



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Modelado, calibración y simulación de una  
plataforma multiconfigurable y transitable**

**Autor:**

**Alonso Polo, Luis**

**Tutor(es):**

**Lorenzana Ibán, Antolín**

**Magdaleno González, Álvaro**

**Valladolid, junio 2021**

## Resumen

Se va a trabajar con una plataforma compuesta por 10 vigas de madera de 13,5 metros de longitud situada en el laboratorio S10 de la Escuela de Ingenierías Industriales de Valladolid, la cual puede adoptar múltiples configuraciones. Las más interesantes se tratan con detalle en este documento.

La intención es primeramente realizar un modelado sólido de las diferentes configuraciones tratadas con el software CATIA, consecutivo de un análisis estático y modal de la plataforma con el software SAP2000. Seguido de un proceso de calibrado para obtener un “gemelo digital” de la plataforma del laboratorio, que permite extrapolar el estudio a las demás configuraciones que puede adoptar la plataforma sin la necesidad de armar in situ dichas configuraciones.

## Palabras clave

Plataforma transitable

Modelado numérico

Elementos finitos

Modelado sólido

Gemelo digital

## Abstract

We are going to work with a walkable platform composed of 10 wooden beams of 13.5 meters in length located in the S10 laboratory of the School of Industrial Engineering of Valladolid, which can adopt multiple configurations. The most interesting ones are covered in detail in this document.

The intention is to first perform a solid modeling of the different configurations treated with the CATIA software, followed by a static, dynamic and modal analysis of the platform with the SAP2000 software. This is followed by a calibration process to obtain a “digital twin” of the laboratory platform, which allows the study to be extrapolated to the other configurations that the platform can adopt without the need to assemble these configurations in situ.

## Keywords

Walkable platform

Numerical modeling

Finite elements

Solid modeling

Digital twin

## Índice

1.	Introducción y objetivos .....	9
1.1	Introducción .....	9
1.2	Objetivos.....	10
2.	Marco teórico.....	11
2.1	Análisis Estático .....	11
2.2	Análisis Modal .....	15
3.	Descripción de la plataforma.....	17
4.	Estudio experimental de la plataforma.....	21
4.1	Estado de las vigas .....	23
4.2	Descripción de los ensayos.....	23
4.3	Resultados.....	25
5.	Modelado sólido de la plataforma.....	29
5.1	Componentes del modelo .....	29
5.1.1	Vigas .....	29
5.1.2	Varillas.....	31
5.1.3	Resortes de tracción .....	32
5.1.4	Grapas.....	33
5.1.5	Arandela 100 mm.....	34
5.1.6	Pilares.....	34
5.1.7	Durmientes .....	35
5.1.8	Abarcón compuesto de abrazadera y angular.....	36
5.1.9	Tornillería .....	39
5.2	Plataforma referencia.....	39
5.3	Plataforma biapoyada .....	41
5.4	Plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes.....	41
5.5	Plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes.....	42
5.6	Plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes.....	42
5.7	Plataforma con carga .....	43
5.8	Plataforma no ideal .....	44
5.9	Instrumentos de medida .....	44
6.	Simulación de la plataforma con SAP2000.....	45
6.1	Calibración de la plataforma referencia.....	45
6.1.1	Modelo barra.....	45

6.1.2	Modelo Shell.....	67
6.2	Plataforma biapoyada .....	72
6.3	Plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes .....	74
6.4	Plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes .....	76
6.5	Plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes .....	78
6.6	Plataforma con carga .....	80
6.7	Plataforma no ideal .....	82
6.8	Plataforma con voladizos.....	83
7.	Conclusiones y líneas futuras .....	85
7.1	Conclusiones.....	85
7.2	Repercusiones .....	85
7.3	Líneas futuras.....	86
	Bibliografía.....	87

## Índice de figuras

Figura 1. Croquis de una viga biapoyada [3].....	11
Figura 2. Viga biapoyada con carga puntual F genérica [5].....	12
Figura 3. Viga biapoyada con carga uniforme q en todo el vano [5].....	12
Figura 4. Viga biapoyada con carga puntual F centrada [5].....	13
Figura 5. Valores de $\lambda_i$ para una viga biapoyada [9].....	16
Figura 6. Configuración de las vigas de la plataforma.....	17
Figura 7. Propiedades mecánicas de la madera de abeto laminada [10].....	18
Figura 8. Vista lateral de un apoyo elástico de la plataforma.....	19
Figura 9. Plataforma referencia.....	20
Figura 10. Acelerómetro MEAS 7114A.....	21
Figura 11. Imán de goma con forma de disco.....	22
Figura 12. Célula de carga YZA-516C 2t.....	22
Figura 13. Ejemplo de viga central de la plataforma (vigas 6-4-5-3-0-2-7-8)	29
Figura 14. Vista ampliada de la viga central de la plataforma (vigas 6-4-5-3-0-2-7-8).....	30
Figura 15. Ejemplo de viga lateral de la plataforma (vigas 1 y 9).....	30
Figura 16. Vista ampliada de la viga lateral de la plataforma (vigas 1 y 9) ...	31
Figura 17. Varilla roscada de 1030 mm.....	31
Figura 18. Resorte de tracción con 6632,65 N/m de rigidez.....	32
Figura 19. Grapa.....	33
Figura 20. Arandela 100 mm.....	34
Figura 21. Pilar.....	35
Figura 22. Durmiente.....	35
Figura 23. Angular.....	36
Figura 24. Abrazadera.....	37
Figura 25. Abarcón.....	37
Figura 26. Percha.....	38
Figura 27. Tornillería utilizada en el ensamblaje.....	39
Figura 28. Plataforma referencia.....	39
Figura 29. Apoyo fijo.....	40
Figura 30. Apoyo elástico.....	40
Figura 31. Plataforma biapoyada.....	41
Figura 32. Plataforma con 3 apoyos fijos.....	41
Figura 33. Plataforma con 5 apoyos fijos.....	42
Figura 34. Plataforma con 3 apoyos elásticos.....	42
Figura 35. Plataforma de referencia con carga puntual.....	43
Figura 36. Plataforma de referencia con carga distribuida.....	43
Figura 37. Plataforma no ideal.....	44
Figura 38. Vista ampliada de la colocación de los instrumentos de medida en la plataforma.....	44
Figura 39. Definición de la cuadrícula de trabajo.....	46
Figura 40. Propiedades del material en SAP2000.....	47
Figura 41. Definición de la sección de las vigas en SAP2000.....	47
Figura 42. Propiedades del objeto.....	48

Figura 43. Definición de los apoyos.....	48
Figura 44. Viga de la plataforma modelo barra .....	48
Figura 45. Vista 3D de la viga de la plataforma modelo barra .....	49
Figura 46. Reacciones de la viga sometida a su propio peso .....	50
Figura 47. Definición del patrón de carga F.....	51
Figura 48. Aplicación de fuerza puntual F.....	51
Figura 49. Deformada de la viga con carga F .....	51
Figura 50. División de la viga en elementos finitos.....	52
Figura 51. Opciones de análisis.....	53
Figura 52. Definición de caso de carga modal .....	53
Figura 53. Definición del material de las varillas .....	57
Figura 54. Definición de la sección de las varillas .....	58
Figura 55. Definición de apoyo elástico .....	59
Figura 56. Definición de las masas .....	60
Figura 57. Modificadores de la sección rectangular .....	61
Figura 58. Modelo calibrado de la plataforma referencia con SAP2000 vista en 3D.....	62
Figura 59. Modo F1 plataforma referencia .....	62
Figura 60. Modo F2 plataforma referencia .....	63
Figura 61. Modo T1 plataforma referencia .....	63
Figura 62. Modo F3 plataforma referencia .....	64
Figura 63. Modo T2 plataforma referencia .....	64
Figura 64. Lista de los materiales creados para las vigas reales .....	66
Figura 65. Lista de las secciones creadas para las vigas reales .....	66
Figura 66. Definición de la sección de la viga en el modelo Shell .....	67
Figura 67. Creación de áreas a partir del modelo barra .....	68
Figura 68. Viga de la plataforma modelo Shell.....	69
Figura 69. Vista 3D de la viga de la plataforma modelo shell .....	69
Figura 70. Vista 3D de la plataforma referencia realizada con el modelo Shell .....	70
Figura 71. Eliminación del apoyo elástico.....	72
Figura 72. Plataforma biapoyada vista en 2D .....	73
Figura 73. Definición de un apoyo fijo.....	74
Figura 74. Plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes vista en 2D.....	75
Figura 75. Definición de un apoyo fijo.....	76
Figura 76. Plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes vista en 2D.....	77
Figura 77. Definición de apoyo libre .....	78
Figura 78. Definición de los apoyos elásticos.....	78
Figura 79. Plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes vista en 2D.....	79
Figura 80. Masa lineal de 2000 kg .....	80
Figura 81. Plataforma cargada con 2000 kg vista en 2D.....	81
Figura 82. Plataforma no ideal vista en 2D .....	82
Figura 83. Plataforma con 1 voladizo.....	83
Figura 84. Plataforma con 2 voladizos.....	84

## Índice de tablas

Tabla 1. Identificación de los acelerómetros.....	24
Tabla 2. Masas y rigideces de las vigas, frecuencias propias y factores de amortiguamiento crítico .....	25
Tabla 3. Masas de las vigas corregidas y frecuencias propias .....	26
Tabla 4. Desplazamientos y rigideces teóricos de las vigas y comparativa con las rigideces experimentales .....	27
Tabla 5. Valores de las frecuencias de los 6 primeros modos obtenidos con la ecuación (5) .....	27
Tabla 6. Comparación modos propios obtenidos experimentalmente y teóricos en todas las vigas .....	28
Tabla 7. Modos propios de la viga promedio obtenidos con SAP .....	54
Tabla 8. Comparación modos propios obtenidos con SAP y experimentales en viga promedio .....	54
Tabla 9. Comparación modos propios obtenidos con SAP y teóricos en viga promedio .....	54
Tabla 10. Comparación modos propios obtenidos con SAP y experimentales en todas las vigas .....	55
Tabla 11. Comparación modos propios obtenidos con SAP y teóricos en todas las vigas.....	56
Tabla 12. Masas de los componentes fijados a la plataforma .....	59
Tabla 13. Modos plataforma referencia experimentales .....	65
Tabla 14. Modos plataforma referencia del modelo calibrado y error respecto a experimentales .....	65
Tabla 15. Comparativa modos plataforma referencia con vigas promedio y vigas reales.....	66
Tabla 16. Comparación modos propios verticales experimentales y obtenidos con modelo Shell .....	70
Tabla 17. Modos plataforma referencia experimentales .....	71
Tabla 18. Comparativa modos experimentales y modos plataforma modelo Shell.....	71
Tabla 19. Modos propios plataforma biapoyada .....	73
Tabla 20. Comparativa de los modos de flexión obtenidos en la simulación y obtenidos con la fórmula para el caso de plataforma biapoyada .....	74
Tabla 21. Modos propios plataforma con 3 apoyos equidistantes.....	75
Tabla 22. Modos propios plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes.....	77
Tabla 23. Modos plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes .....	79
Tabla 24. Modos de la plataforma cargada con 2000 kg.....	81
Tabla 25. Modos de la plataforma no ideal.....	82
Tabla 26. Modos propios de la plataforma con 1 voladizo .....	84
Tabla 27. Modos propios de la plataforma con 2 voladizos .....	84

# 1. Introducción y objetivos

## 1.1 Introducción

A lo largo de la historia el ser humano ha construido plataformas peatonales debido a la necesidad de movilidad de los ciudadanos. Desde la segunda guerra mundial esta necesidad de movilidad se ha visto incrementada, por lo que se han construido plataformas en general más esbeltas y ligeras, que son más propensas a vibraciones producidas por el tránsito de peatones.

[1] Estas vibraciones pueden llegar a ser peligrosas, por lo que es necesario invertir en planes de mantenimiento. En la actualidad, estos planes de mantenimiento se basan en las conclusiones de una inspección visual acompañada de técnicas no destructivas. La efectividad del mantenimiento depende de las habilidades y experiencia del inspector y de que la transmisión de la información al ingeniero evaluador sea de la manera más precisa y clara posible.

Debido a la necesidad de disponer de la información con mayor frecuencia e incluso de manera continua, surge la monitorización de la salud de las plataformas durante su vida útil. [2] Esta monitorización es lo que se conoce como SHM (Structural Health Monitoring) y consiste en detectar cambios en el material o en las condiciones geométricas de la plataforma que puedan afectar negativamente a sus propiedades.

Uno de los pilares fundamentales para el funcionamiento del SHM es la generación de un gemelo digital de la plataforma, aspecto que es parte de este TFG.

Se denomina gemelo digital a los modelos que son capaces de representar el comportamiento real de la plataforma durante su vida útil.

Disponer del gemelo digital permite la simulación de escenarios de carga y diferentes tipos de sollicitaciones, a la vez que permite extraer conclusiones sobre el comportamiento de la plataforma con distintas configuraciones de esta.

## 1.2 Objetivos

Con la realización del Trabajo de Fin de Grado se pretende alcanzar los siguientes objetivos:

- Elaborar un modelo 3D realista con el software CATIA de la plataforma ubicada en el laboratorio.
- Tras un proceso de calibración, obtener un “gemelo digital” de la plataforma, modelando esta con el software SAP2000.
- Contrastar los resultados obtenidos experimentalmente con los obtenidos de los modelos realizados e interpretar si la simulación es buena.

## 2. Marco teórico

Se presenta en esta sección de forma simplificada el fundamento teórico que sustenta el Trabajo de Fin de Grado. En este caso, se considera la plataforma como una viga biapoyada en sus extremos. Haciendo un análisis estático y modal de la viga.

El modelo de viga biapoyada se muestra en la siguiente figura:



*Figura 1. Croquis de una viga biapoyada [3]*

### 2.1 Análisis Estático

El principal objetivo del análisis estático de las estructuras es la evaluación de un estado tensional de una estructura sometida a fuerzas constantes en el tiempo. [4] Esta evaluación se realiza generalmente con el fin de sondear las características de diseño adoptadas contra el criterio de resistencia. Sin embargo, el diseño de las estructuras viene condicionado muchas veces por su rigidez más que por su resistencia. Por lo que tanto esfuerzos como desplazamientos tienen valores máximos admisibles bajo la acción de cargas.

Como guía para facilitar el estudio de la respuesta de las vigas a ciertas cargas, existe un prontuario básico de estructuras. Para este caso, solo es necesario manejar los apartados de viga simplemente apoyada, para la que se tienen los siguientes casos de carga distintos:

- Viga simplemente apoyada con carga puntual F genérica

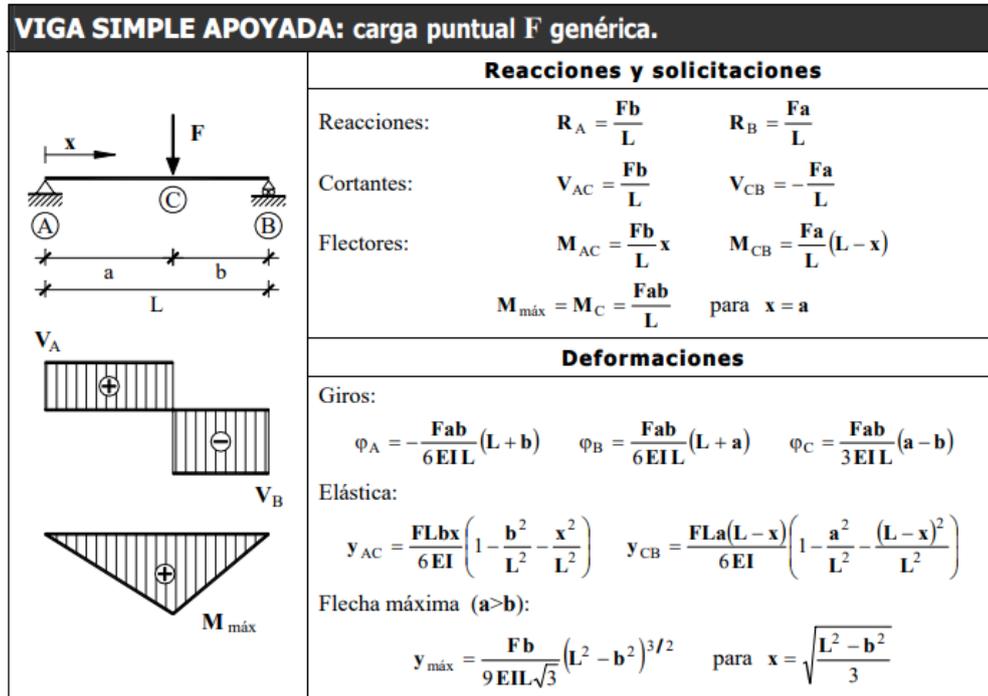


Figura 2. Viga biapoyada con carga puntual F genérica [5]

- Viga simplemente apoyada con carga uniforme q en todo el vano

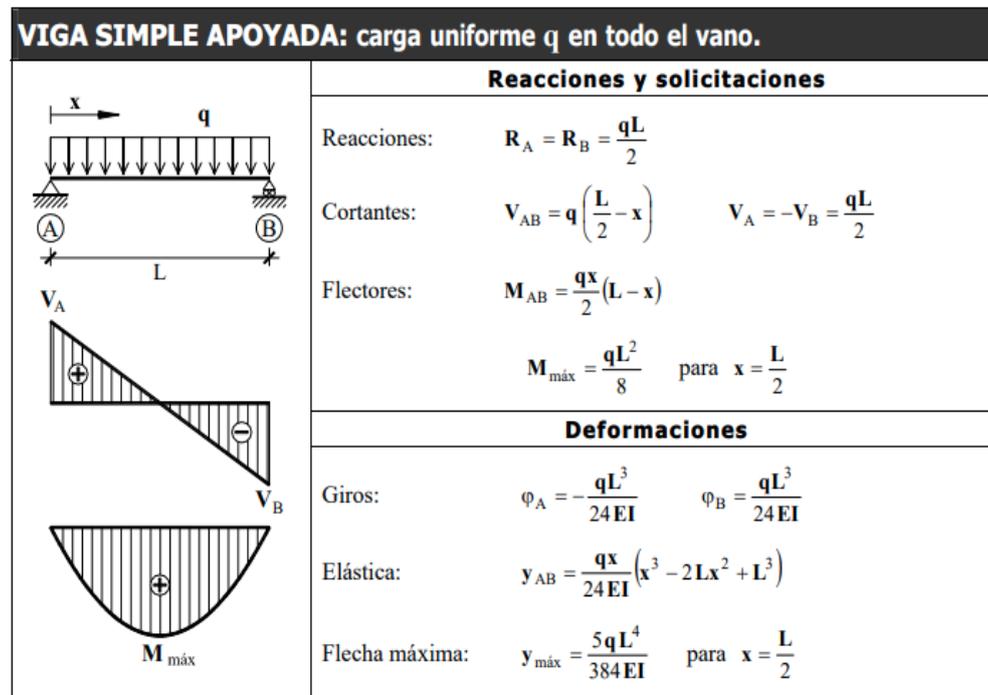


Figura 3. Viga biapoyada con carga uniforme q en todo el vano [5]

De este prontuario cabe destacar la ecuación para hallar la flecha máxima bajo la acción de una carga puntual centrada.

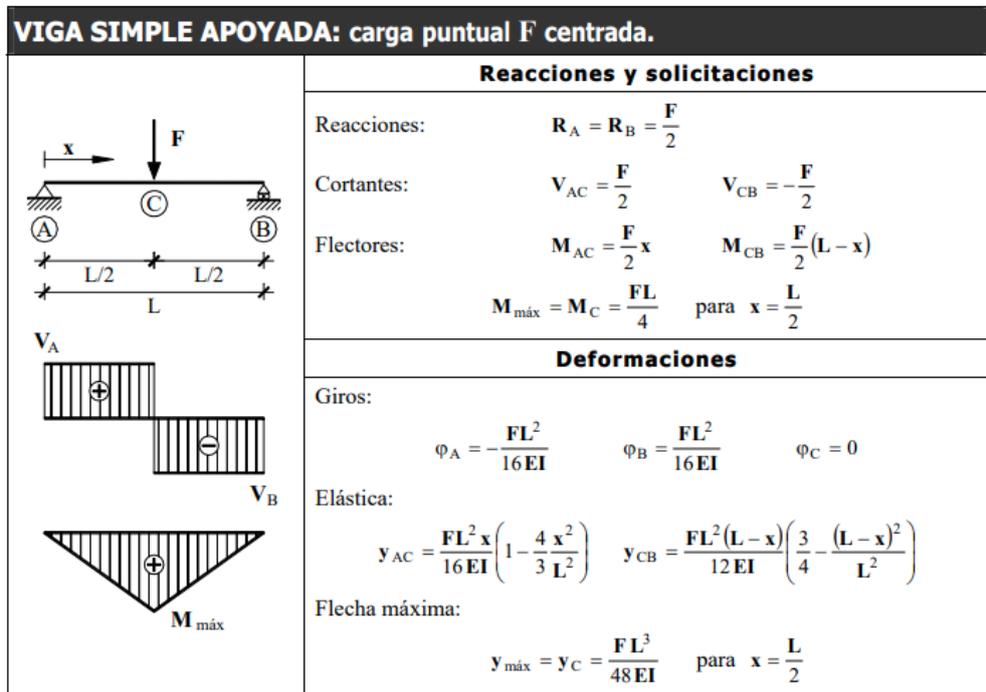


Figura 4. Viga biapoyada con carga puntual  $F$  centrada [5]

$$\delta = \frac{FL^3}{48EI} \quad (1)$$

Como  $F=k\delta$ , la rigidez  $k$  es:

$$k = \frac{48EI}{L^3} \quad (2)$$

, siendo:

$y_c$ : Desplazamiento vertical máximo (m)

$F$ : Carga puntual aplicada (N)

$L$ : Longitud de la viga (m)

$E$ : Módulo de Young del material de la viga (N/m<sup>2</sup>)

$I$ : Momento de inercia de la sección transversal de la viga respecto a su eje neutro (m<sup>4</sup>)

$K$ : Rigidez de la viga (N·m)

También hay que tener en cuenta la tensión normal máxima de la viga y comprobar que es menor que la resistencia de flexión del material, que para este caso es de 24 MPa.

La tensión normal máxima se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{\frac{I_z \cdot 2}{h}} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{\frac{(bh^3/12) \cdot 2}{h}} \quad (3)$$

, siendo:

$\sigma$ : Tensión normal máxima (Pa)

$M_{m\acute{a}x}$ : Momento máximo (N·m)

b: Base de la sección de la viga (m)

h: Altura de la sección de la viga (m)

El momento máximo de la viga supuesta biapoyada sometida a su propio peso es de 1330 N·m, teniendo en cuenta que la sección de la viga es de 100x140 mm, se obtiene una tensión normal máxima de 4 MPa.

Se deduce, por lo tanto, que la viga no sufre rotura ya que la tensión normal máxima es menor que la resistencia a flexión de la madera.

## 2.2 Análisis Modal

El análisis modal consiste en determinar las frecuencias naturales, los modos de vibración y parámetros como el factor de amortiguamiento de una estructura durante su vibración libre. Se asume que el sistema permanece invariable en el tiempo y que puede ser considerado un sistema lineal.

Todas las estructuras poseen frecuencias naturales que dependen de variables tales como la masa, la rigidez o el amortiguamiento de esta. [6] Estas frecuencias naturales tienen asociado un modo de vibración a cada una de ellas. Es importante identificar las frecuencias naturales para anticipar cual va a ser la respuesta de la estructura ante una carga excitadora con una frecuencia cercana a la natural que actúa sobre ella.

El resultado del análisis modal es un modelo matemático del comportamiento dinámico de la estructura cargada. [7] Este modelo puede usarse para simular distintos escenarios de la estructura con la finalidad de obtener parámetros de la estructura en dichos escenarios. En este TFG se llevará a cabo la calibración del modelo obteniendo un “gemelo digital” de la plataforma que permite el estudio de distintos escenarios, sin la necesidad de llevar estos escenarios a la práctica en el laboratorio.

El análisis modal se utiliza también como método de monitorización de la vida estructural. Pudiendo detectar los daños que surgen en la plataforma e incluso prever la vida en servicio de los componentes de la plataforma

[8] Las formas modales y frecuencias naturales de una viga delgada son función de un índice entero  $i$ , el cual se asocia con el número de medias ondas de flexión en la forma modal. Para cada  $i$  hay una frecuencia natural y una forma modal. Si la viga vibra libremente, entonces la deformación transversal total es la suma de las deformaciones modales.

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^n A_i \tilde{y}_i(x) \text{sen}(2\pi\omega_i t + \phi_i) \quad (4)$$

, siendo:

$\tilde{y}_i$ : Forma modal asociada con la  $i$ -ésima vibración modal

$A_i$ : Constante de la  $i$ -ésima vibración modal (m)

$\omega_i$ : Frecuencia natural de la  $i$ -ésima vibración modal (Hz)

$\phi_i$ : Ángulo de fase de la  $i$ -ésima vibración modal (rad)

$A_i$  y  $\phi_i$  son determinados por los medios utilizados para poner la viga en movimiento

La frecuencia natural en Hz puede generalmente ser expresada de la forma:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \quad (5)$$

Pudiendo también ser expresada en rad/s de la forma:

$$\omega_i = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \quad (6)$$

, siendo en ambas formas:

$\lambda_i$ : Parámetro adimensional el cual es una función de las condiciones de frontera aplicadas a la viga

$L$ : Longitud de la viga (m)

$E$ : Módulo de Young del material de la viga (N/m<sup>2</sup>)

$I$ : Momento de inercia de la sección transversal de la viga respecto a su eje neutro (m<sup>4</sup>)

$\rho$ : Densidad lineal de la viga (kg/m)

Los valores de  $\lambda_i$  que se introducen en la ecuación (5) o (6) para calcular las frecuencias naturales se toma de la tabla que se encuentra en la figura 5 [5]. Estos valores dependen de las condiciones de frontera que tenga la viga, para este caso se usa la de viga biapoyada.

