



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE SEGOVIA

GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

LA GEOMETRÍA A TRAVÉS DEL ARTE

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA PRIMERO DE PRIMARIA



Autora: Marta Orgaz Sánchez de Molina
Tutor Académico: Matías Arce Sánchez

CURSO 2020/ 2021



RESUMEN

El presente trabajo plantea una nueva manera de impartir geometría a través del arte en el Primer curso de Educación Primaria. Se pretende demostrar que estas dos asignaturas pueden trabajarse de forma interdisciplinar y que el aprendizaje sea significativo, utilizando para ello nuevas metodologías y analizando las obras de artistas como Sol Lewitt, Frank Stella y Joan Miró, además de monumentos famosos para el aprendizaje de los poliedros y cuerpos redondos.

El trabajo está compuesto de dos grandes bloques bien diferenciados: el primero se trata de una fundamentación bibliográfica de la didáctica de las matemáticas, la importancia de las artes plásticas y los aspectos comunes de estas dos ramas; y el segundo es el desarrollo de una unidad didáctica llevada a la práctica junto con los resultados de esta.

PALABRAS CLAVE: Geometría, artes plásticas, interdisciplinar, nuevas metodologías, unidad didáctica.

ABSTRAC

The present work proposes a new way of imparting geometry through art in the First Year of Primary Education. It is intended to demonstrate that these two subjects can be worked in an interdisciplinary way and that learning is meaningful, using new methodologies and analyzing the work of artists such as Sol Lewitt, Frank Stella and Joan Miró, as well as famous monuments for the learning of polyhedrons and round bodies.

The work is set up in two different large blocks: the first one focuses on a bibliographical foundation of the didactics of mathematics, the importance of the plastic arts and the common aspects of these two branches; and the second one is about the development of a didactic unit carried out together with the results that comes out of it.

KEY WORDS: Geometry, plastic arts, interdisciplinary, new methodologies, didactic unit.



ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	5
2. OBJETIVOS TFG	6
3. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA ELEGIDO	6
3.1 ELECCIÓN DEL TEMA E IMPORTANCIA	6
3.2 COMPETENCIAS DEL TÍTULO	9
4. MARCO TEÓRICO	10
4.1 METODOLOGÍAS	10
4.2 DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA	13
4.2.1 Historia e importancia del aprendizaje de la geometría	13
4.2.2. Teorías de aprendizaje de la geometría	13
4.2.3. Errores comunes en el aprendizaje de la geometría.	18
4.3 EDUCACIÓN PLÁSTICA	19
4.3.1 Historia e importancia de la enseñanza de las artes	19
4.3.2 Artistas de referencia	20
4.4 INTERDISCIPLINARIEDAD DE LA PROPUESTA	22
4.4.1 Relación según el marco legislativo.	23
4.4.2. Relación en otros trabajos o investigaciones	25
5. DESARROLLO DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA	27
5.1 CONTEXTUALIZACIÓN	27
5.2 TÍTULO	28
5.3 JUSTIFICACIÓN	28
5.4 OBJETIVOS	28
5.4.1 Objetivos de etapa	28
5.4.2 Objetivos didácticos generales	29
5.5 U.D. Y CURRÍCULO	29
5.6 COMPETENCIAS CLAVE	31
5.7 METODOLOGÍA Y RECURSOS DIDÁCTICOS	32
5.7.1 Estrategias metodológicas	32
5.7.2 Metodología	33



5.8 DESARROLLO DE LAS SESIONES.....	34
5.9 TEMPORALIZACIÓN.....	44
5.10 EVALUACIÓN	45
6. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN	47
7. CONCLUSIONES	52
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55
9. APÉNDICES	60
APÉNDICE 1.....	60
APÉNDICE 2.....	62
APÉNDICE 3.....	62
APÉNDICE 4.....	63
APÉNDICE 5.....	63

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Diferencia entre describir (nivel 2 de Van Hiele) y definir (nivel 3).....	14
Tabla 2. Niveles de Van Hiele en Educación primaria.....	15
Tabla 3. Relación entre los contenidos de Geometría y Artes Plásticas	24
Tabla 4. Contenidos curriculares y contenidos secuenciados presentes en la programación.....	30
Tabla 5. Sesión 1. Evaluación inicial.....	34
Tabla 6. Sesión 2. Sol y Estrella.	35
Tabla 7. Sesión 3. Miró y repaso.	38
Tabla 8. Sesión 4. El arte de las calles.....	40
Tabla 9. Sesión 5. Aprendemos como mayores.....	42
Tabla 10. Sesión 6. Evaluación y creación.....	43
Tabla 11. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.	45

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Fases de Van Hiele para la enseñanza de la geometría.	16
Figura 2. Representación del romboide como rectángulo para calcular su área. .	18



Figura 3. Ficha para conocer el nivel de Van Hiele.....	35
Figura 4. Obras de Sol Lewitt y Frank Stella.	37
Figura 5. "El perro frente al sol" y " The garden" de Joan Miró.....	38
Figura 6. Pasos para dibujar una cara.	39
Figura 7. Imágenes que son repartidas a los alumnos.	41
Figura 8. Descripciones de las figuras.	60
Figura 9. Descripciones de las figuras.	61
Figura 10. Descripciones de las figuras.	61
Figura 11. Ejercicios propuestos por los alumnos en la evaluación inicial.	62
Figura 12. Resultados de la actividad 3 de la 2ª sesión.	62
Figura 13. Resultados de la 3ª actividad de la sesión 4.	63
Figura 14. Resultado de la Evaluación Final.	64
Figura 15. Resultados de la Evaluación Final.....	64
Figura 16. Resultados de la Evaluación Final.....	65



1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo trata de exponer una propuesta didáctica en la cual se trabajen los contenidos de geometría y arte de manera interdisciplinar. Se trata de impartir clases donde se aprendan las figuras básicas de geometría a través de diferentes obras artísticas. El vínculo entre arte y geometría es muy antiguo. No puede ser solo casualidad que el origen de la geometría como disciplina razonada (Euclides, s. IV a. C.) y el nacimiento de las artes clásicas en Grecia (en el s. V a. C.) tengan como precedente un período artístico que conocemos como el "período geométrico" (900- 700 a. C.) por el uso que hacían los artesanos griegos de figuras geométricas muy sencillas para decorar sus cerámicas.

Impartiendo un taller de pintura infantil me di cuenta personalmente de la relación que tenían las artes plásticas con la geometría, pues para la creación de cualquier obra necesitas un mínimo de conocimientos sobre formas geométricas sencillas, simetría o medida para realizar los bocetos y establecer las dimensiones. Sin embargo, y a pesar de que este vínculo está recogido en el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la educación primaria, dentro del apartado de artes plásticas (el R.D. establece lo siguiente: "el último bloque incluye el desarrollo desde el punto de vista gráfico de los saberes adquiridos desde el área de matemáticas en el apartado de geometría"), si tomamos como referencia los libros de editoriales más usados, como los de SM o Anaya, vemos que esta relación no se muestra.

En el primer apartado teórico, se hace una búsqueda de referentes bibliográficos y fundamentaciones acerca de diferentes temas. En primer lugar, se presentan diferentes metodologías que se utilizarán de forma conjunta durante la propuesta realizada. En segundo lugar, se analiza la didáctica de la geometría, su importancia para el desarrollo íntegro del alumno y los errores que se suelen cometer en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En tercer lugar, se presenta la didáctica de las artes plásticas y los diferentes autores escogidos para la programación, por el alto contenido de geometría en sus obras. Finalmente se concluye con una demostración de la interdisciplinariedad de la propuesta haciendo que la geometría sea aprendida a través del arte.

La propuesta diseñada pretende que los alumnos aprendan los nombres y características de las principales figuras geométricas a través de diferentes obras pictóricas y



monumentales, para que así puedan experimentar personalmente el vínculo de la geometría con la creación artística. Tiene una duración de seis sesiones. La primera empieza evaluando el nivel de Van Hiele en el que se encuentran los alumnos y termina con una evaluación escrita y práctica. Una vez puesta en marcha se analizan los resultados y futuras mejoras.

El trabajo concluye con una reflexión acerca de la elaboración del proyecto, puntos fuertes y débiles, además de futuras mejoras o estudios que se pueden realizar.

2. OBJETIVOS TFG

A continuación, se redactan los objetivos que se pretenden conseguir con la realización de este TFG:

- Llevar a cabo una búsqueda bibliográfica sobre los conceptos y metodologías relacionadas con la enseñanza de la geometría utilizando el arte como medio de aprendizaje.
- Reflejar la importancia de la geometría en las obras pictóricas y monumentales de diferentes artistas.
- Crear una propuesta didáctica en la que se trabaje de forma interdisciplinar y con el uso de metodologías activas los contenidos de geometría (bloque 4 de Matemáticas) y las Artes Plásticas.
- Poner en práctica la intervención didáctica y analizarla para obtener resultados beneficiosos.
- Analizar y reflexionar si el aprendizaje de la geometría puede impartirse de forma transversal junto con el arte y que este aprendizaje resulte significativo.

3. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA ELEGIDO

3.1 ELECCIÓN DEL TEMA E IMPORTANCIA

Las matemáticas son consideradas una de las asignaturas troncales, y por lo tanto esenciales durante toda nuestra educación obligatoria. La razón de su importancia es que se trabaja un tipo de pensamiento, el cual ayuda a que se trabaje la lógica o a razonar de forma ordenada. Además, prepara la mente para la abstracción en futuras ocasiones,



agudiza la visión del mundo que nos rodea, se utiliza en el lenguaje cotidiano y se aplica en la realidad (Guerrero, 2010).

Por consiguiente, la enseñanza de la geometría también resulta totalmente importante. El maestro debe darle sentido a la hora de enseñarla y hacer que los contenidos que se plantean en los últimos cursos de primaria vayan más allá del cálculo de las áreas y las características de las figuras planas y cuerpos geométricos (contenidos del primer ciclo de primaria). Por lo que resulta necesario replantearnos el modo de enseñanza y hacer que esta rama de las matemáticas resulte tan útil, interesante y necesaria como la algebra.

Al mismo tiempo cabe reflejar la importancia que tiene el arte dentro de nuestra sociedad. Hay que tener en cuenta que ha habido muchos movimientos artísticos, pero las obras de arte siempre han sido un reflejo de la realidad social que se estaba viviendo. Además, también se pretendía que estas obras provocasen sentimientos en aquel que la observara. Y cabe preguntarse, ¿entonces en qué se relaciona el arte y la geometría? Y la respuesta es sencilla, de la misma manera que el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria relaciona la geometría y el arte de forma directa, diciendo dentro del apartado de artes plásticas: “El último bloque incluye el desarrollo desde el punto de vista gráfico de los saberes adquiridos desde el área de matemáticas en el apartado de geometría.” También se aprecia un gran vínculo a la hora de crear algo, pues para ello se requieren ciertos conocimientos sobre medidas, proporciones o proyecciones en 3D.

A lo largo de la carrera he estudiado diferentes metodologías para crear un aprendizaje más significativo y llamativo para los alumnos. El primer momento en el que escuché hablar de ellas me parecían ideales muy complicados de conseguir, pero a su vez tuve la certeza de que ese tipo de enseñanza-aprendizaje era el que yo quería llevar a cabo, puesto que se trata de un aprendizaje que considero realmente significativo y práctico para los alumnos. Tras cuatro años de carrera he aprendido distintas formas de impartir una clase, métodos más efectivos, nuevas formas de enseñanza – aprendizaje y he estudiado tipos de proyectos y sus resultados.

Del mismo modo, me ha nacido un gran interés por crear ese tipo de educación que al inicio de mis estudios desconocía. Gracias a la lectura de diferentes libros como por ejemplo *Escuelas creativas* de Ken Robinson o *Las escuelas que cambian el mundo* de César Bona, actualmente confió plenamente en una educación basada en proyectos o en



la cual, las asignaturas estén relacionadas unas con otras. Considero que un aprendizaje que englobe todas y cada una de las materias o en el que se aprenda a través de la comunicación, colaboración y materiales manipulativos, va a resultar mucho más significativo que el tipo de enseñanza que yo recibí durante la educación primaria. Pues este tipo de educación simplemente te mostraba diferentes contenidos los cuales no se relacionaban entre sí, y además aprendías de forma memorística en vez de vivencial.

En Ghana, durante mis primeras prácticas, observé que incluso sin recursos, ese tipo de enseñanza era posible. Hacer que todas las asignaturas hablaran del mismo tema, pero visto desde otra perspectiva, utilizar materiales manipulativos para el aprendizaje de matemáticas o enseñar su utilidad en la vida diaria de cada alumno, atendiendo a sus necesidades e intereses. En contraposición, durante mis segundas prácticas, a pesar de que gozaba de todos los recursos necesarios, al tratarse de un colegio con unas medidas estrictas sobre el uso del libro, había muy poca flexibilidad para realizar proyectos, aunque afortunadamente pude realizar algunas actividades que seguían esta línea.

El hecho de que pensara en este tipo de programación, en la que se trabajan contenidos matemáticos a través de otra asignatura, fue por el interés intrínseco de conocer si soy capaz de fomentar y realizar una educación más globalizada y que fomente las ganas por aprender. Otra de mis motivaciones para llevar a cabo este tipo de enseñanza fue el gusto por el arte y un trabajo realizado en matemáticas sobre el número de oro, donde observe la importancia real de la geometría y las matemáticas en la vida.

Por estos motivos, el objetivo principal de la propuesta didáctica que se presenta es hacer que los alumnos aprendan los contenidos de la geometría a través de obras artísticas y monumentos. Además de mostrarles que esta rama de las matemáticas no está apartada de la realidad, sino que es necesaria para otros campos como por ejemplo las artes plásticas o la arquitectura.

Gracias al trabajo de fin de grado tengo la oportunidad de no solamente estudiar acerca del tema sino de ver si es posible crear una programación en la que se trabajen dos áreas a la vez a partir de actividades prácticas y más motivadoras. Aparte, de ponerla en marcha y observar así la reacción de los alumnos y los resultados sobre el funcionamiento de la programación.



3.2 COMPETENCIAS DEL TÍTULO

A continuación, se exponen de manera conjunta las competencias desarrolladas a lo largo del trabajo y del grado en educación primaria. Para ello se tendrán en cuenta las competencias que aparecen en la *ORDEN ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, que regula el Título de Maestro en Educación Primaria* y la *ORDEN ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, agrupando los conocimientos, habilidades y competencias que allí se recogen en torno a grandes competencias y organizándolas según los módulos y materias que aparecen en la misma*. A su vez, se tiene presente la *Guía para el Diseño y Tramitación de los Títulos de Grado y Máster de la Uva* y la ley estatal.

Respecto a las competencias generales, con el desarrollo del TFG y la unidad didáctica, se observa una aplicación práctica de los conocimientos sobre educación y el funcionamiento de los centros escolares. Esto se debe a que se lleva a cabo una propuesta didáctica en la que se planifica, se conoce y se valora el proceso que conlleva la realización de diferentes actividades donde se aplican diferentes metodologías. A su vez, se muestra la capacidad para transmitir mi opinión y el uso correcto de la comunicación oral y escrita. Con esta propuesta también se justifican las competencias del módulo de formación básica, puesto que es implementada en un aula de primero de primaria, en la que por diferentes causas había mucha diversidad. Consecuentemente, tras detectar las diferentes dificultades de aprendizaje y conocer las características de los alumnos, se crea una programación en la que se planifican y desarrollan buenas prácticas de enseñanza-aprendizaje que incluyen la atención a la diversidad.

Asimismo, el trabajo es posible gracias a la búsqueda de información en diferentes fuentes, utilizando también recursos informáticos, teniendo en cuenta el sentido de la educación e interpretando diferentes datos para reflexionar acerca de la praxis educativa. También se hace una investigación en la que se evalúan diferentes proyectos educativos, la didáctica de las matemáticas y el arte aparte de innovaciones. Se valoran conjuntamente los conocimientos científicos para escoger entre diferentes métodos y estrategias de investigación para la creación del proyecto.

El trabajo ofrece un método para impartir los contenidos de geometría a través del arte utilizando las metodologías activas aprendidas durante la carrera, las cuales fomentan la creatividad, una actitud de innovación y el espíritu emprendedor.



Los contenidos de la propuesta demuestran el rol que juegan las matemáticas en el mundo, como en este caso en el arte, valorando la relación que hay entre estas dos áreas. Por otro lado, a través del proceso de enseñanza- aprendizaje de la educación plástica y visual, se promueven actitudes positivas y creativas, mediante el estudio de diferentes artistas y obras pictóricas.

Consecuentemente, se conoce el currículo escolar de la educación primaria y se evalúan los contenidos mediante recursos didácticos apropiados, promoviendo la adquisición de competencias básicas en los alumnos.

