada. Pórtico Cubierta a dos aguas	65
• Unión Semirrígida Atornillada. Pórtico Cubierta a dos aguas.....	67
• Unión Semirrígida Soldada. Pórtico Cubierta a dos aguas.....	69
• Unión Rígida. Pórtico Cubierta a dos aguas	71
• Unión Articulada. Pórtico Cubierta plana	73
• Unión Semirrígida Atornillada. Pórtico Cubierta plana.....	76
• Unión Semirrígida Soldada. Pórtico Cubierta plana	79
• Unión Rígida. Pórtico Cubierta plana	82

Índice de figuras

Figura 1 Barra con posibilidad de nudo semirrígido en un extremo.....	8
Figura 2 Barra con posibilidad de nudo semirrígido en ambos extremos.....	8
Figura 3 Representación y modelo de una unión [1].....	9
Figura 4 Curva característica momento-rotación de cálculo [1].....	11
Figura 5 Rigidez rotacional en análisis elástico global [1].....	13
Figura 6 Diagrama rígido-plástico de la unión [1].....	14
Figura 7 Curva característica bilineal momento-rotación de cálculo simplificada [1]	15
Figura 8 Clasificación de las uniones según su rigidez.....	15
Figura 9 Uniones de resistencia total. Zona superior y zona a lo largo del pilar [1].	17
Figura 10 Pórtico de cubierta plana.....	22
Figura 11 Pórtico de cubierta con dintel a dos aguas.....	26
Figura 12 Modelo de rigidez entre perfiles en H [4].....	41
Figura 13 Brazo de palanca unión atornillada [1].....	42
Figura 14 Brazo de palanca unión soldada [1].....	47
Figura 15 Definición de las propiedades del material.....	52
Figura 16 Datos de las propiedades el perfil IPE 300.....	52
Figura 17 Secciones de perfil IPE.....	53
Figura 18 Exportación de los perfiles europeos.....	53
Figura 19 Definición de los nodos en pórtico con cubierta plana.....	54
Figura 20 Definición de los nodos en pórtico con dintel a dos aguas.....	54
Figura 21 Pórtico cubierta plana.....	55
Figura 22 Pórtico cubierta con dintel a dos aguas.....	55
Figura 23 Dimensiones y geometría del pórtico.....	58
Figura 24 Normativa para el cálculo de la sobrecarga de viento.....	59
Figura 25 Normativa para el cálculo de la sobrecarga de nieve.....	59
Figura 26 Datos generales del pórtico.....	60
Figura 27 Opciones para exportación a CYPE 3D.....	60
Figura 28 Datos generales del pórtico en CYPE 3D.....	61
Figura 29 Pórtico resultante en CYPE 3D.....	61
Figura 30 Tabla de cargas CYPE, carga de viento máxima.....	62
Figura 31 Tabla de cargas CYPE, carga de nieve máxima.....	63
Figura 32 Esfuerzos y desplazamientos Unión Articulada Pórtico a dos aguas.....	65
Figura 33 Esfuerzos en SAP 2000.....	66
Figura 34 Desplazamientos en SAP 2000.....	66
Figura 35 Esfuerzos y desplazamientos Unión semirrígida atornillada Pórtico a dos aguas.....	67
Figura 36 Esfuerzos en SAP 2000.....	68
Figura 37 Desplazamientos en SAP 2000.....	68
Figura 38 Esfuerzos y desplazamientos Unión Semirrígida Soldada.....	69
Figura 39 Esfuerzos en SAP 2000.....	70
Figura 40 Desplazamientos en SAP 2000.....	70
Figura 41 Esfuerzos y desplazamientos Unión Rígida Pórtico a dos aguas.....	71
Figura 42 Esfuerzos en SAP 2000.....	72
Figura 43 Desplazamientos en SAP 2000.....	72
Figura 44 Esfuerzos y desplazamientos Unión Articulada Pórtico cubierta plana ...	73

Figura 45 Esfuerzos en SAP 2000	74
Figura 46 Esfuerzos en SAP 2000	74
Figura 47 Desplazamientos en SAP 2000.....	75
Figura 48 Esfuerzos y desplazamientos Unión Semirrígida atornillada Cubierta Plana	76
Figura 49 Esfuerzos en SAP 2000	76
Figura 50 Esfuerzos en SAP 2000	77
Figura 51 Esfuerzos en SAP 2000	77
Figura 52 Desplazamientos en SAP 2000.....	78
Figura 53 Esfuerzos y desplazamientos Unión semirrígida soldada Pórtico cubierta plana.....	79
Figura 54 Esfuerzos en SAP 2000	79
Figura 55 Esfuerzos en SAP 2000	80
Figura 56 Esfuerzos en SAP 2000	80
Figura 57 Desplazamientos en SAP 2000.....	81
Figura 58 Esfuerzos y desplazamientos Unión Rígida Pórtico cubierta plana	82
Figura 59 Esfuerzos en SAP 2000	82
Figura 60 Esfuerzos en SAP 2000	83
Figura 61 Esfuerzos en SAP 2000	83
Figura 62 Desplazamiento en SAP 2000	83

Índice de tablas

Tabla 1 Tipos de modelos de uniones	13
Tabla 2 Coeficiente de modificación de la rigidez η	14
Tabla 3 Resultados de desplazamientos y momentos en pórtico con cubierta plana	23
Tabla 4 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Articulada.....	23
Tabla 5 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Atornillada.....	23
Tabla 6 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Soldada.....	23
Tabla 7 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Rígida	24
Tabla 8 Resultados Pórtico con cubierta plana. Propuesta con IPE 360.....	24
Tabla 9 Energía de Deformación. Cubierta Plana	25
Tabla 10 Coeficiente de pandeo. Pórtico con cubierta plana	25
Tabla 11 Resultados de desplazamientos y momentos en pórtico cubierta a dos aguas.....	27
Tabla 12 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Articulada.....	27
Tabla 13 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Atornillada	27
Tabla 14 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Soldada.....	27
Tabla 15 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Rígida	28
Tabla 16 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Propuesta con IPE 270 Unión atornillada	28
Tabla 17 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas con IPE 270 Unión soldada	29
Tabla 18 Energía de Deformación. Cubierta a dos aguas.....	29
Tabla 19 Coeficiente de pandeo. Pórtico con cubierta a dos aguas	29

Tabla 20 Componentes básicos de las uniones atornilladas [1].....	40
Tabla 21 Resultados de la rigidez rotacional de la unión atornillada	45
Tabla 22 Componentes básicos de las uniones soldadas [1]	46
Tabla 23 Resultados de la rigidez rotacional de la unión soldada	50

1. INTRODUCCIÓN

1.1. ANTECEDENTES

En el análisis estructural tradicional es común calcular la estructura bajo la hipótesis de que las uniones son rígidas (rigidez infinita y momento total) o articuladas (rigidez y momento nulo). Esto se debe a una simplificación significativa de los cálculos al determinar la unión bajo una de estas hipótesis. Sin embargo, esta simplificación induce a una incorrecta estimación del comportamiento real del pórtico y a no detectar el fallo en la estructura. En el caso de uniones rígidas, el comportamiento del pórtico puede no considerar el valor real de los desplazamientos, y en el caso de uniones articuladas, el comportamiento del pórtico puede no considerar el efecto real de los esfuerzos en los elementos de la estructura.

Entre ambos extremos ideales, una unión es considerada como unión semirrígida y puede tomar valores finitos, en función de los elementos que conformen la unión. La consideración de una unión como semirrígida implica un aumento del cálculo estructural, pero induce respuestas reales en la distribución de esfuerzos de la estructura conjunta.

Las herramientas informáticas matemáticas y de diseño estructural permiten implementar esta nueva metodología de análisis a través de métodos de cálculo de una manera más rápida y eficaz.

Por tanto, resulta necesario conocer la influencia del tipo de unión en el comportamiento de la estructura, para poder dimensionarla de manera que se cumplan las especificaciones funcionales y de seguridad.

1.2. OBJETIVOS

El objetivo de este trabajo es determinar el comportamiento funcional de una estructura en función del tipo de unión entre sus elementos estructurales, incidiendo en diversos casos de uniones semirrígidas y realizar una comparativa con los casos extremos de unión rígida y unión articulada. El análisis de resultados considera la transmisión del momento flector y la redistribución de esfuerzos debido a la capacidad de rotación.

Para definir la unión se utiliza el método de las componentes. Este método nos permite definir la unión en base a parámetros como la rigidez, la resistencia y la capacidad de rotación; simplificando los elementos que conforman la unión como muelles individuales y ofreciendo un valor conjunto que permite definir la unión. Este método es el propuesto en el Eurocódigo 3 Parte 1-8: Uniones y en el Código Técnico de la Edificación (CTE DB-SE-AE).

1.3. PLANTEAMIENTO DEL TRABAJO

El cálculo estructural se realiza en pórticos tipo habituales de estructuras industriales tales como el pórtico con dintel a dos aguas y el pórtico con cubierta plana.

Para poder definir las uniones entre los distintos elementos de la estructura, es necesario definir las cargas que actúan y los esfuerzos, giros y desplazamientos que se generan y así poder definir las uniones de modo que satisfagan de manera suficiente las especificaciones de funcionalidad y seguridad.

El procedimiento utilizado para introducir el método de rigidez, la resolución, los diagramas de esfuerzos, deformada, evaluación de Estados Limite Últimos, Estados Limite de Servicio, energía de deformación y coeficiente de pandeo es el software *Wolfram Mathematica*.

Para la determinación de acciones sobre la estructura se ha utilizado el software *CYPE*. En primer lugar, se ha definido el pórtico mediante el generador de pórticos, después, el pórtico se ha exportado a *CYPE3D* donde se han calculado las acciones de viento y nieve.

Para la determinación del valor de rigidez rotacional correspondiente a cada tipo de unión se ha implementado el procedimiento de cálculo indicado en el Eurocódigo. Posteriormente, para la modelización de la unión semirrígida se introduce un muelle con el coeficiente de rigidez en los extremos del elemento.

Por último, para poder comprobar los resultados, se han implementado archivos *SAP 2000* de los pórticos, y así poder comparar los resultados obtenidos en *Wolfram Mathematica* sobre diagramas de esfuerzos y comprobación de Estados Limite Últimos y Estados Limite de Servicio.

1.3.1. EUROCÓDIGO 3

Desde 1975, la Comisión de las Comunidades Europeas lleva a cabo un programa de actuación en el campo de la construcción. El objetivo de este programa es la armonización de las especificaciones y liberación de técnicas frente al comercio.

Para ello, la Comisión estableció un conjunto de reglas técnicas armonizadas para el proyecto de construcción, con el objetivo de que sirviera como alternativa a las reglas nacionales aplicables en los estados miembros y finalmente las reemplazara englobando los distintos estados miembros bajo una misma normativa. [1]

En este trabajo se utiliza las reglas de cálculo estructural recogidas en:

- Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero Parte 1-8: Uniones (UNE-EN 1993-1-8).

1.3.2. Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural

Este documento básico trata la aplicación de procedimientos de verificación de la seguridad estructural en elementos metálicos con acero de edificación. El CTE solamente trata la seguridad en condiciones adecuadas de utilización. [2]

En este trabajo se utiliza las reglas de cálculo estructural recogidas en:

- Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural Acero (CTE DB-SE-A).
- Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural Acciones en la Edificación (CTE DB-SE-AE).

1.3.3. Método de Rigidez (M.D.R.).

Es un método matricial de cálculo estructural que introduce las ecuaciones de compatibilidad y comportamiento en las de equilibrio, quedando las ecuaciones de equilibrio en términos de los desplazamientos, y se resuelve el sistema resultante. Este método se puede aplicar para resolver tanto estructuras isostáticas como hiperestáticas. [5]

El método consiste en identificar el número de movimientos incógnita o grados de libertad elegidos que determinan la deformación de la estructura, satisfaciendo a priori las condiciones de compatibilidad de movimientos en los nudos de la estructura.

Dado que hay que plantear y resolver tantas ecuaciones de equilibrio como incógnitas cinemáticas hay en el problema, este método es idóneo para estructuras poco traslacionales, es decir, los desplazamientos no influyen sustancialmente en los esfuerzos. Su principal ventaja consiste en que la forma de seleccionar las incógnitas cinemáticas de un problema dado es única y esto permite un planteamiento sistemático del método. Esto lo hace particularmente adecuado para el cálculo de estructuras por ordenador, como es el caso, mediante el software *Wolfram Mathematica*.

El planteamiento del método directo de rigidez se puede resumir matricialmente según:

$$F_{est} + F_{eq} = Kg \cdot u_g$$

F_{est}: vector de fuerzas de la estructura (nodales externas y reacciones),

F_{eq}: vector de fuerzas equivalentes a las cargas intraelementales de la estructura,

Kg: matriz de rigidez en coordenadas globales

u_g: vector de grados de libertad de la estructura en coordenadas globales.

La matriz de rigidez es fruto de ensamblar cada una de las matrices de rigidez en coordenadas globales de cada barra por separado. También se obtiene la matriz de fuerzas de empotramiento y equivalentes en coordenadas globales.

La introducción de la rigidez rotacional de la unión en el método se realiza en la matriz de rigidez global, la matriz de fuerzas de empotramiento y en la matriz de libertades de giro.

De este modo ya se puede resolver el sistema y obtener los valores incógnita de desplazamientos y fuerzas.

El pórtico 1 de cubierta plana se discretiza mediante un total de 3 barras: ab , bc y cd , considerando la dirección del sistema de referencia local según la dirección longitudinal de cada elemento.

El pórtico 2 de cubierta con dinteles a dos aguas se discretiza mediante un total de 4 barras: ab , bc , cd y de , considerando la dirección del sistema de referencia local según la dirección longitudinal de cada elemento.

2. METODOLOGÍA Y UNIONES EN ESTRUCTURAS DE ACERO

2.1. METODOLOGÍA

Para la definición de una barra con posibilidad de nudos semirrígidos se introduce un muelle rotacional en el extremo del elemento. De esta manera se representa la capacidad de rotación de la unión.

La relación entre el momento flector, el nudo de la unión y el extremo del elemento se puede introducir en un extremo del elemento o en ambos y se define mediante la fórmula:

$$M_a - M_{a1} = k_a \cdot (\theta_a - \theta_{a1})$$

M_a : Momento flector en el elemento

M_{a1} : Momento flector puntual situado en el nudo

k_a : rigidez rotacional

θ_a : giro del nudo a

θ_{a1} : giro del extremo del elemento en su extremo a

Este procedimiento se introduce en el código tanto en la matriz de rigidez, en el vector de fuerzas y de desplazamientos.

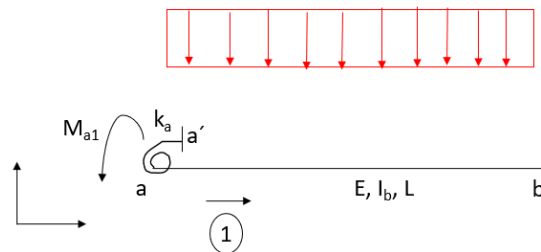


Figura 1 Barra con posibilidad de nudo semirrígido en un extremo

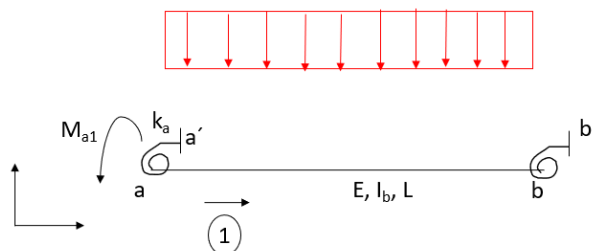


Figura 2 Barra con posibilidad de nudo semirrígido en ambos extremos

2.2. GENERALIDADES DE LAS UNIONES METÁLICAS

El tipo de unión es una de las diferencias más significativas entre las estructuras de hormigón y las estructuras metálicas. Las estructuras metálicas presentan un mayor número de posibilidades a la hora de realizar la unión debido a las propiedades del material. En el caso del hormigón resulta más complicado realizar la unión, pese a que los avances en el montaje del hormigón han equiparado estas diferencias.

El buen diseño, análisis y ejecución de una unión resulta fundamental para garantizar la seguridad y funcionalidad de una estructura, ya que supone una discontinuidad entre elementos que conforman la estructura, y puede ser causa de accidentes o zona de riesgo en las estructuras metálicas.

En la concepción de una unión entre distintos elementos estructurales se distinguen dos etapas, ambas de importancia relevante:

En primer lugar, es la elección del tipo de unión entre soldada o atornillada y el modelo de unión: a tope, en ángulo, con cubrejuntas, chapa frontal, etc.

En segundo lugar, la comprobación de la capacidad de la unión escogida. Para ello se distinguen varias fases:

Determinación de los esfuerzos de la unión, que es función de la rigidez de la unión. En general supondrá un problema isostático o hiperestático (es necesario tener en cuenta las deformaciones locales de la propia unión, además de las leyes de estática para conocer los esfuerzos que solicitan la unión).

Determinación de las tensiones que los esfuerzos anteriores originan en los elementos que forman la unión (cartelas, cordones de soldadura, tornillos, casquillos, placas, etc.)

Comprobación de que las tensiones anteriores no ocasionan agotamiento en ninguno de los elementos de la unión.

Además de la concepción técnica de la unión, se deben considerar conjuntamente otros factores de índole económica y funcional.

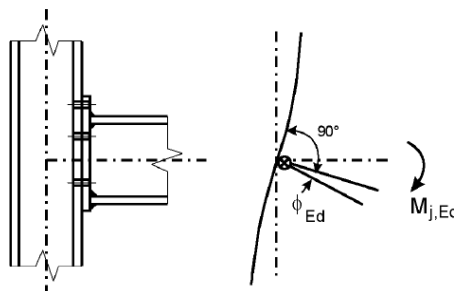


Figura 3 Representación y modelo de una unión [1]

2.3. FACTORES ECONÓMICOS

La concepción de las uniones se debe realizar de manera sencilla, evitando elementos innecesarios y unificando los distintos tipos de uniones.

Los costes de las uniones pueden suponer hasta el 40% del coste de la estructura. Estos costes dependen del material, de su precio y de la cantidad a utilizar en la estructura y también dependen de la mano de obra y la maquinaria.

En el caso de las uniones, el coste del material no es elevado en comparación con la mano de obra que requiere, ya que precisa un mayor número de horas de trabajo.

Por esta razón es necesario concebir un diseño de unión que sea sencilla de llevar a cabo, además de cumplir todos los requisitos técnicos, de seguridad y coste.

2.4. FACTORES TÉCNICOS

La correcta definición de una unión desde el punto de vista técnico debe cumplir las condiciones impuestas para ella en el cálculo de la estructura. Sin embargo, el modelo idealizado de la unión puede suponer distintos problemas a la hora de realizarse. Estos problemas se pueden deber:

La imposibilidad de coincidencia entre ejes de barras reales en el nudo teórico, de forma que aparezcan momentos secundarios que aumentan las tensiones locales, causando plastificaciones o deformaciones en exceso.

Variaciones en la rigidez rotacional supuesta de la unión. La suposición de una unión como articulada, realmente, se comporta como semirrígida ya que absorberá una determinada cantidad de momento. Al contrario, en el caso de suponer una unión empotrada, realmente, tendrá una rigidez finita.

En las uniones se ha de tener en cuenta un estudio en función de la plasticidad y el comportamiento no lineal para los efectos locales. Sin embargo, en la zona central de la barra, lejos de ambos extremos, el comportamiento se puede modular solo con las leyes de resistencia de materiales.