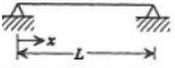
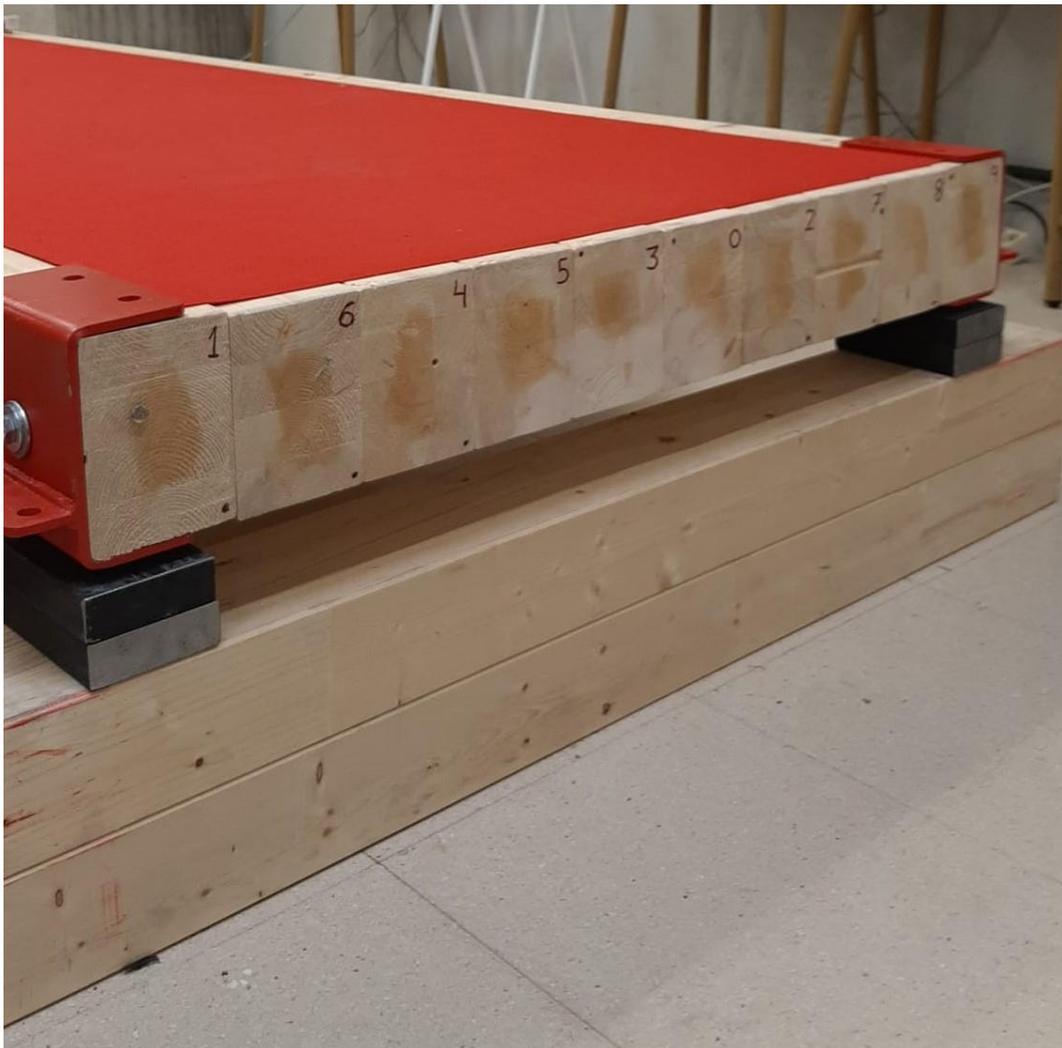
Notation			
$E = \text{modulus of elasticity}$		$\rho = \text{mass per unit length}$	
$I = \text{moment of inertia}$		$L = \text{length of the beam}$	
Natural frequency: $\omega_i \text{ (rad/s)} = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \left(\frac{EI}{\rho}\right)^{1/2}$		$f_i \text{ (Hz)} = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{\rho}\right)^{1/2}$	
Boundary Conditions	$\lambda_i, i = 1, 2, 3, \dots$	Mode Shapes	$\beta_i, i = 1, 2, 3, \dots$
<b>1.</b> Pinned-pinned 	$i\pi$	$\sin \frac{i\pi x}{L}$	

Figura 5. Valores de  $\lambda_i$  para una viga biapoyada [9]

### 3. Descripción de la plataforma

La plataforma está formada por 10 vigas de madera de abeto laminada, de 100x140 mm<sup>2</sup> de sección nominal y de 13,5 m de longitud nominal. Las aristas longitudinales están ligeramente redondeadas. Las vigas numeradas del 0-9 están taladradas mediante 13 perforaciones de 12 mm de diámetro equidistantes y centradas (1,1125 m de separación y 0,075 m de recubrimiento en cada extremo). La configuración de las vigas de la plataforma es: 1-6-4-5-3-0-2-7-8-9, como se ve en la Figura 6.



*Figura 6. Configuración de las vigas de la plataforma*

El material utilizado para las vigas es madera de abeto laminado GL 24h cuyas propiedades mecánicas según EN 14080:2013 son las siguientes:

Clases de resistencia	GL 24c	GL 24h	GL 28c	GL 30h
Módulo de elasticidad $E //_{\text{mean}}$	11.000 N/mm <sup>2</sup>	11.500 N/mm <sup>2</sup>	12.500 N/mm <sup>2</sup>	13.600 N/mm <sup>2</sup>
$E \perp_{\text{mean}}$	300 N/mm <sup>2</sup>	300 N/mm <sup>2</sup>	300 N/mm <sup>2</sup>	300 N/mm <sup>2</sup>
Módulo de empuje $G_{\text{mean}}$	650 N/mm <sup>2</sup>	650 N/mm <sup>2</sup>	650 N/mm <sup>2</sup>	650 N/mm <sup>2</sup>
Resistencia a la flexión $\sigma_{0,05}$	24 N/mm <sup>2</sup>	24 N/mm <sup>2</sup>	28 N/mm <sup>2</sup>	30 N/mm <sup>2</sup>
Resistencia a la tracción $\sigma t //_{0,05}$	17 N/mm <sup>2</sup>	19,2 N/mm <sup>2</sup>	19,5 N/mm <sup>2</sup>	24 N/mm <sup>2</sup>
$\sigma t \perp_{0,05}$	0,5 N/mm <sup>2</sup>	0,5 N/mm <sup>2</sup>	0,5 N/mm <sup>2</sup>	0,5 N/mm <sup>2</sup>
Resistencia a la presión $\sigma c //_{0,05}$	21,5 N/mm <sup>2</sup>	24 N/mm <sup>2</sup>	24 N/mm <sup>2</sup>	30 N/mm <sup>2</sup>
$\sigma c \perp_{0,05}$	2,5 N/mm <sup>2</sup>	2,5 N/mm <sup>2</sup>	2,5 N/mm <sup>2</sup>	2,5 N/mm <sup>2</sup>
Selección de las láminas	DIN 4074: T 1 S 7 / S 10  EN 338: C 18  EN 14080:2013: T 9 / T 14	DIN 4074: T 1 S 10  EN 338: C 24  EN 14080:2013: T 14	DIN 4074: T 1 S 10 / S 13  EN 338: C 24 / C 35  EN 14080:2013: T 14 / T 21	EN 14080:2013: T 22
Encolado	según EN 301/302, para todas las clases de empleo según EN 14080:2013			
Producción	según EN 14080:2013, clases de empleo 1 y 2 (lámina hasta 45 mm de espesor), clase de empleo 3 (lámina hasta 35 mm), conforme a la CE según EN 14080:2013			
Calidad de la superficie	calidad vista o industrial según ÖNORM B 2215			
Tolerancias de medidas	según EN 14080:2013 anchura, altura $\pm 2$ mm, longitud $\pm 0,5$ %			

Figura 7. Propiedades mecánicas de la madera de abeto laminada [10]

Las vigas se mantienen unidas ya que en las perforaciones practicadas se alojan varillas roscadas M10 calidad 8.8 de 1,030 m de longitud.

La plataforma formada por las 10 vigas descansa en ambos extremos sobre dos durmientes de 100x140 mm<sup>2</sup> de sección nominal de madera de abeto laminada, localizados uno encima del otro como se ve en la Figura 6 quedando una separación respecto del suelo de unos 28cm. Esta forma de apoyar la plataforma es a lo que en este TFG se denomina apoyo fijo.

Además de los apoyos fijos situados en los extremos, la plataforma descansa en la parte central sobre muelles de tracción, con una rigidez total de unos 20000 N/m aproximadamente. Los muelles se unen a la plataforma mediante una grapa que está fijada a la varilla roscada mediante una tuerca. Esta grapa tiene practicados 3 agujeros para enganchar las anillas inferiores de los muelles, así mismo, en la parte superior los muelles se enganchan en un angular con 3 agujeros, que forma parte de una percha que está fijada sobre un durmiente de madera localizado en el suelo. En la Figura 8 se observa el lateral del apoyo central de la plataforma. Esta forma de apoyar la plataforma es a lo que en este TFG se denomina apoyo elástico.



*Figura 8. Vista lateral de un apoyo elástico de la plataforma*

Esta configuración de la plataforma con dos apoyos fijos en ambos extremos y un apoyo elástico en el punto central está construida en el laboratorio S10 de la Escuela de Ingenierías Industriales como se aprecia en la Figura 9. A esta configuración es a la que se denomina a lo largo de este documento como plataforma de referencia y es la configuración de la cual se crea el “gemelo digital”.



*Figura 9. Plataforma referencia*

La plataforma referencia queda fuera de los casos del prontuario, ya que estos solo funcionan para el caso de vigas biapoyadas y la plataforma del laboratorio no se comporta como una viga biapoyada.

## 4. Estudio experimental de la plataforma

El estudio experimental de la plataforma de madera fue llevado a cabo por el tutor del presente TFG ayudado por el profesor Álvaro Magdaleno González, quienes a posteriori proporcionaron los resultados post-procesados para utilizarlos en el proceso de calibrado de la plataforma.

Se detalla a continuación el material instrumental utilizado para realizar el análisis experimental.

### Acelerómetros

Los acelerómetros son dispositivos que miden la amplitud de la aceleración del movimiento de una estructura. Si no se ven afectados por una aceleración externa, los acelerómetros únicamente miden las aceleraciones en su propio eje, dando como salida un voltaje que es traducido como una aceleración.

Los acelerómetros utilizados son tipo piezoeléctricos modelo MEAS 7114A de 1000mV/g.

Estos acelerómetros se colocan en unos agujeros practicados en las vigas de la plataforma, mediante un imán que el propio fabricante provee junto a ellos. Estos imanes se fijan al acelerómetro mediante un disco metálico avellanado, que se une al acelerómetro mediante un tornillo que se aloja en la parte inferior de este. Los imanes que el proveedor entrega con los acelerómetros no son apropiados para el estudio, puesto que se necesitaba mucha fuerza para lograr retirarlos, por lo que se opta por reemplazar estos imanes por unos discos de goma magnéticos con menos fuerza de sujeción.



Figura 10. Acelerómetro MEAS 7114A



Figura 11. Imán de goma con forma de disco

### Célula de carga

Sobre ella se aplica la fuerza de excitación, que es registrada y convertida en una señal eléctrica medible. Son del modelo YZC-516C de hasta 2 toneladas.



Figura 12. Célula de carga YZA-516C 2t

### Láser

Se usa para medir el incremento de desplazamiento de la viga al ejercer una carga sobre ella.

## 4.1 Estado de las vigas

Las vigas son perfiles de madera de abeto laminada, de 140x100 mm<sup>2</sup> de sección nominal y de 13,5 m de longitud nominal. Las aristas longitudinales están ligeramente redondeadas. Las vigas numeradas del 0-9 están taladradas mediante 13 perforaciones de 12 mm de diámetro equidistantes y centradas (1,1125 m de separación y 0,075 m de recubrimiento en cada extremo). Se ensayan sin aplicar tratamiento superficial. Unas pocas vigas presentan imperfecciones y todas miden algo más de 13,5 m (como máximo 1 cm, 0,07% de la longitud, despreciable a todos los efectos).

## 4.2 Descripción de los ensayos

### Masa

Se emplea un pesa-maletas para izar la viga de un extremo, con el otro simplemente apoyado. Se repite la operación en ambos extremos de la viga y se suman las dos indicaciones.

### Rigidez

Todas las vigas se ensayan siguiendo el mismo procedimiento: bi-apoyadas sobre los vástagos que atraviesan los taladros extremos, quedando una longitud efectiva de 13,35 m. Se mide la flecha en el punto medio bajo una carga estática mediante un láser que se encuentra siempre en la misma referencia para obtener una rigidez equivalente en ese punto y esa dirección. Se emplea siempre la misma masa, 12,07 kg (118,4 N). La rigidez es la relación entre la carga aplicada y el incremento de la flecha medio (ecuación 7).

$$k = \frac{F}{\Delta} \text{ [N/m]} \quad (7)$$

### Frecuencias propias y factores de amortiguamiento crítico

Todas las vigas se ensayan siguiendo el mismo procedimiento: bi-apoyadas sobre los vástagos que atraviesan los taladros extremos, quedando una longitud efectiva de 13,35 m. Se emplean cuatro acelerómetros: dos en la dirección vertical y otros dos en la dirección horizontal. Se colocan por pares a las cotas L/4 (3,4125 m desde extremo, 3,3375 m desde taladro) y L/2 (6,75 m y 6,675 m, respectivamente) con la intención de capturar los tres primeros modos. Se asumen las formas modales canónicas senoidales. Se emplean el SIRUIS-FRF, para operar las FRFs sobre la marcha y los siguientes acelerómetros:

Cota	Dirección	Modelo	Canal SIRIUS	Nombre
L/4	Vertical	15006	AI1	1V
	Horizontal	15008	AI2	1H
L/2	Vertical	15009	AI3	2V
	Horizontal	15010	AI4	2H

Tabla 1. Identificación de los acelerómetros

Como excitación se impacta con una célula de carga de hasta 2000 kg en el entorno de la cota L/4 en la dirección vertical, en las proximidades del acelerómetro 1V.

La mesa con el ordenador y el SIRIUS se encuentra entre ambos puntos y los cables se recogen mediante un soporte para reducir su influencia en el ensayo. No se utilizan alargadores de ningún tipo. Puesto que no se espera que los tres primeros modos tengan frecuencias superiores a los 30 Hz, se registra a 300 S/s. Los canales no se filtran más que con el filtro antialiasing predeterminado. Se configura el ensayo modal como impacto con 16384 líneas de frecuencia, por lo que  $\Delta f = 0,009155$  Hz. Se realizan un total de 3 promedios.

Las condiciones de temperatura y humedad son constantes durante el ensayo e iguales a 24°C y 55% respectivamente.

### 4.3 Resultados

Como resultados se almacenan las FRFs estimadas en todas las vigas. Los ficheros comienzan con el prefijo VMA, siguiéndole el número de viga ensayada. A continuación, se reproduce una tabla resumen con las masas y rigideces de cada viga, así como las frecuencias propias y factores de amortiguamiento crítico de los modos identificados.

Viga	Masa (kg)	Rigidez (N/m)	Vertical			Horizontal		
			Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 1	Modo 2	Modo 3
0	79,2	5406,4	1,91 Hz 0,61 %	7,61 Hz 0,33 %	16,75 Hz 0,39%	1,42 Hz 1,30 %	5,48 Hz 0,49 %	11,97 Hz 0,55 %
1	82	5147,8	1,83 Hz 0,46 %	7,24 Hz 0,34 %	16,24 Hz 0,34%	1,40 Hz 0,40 %	5,41 Hz 0,39 %	11,87 Hz 1,03 %
2	82,5	5665,1	1,88 Hz 0,43 %	7,52 Hz 0,36 %	16,55 Hz 0,32%	1,39 Hz 0,42 %	5,43 Hz 0,49 %	11,92 Hz 0,53 %
3	82,3	5406,4	1,85 Hz 0,36 %	7,25 Hz 0,31 %	16,18 Hz 0,33%	1,41 Hz 0,99 %	5,26 Hz 0,86 %	11,23 Hz 0,4 %
4	82,7	5775,6	1,90 Hz 0,41 %	7,44 Hz 0,34 %	16,55 Hz 0,80%	1,39 Hz 0,40 %	5,37 Hz 0,38 %	11,93 Hz 0,65 %
5	81,2	5558,7	1,90 Hz 0,34 %	7,56 Hz 0,36 %	16,83 Hz 0,34%	¿? Hz ¿? %	5,58 Hz 0,48 %	12,20 Hz ¿? %
6	82,9	5584,9	1,87 Hz 0,40 %	7,21 Hz 0,39 %	16,37 Hz 0,48%	1,41 Hz 0,62 %	5,46 Hz 0,34 %	12,30 Hz 0,40 %
7	82,8	5747,6	1,92 Hz 0,36 %	7,66 Hz 0,32 %	16,62 Hz 0,41%	¿? Hz ¿? %	5,50 Hz 0,51 %	11,93 Hz 0,60 %
8	80,3	5406,4	1,89 Hz 0,63 %	7,45 Hz 0,33 %	16,32 Hz 0,37%	1,47 Hz 0,80 %	5,61 Hz 0,30 %	12,26 Hz 0,43 %
9	86	5638,1	1,86 Hz 0,48 %	7,34 Hz 0,36 %	16,42 Hz 0,35%	1,41 Hz 0,88 %	5,41 Hz 0,44 %	11,97 Hz 0,70 %
$\mu$	82,2	5533,7	1,88 Hz 0,45 %	7,43 Hz 0,34 %	16,48 Hz 0,37%	1,41 Hz 0,73 %	5,45 Hz 0,47 %	11,96 Hz 0,59 %
$\sigma$	1,804	192,42	0,029 Hz 0,101 %	0,162 Hz 0,024 %	0,214 Hz 0,051%	0,026 Hz 0,326 %	0,101 Hz 0,155 %	0,30 Hz 0,198 %

Tabla 2. Masas y rigideces de las vigas, frecuencias propias y factores de amortiguamiento crítico

Las estimaciones de frecuencia y amortiguamiento se han realizado con la técnica del *circle fit* usando el software Dewesoft X3. Por causas experimentales, las celdas sombreadas en color salmón tienen una gran incertidumbre.

Cabe destacar de la Tabla 2 las dos últimas filas que corresponden con el promedio de los resultados de las vigas y la desviación típica. Se observa que la desviación es pequeña, por lo que a priori los resultados utilizando la viga promedio en lugar de 10 vigas distintas apenas variará. Esta hipótesis se demostrará más adelante en este TFG.

Una comprobación interesante es estimar, a partir de los valores de masa y rigidez experimentales, las primeras tres frecuencias propias. Para ello, se asume que la viga es perfectamente isótropa y que su masa modal es la mitad de la masa total. A esta masa total se le resta la fracción de viga entre los taladros extremos y el borde. Esta masa supone un 1,11 % de la masa total de la viga (0,15/13,5). Así, se tiene la siguiente masa corregida y los valores de las frecuencias propias con sus correspondientes errores respecto de los estimados experimentalmente.

Viga	Masa corr.	Modo 1		Modo 2		Modo 3	
		Valor	Error	Valor	Error	Valor	Error
0	78,3 kg	1,87 Hz	-2,09%	7,48 Hz	-1,71%	16,83 Hz	0,48%
1	81,1 kg	1,79 Hz	-2,00%	7,17 Hz	-0,92%	16,14 Hz	-0,61%
2	81,6 kg	1,88 Hz	-0,23%	7,50 Hz	-0,23%	16,88 Hz	2,00%
3	81,4 kg	1,83 Hz	-0,84%	7,34 Hz	1,21%	16,51 Hz	2,04%
4	81,8 kg	1,89 Hz	-0,45%	7,57 Hz	1,69%	17,02 Hz	2,86%
5	80,3 kg	1,87 Hz	-1,44%	7,49 Hz	-0,94%	16,85 Hz	0,14%
6	82 kg	1,86 Hz	-0,65%	7,43 Hz	3,07%	16,72 Hz	2,14%
7	81,9 kg	1,89 Hz	-1,78%	7,54 Hz	-1,53%	16,97 Hz	2,12%
8	79,4 kg	1,86 Hz	-1,74%	7,43 Hz	-0,28%	16,71 Hz	2,42%
9	85,0 kg	1,83 Hz	-1,47%	7,33 Hz	-0,13%	16,49 Hz	0,45%
$\mu$	81,3 kg	1,86 Hz	-1,27%	7,43 Hz	0,01%	16,71 Hz	1,40%

Tabla 3. Masas de las vigas corregidas y frecuencias propias

Dado que los ensayos se han realizado con las vigas biapoyadas se pueden aplicar las ecuaciones (1) y (7) del prontuario para hallar el desplazamiento vertical y la rigidez de cada viga. Además, se compara la rigidez experimental con la que se obtiene aplicando la ecuación (7):

	Viga 0	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Viga 5	Viga 6	Viga 7	Viga 8	Viga 9	Viga promedio
<b><math>\delta</math> (m)</b>	0,022	0,023	0,021	0,022	0,020	0,021	0,021	0,020	0,022	0,021	0,021
<b>k (N/m)</b>	5417,3	5158,2	5676,5	5417,3	5787,2	5569,9	5596,1	5759,2	5417,3	5649,4	5544,8
<b>k exp (N/m)</b>	5406,4	5147,8	5665,1	5406,4	5775,6	5558,7	5584,9	5747,6	5406,4	5638,1	5533,7
<b>Error (%)</b>	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20

Tabla 4. Desplazamientos y rigideces teóricas de las vigas y comparativa con las rigideces experimentales

Los errores que se observan son prácticamente nulos, por lo que se verifican las rigideces experimentales obtenidas.

Con estos datos se puede aplicar la ecuación (5) mediante la cual se obtienen las frecuencias de los modos de vibración (al aplicar la fórmula hay que tener en cuenta si los modos son verticales o horizontales ya que el momento de inercia varía según el tipo de modo). Se recogen en la siguiente tabla los 6 primeros modos de las diferentes vigas y de la viga promedio:

	Modo 1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	Modo 3 (Hz)	Modo 4 (Hz)	Modo 5 (Hz)	Modo 6 (Hz)
<b>Viga 0</b>	1,34	1,88	5,36	7,50	12,06	16,88
<b>Viga 1</b>	1,29	1,80	5,14	7,19	11,57	16,18
<b>Viga 2</b>	1,34	1,88	5,38	7,52	12,10	16,93
<b>Viga 3</b>	1,31	1,84	5,26	7,36	11,83	16,56
<b>Viga 4</b>	1,36	1,90	5,42	7,59	12,20	17,07
<b>Viga 5</b>	1,34	1,88	5,37	7,51	12,08	16,90
<b>Viga 6</b>	1,33	1,86	5,33	7,45	11,98	16,77
<b>Viga 7</b>	1,35	1,89	5,41	7,56	12,16	17,02
<b>Viga 8</b>	1,33	1,86	5,32	7,45	11,98	16,76
<b>Viga 9</b>	1,31	1,84	5,25	7,35	11,82	16,54
<b>Viga promedio</b>	1,33	1,86	5,32	7,45	11,98	16,76

Tabla 5. Valores de las frecuencias de los 6 primeros modos obtenidos con la ecuación (5)

Por último, se comparan los resultados de la tabla 2, con los modos que se recogen en la tabla 5.

		Modo 1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	Modo 3 (Hz)	Modo 4 (Hz)	Modo 5 (Hz)	Modo 6 (Hz)
<b>Viga 0</b>	Fórmula	1,34	1,88	5,36	7,50	12,06	16,88
	Experimental	1,42	1,91	5,48	7,61	11,97	16,75
	Error %	5,61	1,83	2,17	1,44	0,77	0,75
<b>Viga 1</b>	Fórmula	1,29	1,80	5,14	7,19	11,57	16,18
	Experimental	1,40	1,83	5,41	7,24	11,87	16,24
	Error %	8,19	1,74	4,97	0,65	2,54	0,35
<b>Viga 2</b>	Fórmula	1,34	1,88	5,38	7,52	12,10	16,93
	Experimental	1,39	1,88	5,43	7,52	11,92	16,55
	Error %	3,29	0,04	0,97	0,04	1,50	2,27
<b>Viga 3</b>	Fórmula	1,31	1,84	5,26	7,36	11,83	16,56
	Experimental	1,41	1,85	5,26	7,25	11,23	16,18
	Error %	6,75	0,57	0,01	1,49	5,37	2,32
<b>Viga 4</b>	Fórmula	1,36	1,90	5,42	7,59	12,20	17,07
	Experimental	1,39	1,90	5,37	7,44	11,93	16,55
	Error %	2,47	0,18	0,98	1,97	2,27	3,14
<b>Viga 5</b>	Fórmula	1,34	1,88	5,37	7,51	12,08	16,90
	Experimental		1,90	5,58	7,56	12,20	16,83
	Error %		1,17	3,78	0,65	0,98	0,42
<b>Viga 6</b>	Fórmula	1,33	1,86	5,33	7,45	11,98	16,77
	Experimental	1,41	1,87	5,46	7,21	12,30	16,37
	Error %	5,57	0,39	2,45	3,35	2,57	2,41
<b>Viga 7</b>	Fórmula	1,35	1,89	5,41	7,56	12,16	17,02
	Experimental		1,92	5,50	7,66	11,93	16,62
	Error %		1,52	1,70	1,26	1,96	2,39
<b>Viga 8</b>	Fórmula	1,33	1,86	5,32	7,45	11,98	16,76
	Experimental	1,47	1,89	5,61	7,45	12,26	16,32
	Error %	9,45	1,47	5,09	0,01	2,29	2,70
<b>Viga 9</b>	Fórmula	1,31	1,84	5,25	7,35	11,82	16,54
	Experimental	1,41	1,86	5,41	7,34	11,97	16,42
	Error %	6,84	1,20	2,88	0,14	1,24	0,72
<b>Viga promedio</b>	Fórmula	1,33	1,86	5,32	7,45	11,98	16,76
	Experimental	1,41	1,88	5,45	7,43	11,96	16,48
	Error %	5,60	0,95	2,30	0,25	0,17	1,70

Tabla 6. Comparación modos propios obtenidos experimentalmente y teóricos en todas las vigas

Se observa que los errores no son muy elevados y que estos son más altos en la determinación de los modos con una frecuencia baja mientras que para los modos con frecuencias más altas los errores se minimizan.