Finalmente, tras los dos prácticums y toda la carrera, el trabajo final de grado, se sustenta en la última competencia general. Se plantea una propuesta que permita promover el desarrollo de un compromiso ético, potenciando la educación integral. Se buscan actitudes responsables y que garanticen a su vez, la igualdad y los valores propios de una cultura democrática y pacífica. Por consiguiente, se desarrolla la capacidad de reflexionar sobre la necesidad de eliminar toda forma de discriminación directa o indirecta, creando un espacio de aprendizaje favorable para toda la comunidad educativa.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 METODOLOGÍAS

Aprender se refiere a la acción que se realiza durante toda la vida de un ser humano. Se trata de un proceso psicológico gracias al cual nos llegamos a desarrollar, esto se debe a la adquisición de diferentes conocimientos, dentro y fuera del ámbito educativo, habilidades, valores, reacciones emocionales y sociales, además de actitudes.

Es por esta razón por lo que los docentes debemos tener presente que el aprendizaje se puede realizar de varias maneras. Del mismo modo debemos tener en cuenta que el aprendizaje sea transferible a otras situaciones que los alumnos puedan llegar a vivir y la importancia de que el aprendizaje sea vivencial, sobre todo con los más pequeños (Gregorio Álvarez, 2016).

En cuanto a los tipos de aprendizaje que se verán reflejados en la programación están:

El observacional, aquel que se aprende a través de la imitación, es decir, se trata de la reproducción mental del alumno sobre lo que el docente explica o hace sin la necesidad de que el alumno lo reproduzca. (Beltrán y Bueno, 1995)



En segundo lugar, está el aprendizaje multimedia, en el que los conocimientos son transmitidos a partir de estímulos visuales y de audio (Sáez López, 2018). Cada vez es más normal que los alumnos tengan a su disposición este tipo de material, aun así, el uso de TIC en el aula aumenta la motivación de los alumnos y por lo tanto la atención y la participación en la clase.

Asimismo, esta también el aprendizaje significativo, que es aquel que tiene en cuenta la comprensión de lo aprendido para poder aplicarlo en otros contextos, totalmente contrario al aprendizaje memorístico. Aun así, deberíamos tener en cuenta que a pesar de que este último no sea el más apropiado también nos ayuda a desarrollar otros conocimientos y habilidades y por lo tanto no deberíamos descartarlo. Por último, está el aprendizaje síncrono se trata de un aprendizaje como el que se da en el aula, ya que consiste en la comunicación a tiempo real entre dos o más personas (Sáez López, 2018, pp. 8-15).

Adicionalmente también se realizará una propuesta didáctica en la que prevalezca el aprendizaje activo, este ocurre cuando el alumno toma el control de su aprendizaje, y de esta manera reflexionando sobre lo que entienden y no (Sáez López, 2018). Además, se ha demostrado que este tipo de aprendizaje tiene resultados muy positivos puesto que los alumnos se implican más en su aprendizaje y por lo tanto tienen una motivación intrínseca además de la una extrínseca creada por el docente.

Al igual que hay tipos de aprendizaje, también hay métodos de enseñanza que provocan más un aprendizaje u otro. A lo largo de la programación se utilizan diferentes metodologías, todas ellas activas. Esto se debe a que con este modo de enseñanza el estudiante se convierte en responsable de su aprendizaje y reflexiona sobre lo que hace, como mencionaba anteriormente, a su vez los estudiantes desarrollan aspectos como la autoestima, autonomía, destrezas profesionales y actitudes colaborativas que potencian la conciencia grupal (Usán y Salavera, 2020).

Asimismo, la metodología activa es muy favorable puesto que se aprende haciendo y por lo tanto el alumno en todo momento tiene una actitud de escucha activa. En contraposición está la metodología expositiva donde el alumno únicamente escucha la clase magistral del profesor sin participar, lo que conllevaría a una metodología pasiva y tradicional, que se intentará evitar en todo momento durante la unidad didáctica (Sierra, 2013).



Otras metodologías que se van a utilizar son: aprendizaje cooperativo (AC) el cual se genera cuando hay interdependencia positiva y responsabilidad individual, creando un ambiente donde todos los grupos de trabajo puedan animarse entre ellos aparte de aceptarse con sus diferencias naturales. El docente durante este proceso deberá incitar a la reflexión acerca del proceso. En el caso de esta programación se utilizará el AC informal donde lo principal es alcanzar objetivos y completar los ejercicios de forma conjunta. Los pasos previos para implantar esta metodología son: dejar claras las actividades, monitorizar los grupos, observar cómo funcionan y evaluarlos de forma conjunta. (Cabeza, Carod y Moscoso 2020)

Otro de los métodos de enseñanza-aprendizaje que se va a utilizar a lo largo de las sesiones es la gamificación. Este método se define según Teixes (2016), como *“la aplicación de recursos de los juegos (diseño, elementos, dinámicas, etc.) en contextos no lúdicos para modificar comportamientos de los individuos mediante acciones sobre su motivación”*. Se trata de un método de enseñanza que últimamente está de moda y consiste en convertir las actividades en un juego, es decir, utilizar las características de los juegos y adaptarlas de tal manera que se pueda realizar una actividad educativa.

Independientemente de estas dos metodologías también se harán actividades con material manipulativo, considerado un gran recurso para la enseñanza de las matemáticas sobre todo en los primeros cursos. Este material didáctico estimula los sentidos y mejora la motricidad fina (importante para las artes plásticas), a su vez aporta conocimientos diversos. Como explica Uicab (2009), *“se asume la postura de que la orientación de la enseñanza y del aprendizaje esté situada en un continuo que vaya de lo manipulativo, práctico y concreto hasta simbólico, abstracto y formal.”* Por consiguiente, este tipo de aprendizaje es más significativo, si bien más lento que el tradicional. Esto se debe a que se ajusta al nivel de cada alumno, por eso dependiendo del ritmo de aprendizaje pueden tardar más tiempo en asimilar los conocimientos, pero una vez adquiridos estos serán significativos (Alsina y Planas, 2008, pp. 49-51).

Asimismo, se utilizarán las cuñas motrices, que atendiendo al Real Decreto 126/2014, son intervenciones temporales, de poca duración, que pretenden desarrollar un aprendizaje motriz y hacer ejercicios corporales fuera de las sesiones de Educación Física. Este tipo de actividades se harán al inicio de las sesiones para activar al alumnado al aprendizaje y al final de la clase para afianzar los conocimientos dados a lo largo de la



sesión. Finalmente, también se hará uso de las rutinas de pensamiento, utilizadas principalmente para fomentar el pensamiento del alumno y hacerlo visible, desarrollando de esta manera la competencia de aprender a aprender (Arnáiz Yagüe, 2017).

Aparte de estas metodologías al final de cada sesión se realizará una asamblea donde se compartan los conocimientos adquiridos a lo largo de la sesión y su relación con las clases anteriores. Como menciona Puig (2012) estas “son un medio básico de participación”, esto se debe a que son el momento en el que los alumnos comparten sus opiniones, reflexionan sobre ellos mismos y además mejoran la convivencia dentro del aula.

4.2 DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA

4.2.1 Historia e importancia del aprendizaje de la geometría

A lo largo de la historia la geometría (Geo “tierra”, metría “medir”, medida de la tierra) ha sido muy importante y siempre ha estado presente. Al principio consistía en unas reglas prácticas sacadas de la observación de la naturaleza, por ejemplo, la rueda y con ella el círculo, diámetro de la rueda, etc. Pero con la llegada de los griegos la geometría comenzó a verse como una ciencia deductiva, por lo que pasó a ser una asignatura más en las escuelas y fue uno de los filósofos, Tales de Mileto, quien consideró que los hechos geométricos debían ser estudiados y por esta razón es considerado el primer geómetra (Fernández Nieto, 2018). Después se crearon nuevas ramas de la geometría como por ejemplo la analítica o proyectiva, además de teoremas. Actualmente la definición que nos propone la Real Academia Española (2014) es: “El estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio.”

Tras la pequeña introducción histórica, cabe añadir que el estudio de esta ciencia conlleva el desarrollo de tres procesos cognitivos: Procesos de visualización, procesos de construcción y el razonamiento. Asimismo, se trata de una materia gracias a la cual los estudiantes aprenden formas y estructuras geométricas a la vez que analizan sus características y relaciones, sin olvidar que también desarrollan la visualización y el razonamiento espacial para describir el entorno, por estas razones es importante su aprendizaje a lo largo de todas las etapas educativas. (Fernández Nieto, 2018, p. 55)

4.2.2. Teorías de aprendizaje de la geometría

Hay varios autores que han fundado modelos de enseñanza de la geometría, en primer lugar, encontramos al matrimonio holandés Van Hiele, los cuales desarrollan una teoría



de enseñanza y aprendizaje para esta materia. El segundo modelo del que se hablará será el de Duval el cual involucra 3 actividades cognitivas.

En primer lugar, lo que más destaca del modelo de Van Hiele son los niveles de razonamiento de la geometría, donde explican la comprensión que ha alcanzado un estudiante sobre la geometría, teniendo en cuenta que a medida que suben de nivel los aprendizajes suelen tender a ser más abstractos.

El nivel 1, de reconocimiento, es aquel en el que se tiene una percepción global de las figuras, por lo tanto, se fundamenta en lo visual y táctil, de este modo se podrán hacer descripciones básicas de la forma global de las figuras geométricas basadas en las características físicas, además de comparaciones entre ellas. También se podrán sacar similitudes con objetos cotidianos.

El nivel 2, de análisis, se comienza a utilizar vocabulario específico de las matemáticas para poder clasificar de forma razonada los diferentes polígonos, de modo que los alumnos comienzan a detectar las partes de la figura y son capaces de formular propiedades de estas, es decir, son capaces de describir las figuras.

El nivel más alto que podemos encontrar dentro de un aula de primaria es el 3, de clasificación o deducción informal. En este nivel se da un gran salto, pues pasan de hacer descripciones a definir las características de las figuras. Según la RAE (2014), se entiende por definir: “Fijar con claridad, exactitud y precisión el significado de una palabra o la naturaleza de una persona o cosa”. Asimismo, el alumno entiende el significado de las definiciones. También se comienza a analizar de forma más concreta y teniendo en cuenta los conocimientos adquiridos anteriormente para poder relacionar las diferentes propiedades y de este modo establecer relaciones entre ellas y sus consecuencias. Por ejemplo, se puede llegar a concluir que un cuadrado también puede ser un rombo (Carrillo et al., 2016). A continuación, se presenta una tabla sobre la diferencia de describir un cuadrado y definirlo.

Tabla 1. Diferencia entre describir (nivel 2 de Van Hiele) y definir (nivel 3)

Describir	Definir
Un cuadrado es un paralelogramo. Tiene 4 lados iguales. Tiene 4 ángulos rectos. Sus lados son paralelos.	Un cuadrado es un polígono con cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos

Después viene el nivel 4 de deducción formal, en este momento el alumno ya sabe probar los teoremas deduciéndolos además de establecer relaciones entre ellos. Son capaces de llegar a un mismo resultado partiendo de diferentes principios y además entienden la importancia de justificar los resultados con base en un sistema axiomático. Respecto al último nivel, el 5, rigor, los estudiantes crean teoremas en diferentes sistemas axiomáticos y son capaces de analizarlos y compararlos entre sí. Además, en estos dos últimos niveles la persona está preparada para crear deducciones abstractas sin usar modelos pictóricos (Mora y Rodríguez, 2015).

Puesto que el trabajo presenta una forma de impartir geometría, conviene conocer en qué nivel se encuentran los alumnos a los que va dirigida la programación. Los estudiantes de primaria pueden estar entre el nivel 1 y nivel 3, como comentaba anteriormente. Aun así, es interesante hacer una evaluación inicial antes de dar por hecho el nivel en el que se encuentran. El tipo de evaluación que se va a efectuar deberá consistir en diferentes preguntas y actividades donde se observe el proceso que sigue el alumno para resolverlo.

A continuación, en la tabla se muestran las principales características para detectar el nivel en que se encuentran los alumnos de primaria.

Tabla 2. Niveles de Van Hiele en Educación primaria.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Reconocimiento	Atributos físicos <ul style="list-style-type: none"> - colores - similitudes con objetos del entorno 	Propiedades matemáticas	
Uso de definiciones		Definiciones sencillas	Todas las definiciones
Formación de definiciones	Lista de propiedades físicas	Lista de propiedades matemáticas	Establece suficientes propiedades
Clasificación	Basado en aspectos físicos	Basada en atributos matemáticos	Entre inclusiva y exclusiva
Prueba		Verificación con ejemplos	Pruebas lógicas informales
Ejemplo	Es azul y tiene la forma de una caja o un dado. 	Es un cubo, tiene 6 caras y todas son cuadrados. También tiene 8 vértices y 12 aristas.	Es un poliedro regular porque tiene todas sus caras cuadradas, este prisma se llama

			cubo. Se trata de un polígono regular porque en sus vértices concurren el mismo número de aristas.
--	--	--	--

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, sería correcto añadir que los Van Hiele también hablaron sobre unas fases para adquirir el aprendizaje geométrico que estarán reflejadas en el trabajo a lo largo de toda la programación (figura 1):



Figura 1. Fases de Van Hiele para la enseñanza de la geometría.

1. El docente informa sobre el tema y las actividades que se van a llevar a cabo. Posteriormente detecta el nivel de razonamiento de sus alumnos.
2. Los alumnos son guiados para descubrir y aprender por descubrimiento los contenidos básicos que se van a estudiar, a través de rutinas de pensamiento y gamificación.
3. El trabajo anterior es expuesto a todos los compañeros y se comparten ideas, creando así una nueva red de conocimiento, con trabajo cooperativo como he mencionado anteriormente. Este procedimiento se repetirá varias veces a lo largo de la programación ya que de esta forma se propone la verbalización y discusión lo cual ayuda también a crear un pensamiento crítico al alumno.



4. En este caso serán los estudiantes quienes realicen actividades diferentes a las propuestas anteriores y pongan en práctica lo aprendido.

5. Los alumnos organizan los conocimientos recibidos a lo largo de las diferentes sesiones, para posteriormente poder tener recopilados todos los nuevos aprendizajes y de esta manera también se desarrolla la competencia de aprender a aprender. (Carrillo, et al., 2016)

Como comentaba anteriormente, otro modelo didáctico de la enseñanza de la geometría es el de Duval que afirma que las representaciones usadas en esta área son semióticas por lo que hay que prestar especial atención a las formas que se utilizan y los procesos cognitivos que conllevan. Antes de empezar a hablar de la teoría de Duval, considero importante describir que significa la palabra semiótico. Nos referimos a semióticos cuando queremos hablar de signos que tienen una función de comunicación.

Dentro de las ideas principales encontramos la importancia de la transformación, que implica el procesamiento matemático y la coordinación interna desarrollada para poder resolver las actividades matemáticas. Es importante mencionar a Duval porque lo que dice su teoría se ve muy reflejado en la geometría donde se utilizan los dos tipos de tratamiento que defiende: uno en el que se utiliza más el lenguaje, y otro donde reorganizamos las formas.

Para Duval la palabra “representar” se divide en dos tipos: la representación mental, que es aquella que un individuo tiene sobre un objeto o situación, teniendo en cuenta que cada persona percibe un mismo objeto de diferente manera; en segundo lugar, está la representación semiótica, que como comentaba anteriormente es un conjunto de signos que nos permite hacer visible otros objetos, además se trata de algo cultural que todos compartimos (Oviedo y Kanashiro, 2012). Es por esta razón que dentro de su trabajo nos presenta diferentes formas de trabajar las representaciones, puesto que estas tienen “dos dimensiones semánticas: la del contenido que representa (intrínseca al registro) y la del objeto que representa (independiente al registro).” (Duval, 2006)

Teniendo en cuenta lo anterior, Duval nos presenta diferentes actividades mentales. La semiosis que consta de tres actividades cognitivas que son: la formación (cómo voy a identificar la representación), el tratamiento (dónde se transforma el registro) y la conversión (la transformación externa de un registro). Respecto a las transformaciones,

dentro de un ejercicio matemático, siempre se dan dos tipos, los tratamientos y la conversión. El primero es cuando el registro es el mismo, por ejemplo:

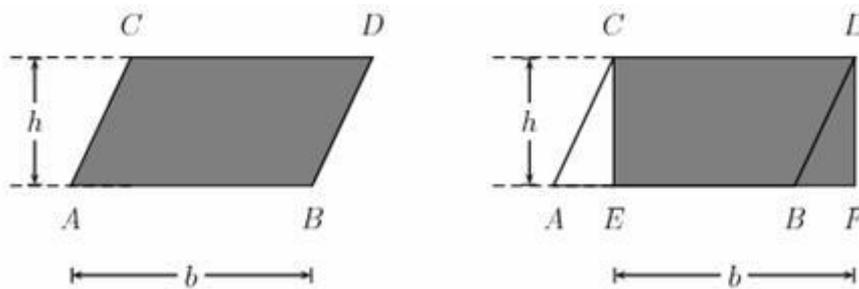


Figura 2. Representación del romboide como rectángulo para calcular su área.

A diferencia del segundo que únicamente ocurre cuando se cambia el registro, pero se sigue representando lo mismo, es decir, en vez de representar el rectángulo, diríamos que: Área romboide = $b \times a$ (base por altura).

