



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

**Análisis global plástico de pórticos
mediante SAP2000. Comparativa
respecto a modelos simplificados.**

Autor:

ARNÁEZ CANTERO, RODRIGO

Tutores:

**LORENZANA IBAN, ANTOLÍN
GARCÍA TERÁN, JOSE MARÍA**

**Departamento: Construcciones
arquitectónicas, ingeniería del
terreno y mecánica de los medios
continuos.**

Valladolid, septiembre 2021.

RESUMEN

Estudio y análisis especializado de la plasticidad de las estructuras de barras, comportamiento y conclusiones al someter a distintas cargas una barra empotrada y un pórtico sencillo. Comparación de modelos de dichas estructuras mediante el uso del programa informático SAP 2000. Dichos modelos mostrarán desde las características más ideales posibles para simplificar el estudio (Material, perfil, rótulas, influencia de axil o cortante), hasta un modelo con características lo más ajustadas a la realidad posible, y, tras realizar el análisis del cálculo plástico de cada uno, realizar un estudio general incluyendo cada ejemplo y sacando las conclusiones oportunas en cuanto a cómo afecta cada variable.

PALABRAS CLAVE

(Modelos, Pórticos, Comparación, Real, Ideal).

ABSTRACT

Specialized study and analysis of the plasticity of bar structures, behavior and conclusions when subjecting an embedded bar and a simple gantry to different loads. Comparison of models of these structures by using the SAP 2000 computer program. Said models will show from the most ideal characteristics possible to simplify the study (Material, profile, hinges, influence of axial or shear), to a model with the most adjusted characteristics to the possible reality, and, after carrying out the analysis of the plastic calculation of each one, carry out a general study including each example and drawing the appropriate conclusions as to how each variable affects.

KEYWORDS

(Models, Porches, Comparison, Real, Ideal).

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	5
1.1. ANTECEDENTES	5
1.2. MOTIVACIÓN.....	5
1.3. OBJETIVOS	6
2. METODOLOGÍA	7
2.1. VIGA EMPOTRADA.....	7
2.1.1. Sólo flexión.....	9
2.1.2. Flexión y esfuerzo axil.....	25
3. PÓRTICO PRINCIPAL	34
4. PÓRTICO CON CARGAS EN PILARES.....	49
5. MODELO FINAL APLICADO	61
6. CONCLUSIONES.....	71
7. BIBLIOGRAFÍA	72

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Entre los distintos tipos de análisis que se pueden realizar sobre una estructura de barras, según las normativas, se tiene el Cálculo plástico, en el cual se trata de determinar la máxima carga soportada antes de que sobrevenga el colapso plástico.

Este análisis, como la mayoría en estructuras de barras, no será nada sencillo, y por suerte contamos con varias soluciones a todos los problemas que nos puede acarrear un estudio completo de algo complejo, como pueden ser los programas informáticos. Dichos programas nos ayudan al estudio y a la comprensión de resultados para así obtener un mejor rendimiento a la hora de realizar construcciones.

Se va a realizar un estudio sobre distintas estructuras y modelos, con diferentes simplificaciones e iremos entendiendo como varía cada parámetro para unas restricciones y para otras, y ver, en la medida de lo posible cuanto se acerca o se aleja de la realidad cada simplificación vista.

Se irá desde un modelo “ideal” que será muy parecido al que podemos realizar cuando analizamos el cálculo plástico de un conjunto de barras a mano o en papel, hasta un modelo “real” donde el programa SAP 2000 22 estudiará detalladamente el cálculo plástico de forma que sería inviable realizarlo a mano.

1.1. ANTECEDENTES

En la asignatura Estructuras y Construcciones Industriales se hace una introducción al cálculo plástico, en la que, aunque se ve de forma muy efímera, nos puede resultar muy útil para poder tener una idea general de cómo funciona el método de estudio de formación de rótulas plásticas y qué hacer para evaluar la reserva de resistencia que tiene un pórtico cuando se dimensiona en régimen elástico.

1.2. MOTIVACIÓN

El interés de esa parte de la asignatura, con aplicaciones prácticas en el diseño y comprobación de la normativa de edificación como puede ser el (CTE, el Eurocódigo, etc.), junto con la gran cantidad de simplificaciones necesarias para su análisis manual, así como la posibilidad del cálculo mediante aplicaciones de ordenador, despertaron mi curiosidad. Cuestiones como la validez de dichas simplificaciones o como se trabajaría con modelos más realistas se abordan en este trabajo.

1.3. OBJETIVOS

Por todo lo visto anteriormente, el objetivo principal del estudio del cálculo plástico en modelos de barras será, la comparación y comprensión de modelos que van desde modelos lo más simple e ideal posible, y que somos capaces de realizar a mano como hemos hecho en la asignatura, hasta modelos de lo más complejo posible y que solo se podrán modelar y estudiar mediante ordenador.

Esta comparación nos podrá dar información a cerca de que parámetros serán los más influyentes en cada modelo, cuales apenas producen variaciones, o que variaciones serán o no más importantes. Esto sumado al objetivo de comprender mejor lo que realizamos en la asignatura a mano y en prácticas de ordenador, y ver realmente como es el estudio de estructuras de barras.

Por supuesto, implementar nuestros conocimientos en cuanto al cálculo plástico se refiere, ganar nociones tanto en el estudio a mano como en el estudio por ordenador, y ser capaces de analizar con soltura y rapidez cualquier tipo de estructura en cualquier situación posible que requiera un cálculo de la plasticidad de las barras.

2. METODOLOGÍA

Para hacer una presentación del problema más académica se estudia en primer lugar un caso sencillo como es el de una viga isostática para posteriormente abordar pórticos hiperestáticos.

2.1. VIGA EMPOTRADA

Se va a analizar una estructura simple isostática, que constará de una barra de 2m de acero S275, perfil IPE 300, empotrada en un extremo y libre en el otro, y sometida a dos cargas en el extremo libre.

Nuestro modelo por lo tanto será el mostrado en la figura 1.



Figura 1 Modelo de viga en voladizo

Antes de nada, se estudiará la barra en dos escenarios, el primero en el que nuestra viga está sometida solo a flexión en el extremo libre, y un segundo caso donde además de flexión, estará sometida también a un esfuerzo axial, y veremos que sucede para un modelo estático-lineal.

Será importante ver antes de nada, un par de gráficas que nos ayudarán a la hora de entender cómo se comportarán las barras de nuestro pórtico, y el porqué de su utilidad en el cálculo plástico.

- Diagrama tensión - deformación

El diagrama tensión - deformación se genera tras un ensayo de tracción en un material dúctil, como será el acero utilizado en nuestros modelos. La carga a la que estará sometido el ensayo y el desplazamiento de un punto de nuestro perfil seguirá la misma forma gráfica que el diagrama.