## 5. Modelado sólido de la plataforma

Se ha diseñado a escala la plataforma construida en el laboratorio S10 de la Escuela de Ingenierías Industriales usando el software CATIA V5. A continuación, se muestran los diferentes integrantes que componen la plataforma modelados con CATIA V5.

### 5.1 Componentes del modelo

#### 5.1.1 Vigas

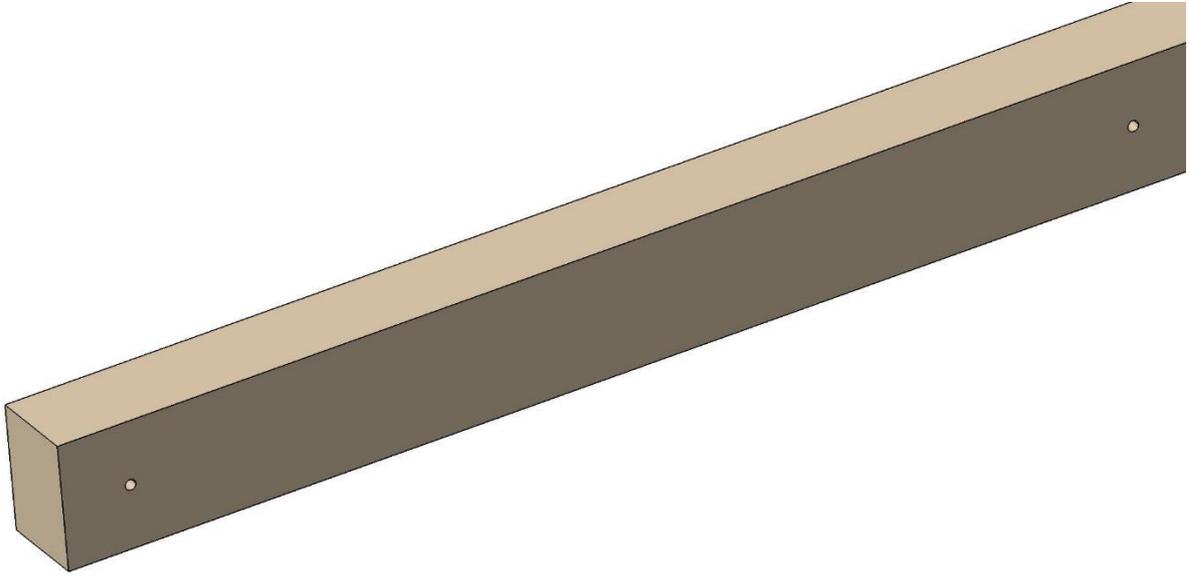
Es el elemento principal de la plataforma, que está formada por 10 vigas de madera de abeto laminado GL24h, tienen una sección de 100x140 mm<sup>2</sup> y 13,5 m de longitud y están taladradas mediante 13 perforaciones de 12 mm de diámetro equidistantes y centradas (1,1125 m de separación y 0,075 m de recubrimiento en cada extremo). Las vigas numeradas del 0-9 siguen la configuración citada anteriormente: 1-6-4-5-3-0-2-7-8-9.

Las vigas centrales (6-4-5-3-0-2-7-8) se diferencian de las vigas laterales (1 y 9), puesto que estas últimas están taladradas en su parte superior, creando 13 agujeros de 18 mm y 1,5 mm de profundidad donde van alojados los acelerómetros.



*Figura 13. Ejemplo de viga central de la plataforma (vigas 6-4-5-3-0-2-7-8)*

Puesto que la viga es de gran longitud se presenta una vista ampliada ya que la figura esta alejada y no se aprecia bien.

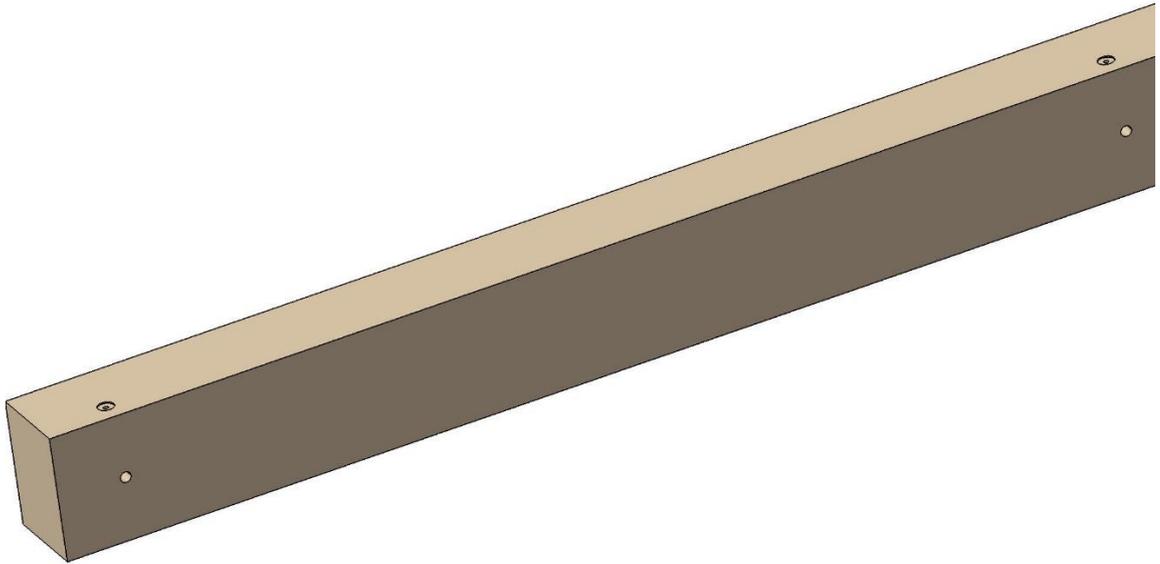


*Figura 14. Vista ampliada de la viga central de la plataforma (vigas 6-4-5-3-0-2-7-8)*



*Figura 15. Ejemplo de viga lateral de la plataforma (vigas 1 y 9)*

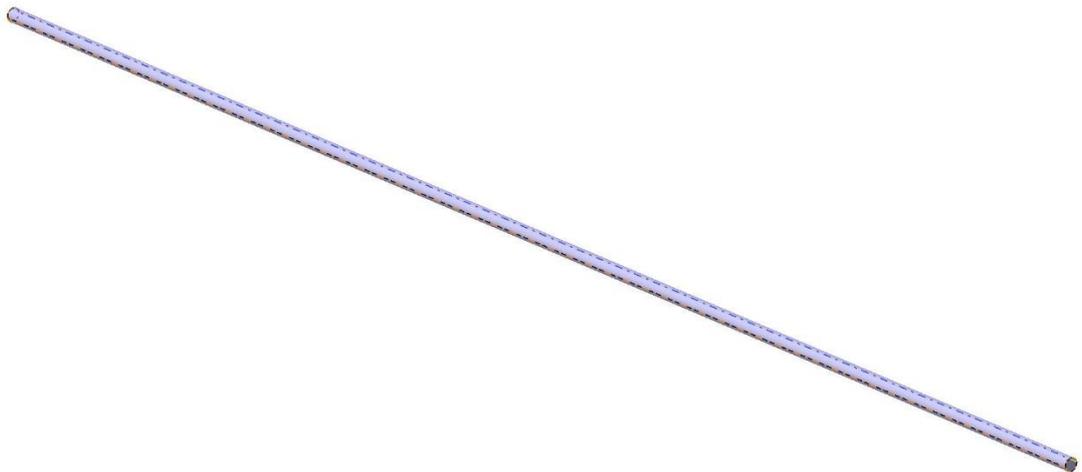
Puesto que la viga es de gran longitud se presenta una vista ampliada a continuación.



*Figura 16. Vista ampliada de la viga lateral de la plataforma (vigas 1 y 9)*

### 5.1.2 Varillas

Varillas de acero de 10mm calidad 8.8 con una longitud de 1030 mm. Se alojan en las 13 perforaciones practicadas en las vigas, atravesando las 10 vigas y sobresaliendo a ambos laterales de la plataforma 15 mm. Las varillas están roscadas en sus extremos y fijadas mediante tuercas.



*Figura 17. Varilla roscada de 1030 mm*

### 5.1.3 Resortes de tracción

En los apoyos elásticos se hayan 3 resortes de tracción iguales de 140 mm de longitud, 180 mm contando los enganches y 40 mm de diámetro. La rigidez de los muelles se calcula de la siguiente forma: Primeramente, se cuelga una masa de 24,27 kg y se mide el alargamiento que presenta el resorte que es de 126 mm, a continuación, se repite el proceso con una masa de 48,61 kg, resultando un alargamiento de 162 mm. Con estos datos se puede calcular la rigidez de caracteriza a los resortes siguiendo la ecuación 7:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta \text{desplazamiento}} \quad (3)$$

Por lo tanto, la rigidez de cada resorte es:

$$k = \frac{(48,61 - 24,27) \cdot 9,81}{0,162 - 0,126} = 6632,65 \text{ N/m}$$

Por lo que, la rigidez a ambos lados de un apoyo elástico es de  $6632,65 * 3 = 19897,95 \text{ N/m} \cong 20000 \text{ N/m}$ .



Figura 18. Resorte de tracción con 6632,65 N/m de rigidez

#### 5.1.4 Grapas

Situadas en 5 perforaciones equidistantes de las practicadas en la plataforma a ambos laterales de esta. Se unen a la plataforma mediante las varillas que la atraviesan transversalmente. Se fabrican a partir de chapa de acero S275 con dimensiones 150x290 mm y 6 mm de espesor, con las esquinas redondeadas con radio de 10mm. En primer lugar, se realizan 5 agujeros en la chapa de Ø14 mm, uno de ellos central por el que pasa la varilla para anclar a la plataforma la grapa. Después se pliega tanto la parte superior como inferior de la chapa con un radio de plegado de 5 mm y un ángulo de 90°. Por último, se suelda perpendicularmente una pletina de 150x40 mm y 6 mm de espesor. La pletina está separada 40 mm respecto al plano inferior de la grapa y tiene practicados 3 orificios de Ø14 mm para enganchar hasta 3 resortes.

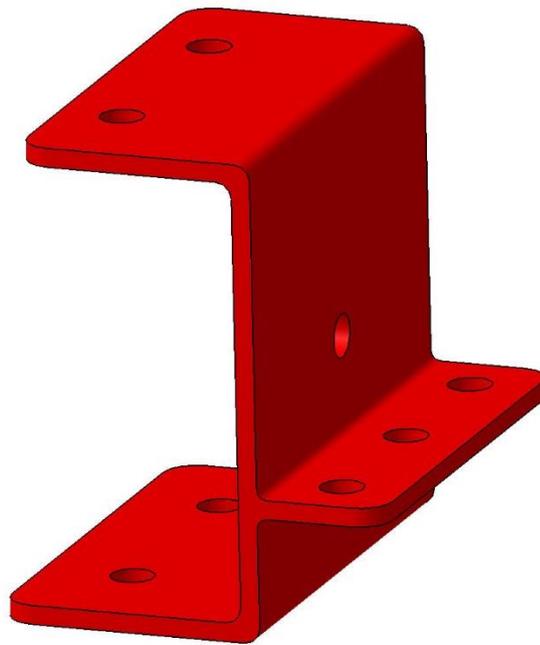
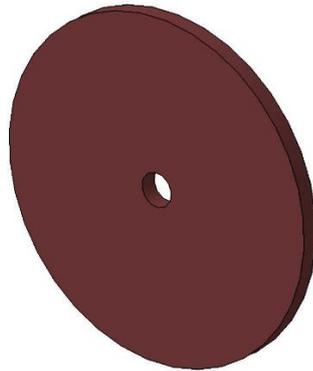


Figura 19. Grapa

### 5.1.5 Arandela 100 mm

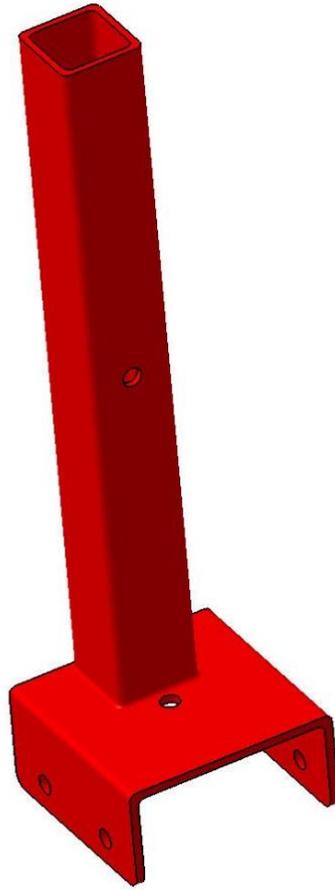
Arandela de 100 mm de diámetro que se sitúa a ambos lados de la plataforma en las perforaciones que no tienen instaladas grapas. Se ubica entre la madera y la tuerca que fija las varillas transversales, para disminuir la presión y evitar daños locales de la madera.



*Figura 20. Arandela 100 mm*

### 5.1.6 Pilares

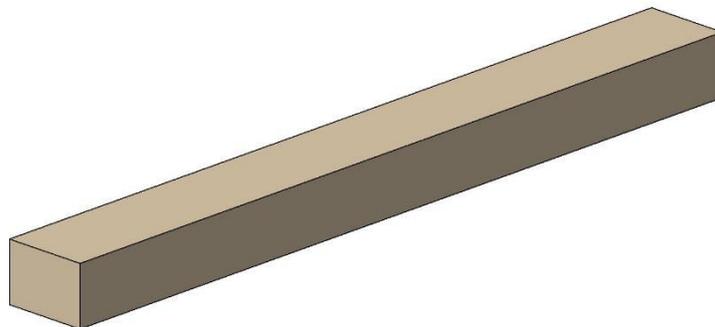
Se sitúan en las mismas posiciones que las grapas, a ambos lados de la plataforma. El proceso de fabricación es el mismo seguido para la obtención de las grapas salvo que en este caso se suelda un tubo cuadrado hueco de 60x60 mm con 5 mm de espesor, de 500 mm de longitud y con un taladro pasante central de Ø14 mm situado a 250 mm de la base. Se suelda perpendicularmente a la chapa mediante un cordón de soldadura perimetral. El tubo queda soldado centrado en uno de los extremos de la chapa. Los pilares se apoyan sobre unos durmientes de madera de 140x100 mm de sección y 1300 mm de longitud que se apoyan en el suelo del laboratorio.



*Figura 21. Pilar*

### 5.1.7 Durmientes

Los durmientes son vigas de madera de  $140 \times 100 \text{ mm}^2$  y 1300 mm de longitud que están apoyadas sobre el suelo y sobre las que descansan los pilares.



*Figura 22. Durmiente*

### 5.1.8 Abarcón compuesto de abrazadera y angular

Se utiliza una abrazadera y un angular por cada pilar. El angular se fabrica a partir de chapa de acero S275 de 6 mm de espesor con unas dimensiones de 150x100 mm<sup>2</sup> con las esquinas redondeadas con radio 10 mm. Se practican 5 agujeros en la chapa, quedando 3 en la parte superior de Ø14 mm y 2 en la inferior de Ø12 mm. Para finalizar, la chapa se pliega en ángulo de 90°, dejando en el plano horizontal la parte con 3 agujeros y en el plano vertical la parte con 2 agujeros. La abrazadera se fabrica a partir de chapa de acero S275 de 6 mm de espesor con unas dimensiones 150x50 mm<sup>2</sup>, tiene practicados 3 agujeros, el central de Ø14 mm y los laterales de Ø12 mm. Para finalizar, la abrazadera se somete a un proceso de plegado en la parte central, quedando un hueco cuadrado en su interior de 60x60 mm<sup>2</sup> para ajustarse al herraje. Ambas piezas se sitúan en la parte superior del pilar. Para su unión se enfrentan los agujeros laterales de la abrazadera con el plano vertical del angular y se unen mediante un tornillo y una tuerca M12, quedando el pilar en el interior de las dos piezas.

El plano horizontal de la pletina con 3 agujeros sirve para enganchar los muelles por su parte superior y así finalmente están sujetos en ambos enganches, ya que el inferior está sujeto en la grapa.

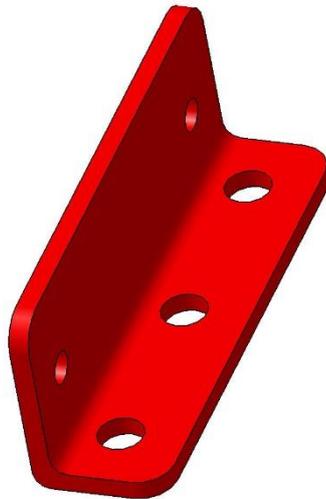
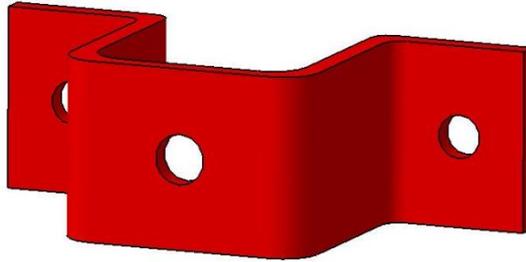
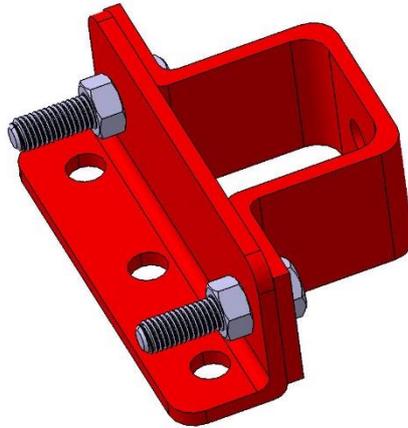


Figura 23. Angular



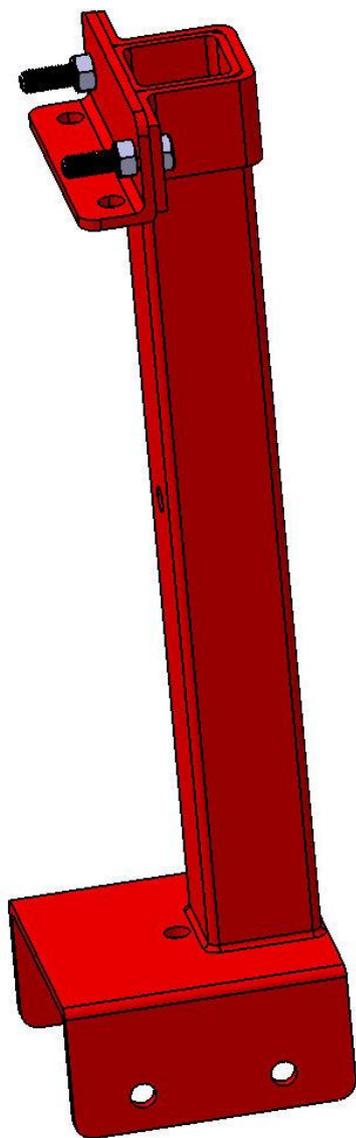
*Figura 24. Abrazadera*

A continuación, se muestra el ensamblaje de la abrazadera con el angular mediante dos tornillos M12 y dos tuercas M12, que componen el abarcón.



*Figura 25. Abarcón*

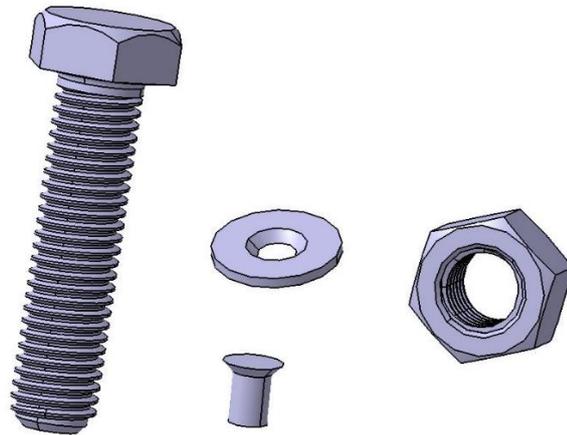
Por último, se muestra el conjunto del abarcón y el pilar, al que se le denomina percha.



*Figura 26. Percha*

### 5.1.9 Tornillería

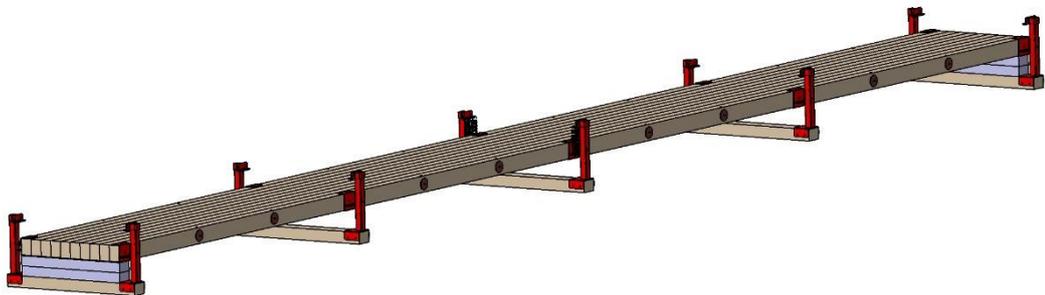
Se utilizan tornillos hexagonales DIN 933 M12x50, tuercas hexagonales DIN 934 M12 y tornillos avellanados DIN 7991 M8 junto con arandelas avellanadas M8 necesarios para fijar los acelerómetros mediante el imán.



*Figura 27. Tornillería utilizada en el ensamblaje*

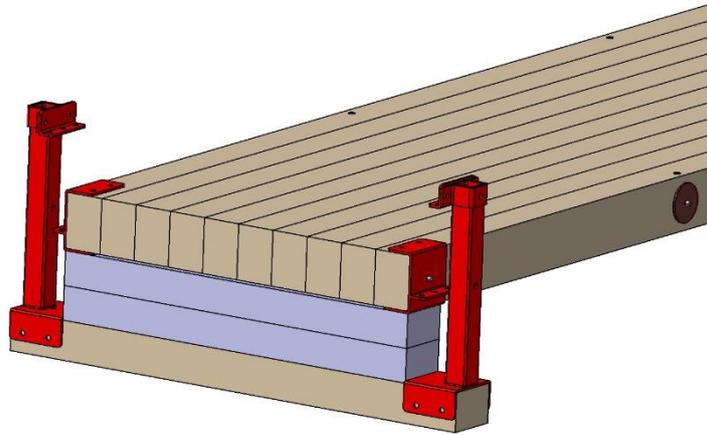
### 5.2 Plataforma referencia

Se muestra a continuación el ensamblaje de los componentes que forman la plataforma referencia. La plataforma referencia está apoyada por dos apoyos fijos en los extremos y un apoyo elástico en la parte central.

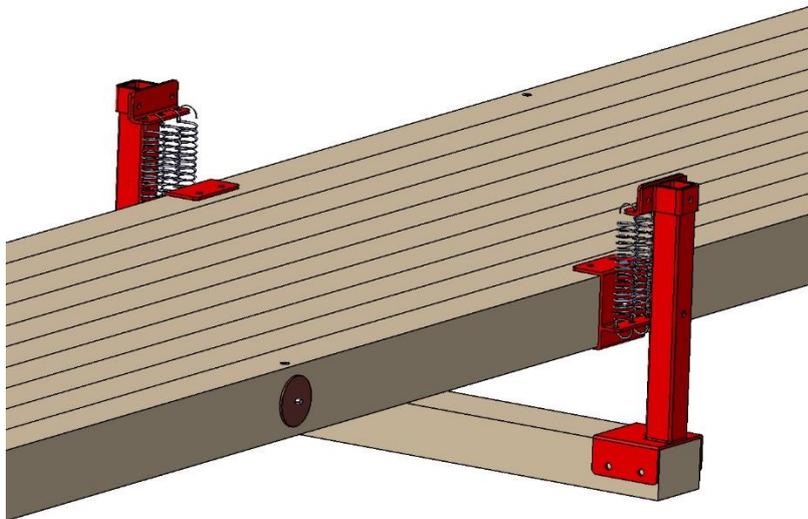


*Figura 28. Plataforma referencia*

Como consecuencia de la gran longitud de la plataforma, se realiza una vista ampliada tanto del apoyo fijo como del apoyo elástico.