Para concluir, cabe añadir que tomaré como referencia principal la teoría de los niveles de desarrollo del razonamiento geométrico y las fases de enseñanza de Van Hiele para la enseñanza de la propuesta, por este motivo a lo largo del trabajo se mostrará de forma más clara su teoría en vez de la de Duval.

4.2.3. Errores comunes en el aprendizaje de la geometría.

Teniendo en cuenta los diferentes procesos de aprendizaje, es imprescindible ser conscientes de los errores habituales que se comenten al explicar los conocimientos de geometría y las dificultades en el aprendizaje de los alumnos a la hora de interiorizar y poner en práctica esos conocimientos.

En primer lugar, como nos indica González (2015) en su trabajo, ocurre que los alumnos tienen más presentes las imágenes conceptuales, Turégano (2009) “conjunto de todas las imágenes mentales asociadas en la mente del estudiante con el nombre del concepto” (p.38), que las definiciones de los conceptos en la resolución de problemas y ejercicios geométricos. Por este motivo es crucial crear una imagen conceptual correcta y completa. Para ello los docentes debemos de dotar de muchos ejemplos diferentes para que todos los alumnos sean capaces de reconocer cualquier concepto geométrico.

Otro de los obstáculos que nos presentan Barrantes López y Zapata Esteves (2008) en su investigación a la hora de aprender las figuras geométricas es la escasa representación de ejemplos en los libros de texto, además todos ellos coinciden en construir una imagen



conceptual estándar, por lo que el alumno solo reconoce la figura cuando la ve reflejada de esa manera. Este tipo de obstáculo puede hacer que lo que observa el profesor y el alumno sea interpretado de forma distinta.

Duval (2006) nos plantea el distanciamiento que hay entre las formas de pensamiento que se presentan a los alumnos y las formas de pensar fuera del aula. Esto puede resultar un obstáculo puesto que los alumnos únicamente observarían la geometría dentro del aula, pero no serían capaces de reconocer su utilidad en el exterior, esta es una de las razones por las que se pretende estudiar esta rama de las matemáticas a través del arte.

Aparte de esto, es posible que una de las causas de error sea también, tal y como nos lo presenta Hershkowitz (1990, citado en Barrantes López y Zapata Esteves, 2008) los distractores de orientación. Este concepto viene a decir que según se colocan las figuras en el libro o en la pizarra cuando se están explicando pueden hacer entender que, por ejemplo, los triángulos siempre están apoyados, los cuadrados también o que los prismas siempre se posan en la base, por lo tanto, cuando el alumno observa un polígono o prisma apoyado en su vértice o arista, puede tender a equivocarse. (Barrantes López y Zapata Esteves, 2008)

Otro de los errores más comunes, que también es necesario tenerlo en cuenta a la hora de querer explicar conceptos geométricos, es que no todas las nomenclaturas de las figuras son conocidas por los alumnos, por ejemplo, las figuras de más de 10 lados. Por lo tanto, resulta interesante que los alumnos comprendan de forma clara las definiciones básicas de cuadrilátero, triángulo o circunferencia.

4.3 EDUCACIÓN PLÁSTICA

4.3.1 Historia e importancia de la enseñanza de las artes

En sus inicios las artes plásticas estaban restringidas únicamente a los artesanos y artistas formados en talleres o academias, por lo que no todo el mundo tenía acceso a este tipo de estudios. Con la llegada de la revolución industrial esta asignatura se implementó en los colegios y fue con la creación de sistemas escolares nacionales, es decir, en la Ilustración, cuando esta asignatura fue considerada de utilidad y por lo tanto añadida dentro de las asignaturas del colegio junto con matemáticas, ciencias o lengua.



Respecto a los autores que hablan sobre la didáctica de las artes, en primer lugar, destaca Rousseau, que se posicionaba en contra de los métodos tan rígidos basados en la copia, y consideraba la naturaleza la mejor manera de aprender. Por otro lado, encontramos a Gombrich que nos describe el aprendizaje de las artes como “el adiestramiento de la mano y el ojo a través de fórmulas y utilizando las relaciones geométricas para la construcción de cualquier dibujo.” (Clemente, 2020) Estas son las primeras relaciones que encontramos entre la geometría y el arte. También cabe añadir que seguiremos una enseñanza en la cual el aprendiz sea guiado por el docente, de manera que las obras artísticas que se realicen en el aula irán subiendo de complejidad.

Como comentábamos anteriormente en la revolución industrial fue cuando se le dio importancia a esta rama, esto se debe a que observaron que la caligrafía y las destrezas manuales se desarrollaban de manera más eficaz. La principal razón por la que se volvió importante fue por las ventajas que ofrecía de cara a los oficios y la industria. Pero también se percibió que el arte afectaba a la educación de las personas, volviéndolas más perceptivas, sensibles y creando en ellas gusto por lo bello (Efland, 2002)

En cuanto a los pedagogos que estudiaban la didáctica de las artes, utilizaremos las corrientes de Pestalozzi e Itten. Johann Heinrich Pestalozzi (1746- 1827) consideraba que el dibujo era necesario para que el alumno tuviera un correcto y completo desarrollo cognitivo. Su método se basaba en tres principios: la palabra, el número y las formas (geometría). Dentro de las formas, él se centraba en las líneas, ángulos y curvas. Asimismo, pensaba que la percepción se desarrollaba a través de la medición de figuras geométricas. En segundo lugar, está el expresionista Johannes Itten (1888-1967). Su método se basaba en crear a partir de formas básicas como el punto, la línea, el círculo, la espiral y el plano (Caeiro 2018).

Teniendo en cuenta esta información, se observa que desde siempre las artes han estado ligadas a las matemáticas, y sobre todo a la geometría. Son muchos artistas y pedagogos los que coinciden en esta idea y gracias a ello podemos afirmar que juntar estas dos áreas es posible.

4.3.2 Artistas de referencia

Respecto a los artistas que se van a estudiar a lo largo de la unidad didáctica se han escogido Sol Lewitt, Frank Stella y Joan Miró. Aparte de estos artistas también se mostrarán obras y monumentos creados a partir de poliedros o figuras geométricas con la



intención de que los alumnos observen que las matemáticas y el arte están muy vinculados.

Sol Lewitt (1928-2007) es un artista estadounidense que se relaciona con el arte conceptual y con el minimalismo. La mayor característica que observamos en sus obras es el uso de las figuras geométricas, puesto que, para él la geometría era una forma de simbolizar el orden, también utiliza colores primarios e intensos para que la combinación de los dos recursos provoque movimiento y ritmo en sus obras. Lo más interesante es la sensación de orden y cálculo matemático que trataba de transmitir. Resulta interesante trabajar sus obras para iniciar este tipo de aprendizaje, dado que se pueden apreciar de forma clara las diferentes formas geométricas y por lo tanto resulta más fácil de ver la relación.

La manera de trabajar de Lewitt era muy peculiar, primero porque un gran número de obras han sido realizadas directamente sobre paredes o muros y en segundo lugar porque normalmente él únicamente creaba los planos con diagramas e instrucciones muy claras de lo que iba a representar y después, esto lo representaban ayudantes suyos (García, 2019). Esto es muy interesante puesto que nos hace ver que una obra basada en geometría puede ser realizada por cualquiera que sepa interpretar los planos y obras, lo que nos lleva a pensar que los alumnos también podrían crear un mural utilizando la misma técnica que Lewitt.

En segundo lugar, está el artista Frank Stella (1936), artista italiano y también utilizaba la corriente minimalista y explicaba sus obras diciendo “Lo que ves es lo que ves”. Esto lo decía porque lo que él buscaba era la literalidad de sus obras, es decir, que sus obras tuvieran valor por el objeto y la pintura utilizada pero no porque representaran algo (Calvo, 2016). En sus trabajos se puede ver que están hechos a partir de formas geométricas o poliedros, esto se debe a que lo que pretendía era también crear una sensación de organización y simetría, afirmando que lo que él hacía era una manera diferente de ver la geometría, y eso es lo que yo pretendo conseguir con la programación (Cue, 2017). Considero posible que la geometría no se vea meramente como el estudio de figuras en matemáticas, sino que los alumnos comprendan que también se relaciona con el dibujo y las artes, pues los alumnos a los que va dirigida la programación aún conservan las ganas de querer dibujar todo el rato.



Juan Miro, artista español, es considerado actualmente uno de los mejores artistas del siglo XX. Fue influenciado por el diseño gráfico, sus obras se posicionan dentro del estilo surrealista, pues utilizaba formas abstractas para sugerir figuras reales (Vilar, 2010). En sus obras se pueden observar líneas que conectan elementos, colores planos y simples y al mismo tiempo se pueden discriminar diferentes formas geométricas planas, por lo que es muy interesante incluirle dentro de la programación. También considero que es un buen ejemplo porque se trata de un artista español y por lo tanto más cercano a su entorno.

Aparte de estos artistas, también se utilizarán obras y monumentos famosos para dar diversos ejemplos de poliedros y cuerpos redondos. Con lo que se pretende que los alumnos observen arte cuando paseen por las calles de su barrio y también sean conscientes de la necesidad de la geometría para la gran mayoría de las creaciones artísticas.

4.4 INTERDISCIPLINARIEDAD DE LA PROPUESTA

El presente trabajo pretende ofrecer una forma de estudiar la geometría a través del arte. Por consiguiente, se trata de una propuesta interdisciplinar, es decir, se juntan estudios complementarios los cuales son modificados para pasar a ser un único estudio. Este tipo de enseñanza, según Torres (1994) “tiene un gran poder estructurante” (p 75). Esto es así porque todas las materias implementadas en el currículo se interconectan de alguna forma, por consiguiente, muchos de los contenidos de algunas áreas se observan en otras. Lo mismo ocurre con las metodologías utilizadas para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Gracias a este vínculo el alumno puede aplicar los aprendizajes en otros marcos disciplinares. Por añadidura, trabajar los contenidos de manera interdisciplinar le ayudará en un futuro a la resolución de problemas. Adicionalmente, podríamos aludir a un currículo globalizado donde se agruparán los contenidos educativos, este tipo de enseñanza motiva más al alumnado y mejora el proceso de aprendizaje. (Torres, 1994).

Una de las primeras razones por las que podemos juntar estas dos áreas es que gracias al contenido matemático que la expresión artística tiene, muchas de las obras se pueden analizar desde un punto geométrico. También el área de las artes plásticas ayuda al alumno a realizar un conocimiento significativo, puesto que se crea un proceso de visualización que ayuda al alumno a entender mejor los contenidos y observar el uso de la geometría en la realidad (Teixidor, 2019).



Al mismo tiempo, nace la necesidad de que los contenidos estén contextualizados, es decir que los alumnos encuentren el sentido al porque es importante, en este caso la geometría. Teniendo esto en cuenta, Edo (2008) nos propone que la mejor manera de impartir esta rama de las Matemáticas es a través del arte ya que “la contemplación y creación de formas artísticas, pueden ayudar al alumno a intuir nociones geométricas al mismo tiempo que a desarrollar sentimientos y emociones estéticas”.

Otra de las razones por las que es interesante unificar estas dos áreas es que, desde el principio de la historia, muchos países defendían que la geometría debía empezar por un estudio manipulativo y experimentando, creando así “la intuición geométrica” (Edo, 2008)

4.4.1 Relación según el marco legislativo.

A continuación, en la tabla se muestran los contenidos que aparecen en los diferentes decretos. En vista de que el currículo de la Comunidad de Madrid es muy escueto y poco conciso, se ha recurrido a otros decretos para poder demostrar la relación que existe entre la geometría y el arte, según la legislación. No obstante, el bloque 3 de educación plástica (Dibujo geométrico), menciona literalmente a el bloque 4 de Matemáticas (Geometría), por esta razón también podríamos confirmar que hay un vínculo entre las Artes y la Geometría. En la tabla se destacan las palabras comunes entre los contenidos de geometría y artes plásticas.

Las legislaciones que se van a tener en cuenta son:

- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Respectivo a la ley estatal sobre la educación primaria, por lo que hay que tenerlo en cuenta, ya que de ahí parten todos los demás.
- DECRETO 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria. Es el de la Comunidad de Madrid y es importante tenerle presente dado que la programación va dedicada a un colegio de esta comunidad.
- DECRETO 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. Se trata de la legislación educativa de Castilla y



León, cuenta con muchos más detalles que el de la anterior y aludo a este porque ha sido con el que he trabajado a lo largo de mi grado.

Tabla 3. Relación entre los contenidos de Geometría y Artes Plásticas

	Matemáticas, Bloque 4 Geometría	Educación plástica, Bloque 3 Dibujo Geométrico
Contenidos. Currículo estatal.	<p>Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo</p> <p>La situación en el plano y en el espacio.</p> <p>Formas planas y espaciales: figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.</p> <p>Cuerpos geométricos: elementos, relaciones y clasificación.</p> <p>Poliedros. Elementos básicos: vértices, caras y aristas.</p> <p>Tipos de poliedros. Cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera.</p>	<p>Punto de vista gráfico de los saberes adquiridos desde el área de matemáticas en el apartado de geometría.</p> <p>Indagación sobre las posibilidades plásticas y expresivas de elementos naturales y de las estructuras geométricas.</p>
Contenidos. Currículo de la comunidad de Madrid.	<p>Orientación espacial. Situación en el plano y en el espacio. Líneas y superficies.</p> <p>Circunferencia y círculo.</p> <p>Elementos de un polígono.</p> <p>Construcción de triángulos y rectángulos.</p> <p>Cuerpos geométricos.</p> <p>Poliedros. Elementos de un poliedro</p>	<p>Utilización de los elementos básicos del dibujo (punto, línea y plano).</p> <p>Realización de obras tridimensionales haciendo uso de diferentes materiales.</p> <p>Identificación de conceptos geométricos en la realidad que rodea al alumno relacionándolos con los conceptos geométricos contemplados en el área de Matemáticas con la aplicación gráfica de los mismos.</p>
Contenidos. Currículo Castilla y León.	<p>Conceptos espaciales</p> <p>Líneas rectas, curvas y poligonales</p> <p>Reconocimiento y trazado de figuras: triángulo, cuadrado, rectángulo, círculo y circunferencia.</p>	<p>Experimentación con distintos tipos de línea: curva, recta, horizontal, vertical, oblicua, ondulada, quebrada.</p> <p>Las estructuras geométricas y los elementos naturales. Exploración de sus posibilidades</p>



	<p>Identificación de figuras planas en objetos y ámbitos cotidianos: triángulos, cuadrados, cuadriláteros y círculos.</p> <p>Identificación de los cuerpos geométricos en objetos familiares: cubos y esferas. Descripción de su forma utilizando el vocabulario geométrico básico.</p> <p>Construcción y dibujos a mano alzada de triángulos, rectángulos y cuadriláteros.</p> <p>Comparación y clasificación de figuras y cuerpos geométricos con criterios elementales</p>	<p>plásticas expresivas. Horizontalidad y verticalidad.</p> <p>Observación del entorno y discriminación de formas geométricas. Las señales de tráfico, los indicadores, los carteles.</p> <p>Exploración de las posibilidades del dibujo geométrico en la representación de personas y animales.</p> <p>Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados</p>
--	--	---

4.4.2. Relación en otros trabajos o investigaciones.

Como he mostrado anteriormente con diferentes artistas, las matemáticas y el arte están muy relacionadas, por ejemplo, con el número de oro, la simetría o la geometría que es lo que se aplica a lo largo de este proyecto. En los inicios de nuestra cultura, ya se concebían los puntos, las líneas o el volumen, además la geometría siempre la hemos podido observar en la naturaleza o en nuestro entorno. Por esta razón podemos observar muchas investigaciones que han demostrado que trabajar la geometría y el arte de forma conjunta crea un aprendizaje más significativo y práctico, ya que en muchas ocasiones los alumnos observan la geometría como algo alejado de la realidad.

Como nos presenta Galindo (s.f), ya existen muchos materiales para poder trabajar la geometría de forma más vivencial, pero por otro lado nos expone diferentes actividades para poder introducir el arte con la geometría, en su caso utiliza artistas como Picasso o Kandinsky, y con ello trabaja las formas planas y las tridimensionales.

Cabe añadir que muchos de los trabajos que juntan estas dos áreas utilizan a Kandinsky como dinamizador de las actividades, es por esta razón pienso que es interesante cambiar de artistas y enseñar a los alumnos que no solamente aquellos que presentan figuras geométricas claras son los que usan la geometría, sino que también los artistas que dibujan realismo necesitan de las proporciones, la simetría y la geometría.



Por otro lado, encontramos trabajos como el de Ortega (2007) donde analiza la geometría de los cuadros de Da Vinci, en estos cuadros aparecen tres tipos de geometría: visión, naturaleza y pura. Aunque para ello sería necesario que los alumnos estuvieran en el nivel 3 de Van Hiele (apartado 4.2.2), pues se necesita un conocimiento más amplio de dibujo técnico.