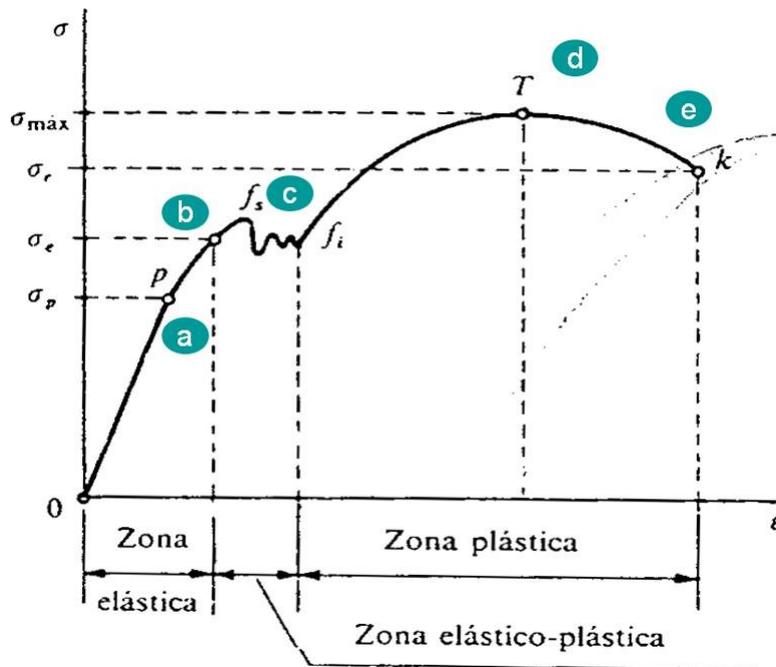


Figura 2 Gráfico Tensión - Deformación

El diagrama tendrá diferentes etapas de comportamiento del material, a lo largo de un régimen elástico y después en un régimen plástico. Vemos rápidamente cuales son:

1. **Etapas elástico - lineal**: Nuestro material sigue un comportamiento lineal, donde el material conservará su forma a pesar del aumento de carga, un cese en la fuerza aplicada, hará que el material aún pueda conservar su forma original. Todos los modelos estudiados tendrán esta etapa en común.
2. **Zona elástico - plástica**: Se alcanza la carga de colapso, el material comienza una zona de transición hacia el comportamiento plástico.
3. **Zona plástica**: El material comienza a plastificar, las fibras de este comienzan a romper, ya no existe posibilidad de volver a la forma inicial. Veremos como cambia esta zona en cada modelo.

Visto el diagrama tensión - deformación, deberemos hacer un inciso en el segundo apartado teórico importante.

- Diagrama de Interacción (M,N)

Será un diagrama en el cual se tendrá en cuenta tanto el momento elástico, como el momento plástico correspondiente.

Cuando el material sigue la idealidad, la relación de momentos M/M_p y la relación N/N_p serán 1.

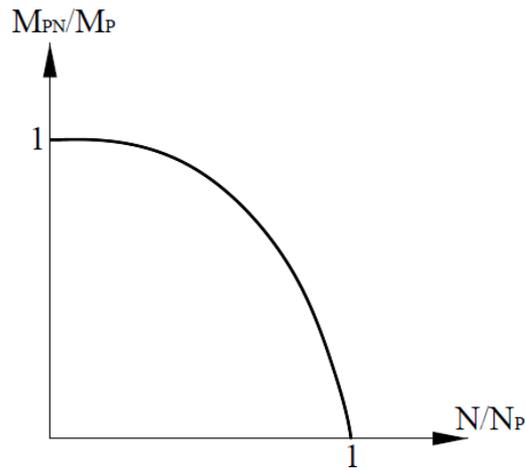


Figura 3 Interacción (M, N)

Cuando trabajamos fuera de la idealidad, esta relación será inferior a 1, y por lo tanto se trabajará dentro de la zona delimitada por la curva, haciendo que cuanto más alejada de 1 estén ambos cocientes, más lejos de la idealidad nos encontraremos. Esto jugará un papel muy importante en el estudio de las diferencias de los modelos.

Vistos estos datos de interés, procedemos a ver los ejemplos que nos permitirán empezar a entender el estudio plástico.

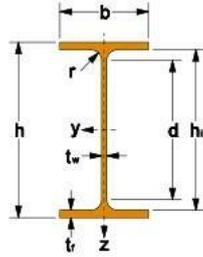
2.1.1. Sólo flexión

Las características de nuestro material serán:

- Al ser un acero S275, el límite elástico será 275 MPa.
- Para el perfil IPE300, nos interesará que $W = 5,57e-04$ y $S = 6,28e-04$ (ver figura 2, características del perfil), que nos harán falta a la hora de calcular el momento elástico en el empotramiento.

Estas serán 2 o 3 de las características que se tendrán más en cuenta en el estudio, pero el perfil utilizado durante todo el análisis será el mostrado en la figura 2.

IPE



I = momento de inercia
 i = radio de giro
 W_{el} = módulo elástico
 W_{pl} = módulo plástico
 A_v = área a cortante
 I_t = constante de torsión
 I_w = módulo de alabeo