*Figura 29. Apoyo fijo*



*Figura 30. Apoyo elástico*

Para concluir, se presentan las distintas configuraciones que a partir de la plataforma referencia se han modelado con CATIA V5.

### 5.3 Plataforma biapoyada

La configuración de plataforma biapoyada se diferencia de la plataforma referencia en el apoyo central, que está libre.

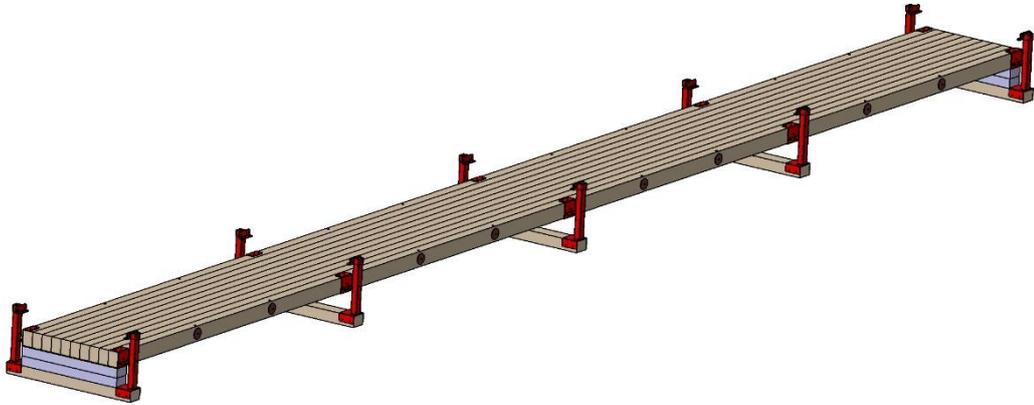


Figura 31. Plataforma biapoyada

### 5.4 Plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes

En esta configuración el apoyo elástico central de la plataforma de referencia se sustituye por un apoyo fijo.

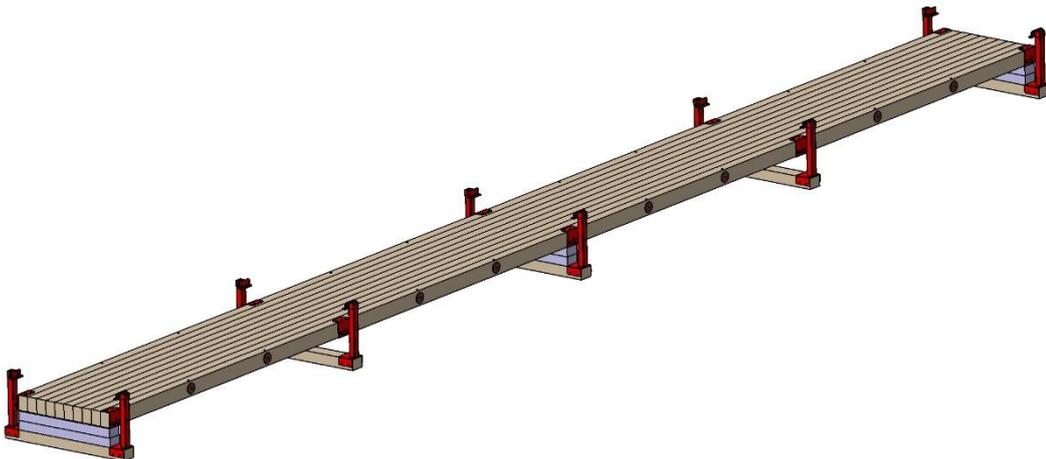


Figura 32. Plataforma con 3 apoyos fijos

### 5.5 Plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes

En esta configuración, se apoya la plataforma sobre 5 apoyos fijos colocados de forma equidistante en todos los puntos en los que la plataforma se puede apoyar.

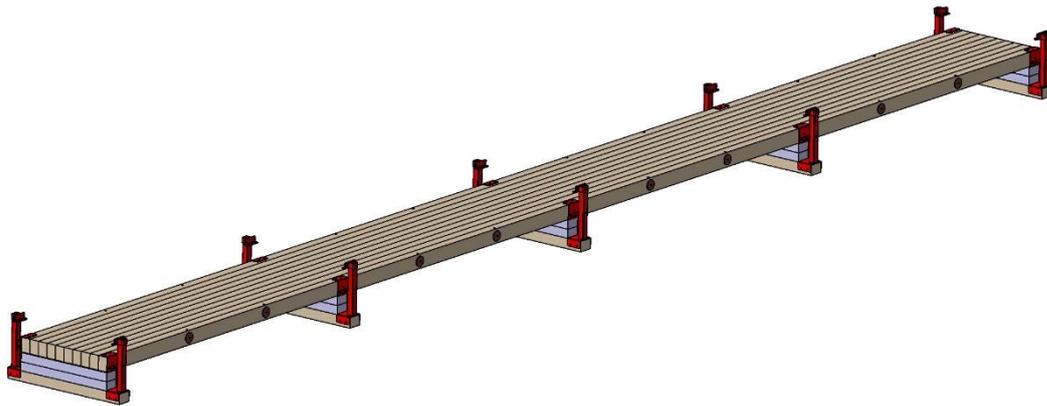


Figura 33. Plataforma con 5 apoyos fijos

### 5.6 Plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes

En esta configuración se sustituyen los dos apoyos fijos de los extremos de la plataforma referencia por dos apoyos elásticos.

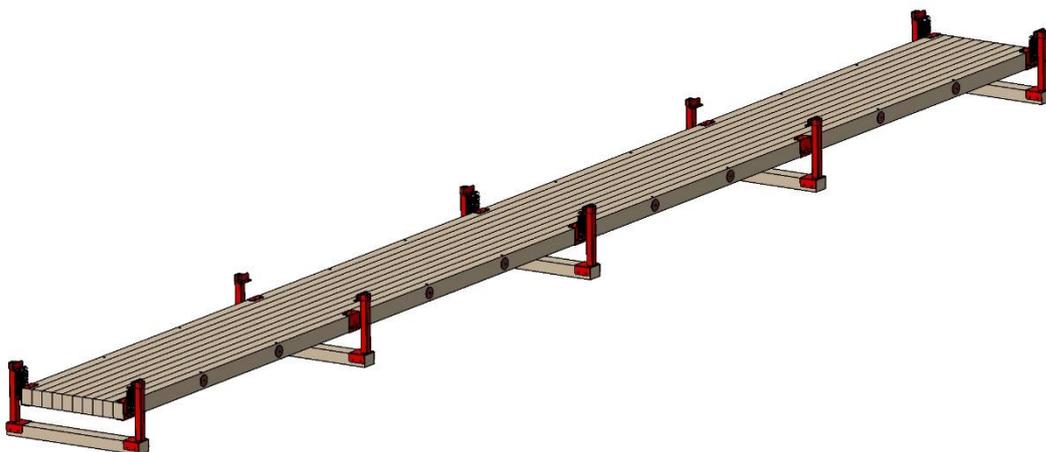
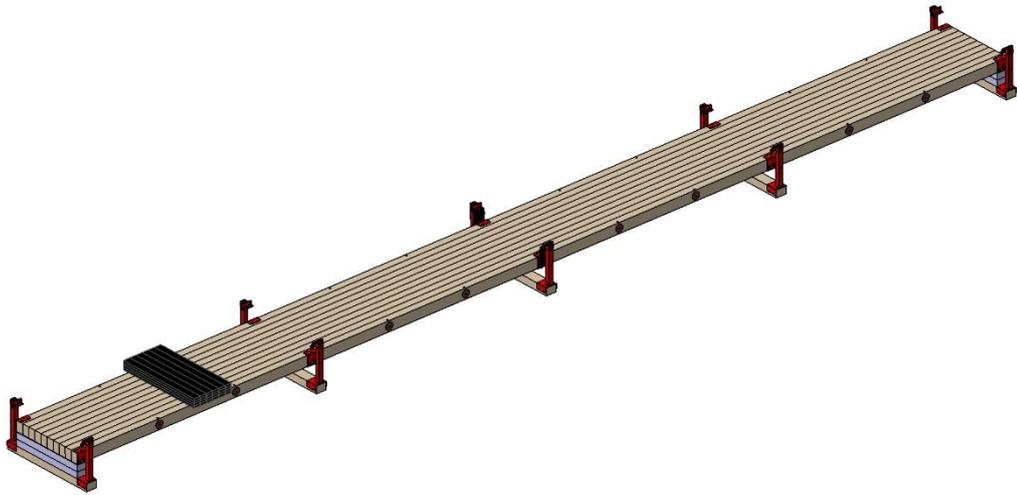


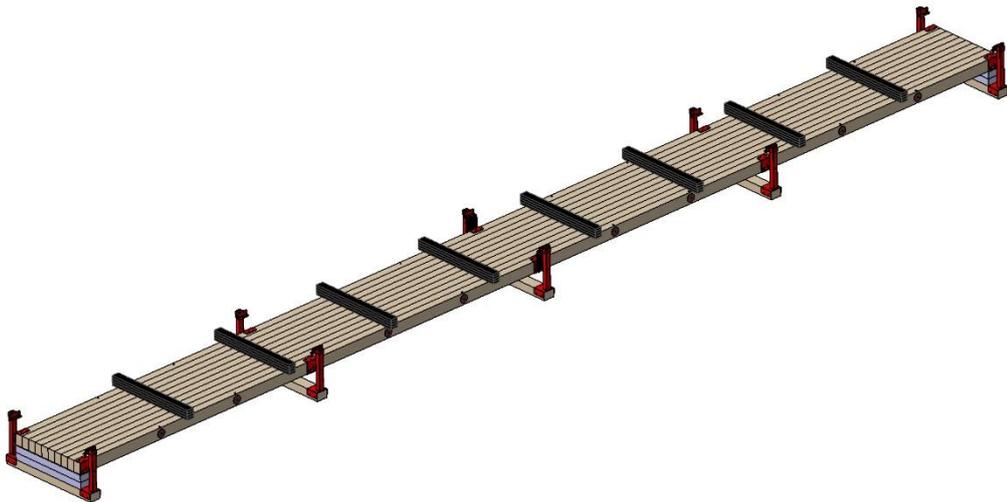
Figura 34. Plataforma con 3 apoyos elásticos

## 5.7 Plataforma con carga

Tomando la configuración de plataforma referencia y añadiendo barras de acero ( $90 \times 30 \times 1160 \text{ mm}^3$ ) de 25 kg de masa sobre la plataforma, hasta un máximo de 2000 kg, se pueden conseguir dos configuraciones distintas; Una configuración con la masa concentrada en un punto y otra configuración con la masa distribuida en varios puntos. Se muestran a continuación los dos modelos de la configuración.



*Figura 35. Plataforma de referencia con carga puntual*



*Figura 36. Plataforma de referencia con carga distribuida*

## 5.8 Plataforma no ideal

Se muestra a continuación un caso de la plataforma en una situación no ideal, en concreto la no idealidad consiste en un apoyo elástico menos rígido que el otro, a causa de un fallo en los resortes de tracción en el apoyo con menos rigidez.

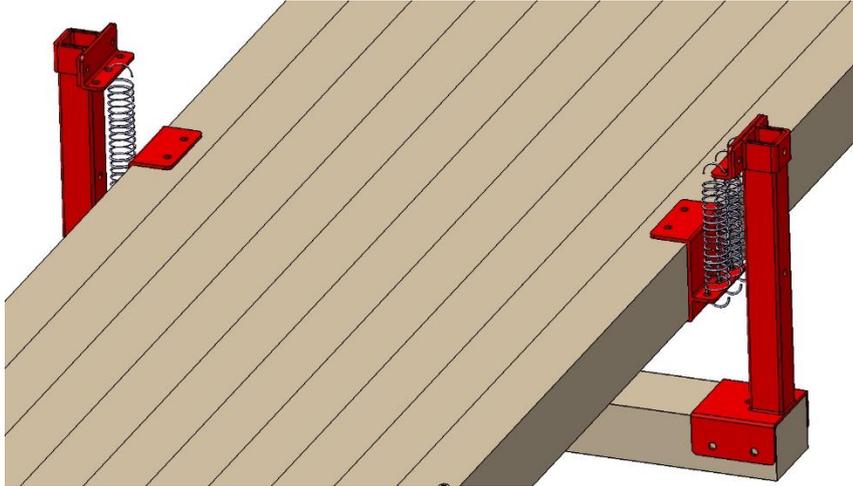


Figura 37. Plataforma no ideal

## 5.9 Instrumentos de medida

Por último, se muestra una vista ampliada de la colocación de los instrumentos de medida en la plataforma. Estos instrumentos son acelerómetros, células de carga y sensores de desplazamiento de hilo.

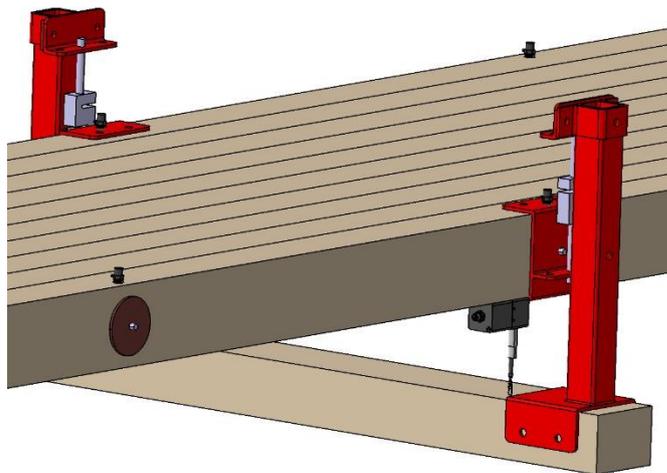


Figura 38. Vista ampliada de la colocación de los instrumentos de medida en la plataforma

## 6. Simulación de la plataforma con SAP2000

La simulación de la plataforma referencia y las distintas configuraciones de esta, se ha llevado a cabo mediante el software SAP2000.

SAP2000 es un programa de elementos finitos utilizado para el cálculo, diseño y análisis de estructuras.

### 6.1 Calibración de la plataforma referencia

Se presenta en este apartado del trabajo la metodología seguida para la ejecución de la plataforma mediante el software SAP2000.

Se define una viga promedio, ya que los resultados no se ven alterados al usar vigas promedio en vez de las vigas reales y es más sencillo modelar 10 vigas promedio que modelar las 10 vigas reales con propiedades distintas. Esta hipótesis será demostrada en este trabajo posteriormente.

#### 6.1.1 Modelo barra

En primer lugar, al realizar un nuevo modelo en SAP2000 se elige la opción “*Grid Only*” que permite trabajar con una cuadrícula en la que dibujar la geometría. Además, se elige el sistema de unidades con el que se va a trabajar, en este caso se trabaja en Newton (N), metros (m) y grados centígrados (°C). A continuación, se define la cuadrícula, en este caso como el modelo es bidimensional con 5 líneas en la dirección X, 1 en las direcciones Z e Y. El espaciado entre puntos de la dirección X se ve en la Figura 39 que define la cuadrícula de trabajo, el espaciado de las direcciones Z e Y es indiferente en este caso.

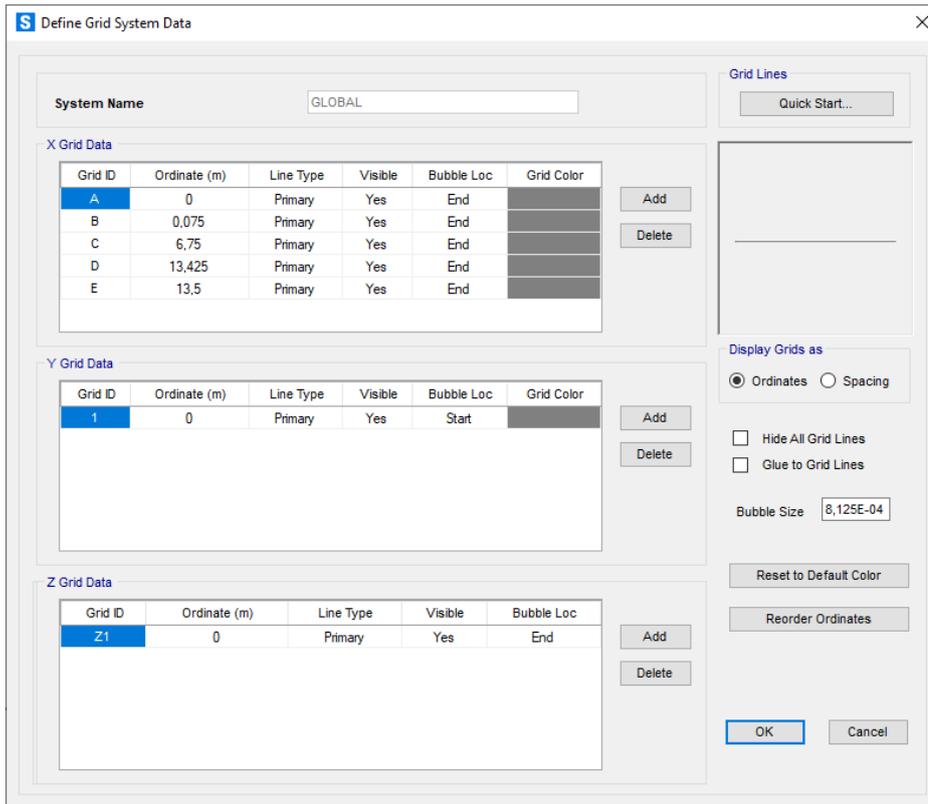


Figura 39. Definición de la cuadrícula de trabajo

A continuación, se define el material para ello se clica en *Define > Materials > Add new material* y en la siguiente ventana se clica en *OK*. Seguidamente, se abre una nueva ventana en la que se pueden modificar las propiedades físicas del material creado. En este caso el material es madera GL24h y las propiedades de la viga promedio se obtienen de la tabla 2 y de la Figura 7, quedando como resultado las siguientes propiedades en el programa:

$$\text{Weight per Unit Volume } \left[ \frac{N}{m^3} \right]: \frac{82,2 \cdot 9,8066}{0,1 \cdot 0,14 \cdot 13,5} = 4265 \frac{N}{m^3}$$

$$\text{Modulus of Elasticity, E } \left[ \frac{N}{m^2} \right]: 11,5 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$$

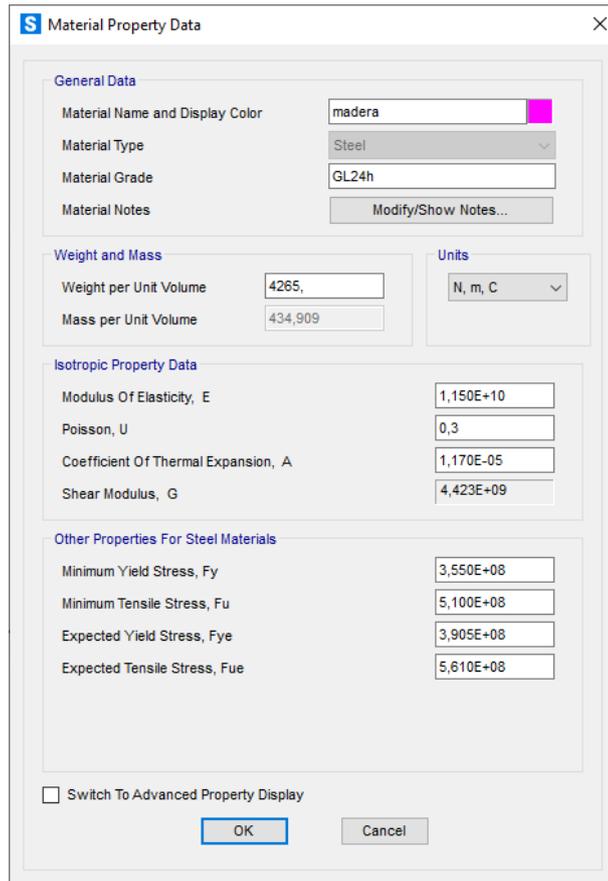


Figura 40. Propiedades del material en SAP2000

Una vez definido el material, se determina la sección de la viga. Para ello se clica en *Define > Section properties > Frame section > Add New Property* seleccionando en la ventana general una sección maciza general. A continuación, se añaden las dimensiones de la sección y el material que en este caso es el creado anteriormente.

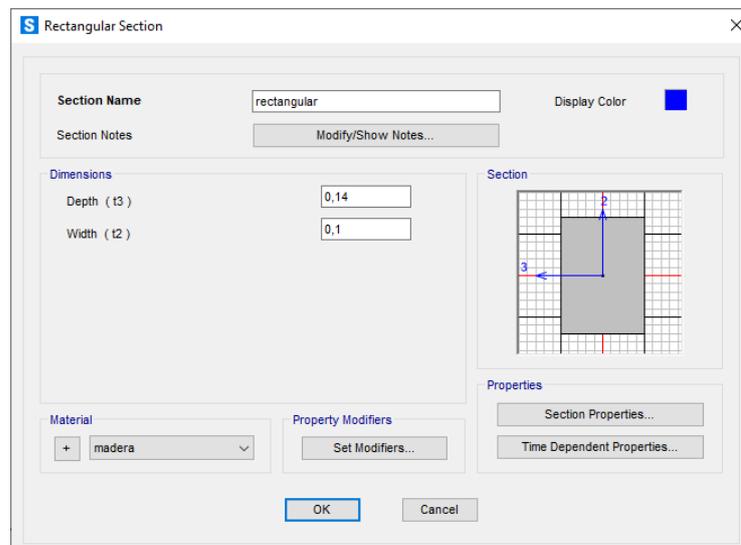


Figura 41. Definición de la sección de las vigas en SAP2000

Posteriormente, se dibuja la viga en la cuadrícula entre los puntos extremos (A y E en Figura 39) distanciados 13,5 m. Para ello se clic en la barra lateral izquierda de herramientas en el icono *Draw Frame/Cable* clicando en los puntos extremos y seleccionando *Straight Frame* como tipo de objeto y *rectangular* que es la sección creada.

Properties of Object	
Line Object Type	Straight Frame
Section	rectangular
Moment Releases	Continuous
Local Axis Rotation	0,
XY Plane Offset Normal	0,
Drawing Control Type	None <space bar>

Figura 42. Propiedades del objeto

Por último, se definen los apoyos en los extremos, clicando en *Assign > Joint > Restraints*, para este caso se restringe la traslación en las tres direcciones en ambos apoyos, resultando estos apoyos fijos.

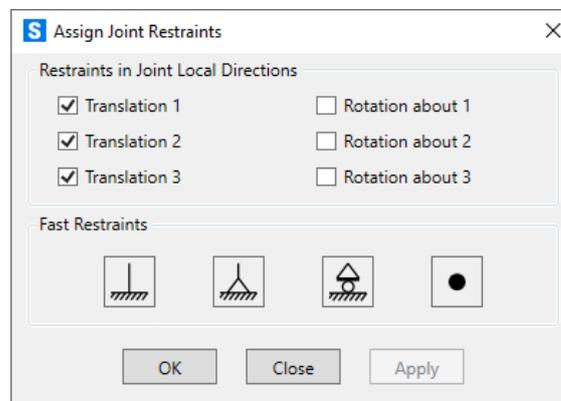
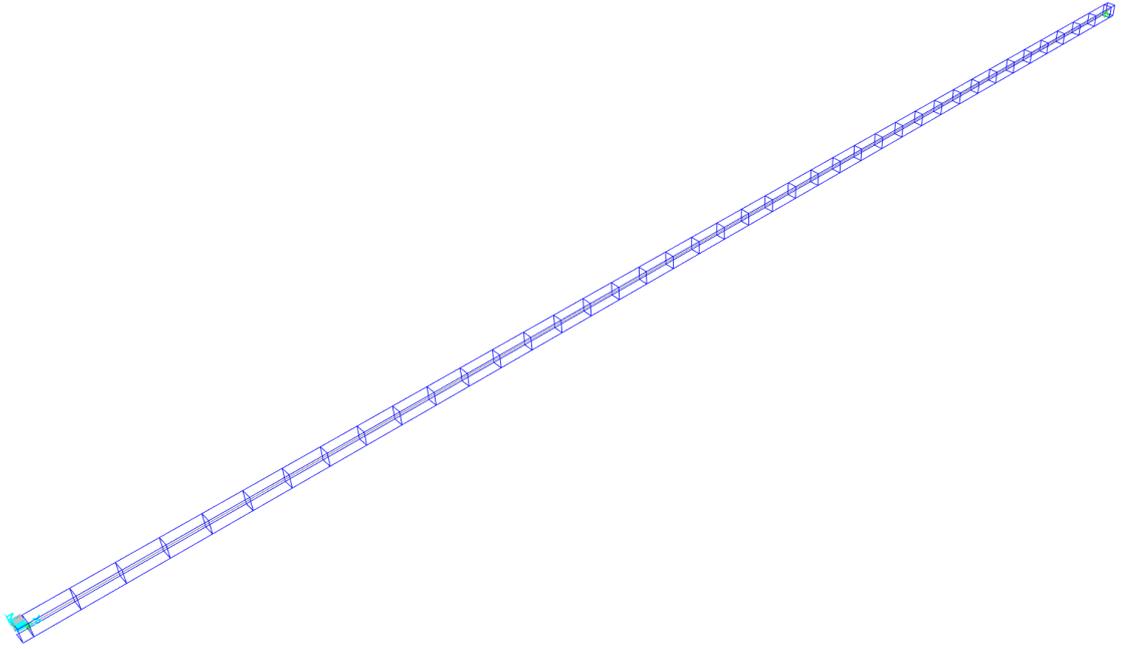


Figura 43. Definición de los apoyos

Siguiendo los pasos descritos se consigue la siguiente viga:



Figura 44. Viga de la plataforma modelo barra



*Figura 45. Vista 3D de la viga de la plataforma modelo barra*

## AJUSTE DE PROPIEDADES DEL MATERIAL

Se realiza un ajuste de las propiedades del material para que la viga se ajuste a la realidad. Primeramente, se somete la viga a su propio peso y se calculan las reacciones con SAP2000 para comprobar que la masa de la viga es correcta. Para ello se clic en *Run Analysis > Run Now > Show Forces/Stresses > Joints* y seleccionando el caso de carga "Dead". Hecho esto, las reacciones son de 403,33 N en ambos extremos.