Las especificaciones técnicas condicionan la ejecución de la unión metálica, esto se debe a que la unión soldada, se requiere realizarla en taller y se ve condicionada por el transporte, montaje y comprobaciones, sin embargo, una unión atornillada se puede realizar in situ. Por estas razones los factores técnicos influyen en los equipos de montaje, materiales y operaciones.

2.5. COMPORTAMIENTO DE LAS UNIONES

Las uniones de una estructura deben ser capaces de contrarrestar los esfuerzos externos mediante sus esfuerzos internos. Los esfuerzos externos en una estructura se deben a las acciones exteriores. Estos esfuerzos externos se transmiten entre los distintos elementos de la estructura a través de las uniones.

La correcta concepción de una unión se da cuando la rigidez y resistencia cumplen con las especificaciones de diseño y contrarrestan los esfuerzos exteriores.

La resistencia de los aceros ha ido aumentando, sucesivamente el tamaño de las secciones ha ido disminuyendo. Esto ha resultado en un decremento de la rigidez. Por tanto, se puede destacar la importancia de la determinación exacta de la rigidez de la unión, ya que esta no será ni infinita ni nula, es decir, ni completamente empotrada ni completamente nula.

2.6. DIAGRAMA DE MOMENTO ROTACIÓN

La rigidez de una unión entre distintos elementos se determina a partir de la rigidez de sus componentes básicos, que se combinan para proporcionar la rigidez requerida de la unión al giro. Esto se aplica en las uniones viga y poste o viga y viga y el resto de los elementos.

El comportamiento conjunto de la unión viga y poste se representa por un muelle con rigidez al giro que une los ejes del soporte y de la viga en el punto de intersección de manera que en función del momento que transmita la viga, se produce un giro relativo entre ambas barras unidas.

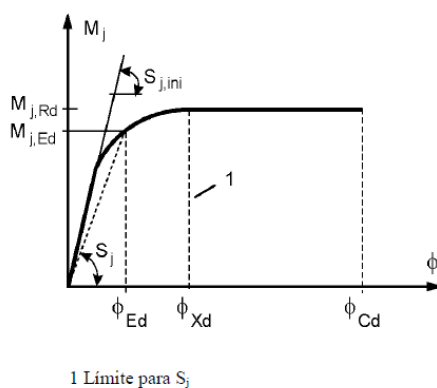


Figura 4 Curva característica momento-rotación de cálculo [1]

El diagrama $M-\phi$, momento-rotación, de una unión se obtiene de la representación gráfica de los pares de valores $M-\phi$ en un sistema de coordenadas. El diagrama $M-\phi$ se representa mediante una ley no lineal, pero se puede reemplazar por otro sistema lineal con la condición de que quede debajo de la más precisa.

La representación más común es la elástica-permanente plástica. En esta representación se grafican los tres parámetros que definen cualquier curva momento-rotación de cálculo:

El momento resistente de cálculo: M_{j-Rd} es igual al valor máximo del momento, entendido como el momento resistente plástico en cedencia.

La rigidez de la unión al giro: S_j es el parámetro que relaciona el momento transmitido M_j con el giro relativo ϕ_j , que se determina como la diferencia entre los giros absolutos de los extremos de las dos barras conectadas.

La capacidad de rotación: ϕ_{cd} es el giro máximo producido por el momento resistente de cálculo de la unión. Se requiere su valor para realizar un análisis plástico de la estructura.

La elección de la representación del diagrama se realiza en función del tipo de análisis de las barras que se realice: elástico, rígido – plástico, o elasto – plástico.

2.7. ANÁLISIS GLOBAL DE LAS UNIONES

Los efectos del comportamiento de las uniones deben ser considerados, aunque sean suficientemente pequeños para despreciarse. Estos efectos de las uniones se dan en la distribución de los esfuerzos internos, los momentos y las deformaciones generales de la estructura.

Para determinar si es necesario considerar los efectos del comportamiento de la unión en el conjunto de la estructura. Se han de distinguir tres tipos de uniones:

Simple: Se considera que la unión no transmite momentos flectores.

Continuo: Se puede asumir que el comportamiento de la unión no tiene ningún efecto a considerar en el análisis.

Semi – continuo: Es necesario considerar el efecto del comportamiento de la unión en el análisis.

El tipo de modelo de unión se considerará dependiendo de la clasificación de la unión y del método de análisis elegido.

La curva característica momento – rotación de cálculo de una unión se puede simplificar adoptando la curva apropiada, incluyendo la aproximación lineal, bilineal o trilineal, siempre y cuando la curva aproximada esté completamente por debajo de la curva característica momento – rotación.

Tabla 1 Tipos de modelos de uniones

Método de análisis global	Clasificación de la unión		
Elástico	Nominalmente articulada	Rígida	Semirrígida
Rígido – Plástico	Nominalmente articulada	Resistencia total	Resistencia parcial
Elasto – Plástico	Nominalmente articulada	Rígida y resistencia total	Semirrígida y resistencia parcial Semirrígida y resistencia total Rígida y resistencia parcial
Tipo de modelo de la unión	Simple	Continuo	Semi – continuo

2.7.1. Análisis global elástico

Las uniones deben tener suficiente resistencia como para transmitir las fuerzas y momentos que actúan en las uniones según los resultados del análisis de diseño. Las uniones se deben clasificar por su rigidez rotacional.

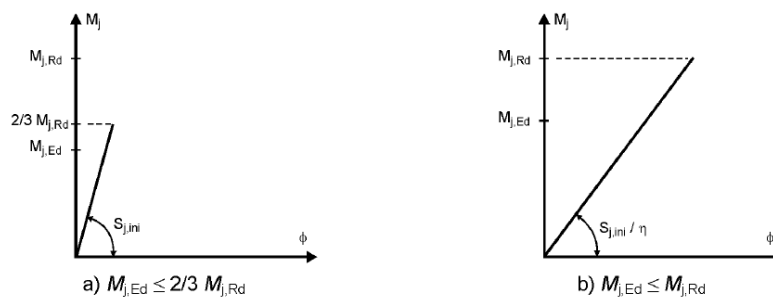


Figura 5 Rigidez rotacional en análisis elástico global [1]

Tabla 2 Coeficiente de modificación de la rigidez η

Tipo de conexión	Uniones viga-pilar	Otros tipos de uniones (viga – viga, empalmes de vigas, apoyos de pilares)
Soldada	2	3
Chapas frontales atornilladas	2	3
Casquillos atornillados al ala	2	3,5
Placas base	—	3

2.7.2. Análisis global rígido – plástico

Las uniones se deben clasificar en función de su resistencia. La capacidad de rotación de la unión debería ser suficiente para adaptarse a las rotaciones resultantes del análisis.

En la representación no existe la parte elástica de la deformación, lo que se corresponde con una línea horizontal que representa el comportamiento plástico.

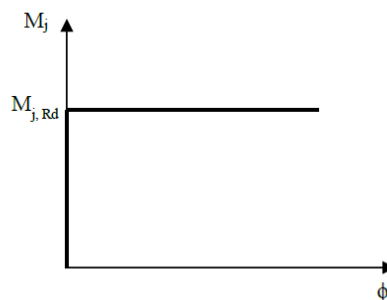


Figura 6 Diagrama rígido-plástico de la unión [1]

2.7.3. Análisis global elasto – plástico

Las uniones deberían clasificarse en función de su rigidez y su resistencia. La curva característica momento – rotación de la unión se debe utilizar para determinar la distribución de fuerzas y momentos internos.

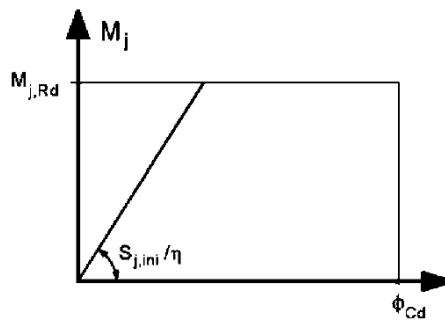


Figura 7 Curva característica bilineal momento-rotación de cálculo simplificada [1]

2.8. CLASIFICACIÓN DE LAS UNIONES SEGÚN EL EUROCÓDIGO 3

2.8.1. Clasificación por su rigidez

Se distinguen tres tipos de uniones, en función de la continuidad del giro entre las piezas unidas:

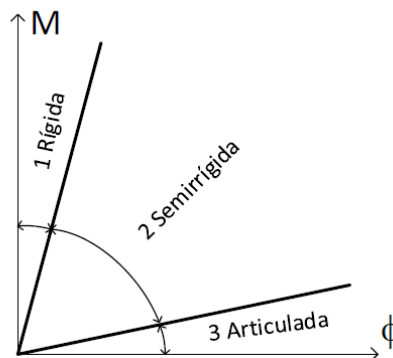


Figura 8 Clasificación de las uniones según su rigidez

Uniones rígidas

Tienen suficiente rigidez rotacional como para garantizar la continuidad total de giros $\theta_B = \theta_C$.

Cuando se cumple que la rigidez rotacional es superior a un cierto valor:

$$S_{j,ini} \geq k_b \cdot \frac{EI_b}{L_b}$$

I_b : Inercia de la viga

L_b : Longitud de la viga

k_b : 8. Estructuras donde el arriostramiento reduce el desplazamiento horizontal en un 80%

k_b : 25. Otras estructuras. Siempre que: $\frac{K_b}{K_c} \geq 0,1$

K_b Valor medio de I_b/L_b para todas las vigas en su parte superior de la planta, siendo I_b la inercia y L_b la longitud de una viga.

K_c Valor medio de I_c/L_c para todas las vigas en su parte superior de la planta, siendo I_c la inercia y L_c la longitud de una viga.

Si $\frac{K_b}{K_c} < 0,1$ Cuando la unión se considera como semirrígida

Uniones nominalmente articuladas

Transmiten fuerzas, pero sin desarrollar momentos significativos que impidan su capacidad de rotación. Deben ser capaces de absorber las rotaciones resultantes, bajo las cargas de cálculo. Se dan cuando la rigidez rotacional es baja, inferior a:

$$S_{j,ini} \leq 0,5 \cdot \frac{EI_b}{L_b}$$

I_b : Inercia de la viga

L_b : Longitud de la viga

Uniones semirrígidas

Su rigidez no garantiza la continuidad total del giro $\theta_B \neq \theta_C$. Las uniones semirrígidas deberían ser capaces de transmitir las fuerzas y momentos internos.

$$k_b \cdot \frac{EI_b}{L_b} \leq S_{j,ini} \leq 0,5 \cdot \frac{EI_b}{L_b}$$

I_b : Inercia de la viga

L_b : Longitud de la viga

k_b : Valor medio de I_b/L_b para todas las vigas en su parte superior de la planta, siendo I_b la inercia y L_b la longitud de una viga.

2.8.2. Clasificación por su resistencia

Una unión se puede clasificar en base a su resistencia; como de resistencia total, nominalmente articulada o de resistencia parcial, comparando el valor de cálculo de su momento resistente a flexión $M_{j,Rd}$ con los valores de cálculo de los momentos

resistentes a flexión de los elementos que une. Entendiendo que la resistencia de cálculo de un elemento debería tomarse como la del elemento adyacente a la unión.

Uniones nominalmente articuladas

Una unión nominalmente articulada debería ser capaz de transmitir los esfuerzos internos sin desarrollar momentos importantes que podrían afectar negativamente a los elementos en su conjunto y de soportar las rotaciones resultantes bajo las cargas de cálculo.

Se puede clasificar una unión como nominalmente articulada si el valor de cálculo de su momento resistente a flexión $M_{j,Rd}$ no es mayor que 0,25 veces el valor de cálculo del momento resistente a flexión requerido para una unión de resistencia total, siempre y cuando también tenga suficiente capacidad de rotación.

Uniones de resistencia total

El valor da cálculo de la resistencia de una unión de resistencia total no debería ser menor que el de los elementos unidos.

Zona superior del pilar: $M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd}$ o $M_{j,Rd} \geq M_{c,pl,Rd}$

A lo largo del pilar: $M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd}$ o $M_{j,Rd} \geq 2 M_{c,pl,Rd}$

$M_{c,pl,Rd}$: Valor de cálculo del momento resistente plástico de una viga

$M_{c,pl,Rd}$: Valor de cálculo del momento resistente plástico de un pilar

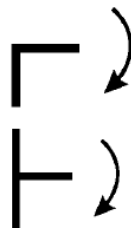


Figura 9 Uniones de resistencia total. Zona superior y zona a lo largo del pilar [1]

Uniones de resistencia parcial

Las uniones que no cumplen los criterios de resistencia total o de unión nominalmente articulada deberían clasificarse como uniones de resistencia parcial. Son aquellas que pueden transmitir un momento menor al máximo de momentos que resisten los elementos que une.

3. CASOS DE ESTUDIO Y RESULTADOS

3.1. CÁLCULOS Y COMPROBACIONES

Los cálculos se han realizado sobre dos casos de estudio concretos, el primero de un pórtico con cubierta plana y segundo, un pórtico con cubierta a dos aguas. Sobre estos casos se han configurado cuatro hipótesis de unión pilar viga y en ambos pórticos. Estos cálculos han sido implementados en el software SAP2000 y *Mathematica*.

Los resultados obtenidos han sido recogidos para su comparación. Estos datos son los momentos y los desplazamientos obtenidos a través de las cargas determinadas como máxima para el pórtico a dos aguas. Sobre estos datos se realizan las comprobaciones de la Instrucción de Acero Estructural (EAE), tanto para ELU de resistencia, ELU de inestabilidad como para ELS de desplazamientos.

Estado Límite de Servicio de desplazamientos

Desplazamiento horizontal. Daños de apariencia en la obra.

$$\delta_h < \frac{L_p}{250}$$

L_p : Longitud del pilar

Desplazamiento vertical. Daños de apariencia en la obra sin afectar a otros elementos.

$$\delta_v < \frac{L_d}{300}$$

L_d : Longitud del dintel

Estado Límite Último de agotamiento

$$\frac{N_{Ed}}{A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_y \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

N_{Ed} : Axil máximo

$M_{y,Ed}$: Flector máximo

A : Área de la sección

f_y : Límite elástico característico

γ_{M0} : Coeficiente parcial para la resistencia

W_y : Módulo resistente de la sección, respecto al eje y

Estado Límite Último de estabilidad

Flexo-compresión, para pilares

$$\frac{N_{Ed}}{A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

 N_{Ed} : Axil máximo $M_{y,Ed}$: Flector máximo A : Área de la sección f_y : Límite elástico característico γ_{M0} : Coeficiente parcial para la resistencia W_y : Módulo resistente de la sección, respecto al eje y χ_{LT} : Coeficiente de reducción por pandeo lateral

Pandeo lateral/vuelco, para viga

$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd}$$

 M_{Ed} : Flector máximo $M_{b,Rd}$: Resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral**3.2. CASO 1. PÓRTICO DE CUBIERTA PLANA**

La primera estructura objeto de estudio es un pórtico intermedio con cubierta plana, con pilares de 7m, dintel de 20 m y distancia entre pórticos de 5m.

Los pilares se definen como los elementos 1 y 3, e irán del nodo a al b y del d al c respectivamente. El dintel se define como el elemento 2, e irá del nodo b al c .

Tanto la sección de los pilares como el del dintel es un perfil laminado IPE 300 (EN 1993-1-1) de acero S275. La unión entre elementos se realiza mediante unión soldada o mediante unión atornillada. Los valores de cálculo de las cargas sobre la estructura son los siguientes:

Nieve: $q = 2 \text{ kN/m}$ Viento: $V = 5 \text{ kN/m}$

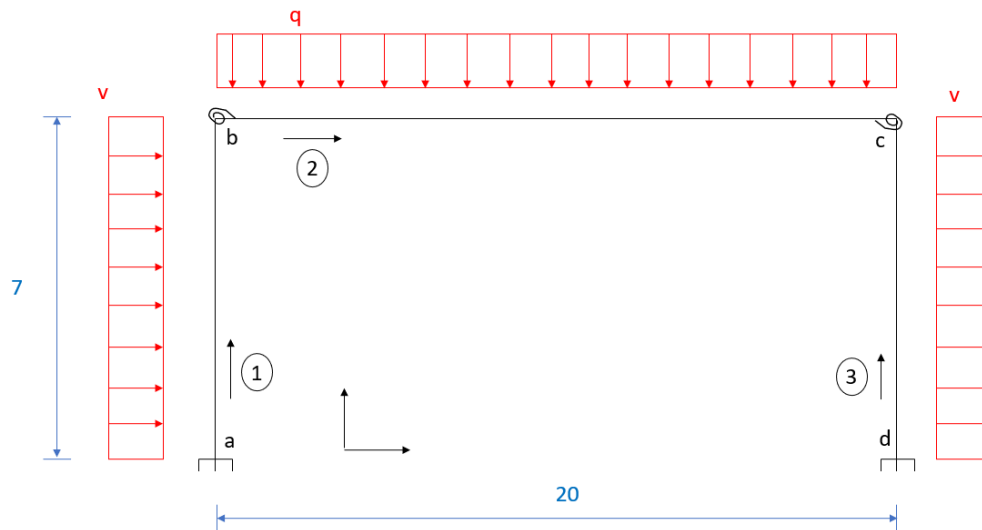


Figura 10 Pórtico de cubierta plana

En el caso del pórtico con cubierta plana, los resultados de ambos programas son igualmente exactos y similares en los casos extremos de unión articulada y unión rígida. En los casos intermedios de unión soldada y unión atornillada se obtiene resultado igualmente similar. Por lo tanto, se puede afirmar la correcta similitud entre modelos y programas.

En cuanto a la distribución de momentos en los casos intermedios se puede observar una homogeneización de los esfuerzos en la estructura, quedando más liberado el empotramiento del pilar izquierdo en la comparación con la consideración de articulado. Sin embargo, los resultados son muy similares al tratamiento de nudo rígido.

Con respecto a los desplazamientos, los resultados son muy parecidos a los obtenidos en los momentos. Los casos intermedios se acercan más al caso del pórtico rígido y se distancian más del pórtico articulado. Entre ambos pórticos semirrígidos se obtiene resultados similares, pero con mejores resultados en el caso de unión semirrígida soldada.

Tabla 3 Resultados de desplazamientos y momentos en pórtico con cubierta plana

Pórtico Cubierta plana				
	Unión Articulada	Unión Semirrígida Atornillada	Unión Semirrígida Soldada	Unión Rígida
Ux,b	0,086229	0,051621	0,050808	0,047757
Ux,c	0,086229	0,051427	0,05061	0,047544
Ma	122,5	72,474	71,3672	67,2355
Mb	0	26,6466	27,1342	28,9158
Mc	0	-76,3608	-78,0153	-84,178
Md	122,5	122,8118	122,7518	122,5023

Las comprobaciones citadas se comprueban en todos los pórticos de cubierta plana.

Tabla 4 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Articulada

Unión Articulada		
E.L.U Agotamiento	0,85391979	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,36174482	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,34755083	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		No cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		Cumple

Tabla 5 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Atornillada

Unión Semirrígida Atornillada		
E.L.U Agotamiento	0,8573224	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,36444834	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,3480445	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		No cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		Cumple

Tabla 6 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Soldada

Unión Semirrígida Soldada		
E.L.U Agotamiento	0,85800791	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,36469592	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,34835375	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		No cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		Cumple

Tabla 7 Resultados Pórtico con cubierta plana. Unión Rígida

Unión Rígida		
E.L.U Agotamiento	0,85984481	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,36534757	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,3491907	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		No cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		Cumple

En el caso de la unión articulada no se cumple el E.L.S. de desplazamiento lateral, pero se cumplen los E.L.U. de la unión entre pilar y dintel y E.L.S. de desplazamiento vertical.