Aparte encontramos la propuesta de Gregorio Leal (2018), donde se diseñan diversas formas de impartir la geometría dentro del aula, entre ellas a través del arte. El motivo por lo que elige esa estrategia se debe a que al final, cuando se trabaja una obra de arte uno de los pasos que se llevan a cabo es el análisis que realizas para después poder realizarlo, este análisis se inicia principalmente con la asimilación de elementos geométricos. Es por esta razón que entre sus conclusiones alude al arte como la mejor manera de impartir la geometría. A pesar de que su propuesta está orientada a la etapa de infantil, nos sirve como referencia puesto que los alumnos a los que va orientada la programación de este trabajo son los de primero de primaria que acaban de salir de esa etapa.

De igual forma, tendremos en consideración el trabajo de Trullén Palos (2016), donde plantea diferentes actividades para trabajar de forma interdisciplinar la geometría y el arte, aunque en este caso se ayuda de las inteligencias múltiples y del desarrollo de las competencias clave. En su propuesta nos enseña también formas de trabajar el “Aprendizaje colaborativo” y el “aprendizaje cooperativo”, por lo que resulta realmente interesante para nuestro trabajo.

Teniendo en cuenta toda la información comentada anteriormente y el tipo de trabajos que actualmente existen, lo que pretendo con esta programación es que aparte de ser realista y se pueda extrapolar a otros cursos o colegios, también se trabajen artistas diferentes o menos conocidos que los que ya figuran en algunas investigaciones. Aparte de impartir los contenidos de geometría a través de diferentes obras y que los alumnos aprendan y reflexionen sobre el vínculo entre las dos asignaturas.



5. DESARROLLO DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

5.1 CONTEXTUALIZACIÓN

El siguiente proyecto se ha desarrollado en el colegio Liceo Versailles ubicado en Villa de Vallecas, en Madrid. Está orientado al primer curso de primaria (6-7 años), específicamente al aula de primero A, formado por 20 alumnos, de los cuales 15 son chicos y 5 son chicas.

La metodología se centra en el trabajo de forma grupal y autónoma, tratando que la enseñanza se realice a través de un aprendizaje guiado, distribuyendo el aula en forma de U, con el espacio del centro para que todos los alumnos puedan participar y exponer los resultados de diferentes trabajos que se vayan realizando.

Dentro del aula podemos encontrar una pizarra, la cual está a la altura de los alumnos por lo que pueden pintar en ella, un proyector y estanterías para guardar el material.

Por otro lado, cabe añadir que las actividades de la programación no han podido llevarse a cabo todas por falta de tiempo y por la Covid-19. La falta de tiempo se debe a que se trata de un colegio concertado, donde las pautas a seguir son una metodología muy tradicional y analítica, que los docentes se ven obligados a seguir, por lo que solo se ha podido poner en marcha cuando quedaba tiempo libre al terminar los ejercicios del libro.

El alumnado de la clase es muy heterogéneo, además por causa de la pandemia había más de un alumno que no sabía ni leer ni escribir. Dentro de la clase hemos tenido alumnos con necesidades específicas de aprendizaje (uno con TDAH y trastorno de la conducta y dos alumnas con un retraso madurativo de dos años (no saben ni leer ni escribir, tampoco reconocen los números)). Así mismo, hemos tenido alumnos con NEAE hay dos que tienen dislexia diagnosticada, otro con dislalia y dos que acuden al logopeda porque tienen dificultades a la hora de pronunciar algunas letras. A pesar de esto, los alumnos son muy participativos y respetuosos con los demás compañeros, siguen el ritmo de la clase de una manera adecuada y aunque hay estudiantes que necesitan una atención más individualizada, se contará con el apoyo de la tutora de prácticas para cubrir todas las necesidades, intentando que todos los escolares se integren en las actividades y sesiones sin tener que tomar adaptaciones individuales significativas.



Finalmente, a pesar de que se trata de una programación dedicada al primer curso, podría servir también para otros cursos de primaria, basándonos en el currículo de la comunidad de Madrid, esto se debe a que se dan contenidos y conceptos de otros cursos superiores.

5.2 TÍTULO

Geometrearte.

5.3 JUSTIFICACIÓN

La realización de esta programación se debe a que las matemáticas en muchas ocasiones pueden resultar aburridas, puesto que a veces no observamos su utilidad en la vida cotidiana de una persona, del mismo modo ocurre con la geometría. Lo que se pretende con estas actividades transversales es que los alumnos aprendan que la geometría es necesaria para el mundo artístico y que sean capaces de discriminar la geometría en diferentes entornos, y con ello podamos concienciar a los alumnos de la utilidad de la geometría fuera de las matemáticas escolares.

La programación trabaja contenidos que se sitúan dentro del área de matemáticas, pero a su vez estos son explicados a través de contenidos del área de educación plástica, (áreas transversales) pues se trabajan con artistas y obras, comentadas en el apartado del marco teórico.

A lo largo de las sesiones mediante la observación de diferentes cuadros artísticos y monumentos, los alumnos identificarán las figuras geométricas estudiadas en matemáticas: como son las figuras planas, los poliedros, los cuerpos redondos y las características más básicas de los mismos, es decir, las aristas, caras, bases, lados y vértices, y así de manera lúdica, los alumnos observarán dichas estructuras y verán su practicidad a través del arte.

5.4 OBJETIVOS

5.4.1 Objetivos de etapa

Tomando como referente el DECRETO 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria, a continuación, se enuncian los objetivos generales de etapa.

1. Respetar las normas de convivencia tanto dentro como fuera del centro educativo, respetando y defendiendo los derechos humanos, el entorno y el pluralismo.



2. Desarrollar hábitos de trabajo en equipo, de esfuerzo y responsabilidad, así como actitudes de confianza en uno mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje y espíritu emprendedor.
3. Adquirir habilidades para la resolución pacífica de conflictos, que les permitan desenvolverse con autonomía en los grupos sociales en los que se relacionan.
4. Conocer, comprender y respetar las diferencias culturales y personales, la igualdad de derechos y oportunidades para todas las personas y la no discriminación de personas con discapacidad.
5. Conocer y utilizar de manera apropiada la lengua castellana, valorando sus posibilidades comunicativas.
6. Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran conocimientos geométricos, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.
7. Utilizar diferentes representaciones y expresiones artísticas e iniciarse en la construcción de propuestas visuales y audiovisuales.
8. Desarrollar sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como una actitud contraria a la violencia, a los prejuicios de cualquier tipo y a los estereotipos sexistas.

5.4.2 Objetivos didácticos generales

1. Observar geometría en el entorno.
2. Conocer las figuras y cuerpos geométricos más básicos.
3. Saber identificar las partes de los poliedros y figuras planas. Aristas, vértices, lados, caras y bases.
4. Conocer artistas, los cuales utilizan la geometría para sus obras y esculturas.
5. Adquirir los contenidos de geometría a través de las artes plásticas.
6. Comprender que las artes tienen una clara relación con las matemáticas.

5.5 U.D. Y CURRÍCULO

Como comentaba en punto 4.3.2, los contenidos curriculares que se van a utilizar para la programación son aquellos impuestos por el currículo estatal y el de la Comunidad de Madrid, puesto que la programación va orientada a un colegio de esta ciudad.



Tabla 4. Contenidos curriculares y contenidos secuenciados presentes en la programación.

CONTENIDOS	CONTENIDOS SECUENCIADOS
Bloque 4. Geometría	
<p>Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo</p> <p>Formas planas y espaciales: figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.</p> <p>Cuerpos geométricos: elementos, relaciones y clasificación.</p> <p>Poliedros. Elementos básicos: vértices, caras y aristas.</p> <p>Tipos de poliedros. Cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera.</p> <p>Orientación espacial. Situación en el plano y en el espacio. Líneas y superficies.</p> <p>Circunferencia y círculo.</p> <p>Elementos de un polígono.</p> <p>Construcción de triángulos y rectángulos.</p>	<p>Orientación espacial. Las relaciones espaciales.</p> <p>Figuras planas: elementos y tipos de figuras según sus lados. Cuadriláteros, triángulos.</p> <p>Polígonos.</p> <p>Diferenciación entre círculo y esfera.</p> <p>Poliedros. Tipos y elementos básicos: vértices, caras y aristas.</p> <p>Cuerpos de redondos: esfera, cono y cilindro.</p> <p>Construcción y representación de polígonos, poliedros y cuerpos redondos.</p>
Educación artística	
<p>Expresión artística Utilización de los elementos básicos del dibujo (punto, línea y plano). Uso y características del color.</p> <p>Realización de obras tridimensionales haciendo uso de diferentes materiales</p> <p>Obras artísticas más relevantes del patrimonio artístico español. Los grandes pintores españoles.</p> <p>Identificar conceptos geométricos en la realidad que rodea al alumno relacionándolos con los conceptos geométricos contemplados en el área de matemáticas con la aplicación gráfica de los mismos.</p>	<p>Utilización de los elementos básicos del dibujo para representar figuras geométricas.</p> <p>Realización de obras tridimensionales teniendo de referencia diferentes materiales.</p> <p>Obras artísticas relevantes. Miró como gran pintor español.</p> <p>Identificar objetos geométricos en la realidad que rodea al alumno y relacionarlo con lo contemplado en matemáticas.</p> <p>Importancia de la geometría para cualquier tipo de obra artística.</p>



5.6 COMPETENCIAS CLAVE

- **Comunicación lingüística:** Se desarrolla a lo largo de la programación, puesto que los alumnos deben comunicarse entre ellos para llegar a acuerdos durante diferentes temas durante las sesiones, al mismo tiempo se trabaja vocabulario específico de la geometría y las artes como el color o lo que nos hace sentir. También gracias a las asambleas, se desarrollará la expresión oral sobre ideas u opiniones.
- **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:** Al tratarse de una sesión de geometría, esta competencia está implícita, pues adquieren también nuevos conocimientos y los utilizan para situaciones reales. A su vez utilizan las nociones geométricas básicas para analizar cuadros y realizar diferentes actividades.
- **Competencia digital:** A través del uso del proyector y diferentes aplicaciones informativas, el alumno sabrá utilizar los recursos tecnológicos para la resolución de problemas además de observar las fortalezas de estos medios, respetando los principios éticos de su uso.
- **Aprender a aprender:** partiendo de los conocimientos que ya han adquirido durante los cursos anteriores sobre la geometría, en esta programación observarán aquellas cosas que recuerdan además de observar la geometría mucho más allá de las matemáticas. Durante las sesiones hay actividades creadas con metodologías activas las cuales ayudan al desarrollo de esta competencia como, por ejemplo, las rutinas de pensamiento, las cuales son uno de los principales materiales para lograr esta competencia.
- **Competencias sociales y cívicas:** Al tratarse de actividades mayoritariamente en grupos o por parejas, desarrollan algunas competencias como el respeto a los compañeros, la cooperación, ayudar y dejarse ayudar.
- **Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor:** La competencia se desarrolla durante todas las sesiones, ya que en más de una ocasión son ellos mismos los que deberán crear un cuadro, obra de arte o creación artística. Asimismo, los alumnos deberán mostrar iniciativa para la creación de cuadros y trabajar junto con sus compañeros, ayudándose unos a otros, respetando las decisiones y participando por igual en las tareas.



- Conciencia y expresiones culturales: El arte es una manifestación cultural indudable, durante la programación los alumnos crean figuras usando recursos para la realización de su propia creación. También conocerán artistas importantes dentro del mundo artístico y algunas de sus obras, del mismo modo, se animará a investigar sobre ellos o artistas que utilicen técnicas parecidas. Concluyendo, los alumnos a lo largo de las sesiones deberán trabajar la imaginación y creatividad para expresarse.

5.7 METODOLOGÍA Y RECURSOS DIDÁCTICOS

5.7.1 Estrategias metodológicas

Para la realización de la propuesta didáctica, se han tenido en cuenta los aspectos mencionados a lo largo del marco teórico, es decir, los artistas que utilizaban la geometría en sus obras, el proceso de enseñanza de la geometría y las artes plásticas y los posibles errores a la hora de explicar los diferentes conceptos de geometría.

El modelo que se lleva a cabo en las actividades principalmente ha sido el de Van Hiele, las fases de aprendizaje, pues se ha intentado que en todas las sesiones haya una primera parte de información, después una pequeña orientación dirigida a través del estudio de diferentes obras artísticas junto con una explicación y terminar las sesiones con una actividad de orientación libre donde expongan lo aprendido y una asamblea que ayude a integrar todos los conocimientos nuevos y a compartir ideas. A su vez, se han tenido en cuenta los tres procesos cognitivos de aprendizaje de la geometría comentados en el marco teórico. Todas las actividades están pensadas para hacer que el alumno desarrolle su propio conocimiento y la docente sea un mero guía en su aprendizaje. Para la creación de ellas, se ha tenido en cuenta que sean motivadoras para los estudiantes y que sea un aprendizaje significativo.

Respecto a las estrategias metodológicas que se han llevado a cabo en la programación, partiendo de la visualización, construcción y razonamiento son:

1. La experimentación a través de juegos visuales y material manipulativo. Y el establecimiento de las “definiciones” a partir del conocimiento grupal.



2. La creación de nuevos conocimientos partiendo de los ya sabidos. Para ello se realiza una evaluación inicial donde se presta atención al nivel de razonamiento geométrico según los Van Hiele.
3. A partir de la expresión verbal y artística se observan los aprendizajes que han adquirido y si han entendido los contenidos explicados a lo largo de la sesión, además, al finalizar la clase se harán pequeñas asambleas de no más de 5 minutos para compartir los aprendizajes adquiridos, prestando especial atención al vocabulario geométrico.
4. La mayoría de las actividades propuestas se han basado en el juego y la creación, fomentando así la creatividad, autonomía y participación de una manera más lúdica.
5. A lo largo de la programación se tienen en cuenta la diversidad del aula, para que las actividades planteadas no requieran de una atención individualizada.

5.7.2 Metodología

Para el desarrollo de esta programación, se utilizarán varios tipos de metodologías priorizando las activas, basadas en la práctica y observación y rechazando el aprendizaje memorístico. Además, el uso de metodologías activas ayuda al desarrollo de habilidades, como, por ejemplo, la autonomía o el trabajo en grupo, por otro lado, promueven la participación, comunicación y cooperación. (Puga y Jaramillo 2015)

Algunas de las metodologías que se van a utilizar son las siguientes:

Gamificación, se trata de un método de enseñanza donde el alumno aprende jugando, basándonos en el libro de Rodríguez y Santiago (2015, pp. 1-3), se trata de que la docente consiga objetivos de aprendizaje definidos a la vez que la relación entre el profesor y el alumno mejora y con ello, el clima del aula, la definición que nos proponen es: “Gamificación es un proceso por el cual se aplican mecánicas y técnicas de diseños de juegos, para seducir y motivar a la audiencia en la consecución de ciertos objetivos.”

Por este motivo, cabe detallar que no se trata de juegos, sino actividades creadas con los mismos métodos que los juegos.

Por otro lado, se utilizarán las TIC para mostrar y jugar, para repasar y conocer las diferentes figuras. Utilizar las nuevas tecnologías dentro del aula hace que los alumnos presten más atención y también sirven para fomentar la participación dentro de la clase.



Otros recursos que se utilizarán a lo largo de la programación son las cuñas motrices y las rutinas de pensamiento, explicadas en el primer apartado del marco teórico.

5.8 DESARROLLO DE LAS SESIONES

A continuación, se presenta la sesión de evaluación inicial en la tabla

Tabla 5. Sesión 1. Evaluación inicial.