Perfil	Dimensiones							Área	Propiedades mecánicas										Peso		
									Propiedades respecto al eje fuerte					Propiedades respecto al eje débil							
									I_y	I_z	$W_{el,y}$	$W_{pl,y}$	A_{vy}	I_z	I_y	$W_{el,z}$	$W_{pl,z}$	A_{vz}		I_t	I_w
mm ⁴	mm ⁴	mm ³	mm ³	mm ²	mm ⁴	mm ⁴	mm ³	mm ³	mm ²	mm ⁴	mm ⁶	kg/m									
IPE 80	80	46	3,8	5,2	5	70	60	7,6	80,1	3,24	20,0	23,2	5,00	8,5	1,05	3,7	5,8	3,58	0,70	0,12	6,00
IPE 100	100	55	4,1	5,7	7	89	75	10,3	171,0	4,07	34,2	39,4	6,67	15,9	1,24	5,8	9,2	5,08	1,20	0,35	8,1
IPE 120	120	64	4,4	6,3	7	107	93	13,2	317,8	4,90	53,0	60,7	8,47	27,7	1,45	8,7	13,6	6,31	1,74	0,89	10,4
IPE 140	140	73	4,7	6,9	7	126	112	16,4	541,2	5,74	77,3	88,3	10,47	44,9	1,65	12,3	19,3	7,64	2,45	1,98	12,9
IPE 160	160	82	5,0	7,4	9	145	127	20,1	869,3	6,58	108,7	123,9	12,84	68,3	1,84	16,7	26,1	9,66	3,60	3,96	15,8
IPE 180	180	91	5,3	8,0	9	164	146	23,9	1317,0	7,42	146,3	166,4	15,21	100,9	2,05	22,2	34,6	11,25	4,79	7,43	18,8
IPE 200	200	100	5,6	8,5	12	183	159	28,5	1943,0	8,26	194,3	220,6	18,25	142,4	2,24	28,5	44,6	14,00	6,98	12,99	22,4
IPE 220	220	110	5,9	9,2	12	202	178	33,4	2772,0	9,11	252,0	285,4	21,51	204,9	2,48	37,3	58,1	15,88	9,07	22,67	26,2
IPE 240	240	120	6,2	9,8	15	220	190	39,1	3892,0	9,97	324,3	366,6	25,44	283,6	2,69	47,3	73,9	19,14	12,88	37,39	30,7
IPE 270	270	135	6,6	10,2	15	250	220	45,9	5790,0	11,23	428,9	484,0	29,43	419,9	3,02	62,2	97,0	22,14	15,94	70,58	36,1
IPE 300	300	150	7,1	10,7	15	279	249	53,8	8356,0	12,46	557,1	628,4	34,02	603,8	3,35	80,5	125,2	25,68	20,12	125,90	42,2
IPE 330	330	160	7,5	11,5	18	307	271	62,6	11770,0	13,71	713,1	804,3	39,58	788,1	3,55	98,5	153,7	30,81	28,15	199,10	49,1
IPE 360	360	170	8,0	12,7	18	335	299	72,7	16270,0	14,95	903,6	1019,0	45,93	1043,0	3,79	122,8	191,1	35,14	37,32	313,60	57,1
IPE 400	400	180	8,6	13,5	21	373	331	84,5	23130,0	16,55	1156,0	1307,0	52,42	1318,0	3,95	146,4	229,0	42,69	51,08	490,00	66,3
IPE 450	450	190	9,4	14,6	21	421	379	98,8	33740,0	18,48	1500,0	1702,0	59,24	1676,0	4,12	176,4	276,4	50,85	66,87	791,00	77,6
IPE 500	500	200	10,2	16,0	21	468	426	116,0	48200,0	20,43	1928,0	2194,0	68,26	2142,0	4,31	214,2	335,9	59,87	89,29	1249,00	90,7
IPE 550	550	210	11,1	17,2	24	516	468	134,0	67120,0	22,35	2441,0	2787,0	76,77	2668,0	4,45	254,1	400,5	72,34	123,20	1884,00	106,0
IPE 600	600	220	12,0	19,0	24	562	514	156,0	92080,0	24,30	3069,0	3512,0	88,56	3387,0	4,66	307,9	485,6	83,78	165,40	2846,00	122,0

Figura 4 Características perfil IPE300

Será necesario el momento elástico de la barra y también el momento plástico para el posterior análisis, los calculamos.

$$\sigma = \frac{M_e}{W} ; M_e = \sigma \cdot W = 2,75 \cdot 10^8 \cdot 5,57 \cdot 10^{-4} = 153175 \text{ Nm.}$$

$$M_p = \sigma \cdot S = 2,75 \cdot 10^8 \cdot 6,28 \cdot 10^{-4} = 172700 \text{ Nm.}$$

Para el modelo estático-lineal, sometido a una carga vertical de $F = 1\text{N}$:

- El análisis será muy sencillo, en el extremo libre nuestro momento será nulo, y en el empotramiento tendremos $M=2 \text{ Nm}$ (Momento será fuerza por distancia).

$$\sigma = \frac{M_e}{W} = \frac{2}{5,57 \cdot 10^{-4}} = 3957 \text{ Pa.}$$

$$U_z = \delta = \frac{2}{3 \cdot E \cdot I} = 1,52 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

La tensión máxima a la que está sometida la viga será el primer valor calculado, se observa que es muy inferior a la tensión límite admisible.

El segundo valor simplemente es el desplazamiento vertical al que llega nuestro extremo libre, valor muy pequeño.

Visto rápidamente el análisis estático-lineal, vamos a pasar ya a un análisis plástico, empezando por un modelo de “rótula ideal” en el que realizaremos el estudio completo de la barra con todas las simplificaciones.

Cabe destacar, que todas las figuras de propiedades y características tanto del material, perfil, como de las rótulas han sido extraídas del programa informático para el estudio de estructuras SAP 2000.

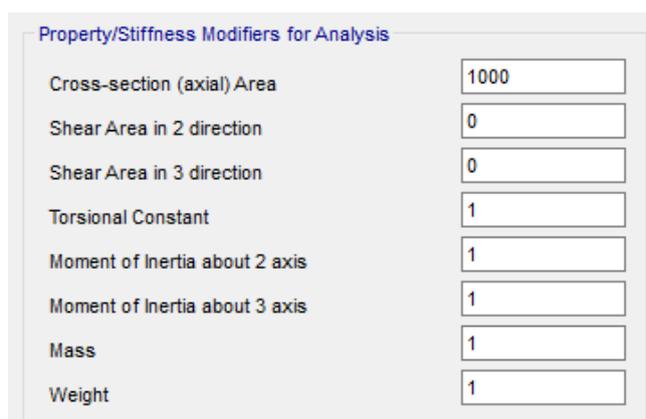
- Respecto al comportamiento del material, se supondrá todas las propiedades del acero del mismo valor, como se muestra en la figura 3.



Other Properties For Steel Materials	
Minimum Yield Stress, Fy	2,750E+08
Minimum Tensile Stress, Fu	2,750E+08
Expected Yield Stress, Fye	2,750E+08
Expected Tensile Stress, Fue	2,750E+08

Figura 5 Propiedades acero S275

- Además, es usual despreciar la deformación debida al axil, para ello, en la tabla mostrada en la figura 4, el primer valor se debe multiplicar x1000 en el primer apartado, y x0 en los siguientes dos para despreciar la deformación debida al esfuerzo cortante.



Property/Stiffness Modifiers for Analysis	
Cross-section (axial) Area	1000
Shear Area in 2 direction	0
Shear Area in 3 direction	0
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	1
Moment of Inertia about 3 axis	1
Mass	1
Weight	1

Figura 6 Propiedades del perfil

- Respecto al modelo de rótula plástica, se va a simplificar todo lo posible, teniendo en cuenta 3 simplificaciones básicas. 2 de ellas serán, extrapolar el giro, marcando la pestaña “is extrapolated” y haciendo que la relación

Momento/Rotación sea lo más ideal posible, con los valores de posición de la rótula todos en 1, mostrado en la figura 5.