En el caso opuesto de unión rígida, se cumplen los E.L.U. de flexocompresión, agotamiento y pandeo lateral. De los E.L.S. de desplazamiento, no se cumple el desplazamiento lateral, pero si el desplazamiento vertical.

En los casos de uniones semirrígidas, en ambos, se cumplen todos los E.L.U. y el E.L.S. de desplazamiento vertical pero no el lateral.

Los resultados arrojan que el dimensionamiento de la unión como unión semirrígida resulta más real, ya que se homogeneiza las distribuciones de esfuerzos y se mejora el dimensionamiento. Sin embargo, no resulta suficiente para cumplir los E.L.U. y E.L.S.

Para poder cumplir el dimensionamiento de la estructura, se propone aumentar la sección de los pilares y del dintel y reemplazarla por un perfil IPE 360 con unión atornillada. En ese caso se cumplen todos los E.L.U. y E.L.S. a pesar de que aumentamos el coste de la estructura, debido a que, el coste del perfil IPE 300 es de 60,94 €/m y el del perfil IPE 360 es de 82,45 €/m. Como se trata de reemplazar todo el perfil de la estructura, supone un sobrecoste de 731,34 € por pórtico.

Tabla 8 Resultados Pórtico con cubierta plana. Propuesta con IPE 360

Unión Semirrígida Atornillada IPE 360		
E.L.U Agotamiento	0,52761201	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,19821396	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,18585377	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		Cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		Cumple

La energía de deformación es el aumento de energía interna acumulado en el interior de la estructura, como resultado del trabajo realizado por las fuerzas que provocan la deformación.

Se produce una mayor energía interna en el caso articulado y una menor energía interna en el caso rígido. Esto se debe a que se produce una mayor cantidad de trabajo, debido a una mayor deformación.

Tabla 9 Energía de Deformación. Cubierta Plana

Pórtico Cubierta Plana Energía de Deformación (kJ)	
Articulada	4,23907
Semirrígida Atornillada	3,01
Semirrígida Soldada	2,47108
Rígida	1,63428

Los resultados obtenidos del análisis de la longitud de pandeo exponen que, la estructura es completamente estable para los valores de carga indicados, por esta razón, para conocer el comportamiento de la estructura en pandeo, se aumenta las cargas en diez veces:

Nieve: $q = 20 \text{ kN/m}$

Viento: $V = 50 \text{ kN/m}$

De esta manera al realizar el análisis, podemos concretar que el valor de la estructura sigue siendo estable.

Tabla 10 Coeficiente de pandeo. Pórtico con cubierta plana

Pórtico Cubierta Plana. Coeficiente de Pandeo β	
Articulada	1,9996
Semirrígida Atornillada	1,44167
Semirrígida Soldada	1,43475
Rígida	1,41022

3.3. CASO 2. PÓRTICO DE CUBIERTA A DOS AGUAS

La segunda estructura objeto de estudio es un pórtico intermedio con cubierta a dos aguas, con pilares de 5m, luz de 20 m, altura de cumbrera de 7m y distancia entre pórticos de 5m.

Los pilares se definen como los elementos 1 y 4, e irán del nodo *a* al *b* y del *e* al *d* respectivamente. Los dinteles se definen como los elementos 2 y 3, e irá del nodo *b* al *c* y del nodo *c* al *d* respectivamente.

Tanto la sección de los pilares como el de los dinteles es un perfil laminado IPE 300 (EN 1993-1-1) de acero S275. La unión entre elementos se realiza mediante unión soldada y mediante unión atornillada. Los valores de cálculo de las cargas sobre la estructura son los siguientes:

Nieve: $q = 2 \text{ kN/m}$

Viento: $V = 5 \text{ kN/m}$

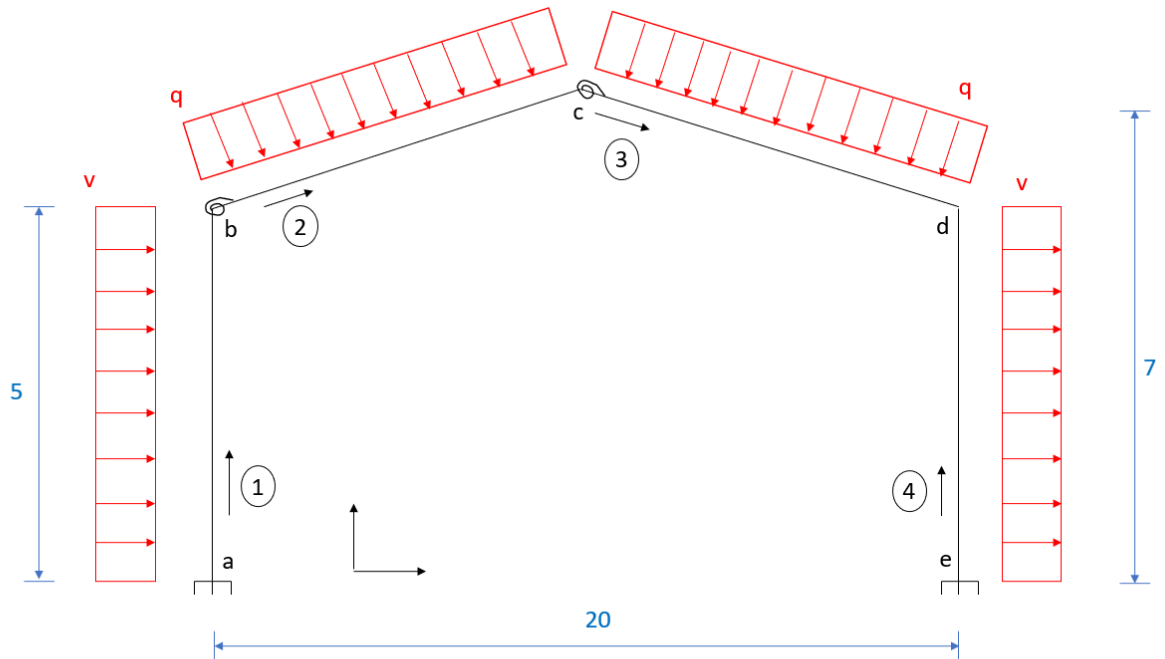


Figura 11 Pórtico de cubierta con dintel a dos aguas

En el caso del pórtico con cubierta a dos aguas, los resultados de ambos programas son más exactos y similares en los casos extremos de unión articulada y unión rígida. En los casos intermedios de unión soldada y unión atornillada se obtiene una pequeña variación no significativa en determinados valores de momento y desplazamientos. Estos valores son los de momento en el nodo b y c , y de desplazamiento en el nodo b y c . Esto se debe a diferencias entre la compilación de ambos programas. Pese a estas variaciones de orden de magnitud despreciable se puede afirmar la correcta similitud entre modelos y programas.

En cuanto a la distribución de momentos en los casos intermedios de uniones semirrígidas se puede observar una homogeneización de los esfuerzos en la estructura, quedando más liberados los empotramientos de los pilares en la comparación con la consideración de articulado. Sin embargo, los resultados son muy similares al tratamiento de nudo rígido.

Con respecto a los desplazamientos, los resultados son muy parecidos a los obtenidos en los momentos. Los casos intermedios se acercan más al caso del pórtico rígido y se distancian más del pórtico articulado. Entre ambos pórticos semirrígidas se obtiene resultados similares, pero con mejores resultados en el caso de unión semirrígida soldada.

Tabla 11 Resultados de desplazamientos y momentos en pórtico cubierta a dos aguas

Pórtico Cubierta a dos aguas				
	Unión Articulada	Unión Semirrígida Atornillada	Unión Semirrígida Soldada	Unión Rígida
Ux,b	-0,098816	0,004622	0,004622	0,005818
Ux,c	0,022263	0,014274	0,014274	0,013427
Ux,d	0,143343	0,024378	0,024378	0,021035
Ma	-192,4539	7,8589	7,8589	9,9277
Mb	0	34,994	34,9973	35,8981
Mc	0	20,3	19,9135	18,2921
Md	0	-57,39	-57,394	60,7019
Me	317,4639	94,7184	94,7184	90,2695

Las comprobaciones citadas se comprueban en todos los pórticos de cubierta a dos aguas.

Tabla 12 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Articulada

Unión Articulada		
E.L.U Agotamiento	2,19145142	No cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,21649189	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,20113677	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		No cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		No cumple

Tabla 13 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Atornillada

Unión Semirrígida Atornillada		
E.L.U Agotamiento	0,45856336	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,15991239	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,1444528	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		Cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		Cumple

Tabla 14 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Soldada

Unión Semirrígida Soldada		
E.L.U Agotamiento	0,45856336	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,15991239	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,1444528	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		Cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		Cumple

Tabla 15 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Unión Rígida

Unión Rígida		
E.L.U Agotamiento	0,63145056	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,21560753	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,20113677	Cumple
E.L.U. Desplazamiento lateral		Cumple
E.L.U. Desplazamiento vertical		No cumple

En el caso de la unión articulada no se cumple los E.L.S. de desplazamiento, pero se cumplen los E.L.U. de la unión entre pilar y dintel excepto el de agotamiento.

En el caso opuesto de unión rígida, se cumplen los E.L.U. y el E.L.S. de desplazamiento lateral.

En los casos de uniones semirrígidas, en ambos, se cumplen todos los E.L.U. y E.L.S.

Los resultados arrojan que el dimensionamiento de la unión como unión semirrígida resulta más real, ya que se homogeneiza las distribuciones de esfuerzos y se mejora el dimensionamiento.

Para tratar de ahorrar coste en la estructura en términos de rigidez, se propone disminuir la sección a una IPE 270 en todos los elementos del pórtico. Sin embargo, no resulta suficiente para cumplir los E.L.U y E.L.S., concretamente el E.L.S. vertical no se cumple. El precio del perfil IPE 300 es de 60,94 €/m y el del perfil IPE 270 es de 46,91 €/m.

También se ha intentado reducir la sección del dintel a IPE 270 y mantener los pilares en IPE 300, pero no ha sido suficiente para cumplir los E.L.S., en concreto el de desplazamiento.

Tabla 16 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas. Propuesta con IPE 270 Unión atornillada

Unión Semirrígida Atornillada		
E.L.U Agotamiento	0,78188179	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,28389967	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,26579309	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		Cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		No cumple

Tabla 17 Resultados Pórtico con cubierta a dos aguas con IPE 270 Unión soldada

Unión Semirrígida Soldada		
E.L.U Agotamiento	0,79067509	Cumple
E.L.U. Estabilidad Flexocompresión	0,28694227	Cumple
E.L.U. Pandeo Lateral/Vuelco	0,26886247	Cumple
E.L.S. Desplazamiento lateral		Cumple
E.L.S. Desplazamiento vertical		No cumple

Se produce una mayor energía interna en el caso articulado y una menor energía interna en el caso rígido. Esto se debe a que se produce una mayor cantidad de trabajo, debido a una mayor deformación.

Tabla 18 Energía de Deformación. Cubierta a dos aguas

Pórtico Cubierta a dos aguas Energía de Deformación (kJ)	
Articulada	6,62402
Semirrígida Atornillada	0,746568
Semirrígida Soldada	0,718912
Rígida	0,595432

Los resultados obtenidos del análisis de la longitud de pandeo exponen que, la estructura es completamente estable para los valores de carga indicados, por esta razón, para conocer el comportamiento de la estructura en pandeo, se aumenta las cargas en diez veces:

Nieve: $q = 20 \text{ kN/m}$

Viento: $V = 50 \text{ kN/m}$

De esta manera al realizar el análisis, podemos concretar que el valor de la estructura sigue siendo estable.

En el caso del pórtico a dos aguas, el coeficiente de pandeo es mayor para el caso de unión articulada, y disminuye ordenadamente en los casos de unión semirrígida soldada, atornillada y en último lugar unión rígida.

Tabla 19 Coeficiente de pandeo. Pórtico con cubierta a dos aguas

Pórtico Cubierta a dos aguas. Coeficiente de Pandeo β	
Articulada	1,39853
Semirrígida Atornillada	1,36275
Semirrígida Soldada	1,36187
Rígida	1,35807

4. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

Mediante la realización de este trabajo, se ha implementado varios tipos de unión semirrígida en función del tipo de elementos que conforman la unión y se ha analizado la transmisión del momento flector, la redistribución de esfuerzos, energía de deformación, coeficiente de pandeo y el comportamiento funcional en estructuras industriales tipo como son los pórticos de cubierta plana y pórtico de cubierta a dos aguas.

4.1. RESUMEN DE RESULTADOS

En base al trabajo realizado se aprecia un mejor comportamiento del pórtico con cubierta a dos aguas, que del pórtico con cubierta plana. Esto se debe a que el primero cumple los Estados Límite Últimos y Estados Límite de Servicio para el perfil de la estructura IPE 300 escogido. Dentro del pórtico con cubierta a dos aguas, el comportamiento de la estructura ha sido óptimo para los casos de unión semirrígida, tanto atornillada como articulada.

Sin embargo, cuando se ha intentado reducir los costes de la estructura, disminuyendo el perfil a un IPE 270, las comprobaciones han determinado que no se cumple el E.L.S. de desplazamiento vertical ni en unión atornillada ni en unión soldada.

En el caso del pórtico con cubierta plana, no cumple completamente las comprobaciones de Estados Límite Últimos y Estados Límite de Servicio para el perfil de la estructura IPE 300 escogido. Incluso en los casos de unión semirrígida, atornillada y soldada, ha incumplido el Estado Límite de Servicio de desplazamiento lateral. En general este tipo de estructura tiene un peor comportamiento en cuanto a la transmisión de esfuerzos que el pórtico con cubierta a dos aguas.

Para poder cumplir las especificaciones necesitamos aumentar la sección de la estructura hasta un perfil IPE 360.

4.2. CONCLUSIONES

Una aportación significativa de la realización de este trabajo es la comparativa en términos de rigidez entre distintos tipos de unión dentro del espectro posible acotado entre la unión rígida y la unión articulada.

Del mismo modo, las herramientas computacionales y archivos realizados para la consecución del trabajo son una significativa aportación. Estos archivos son los realizados para determinar el valor de rigidez rotacional, la resolución del método de rigidez y evaluación de los Estado Limite Últimos en *Wolfram Mathematica*; los archivos realizados en *SAP 2000* de cada pórtico para comparación de esfuerzos y desplazamientos; y también; los archivos de *CYPE* para la generación de pórticos y análisis de carga.

4.3. LÍNEAS FUTURAS

Este trabajo define y explora diversos aspectos acerca del comportamiento de las uniones semirrígidas en estructuras metálicas. Como nuevas vías de investigación que continúen esta investigación se propone:

- Implementar otros tipos de uniones y conocer su influencia y comportamiento sobre la estructura.
- Implementar otros tipos de pórticos o estructuras y utilizar la unión semirrígida definida.
- Buscar valores singulares de la rigidez rotacional que puedan provocar inestabilidad estructural según se aumenta el nivel de carga o para un nivel de carga dado.

5. ESTUDIO ECONÓMICO

La estimación del coste económico que supone este trabajo se realiza en base a las horas invertidas. Un ingeniero novel recibe un salario de aproximadamente 18000 € bruto/año, que suponen 1500 € bruto/mes. Considerando una jornada de 8 horas en día laborable, el coste horario resulta 9,37 € bruto.

El número de horas empleadas en la realización del trabajo es de 480 horas. En primer lugar, se decidió de manera conjunta con el tutor la concreción del trabajo. Este proceso requiere tiempo, ya que, en un primer momento, se optó por la formulación del método de resolución de los ángulos de giro y su implementación en *Mathematica*, sin embargo, posteriormente se desestimó en favor del método directo de rigidez. (40 horas).

De manera simultánea, el tiempo se empleó en recabar información sobre la definición, comportamiento y funcionalidad de las uniones semirrígidas. Para ello se profundizó en el procedimiento descrito en el Eurocódigo, y su posterior implementación en *Mathematica*. (150 horas).

También se implementó el método directo de rigidez en *Mathematica*, y los pórticos en *SAP 2000* y *CYPE*. De esta manera se completaban las herramientas para la posterior experimentación. (150 horas).

Por último, se realizó la experimentación, recopilación de datos, memoria del trabajo y presentación (100 horas).

Además de añadir el tiempo conjunto de reunión con el tutor para la resolución de cualquier problema y discusión de opiniones. (40 horas).

Además de esto, debido a que la utilización de los programas informáticos ha sido posible gracias a una licencia de estudiante, se añade también el coste de la matrícula (373 €).

El coste total del trabajo asciende a 4871,3 €. La inversión de tiempo ha resultado satisfactoria y favorable, ya que ha supuesto un aumento de experiencia en el manejo de programas como *Mathematica*, *CYPE* y *SAP 2000*; además de un aporte de conocimiento acerca de las uniones semirrígidas.

6. BIBLIOGRAFÍA REFERENCIADA

- [1] AENOR (2013). *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-8: Uniones. UNE-EN 1993-1-8*. Madrid: AENOR.
- [2] Ministerio de Vivienda (2006). *Código técnico de la edificación. Documento Básico. Seguridad Estructural. Acero. Código Técnico de la Edificación (CTE)*. Madrid: Ministerio de Vivienda.
- [3] Ministerio de Fomento (2012). *EAE: Instrucción de Acero Estructural*. Madrid: Comisión Permanente de Estructuras de Acero del Ministerio de Fomento.
- [4] Tomás Celigüeta, Juan (2018). *Rigidez rotacional de uniones entre viga y poste con chapa frontal atornillada y soldada*. Universidad de Navarra. Escuela de Ingenieros. [Marzo 2021].
- [4] Cacho Pérez, Mariano (2010). *Numerical techniques for failure analysis of two-dimensional frames, including stability and vibration behaviour*. Universidad de Valladolid [Abril 2021].
- [5] Cacho Pérez, Mariano (2017). *2D frames optimization. Criterion: maximum stability, applied Mathematical Modelling*. [Abril 2021].
- [6] Cacho Pérez, Mariano (2017). *Design and análisis of an industrial Steel building. Limit state,s stability check .* [Abril 2021].
- [7] Cervera Ruiz, Miguel; Blanco Díaz, Elena (2014). *Mecánica de Estructuras*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. [Abril 2021].
- [8] Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de estructuras (2014). *Resistencia de Materiales*. Universidad de Valladolid. [Abril 2021].
- [9] Jesús Fernández Diezma (2015). *Idoneidad del grado de rigidez de las uniones en pórticos metálicos de naves a dos aguas en edificación agroindustrial*. Tesis. Madrid. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos.
- [10] Lamy Ashour Gragoum. (2014). *Inestabilidad de pórticos planos metálicos de edificación con inclusión de la flexibilidad de las uniones y elementos no prismáticos. Un enfoque para la optimización*. Tesis. Madrid. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- [11] Incafe. *Incafe2000* <https://www.incafe2000.com/Esp/Viga_IPE> [Mayo 2021]
- [12] Rafael Llergo Flores (2017). *Análisis de Uniones Semirrígidas mediante el Método de los Elementos Finitos*. Proyecto fin de máster. Universidad de Sevilla. Escuela técnica Superior de Ingeniería.
- [13] Arturo Fernández-Palacios Cuadrado (2017). *Influencia de las uniones semirrígidas en el diseño de estructuras metálicas aporticadas*. Trabajo fin de grado. Universidad de Sevilla. Escuela técnica Superior de Ingeniería.