SESIÓN 1. ¿Cuánto sabes?	
<p>En la primera sesión se observarán los conocimientos ya adquiridos anteriormente, de este modo, sabremos en qué punto se encuentran los alumnos respecto al conocimiento de la geometría basándonos en los niveles de Van Hiele. La ficha que se entregará a los alumnos atiende hasta el nivel 2 de Van Hiele, ya que lo más seguro es que los alumnos estén en transición del 1 al 2.</p> <p>Los resultados de la ficha, nos ayudará a saber por dónde empezar en la próxima sesión. También observaremos como los alumnos describen las tres figuras básicas (cuadrado, círculo y rectángulo) y que vocabulario utilizan para ello. Conociendo el punto de inicio, podremos aclarar durante las próximas sesiones el vocabulario correcto.</p>	
Temporalización	Lugar
40 minutos, martes 13 de abril.	Aula ordinaria de 1A
Contenidos	Objetivos
- Figuras geométricas.	- Completar la ficha de evaluación inicial sin ayuda.
Descripción	
<p>Introducción: Se informará a los alumnos del contenido que vamos a impartir a lo largo de las dos próximas semanas</p> <p>Actividad 1. Se realizará una ficha con diferentes preguntas y actividades que deberán completar sin ayuda de la docente, pero antes de que empiecen a realizarla, sí que se hará una lectura grupal de cada una de las actividades por si hubiera dudas respecto a la realización de algún ejercicio, pero es crucial no decir ninguna respuesta.</p> <p>Actividad 2. Asamblea. Se pondrán en común los intereses de los alumnos acerca de la geometría y se hablará sobre la resolución de la ficha.</p>	
Materiales	

- Fichas

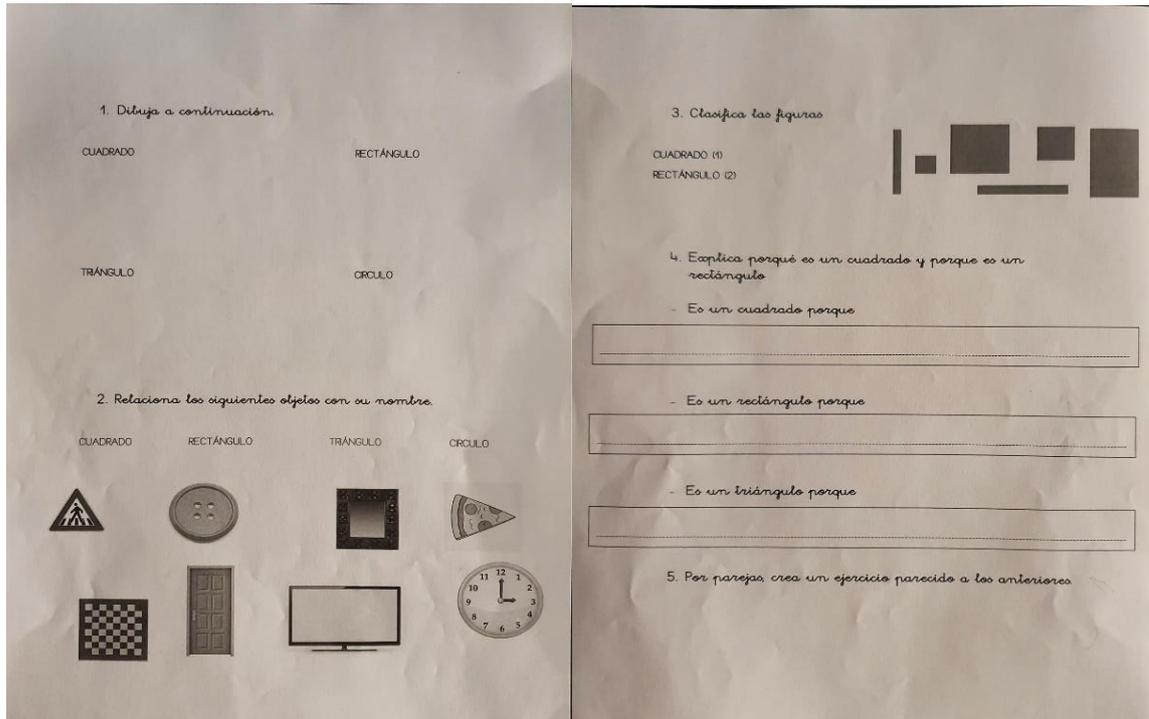


Figura 3. Ficha para conocer el nivel de Van Hiele

ADAPTACIONES

A los alumnos con necesidades educativas, se les explicará de forma más individualizada la actividad, pero en ningún momento se les comentará que respuestas deben poner.

La siguiente tabla presenta los dos primeros artistas que se van a trabajar y las figuras geométricas planas.

Tabla 6. Sesión 2. Sol y Estella.

SESIÓN 2. Sol y Estella	
En la segunda sesión se pretende introducir a los alumnos la geometría como arte y no como un mero contenido de matemáticas. Se pretende que aprendan los contenidos sobre la geometría y que también reconozcan que esta es utilizada en otros ámbitos y su importancia. En este caso nos centraremos en el ámbito artístico, en esta sesión específicamente en la pintura de los artistas Frank Stella y Sol Lewitt, mencionados anteriormente en el punto 1.	
Temporalización	Lugar
1 hora, miércoles 14 de abril	Aula ordinaria de 1A
Contenidos	Objetivos
- Figuras geométricas planas.	- Distinguir las figuras geométricas planas básicas.



<ul style="list-style-type: none">- Obras artísticas y pintores que utilizan la geometría para sus creaciones.- Geometría para una obra artística.	<ul style="list-style-type: none">- Conocer los nombres de las figuras- Reconocer las figuras en diferentes cuadros.
Descripción	
<p><u>Actividad 1.</u> Antes de empezar a introducir el arte, y una vez analizado el nivel de Van Hiele que tienen los alumnos, comenzaremos la clase con un repaso de las figuras geométricas planas que conocen. Para ello, se preguntará principalmente a los alumnos qué conocen y después aquel que levante la mano se le dejará que salga a la pizarra a dibujar la figura y escribir su nombre. Una vez que la docente observe que ya se han dicho todas aquellas figuras que se pretenden aprender, se realizarán unas definiciones descriptivas de cada una de ellas, de forma conjunta.</p> <p><u>Actividad 2.</u></p> <p>Se proyectarán diferentes obras de los artistas Frank Stella y Sol Lewitt. De forma conjunta se hablará sobre que puede querer representar el autor, que sienten al verlo y sacar contenidos matemáticos del cuadro, para ello se les indicarán algunos ítems.</p> <ul style="list-style-type: none">- Figuras geométricas- Orden- Colores <p>Para apuntar las ideas, se les entregará un folio donde aparte de dibujar las figuras anteriormente repasadas, también escriban las figuras que ven en cada uno de los cuadros que se representan en el proyector.</p>	

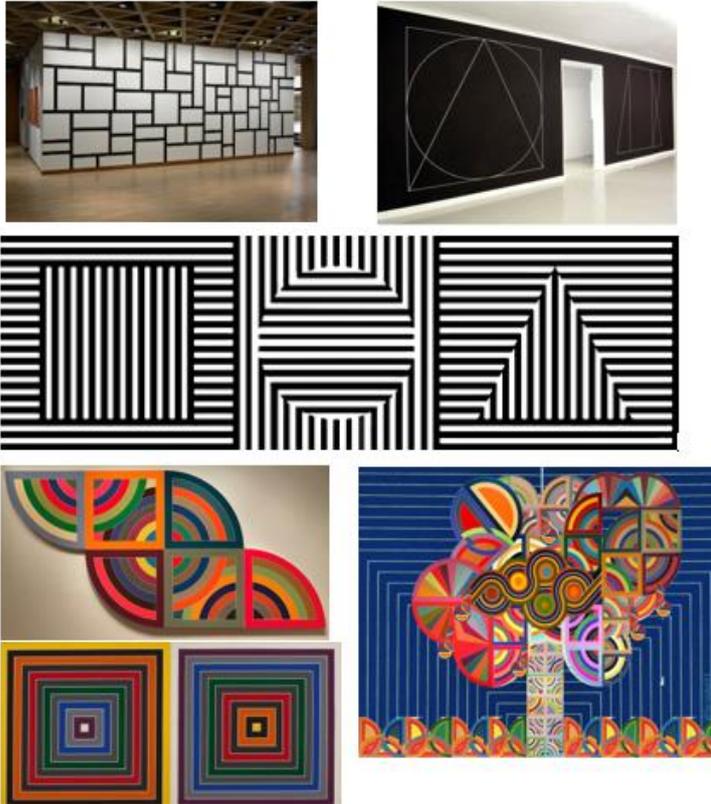


Figura 4. Obras de Sol Lewitt y Frank Stella.

Actividad 3. Tras haber observado algunos de los cuadros, por la otra cara del folio repartido, teniendo de referencia los cuadros de los artistas anteriormente comentados, realizarán su propia obra de arte. Una vez terminada se pegarán en una de las paredes del aula, finalmente para realizar un repaso final se dirán las figuras geométricas utilizadas.

Actividad 4. Esta actividad consiste en hacer un pequeño resumen de lo aprendido y realizado durante la sesión. Además de hablarles sobre Lewitt y Stella.

Materiales

- Proyector para enseñar los cuadros.
- Pizarra.
- Folios
- Pinturas

ADAPATACIONES: Para ayudar a los alumnos que tienen dificultad a la hora de escribir, es decir, los que tienen dislexia y las estudiantes que no saben ni leer ni escribir, se escribirán los nombres de las figuras en la pizarra. (Cuadrado, rectángulo, rombo, círculo, óvalo y triángulo).

Por otro lado, para el alumno que tiene TDAH se le nombrará ayudante para repartir los folios, también se le darán las instrucciones claras y cortas.

En la siguiente tabla, se muestra un repaso de lo aprendido en la case anterior.

Tabla 7. Sesión 3. Miró y repaso.

SESIÓN 3. Miró y repaso	
La tercera sesión servirá para hacer un pequeño repaso sobre lo aprendido la clase anterior y también para demostrarles que el dibujo realista también parte, en muchas ocasiones, de la geometría a la cual después se le da forma.	
Temporalización	Lugar
45 minutos, viernes 16 de abril.	Aula ordinaria de 1ºA
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> - Figuras geométricas planas - Obras de Miró - Uso de geometría para dibujos realistas 	<ul style="list-style-type: none"> - Interiorizar las figuras geométricas planas. - Observar la geometría como algo más que matemáticas. - Respetar el turno - Practicar el pensamiento activo
Descripción	
<p><u>Actividad 1.</u> Para comenzar la sesión y recordar lo aprendido anteriormente, se utilizará una rutina de pensamiento llamada “piensa y comparte en pareja”. Esta rutina ayuda a entender diferentes perspectivas, pues consiste en que los alumnos reflexionen sobre una pregunta planteada, lo comenten con su pareja y posteriormente el compañero explique el razonamiento o respuesta de su pareja.</p> <p>La pregunta que se planteará los alumnos es: ¿Cuánta geometría hay en los siguientes cuadros? ¿Piensas que estos cuadros están en los museos? Los cuadros que se les van a mostrar son del artista Miró y será uno para cada compañero.</p>	
	
<p>Figura 5. "El perro frente al sol" y "The garden" de Joan Miró.</p>	
<p><u>Actividad 2.</u> Se utilizará el ordenador para jugar a dos juegos donde aparecen las figuras geométricas colocadas en diferentes posiciones, esto se debe a la importancia de dar mucha variedad de ejemplos como indicaba en el marco teórico. Para animar a la</p>	

participación, uno a uno se levantará, vendrán hacia el ordenador y escogerán la respuesta correcta, en el caso de hacerlo bien se les dará una pegatina de color azul, en el caso contrario verde. A continuación, el enlace para los juegos de repaso:

<https://www.mundoprimary.com/juegos-educativos/juegos-matematicas/juego-dibujos-figuras-geometricas>

<https://www.mundoprimary.com/juegos-educativos/juegos-matematicas/juegos-de-igualar-y-comparar>

<https://www.mundoprimary.com/juegos-educativos/juegos-matematicas/juego-figuras-geometricas-en-la-realidad>

Actividad 3. La última actividad se indicará a los alumnos que se van a hacer una cara de una persona humana, pero esta será realista. Esta actividad se realizará en la pizarra a la vez que ellos la realizan en una hoja de papel. Los pasos que seguir son los siguientes, dejando como último paso decorar, colorear y dar forma a la cara.

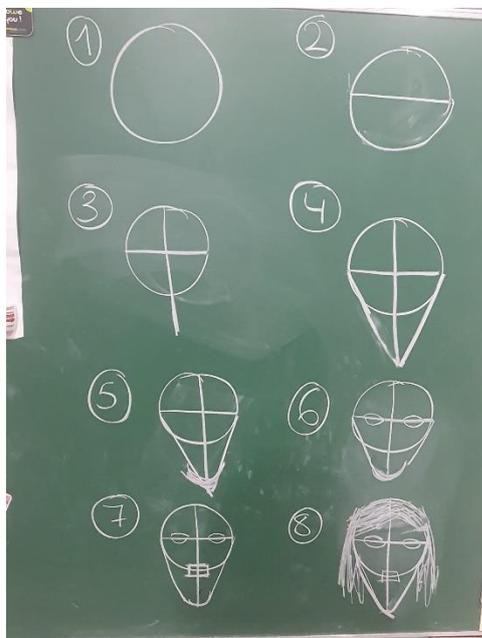


Figura 6. Pasos para dibujar una cara.

Actividad 4. Asamblea: Esta última actividad, al igual que en la sesión anterior, se utilizará para hacer una pequeña conclusión de los conceptos aprendidos y lo aprendido a través de las actividades. También se comentarán algunos aspectos bibliográficos de Joan Miró.

Materiales

- Ordenador y proyector
- Folios
- Pizarra

Adaptaciones



Respecto a los estudiantes que no saben leer o escribir, se les leerán las instrucciones de los juegos de ordenador y se les hará de manera oral la rutina de pensamiento.

Por otro lado, en cuanto a los alumnos con dislexia o dislalia, se les acompañara durante la lectura para corregirle en caso de que se confunda.

Por último, el alumno que tiene TDAH, durante la actividad del ordenador, se le reforzara con un premio si es capaz de responder en un folio en blanco antes que el compañero al que le toca.

La tabla 8, nos muestra sesión en la que se introducen los cuerpos con volumen a través de monumentos.

Tabla 8. Sesión 4. El arte de las calles.

SESIÓN 4. El arte de las calles	
En la siguiente sesión se pretenden enseñar los tipos de poliedros, es decir, los prismas, las pirámides y los cuerpos redondos; cono, esfera y cilindro.	
Temporalización	Lugar
40 minutos, martes 20 de abril.	Aula ordinaria de 1ºA
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> - Prismas, pirámides y cuerpos redondos. - Esculturas y monumentos. - Conceptos espaciales y lateralidad. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocer las pirámides, los prismas y los cuerpos redondos - Discriminar los poliedros y cuerpos redondos en esculturas y monumentos de su entorno. - Ser capaz de describir verbalmente una imagen utilizando vocabulario geométrico y conceptos espaciales.
Descripción	
<p>Actividad 1. Para la introducción de los poliedros y cuerpos redondos se llevarán al aula los diferentes cuerpos geométricos y se preguntará a la clase si reconocen o saben el nombre de alguno de ellos. Una vez visto lo que saben, se introducirán los nombres formales y se dibujarán en la pizarra junto con su nombre debajo de ellos.</p> <p>Actividad 2. Para familiarizarse con los poliedros y cuerpos redondos, en la segunda actividad se repartirá por parejas una imagen con una escultura o monumento que pueden encontrar tanto en España como en Europa. En el centro del aula se pondrán tres aros con diferentes carteles; pirámides, cuerpos redondos y prismas. El objetivo será que los alumnos dejen la imagen dentro del aro que corresponda. Una vez realizada la actividad, se hablará de los monumentos y sus formas.</p>	

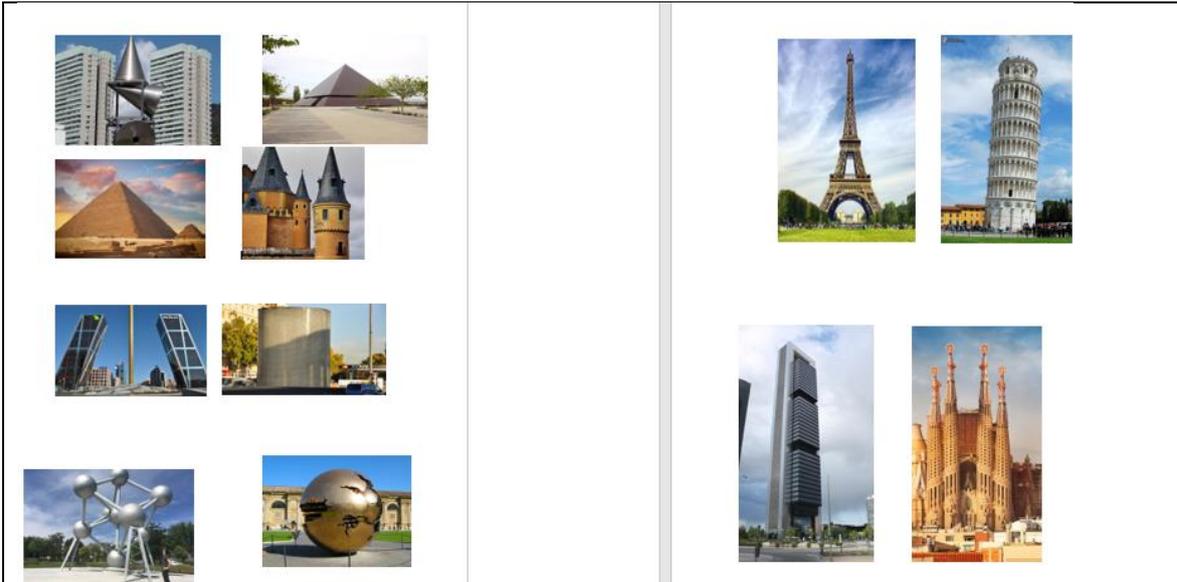


Figura 7. Imágenes que son repartidas a los alumnos.

Actividad 3. La tercera actividad se hace por parejas, cada alumno dibujará algo siguiendo las instrucciones de su compañero. El compañero únicamente podrá describir lo que quiere que su compañero haga utilizando vocabulario geométrico y vocabulario posicional (delante, encima, debajo...). Para realizar esta actividad podrán utilizar tanto las figuras explicadas en las clases anteriores como las aprendidas. Esta actividad terminará cuando ambos de la pareja hayan hecho un dibujo. Al final de cada turno los compañeros mostrarán el resultado y el que ha estado dictando el dibujo indicará si corresponde con lo que decía.