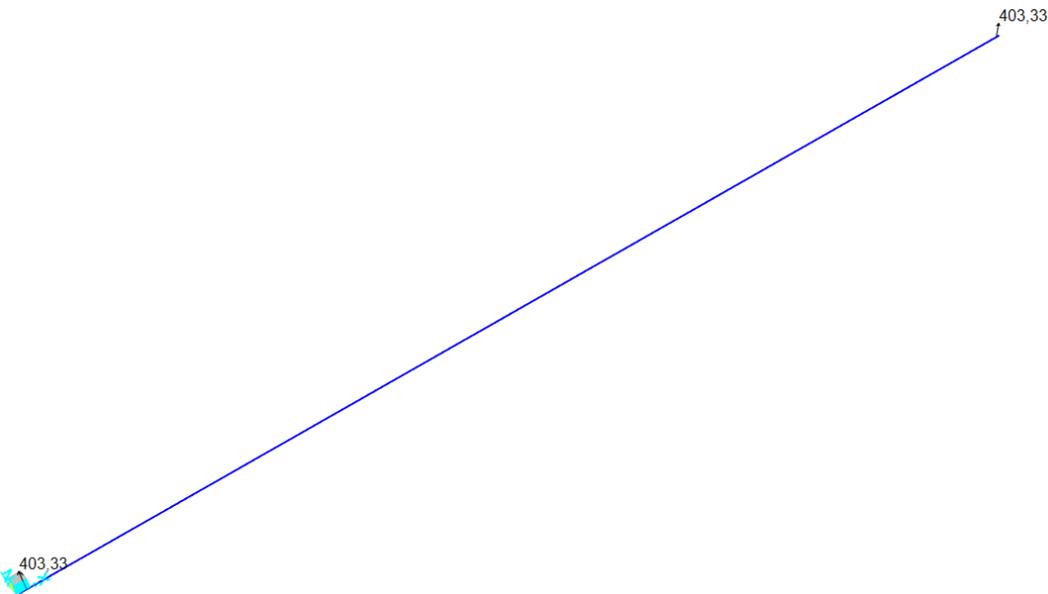


Figura 46. Reacciones de la viga sometida a su propio peso

Para comprobar que la masa es correcta, se suman las reacciones y se divide entre la gravedad:

$$masa_{viga} = \frac{403,33 + 403,33}{9,8066} = 82,2 \text{ kg}$$

, que es igual a la masa de la viga promedio que se ha calculado en el capítulo 4.

A continuación, se aplica una fuerza de 1 N en el centro de la viga, se obtiene la flecha y se calcula la rigidez, para comprobar si es la correcta. Primero se crea un patrón de carga y posteriormente en este patrón se añade la fuerza puntual, para ello se clic en *Define > Define Load Patterns* y se crea el patrón de carga "F".

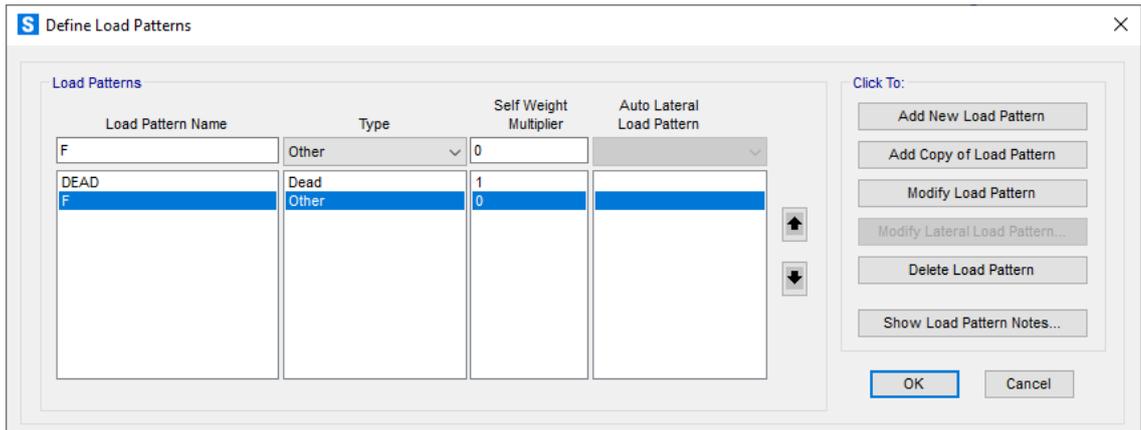


Figura 47. Definición del patrón de carga F

Una vez creado el patrón, se selecciona el punto medio de la viga y se clic en *Assign > Joint Loads > Forces* y se añade la fuerza de 1 N en la dirección Z en el caso de carga “F”.

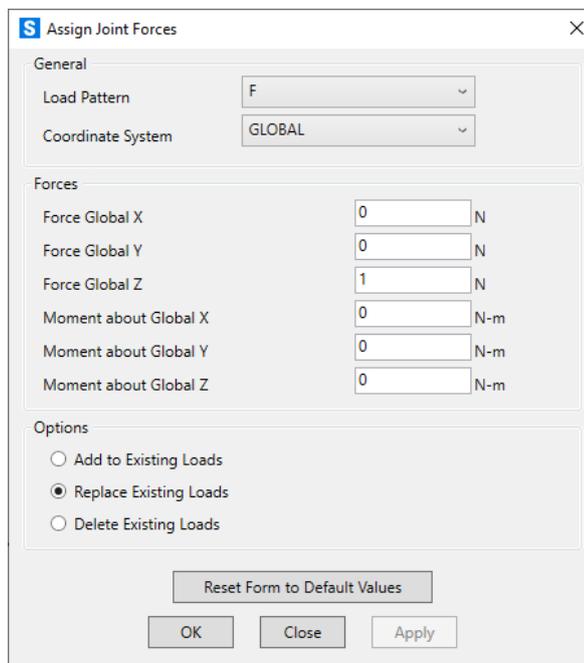


Figura 48. Aplicación de fuerza puntual F

A continuación, se clic en *Run Analysis > Run Now > Show Deformed Shape* seleccionando el caso de carga “Dead”, con esto se muestra la deformada que produce la fuerza F y se obtiene la flecha máxima que está en el punto medio y es de  $1,886e-4$  m.

Figura 49. Deformada de la viga con carga F

Usando la ecuación 7, se obtiene la rigidez:

$$k = \frac{1}{1,886 \cdot 10^{-4}} = 5302,2 \text{ N/m}$$

, que difiere de la rigidez experimental que es de 5533,7 N/m, para lograr la rigidez correcta se ajusta el módulo de elasticidad de la madera a razón de:

$$E = \frac{5533,7}{5302,2} \cdot 1,15 \cdot 10^{10} = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

Una vez ajustado E, las propiedades son equivalentes a las de la plataforma real.

### MODOS PROPIOS DE LA VIGA

Para calcular los modos propios de la viga con SAP2000, se debe de adecuar la viga, para ello se divide en 42 elementos finitos, clicando en *Assign > Frame > Automatic Frame Mesh*.

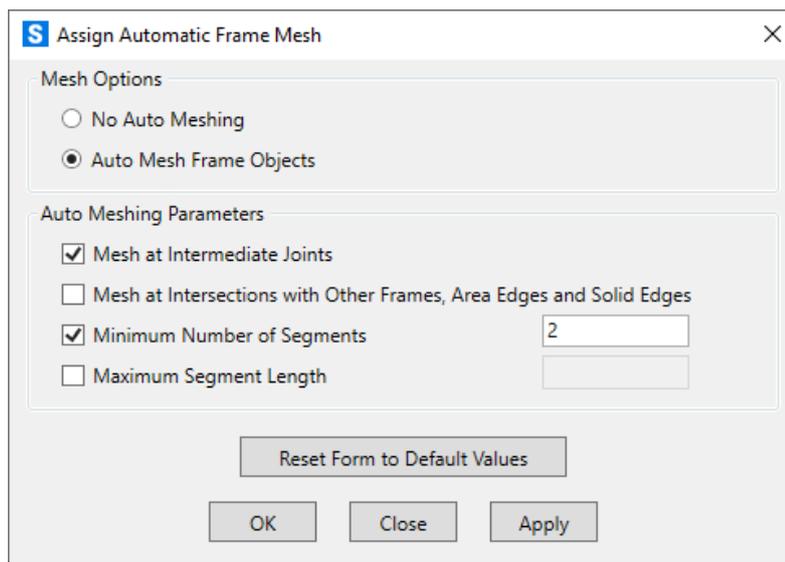


Figura 50. División de la viga en elementos finitos

Además de dividir la viga en elementos finitos se restringe el estudio al plano XZ, clicando en *Analyze > Set Analysis Options > XZ Plane*.

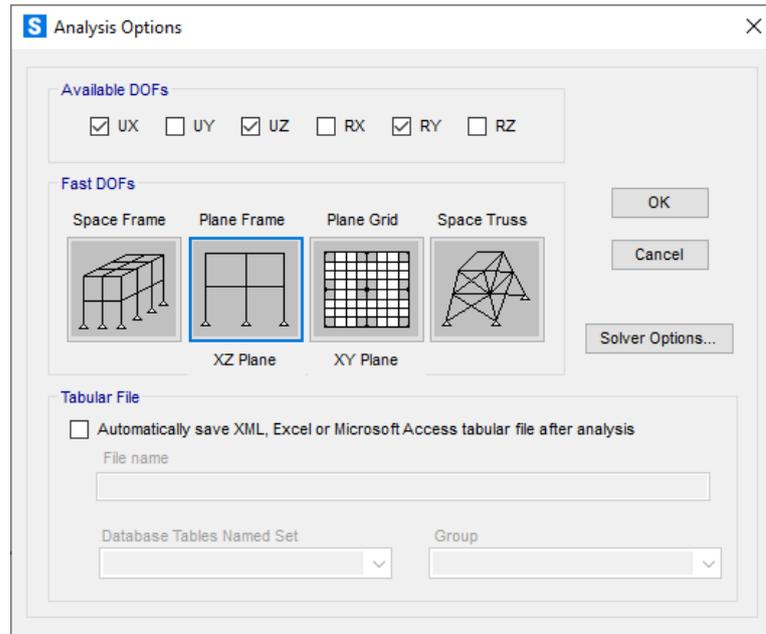


Figura 51. Opciones de análisis

Por último, se crea un caso de carga modal clicando en *Define > Load Cases > Add New Load Case* seleccionando el caso de carga *Modal*.

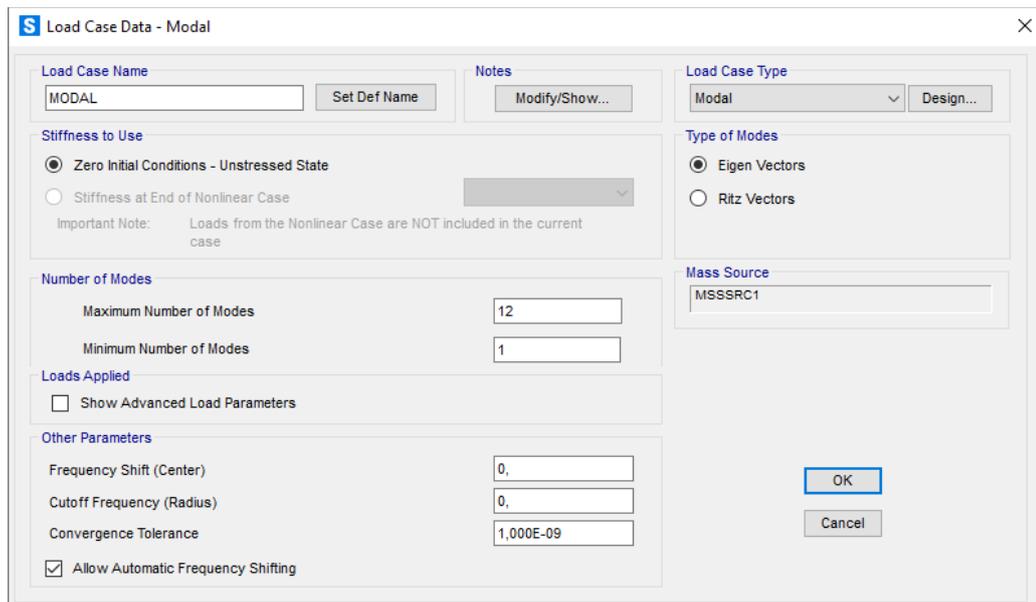


Figura 52. Definición de caso de carga modal

Para finalizar se ejecuta el análisis modal clicando en *Run Analysis > Run Now > Show Deformed Shape* seleccionando el caso de carga "Modal" con esto se ve la deformada y la frecuencia del modo propio. Se recogen los 6 primeros modos en la siguiente tabla:

Viga	Modo 1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	Modo 3 (Hz)	Modo 4 (Hz)	Modo 5 (Hz)	Modo 6 (Hz)
Promedio	1,34	1,87	5,34	7,48	12,02	16,81

Tabla 7. Modos propios de la viga promedio obtenidos con SAP

Se comparan los modos obtenidos con SAP2000 con los obtenidos experimentalmente:

		Modo 1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	Modo 3 (Hz)	Modo 4 (Hz)	Modo 5 (Hz)	Modo 6 (Hz)
Viga promedio	SAP	1,34	1,87	5,34	7,48	12,02	16,81
	Experimental	1,41	1,88	5,45	7,43	11,96	16,48
	Error %	4,96	0,53	2,02	0,67	0,50	2,00

Tabla 8. Comparación modos propios obtenidos con SAP y experimentales en viga promedio

Se observa que los errores son pequeños, por lo que la viga modelada se asemeja bastante a la realidad.

Se comparan a mayores los modos obtenidos con SAP2000 con los modos que se obtienen usando la fórmula de la Figura 5.

		Modo 1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	Modo 3 (Hz)	Modo 4 (Hz)	Modo 5 (Hz)	Modo 6 (Hz)
Viga promedio	Fórmula	1,31	1,83	5,24	7,33	11,78	16,48
	SAP	1,34	1,87	5,34	7,48	12,02	16,81
	Error %	2,32	2,07	1,95	2,07	1,99	1,95

Tabla 9. Comparación modos propios obtenidos con SAP y teóricos en viga promedio

Se observa que estos errores son aún más pequeños, por lo que la viga esta correctamente definida.

Este procedimiento que se ha realizado para la viga promedio se ha realizado para cada viga distinta de manera individual, los resultados obtenidos se recogen en las siguientes tablas:

		<b>Modo 1 (Hz)</b>	<b>Modo 2 (Hz)</b>	<b>Modo 3 (Hz)</b>	<b>Modo 4 (Hz)</b>	<b>Modo 5 (Hz)</b>	<b>Modo 6 (Hz)</b>
<b>Viga 0</b>	SAP	1,35	1,88	5,38	7,53	12,1	16,93
	Experimental	1,42	1,91	5,48	7,61	11,97	16,75
	Error %	4,93	1,57	1,82	1,05	1,09	1,07
<b>Viga 1</b>	SAP	1,29	1,81	5,16	7,22	11,6	16,24
	Experimental	1,4	1,83	5,41	7,24	11,87	16,24
	Error %	7,86	1,09	4,62	0,28	2,27	0,00
<b>Viga 2</b>	SAP	1,35	1,89	5,4	7,55	12,14	16,99
	Experimental	1,39	1,88	5,43	7,52	11,92	16,55
	Error %	2,88	0,53	0,55	0,40	1,85	2,66
<b>Viga 3</b>	SAP	1,32	1,85	5,28	7,39	11,88	16,61
	Experimental	1,41	1,85	5,26	7,25	11,23	16,18
	Error %	6,38	0,00	0,38	1,93	5,79	2,66
<b>Viga 4</b>	SAP	1,36	1,91	5,44	7,62	12,24	17,13
	Experimental	1,39	1,9	5,37	7,44	11,93	16,55
	Error %	2,16	0,53	1,30	2,42	2,60	3,50
<b>Viga 5</b>	SAP	1,35	1,89	5,39	7,54	12,12	16,96
	Experimental		1,9	5,58	7,56	12,2	16,83
	Error %		0,53	3,41	0,26	0,66	0,77
<b>Viga 6</b>	SAP	1,34	1,87	5,35	7,48	12,02	16,82
	Experimental	1,41	1,87	5,46	7,21	12,3	16,37
	Error %	4,96	0,00	2,01	3,74	2,28	2,75
<b>Viga 7</b>	SAP	1,36	1,9	5,43	7,6	12,21	17,08
	Experimental		1,92	5,5	7,66	11,93	16,62
	Error %		1,04	1,27	0,78	2,35	2,77
<b>Viga 8</b>	SAP	1,34	1,87	5,34	7,48	12,02	16,82
	Experimental	1,47	1,89	5,61	7,45	12,26	16,32
	Error %	8,84	1,06	4,81	0,40	1,96	3,06
<b>Viga 9</b>	SAP	1,32	1,85	5,27	7,38	11,86	16,6
	Experimental	1,41	1,86	5,41	7,34	11,97	16,42
	Error %	6,38	0,54	2,59	0,54	0,92	1,10
<b>Viga promedio</b>	SAP	1,34	1,87	5,34	7,48	12,02	16,81
	Experimental	1,41	1,88	5,45	7,43	11,96	16,48
	Error %	4,96	0,53	2,02	0,67	0,50	2,00

Tabla 10. Comparación modos propios obtenidos con SAP y experimentales en todas las vigas

		<b>Modo 1 (Hz)</b>	<b>Modo 2 (Hz)</b>	<b>Modo 3 (Hz)</b>	<b>Modo 4 (Hz)</b>	<b>Modo 5 (Hz)</b>	<b>Modo 6 (Hz)</b>
<b>Viga 0</b>	Fórmula	1,34	1,88	5,36	7,50	12,06	16,88
	SAP	1,35	1,88	5,38	7,53	12,1	16,93
	Error %	0,72	0,26	0,35	0,39	0,31	0,32
<b>Viga 1</b>	Fórmula	1,29	1,80	5,14	7,19	11,57	16,18
	SAP	1,29	1,81	5,16	7,22	11,6	16,24
	Error %	0,36	0,65	0,36	0,38	0,28	0,35
<b>Viga 2</b>	Fórmula	1,34	1,88	5,38	7,52	12,10	16,93
	SAP	1,35	1,89	5,4	7,55	12,14	16,99
	Error %	0,42	0,49	0,42	0,36	0,34	0,38
<b>Viga 3</b>	Fórmula	1,31	1,84	5,26	7,36	11,83	16,56
	SAP	1,32	1,85	5,28	7,39	11,88	16,61
	Error %	0,39	0,57	0,39	0,44	0,39	0,33
<b>Viga 4</b>	Fórmula	1,36	1,90	5,42	7,59	12,20	17,07
	SAP	1,36	1,91	5,44	7,62	12,24	17,13
	Error %	0,32	0,70	0,32	0,44	0,32	0,35
<b>Viga 5</b>	Fórmula	1,34	1,88	5,37	7,51	12,08	16,90
	SAP	1,35	1,89	5,39	7,54	12,12	16,96
	Error %	0,58	0,65	0,39	0,38	0,33	0,35
<b>Viga 6</b>	Fórmula	1,33	1,86	5,33	7,45	11,98	16,77
	SAP	1,34	1,87	5,35	7,48	12,02	16,82
	Error %	0,63	0,39	0,45	0,39	0,30	0,33
<b>Viga 7</b>	Fórmula	1,35	1,89	5,41	7,56	12,16	17,02
	SAP	1,36	1,9	5,43	7,6	12,21	17,08
	Error %	0,62	0,48	0,44	0,48	0,38	0,36
<b>Viga 8</b>	Fórmula	1,33	1,86	5,32	7,45	11,98	16,76
	SAP	1,34	1,87	5,34	7,48	12,02	16,82
	Error %	0,67	0,42	0,29	0,42	0,33	0,36
<b>Viga 9</b>	Fórmula	1,31	1,84	5,25	7,35	11,82	16,54
	SAP	1,32	1,85	5,27	7,38	11,86	16,6
	Error %	0,49	0,67	0,30	0,40	0,33	0,37
<b>Viga promedio</b>	Fórmula	1,33	1,86	5,32	7,45	11,98	16,76
	SAP	1,34	1,87	5,34	7,48	12,02	16,81
	Error %	0,66	0,42	0,29	0,42	0,33	0,30

Tabla 11. Comparación modos propios obtenidos con SAP y teóricos en todas las vigas

Se observa en estas tablas que los errores con valores más altos se encuentran en la determinación del modo 1, en concreto en la viga 8 es el error más alto con un valor de 8,84%. En la segunda tabla se puede observar que SAP se aproxima bastante a los resultados teóricos obtenidos con la fórmula de la Figura 5.

A partir de la definición de las vigas, se continúa el proceso de definición de la plataforma.

Primeramente, se crea la superficie de la plataforma, para ello se replica la viga creada con el modelo barra hasta tener 10 vigas iguales juntas.

A continuación, se crea la sección y el material de las varillas que atraviesan las vigas y que las mantienen unidas entre sí.

Se define el material para ello se clic en *Define > Materials > Add new material*. Para las varillas se usa un acero S355 por lo que no hay que modificar las propiedades.

Section	Property	Value
General Data	Material Name and Display Color	S355
	Material Type	Steel
	Material Grade	S355
	Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	Weight per Unit Volume	76972,86
	Mass per Unit Volume	7849,0474
Isotropic Property Data	Modulus Of Elasticity, E	2,100E+11
	Poisson, U	0,3
	Coefficient Of Thermal Expansion, A	1,170E-05
	Shear Modulus, G	8,077E+10
Other Properties For Steel Materials	Minimum Yield Stress, Fy	3,550E+08
	Minimum Tensile Stress, Fu	5,100E+08
	Expected Yield Stress, Fye	3,905E+08
	Expected Tensile Stress, Fue	5,610E+08

Figura 53. Definición del material de las varillas

Para la sección de las varillas se clic en *Define > Section properties > Frame section > Add New Property* seleccionando en la ventana general una sección maciza circular. Añadiendo el diámetro de 0,01 m y seleccionando como material el acero S355.

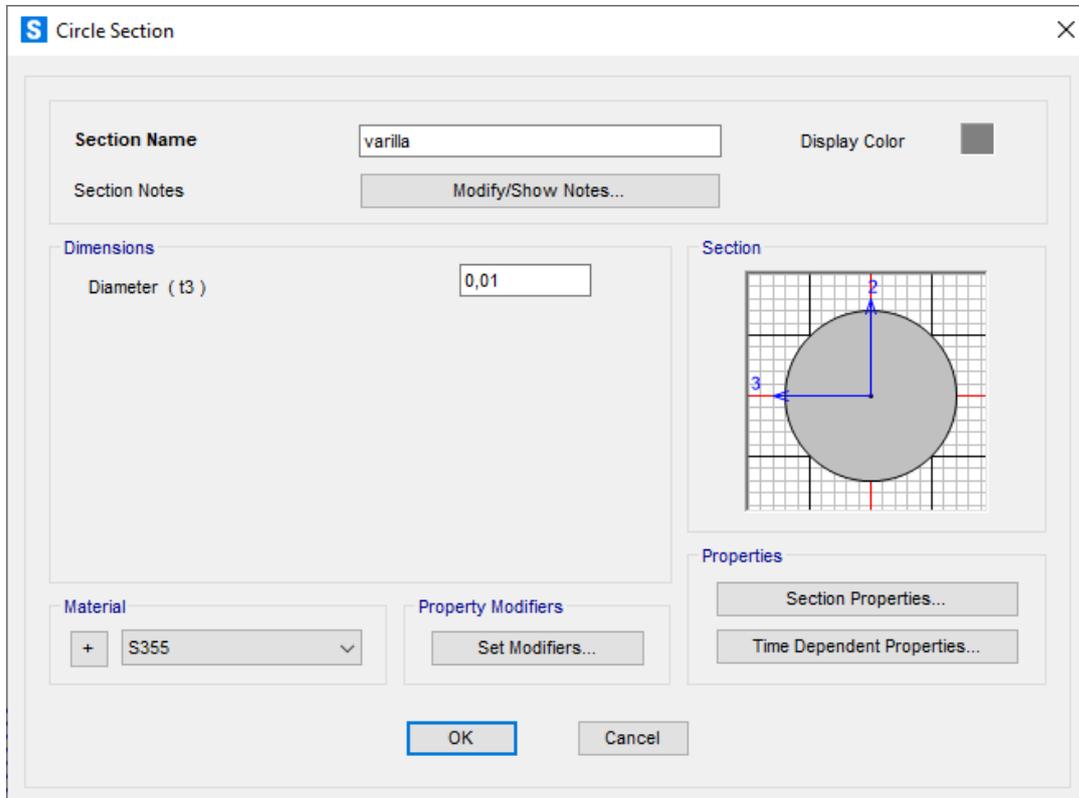


Figura 54. Definición de la sección de las varillas

Una vez hecho esto, se dibujan las varillas atravesando las vigas de manera transversal clicando en la barra lateral izquierda de herramientas en el icono *Draw Frame/Cable* extremos y seleccionando *Straight Frame* como tipo de objeto y *varilla* que es la sección creada.