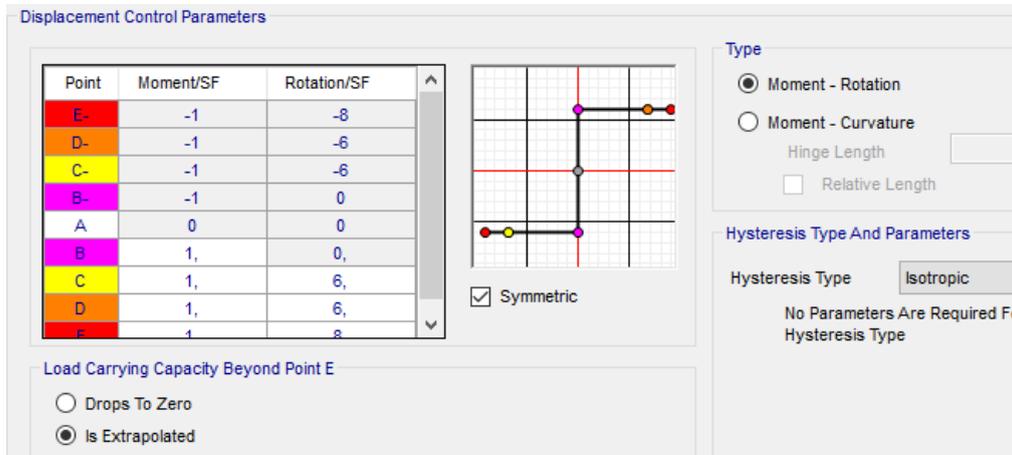


Figura 7 Propiedades de la rótula

- Por último, la rótula se verá afectada por el esfuerzo axial en caso de existir, se va a eliminar esa dependencia y a suponer que la evolución de la rótula plástica solo depende del momento M_3 , como observamos marcado en la figura 6.

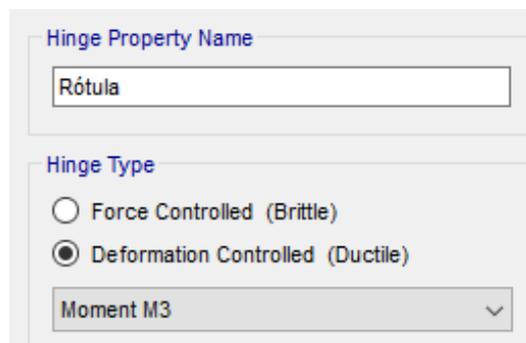


Figura 8

Todos estos parámetros definen nuestro modelo ideal, el primero que estudiamos y que compararemos con otros 5 modelos de cálculo plástico en el que iremos variando todo lo anterior para llegar hasta el modelo “real”.

Se comentarán ahora de forma escueta, todos los modelos que analizaremos hasta llegar al nombrado modelo real y las características que tendrá cada uno de ellos. Que se cambia en cada uno, se verá detallado más adelante.

Como tendremos hasta 6 modelos, deberemos comparar resultados entre todos ellos, para ver diferencias notables en cada uno, tales como la carga de colapso que produce la formación de la rótula plástica, el desplazamiento en algún punto, o para

los modelos de pórticos más adelante vistos, el giro relativo de cada rótula o el orden de formación de las rótulas.

Como se va a trabajar con muchas variables y bastantes modelos, crearemos una codificación especial que nos permitirá designar cada apartado mediante 4 variables que se irán modificando.

La fórmula de codificación, mediante 4 variables será la siguiente:

- Deformación debida al axil “dA”, que podrá ser despreciable o real (d, r).
- Sigma/Épsilon “Se”, que será ideal o real (i, r).
- Momento/Rotación “Mr”, con 3 variables, ideal extrapolado, ideal no extrapolado y real (ie, ir, r).
- Interacción entre esfuerzos “I”, con un momento plástico teórico o momento plástico reducido por la presencia del axil (Mp, Mpr).

Por lo tanto y siguiendo este procedimiento, los modelos vendrán nombrados así teóricamente:

$$M(dA, Se, Mr, I)$$

Y para verlo de forma práctica, vemos el ejemplo de un par de modelos:

- El modelo ideal, en el que tendremos una deformación debida al axil despreciable, con Sigma/Épsilon ideal, un momento/rotación ideal y un momento plástico teórico será nombrado como **M(d, i, ie, Mp)**.
- El modelo real, más aproximado a la realidad que tendrá una deformación debida al axil real, con un Sigma/Épsilon real, momento/rotación real y un momento plástico reducido por el axil, será **M(r, r, r, Mpr)**.

Vista la nomenclatura, tras “codificar” cada modelo que vayamos viendo en 4 campos fundamentales, se comparará al final de cada capítulo los 6 modelos correspondientes, para tener cada uno bien definido y que el estudio de todos ellos al mismo tiempo sea fácilmente entendible.

Estos campos serán:

- **Modelo ideal (d, i, ie, Mp):** Sigma/Épsilon ideal y Momento/Rotación ideal “extrapolated”. Será para el que hemos definido todas las simplificaciones.
- **Modelo (d, i, ir, Mp):** Sigma/Épsilon ideal y Momento/Rotación ideal “no extrapolated”.
- **Modelo (d, i, r, Mp):** Sigma/Épsilon ideal y Momento/Rotación real.
- **Modelo (d, r, ie, Mp):** Sigma/Épsilon real y Momento/Rotación ideal “extrapolated”.
- **Modelo (d, r, ir, Mp):** Sigma/Épsilon real y Momento/Rotación ideal “no extrapolated”.
- **Modelo (d, r, r, Mp):** Sigma/Épsilon real y Momento/Rotación real.

MODELO IDEAL

Se designará este primer modelo como ya hemos visto, como **(d, i, ie, Mp)**.

Realizamos el estudio del cálculo plástico para nuestro modelo ideal, vamos a hacer un análisis de nuestra barra empotrada hasta que el extremo libre llegue hasta un desplazamiento de 0,1 metros.

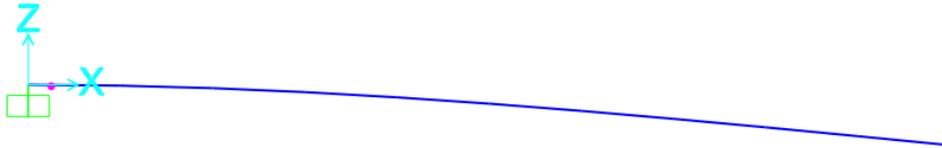


Figura 9 Estudio lineal

Nuestra carga de colapso será **$F = 86350 \text{ N}$** , al tener un simple comportamiento lineal, esta será la carga para la cual en SAP se alcanza el valor de tensión límite. En nuestro extremo empotrado se alcanza **$M = 172700 \text{ N} = \text{Momento plástico}$** de nuestra barra, para el cual se forma la primera y única rótula.