Actividad 4. Asamblea. Esta actividad se hará de forma grupal, y se compartirán los aprendizajes adquiridos y se pondrán en común las conclusiones sacadas a lo largo de la sesión

Materiales

- Proyector e imágenes impresas.
- Poliedros, pirámide y cuerpos redondos
- Pizarra
- Folios y pinturas.
- Aros deportivos

Adaptaciones

Respecto a los estudiantes que no saben leer o escribir, y para el resto de los estudiantes se escribirán y dibujarán los diferentes poliedros y cuerpos redondos en la pizarra

Con el alumno que tiene TDAH se le encargará ser el ayudante y por lo tanto ser quien muestre de cerca las diferentes figuras a los alumnos o quien reparta los folios. En el caso de que este muy nervioso se le propondrán más imágenes para que las coloque en el aro correcto.



En la tabla 9, se introducen los temas de cursos superiores.

Tabla 9. Sesión 5. Aprendemos como mayores.

SESIÓN 5. Aprendemos como mayores	
Temporalización	Lugar
1 hora, miércoles 21 de abril.	Aula ordinaria 1ºA
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> - Partes de los poliedros - Partes de las figuras planas 	<ul style="list-style-type: none"> - Diferenciar el vértice, arista y caras laterales de los poliedros. - Distinguir entre los poliedros y las figuras planas
Descripción	
<p><u>Actividad 1.</u> Se repasa las figuras planas y poliedros que se han trabajado con anterioridad y se practica a través de un juego. A cada alumno se le reparten 10 papeles pequeños en los cuales se les indicará que dibujen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Círculo - Esfera - Triángulo - Cuadrado - Rectángulo - Cono - Cilindro - Pirámide - Cubo - Óvalo <p>En cada papelito se les indicará que dibujen y escriban el nombre de cada una de estas figuras y posteriormente la docente dirá en voz alta una de ellas y los alumnos deberán levantar el papelito en el que hayan dibujado esa figura.</p> <p><u>Actividad 2.</u></p> <p>En la segunda actividad se pretende introducir contenidos de cursos superiores, estos son las aristas, los vértices, los lados, caras y las bases de las figuras. Es decir, que sepan repasar o colorear alguno de estos conceptos cuando se les pida. Para crear un aprendizaje más significativo, se repartirá un poliedro de papel a cada uno y deberán colorear las aristas de rojo y los vértices se crearán a partir de bolitas azules de plastilina, de esta manera es más visual y a la vez se les introduce los nuevos conceptos a través de material manipulativo. Después, con ayuda de la pizarra se repasarán estos conceptos. La docente dibujará varios poliedros en la pizarra y los alumnos deberán repasar los conceptos aprendidos.</p> <p><u>Actividad 3.</u></p>	



Finalmente, se les hará pensar sobre cómo podríamos crear una clase parecida a la nuestra con objetos reciclados. Un ejemplo sería: la pizarra se parece a una carta de Pokémon. Tras elegir los objetos reciclados se apuntan en la pizarra las ideas de cada uno y para motivarles se les dejará que las escriban ellos mismos, una cada uno.

Materiales

- Folios
- Colores
- Plastilina
- Poliedros de papel (pirámides y primas).

ADAPTACIONES: Para la primera actividad se deletrearán los nombres de las figuras para que aquellas personas que no saben escribir puedan poner el nombre de la figura en el papelito

La tabla 10, representa la evaluación final de la unidad didáctica.

Tabla 10. Sesión 6. Evaluación y creación.

SESIÓN 6. Evaluación y creación	
Para terminar la programación y observar si los contenidos se han interiorizado de forma correcta, se realizará una evaluación que consistirá en dos partes. Una primera parte guiada por la docente donde los alumnos reflejarán en un papel lo aprendido. Y una segunda parte donde lo pondrán en práctica.	
Temporalización	Lugar
1 hora, miércoles 23 de abril.	Aula ordinaria de 1A
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> - Poliedros y polígonos y sus características. - Cuerpos de revolución - Figuras planas - Construcción y decoración de una maqueta - Uso de material reciclado. 	<ul style="list-style-type: none"> - Completar la evaluación de la mejor forma posible - Entender y visualizar la geometría como algo más allá de las matemáticas - Respetar a los compañeros y saber trabajar de forma grupal.
Descripción	
<p><u>Actividad 1.</u></p> <p>Para comenzar la clase, les indicaremos que tras realizar la actividad escrita crearemos la maqueta planteada en la clase anterior. Después se repartirá un folio a cada alumno, dividido en 8 cuadrados y daremos las siguientes instrucciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - En la segunda casilla, representa un objeto con forma de círculo, que haya en la clase. - A la izquierda del círculo, dibuja una pirámide y señala sus vértices. 	



- (Con ayuda del proyector se enseñarán diferentes cuerpos geométricos.) – Debajo de la pirámide, escribe el número de poliedros que observas y el número de cuerpos redondos.
- A la derecha del círculo, dibuja una esfera o un objeto que se parezca a una esfera.
- Debajo de la esfera ¿Qué objetos tienen forma de cono? Representa uno y colorea sus vértices y la base.
- A la izquierda del cono, dibuja un cubo y marca sus aristas de color verde.
- A la derecha del cono traza un objeto que tenga forma de cilindro y pinta sus bases.
- Encima del cilindro, dibuja un cuadrilátero y dentro representa dos triángulos, colorea únicamente uno de ellos.
- Crea tu propia obra de arte tomando de referencia los artistas estudiados.

Actividad 2. A medida que los alumnos hayan terminado la ficha, es decir, la última actividad de la evaluación, irán colocando y replanteando como crear la maqueta del aula.

Actividad 3. Una vez pegada la maqueta y hecha lo mejor posible, se les indicará que deben colorearla y decorarla de la manera que más les guste, podrán utilizar cartulinas y goma Eva que posteriormente pegaremos alrededor de la maqueta.

Para terminar todas las sesiones y observar que los contenidos se han interiorizado, se hará una pequeña asamblea al terminar donde se expongan los aprendizajes adquiridos a lo largo de todas las sesiones y para que los alumnos comenten aquello que más les ha gustado. En el caso de que no dé tiempo a terminar las actividades programadas de la sesión se utilizará la hora de cálculo de los martes para finalizarla.

Materiales

- El que se indique en la sesión anterior
- Una caja grande para la maqueta
- Pegamento y colores
- Folios, cartulinas y Goma Eva
- Folios

5.9 TEMPORALIZACIÓN

La programación se realiza durante 6 sesiones. Su duración será de dos semanas, siendo las clases de los martes de 45 minutos de duración y la de los miércoles y viernes 1 hora. La mayoría de las sesiones llevan una estructura similar. En primer lugar, se hace una actividad donde se introduzcan los nuevos contenidos o se repasen los contenidos anteriores, después se realizan algunas actividades para la interiorización y práctica de



los contenidos y finalmente se termina la clase con una asamblea en la cual se comparten los nuevos aprendizajes y opiniones.

Por otro lado, uno de los objetivos principales es que al terminar las sesiones los alumnos sientan interés por saber más acerca del arte y del uso de la geometría en el mismo, por lo tanto, para cultivar esa ilusión, se podrán plantear diferentes preguntas durante las asambleas o permitir que los alumnos busquen en el ordenador o en el móvil de la docente información que les interese.

5.10 EVALUACIÓN

La evaluación según Triviño (2008), “es la reflexión crítica sobre los componentes en cualquier proceso, con el fin de saber cuáles están siendo sus resultados y adoptar decisiones adecuadas para la consecución de los objetivos” (p.1). Siguiendo los parámetros de su investigación, en este caso será interna y normativa. Cabe añadir, que las sesiones también se evaluarán de manera individual y dentro de cada una de ellas utilizaremos métodos como la evaluación recíproca para estimular el aprendizaje de los alumnos. También se hará uso de la heteroevaluación y de registros anecdóticos.

Según su regularidad será, inicial, formativa y final. La evaluación inicial, hecha en la sesión 1, trata de averiguar el nivel de Van Hiele de los alumnos. Gracias a esta evaluación la docente podrá ayudar a aquellos estudiantes que no han alcanzado el nivel 2 a adquirirlo. Respecto a los alumnos que no tengan dificultades con la geometría se les intentará estimular más para que no pierdan el gusto por las matemáticas. Como decía al inicio, también se realizará una evaluación formativa a través del uso de un diario de clase, donde se irán apuntando los objetivos que se cumplen tras las sesiones y el funcionamiento de estas para futuras mejoras.

Para la evaluación final se tomará como referencia el currículo autonómico para observar el cumplimiento de los criterios y estándares de aprendizaje:

Tabla 11. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
Matemáticas	
GEOMETRÍA	



Describir la posición de los objetos, utilizando descriptores espaciales	Describe y reconoce situaciones de un objeto respecto de otro: delante/detrás de, a la derecha/izquierda de, encima/debajo de Saber colocar o describir la posición de un objeto o figura respecto a otra.
Distinguir los tipos de líneas y es capaz de observarlos en el entorno. Conocer formas circulares y reconocerlas en objetos cotidianos.	Distingue entre líneas rectas y curvas, buscando ejemplos en objetos del entorno. Identifica formas circulares en el entorno
Conocer las figuras planas básicas y reconocerlas en objetos del entorno. Saber dibujar y las características que tienen los paralelogramos (cuadrado y rectángulo) y los triángulos	Distingue entre figuras planas. Dibuja y construye triángulos y cuadriláteros
Reconocer las pirámides y prismas. Distinguir entre los cuerpos redondos y poliedros en el entorno. Conocer las partes del poliedro, aristas, vértices y caras. Saber dibujar y reconocer las pirámides, cubos, esferas, cilindros y conos.	Dibuja y construye pirámides y prismas Distingue entre cuerpos reales o dibujados, los que son poliedros y los que son cuerpos redondos Reconoce las caras, vértices y aristas y nombra los cuerpos más comunes: cubo, prisma, pirámide, esfera, cono y cilindro.
EDUCACIÓN PLÁSTICA	
Identificar el entorno próximo	Utiliza el punto, la línea y el plano al representar el entorno próximo
Realizar producciones plásticas siguiendo pautas elementales del proceso creativo, experimentando, reconociendo y diferenciando la expresividad de los diferentes materiales	Utiliza las técnicas del dibujo y de la pintura más adecuadas para sus creaciones, cuidando el material y el espacio de uso. Lleva a cabo proyectos en grupo respetando las ideas de los demás y



	colaborando con las tareas que le hayan sido encomendadas.
Imaginar, dibujar y elaborar obras tridimensionales con diferentes materiales.	Confecciona obras tridimensionales con diferentes materiales planificando el proceso y eligiendo la solución más adecuada a sus propósitos en su producción final.
Conocer obras de diferentes artistas que utilizarán la geometría en sus cuadros.	Recuerda e imita obras de artistas que utilicen la geometría en sus pinturas, para crear una nueva.

Teniendo en cuenta la tabla anterior, se creará una evaluación que constará de dos partes (sesión 6 de la programación). La modalidad de las pruebas será: primero una escrita, la cual se realizará a través de instrucciones orales indicadas por la docente, esto es así puesto que dentro del aula hay alumnos que no saben leer o escribir y de este modo también pueden realizarlo. La segunda, consistirá en otra actividad que servirá como prueba práctica de lo aprendido, que conlleva la decoración y realización de la maqueta con material reciclado.

6. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

La programación anteriormente presentada ha sido puesta en marcha parcialmente. Gracias a ello he podido observar posibles mejoras y analizar si es posible o no su implantación. No he podido llevar a cabo todas las sesiones o actividades que quería, como comentaba en el apartado de contextualización, debido a que la dirección del centro marcaba seguir una metodología muy tradicional.

Las actividades, su funcionamiento y cómo las conclusiones han influido en el resto de las sesiones, se exponen a continuación:

1º Sesión:

Para comenzar cabe destacar que pudimos realizar la evaluación inicial, y así para conocer el nivel de Van Hiele en el que se encontraban los alumnos. Como los alumnos estaban acostumbrados a una educación centrada en el profesor en vez de en ellos, se tuvo que explicar de forma sencilla y rápida la ficha para que pudieran realizarla. Los resultados fueron muy útiles para las próximas sesiones, se pudo observar cómo describían las tres figuras básicas de la geometría y, por lo tanto, en las sesiones siguientes se le pudo dar



más importancia al vocabulario geométrico para describir las figuras. Aunque como futura mejora, sería conveniente explicar de forma más sencilla el ejercicio, puesto que algunos alumnos no lo realizaron por falta de comprensión. En contraposición, el último ejercicio resultó muy interesante y les pareció muy sencillo llevarlo a cabo (Apéndice 2).

Teniendo en cuenta la diversidad del aula y que la sesión se realizó a última hora, hubo alumnos que la hicieron sin apenas prestar atención. Aun así, el tiempo fue suficiente. Tras completar la hoja, se pudo hacer la asamblea donde se compartieron los ejercicios propuestos en cada una de las fichas.

Sobre los resultados obtenidos, puedo afirmar que fueron los esperados, la gran mayoría sabían reconocer los objetos del entorno como figuras geométricas y dibujarlas. En cuanto a las descripciones eran propias del nivel 1 de Van Hiele, se pueden observar las definiciones más repetidas en el apéndice 1.

2º Sesión:

Comenzamos con la presentación de dos de los tres artistas que se trabajan en la programación. Con la primera actividad se consiguió que todos los alumnos establecieran las descripciones de las figuras geométrica y aportaran alguna idea. Entre ellas están:

- Los triángulos tienen tres picos y los cuadrados 4.
- El rectángulo es más largo que el cuadrado.
- El círculo es como una pelota.

Establecimos las definiciones teniendo en cuenta el nivel en el que nos encontrábamos. Eran las siguientes:

- El cuadrado tiene cuatro lados iguales.
- El rectángulo tiene los lados iguales dos a dos.
- El triángulo tiene tres lados.
- El círculo es una línea curva cerrada que está a la misma distancia del centro.

En la segunda actividad se mostraban las obras pictóricas de Sol Lewitt y Frank Stella. Resultó muy interesante ver como los alumnos identificaban la geometría como un modo de realizar cuadros. Preguntaron por la nacionalidad de los artistas y si esas pinturas estaban en los museos, por lo que puedo confirmar que despertó su interés por ello. Los



más participativos expresaron lo que sentían al verlo. (Una de las reflexiones fue que alguna de las obras les hacía sentir que se estaban mareando.)

A través de la realización de la práctica experimenté, que, una futura mejora en un aula heterogénea propondría otra actividad. En lugar de enseñar las obras de arte en la pizarra, repartiría a cada alumno un cuadro impreso, donde puedan señalar las formas geométricas y posteriormente recortarlas. Finalmente, se la pasarán al compañero para que éste realice el puzle.

Para concluir la sesión realizaron su propio cuadro en base a lo aprendido, aunque alguno de los alumnos no pudo terminarlo. Algunas de las obras se pueden ver en el apéndice 2.

3º Sesión:

En esta sesión solo se realizaron las dos últimas actividades. Esto se debe a que los cuadros escogidos en un inicio para realizar la rutina de pensamiento no se veían bien en el proyector. En lo que concierne al resto de actividades, se implantaron tal y como se menciona en la sesión y resultaron muy entretenidas. Aunque no dio tiempo a realizar la asamblea porque los alumnos estuvieron mucho más tiempo decorando y realizando sus retratos.

A su vez, durante la sesión, se pudo observar que los juegos ayudaron a que los alumnos observaran e interiorizaran completamente las figuras planas básicas. Durante la realización del repaso, algunos alumnos se confundían y estos eran corregidos al momento, haciendo hincapié en las definiciones creadas en la clase anterior. Comprobé que el aprendizaje había sido interiorizado porque, mientras realizaban la cara preguntaba a los alumnos sobre las definiciones y nombres de las figuras.

En lo que respecta a la primera actividad, una propuesta de mejora sería, llevar las imágenes impresas en grande y colocarlas en una cartulina cada una de ellas. Tras hacer la rutina de pensamiento, las ideas serían reflejadas en un papel, que posteriormente el alumno pega en la cartulina. De esta manera se crearían dos murales donde se reflejan las opiniones de los estudiantes sobre la geometría dentro de los cuadros de Miró.

4º Sesión:



En esta sesión, tuvimos la complicación de la falta de tiempo. Así que, reorganizamos la clase e introdujimos los poliedros y cuerpos redondos. Se proyectaron algunos de los monumentos en la pizarra y se habló de forma genérica sobre las figuras que tenían. Observé que esta actividad no había sido del todo significativa, por lo que consideré cambiarla en las sesiones finales. Hice que en lugar de proyectar las imágenes estas fueran repartidas por parejas y tuvieran que organizarlas por grupos.

Por otro lado, la última actividad resultó ser muy divertida para los alumnos. A lo largo de la actividad se observó que algunos tenían dificultades con los nombres de las figuras por lo que se optó por escribirlos en la pizarra.