[14] Cacho Pérez, Mariano. Lorenzana, Antolín (2016). *Pandeo 3D de estructuras de barras de sección de tipo doble-T. Revista internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería* [Abril 2021].

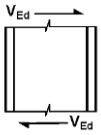
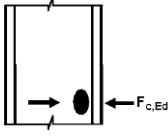
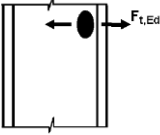
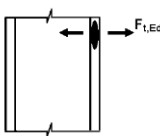
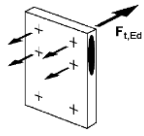
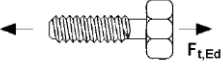
A. RIGIDEZ ROTACIONAL. EUROCÓDIGO 3. PARTE 1-8: UNIONES

• RIGIDEZ ROTACIONAL UNIÓN ATORNILLADA

La rigidez rotacional de una unión es la combinación de los coeficientes de rigidez elástica que conforman la unión. La suma de los inversos de los coeficientes de rigidez se extiende a todos aquellos que se combinan en serie.

Los coeficientes de rigidez para componentes básicos de la unión se calculan a partir de la formula presentada en el apartado 6.3.2 del Eurocódigo. En el caso de la unión con chapas frontales y una fila de tornillos a tracción se tienen los coeficientes $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_{10}$.

Tabla 20 Componentes básicos de las uniones atornilladas [1]

Componente		Referencia a las reglas de aplicación			
		Resistencia de cálculo	Coefficiente de rigidez	Capacidad de rotación	
1	Alma del pilar a cortante		6.2.6.1	6.3.2	6.4.2 6.4.3
2	Alma del pilar en compresión transversal		6.2.6.2	6.3.2	6.4.2 6.4.3
3	Ala del pilar en tracción transversal		6.2.6.3	6.3.2	6.4.2 6.4.3
4	Ala del pilar en flexión		6.2.6.4	6.3.2	6.4.2 6.4.3
5	Chapa frontal en flexión		6.2.6.5	6.3.2	6.4.2
10	Tornillos en tracción		Con ala del pilar 6.2.6.4 Con chapa frontal 6.2.6.5	6.3.2	6.4.2

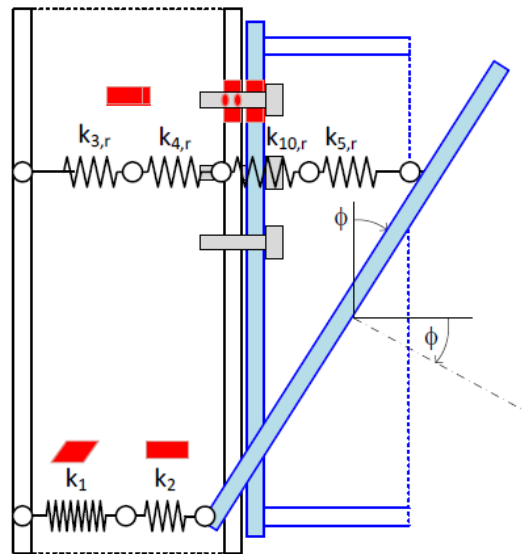


Figura 12 Modelo de rigidez entre perfiles en H [4]

k_1 : Componente de zona de compresión. Alma del pilar a cortante, sin rigidizar.

La resistencia de cálculo a cortante puede incrementarse utilizando rigidizadores o chapas de refuerzo en el alma.

$$k_1 = \frac{(0,38 \cdot A_{vc})}{(\beta_1 \cdot z)} = [mm]$$

A_{vc} : área a cortante del pilar (Norma EN 1993-1-1).

$$A_{vc} = (t_{f1} \cdot b_1) + \left(t_{w1} \cdot \frac{(d_1 + r_1 + r_1)}{2} \right) = [mm^2]$$

z : brazo de palanca de la unión, en unión atornillada con chapa frontal con una fila única de tornillos a tracción, es la distancia del centro de compresiones a la fila de tornillos a tracción.

$$z = h_2 - t_{f2} = [mm]$$

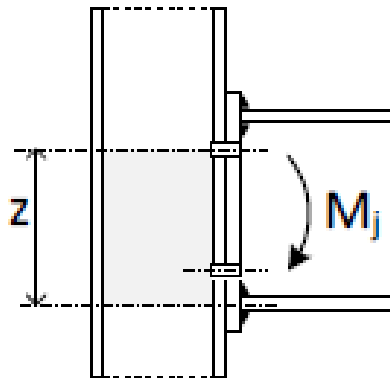


Figura 13 Brazo de palanca unión atornillada [1]

β : Parámetro de transformación

Sirve para considerar la posible influencia del alma a cortante, en relación con el valor de cálculo del momento resistente a flexión al determinar la rigidez rotacional. Para el caso en que la unión proporciona un único momento resistente:

$$\beta_1 = 1$$

k_2 : Componente de zona de compresión. Alma del pilar a compresión, sin rigidizar.

$$k_2 = \frac{0,7 \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{w1}}{d_1} = [mm]$$

$b_{eff,c,wc}$: anchura eficaz del pilar a compresión

t_{w1} : espesor del alma del pilar

d_1 : canto del pilar (zona recta del alma)

$$b_{eff,c,wc} = t_{f1} + 2\sqrt{2} \cdot a_p + 5 \cdot (t_{f1} + r_1) + s_1 = [mm]$$

t_{f1} : espesor del ala

r_1 : radio del perfil

a_p : garganta de la soldadura de la chapa frontal a la viga

s_1 : longitud obtenida mediante dispersión a 45° a través de la chapa frontal.

k_3 : Componente de zona de tracción. Alma del pilar a tracción, sin rigidizar.

$$k_3 = \frac{0,7 \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{w1}}{d_1} = [mm]$$

$b_{eff,c,wc}$: anchura eficaz del pilar a tracción

t_{w1} : espesor del alma del pilar

d_1 : canto del pilar (zona recta del alma)

$$b_{eff,c,wc} = t_{f1} + 2\sqrt{2} \cdot a_p + 5 \cdot (t_{f1} + r_1) + s_1 = [mm]$$

t_{f1} : espesor del ala

r_1 : radio del canto del perfil

a_p : garganta de la soldadura de la chapa frontal a la viga

s_1 : longitud obtenida mediante dispersión a 45° a través de la chapa frontal.

k_4 : Componente de zona de tracción. Ala del pilar en flexión, para una sola fila de tornillos.

$$k_4 = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_{f1}^3}{m^3} = [mm]$$

m : distancia del eje de tornillos a la línea de formación de la rótula plástica

$$m = \frac{\left(\frac{b_1}{2} - \frac{t_{w1}}{2} - r_1 \cdot 0,8\right)}{2} = [mm]$$

l_{eff} : La menor de las longitudes eficaces para la fila de tornillos, individualmente o como parte de un grupo de filas, tanto para alas rigidizadas como no rigidizadas.

r_1 : radio del canto del perfil

t_{w1} : espesor del alma del pilar

t_{f1} : espesor del ala del pilar

$$l_{eff} = \min[(2 \cdot \pi \cdot m), (\pi \cdot m + 2 \cdot m)] = [mm]$$

k_5 : Componente de zona de tracción. Chapa frontal en flexión, para una sola fila de tornillos.

$$k_5 = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_{f2}^3}{m^3} = [mm]$$

r_1 : radio del canto del perfil

t_{w1} : espesor del alma del pilar

t_{f2} : espesor del ala del pilar

m : distancia del eje de tornillos a la línea de formación de la rótula plástica

$$m = \frac{\left(\frac{b_1}{2} - \frac{t_{w1}}{2} - r_1 \cdot 0,8\right)}{2} = [mm]$$

l_{eff} : La menor de las longitudes eficaces para la fila de tornillos, individualmente o como parte de un grupo de filas, tanto para alas rigidizadas como no

$$l_{eff} = \min[(2 \cdot \pi \cdot m), (\pi \cdot m + 2 \cdot m)] = [mm]$$

k_{10} : Componente de zona de tracción. Tornillos a tracción, para una sola fila de tornillos.

$$k_{10} = \frac{1,6 \cdot A_s}{L_b} = [mm]$$

L_b : Longitud de alargamiento del tornillo, tomada igual a la longitud de agarre (espesor total del material y las arandelas), más la semisuma de la altura de la cabeza del tornillo y la altura de la tuerca.

A_s : área individual. Tornillo M8x30, d: 6.8 mm

Rigidez efectiva asociada a la fila de tornillos situada en la chapa extendida.

Las rigideces consideradas están en serie, por lo que su rigidez efectiva es:

$$k_{eff1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_3}\right) + \left(\frac{1}{k_4}\right) + \left(\frac{1}{k_5}\right) + \left(\frac{1}{k_{10}}\right)} = [mm]$$

Rigidez rotacional de una unión.

$$S_j = \frac{(z^2 \cdot E)}{\left(\frac{1}{2 \cdot k_{eff1}}\right) + \left(\frac{1}{k_1}\right) + \left(\frac{1}{k_2}\right)} = \left[\frac{N \cdot m}{rad}\right]$$

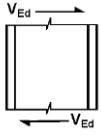
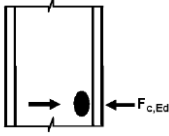
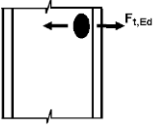
Tabla 21 Resultados de la rigidez rotacional de la unión atornillada

Unión Atornillada	
k ₁ (mm)	3,4073
k ₂ (mm)	3,3483
k ₃ (mm)	3,3483
k ₄ (mm)	6,4157
k ₅ (mm)	6,4157
k ₁₀ (mm)	1,9369
k _{eff1} (mm)	0,8875
S _j (N·m/rad)	1,52108 · 10 ⁷

- RIGIDEZ ROTACIONAL UNIÓN SOLDADA

En el caso de una unión únicamente soldada los coeficientes de rigidez elástica que forman la unión son un número menor que en el caso de una unión atornillada. Los coeficientes son k_1, k_2, k_3 .

Tabla 22 Componentes básicos de las uniones soldadas [1]

Componente		Referencia a las reglas de aplicación			
		Resistencia de cálculo	Coefficiente de rigidez	Capacidad de rotación	
1	Alma del pilar a cortante		6.2.6.1	6.3.2	6.4.2 6.4.3
2	Alma del pilar en compresión transversal		6.2.6.2	6.3.2	6.4.2 6.4.3
3	Ala del pilar en tracción transversal		6.2.6.3	6.3.2	6.4.2 6.4.3

k_1 : Componente de zona de compresión. Alma del pilar a cortante, sin rigidizar.

$$k_1 = \frac{(0,38 \cdot A_{vc})}{(\beta_1 \cdot z)} = [mm]$$

A_{vc} : área a cortante del pilar (Norma EN 1993-1-1).

$$A_{vc} = (t_{f1} \cdot b_1) + \left(t_{w1} \cdot \frac{(d_1 + r_1 + r_1)}{2} \right) = [mm^2]$$

z : brazo de palanca de la unión.

$$z = h_2 - t_{f2} = [mm]$$

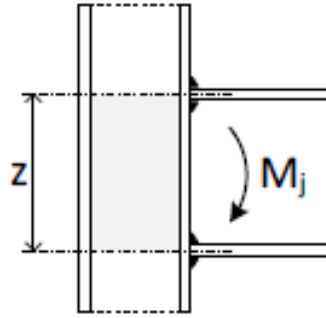


Figura 14 Brazo de palanca unión soldada [1]

β_1 : Parámetro de transformación. Unión pilar - dintel a un solo lado.

$$\beta_1 = 1$$

k_2 : Componente de zona de compresión. Alma del pilar a compresión, sin rigidizar.

$$k_2 = \frac{0,7 \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{w1}}{d_1} = [mm]$$

$b_{eff,c,wc}$: anchura eficaz del pilar a compresión.

t_{w1} : espesor del alma del pilar.

d_1 : canto del pilar (zona recta del alma).

$$b_{eff,c,wc} = t_{f1} + 2\sqrt{2} \cdot a_p + 5 \cdot (t_{f1} + r_1) + s_1 = [mm]$$

t_{f1} : espesor del ala.

r_1 : radio del perfil.

a_p : garganta de la soldadura de la chapa frontal a la viga.

s_1 : longitud obtenida mediante dispersión a 45° a través de la chapa frontal.

k_3 : Componente de zona de tracción. Alma del pilar a tracción, sin rigidizar.

$$k_3 = \frac{0,7 \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{w1}}{d_1} = [mm]$$

$b_{eff,c,wc}$: anchura eficaz del pilar a compresión.

t_{w1} : espesor del alma del pilar.

d_1 : canto del pilar (zona recta del alma).

$$b_{eff,c,wc} = t_{f1} + 2\sqrt{2} \cdot a_p + 5 \cdot (t_{f1} + r_1) + s_1 = [mm]$$

t_{f1} : espesor del ala.

r_1 : radio del perfil.

a_p : garganta de la soldadura de la chapa frontal a la viga.

s_1 : longitud obtenida mediante dispersión a 45° a través de la chapa frontal.

k_4 : Componente de zona de tracción. Ala del pilar en flexión, para una sola fila de tornillos.

$$k_4 = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_{f1}^3}{m^3} = [mm]$$

m : distancia del eje de tornillos a la línea de formación de la rótula plástica.

$$m = \frac{\left(\frac{b_1}{2} - \frac{t_{w1}}{2} - r_1 \cdot 0,8\right)}{2} = [mm]$$

l_{eff} : La menor de las longitudes eficaces para la fila de tornillos, individualmente o como parte de un grupo de filas, tanto para alas rigidizadas como no rigidizadas.

$$l_{eff} = \min[(2 \cdot \pi \cdot m), (\pi \cdot m + 2 \cdot m)] = [mm]$$

t_{f1} : espesor del ala del pilar.

r_1 : radio del canto del perfil.

t_{w1} : espesor del alma del pilar.

k_5 : Componente de zona de tracción. Chapa frontal en flexión, para una sola fila de tornillos.

$$k_5 = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_{f2}^3}{m^3} = [mm]$$

m : distancia del eje de tornillos a la línea de formación de la rótula plástica.

$$m = \frac{\left(\frac{b_1}{2} - \frac{t_{w1}}{2} - r_1 \cdot 0,8\right)}{2} = [mm]$$

l_{eff} : La menor de las longitudes eficaces para la fila de tornillos, individualmente o como parte de un grupo de filas, tanto para alas rigidizadas como no rigidizadas.

$$l_{eff} = \min[(2 \cdot \pi \cdot m), (\pi \cdot m + 2 \cdot m)] = [mm]$$

t_{f2} : espesor del ala del pilar.

r_1 : radio del canto del perfil.

t_{w1} : espesor del alma del pilar.

k_{10} : Componente de zona de tracción. Tornillos a tracción, para una sola fila de tornillos.

$$k_{10} = \frac{1,6 \cdot A_s}{L_b} = [mm]$$

L_b : Longitud de alargamiento del tornillo, tomada igual a la longitud de agarre (espesor total del material y las arandelas), más la semisuma de la altura de la cabeza del tornillo y la altura de la tuerca.

A_s : área individual. Tornillo M8x30, d: 6,8 mm.

Rigidez asociada a la fila de tornillos situada en la chapa extendida.

$$k_{eff1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_3}\right) + \left(\frac{1}{k_4}\right) + \left(\frac{1}{k_5}\right) + \left(\frac{1}{k_{10}}\right)} = [mm]$$

Rigidez rotacional.

$$S_j = \frac{(z^2 \cdot E)}{\left(\frac{1}{2 \cdot k_{eff1}}\right) + \left(\frac{1}{k_1}\right) + \left(\frac{1}{k_2}\right)} = \left[\frac{N \cdot m}{rad}\right]$$

Tabla 23 Resultados de la rigidez rotacional de la unión soldada

Unión Soldada	
k_1 (mm)	3,4073
k_2 (mm)	3,3483
k_3 (mm)	3,3483
S_j (N·m/rad)	$1,97304 \cdot 10^7$

B. GENERACIÓN DE PÓRTICOS SAP2000

Para la determinación de los pórticos en SAP2000 es necesario introducir las coordenadas de los nodos, la definición de los perfiles a utilizar y la definición de los elementos que conforman la estructura.

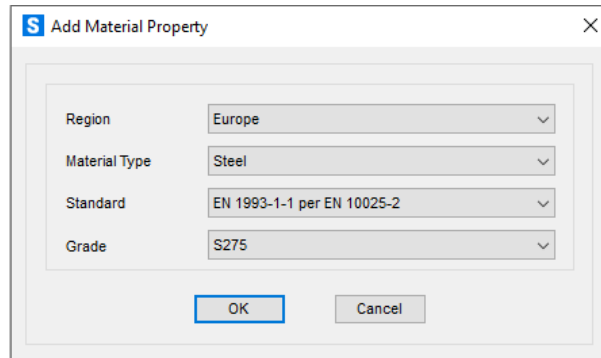


Figura 15 Definición de las propiedades del material

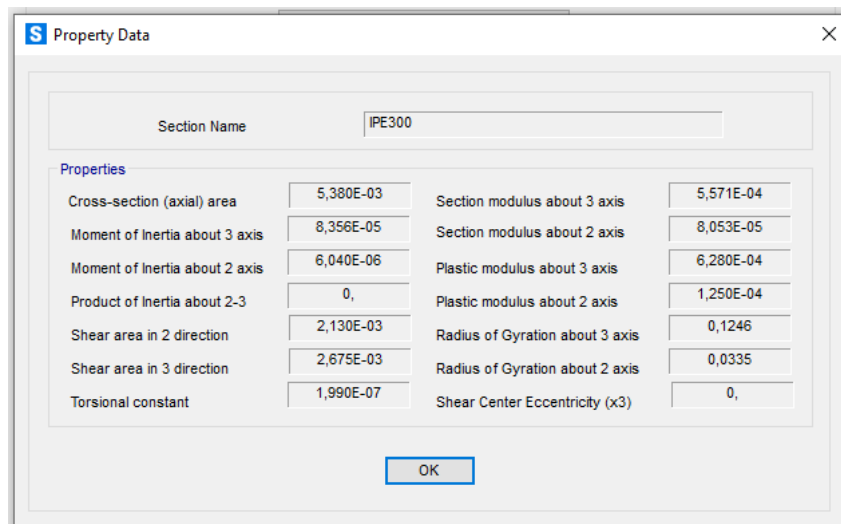
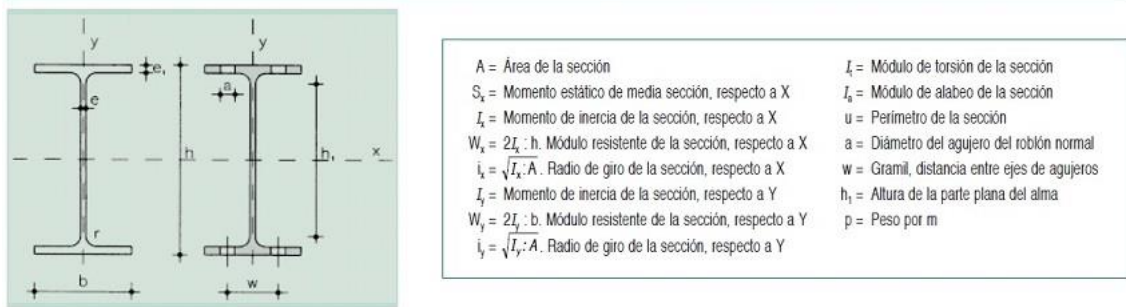