Cabe destacar que, como muestra la figura 8, alcanzada la carga de colapso, se mantiene constante hasta alcanzar el anterior mostrado desplazamiento de 0,1 m, por lo que el momento tampoco en todo ese tiempo tampoco varía. Se muestra cómo va creciendo la carga de colapso frente al movimiento del extremo libre.

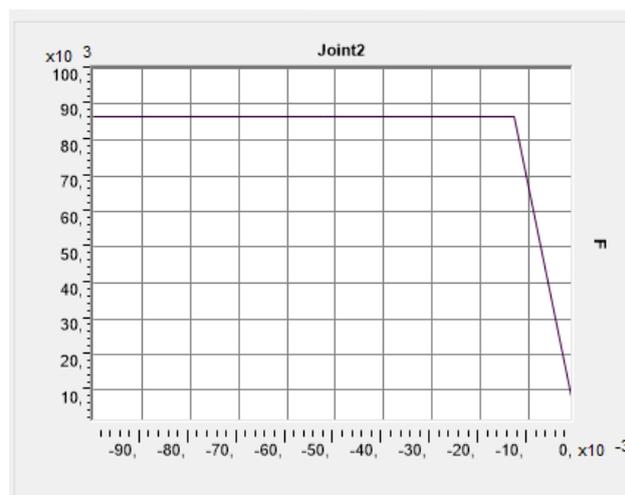


Figura 10 Relación Carga-Desplaz

Se observa que, cuando paramos el cálculo en el momento que se alcanza el momento elástico $M_e = 153175 \text{ Nm}$, si regresamos la carga a 0, la viga volverá a su posición inicial. Es reversible, porque alcanzamos justo en ese punto la tensión límite de 275 MPa .

Si, en vez de parar, continuamos, ahora nuestro momento crecerá hasta llegar al momento plástico, antes nombrado, donde, obviamente plastifica. Si elimino la carga, el modelo no recupera del todo y por lo tanto se tendrán ya deformaciones permanentes.

El momento crece linealmente hasta M_e , y en este caso tan simplificado, hasta alcanzar el punto de formación de la rótula M_p , y no variará aunque a partir de este punto la rótula ya comienza a tener giro relativo hasta alcanzar el desplazamiento indicado en el otro extremo.

Se observa en la figura 9 que la línea azul (Momento), crece hasta un valor de $-172701,9$ (172700 aproximadamente), no pasa de ese valor y cuando lo alcanza, comenzará a producirse un giro relativo en el punto analizado. El punto naranja del gráfico indica la posición en la que estaremos en el cálculo, dándonos al lado el valor del Momento M_3 y de la rotación plástica.

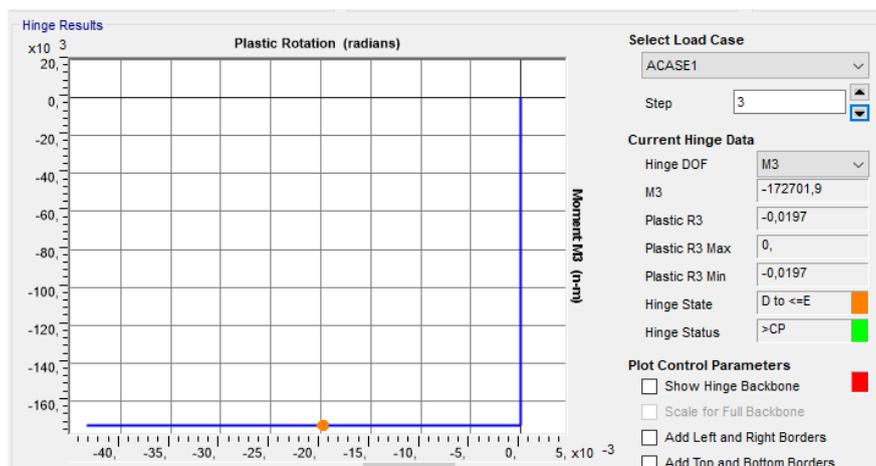


Figura 11 Relación Momento-Giro

POSIBILIDAD DE QUE LAS FIBRAS CON MAYOR DEFORMACIÓN PLÁSTICA ROMPAN

Para su estudio, lo definiremos como (d, i, i_r, M_p) .

Lo único que variamos ahora será que nuestra rótula ahora no extrapolará el giro, es decir, la carga de colapso será la misma, pero llegará un punto en que las fibras de la rótula con mayor deformación plástica se rompan, y cuando esto ocurra, nuestra carga comenzará a descender.

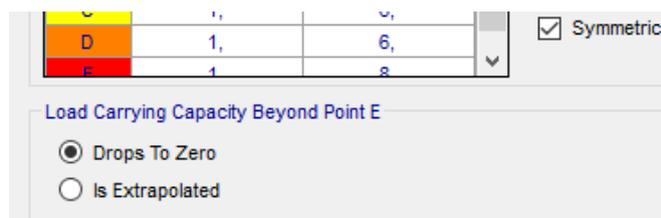


Figura 12

Al modificar el parámetro a “Drops to Zero”, seguiremos teniendo la misma rótula, pero al plastificar, las fibras más alejadas romperán y harán que el conjunto aguante menos momento.

Se puede ver, en la figura 11 como la gráfica será similar a la anterior, salvo cuando llega a un punto en la plastificación (alrededor de un desplazamiento del punto de 0,0065 m) donde la carga soportada será menor.

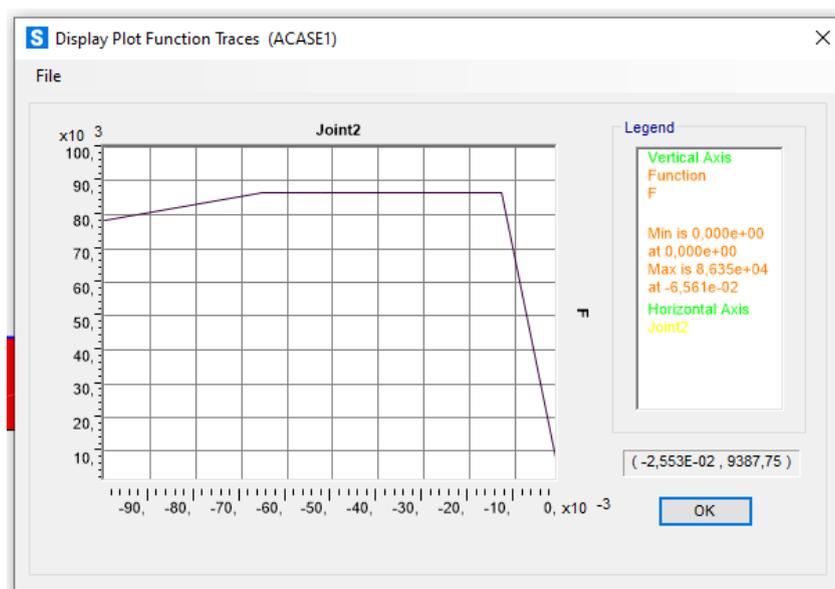


Figura 13 Relación Carga-Desplaz

La figura 12 mostrará la relación entre el momento y el giro, vemos que en el mismo punto que en la figura 11, cuando se produce la rotura de las fibras, comenzará el descenso del momento soportado (para un giro de -0,262 rad). El momento plástico final alcanzado será de $M_p = 158332 \text{ Nm}$. Se puede ver una disminución frente al momento plástico que se tiene en el modelo anterior.