Posteriormente, se definen los apoyos en los extremos, clicando en *Assign > Joint > Restraints*, para este caso se restringe la traslación en las tres direcciones en ambos apoyos, resultando estos apoyos fijos. Además, se define el apoyo elástico situado en el centro de la plataforma, seleccionando ambos puntos y clicando en *Assign > Joint > Springs* con un valor de 20000 N/m en el eje global Z.

Figura 55. Definición de apoyo elástico

A continuación, se añaden las masas de los componentes fijados a la plataforma que se definieron en el capítulo 5.1, se recogen en la siguiente tabla las masas de los componentes:

Componente	Masa (kg)
Varilla M10	0,530
Tuerca M10	0,015
Arandela	0,020
Arandela 100 mm	0,365
Grapa	2,010

Tabla 12. Masas de los componentes fijados a la plataforma

Las masas se colocan puntuales divididas entre 2 a ambos extremos de las varillas y no son iguales puesto que en las varillas que hay grapa la masa es mayor. El cálculo de las masas puntuales es el siguiente:

Para las varillas con grapas en los extremos:

$$m = \frac{2 \cdot 2,010 + 0,530 + 2 \cdot 0,015 + 2 \cdot 0,020}{2} = 2,31 \text{ kg} \quad (4)$$

Para las varillas sin grapas en los extremos:

$$m = \frac{2 \cdot 0,365 + 0,530 + 2 \cdot 0,015 + 2 \cdot 0,020}{2} = 0,66 \text{ kg} \quad (5)$$

Se añaden las masas en los puntos correspondientes clicando en *Assign > Joint > Masses* escribiendo el valor de 2,31 o 0,66 cuando proceda en los 3 ejes.

S Assign Joint Masses

Specify Joint Mass

As Mass

As Weight

As Volume and Material Property

Material

Mass Coordinate System

Direction

Mass

Translation 1  kg

Translation 2  kg

Translation 3  kg

Mass Moment of Inertia

Rotation about 1  kg-m<sup>2</sup>

Rotation about 2  kg-m<sup>2</sup>

Rotation about 3  kg-m<sup>2</sup>

Options

Add to Existing Masses

Replace Existing Masses

Delete Existing Masses

Reset Form to Default Values

OK Close Apply

Figura 56. Definición de las masas

Por último, para que se manifieste la torsión a menores frecuencias se disminuye la resistencia a torsión de las vigas, para ello se clic en *Define > Section properties > Frame section > Modify/Show Property* seleccionando la sección *rectangular* y en la nueva ventana se clic en *Set Modifiers...* modificando el valor de *Torsional Constant* de 1 a 0,185.

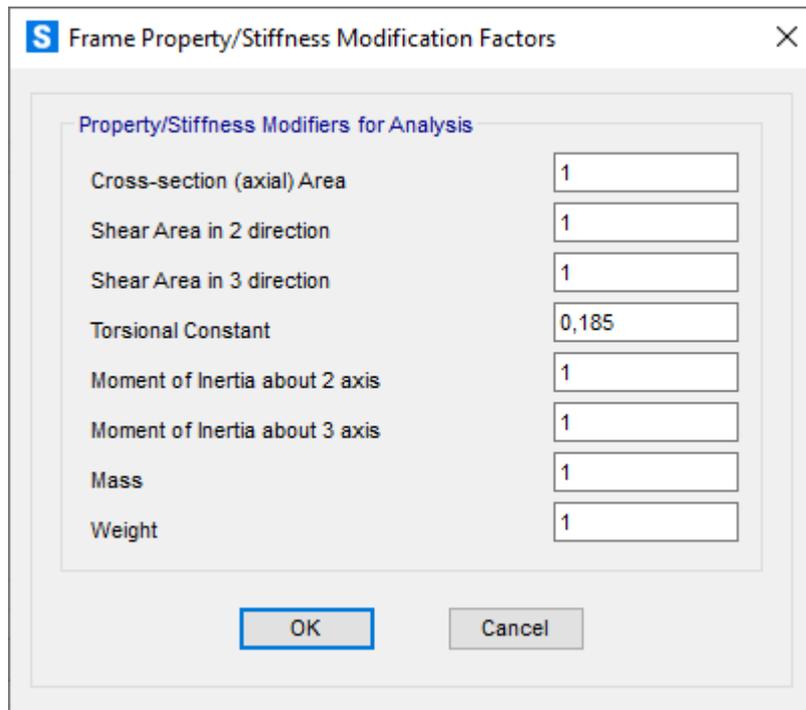


Figura 57. Modificadores de la sección rectangular

Realizando estos pasos se consigue el modelo de la plataforma referencia calibrado, lo que se conoce como “gemelo digital”.

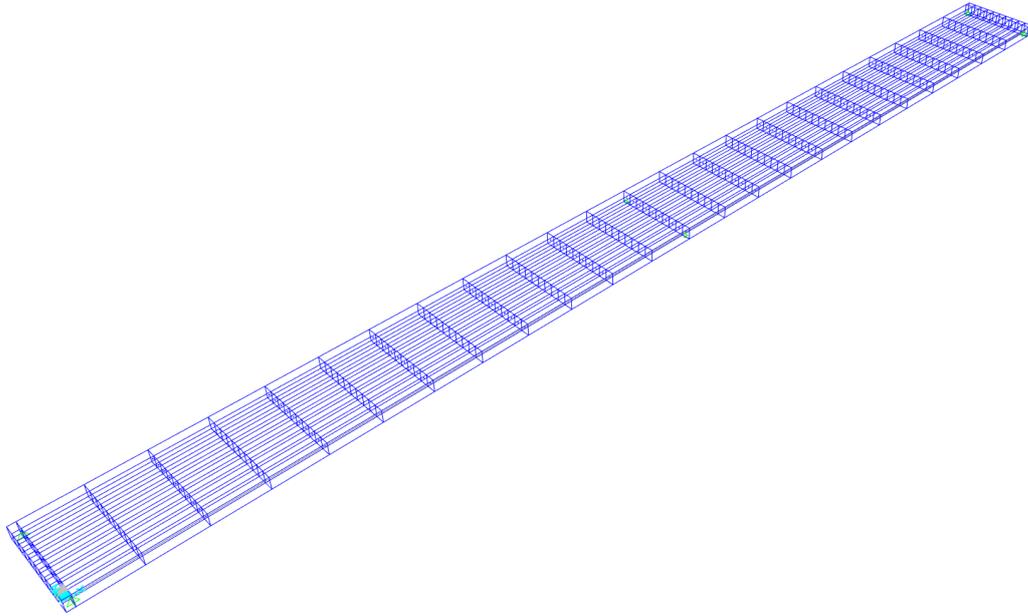


Figura 58. Modelo calibrado de la plataforma referencia con SAP2000 vista en 3D

### MODOS PROPIOS DEL GEMELO DIGITAL

Los modos propios se obtienen de la misma forma que se realizó para obtener los modos propios de la viga. Siguiendo los pasos se obtienen los modos propios de la plataforma, de los cuales se analizan los verticales y los torsionales.

El primer modo es vertical y se manifiesta a una frecuencia  $F1=2,29$  Hz.

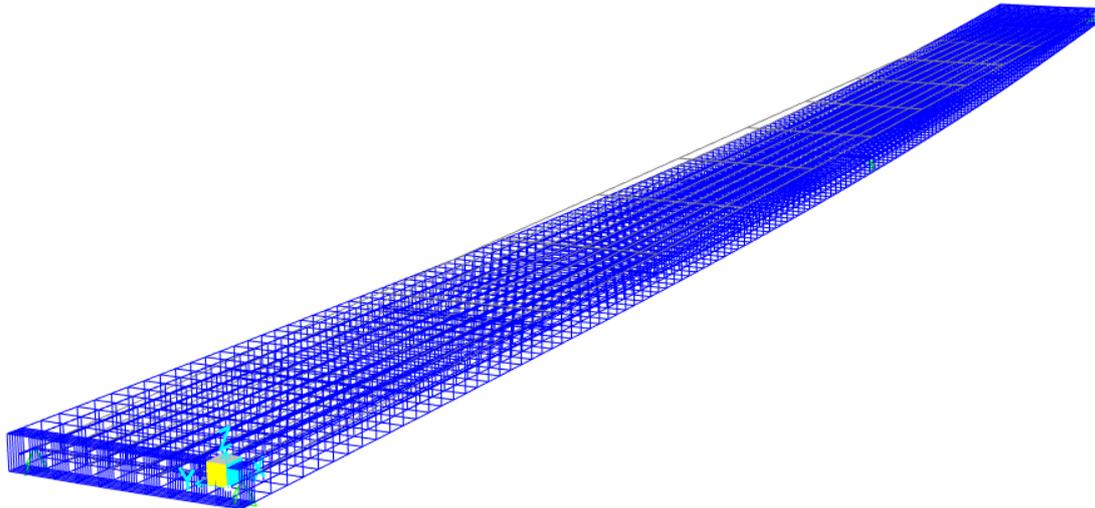
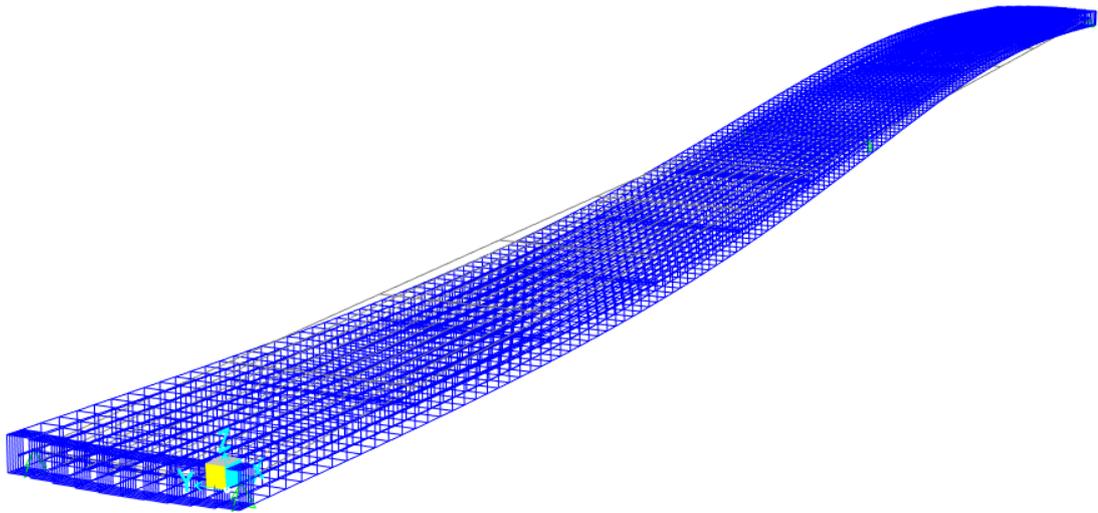


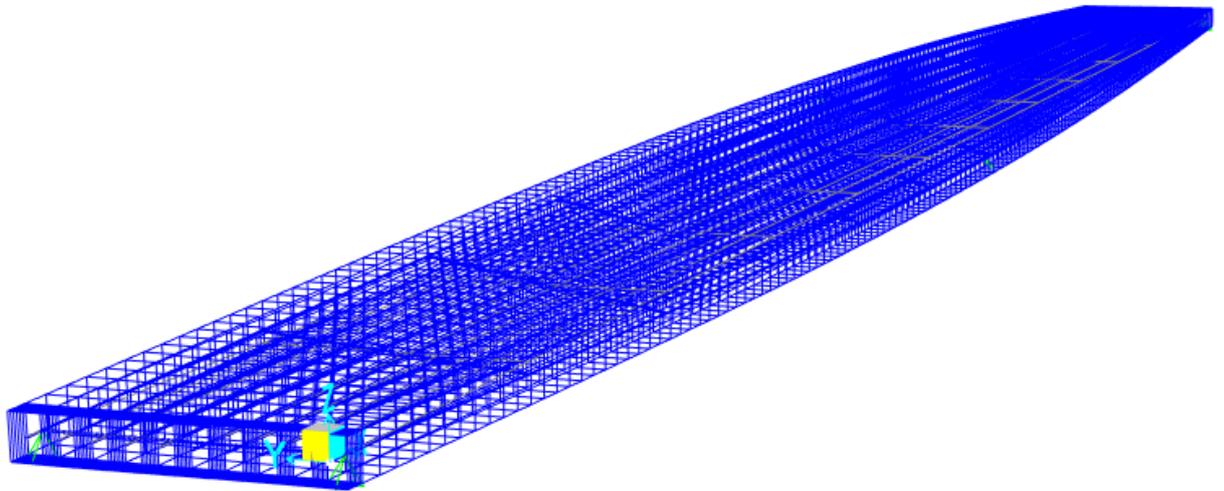
Figura 59. Modo F1 plataforma referencia

El segundo modo es vertical y se manifiesta a una frecuencia  $F2=7,18$  Hz.



*Figura 60. Modo F2 plataforma referencia*

El tercer modo es torsional y se manifiesta a una frecuencia  $T1=8,05$  Hz.



*Figura 61. Modo T1 plataforma referencia*

El cuarto modo es vertical y se manifiesta a una frecuencia  $F3=15,71$  Hz.

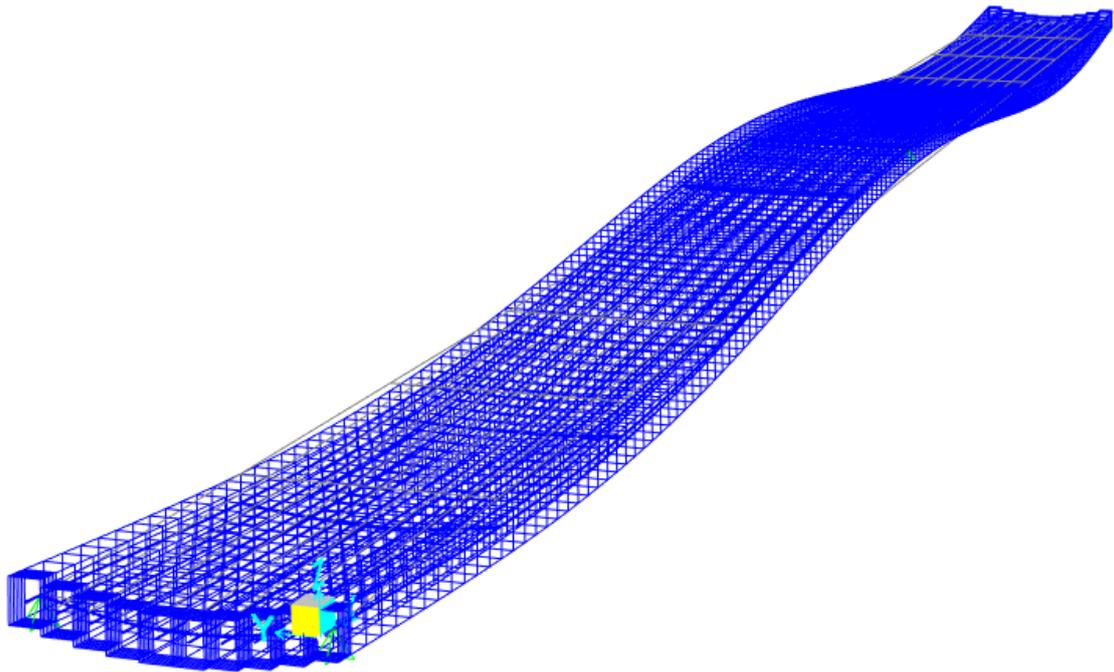


Figura 62. Modo F3 plataforma referencia

El quinto modo es torsional y se manifiesta a una frecuencia  $T2=16,35$  Hz.

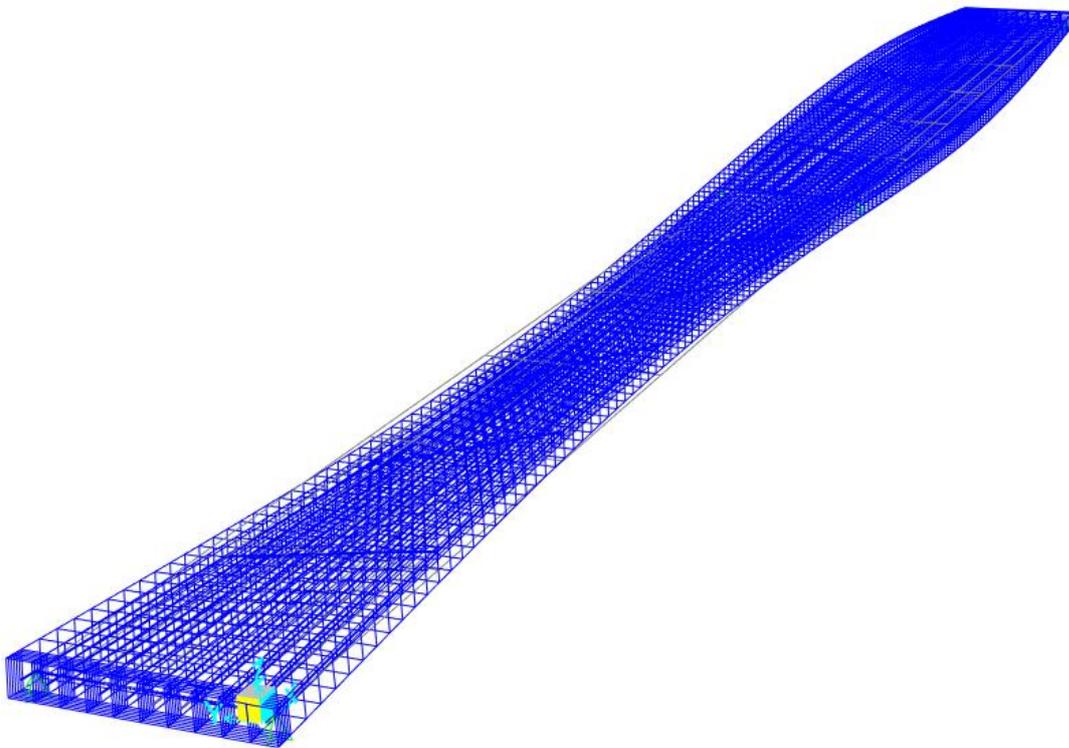


Figura 63. Modo T2 plataforma referencia

Se comparan los modos de la plataforma obtenidos de forma experimental con los modos obtenidos en el modelo calibrado.

<b>Plataforma Experimental</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	2,33
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,12
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	8,09
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	14,84
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,09

Tabla 13. Modos plataforma referencia experimentales

<b>Plataforma Vigas Promedio</b>		Error (%)
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	2,39	2,58
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,18	0,84
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	8,05	0,49
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	15,71	5,86
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,35	1,62

Tabla 14. Modos plataforma referencia del modelo calibrado y error respecto a experimentales

Se observa que las diferencias son pequeñas por lo que se valida el modelo calibrado. A partir de este modelo se crean las diferentes configuraciones de la plataforma que se estudian en este trabajo. Al lograr crear el modelo calibrado el programa nos proporciona datos casi reales con respecto a si se pudieran ensayar las distintas configuraciones.

### DEMOSTRACIÓN HIPÓTESIS VIGAS PROMEDIO

En este apartado se demuestra que el uso de las vigas promedio en lugar de las vigas reales es equivalente ya que la diferencia es mínima y además realizarlo con las vigas promedio es menos laborioso.

La creación de las vigas reales es igual que la creación de la viga promedio, con la salvedad de que cada viga tiene propiedades distintas por lo que hay que crear un material distinto para registrar las propiedades de cada viga, además, se crean 10 secciones con la misma geometría, asignando el material correspondiente a cada viga. Se muestra en la siguiente figura la lista de los materiales y secciones para las 10 vigas reales.

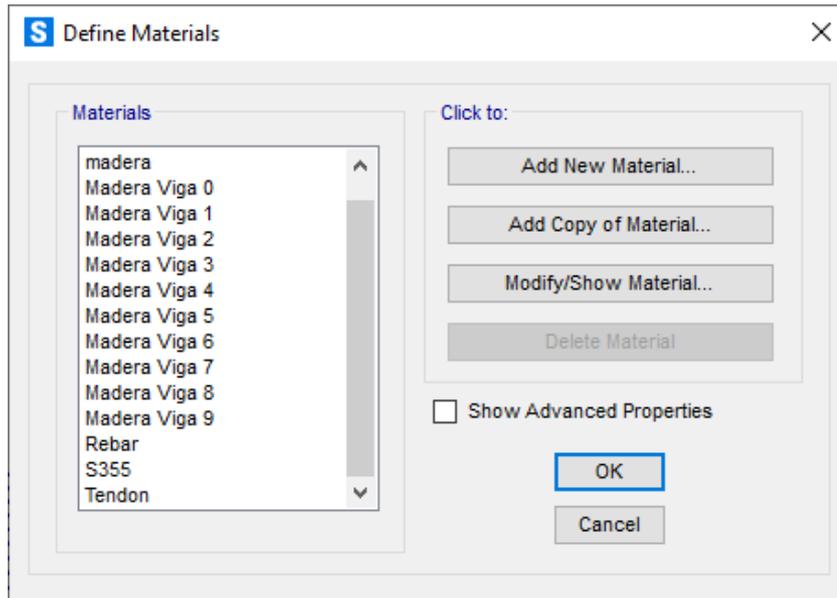


Figura 64. Lista de los materiales creados para las vigas reales

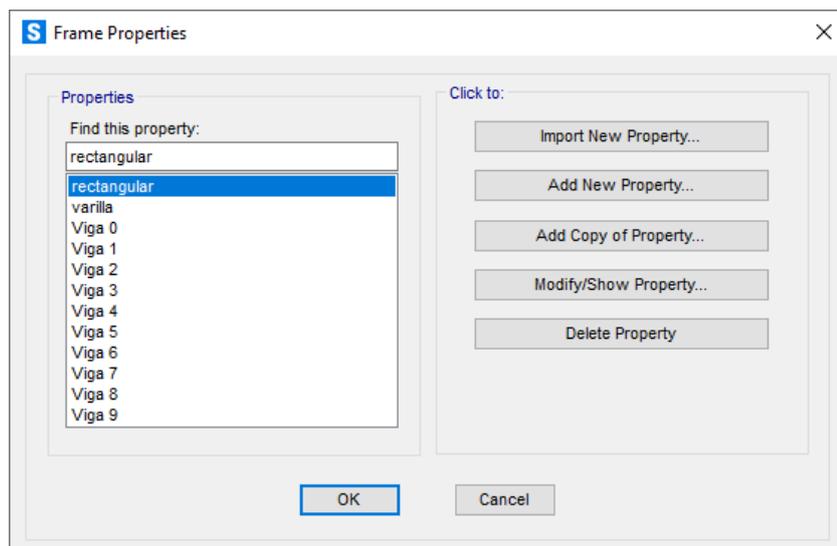


Figura 65. Lista de las secciones creadas para las vigas reales

Una vez hecho esto, el proceso para lograr la plataforma es el mismo que se ha realizado para el caso de las vigas promedio.

Se obtienen los modos que se presentan en la siguiente tabla y que se comparan con los modos obtenidos usando las vigas promedio.

Plataforma Vigas Reales		Error (%)
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	2,39	0,00
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,19	0,14
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	8,01	0,50
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	15,76	0,32
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,29	0,37

Tabla 15. Comparativa modos plataforma referencia con vigas promedio y vigas reales

Se observa que el error es prácticamente nulo, por lo que se demuestra de esta forma que es correcto utilizar las vigas promedio en vez las vigas reales, ya que el resultado es prácticamente el mismo.

### 6.1.2 Modelo Shell

El modelo Shell resulta más complicado que el modelo barra ya que SAP2000 tiene este último por defecto.

Se parte del modelo anterior en el que la barra está dividida en 42 elementos para que las áreas no queden demasiado alargadas. Además, en el modelo "shell" se utiliza la misma configuración de "material" por lo que no es necesario definirlo de nuevo.

Para definir la sección se clic en *Define > Section Properties > Area Sections*. Seleccionando en la ventana el tipo "Shell-Thin" y en los espesores de *Membrane* y *Bending* se escribe en ambos el valor de 0,14 que es la altura de la sección de la viga; por último, se selecciona el material ya creado en el modelo barra con un valor de ángulo de material igual a 0.

The screenshot shows the 'Shell Section Data' dialog box. At the top, the 'Section Name' is 'esp140' and 'Display Color' is a blue square. Below that is a 'Section Notes' field with a 'Modify/Show...' button. The 'Type' section has radio buttons for 'Shell - Thin' (selected), 'Shell - Thick', 'Plate - Thin', 'Plate Thick', 'Membrane', and 'Shell - Layered/Nonlinear'. There is a 'Modify/Show Layer Definition...' button. The 'Thickness' section has input fields for 'Membrane' (0,14) and 'Bending' (0,14). The 'Material' section has a 'Material Name' dropdown set to 'madera' and a 'Material Angle' input field set to 0. There are buttons for 'Set Time Dependent Properties...', 'Set Modifiers...', and 'Thermal Properties...'. At the bottom are 'OK' and 'Cancel' buttons.