Figura 16 Datos de las propiedades el perfil IPE 300



Perfil	Dimensiones							Términos de sección								Agujeros			Peso			
	h mm	b mm	e mm	e ₁ mm	r ₁ mm	h ₁ mm	u mm	A cm ²	S _x cm ³	I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	I _t cm ⁴	I _a cm ⁶	w mm	a mm	e ₂ mm	p kp/m	
IPE 80	80	46	3,8	5,2	5	60	328	7,64	11,6	80,1	20,0	3,24	8,49	3,69	1,05	0,721	118	—	—	3,8	6,00	C
IPE 100	100	55	4,1	5,7	7	75	400	10,30	19,7	171,0	34,2	4,07	15,90	5,79	1,24	1,140	351	—	—	4,1	8,10	C
IPE 120	120	64	4,4	6,3	7	93	475	13,20	30,4	318,0	53,0	4,90	27,70	8,65	1,45	1,770	890	35	—	4,4	10,40	C
IPE 140	140	73	4,7	6,9	7	112	551	16,40	44,2	541,0	77,3	5,74	44,90	12,30	1,65	2,630	1.981	40	11	4,7	12,90	C
IPE 160	160	82	5,0	7,4	9	127	623	20,10	61,9	869,0	109,0	6,58	68,30	16,70	1,84	3,640	3.959	44	13	5,0	15,80	P
IPE 180	180	91	5,3	8,0	9	146	698	23,90	83,2	1.320,0	146,0	7,42	101,00	22,20	2,05	5,060	7.431	48	13	5,3	18,80	P
IPE 200	200	100	5,6	8,5	12	159	788	28,50	110,0	1.940,0	194,0	8,26	142,00	28,50	2,24	6,670	12.990	52	13	5,6	22,40	P
IPE 220	220	110	5,9	9,2	12	178	848	33,40	143	2.770	252	9,11	205	37,3	2,48	9,15	22.670	58	17	5,9	26,20	P
IPE 240	240	120	6,2	9,8	15	190	922	39,10	183	3.890	324	9,97	284	47,3	2,69	12,00	37.390	65	17	6,2	30,70	P
IPE 270	270	135	6,6	10,2	15	220	1.040	45,90	242	5.790	429	11,20	420	62,2	3,02	15,40	70.580	72	21	6,6	36,10	P
IPE 300	300	150	7,1	10,7	15	249	1.160	53,80	314	8.360	557	12,50	604	80,5	3,35	20,10	125.900	80	23	7,1	42,20	P
IPE 330	330	160	7,5	11,5	18	271	1.250	62,60	402	11.770	713	13,70	788	98,5	3,55	26,50	199.100	85	25	7,5	49,10	P
IPE 360	360	170	8,0	12,7	18	299	1.350	72,70	510	16.270	904	15,00	1.040	123,0	3,79	37,30	313.600	90	25	8,0	57,10	P
IPE 400	400	180	8,6	13,5	21	331	1.470	84,50	654	23.130	1.160	16,50	1.320	146,0	3,95	48,30	490.000	95	28	8,6	66,30	P
IPE 450	450	190	9,4	14,6	21	379	1.610	98,80	851	33.740	1.500	18,50	1.680	176,0	4,12	65,90	791.000	100	28	9,4	77,60	P
IPE 500	500	200	10,2	16,0	21	426	1.740	116,00	1.100	48.200	1.930	20,40	2.140	214,0	4,31	91,80	1.249.000	110	28	10,2	90,70	P
IPE 550	550	210	11,1	17,2	24	468	1.880	134,00	1.390	67.120	2.440	22,30	2.670	254,0	4,45	122,00	1.884.000	115	28	11,1	106,00	C
IPE 600	600	220	12,0	19,0	24	514	2.010	155,00	1.760	92.080	3.070	24,30	3.390	308,0	4,66	172,00	2.846.000	120	28	12,0	122,0	C

Figura 17 Secciones de perfil IPE

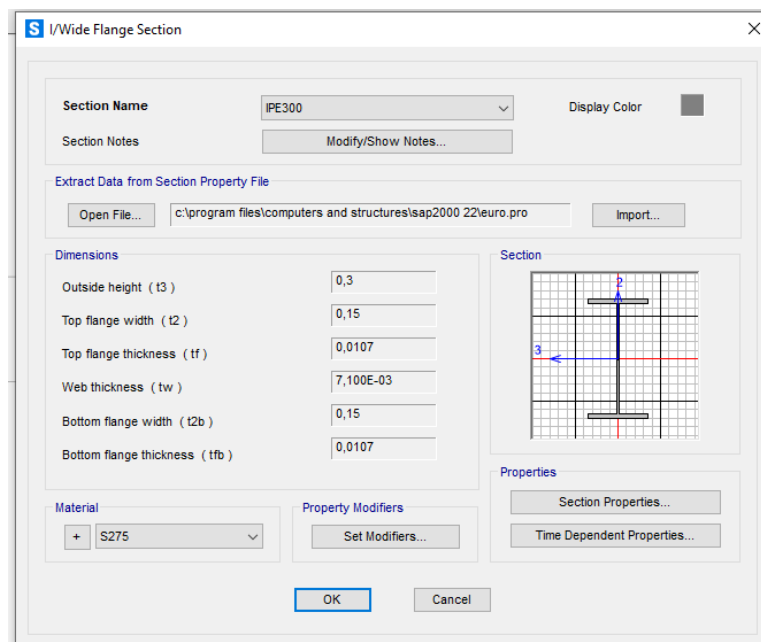


Figura 18 Exportación de los perfiles europeos

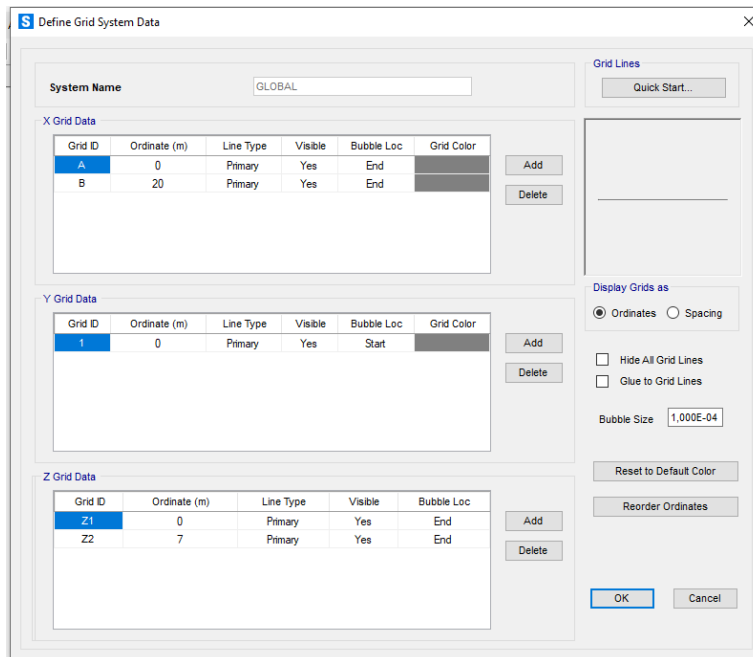


Figura 19 Definición de los nodos en pórtico con cubierta plana

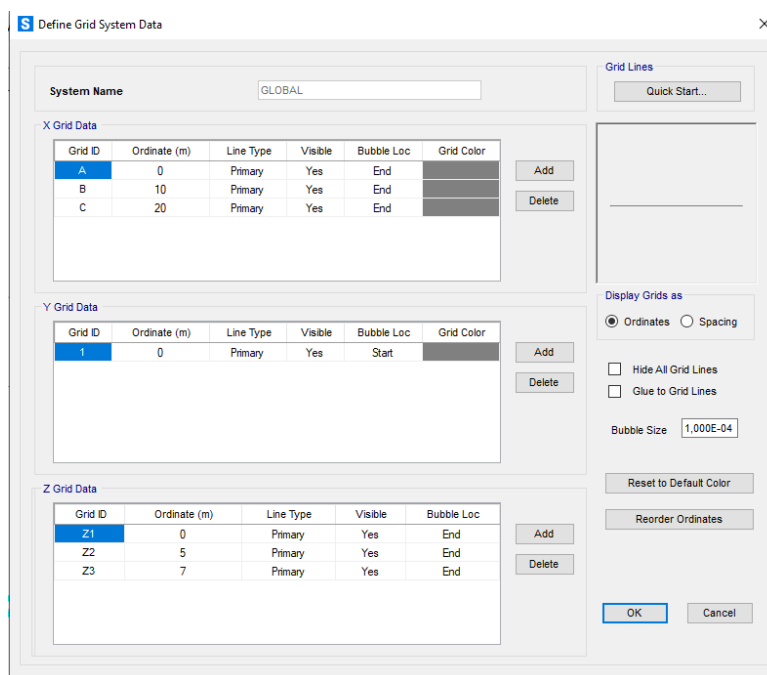


Figura 20 Definición de los nodos en pórtico con dintel a dos aguas

Una vez se han definido la estructura de los pórticos, es necesario definir los elementos que tienen un valor de rigidez rotacional en sus extremos, es decir, aquellos que conforman sus uniones como semirrígidas. Para ello se define el

extremo del elemento como partial fixity spring y se introduce el valor de la rigidez rotacional en cada caso.

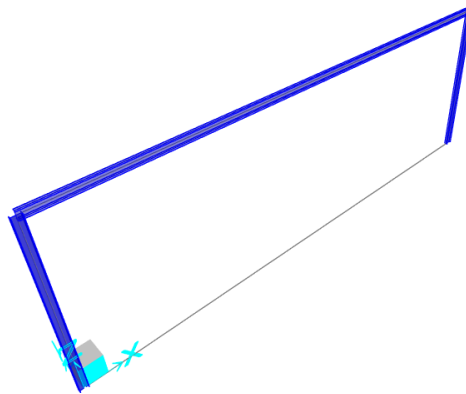


Figura 21 Pórtico cubierta plana

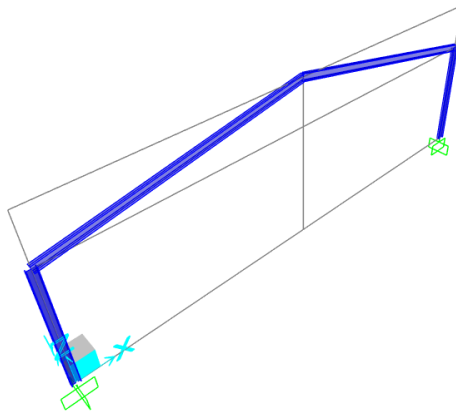


Figura 22 Pórtico cubierta con dintel a dos aguas

Posteriormente se definen las cargas que soporta la estructura, se establece la carga que soporta cada elemento en concreto y se realiza una combinación de ellas para utilizar en la simulación.

C. GENERACIÓN DE PÓRTICOS EN CYPE

Para la determinación de las cargas a soportar por la estructura se utiliza el software CYPE. En primer lugar, se utiliza el programa *Generador de Pórticos* para generar los pórticos. El proceso es el mismo para ambos pórticos.

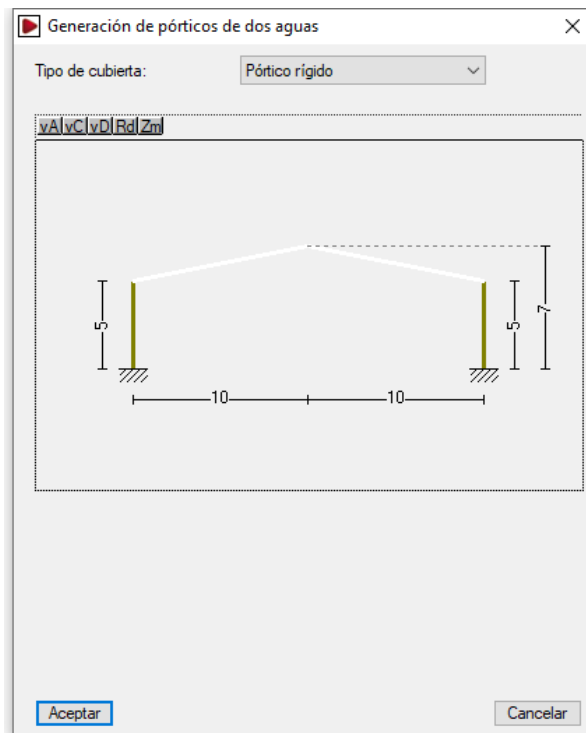


Figura 23 Dimensiones y geometría del pórtico

Se introduce la normativa para el cálculo de la acción de viento, la configuración es muy similar tanto si se utiliza la normativa CTE-DB-SE-AE como el Eurocódigo.

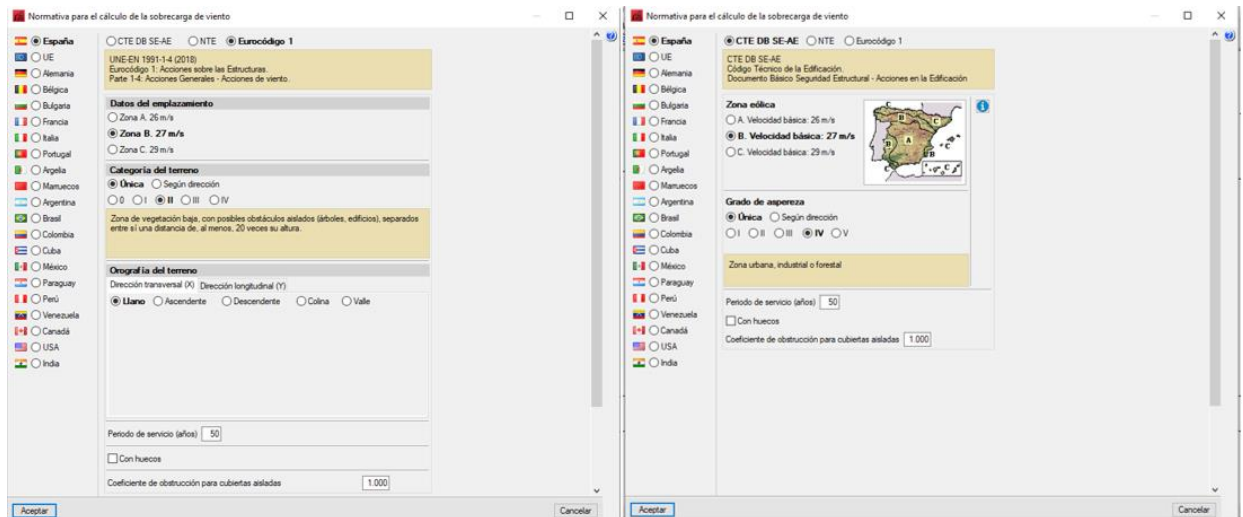


Figura 24 Normativa para el cálculo de la sobrecarga de viento

Se introduce la normativa para el cálculo de la acción de nieve, la configuración es muy similar tanto si se utiliza la normativa CTE-DB-SE-AE como el Eurocódigo.



Figura 25 Normativa para el cálculo de la sobrecarga de nieve

Por último, se introducen los datos generales del pórtico, es decir, los datos que engloban el pórtico en la estructura industrial del que forma parte, y se exporta al programa CYPE 3D.

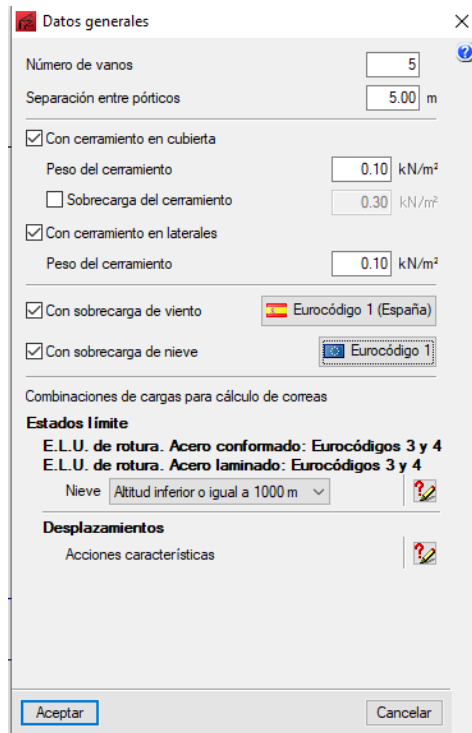


Figura 26 Datos generales del pórtico

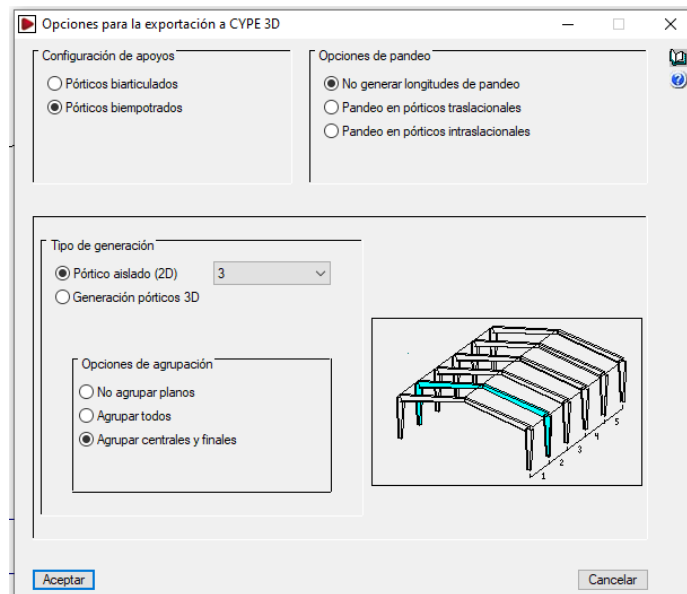


Figura 27 Opciones para exportación a CYPE 3D

En CYPE 3D, se introduce la forma de evaluar los Estado Límite Últimos y Estados Límite de Servicio, mediante el Eurocódigo.