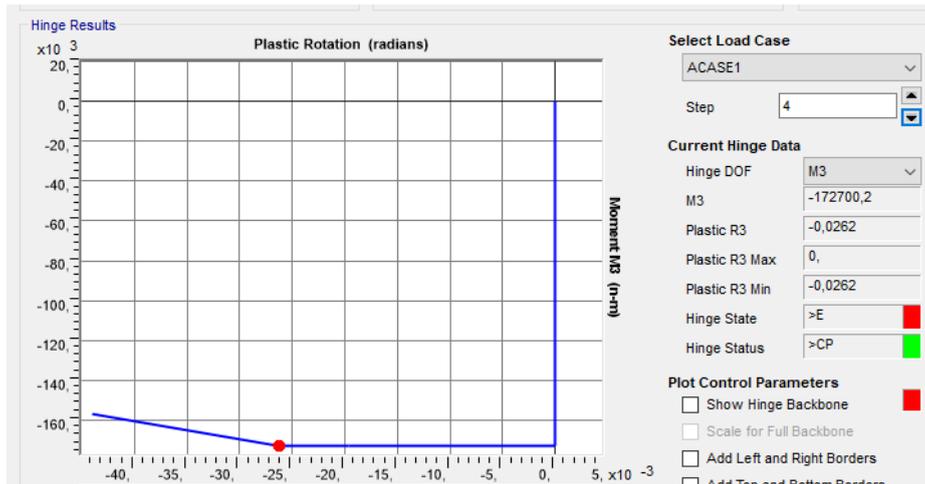


Figura 14 Relación M3-Giro

COMPORTAMIENTO MOMENTO/ROTACIÓN NO IDEAL

Se nombrará para su posterior estudio como **(d, i, r, Mp)**

Para este modelo, creamos una rótula real (la que nos viene por defecto en SAP), esto hará que cuando se alcance nuestra carga de colapso, esta no deja de crecer según avanzamos en el estudio y llegamos al desplazamiento deseado. Como en el caso anterior, cuando la carga alcanza cierto valor, las fibras más alejadas rompen y esta carga comienza a descender.

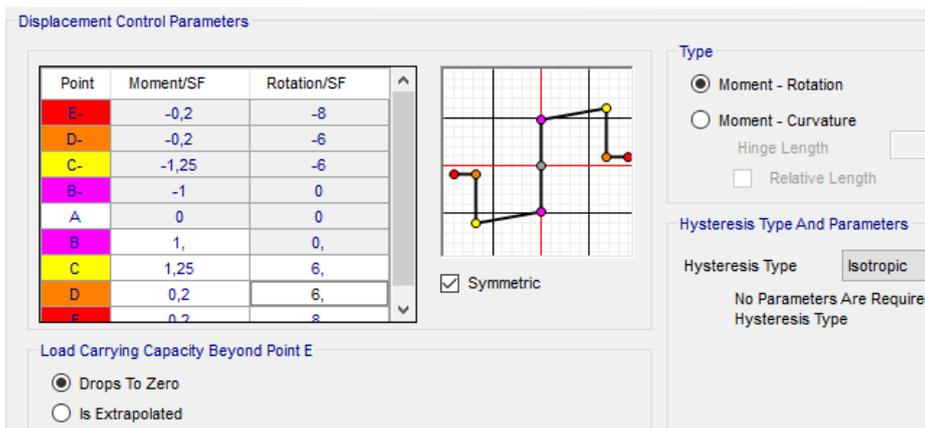


Figura 15 Modelo rótula real

Se observa en la figura 14, que la carga de colapso se alcanza en el mismo valor, una vez superado continúa ascendiendo, ya no es un valor constante, hasta llegar a un valor de carga donde rompen las fibras plastificadas de $F = 107937 \text{ N}$, en un valor de desplazamiento del extremo de $0,055 \text{ m}$ aprox. A partir de ese instante, comienza el descenso.



Figura 16 Relación Carga-Desplaz

Para el momento plástico ocurrirá lo mismo, se alcanzará $M = 172700 \text{ Nm}$ y a partir de ahí seguirá subiendo hasta el inicio de rotura de las fibras, que hará que vaya disminuyendo hasta el final del estudio.

Se ve en la figura 15, como ahora al alcanzar el M_p , sigue subiendo hasta alcanzar en el punto máximo un valor $M_p = 215875 \text{ Nm}$, para un valor de giro $-0,0197 \text{ rad}$ (menor que en los anteriores apartados). A partir de ahí, vemos un descenso en el momento hasta el final del cálculo, que será de $M_p = 196610 \text{ Nm}$.

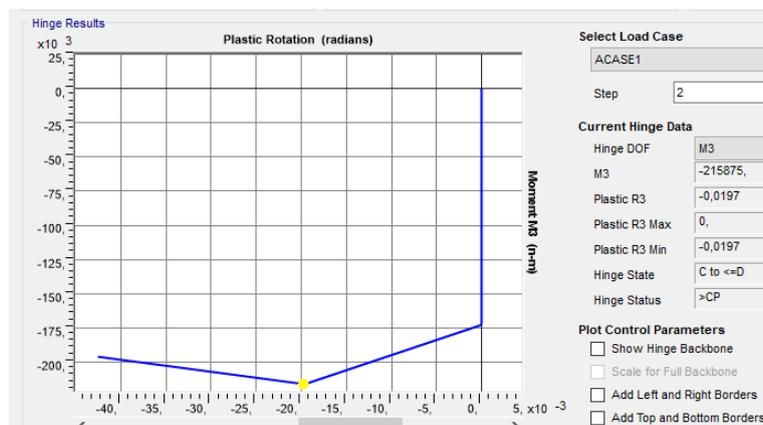


Figura 17 Relación M3-Giro

COMPORTAMIENTO DEL MATERIAL NO IDEAL

Nombraremos a este apartado para más adelante (**d, r, ie, Mp**)

Ahora, aunque modifiquemos las propiedades del material, volveremos a asumir las simplificaciones de los 3 apartados anteriores. Tendremos una deformación debida al axil ideal, un modelo de rótula ideal extrapolada y el momento plástico teórico.