Figura 66. Definición de la sección de la viga en el modelo Shell

A continuación, se seleccionan los 42 elementos y se clicla en *Edit > Extrude > Extrude Lines to Areas*. Seleccionando la sección creada en el paso anterior, con un valor de ancho de 0,1 m en la dirección y. El número de áreas es de 1.

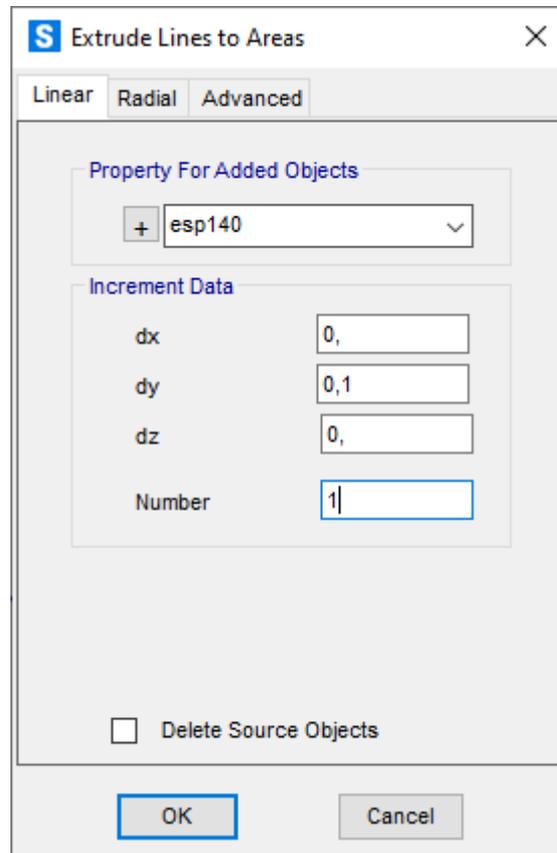


Figura 67. Creación de áreas a partir del modelo barra

Para finalizar, se seleccionan los 4 puntos extremos y añaden los apoyos de la misma manera que se realizó en el modelo barra. Resultando el modelo Shell siguiente:

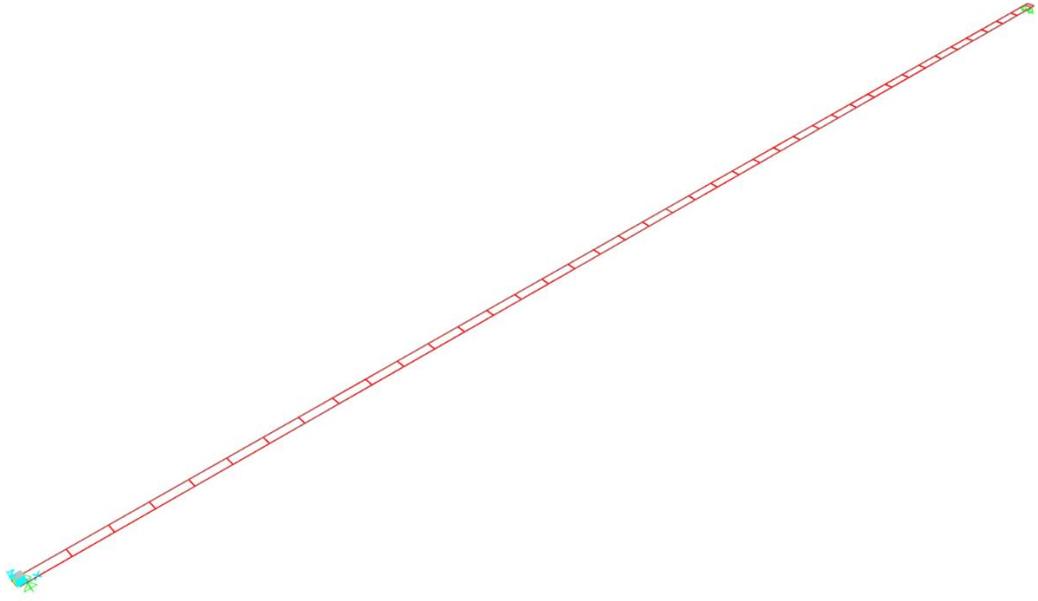


Figura 68. Viga de la plataforma modelo Shell

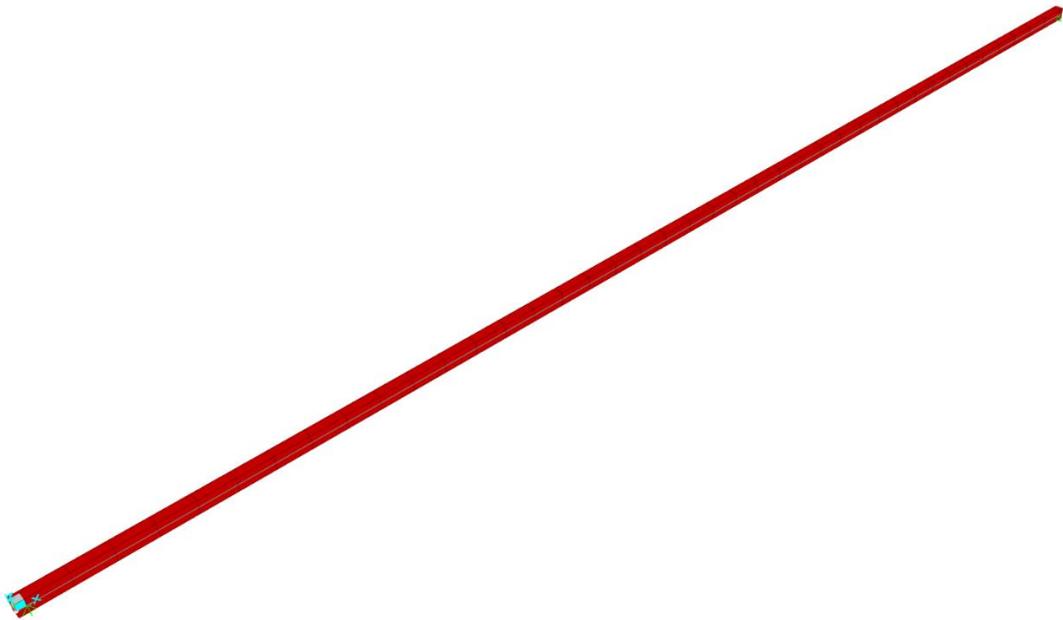


Figura 69. Vista 3D de la viga de la plataforma modelo shell

De la misma manera que se realizó para el modelo de barra se crean los casos de carga “F” y “modal”.

Para finalizar se ejecuta el análisis modal clicando en *Run Analysis > Run Now > Show Deformed Shape* seleccionando el caso de carga “Modal” con esto se ve la deformada y la frecuencia del modo propio.

En el modelo Shell los modos verticales son similares a los modos obtenidos experimentalmente por lo que son válidos, pero para los modos horizontales puesto que los apoyos impiden los desplazamientos el modelo no es efectivo.

Los primeros modos verticales del modelo se recogen en la siguiente tabla comparados con los 3 primeros modos verticales obtenidos experimentalmente:

		Vertical		
		Modo 1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	Modo 3 (Hz)
Viga promedio	Shell	1,96	7,83	17,62
	Experimental	1,91	7,61	16,75
	Error %	2,62	2,89	5,19

Tabla 16. Comparación modos propios verticales experimentales y obtenidos con modelo Shell

En resumen, este modelo solamente funciona para los modos verticales que son los que interesa estudiar.

Por último, se define la plataforma con el modelo Shell por medio de la misma metodología seguida en el modelo barra, añadiendo las varillas y los resortes en los apoyos elásticos. Así se obtiene la plataforma con el modelo Shell:

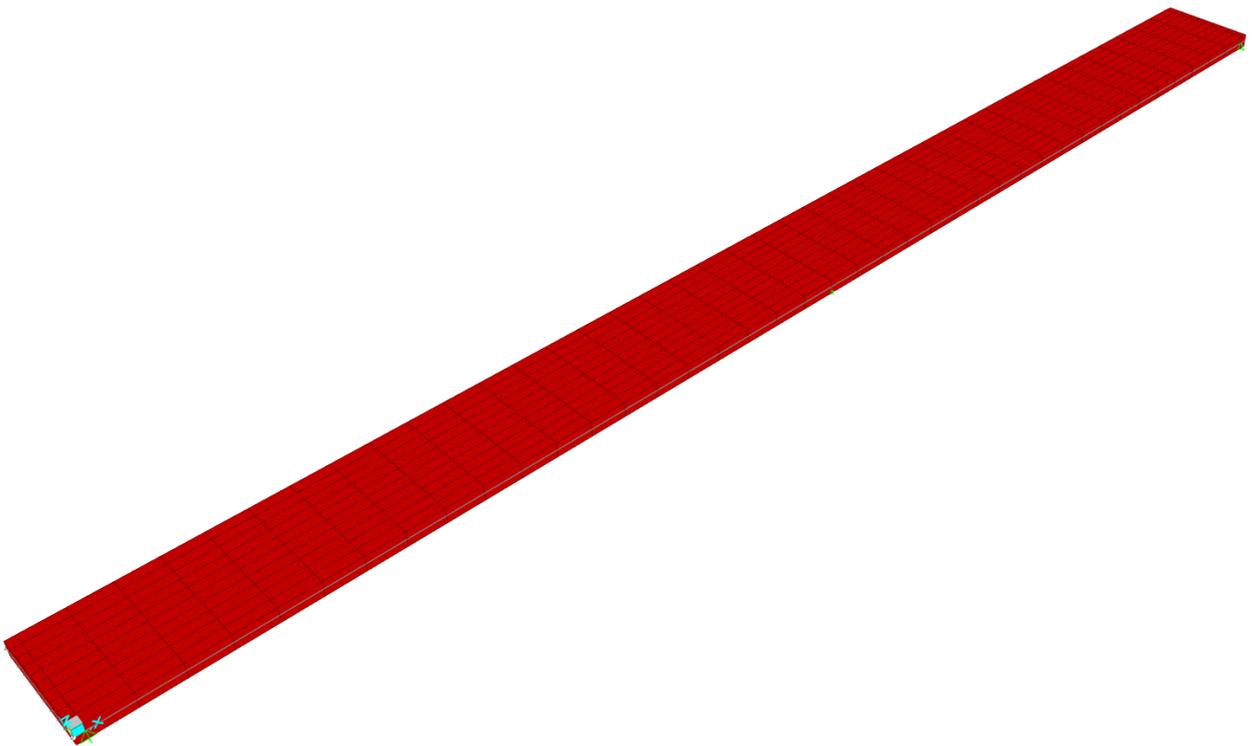


Figura 70. Vista 3D de la plataforma referencia realizada con el modelo Shell

En cuanto a los modos de la plataforma, se comparan los obtenidos de forma experimental con los conseguidos en el modelo Shell.

<b>Plataforma Experimental</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	2,33
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,12
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	8,09
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	14,84
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,09

*Tabla 17. Modos plataforma referencia experimentales*

<b>Plataforma Modelo Shell</b>		Error (%)
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	2,44	4,72
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,48	5,06
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	16,92	14,02
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	34,04	320,77
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	68,14	323,49

*Tabla 18. Comparativa modos experimentales y modos plataforma modelo Shell*

Se observa en la plataforma del modelo Shell que los modos de flexión se parecen, pero los modos de torsión se alejan mucho de los resultados experimentales, pues las vigas en el modelo no se comportan como si fueran solidarias.

El modelo Shell se abandona puesto que no consigue el objetivo de obtener un “gemelo digital” que es el motivo fundamental del trabajo.

## 6.2 Plataforma biapoyada

La diferencia con la plataforma referencia se encuentra en el punto central ya que el apoyo elástico pasa a ser libre. Para ello se clicca en los puntos donde se encuentran los muelles y se clicca en *Assign > Joint > Springs* seleccionando en la siguiente ventana la opción *Delete Existing Springs* y clicando en OK para realizar el cambio.

The image shows a software dialog box titled "S Assign Joint Springs". It contains the following elements:

- Spring Type:** Two radio buttons. "Simple" is selected. "Advanced - Coupled 6x6 Spring" is unselected. A button "Modify/Show Advanced Spring Stiffness..." is below.
- Spring Coordinate System:** A "Direction" dropdown menu set to "Local".
- Simple Spring Stiffness:** Six input fields, each containing "0". The units are: Translation 1, 2, 3 (N/m); Rotation about 1, 2, 3 (N-m/rad).
- Options:** Three radio buttons. "Delete Existing Springs" is selected. "Add to Existing Springs" and "Replace Existing Springs" are unselected.
- Buttons:** "Reset Form to Default Values", "OK", "Close", and "Apply".

Figura 71. Eliminación del apoyo elástico

Una vez hecho esto, se consigue la plataforma biapoyada:

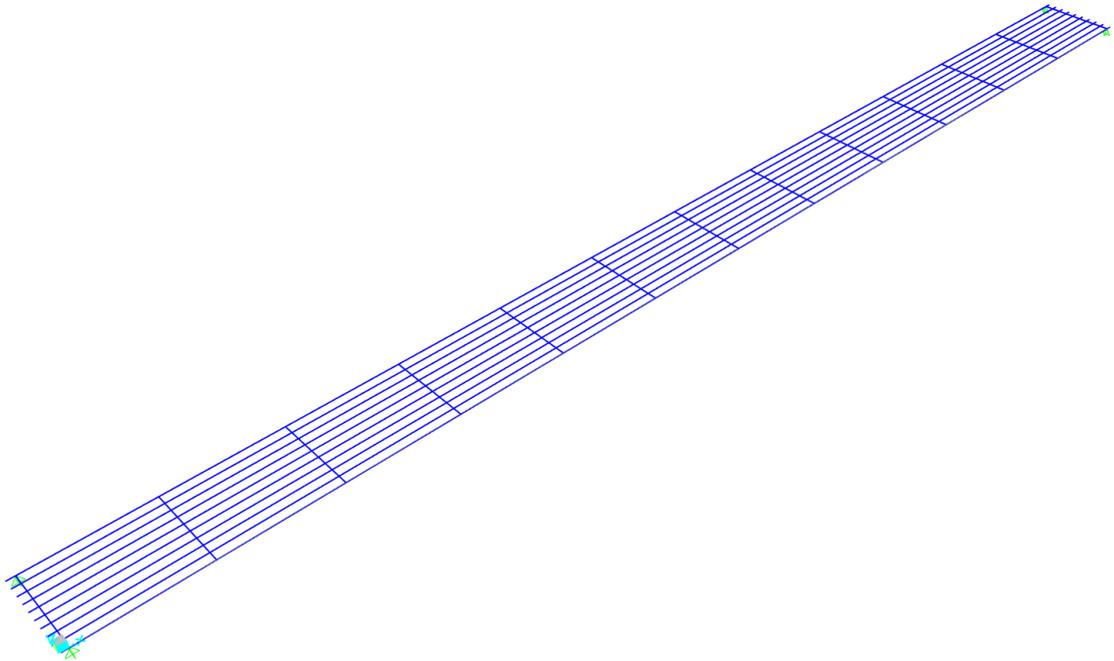


Figura 72. Plataforma biapoyada vista en 2D

A partir de este punto, los resultados y observaciones pertinentes sobre las distintas plataformas se realizan suponiendo que el modelo calibrado con SAP es correcto, ya que las diferentes configuraciones que se presentan en los siguientes apartados del TFG no se han ensayado.

Los modos propios de la plataforma biapoyada se obtienen de la misma forma que se obtuvieron los modos para la plataforma referencia. Estos modos se recogen en la siguiente tabla:

<b>Plataforma Biapoyada</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	1,83
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,18
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	7,69
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	15,63
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,35

Tabla 19. Modos propios plataforma biapoyada

Se observa que las frecuencias de los modos de la plataforma biapoyada son menores que los de la plataforma referencia. Esto sucede porque que la configuración de plataforma biapoyada es menos rígida, ya que se eliminan los apoyos elásticos centrales.

Una comprobación interesante que se puede hacer consiste en considerar la plataforma biapoyada como una única viga de 1000x140mm de sección. Hay que tener en cuenta dos cosas, el momento de inercia de la nueva la viga y la masa que es 10 veces la de la viga promedio. Hecho esto, si se puede aplicar la ecuación (5) a los modos de flexión.

Los modos obtenidos se recogen en la siguiente tabla:

Plataforma Biapoyada		Error (%)
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	1,86	1,76
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,45	3,75
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	16,76	7,23

Tabla 20. Comparativa de los modos de flexión obtenidos en la simulación y obtenidos con la fórmula para el caso de plataforma biapoyada

Se observa que las desviaciones son pequeñas, por lo que la simulación se ajusta bien a los resultados obtenidos mediante la aplicación de la ecuación (5) considerando la plataforma como una única viga biapoyada.

### 6.3 Plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes

En esta configuración el apoyo central pasa de ser un apoyo elástico a ser un apoyo fijo como el de los extremos. Para ello se clicca en los puntos donde se encuentran los muelles y se eliminan de la misma forma que se ha hecho para el caso de la plataforma biapoyada. Posteriormente, se clicca esos mismos puntos y se clicca en *Assign > Joint > Restraints* seleccionando restringir la traslación en las tres direcciones para colocar un apoyo fijo en los puntos donde había muelles.

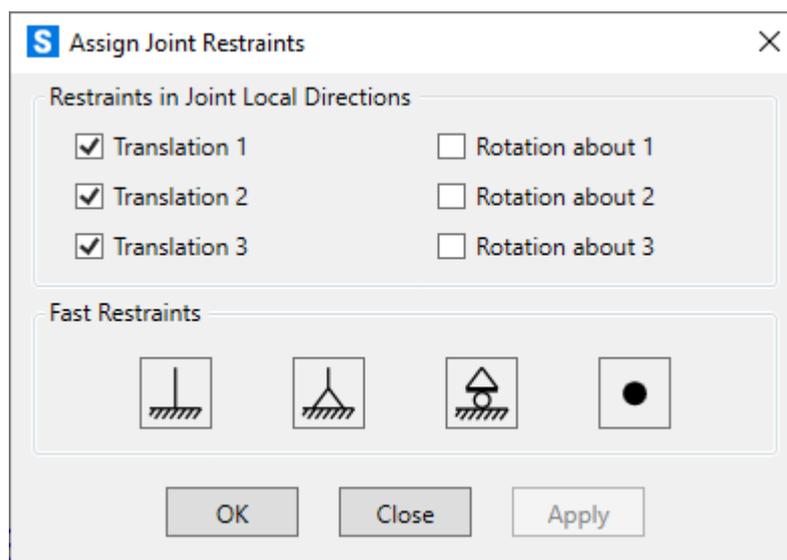


Figura 73. Definición de un apoyo fijo

Una vez hecho esto, se consigue la plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes:

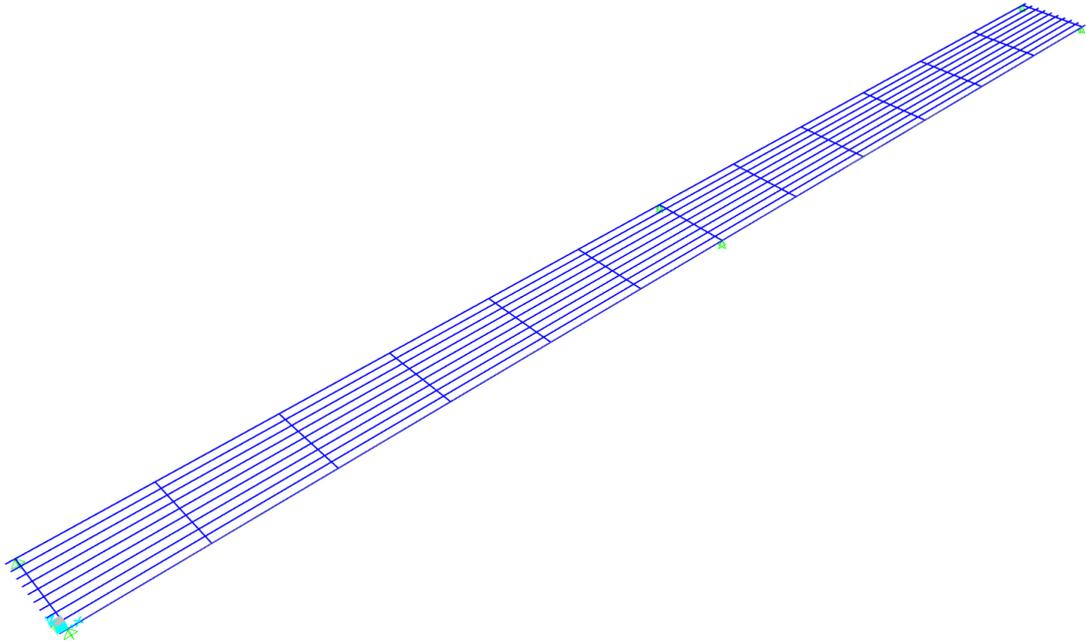


Figura 74. Plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes vista en 2D

Los modos propios de la plataforma con 3 apoyos fijos equidistantes se obtienen de la misma forma que se obtuvieron los modos para la plataforma referencia. Estos modos se recogen en la siguiente tabla:

<b>Plataforma 3 Apoyos Fijos Equidistantes</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	7,18
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	10,19
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	16,35
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	18,94
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	24,8

Tabla 21. Modos propios plataforma con 3 apoyos equidistantes

Se observa que las frecuencias de los modos de la plataforma con 3 apoyos fijos son mayores que los de la plataforma referencia. Esto es debido a que la configuración de plataforma con 3 apoyos fijos es más rígida, ya que los apoyos centrales son más rígidos que los de la plataforma referencia.

## 6.4 Plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes

En esta configuración el apoyo central pasa de ser un apoyo elástico a ser un apoyo fijo como el de los extremos. Además, los puntos intermedios entre los apoyos extremos y los apoyos centrales también se convierten en apoyos fijos. Para ello se clicca en los puntos donde se encuentran los muelles y se eliminan de la misma forma que se ha hecho para el caso de la plataforma biapoyada. Posteriormente, se clicca en los puntos centrales y en los puntos intermedios y se clicca en *Assign > Joint > Restraints* seleccionando restringir la traslación en las tres direcciones para colocar apoyos fijos donde corresponde.

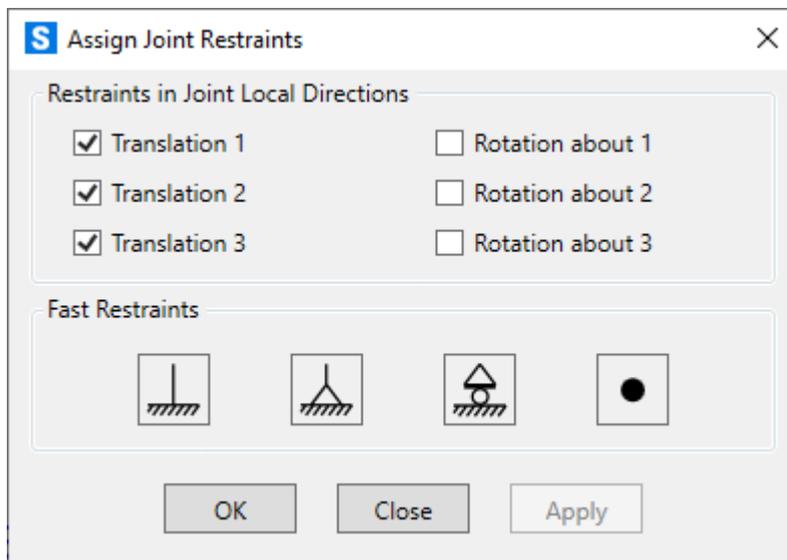


Figura 75. Definición de un apoyo fijo

Una vez hecho esto, se consigue la plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes:

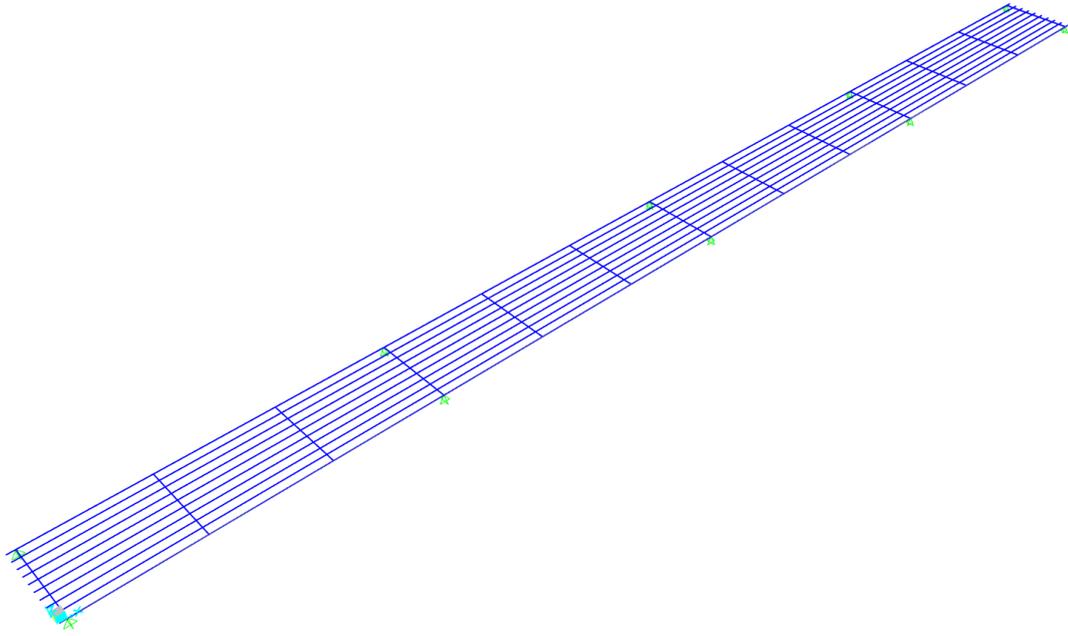


Figura 76. Plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes vista en 2D

Los modos propios de la plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes se obtienen de la misma forma que se obtuvieron los modos para la plataforma referencia. Estos modos se recogen en la siguiente tabla:

<b>Plataforma 5 Apoyos Fijos Equidistantes</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	21,03
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	22,09
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	24,86
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	40,4
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	43,44

Tabla 22. Modos propios plataforma con 5 apoyos fijos equidistantes

Se observa que las frecuencias de los modos de la plataforma con 5 apoyos fijos son mucho mayores que los de la plataforma referencia. Ocurre esto porque la configuración de plataforma con 5 apoyos fijos es más rígida: el apoyo central es más rígido que el de la plataforma referencia, además, se han colocado dos apoyos fijos en los puntos intermedios que confieren más rigidez a la plataforma.