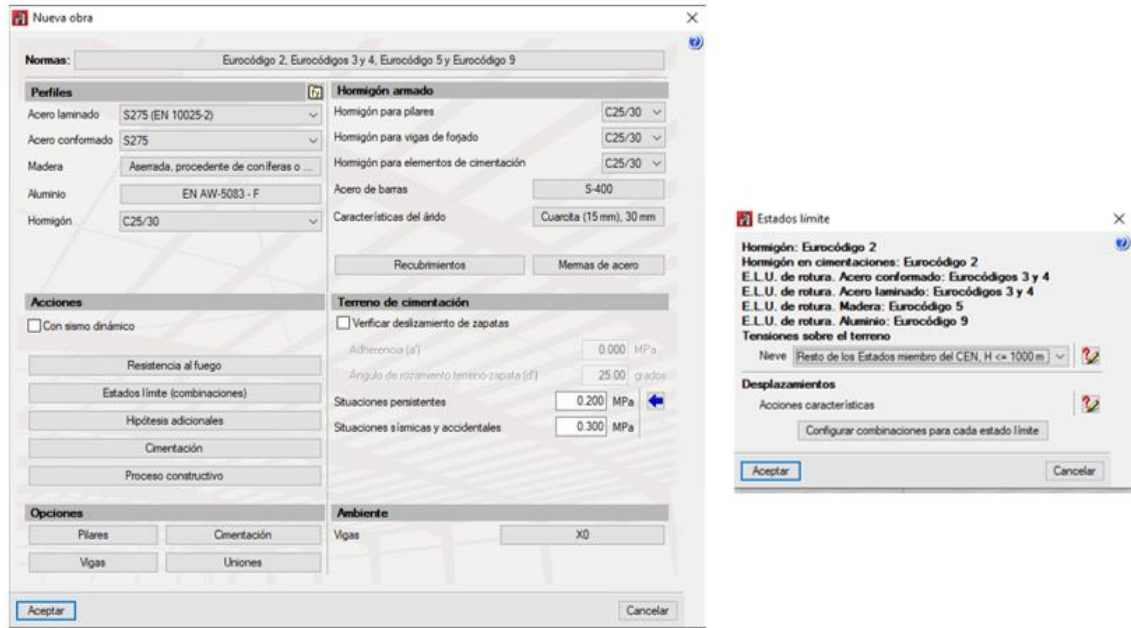


Figura 28 Datos generales del pórtico en CYPE 3D

El resultado es el pórtico con dintel a dos aguas. Sobre este pórtico introduciremos las cargas de viento y nieve para poder conocer los valores de carga crítica, la combinación de cargas más desfavorable y los valores de esfuerzos críticos a soportar por la estructura.

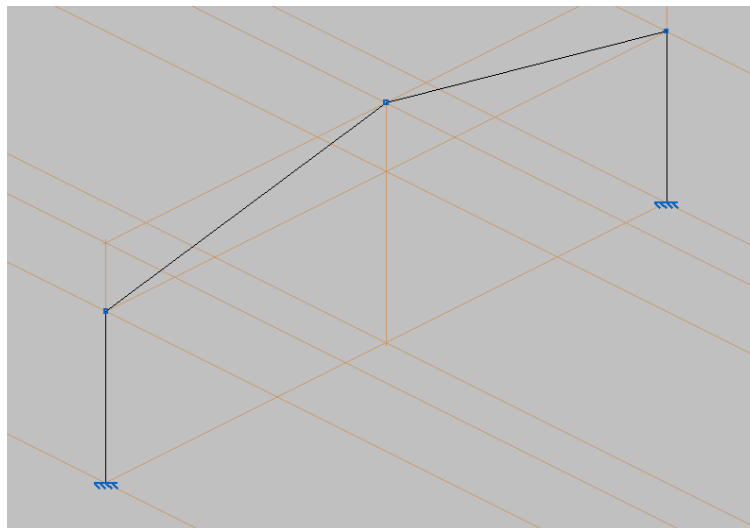


Figura 29 Pórtico resultante en CYPE 3D

Para la determinación de las cargas que influyen en la estructura se escoge el valor máximo de la carga de viento y de nieve en el caso del pórtico a dos aguas. Estos valores se utilizan también para el caso del pórtico con cubierta plana.

Del listado de CYPE sobre las cargas que soporta el pórtico a dos aguas, se obtiene que el valor de la carga de nieve q es de 2,041 kN/m y de viento v es de 4,918 kN/m. Estos valores se redondean a:

$$\text{Nieve: } q = 2 \text{ kN/m}$$

$$\text{Viento: } V = 5 \text{ kN/m}$$

Cargas en barras										
Barra	Hipótesis	Tipo	Valores		Posición		Dirección			
			P1	P2	L1 (m)	L2 (m)	Ejes	X	Y	Z
N1/N2	Peso propio	Uniforme	0.414	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	Peso propio	Uniforme	0.491	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(0°) H1	Uniforme	2.491	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N1/N2	V(0°) H2	Uniforme	4.918	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N1/N2	V(0°) H3	Uniforme	2.491	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N1/N2	V(0°) H4	Uniforme	4.918	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N1/N2	V(90°) H1	Uniforme	4.824	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(90°) H2	Uniforme	2.397	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(180°) H1	Uniforme	2.556	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(180°) H2	Uniforme	0.129	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(180°) H3	Uniforme	2.556	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(180°) H4	Uniforme	0.129	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(270°) H1	Uniforme	3.863	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N1/N2	V(270°) H2	Uniforme	1.437	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N3/N4	Peso propio	Uniforme	0.414	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N3/N4	Peso propio	Uniforme	0.491	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N3/N4	V(0°) H1	Uniforme	2.556	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N3/N4	V(0°) H2	Uniforme	0.129	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N3/N4	V(0°) H3	Uniforme	2.556	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N3/N4	V(0°) H4	Uniforme	0.129	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N3/N4	V(90°) H1	Uniforme	4.824	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N3/N4	V(90°) H2	Uniforme	2.397	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000

Figura 30 Tabla de cargas CYPE, carga de viento máxima

Cargas en barras										
Barra	Hipótesis	Tipo	Valores		Posición		Dirección			
			P1	P2	L1 (m)	L2 (m)	Ejes	X	Y	Z
N4/N5	V(0°) H4	Uniforme	1.456	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	V(90°) H1	Uniforme	3.615	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(90°) H2	Uniforme	1.189	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(180°) H1	Faja	4.599	-	0.000	1.428	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(180°) H1	Faja	1.993	-	1.428	10.198	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(180°) H1	Uniforme	0.971	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(180°) H2	Faja	4.599	-	0.000	1.428	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(180°) H2	Faja	1.993	-	1.428	10.198	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(180°) H2	Uniforme	1.456	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	V(180°) H3	Faja	0.612	-	0.000	1.428	Locales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	V(180°) H3	Faja	0.612	-	1.428	10.198	Locales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	V(180°) H3	Uniforme	0.971	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(180°) H4	Faja	0.612	-	0.000	1.428	Locales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	V(180°) H4	Faja	0.612	-	1.428	10.198	Locales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	V(180°) H4	Uniforme	1.456	-	-	-	Locales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	V(270°) H1	Uniforme	3.576	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	V(270°) H2	Uniforme	1.150	-	-	-	Locales	0.000	0.000	1.000
N4/N5	N(EI)	Uniforme	1.021	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	N(R) 1	Uniforme	1.021	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	N(R) 2	Uniforme	0.510	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	N(A:EI)	Uniforme	2.041	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	N(A:R) 1	Uniforme	2.041	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000
N4/N5	N(A:R) 2	Uniforme	1.021	-	-	-	Globales	0.000	0.000	-1.000

por una versión educativa de CYPE

Figura 31 Tabla de cargas CYPE, carga de nieve máxima

D. RESULTADOS DE ESFUERZOS Y DESPLAZAMIENTOS

- UNIÓN ARTICULADA. PÓRTICO CUBIERTA A DOS AGUAS

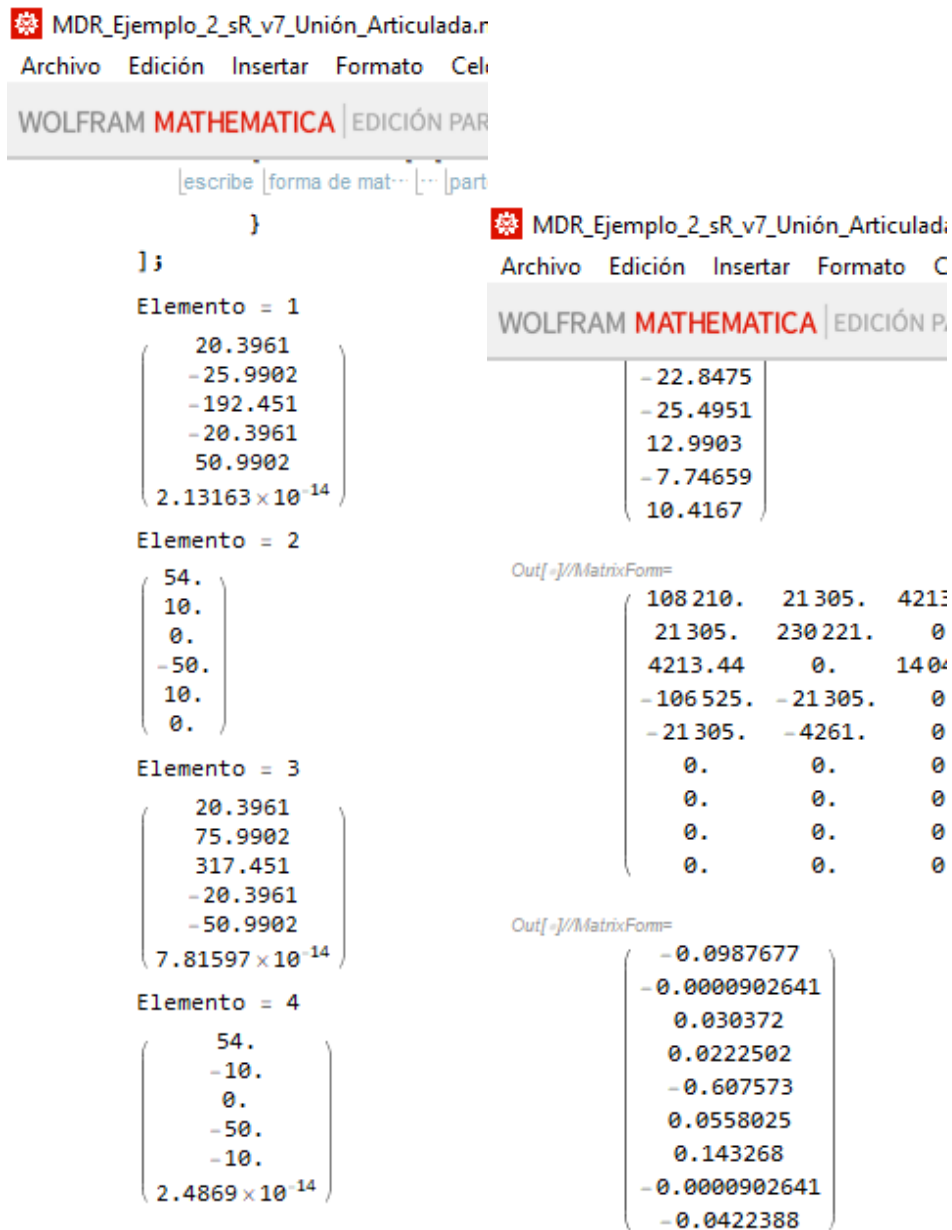


Figura 32 Esfuerzos y desplazamientos Unión Articulada Pórtico a dos aguas

The screenshot shows the 'Element Forces - Frames' window in SAP 2000. The table displays the following data:

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
1	0	COMB1	Combination	-20,396	-25,99	0	0	0	-192,451	1-1
1	2,5	COMB1	Combination	-20,396	-38,49	0	0	0	-111,8505	1-1
1	5	COMB1	Combination	-20,396	-50,99	0	0	0	3,638E-15	1-1
2	0	COMB1	Combination	-54	-10	0	0	0	0	2-1
2	5,09902	COMB1	Combination	-52	-8,889E-16	0	0	0	25,4951	2-1
2	10,19804	COMB1	Combination	-50	10	0	0	0	3,392E-15	2-1
3	0	COMB1	Combination	-50	-10	0	0	0	-1,028E-13	3-1
3	5,09902	COMB1	Combination	-52	-8,25E-15	0	0	0	25,4951	3-1
3	10,19804	COMB1	Combination	-54	10	0	0	0	-2,575E-14	3-1
4	0	COMB1	Combination	-20,396	-50,99	0	0	0	2,577E-14	4-1
4	2,5	COMB1	Combination	-20,396	-63,49	0	0	0	143,1005	4-1
4	5	COMB1	Combination	-20,396	-75,99	0	0	0	317,451	4-1

Figura 33 Esfuerzos en SAP 2000

The screenshot shows the 'Joint Displacements' window in SAP 2000. The table displays the following data:

Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
2	COMB1	Combination	-0,099934	0	-9E-05	0	-0,030387	0
3	COMB1	Combination	0,022624	0	-0,615273	0	-0,05657	0
4	COMB1	Combination	0,145182	0	-9E-05	0	0,042259	0
5	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

Figura 34 Desplazamientos en SAP 2000

- UNIÓN SEMIRRÍGIDA ATORNILLADA. PÓRTICO CUBIERTA A DOS AGUAS

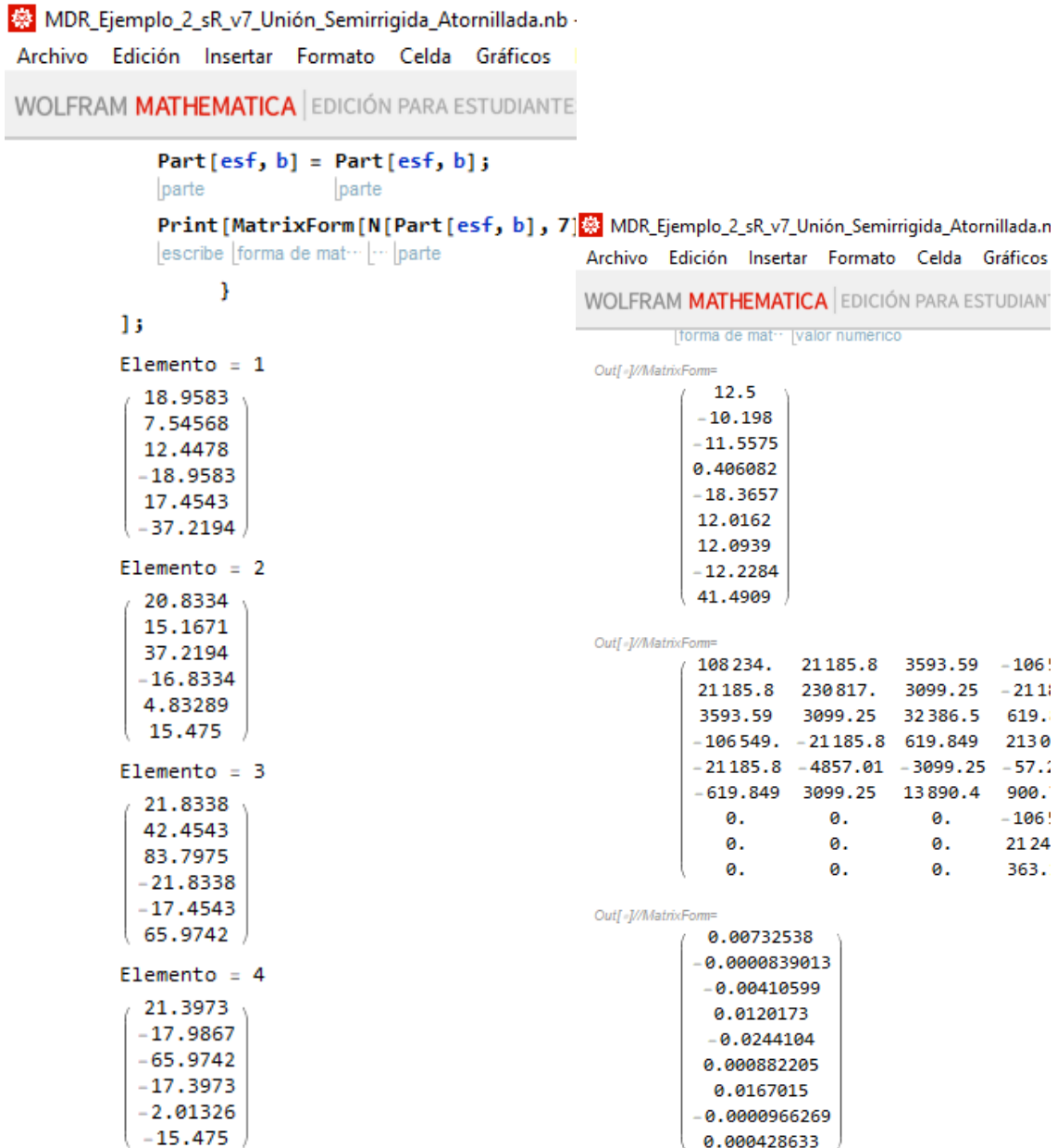


Figura 35 Esfuerzos y desplazamientos Unión semirrígida atornillada Pórtico a dos aguas

S Element Forces - Frames

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Element Forces - Frames

Filter:

	Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text	Ele
▶	1	0	COMB1	Combination	-19,276	7,26	0	0	0	8,7968	1-1	
	1	2,5	COMB1	Combination	-19,276	-5,24	0	0	0	6,2708	1-1	
	1	5	COMB1	Combination	-19,276	-17,74	0	0	0	34,9949	1-1	
	2	0	COMB1	Combination	-21,175	-15,423	0	0	0	-34,9949	2-1	
	2	5,09902	COMB1	Combination	-19,175	-5,423	0	0	0	18,151	2-1	
	2	10,19804	COMB1	Combination	-17,175	4,577	0	0	0	20,3066	2-1	
	3	0	COMB1	Combination	-17,615	-2,381	0	0	0	20,3066	3-1	
	3	5,09902	COMB1	Combination	-19,615	7,619	0	0	0	6,9514	3-1	
	3	10,19804	COMB1	Combination	-21,615	17,619	0	0	0	-57,3941	3-1	
	4	0	COMB1	Combination	-21,516	-17,74	0	0	0	-57,3941	4-1	
	4	2,5	COMB1	Combination	-21,516	-30,24	0	0	0	2,58	4-1	
	4	5	COMB1	Combination	-21,516	-42,74	0	0	0	93,804	4-1	

Record: << < 1 > >> of 12

Add Tables... Done

Figura 36 Esfuerzos en SAP 2000

S Joint Displacements

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Joint Displacements

Filter:

	Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
▶	1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
	2	COMB1	Combination	0,004915	0	-8,5E-05	0	0,003271	0
	3	COMB1	Combination	0,014649	0	-0,049641	0	-0,001593	0
	4	COMB1	Combination	0,024378	0	-9,5E-05	0	0,002219	0
	5	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