Como hemos visto, estamos trabajando con unos valores de tensiones límite “ideales”, pero nuestro material tendrá valores diferentes a los vistos (nuestra tensión límite no podrá ser 275 MPa). Tomamos pues, como se ve en la figura 16, los valores reales los que vienen por defecto en nuestro material.

Other Properties For Steel Materials	
Minimum Yield Stress, Fy	2,750E+08
Minimum Tensile Stress, Fu	4,300E+08
Expected Yield Stress, Fye	3,025E+08
Expected Tensile Stress, Fue	4,730E+08

Figura 18 Propiedades del material

Como nuestras propiedades del acero han cambiado, se permitirá una tensión máxima admisible mayor y, al realizar el cálculo plástico, nuestra carga de colapso será mayor, alcanzaremos una carga de $F = 94485 \text{ N}$ y como consecuencia ahora nuestro momento plástico será $M = 189970 \text{ Nm}$. Al alcanzar la carga de colapso, esta no aumenta hasta el final del estudio, como se muestra en la figura 17.

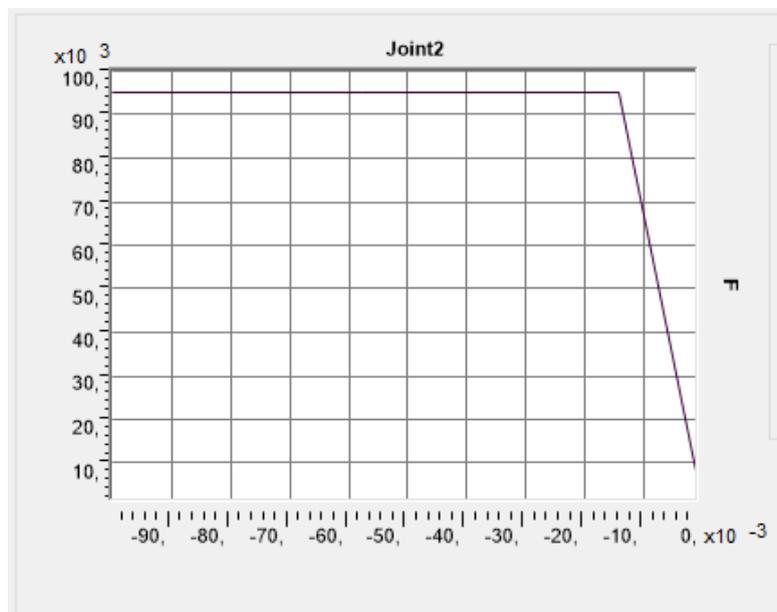


Figura 19 Relación Carga-Desplaz

En la figura 18, se puede ver un comportamiento similar al del primer estudio, donde se alcanza sin giro un momento $M_p = -189972 \text{ Nm}$, y se mantiene constante cuando comienza el giro relativo de la rótula formada.

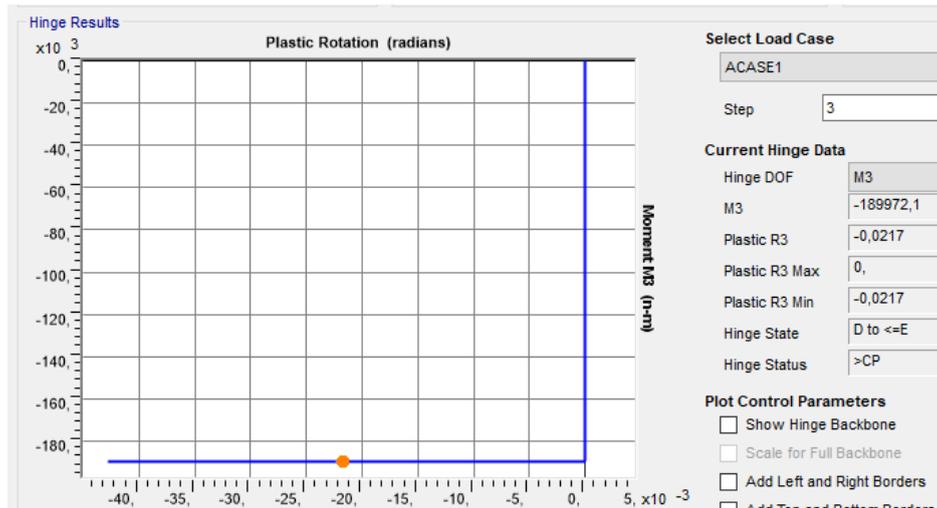


Figura 20 Relación M3-Giro

MOMENTO/ROTACIÓN NO EXTRAPOLADO CON MATERIAL REAL

Se denotará este modelo mediante (d, r, ir, M_p) .

Como hemos dicho, mismo procedimiento que en el modelo 1, cambiamos la rótula y seleccionamos el modo “no extrapolated”. La carga de colapso será la misma, pero en cierto instante romperán las fibras de nuestra rótula y comenzará a descender.

Como se puede ver en la figura 19, alcanzaremos la carga de colapso vista antes en cierto punto, y al ser un giro no extrapolado, durante la evolución del cálculo llegará el punto en el que las fibras más alejadas de nuestra rótula rompan y comience un descenso de la carga máxima soportada.



Figura 21 Relación Carga-Desplaz

Lo mismo ocurrirá cuando vemos la gráfica del momento plástico, que asciende hasta un valor en el que comienza la plastificación. Cuando las fibras comienzan a romper, el momento soportado será menor y comenzará su descenso como se puede ver en la figura 20.

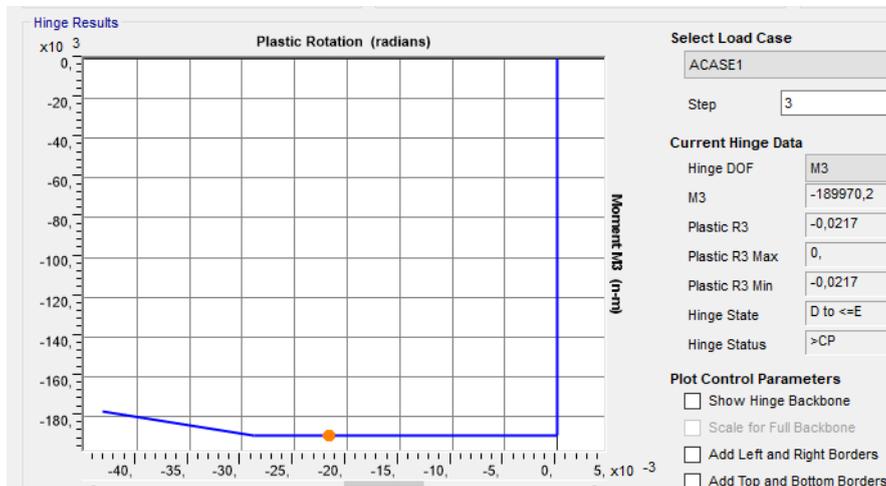


Figura 22 Relación M3-Giro

RELACIÓN MOMENTO ROTACIÓN REAL Y MATERIAL REAL

Este último apartado será denominado **(d, r, r, Mp)**.