Los resultados de esta última actividad (apéndice 3) no fueron los esperados, pero a pesar de ello, sí que me sirvió para observar el desarrollo del vocabulario geométrico, puesto que todos los alumnos introdujeron todas las figuras conocidas dentro de sus descripciones. A pesar de que los resultados no fueron negativos, me fui con la sensación de que no entendieron la diferencia entre los poliedros y los cuerpos redondos. Por esta razón, en la siguiente sesión, los repasamos con ayuda de la primera actividad (comentado en el próximo párrafo). Después se discutieron de forma grupal las “definiciones” de los poliedros, pirámides y cuerpos redondos, prestando gran atención a las diferencias.

5º Sesión:

En esta sesión pudimos realizar las dos primeras actividades. La primera actividad les gustó mucho, y sirvió para que los propios alumnos se dieran cuenta de sus errores, por lo que el repaso fue muy significativo y útil. En la segunda actividad muchos de los alumnos se mostraban despistados y se observó como esos contenidos eran algo difíciles de interiorizar. Si queremos que estos conocimientos más avanzados (elementos de las figuras y poliedros) sean afianzados correctamente, se debería dedicar alguna sesión más o crear alguna actividad para trabajar esto mejor. La mejora que se me ocurre, teniendo en cuenta que se ampliara la temporalización de la unidad didáctica, sería la implementación de una actividad, en la cual se utilicen palillos y plastilina. Gracias a estos materiales podríamos representar diferentes cuerpos geométricos, en los que los palillos funcionasen de aristas y los vértices fueran puntos de plastilina. De este modo seguramente interiorizarían más estos conceptos.



6º Sesión:

La sesión de evaluación no se pudo completar entera, ya que, a pesar de estar planteada para el miércoles, que es la clase más larga, por causas externas a mí, no se pudo realizar. En cambio, la evaluación guiada resultó muy útil. Ayudó a saber quiénes habían llegado a interiorizar los conocimientos y qué conceptos habría que repasar.

Respecto a los resultados se observa que, a la hora de marcar la base y el vértice del cono, el error más común fue que también señalaron sus lados. Otros errores fueron la representación de un triángulo como una pirámide y viceversa, y la representación de un objeto del entorno con forma de cilindro. Los resultados podemos observarlos en el apéndice 4.

La evaluación implantada en el aula fue diferente a la que se plantea en la sesión final (expuesta en el apartado 5.5), pues tras hacerla me replantee que la formulación de las diferentes directrices era muy similar y por lo tanto no cumplía con todos los estándares y criterios de evaluación comentados, por esta razón, y para que en un futuro se pueda aplicar totalmente la sesión, cambié las directrices.

Tras la implantación de las sesiones, considero que los objetivos planteados para esta unidad didáctica han sido superados. En primer lugar, han sido capaces de discriminar la geometría en el entorno y en diferentes obras artísticas de manera clara. Esto se refleja en los repasos y en las actividades de análisis de las diferentes pinturas y monumentos. Por añadidura, han conocido diferentes artistas que utilizan esta rama de las matemáticas para la creación de sus obras y con ello la relación que existe entre estas dos asignaturas.

Finalmente, hay que destacar el cumplimiento del objetivo principal sobre la identificación y conocimiento de cuerpos redondos, poliedros y figuras planas a través del arte, aunque algunos de los alumnos no llegaron a aprender de forma correcta las partes.

Por último, considero que la propuesta presentada puede llevarse a cabo sin ningún tipo de problema y en cualquier situación y colegio, puesto que los recursos que se necesitan son mínimos. Además, gracias a la evaluación final y las diferentes actividades de las sesiones anteriores, puedo asegurar, que se consigue un aprendizaje correcto sobre la geometría. En el caso de implantar esta programación didáctica en cursos superiores, sería interesante buscar artistas que utilizarán la geometría en el arte de un modo más técnico.



De esta manera también se aumentaría la complejidad del análisis de las obras, es decir, sería más conveniente utilizar trabajos como el de Ortega (2007) o Gregorio Leal (2018) comentados en el apartado 4.4.2.

Respecto a las actividades que se trabajan con el proyector, también se pueden realizar de forma vivencial, aunque conllevaría más trabajo para el docente.

En cuanto a la temporalización de las sesiones, sería interesante para la interiorización de los conceptos más difíciles incluir una nueva sesión donde se trabajarán los elementos de los poliedros y los cuerpos redondos de forma más explícita.

7. CONCLUSIONES

El trabajo presentado muestra una forma de impartir el área de geometría a través de obras artísticas o monumentos importantes. Gracias a la información sacada de los apartados del marco teórico se ha realizado una programación realista, en la que se tenía en cuenta tanto la didáctica de las artes como la de la geometría. Además, con ayuda de la investigación acerca de los errores comunes de esta rama, se han podido crear actividades en las cuales esos errores se evitan. Los principales artistas que se utilizan como referentes para el estudio de la geometría en la programación didáctica han sido Sol Lewitt y Frank Stella, artistas que plasman en sus obras el uso de la geometría de forma clara. Igualmente se incluye a Miró como artista de referencia, dado que se trata de uno de los mayores referentes de nuestro país y me parecía interesante para la propuesta.

La intención de esta propuesta, como se comenta en la justificación, era hacer ver a los alumnos que la geometría se puede observar en nuestro entorno y que resulta esencial para la creación de obras artísticas. Asimismo, se pretende enseñar las nociones básicas de geometría en actividades donde se puede observar cómo se utilizan mayoritariamente obras artísticas para aprender y observar, en lugar de un libro de texto. En contraposición, sí que hay momentos en los que es necesario el uso de la clase magistral para introducir contenidos y conceptos.

Tras la realización del proyecto considero que uno de los puntos fuertes que cabe destacar, es que se haya podido llevar a cabo casi de manera completa. Gracias a la puesta en práctica se han podido observar futuros errores que posteriormente en el trabajo final se han cambiado. Por otro lado, considero que se ponen en marcha diferentes tipos de



metodologías que se centran en el aprendizaje por descubrimiento y a través de materiales manipulativos. Así mismo, se ha comprobado que este tipo de enseñanza- aprendizaje funciona, y da buenos resultados, tal y como he aprendido durante el grado.

Además, se trata de una propuesta innovadora porque a pesar de que ya se habían hecho otros trabajos que proponían esta unión de geometría y arte, ninguno de los estudiados proponía el estudio de artistas como Fran Lewitt o Sol Estella. Por esta razón considero que se trata de una propuesta creativa en la que se dan a conocer otro tipo de artistas.

Otro de los aspectos positivos, que considero que tiene mi propuesta, es el uso de la asamblea para la integración de los contenidos aprendidos. Resultaba muy reconfortante observar cómo los alumnos compartían sus opiniones y expresaban sus dudas en público.

Respecto a los puntos débiles que presenta el trabajo, considero que el que más cabe destacar es el hecho de la temporalización, ya que hubiera sido conveniente que la programación se hubiera implementado de forma seguida y no únicamente cuando contábamos con tiempo extra en las clases. Asimismo, la falta de la evaluación práctica también podría considerarse un punto débil, ya que no se ha podido comprobar la reacción de los alumnos ante esta propuesta y si esta forma de evaluar era significativa.

En principio iba a ser una propuesta didáctica para 6º de Primaria, pero acabo siendo para Primero porque disponían de más tiempo. En el caso de haber sido para el último curso de primaria, considero que las actividades podrían ser más complejas y se podría dar más autonomía a los alumnos.

Por otro lado, considero que a pesar de que los artistas seleccionados sean correctos para el curso al que va dedicada la unidad, hubiera resultado interesante crear un estudio más elaborado sobre los artistas y corrientes que utilizan la geometría en sus obras, sin olvidar que todos los cuadros necesitan de geometría para sus bocetos. Asimismo, tras la realización del trabajo, considero que podría haber escogido a alguna mujer para estudiar sus obras y utilizarlas dentro de la programación, como por ejemplo Sonia Delaunai, Yayoi Kusama o Liuvob Popoba. También se podría crear un proyecto en el que únicamente se trabajara con artistas femeninas, de esta forma, se apoyaría al feminismo, mostrando a los alumnos que tanto hombres como mujeres se pueden dedicar al arte.

Pienso que este trabajo podría servir de base para la realización de una unidad didáctica sobre la geometría en otros cursos. Como comentaba con anterioridad, algunas de las



actividades deberían cambiarse, pero siguiendo la misma línea. Con esto me refiero a evaluar el nivel de Van Hiele en el que se encuentran los alumnos. Luego, a través de las obras pictóricas podemos estudiar las figuras planas y discriminar la geometría con ayuda de esculturas o monumentos. Por ejemplo, en Sexto de Primaria se podría plantear la actividad de calcular el área, perímetro y volumen del centro escolar o de sus casas. A su vez, se podría plantear el reto de crear una escultura, diferentes monumentos a escala o realizar una excursión a un museo y trabajar la geometría.

A modo de conclusión, cabe resaltar el cumplimiento de los objetivos generales propuestos al inicio del proyecto.

En cuanto al primer objetivo expuesto, en el punto 4 del trabajo “marco teórico”, se refleja la búsqueda de diferentes estudios para la creación de una propuesta didáctica realista y bien fundamentada. Estuve varias semanas buscando información, leyendo libros y analizando las diferentes maneras de crear una propuesta interdisciplinar. Conseguí establecer un marco teórico donde se reflejaba la importancia de la geometría tanto en el arte como en el desarrollo del alumnado. Creo que la geometría es un tipo de conocimiento que desarrolla la lógica y el orden, a su vez, las artes plásticas, fomentan el gusto por lo bello, la creatividad y aumenta la autoestima.

En relación con el cumplimiento del segundo objetivo, se contemplan diferentes artistas en los que se refleja de forma clara y concisa la aparición e importancia de la geometría en sus obras, de la misma forma estos artistas son utilizados posteriormente para la unidad didáctica, ya que suponen el vínculo para el aprendizaje. Esta unidad está mayormente fundamentada en metodologías activas que incitan a un aprendizaje significativo, tal y como proponía el tercer objetivo general.

Tras poner en práctica las sesiones, hemos podido observar cómo es posible implantar estos dos temas de forma conjunta. A través de una recogida de datos, se analizan los resultados, y se concluye, que algunas actividades deberían haberse llevado a cabo de otra manera. Para la correcta adquisición de los contenidos que se pretendían impartir, hubiera sido aconsejable realizar una sesión más antes de la evaluación final.

El último objetivo general del TFG que dice: “Analizar y reflexionar si el aprendizaje de la geometría puede impartirse de forma transversal junto con el arte y que este aprendizaje



resulte significativo”, se ha cumplido, y queda reflejado tras la reflexión y el análisis de los resultados obtenidos tras la evaluación final y de las distintas actividades.

Gracias a la realización de este trabajo, no solo he aprendido muchas nociones sobre el aprendizaje de la geometría y el arte, sino que he podido comprobar que es posible una educación integradora y con metodologías activas. Cabe destacar que es importante preparar al alumnado para trabajar con este tipo de métodos educativos, ya que si no están acostumbrados, las actividades, en lugar de motivar, pueden resultar un juego que no permita alcanzar los objetivos de la unidad didáctica. A su vez, he podido comprobar cómo los alumnos reaccionan de forma positiva cuando no tienen que seguir el libro de texto, así como el aumento de la participación cuando las actividades son dinámicas.

La realización de este proyecto de fin de grado me ha incitado a seguir investigando acerca del vínculo que existe entre las materias cursadas en Primaria. Se me ocurren otras ideas como por ejemplo impartir matemáticas a través de la música, o estudiar e investigar es juntar la lengua española con la música o con las artes.

Tras el aprendizaje recibido gracias a la creación de este tema, confío que la educación española evolucione hacia una enseñanza a través de proyectos y trabajos, una educación donde se fomente la creatividad y una en la que se dé más importancia a las artes plásticas y musicales. Es evidente que la expresión artística se encuentra fuertemente reflejada en nuestro entorno cotidiano, por lo que sería de gran interés estudiarlo más a fondo y trabajarlo de forma interdisciplinar a la hora de impartir otras asignaturas.

Finalmente quiero destacar que el trabajo de fin de grado ha supuesto para mí un reto personal, en ningún momento me había enfrentado a un trabajo tan amplio de forma individual, ya que en la carrera fomentaban la creación de proyectos grupales. En varias ocasiones me sentí frustrada y perdida cuando comencé a investigar para crear el marco teórico. Llegué a estar muy desmotivada y consideraba que no sería capaz de finalizarlo a tiempo. Tras concluir mis prácticas y haber puesto en marcha la unidad, me sentí más aliviada y volvieron mis ganas de terminar el TFG y con ello dar por acabada la carrera universitaria.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



- Alsina, A., y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuesta para una educación matemática accesible*. Graó. Recuperado de <https://pdfcookie.com/documents/pdfcookie-7rv3k5j5n0ld>
- Arnáiz Yagüe, C. (2017) *Introducción de las rutinas de pensamiento en los alumnos de educación infantil* (TFG, Universidad de Valladolid). Recuperado de <http://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/26813/TFG-G2562.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Barrantes López, M., y Zapata Esteves, M. A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo abierto (Vol 27)*. Universidad de Extremadura. Servicio de Publicaciones. Recuperado de <http://dehesa.unex.es/handle/10662/4576>
- Beltran, J. y Bueno J.A. (1994). *Psicología de la educación*. Marcombo. Recuperado de [https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=AwYIq11wtjIC&oi=fnd&pg=PR5&dq=beltr%C3%A1n+j.+y+bueno+j.+a.+\(eds.\)+\(1995\).+psicolog%C3%ADa+de+la+educaci%C3%B3n&ots=z_xc7fsq1k&sig=z9YwU2vdcBH3Pj6DHAPiCMSr0U#v=onepage&q=beltr%C3%A1n%20j.%20y%20bueno%20j.%20a.%20\(eds.\)%20\(1995\).%20psicolog%C3%ADa%20de%20la%20educaci%C3%B3n&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=AwYIq11wtjIC&oi=fnd&pg=PR5&dq=beltr%C3%A1n+j.+y+bueno+j.+a.+(eds.)+(1995).+psicolog%C3%ADa+de+la+educaci%C3%B3n&ots=z_xc7fsq1k&sig=z9YwU2vdcBH3Pj6DHAPiCMSr0U#v=onepage&q=beltr%C3%A1n%20j.%20y%20bueno%20j.%20a.%20(eds.)%20(1995).%20psicolog%C3%ADa%20de%20la%20educaci%C3%B3n&f=false)
- Caeiro, M. (2018) *Aprender, crear, enseñar. Didáctica de las artes plásticas y visuales en Educación Primaria*. España: Unir.
- Carrillo. J et. Al (2016) *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación primaria*. España: Paraninfo.
- Calvo, M. (2016, 27 septiembre). Frank Stella. Recuperado 16 de abril de 2021, de <https://historia-arte.com/artistas/frank-stella>
- Cué, E. (2017, 4 noviembre). Entrevista a Frank Stella. *Alejandra de Argos*. Recuperado de <https://www.alejandradeargos.com/index.php/es/completas/9-invitados-con-arte/41522-entrevista-a-frank-stella>
- Duval, R. (2006) *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. *La gaceta de la RSME 9.1*. 143-168.
- Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (47), 37-53. Recuperado el 28 de mayo de 2021 de:



<https://gent.uab.cat/mequeedo/sites/gent.uab.cat/mequeedo/files/Matem%20a1ticas%20y%20arte%20en%20EI%20UNO.pdf>

Efland, A.D (2002) *Una historia de la educación del arte*. Paidós. Recuperado de <https://toaz.info/doc-viewer>

Fernández Nieto, E. L. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, 6(1), 36–65. <https://doi.org/10.15649/2346030x.475>

Galindo, A. (2015). Obras de arte « con geometria ». Recuperado 8 de junio de 2021, de <http://proyectomatematicasyarte.blogspot.com/2015/12/obras-de-arte-con-geometria.html>

García, J. (2019, 29 julio). Sol Lewitt: El genio minimalista que dictó sus murales a distancia. Recuperado 12 de abril de 2021, de <https://fahrenheitmagazine.com/arte/visuales/sol-lewitt-el-genio-minimalista-que-dicto-sus-murales-a-distancia#view-1>

González, A. (2015, octubre). *Errores y dificultades más comunes en el aprendizaje de cuadriláteros: una muestra con alumnos de 9/12 años en Cantabria*. Universidad de Cantabria. Recuperado de <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/7819/GonzalezGonzalezAndrea.pdf;sequence=1>

Gregorio Álvarez, P. (2016, 5 septiembre). Tema 1: ¿Qué significa aprender? Recuperado 10 de febrero de 2021, de <https://conocerelaprendizaje.wordpress.com/2016/08/17/que-significa-aprender/>

Gregorio Leal, I (2018) *Estrategias para trabajar la geometría en educación infantil*. (TFG, Universidad de Valladolid). Recuperado de <http://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/35176/TFG-O-1557.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Guerrero José, F.J. (2010) La importancia de la geometría en primaria. *Innovación y experiencias educativas*. (36) Recuperado de: https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_36/Francisco%20Javier_Guerrero_1.pdf