Record: << < 1 > >> of 5

Add Tables... Done

Figura 37 Desplazamientos en SAP 2000

- UNIÓN SEMIRRÍGIDA SOLDADA. PÓRTICO CUBIERTA A DOS AGUAS

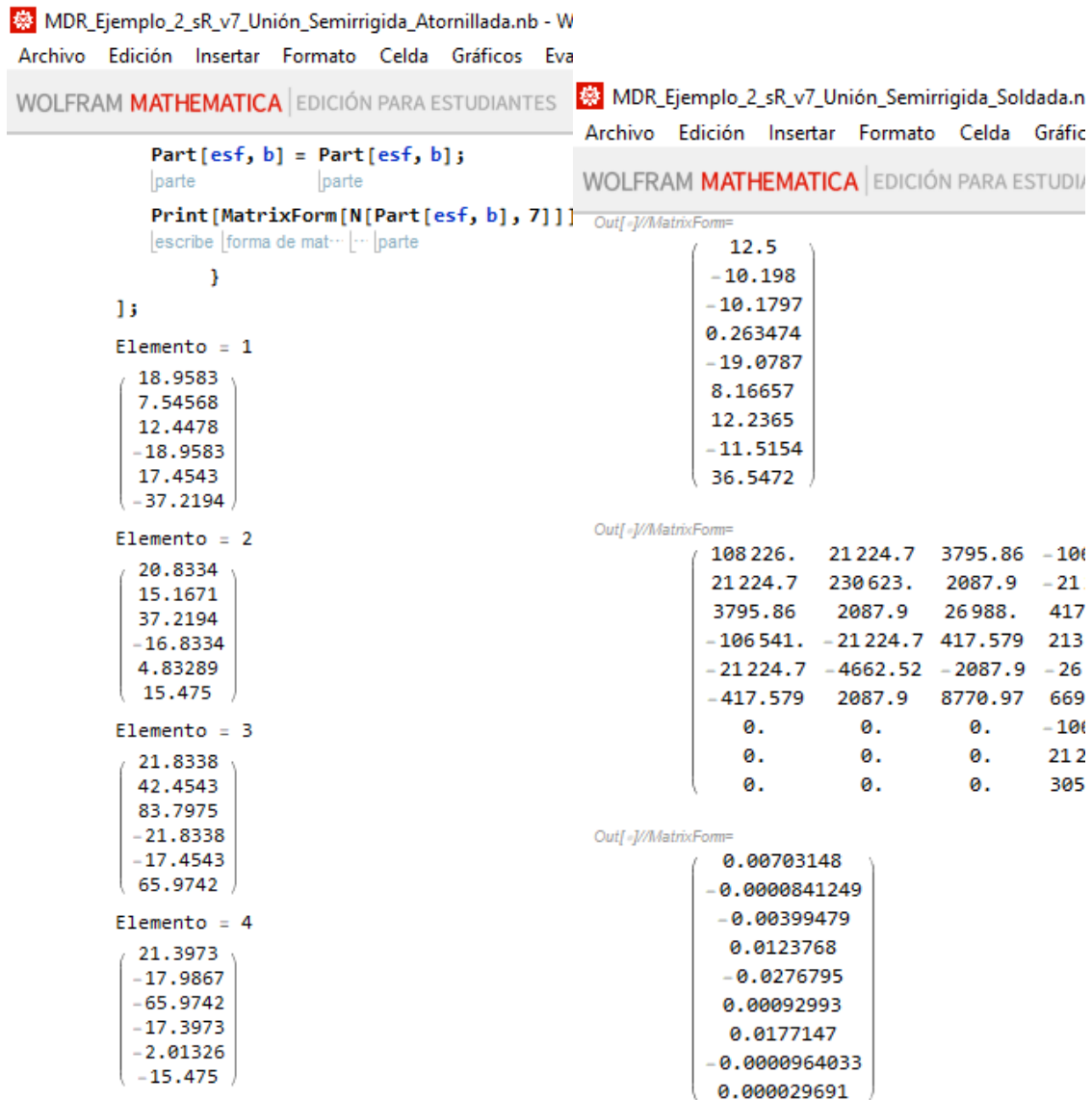


Figura 38 Esfuerzos y desplazamientos Unión Semirrígida Soldada

Element Forces - Frames

Units: As Noted

Filter:

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
1	0	COMB1	Combination	-19,276	7,26	0	0	0	8,7968	1-1
1	2,5	COMB1	Combination	-19,276	-5,24	0	0	0	6,2708	1-1
1	5	COMB1	Combination	-19,276	-17,74	0	0	0	34,9949	1-1
2	0	COMB1	Combination	-21,175	-15,423	0	0	0	-34,9949	2-1
2	5,09902	COMB1	Combination	-19,175	-5,423	0	0	0	18,151	2-1
2	10,19804	COMB1	Combination	-17,175	4,577	0	0	0	20,3066	2-1
3	0	COMB1	Combination	-17,615	-2,381	0	0	0	20,3066	3-1
3	5,09902	COMB1	Combination	-19,615	7,619	0	0	0	6,9514	3-1
3	10,19804	COMB1	Combination	-21,615	17,619	0	0	0	-57,3941	3-1
4	0	COMB1	Combination	-21,516	-17,74	0	0	0	-57,3941	4-1
4	2,5	COMB1	Combination	-21,516	-30,24	0	0	0	2,58	4-1
4	5	COMB1	Combination	-21,516	-42,74	0	0	0	93,804	4-1

Record: 1 of 12

Figura 39 Esfuerzos en SAP 2000

Joint Displacements

Units: As Noted

Filter:

Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
2	COMB1	Combination	0,004915	0	-8,5E-05	0	0,003271	0
3	COMB1	Combination	0,014649	0	-0,049641	0	-0,001593	0
4	COMB1	Combination	0,024378	0	-9,5E-05	0	0,002219	0
5	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

Record: 1 of 5

Figura 40 Desplazamientos en SAP 2000

- UNIÓN RÍGIDA. PÓRTICO CUBIERTA A DOS AGUAS

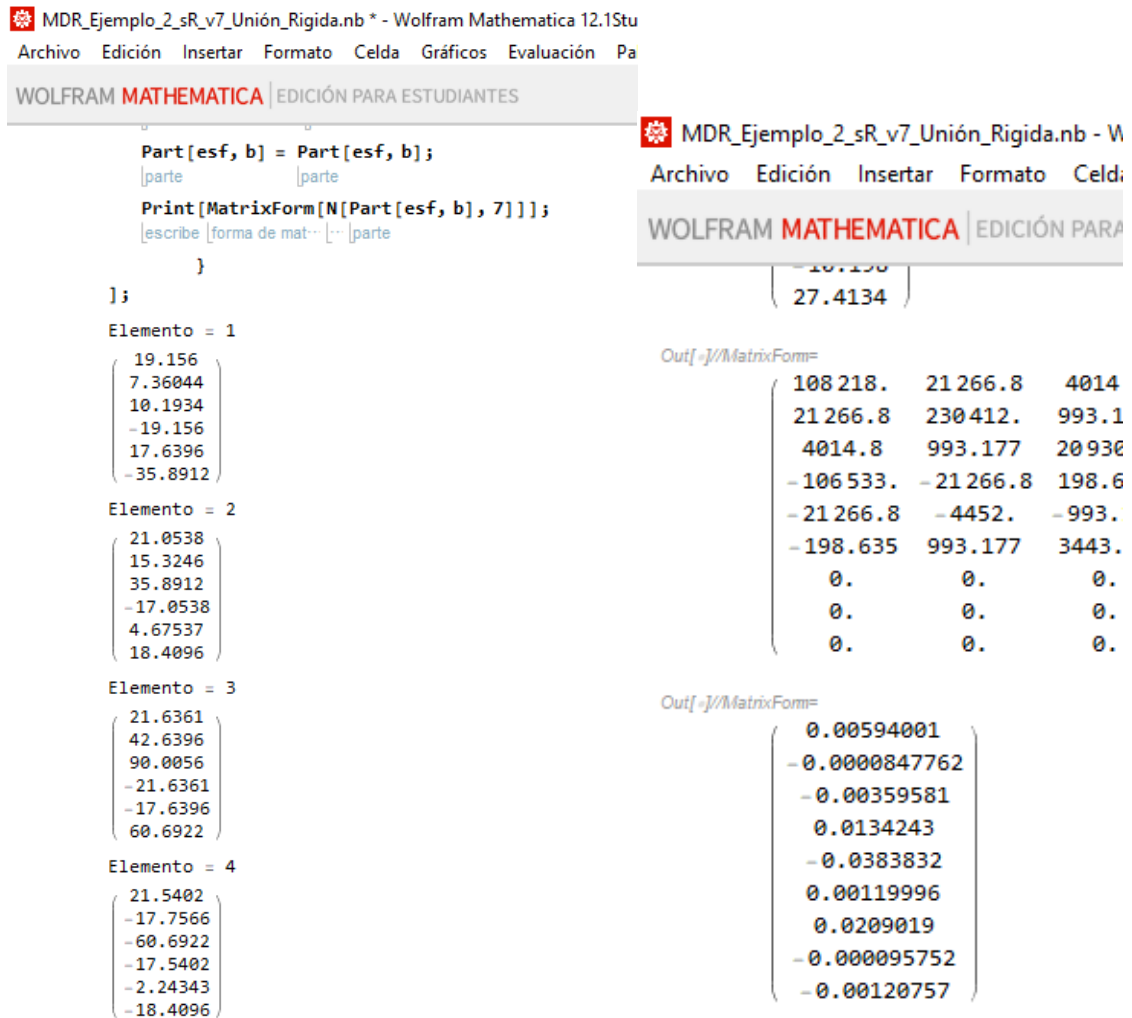


Figura 41 Esfuerzos y desplazamientos Unión Rígida Pórtico a dos aguas

Element Forces - Frames

Units: As Noted

Filter:

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text	Element
1	0	COMB1	Combination	-19,158	7,498	0	0	0	10,8759	1-1	
1	2,5	COMB1	Combination	-19,158	-5,002	0	0	0	7,7555	1-1	
1	5	COMB1	Combination	-19,158	-17,502	0	0	0	35,885	1-1	
2	0	COMB1	Combination	-20,919	-15,353	0	0	0	-35,885	2-1	
2	5,09902	COMB1	Combination	-18,919	-5,353	0	0	0	16,9055	2-1	
2	10,19804	COMB1	Combination	-16,919	4,647	0	0	0	18,7059	2-1	
3	0	COMB1	Combination	-17,405	-2,218	0	0	0	18,7059	3-1	
3	5,09902	COMB1	Combination	-19,405	7,782	0	0	0	4,5198	3-1	
3	10,19804	COMB1	Combination	-21,405	17,782	0	0	0	-60,6566	3-1	
4	0	COMB1	Combination	-21,635	-17,502	0	0	0	-60,6566	4-1	
4	2,5	COMB1	Combination	-21,635	-30,002	0	0	0	-1,277	4-1	
4	5	COMB1	Combination	-21,635	-42,502	0	0	0	89,3526	4-1	

Record: 1 of 12

Figura 42 Esfuerzos en SAP 2000

Joint Displacements

Units: As Noted

Filter:

Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
2	COMB1	Combination	0,00612	0	-8,5E-05	0	0,003694	0
3	COMB1	Combination	0,013805	0	-0,039377	0	-0,001192	0
4	COMB1	Combination	0,021482	0	-9,6E-05	0	0,00112	0
5	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

Record: 1 of 5

Figura 43 Desplazamientos en SAP 2000

- UNIÓN ARTICULADA. PÓRTICO CUBIERTA PLANA

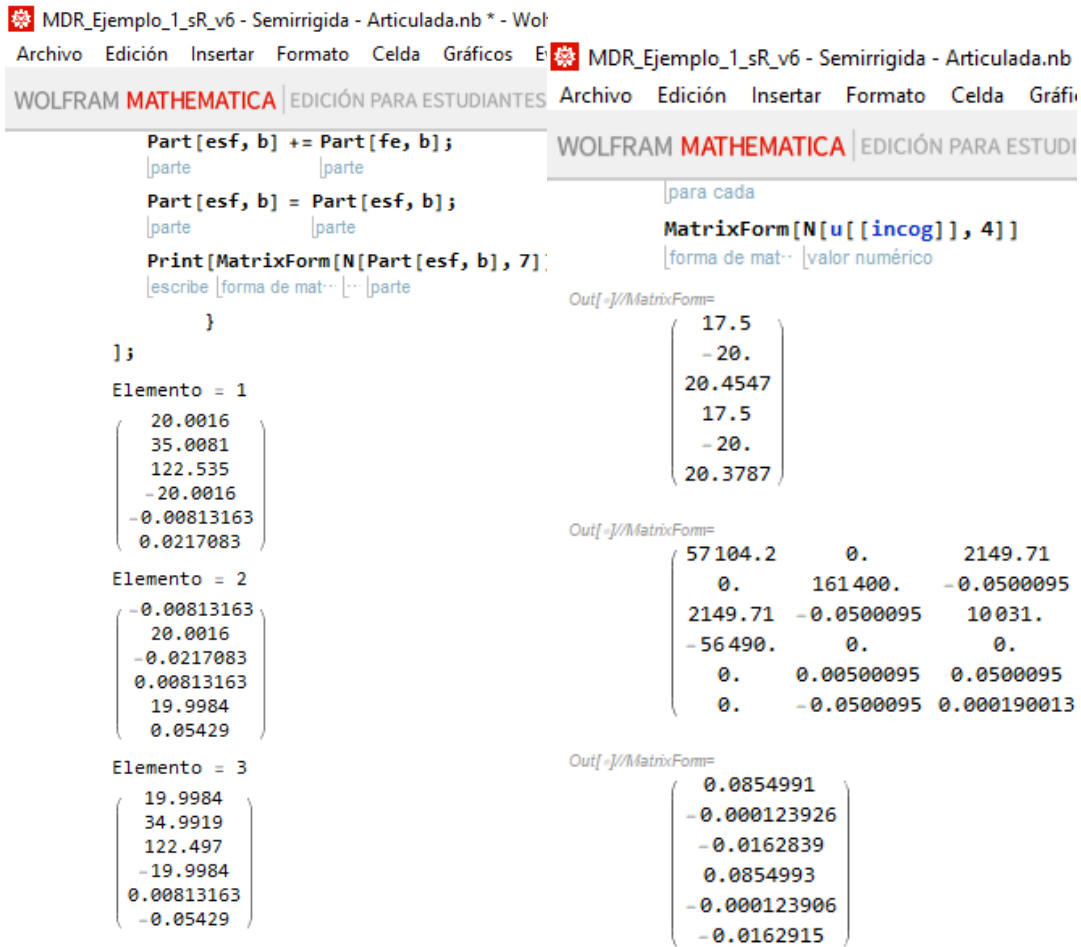


Figura 44 Esfuerzos y desplazamientos Unión Articulada Pórtico cubierta plana

S Element Forces - Frames

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted

Filter:

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
1	0	COMB1	Combination	-20	35	0	0	0	122,5	1-1
1	3,5	COMB1	Combination	-20	17,5	0	0	0	30,625	1-1
1	7	COMB1	Combination	-20	-1,455E-14	0	0	0	-2,91E-14	1-1
2	0	COMB1	Combination	-9,313E-13	-20	0	0	0	0	2-1
2	0,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-19	0	0	0	9,75	2-1
2	1	COMB1	Combination	-9,313E-13	-18	0	0	0	19	2-1
2	1,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-17	0	0	0	27,75	2-1
2	2	COMB1	Combination	-9,313E-13	-16	0	0	0	36	2-1
2	2,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-15	0	0	0	43,75	2-1
2	3	COMB1	Combination	-9,313E-13	-14	0	0	0	51	2-1
2	3,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-13	0	0	0	57,75	2-1
2	4	COMB1	Combination	-9,313E-13	-12	0	0	0	64	2-1
2	4,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-11	0	0	0	69,75	2-1
2	5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-10	0	0	0	75	2-1
2	5,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-9	0	0	0	79,75	2-1
2	6	COMB1	Combination	-9,313E-13	-8	0	0	0	84	2-1
2	6,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-7	0	0	0	87,75	2-1
2	7	COMB1	Combination	-9,313E-13	-6	0	0	0	91	2-1
2	7,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-5	0	0	0	93,75	2-1
2	8	COMB1	Combination	-9,313E-13	-4	0	0	0	96	2-1
2	8,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-3	0	0	0	97,75	2-1
2	9	COMB1	Combination	-9,313E-13	-2	0	0	0	99	2-1
2	9,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-1	0	0	0	99,75	2-1
2	10	COMB1	Combination	-9,313E-13	-3,638E-15	0	0	0	100	2-1
2	10,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	1	0	0	0	99,75	2-1

Record: << < 1 > >> of 47

Figura 45 Esfuerzos en SAP 2000

S Element Forces - Frames

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted

Filter:

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
2	9,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	-1	0	0	0	99,75	2-1
2	10	COMB1	Combination	-9,313E-13	-3,638E-15	0	0	0	100	2-1
2	10,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	1	0	0	0	99,75	2-1
2	11	COMB1	Combination	-9,313E-13	2	0	0	0	99	2-1
2	11,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	3	0	0	0	97,75	2-1
2	12	COMB1	Combination	-9,313E-13	4	0	0	0	96	2-1
2	12,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	5	0	0	0	93,75	2-1
2	13	COMB1	Combination	-9,313E-13	6	0	0	0	91	2-1
2	13,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	7	0	0	0	87,75	2-1
2	14	COMB1	Combination	-9,313E-13	8	0	0	0	84	2-1
2	14,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	9	0	0	0	79,75	2-1
2	15	COMB1	Combination	-9,313E-13	10	0	0	0	75	2-1
2	15,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	11	0	0	0	69,75	2-1
2	16	COMB1	Combination	-9,313E-13	12	0	0	0	64	2-1
2	16,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	13	0	0	0	57,75	2-1
2	17	COMB1	Combination	-9,313E-13	14	0	0	0	51	2-1
2	17,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	15	0	0	0	43,75	2-1
2	18	COMB1	Combination	-9,313E-13	16	0	0	0	36	2-1
2	18,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	17	0	0	0	27,75	2-1
2	19	COMB1	Combination	-9,313E-13	18	0	0	0	19	2-1
2	19,5	COMB1	Combination	-9,313E-13	19	0	0	0	9,75	2-1
2	20	COMB1	Combination	-9,313E-13	20	0	0	0	4,729E-14	2-1
3	0	COMB1	Combination	-20	1,819E-14	0	0	0	-7,276E-15	3-1
3	3,5	COMB1	Combination	-20	-17,5	0	0	0	30,625	3-1
3	7	COMB1	Combination	-20	-35	0	0	0	122,5	3-1

Record: << < 1 > >> of 47

Figura 46 Esfuerzos en SAP 2000

The screenshot shows the 'Joint Displacements' window in SAP 2000. The window title is 'Joint Displacements' and it has a menu bar with 'File', 'View', 'Edit', 'Format-Filter-Sort', 'Select', and 'Options'. Below the menu bar, it says 'Units: As Noted' and 'Filter:'. The main area contains a table with the following data:

Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
2	COMB1	Combination	0,086229	0	-0,000124	0	0,016289	0
3	COMB1	Combination	0,086229	0	-0,000124	0	0,016289	0
4	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

At the bottom of the window, there is a 'Record:' section with navigation buttons (left arrow, right arrow) and the text '1 of 4'. There are also buttons for 'Add Tables...' and 'Done'.