## 6.5 Plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes

La diferencia con la plataforma referencia se encuentra en los apoyos de los extremos ya que los apoyos fijos pasan a ser apoyos elásticos. Lo primero que se realiza es eliminar los apoyos fijos de los extremos, para ello se clic en *Assign > Joint > Restraints* seleccionando el cuadrado con un punto en el centro que hace que los apoyos estén libres.

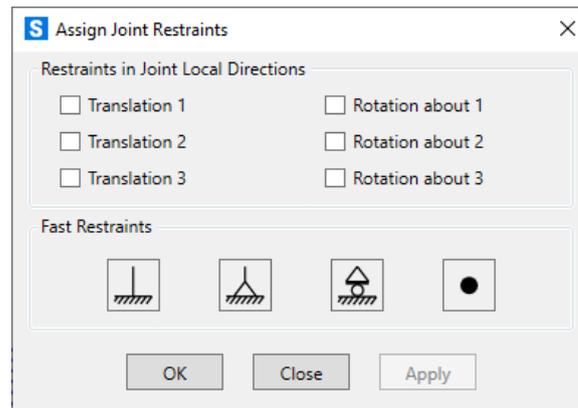


Figura 77. Definición de apoyo libre

Posteriormente, se clic en los puntos de los extremos y se clic en *Assign > Joint > Springs* seleccionando en la siguiente ventana la opción *Add to Existing Springs* con un valor de 20000 N/m en el eje global Z, clicando en OK para realizar el cambio.

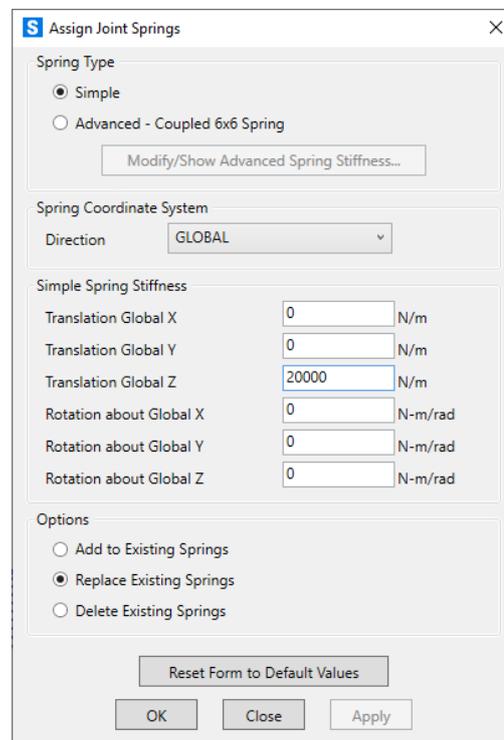


Figura 78. Definición de los apoyos elásticos

Una vez hecho esto, se consigue la plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes:

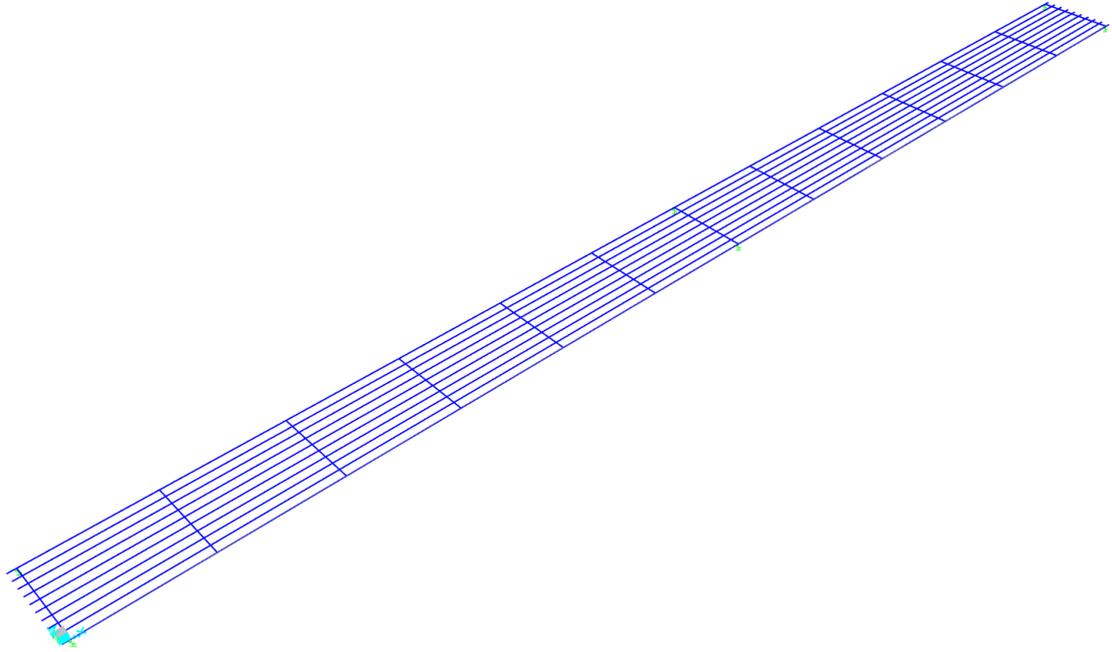


Figura 79. Plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes vista en 2D

Los modos propios de la plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes se obtienen de la misma forma que se obtuvieron los modos para la plataforma referencia. Estos modos se recogen en la siguiente tabla:

<b>Plataforma 3 apoyos elásticos equidistantes</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	1,75
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	2,51
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	2,83
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	5,15
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	8,2

Tabla 23. Modos plataforma con 3 apoyos elásticos equidistantes

Se observa que las frecuencias de los modos de la plataforma con 3 apoyos elásticos son menores que los de la plataforma referencia. Esto sucede porque la configuración de plataforma con 3 apoyos elásticos es menos rígida, ya que los apoyos de los extremos son menos rígidos que los de la plataforma referencia.

## 6.6 Plataforma con carga

Se carga la plataforma con listones metálicos con una masa total de 2000 kg situados en la zona intermedia entre 2 apoyos, coincidiendo con el paso a través de la plataforma de una de las varillas. Para ello se clicca en la varilla y a continuación en *Assign > Frame > Line Mass* introduciendo el valor de 2000 kg/m.

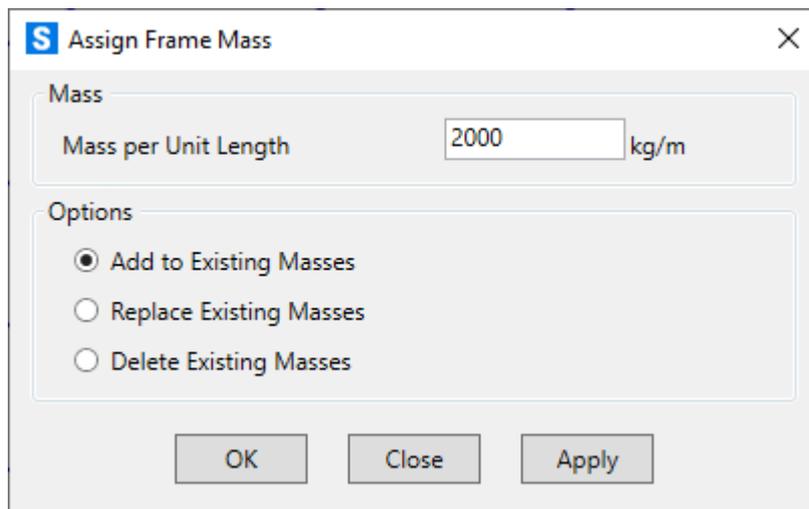


Figura 80. Masa lineal de 2000 kg

Una vez hecho esto, se consigue la plataforma cargada con 2000kg:

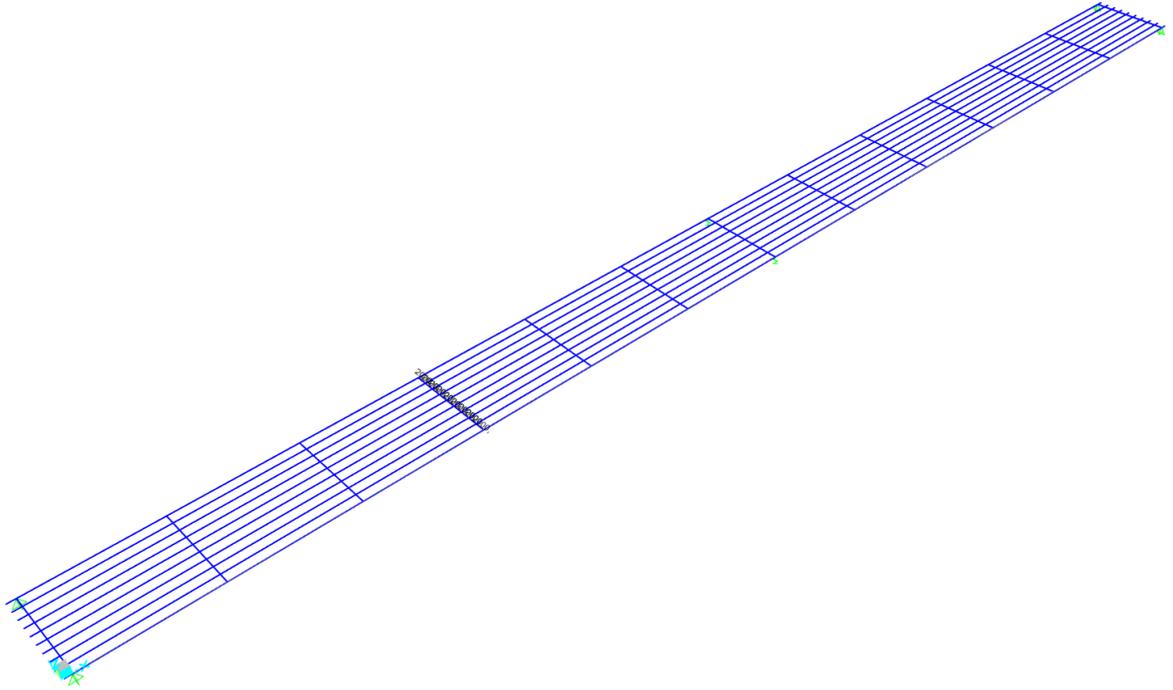


Figura 81. Plataforma cargada con 2000 kg vista en 2D

Los modos propios de la plataforma cargada con 2000 kg se obtienen de la misma forma que se obtuvieron los modos para la plataforma referencia. Estos modos se recogen en la siguiente tabla:

<b>Plataforma cargada con 2000 Kg</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	1,26
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	4,24
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	4,88
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	11,72
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	14,17

Tabla 24. Modos de la plataforma cargada con 2000 kg

Se observa que las frecuencias de los modos de la plataforma cargada son menores que los de la plataforma referencia. Esto es debido a que la masa hace que la plataforma sea más rígida. Además, se observa que los modos de torsión T1 y T2 se adelantan a los modos de flexión F2 y F3, esto es debido a que la masa favorece que la plataforma vuelque ya que la carga situada encima de la plataforma tiene inercia, en lugar de favorecer el movimiento vertical de esta.

## 6.7 Plataforma no ideal

En este caso la no idealidad de la plataforma va a ser debido a que uno de los apoyos elásticos tiene la mitad de rigidez que el otro, este fenómeno podría deberse por ejemplo a la rotura de uno de los resortes del apoyo por causas naturales.

Para ello, se clic en el apoyo elástico y se clic en *Assign > Joint > Springs* seleccionando en la siguiente ventana la opción *Replace to Existing Springs* con un valor de 10000 N/m en el eje global Z, clicando en OK para realizar el cambio.

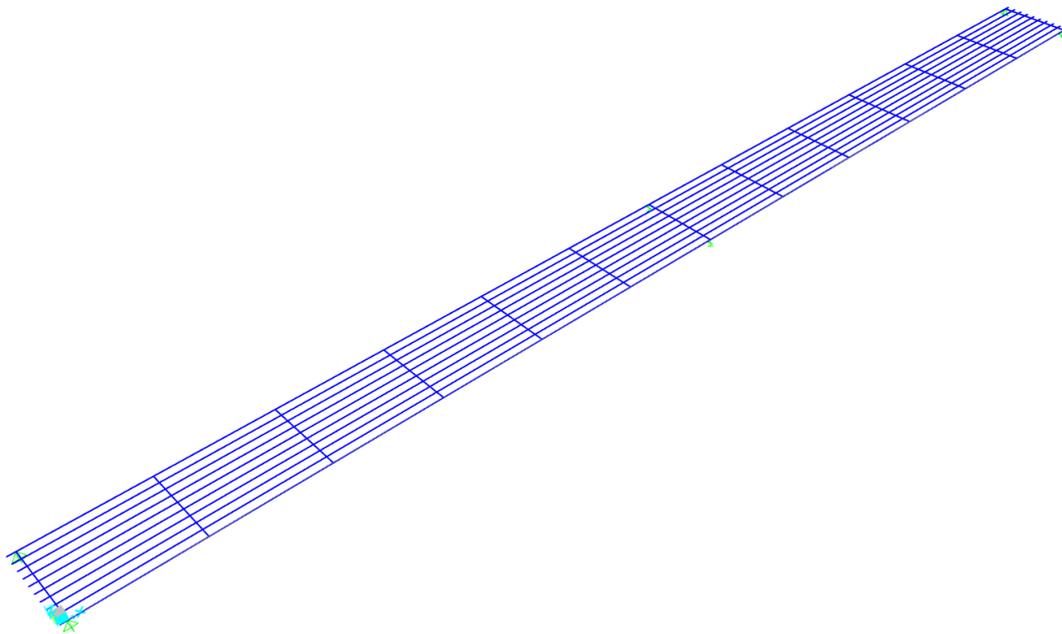


Figura 82. Plataforma no ideal vista en 2D

Los modos propios de la plataforma no ideal se obtienen de la misma forma que se obtuvieron los modos para la plataforma referencia. Estos modos se recogen en la siguiente tabla:

Plataforma No ideal	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	2,26
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	7,18
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	7,95
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	15,69
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,35

Tabla 25. Modos de la plataforma no ideal

Se observa que el valor de las frecuencias ha disminuido levemente respecto a la plataforma referencia. Esto es debido a que el apoyo elástico es el menos

rígido y la mayor parte de la rigidez la proporcionan los apoyos fijos. Por lo que modificar a una escala pequeña la rigidez de los resortes no influye mucho en los modos de la plataforma.

## 6.8 Plataforma con voladizos

La diferencia de esta configuración respecto a la plataforma referencia es la eliminación del apoyo elástico central y el posicionamiento de los apoyos fijos a puntos intermedios de la plataforma generando voladizos a uno o ambos lados de la plataforma. Para ello se elimina el apoyo elástico central de la misma forma que se ha hecho en configuraciones anteriores y se eliminan también uno o los dos apoyos fijos de los extremos reposicionándolos en los puntos intermedios, clicando en *Assign > Joint > Restraints* seleccionando o deseleccionando las translaciones impedidas o libres, dependiendo de si se crea o elimina un apoyo fijo. Se obtienen así las siguientes configuraciones con uno o dos voladizos:

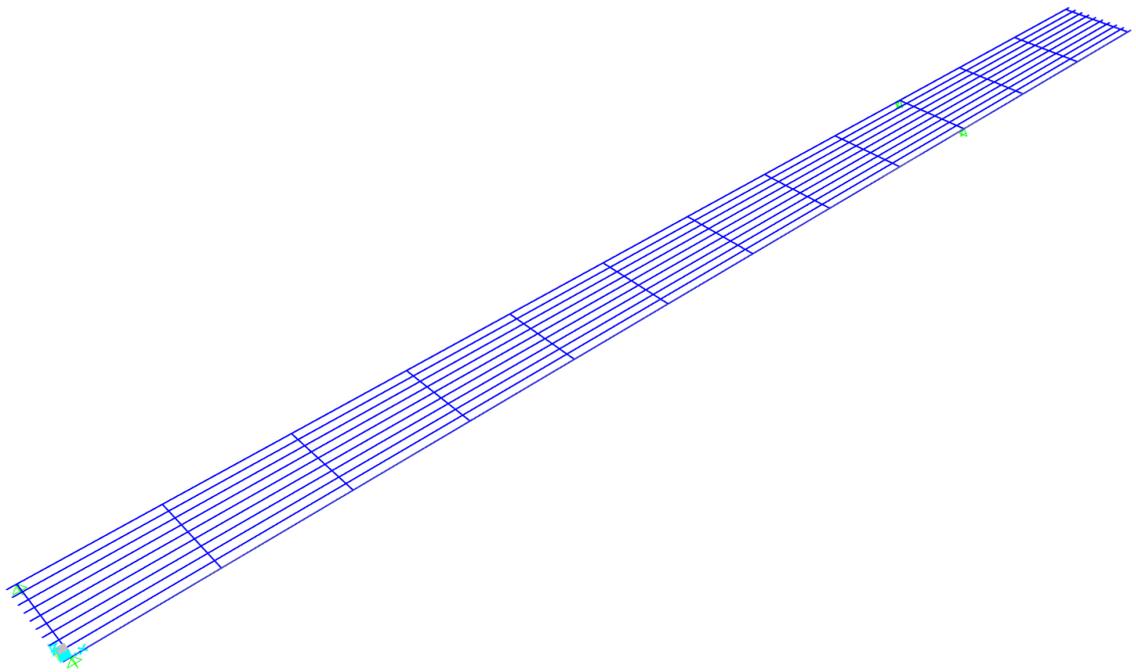


Figura 83. Plataforma con 1 voladizo

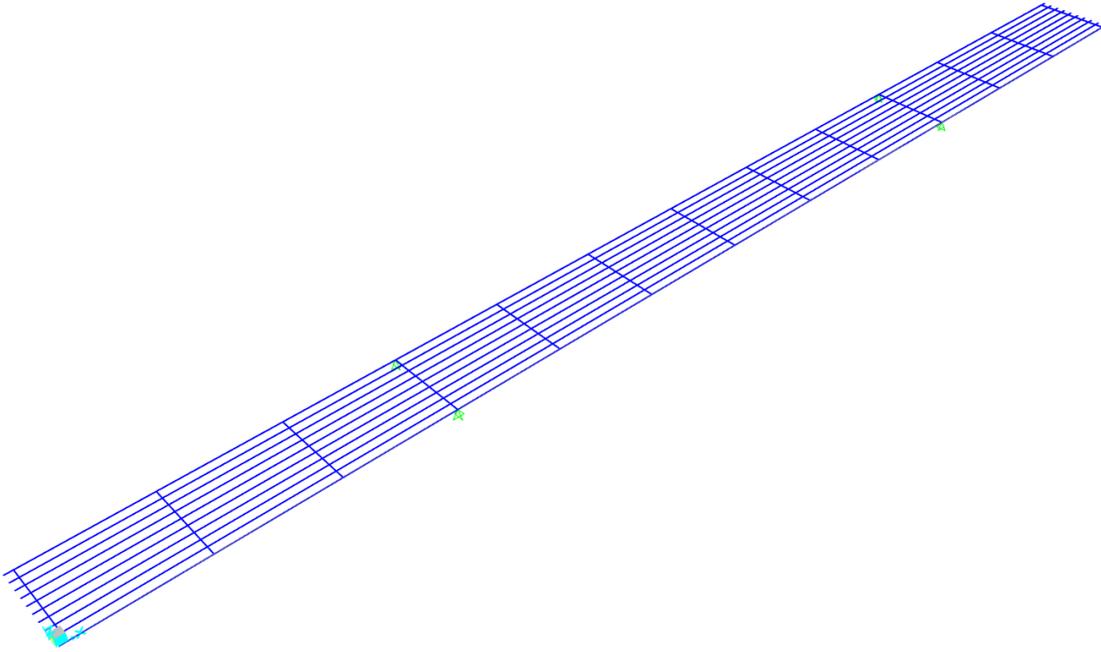


Figura 84. Plataforma con 2 voladizos

Los modos propios de la plataforma con uno o dos voladizos se obtienen de la misma forma que se obtuvieron los modos para la plataforma referencia. Estos modos se recogen en las siguientes tablas:

<b>Plataforma con Voladizo</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	2,8
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	6,5
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	10,82
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	13,94
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,77

Tabla 26. Modos propios de la plataforma con 1 voladizo

<b>Plataforma con 2 Voladizos</b>	
Modo 1 de flexión F1 (Hz)	3,89
Modo 2 de flexión F2 (Hz)	6,04
Modo 3 de flexión F3 (Hz)	11,85
Modo 1 de torsión T1 (Hz)	15,35
Modo 2 de torsión T2 (Hz)	16,8

Tabla 27. Modos propios de la plataforma con 2 voladizos

## 7. Conclusiones y líneas futuras

### 7.1 Conclusiones

Una vez elaborado el presente documento, se colige, en primer lugar, que se ha logrado crear un modelo 3D realista de la plataforma a través del software CATIA.

En segundo lugar, se ha conseguido una buena calibración de la plataforma del laboratorio a través del software SAP2000, obteniendo el “gemelo digital” que se buscaba. Las comprobaciones llevadas a cabo justifican el buen ajuste entre la plataforma real y el “gemelo digital”, sirviendo para simular las configuraciones estudiadas sin la necesidad de realizar los cambios en la plataforma.

Por último, se entiende que la simulación es buena pues los resultados obtenidos se asemejan a los obtenidos experimentalmente.

### 7.2 Repercusiones

En cuanto a la valoración económica, primero se realiza una estimación de las horas invertidas en este TFG. Para la elaboración del TFG se han invertido aproximadamente 300 horas incluyendo la fase de modelado sólido, la fase de calibración y simulación y la fase de redacción del documento. Considerando que el sueldo de un ingeniero en formación es de 20000 €/año trabajando al año 1800 horas, es decir, 11,2 €/hora. Resulta un coste aproximado de 3360€ del trabajo.

En cuanto a los riesgos ambientales debidos a la elaboración del TFG, cabe destacar que no se ha empleado ningún material peligroso y que la única contaminación es la debida a los gases de soldadura, ya que ciertas piezas necesarias para el montaje de la plataforma requieren de cordones de soldadura para su correcta funcionalidad.

### 7.3 Líneas futuras

Las propuestas como líneas futuras a partir de este TFG se refieren sobre todo a diferentes configuraciones de la plataforma distintas a las ya estudiadas. Se citan algunos ejemplos a continuación:

- Análisis de la plataforma con un número de vigas distinto (8, 12 vigas)
- Comparación de la plataforma con el mismo número de vigas pero con distinta orientación de las mismas.
- Comparación de la plataforma referencia, con una plataforma en la que las vigas tienen una separación entre sí.
- Análisis de la plataforma referencia con las varillas aflojadas.

Otra de las líneas futuras que se pueden tomar a partir de este TFG es analizar las frecuencias a las que se dan comportamientos anómalos en la plataforma, incluyendo fallos, impacto de fenómenos meteorológicos...

## Bibliografía

- [1] «<http://www.catec.aero/es/>,» [En línea]. Available: <http://www.catec.aero/es/materiales-y-procesos/l%C3%ADnea-de-investigaci%C3%B3n/shm>
- [2] «<https://www.idvia.es/>,» [En línea]. Available: <https://www.idvia.es/por-que-es-tan-importante-el-shm-y-que-nos-diferencia-de-la-competencia>
- [3] «[calculocivil.com](http://calculocivil.com/),» [En línea]. Available: [https://calculocivil.com/es//estructura/viga\\_acero/calcul](https://calculocivil.com/es//estructura/viga_acero/calcul)
- [4] Cervera Ruiz M.; Blanco Díaz E. Mecánica de estructuras. Métodos de análisis. 2002.
- [5] Prontuario básico de estructuras simples.
- [6] «[midebien.com](https://midebien.com/),» [En línea]. Available: <https://midebien.com/que-es-y-para-que-sirve-el-analisis-modal/>
- [7] D&A Consultoría y Soluciones S.L., «[dasoluciones.es](http://dasoluciones.es/),» [En línea]. Available: <http://www.dasoluciones.es/servicios/analisis-de-vibraciones/analisis-modal-experimental/>
- [8] Ríos Bedia, LA. Determinación experimental de los parámetros modales (frecuencias naturales) de una viga en condición empotrada-libre. Boca del Río, Veracruz, México. 2010.
- [9] Thompson, William T. Teoría de vibraciones: Aplicaciones. University of California. 1983.
- [10] Mosser Leimholz GmbH, A-3263 Randegg. «[www.mosser.at](http://www.mosser.at/),»