- Mora, F. B., y Rodríguez, A. R. (2015b). *La teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento Geométrico* *The Van Hiele Theory: Levels of Geometric Thinking*. Recuperado de <https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/article/download/554/3468>
- Ortega, M. (2007, 20 noviembre). La Geometría en relación con el arte. Recuperado 8 de junio de 2021, de <https://ortegarrote.wordpress.com/2007/11/17/la-geometria-en-relacion-con-el-arte/>
- Oviedo, M. y Kanashiro, A.M (2012). *Los registros semióticos de representación matemática. Aula universitaria*, 29-39. Recuperado el 20 de mayo de 2021 de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar>
- Puig, J. M. (2012). *Cultura Moral Y educación*. Grao. Recuperado de [https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=3KGxEqbx9o8C&oi=fnd&pg=PA7&dq=Puig,+J.+M.+\(1988\).+Cultura+Moral+Y+educaci%C3%B3n.+Grao.&ots=oxBpYTvEO1&sig=iDyIonP-KLJMwn4W5fkuFRxx-Ag#v=onepage&q=Puig%20J.%20M.%20\(1988\).%20Cultura%20Moral%20Y%20educaci%C3%B3n.%20Grao.&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=3KGxEqbx9o8C&oi=fnd&pg=PA7&dq=Puig,+J.+M.+(1988).+Cultura+Moral+Y+educaci%C3%B3n.+Grao.&ots=oxBpYTvEO1&sig=iDyIonP-KLJMwn4W5fkuFRxx-Ag#v=onepage&q=Puig%20J.%20M.%20(1988).%20Cultura%20Moral%20Y%20educaci%C3%B3n.%20Grao.&f=false)
- Puga, L.A y Jaramillo, L.M (2015). *Metodología activa em la construcción del conocimiento matemático. Alteridad* (19). Recuperado de <https://revistas.ups.edu.ec/index.php/sophia/article/view/19.2015.14>
- Real Academia Española. (s.f). Definir. En Diccionario de la lengua española. Recuperado el 2 de junio de 2021, de <https://dle.rae.es/definir?m=form>
- Rodríguez, F y Santiago, R. (2015) *Gamificación. Cómo motivar a tu alumnado y mejorar el clima en el aula*. Digital-text. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/299584812_Gamificacion_Como_motivar_a_tu_alumnado_y_mejorar_el_clima_en_el_aula
- Sáez López J. M. (2018). *Estilos de aprendizaje y métodos de enseñanza* (UNED ed.). Recuperado de <https://books.google.es/books?id=fGVgDwAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>
- Sierra, H. (2013). *El aprendizaje activo como mejora de las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje*. (TFM, Universidad pública de Navarra). Recuperado de <http://academica->



e.unavarra.es/bitstream/handle/2454/9834/TFM%20HELENA%20SIERRA.pdf?sequence=1

Teixes, F. (2016). *Gamificación: fundamentos y aplicaciones (UOC Business School)*. Editorial UOC, S.L.

Torres, J. (1994). *Globalización e interdisciplinariedad: el currículo integrado*. Morata. Recuperado de [https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=A3hUd70u0wAC&oi=fnd&pg=PA13&dq=Torres,+J.+\(1994\).+Globalizaci%C3%B3n+e+interdisciplinariedad:+el+curr%C3%ADculo+integrado.+Morata.&ots=XNceqGCqnU&sig=mbS7MhjafRQ3Mzbo1FMCM1L0VZ0#v=onepage&q=Torres%2C%20J.%20\(1994\).%20Globalizaci%C3%B3n%20e%20interdisciplinariedad%3A%20el%20curr%C3%ADculo%20integrado.%20Morata.&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=A3hUd70u0wAC&oi=fnd&pg=PA13&dq=Torres,+J.+(1994).+Globalizaci%C3%B3n+e+interdisciplinariedad:+el+curr%C3%ADculo+integrado.+Morata.&ots=XNceqGCqnU&sig=mbS7MhjafRQ3Mzbo1FMCM1L0VZ0#v=onepage&q=Torres%2C%20J.%20(1994).%20Globalizaci%C3%B3n%20e%20interdisciplinariedad%3A%20el%20curr%C3%ADculo%20integrado.%20Morata.&f=false)

Triviño Mosquera, J. (2008) *La evaluación en educación primaria. Innovación y experiencias educativas* (13). Recuperado de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_13/JONATAN_TRIVINO_1.pdf

Trullén Palos, M.J (2016) *Matemáticas y arte: enseñar geometría a través del Arte*. (TFG, Universidad de Valladolid). Recuperado de <http://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18566/TFG-O%20752.pdf?sequence=2&isAllowed=y>

Turégano, P. (2006) *Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula*. 21, 35-48. (Ensayo, Facultad de educación de Albacete) Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2280879>

Uicab, G. (2009) Materiales tangibles. Su influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. *Acta latinoamericana de matemática Educativa*, (pp 1007-1013). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/5119/>

9. APÉNDICES

APÉNDICE 1

Descripciones de las diferentes formas geométricas

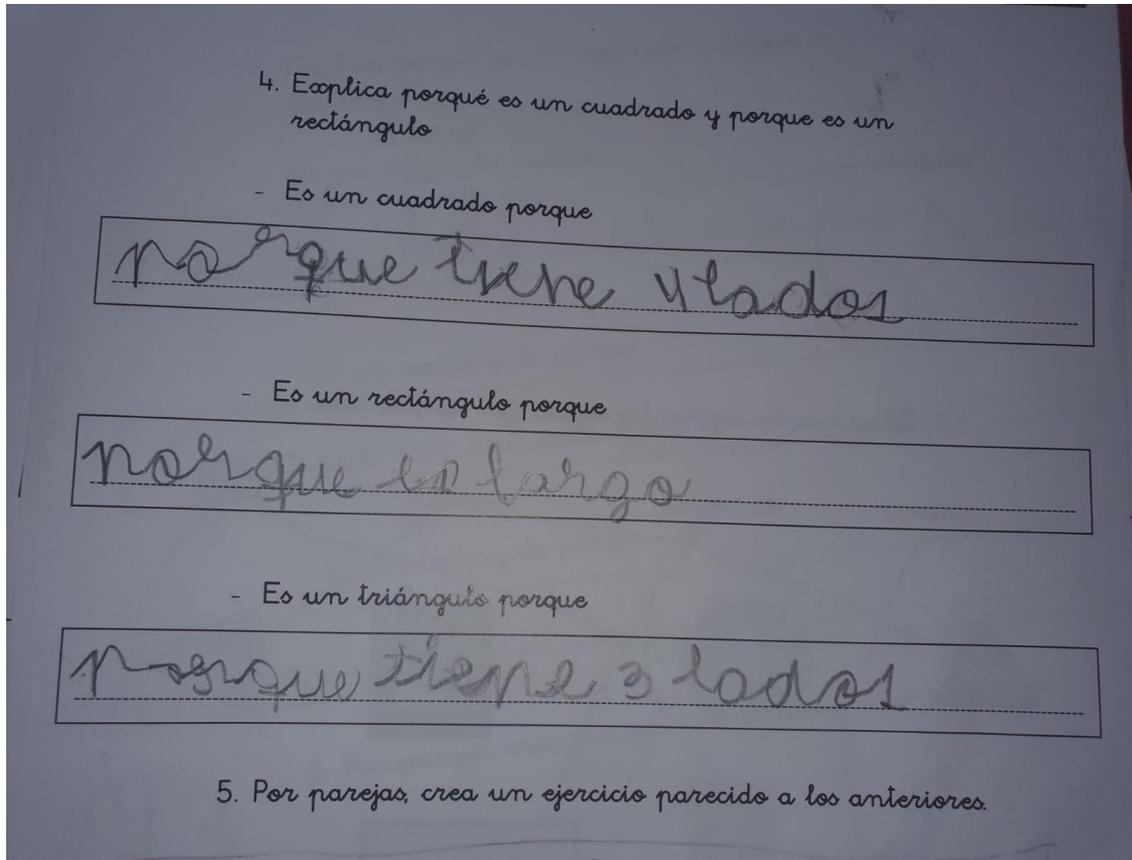


Figura 8. Descripciones de las figuras.

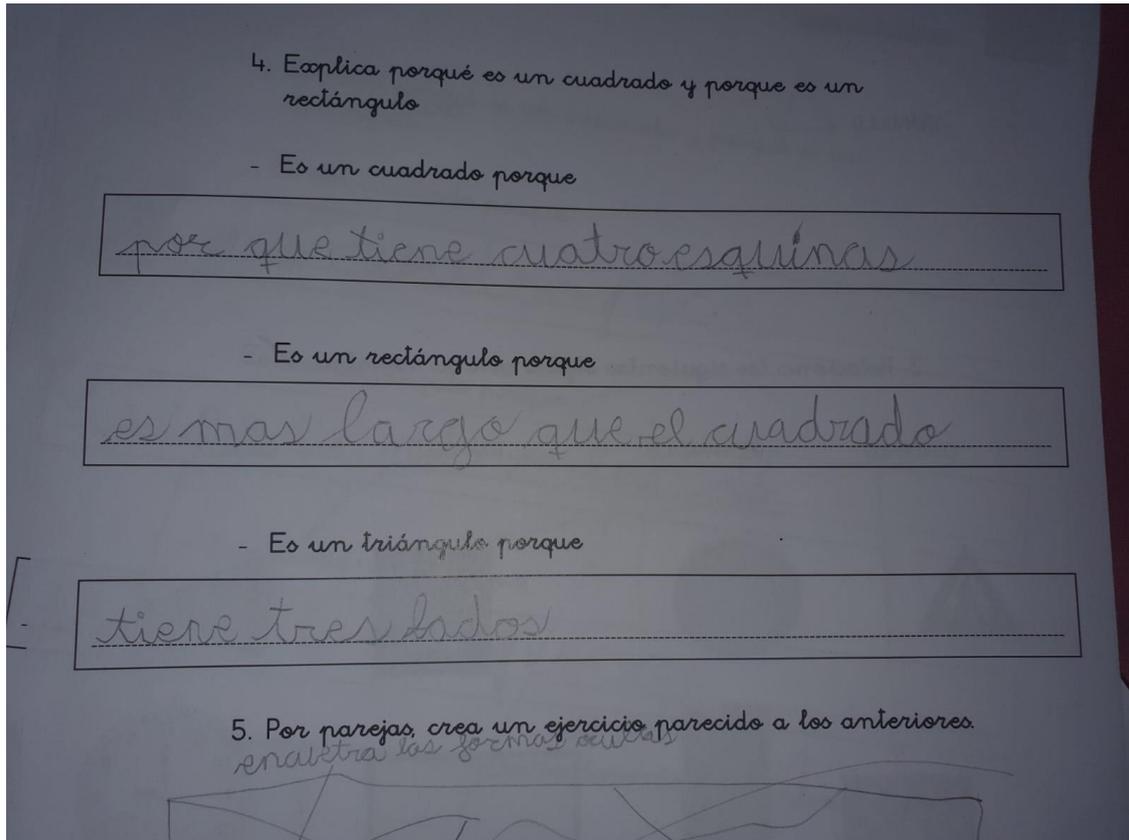


Figura 9. Descripciones de las figuras.

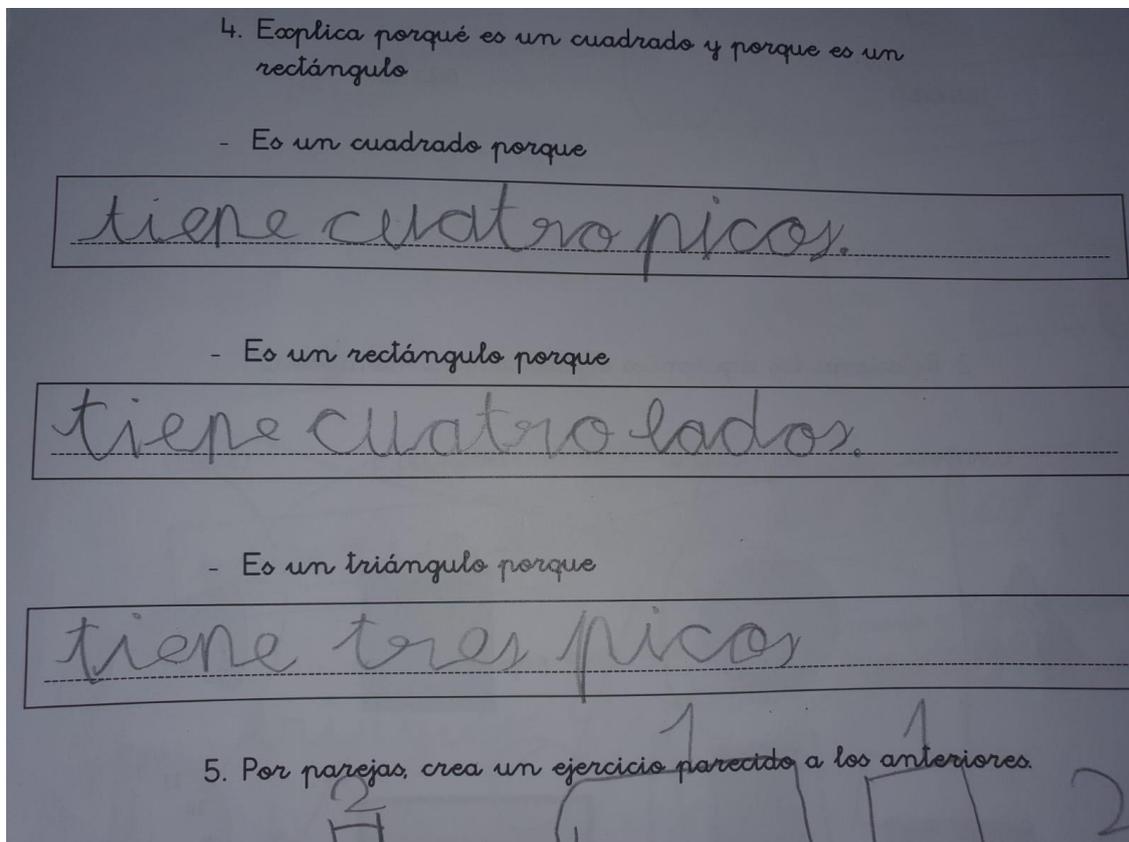


Figura 10. Descripciones de las figuras.

APÉNDICE 2

Algunos de los ejercicios propuestos.

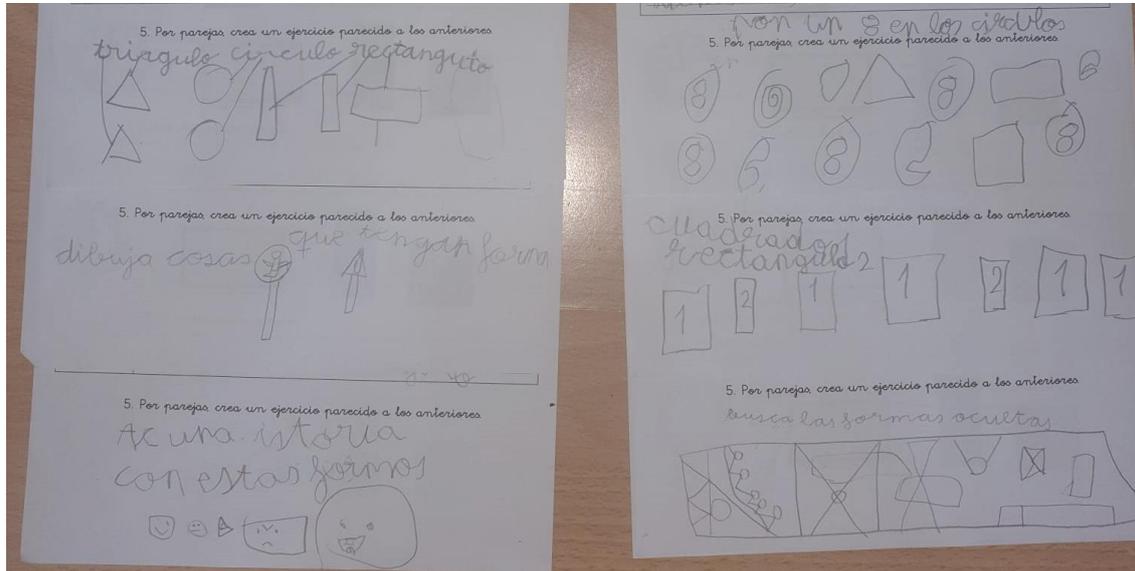


Figura 11. Ejercicios propuestos por los alumnos en la evaluación inicial.

APÉNDICE 3

Algunos de los cuadros que se realizaron en la última actividad de la sesión 2.



Figura 12. Resultados de la actividad 3 de la 2ª sesión.

APÉNDICE 4

Resultados de la tercera actividad, de la sesión 4.



Figura 13. Resultados de la 3ª actividad, de la sesión 4.

APÉNDICE 5

Resultados de la evaluación final oral.



Figura 14. Resultado de la Evaluación Final.



Figura 15. Resultados de la evaluación final.



Figura 16. Resultados de la evaluación final.