Figura 47 Desplazamientos en SAP 2000

• UNIÓN SEMIRRÍGIDA ATORNILLADA. PÓRTICO CUBIERTA PLANA

```

MDR_Ejemplo_1_sR_v6 - Semirrigida - Atornillada.nb * - Wolfram M
Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluació
WOLFRAM MATHEMATICA | EDICIÓN PARA ESTUDIANTES
]
Part[esf, b] += Part[fe, b];
Part[esf, b] = Part[esf, b];
Print[MatrixForm[N[Part[esf, b], 7]]];
];
Elemento = 1
( 16.8862
  21.5439
  60.0493
 -16.8862
  13.4561
 -31.742 )
Elemento = 2
( 13.4561
  16.8862
  31.742
 -13.4561
  23.1138
 -94.019 )
Elemento = 3
( 23.1138
  48.4561
  122.674
 -23.1138
 -13.4561
  94.019 )

M = K[[incog, incog]];
MatrixForm[N[M, 3]]
sol = LinearSolve[M, cargas];
For[i = 1, i <= ngdl - orden, i++, u[[incog
MatrixForm[N[u[[incog]], 4]]
Out[49]/MatrixForm=
( 17.5
 -20.
 -54.9555
 17.5
 -20.
 95.7888 )
Out[51]/MatrixForm=
( 57104.2 0. 2149.71 -56490.
 0. 161440. 402.969 0.
 2149.71 402.969 15054.1 0.
 -56490. 0. 0. 57104.2
 0. -40.2969 -402.969 0.
 0. 402.969 3037.26 2149.71 )
Out[54]/MatrixForm=
( 0.0421407
 -0.000104623
 -0.0101591
 0.0419025
 -0.000143208
 0.00242794 )

```

Figura 48 Esfuerzos y desplazamientos Unión Semirrígida atornillada Cubierta Plana

Frame Text	Station m	Output Case	Case Type Text	P N	V2 N	V3 N	T N-m	M2 N-m	M3 N-m	FrameElem Text
1	0	COMB1	Combination	-17514,29	24046,78	0	0	0	72474,04	1-1
1	3,5	COMB1	Combination	-17514,29	6546,78	0	0	0	18935,31	1-1
1	7	COMB1	Combination	-17514,29	-10953,22	0	0	0	26846,58	1-1
2	0	COMB1	Combination	-10953,22	-17514,29	0	0	0	-26846,58	2-1
2	0,5	COMB1	Combination	-10953,22	-16514,29	0	0	0	-18139,43	2-1
2	1	COMB1	Combination	-10953,22	-15514,29	0	0	0	-10132,28	2-1
2	1,5	COMB1	Combination	-10953,22	-14514,29	0	0	0	-2625,14	2-1
2	2	COMB1	Combination	-10953,22	-13514,29	0	0	0	4382,01	2-1
2	2,5	COMB1	Combination	-10953,22	-12514,29	0	0	0	10889,15	2-1
2	3	COMB1	Combination	-10953,22	-11514,29	0	0	0	16896,3	2-1
2	3,5	COMB1	Combination	-10953,22	-10514,29	0	0	0	22403,44	2-1
2	4	COMB1	Combination	-10953,22	-9514,29	0	0	0	27410,59	2-1
2	4,5	COMB1	Combination	-10953,22	-8514,29	0	0	0	31917,74	2-1
2	5	COMB1	Combination	-10953,22	-7514,29	0	0	0	35924,88	2-1
2	5,5	COMB1	Combination	-10953,22	-6514,29	0	0	0	39432,03	2-1

Figura 49 Esfuerzos en SAP 2000

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P N	V2 N	V3 N	T N-m	M2 N-m	M3 N-m	FrameElem Text
2	5,5	COMB1	Combination	-10953,22	-8514,29	0	0	0	39432,03	2-1
2	6	COMB1	Combination	-10953,22	-5514,29	0	0	0	42439,17	2-1
2	6,5	COMB1	Combination	-10953,22	-4514,29	0	0	0	44946,32	2-1
2	7	COMB1	Combination	-10953,22	-3514,29	0	0	0	46953,46	2-1
2	7,5	COMB1	Combination	-10953,22	-2514,29	0	0	0	48460,61	2-1
2	8	COMB1	Combination	-10953,22	-1514,29	0	0	0	49467,75	2-1
2	8,5	COMB1	Combination	-10953,22	-514,29	0	0	0	49974,9	2-1
2	9	COMB1	Combination	-10953,22	485,71	0	0	0	49982,05	2-1
2	9,5	COMB1	Combination	-10953,22	1485,71	0	0	0	49489,19	2-1
2	10	COMB1	Combination	-10953,22	2485,71	0	0	0	48496,34	2-1
2	10,5	COMB1	Combination	-10953,22	3485,71	0	0	0	47003,48	2-1
2	11	COMB1	Combination	-10953,22	4485,71	0	0	0	45010,63	2-1
2	11,5	COMB1	Combination	-10953,22	5485,71	0	0	0	42517,77	2-1
2	12	COMB1	Combination	-10953,22	6485,71	0	0	0	39524,92	2-1
2	12,5	COMB1	Combination	-10953,22	7485,71	0	0	0	36032,06	2-1

Figura 50 Esfuerzos en SAP 2000

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P N	V2 N	V3 N	T N-m	M2 N-m	M3 N-m	FrameElem Text
2	15	COMB1	Combination	-10953,22	12485,71	0	0	0	11067,79	2-1
2	15,5	COMB1	Combination	-10953,22	13485,71	0	0	0	4574,94	2-1
2	16	COMB1	Combination	-10953,22	14485,71	0	0	0	-2417,92	2-1
2	16,5	COMB1	Combination	-10953,22	15485,71	0	0	0	-9910,77	2-1
2	17	COMB1	Combination	-10953,22	16485,71	0	0	0	-17903,62	2-1
2	17,5	COMB1	Combination	-10953,22	17485,71	0	0	0	-26396,48	2-1
2	18	COMB1	Combination	-10953,22	18485,71	0	0	0	-35389,33	2-1
2	18,5	COMB1	Combination	-10953,22	19485,71	0	0	0	-44882,19	2-1
2	19	COMB1	Combination	-10953,22	20485,71	0	0	0	-54875,04	2-1
2	19,5	COMB1	Combination	-10953,22	21485,71	0	0	0	-65367,9	2-1
2	20	COMB1	Combination	-10953,22	22485,71	0	0	0	-76360,75	2-1
3	0	COMB1	Combination	-22485,71	-10953,22	0	0	0	-76360,75	3-1
3	3,5	COMB1	Combination	-22485,71	-28453,22	0	0	0	-7399,48	3-1
3	7	COMB1	Combination	-22485,71	-45953,22	0	0	0	122811,78	3-1

Figura 51 Esfuerzos en SAP 2000

Joint Displacements

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Joint Displacements

Filter:

	Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
▶	1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
	2	COMB1	Combination	0,051621	0	-0,000109	0	0,011626	0
	3	COMB1	Combination	0,051427	0	-0,000139	0	0,00112	0
	4	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

Record: << < 1 > >> of 4

Add Tables... Done

Figura 52 Desplazamientos en SAP 2000

• UNIÓN SEMIRRÍGIDA SOLDADA. PÓRTICO CUBIERTA PLANA

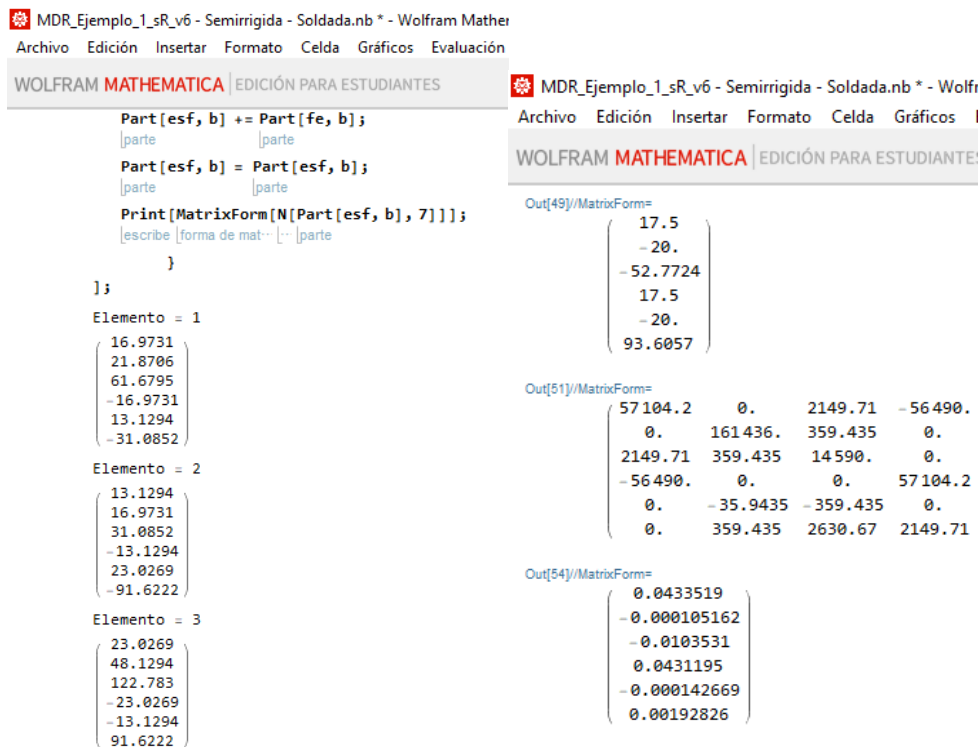


Figura 53 Esfuerzos y desplazamientos Unión semirrígida soldada Pórtico cubierta plana

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
1	0	COMB1	Combination	-17,456	23,819	0	0	0	71,3672	1-1
1	3,5	COMB1	Combination	-17,456	6,319	0	0	0	18,6257	1-1
1	7	COMB1	Combination	-17,456	-11,181	0	0	0	27,1342	1-1
2	0	COMB1	Combination	-11,181	-17,456	0	0	0	-27,1342	2-1
2	0,5	COMB1	Combination	-11,181	-16,456	0	0	0	-18,6563	2-1
2	1	COMB1	Combination	-11,181	-15,456	0	0	0	-10,6783	2-1
2	1,5	COMB1	Combination	-11,181	-14,456	0	0	0	-3,2003	2-1
2	2	COMB1	Combination	-11,181	-13,456	0	0	0	3,7777	2-1
2	2,5	COMB1	Combination	-11,181	-12,456	0	0	0	10,2556	2-1
2	3	COMB1	Combination	-11,181	-11,456	0	0	0	16,2336	2-1
2	3,5	COMB1	Combination	-11,181	-10,456	0	0	0	21,7116	2-1
2	4	COMB1	Combination	-11,181	-9,456	0	0	0	26,6896	2-1
2	4,5	COMB1	Combination	-11,181	-8,456	0	0	0	31,1675	2-1
2	5	COMB1	Combination	-11,181	-7,456	0	0	0	35,1455	2-1
2	5,5	COMB1	Combination	-11,181	-6,456	0	0	0	38,6235	2-1

Figura 54 Esfuerzos en SAP 2000

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
2	5,5	COMB1	Combination	-11,181	-6,456	0	0	0	38,6235	2-1
2	6	COMB1	Combination	-11,181	-5,456	0	0	0	41,6014	2-1
2	6,5	COMB1	Combination	-11,181	-4,456	0	0	0	44,0794	2-1
2	7	COMB1	Combination	-11,181	-3,456	0	0	0	46,0574	2-1
2	7,5	COMB1	Combination	-11,181	-2,456	0	0	0	47,5354	2-1
2	8	COMB1	Combination	-11,181	-1,456	0	0	0	48,5133	2-1
2	8,5	COMB1	Combination	-11,181	-0,456	0	0	0	48,9913	2-1
2	9	COMB1	Combination	-11,181	0,544	0	0	0	48,9693	2-1
2	9,5	COMB1	Combination	-11,181	1,544	0	0	0	48,4473	2-1
2	10	COMB1	Combination	-11,181	2,544	0	0	0	47,4252	2-1
2	10,5	COMB1	Combination	-11,181	3,544	0	0	0	45,9032	2-1
2	11	COMB1	Combination	-11,181	4,544	0	0	0	43,8812	2-1
2	11,5	COMB1	Combination	-11,181	5,544	0	0	0	41,3592	2-1
2	12	COMB1	Combination	-11,181	6,544	0	0	0	38,3371	2-1
2	12,5	COMB1	Combination	-11,181	7,544	0	0	0	34,8151	2-1

Figura 55 Esfuerzos en SAP 2000

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
2	15	COMB1	Combination	-11,181	12,544	0	0	0	9,705	2-1
2	15,5	COMB1	Combination	-11,181	13,544	0	0	0	3,183	2-1
2	16	COMB1	Combination	-11,181	14,544	0	0	0	-3,8391	2-1
2	16,5	COMB1	Combination	-11,181	15,544	0	0	0	-11,3611	2-1
2	17	COMB1	Combination	-11,181	16,544	0	0	0	-19,3831	2-1
2	17,5	COMB1	Combination	-11,181	17,544	0	0	0	-27,9051	2-1
2	18	COMB1	Combination	-11,181	18,544	0	0	0	-36,9272	2-1
2	18,5	COMB1	Combination	-11,181	19,544	0	0	0	-46,4492	2-1
2	19	COMB1	Combination	-11,181	20,544	0	0	0	-56,4712	2-1
2	19,5	COMB1	Combination	-11,181	21,544	0	0	0	-66,9932	2-1
2	20	COMB1	Combination	-11,181	22,544	0	0	0	-78,0153	2-1
3	0	COMB1	Combination	-22,544	-11,181	0	0	0	-78,0153	3-1
3	3,5	COMB1	Combination	-22,544	-28,681	0	0	0	-8,2567	3-1
3	7	COMB1	Combination	-22,544	-46,181	0	0	0	122,7518	3-1

Figura 56 Esfuerzos en SAP 2000

Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
2	COMB1	Combination	0,050808	0	-0,000108	0	0,011502	0
3	COMB1	Combination	0,05061	0	-0,00014	0	0,000779	0
4	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

Figura 57 Desplazamientos en SAP 2000

• UNIÓN RÍGIDA. PÓRTICO CUBIERTA PLANA

```

MDR_Ejemplo_1_sR_v6 - Semirrigida - Rigida.nb * - Wolfram Mathematica
MDR_Ejemplo_1_sR_v6 - Semirrigida - Rigida.nb *
Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación
WOLFRAM MATHEMATICA | EDICIÓN PARA ESTUDIANTES
WOLFRAM MATHEMATICA | EDICIÓN PARA ESTU

Part[esf, b] = k[Ai, Ii, L, vEi, ki].T[λx, .
|parte
Part[esf, b] += Part[fe, b];
|parte |parte
Part[esf, b] = Part[esf, b];
|parte |parte
Print[MatrixForm[N[Part[esf, b], 7]]];
|escribe |forma de mat... |parte
}
];
Elemento = 1
( 17.2342
 22.8658
 66.6055
-17.2342
 12.1342
-29.0448 )
Elemento = 2
( 12.1342
 17.2342
 29.0448
-12.1342
 22.7658
-84.3616 )
Elemento = 3
( 22.7658
 47.1342
 123.078
-22.7658
-12.1342
 84.3616 )

sol = LinearSolve[M, cargas];
|resuelve ecuación lineal

For[i = 1, i <= ngdl - orden, i++,
|para cada
MatrixForm[N[u[ [incog] ], 4]]
|forma de mat... |valor numérico

Out[49]/MatrixForm=
( 17.5
 -20.
-46.25
 17.5
 -20.
 87.0833 )

Out[51]/MatrixForm=
( 57104.2 0. 2149.71 -56.
 0. 161426. 263.34 0
 2149.71 263.34 13543.2 0
-56490. 0. 0. 57104.2
 0. -26.334 -263.34 0
 0. 263.34 1755.6 2149.71 )

Out[54]/MatrixForm=
( 0.0469857
-0.000106779
-0.0109284
 0.0467709
-0.000141052
 0.000422076 )
    
```

Figura 58 Esfuerzos y desplazamientos Unión Rígida Pórtico cubierta plana

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
1	0	COMB1	Combination	-17,237	22,974	0	0	0	67,2355	1-1
1	3,5	COMB1	Combination	-17,237	5,474	0	0	0	17,4506	1-1
1	7	COMB1	Combination	-17,237	-12,026	0	0	0	28,9158	1-1
2	0	COMB1	Combination	-12,026	-17,237	0	0	0	-28,9158	2-1
2	0,5	COMB1	Combination	-12,026	-16,237	0	0	0	-20,5474	2-1
2	1	COMB1	Combination	-12,026	-15,237	0	0	0	-12,6789	2-1
2	1,5	COMB1	Combination	-12,026	-14,237	0	0	0	-5,3105	2-1
2	2	COMB1	Combination	-12,026	-13,237	0	0	0	1,5579	2-1
2	2,5	COMB1	Combination	-12,026	-12,237	0	0	0	7,9264	2-1
2	3	COMB1	Combination	-12,026	-11,237	0	0	0	13,7948	2-1
2	3,5	COMB1	Combination	-12,026	-10,237	0	0	0	19,1633	2-1
2	4	COMB1	Combination	-12,026	-9,237	0	0	0	24,0317	2-1
2	4,5	COMB1	Combination	-12,026	-8,237	0	0	0	28,4002	2-1
2	5	COMB1	Combination	-12,026	-7,237	0	0	0	32,2686	2-1
2	5,5	COMB1	Combination	-12,026	-6,237	0	0	0	35,6371	2-1

Figura 59 Esfuerzos en SAP 2000

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
2	3	COMB1	Combination	-12,026	-11,237	0	0	0	13,7948	2-1
2	3,5	COMB1	Combination	-12,026	-10,237	0	0	0	19,1633	2-1
2	4	COMB1	Combination	-12,026	-9,237	0	0	0	24,0317	2-1
2	4,5	COMB1	Combination	-12,026	-8,237	0	0	0	28,4002	2-1
2	5	COMB1	Combination	-12,026	-7,237	0	0	0	32,2686	2-1
2	5,5	COMB1	Combination	-12,026	-6,237	0	0	0	35,6371	2-1
2	6	COMB1	Combination	-12,026	-5,237	0	0	0	38,5055	2-1
2	6,5	COMB1	Combination	-12,026	-4,237	0	0	0	40,874	2-1
2	7	COMB1	Combination	-12,026	-3,237	0	0	0	42,7424	2-1
2	7,5	COMB1	Combination	-12,026	-2,237	0	0	0	44,1108	2-1
2	8	COMB1	Combination	-12,026	-1,237	0	0	0	44,9793	2-1
2	8,5	COMB1	Combination	-12,026	-0,237	0	0	0	45,3477	2-1
2	9	COMB1	Combination	-12,026	0,763	0	0	0	45,2162	2-1
2	9,5	COMB1	Combination	-12,026	1,763	0	0	0	44,5846	2-1
2	10	COMB1	Combination	-12,026	2,763	0	0	0	43,4531	2-1

Figura 60 Esfuerzos en SAP 2000

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN	V3 KN	T KN-m	M2 KN-m	M3 KN-m	FrameElem Text
2	15	COMB1	Combination	-12,026	12,763	0	0	0	4,6375	2-1
2	15,5	COMB1	Combination	-12,026	13,763	0	0	0	-1,994	2-1
2	16	COMB1	Combination	-12,026	14,763	0	0	0	-9,1256	2-1
2	16,5	COMB1	Combination	-12,026	15,763	0	0	0	-16,7572	2-1
2	17	COMB1	Combination	-12,026	16,763	0	0	0	-24,8887	2-1
2	17,5	COMB1	Combination	-12,026	17,763	0	0	0	-33,5203	2-1
2	18	COMB1	Combination	-12,026	18,763	0	0	0	-42,6518	2-1
2	18,5	COMB1	Combination	-12,026	19,763	0	0	0	-52,2834	2-1
2	19	COMB1	Combination	-12,026	20,763	0	0	0	-62,4149	2-1
2	19,5	COMB1	Combination	-12,026	21,763	0	0	0	-73,0465	2-1
2	20	COMB1	Combination	-12,026	22,763	0	0	0	-84,178	2-1
3	0	COMB1	Combination	-22,763	-12,026	0	0	0	-84,178	3-1
3	3,5	COMB1	Combination	-22,763	-29,526	0	0	0	-11,4629	3-1
3	7	COMB1	Combination	-22,763	-47,026	0	0	0	122,5023	3-1

Figura 61 Esfuerzos en SAP 2000

Joint Text	OutputCase	CaseType Text	U1 m	U2 m	U3 m	R1 Radians	R2 Radians	R3 Radians
1	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0
2	COMB1	Combination	0,047757	0	-0,000107	0	0,011034	0
3	COMB1	Combination	0,047544	0	-0,000141	0	-0,0005	0
4	COMB1	Combination	0	0	0	0	0	0

Figura 62 Desplazamiento en SAP 2000