Como último modelo, veremos que ocurre en nuestro sistema cuando lo estudiamos como un modelo totalmente real, aunque nuestra rótula real seguirá despreciando el efecto del axil (no tenemos). Con los valores tanto de Sigma épsilon como de la creación de nuestra rótula sin modificar ningún parámetro en SAP.

En la figura 21, podemos ver que la rótula real hará que en un primer paso se alcance la plasticidad en el mismo punto de carga de colapso y momento plástico, pero dicha carga continuará creciendo hasta un valor muy elevado $F = 118731 \text{ N}$ (el más grande hasta el momento) y para un desplazamiento del extremo libre aproximadamente de $0,062 \text{ m}$ en dirección vertical se producirá la rotura de fibras de la rótula y empezará el descenso hasta el fin del cálculo.



Figura 23 Relación Carga-Desplaz

Finalmente, para nuestra comparación Momento-Giro relativo, será igual el análisis, alcanzado el M_p , no deja de crecer hasta un valor $M_p = -237462 \text{ Nm}$, y, como se observa en la figura 22, para un valor de giro de $-0,0217 \text{ rad}$ (punto amarillo), comienza el descenso del momento plástico que nuestra rótula será capaz de soportar.

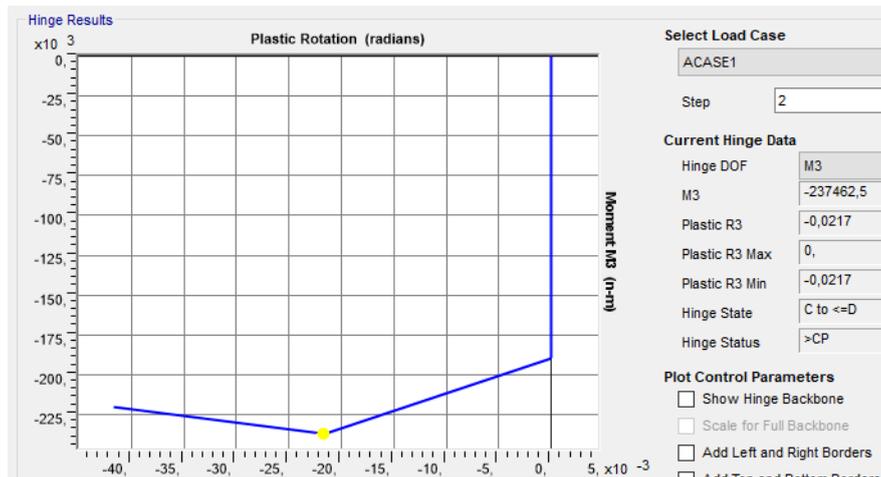


Figura 24 Relación M3-Giro

Vistos ya todos los modelos uno por uno para poder entender la diferencia entre lo que hacemos cuando estudiamos el cálculo plástico de manera ideal, y cuando lo hacemos de manera más exacta y real.

Comparamos todos los datos más relevantes como pueden ser la carga de colapso y el desplazamiento del extremo libre en cada modelo y en cada paso del estudio.

○ CARGA DE COLAPSO

Aunque ya se ha hablado de cada una de las evoluciones de la carga necesaria para hacer colapsar nuestra barra, se comparará ahora todos estos valores juntos, para ver más claramente las diferencias entre los modelos. La carga de colapso será la variable más importante en el estudio, haciendo que tengamos más fácil llegar a tener unas conclusiones satisfactorias de la comparación.

Las cargas de colapso de todos los modelos serán las siguientes:

	M(d,i,ie,Mp)	M(d,i,ir,Mp)	M(d,i,r,Mp)	M(d,r,ie,Mp)	M(d,r,ir,Mp)	M(d,r,r,Mp)
CARGA						
λ_0	0	0	0	0	0	0
λ_1	86350	86350	86350	94985	94985	94985
λ_2	86350	86350	107937	94985	94985	118731
λ_3	86350	86350	97901	94985	94985	109960
λ_4	86350	78547	97901	94985	88670	109960

Figura 25 Cargas de Colapso

En la tabla se puede observar como cada modelo será una columna, y las variables bajo la columna **CARGA**, designadas como *Lambda*, serán los diferentes “pasos” de estudio dinámico del modelo, empezando desde 0 que será el reposo, hasta el último que será cuando finalice el análisis.

Se aprecia al tener todos los datos juntos, una diferencia de valores bastante importante, sobre todo en el último de los modelos, con una subida de valor respecto del primer modelo de casi el 40%.

Se va a ver a continuación, estos valores de manera gráfica para tener una mejor idea.

○ DESPLAZAMIENTO EXTREMO LIBRE

Es interesante saber, que el estudio siempre finaliza cuando el extremo libre llega hasta un determinado valor, de 0,1 metros en todos los casos. Pero para alcanzar este valor, existirán diferencias para cada uno de los modelos.

Se va a ver a continuación, estos valores de manera gráfica para tener una mejor idea.

	M(d,i,ie,Mp)	M(d,i,ir,Mp)	M(d,i,r,Mp)	M(d,r,ie,Mp)	M(d,r,ir,Mp)	M(d,r,r,Mp)
DESPLAZ.						
δ_0	0	0	0	0	0	0
δ_1	0,01312	0,01312	0,01312	0,01443	0,01443	0,01443
δ_2	0,05249	0,05249	0,05577	0,05774	0,05774	0,06135
δ_3	0,05249	0,06561	0,1	0,05774	0,07271	0,1
δ_4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Figura 26 Desplazamiento del extremo libre

Para cada modelo, tenemos una evolución distinta hasta llegar hasta el valor deseado. Por ejemplo, en el tercer y en el sexto modelo, se aprecia una evolución muy rápida para alcanzar nuestro valor, mientras el resto todavía se encuentran en un desplazamiento que va desde los 0,5 hasta los 0,75 metros aproximadamente.

Estos dos modelos que evolucionan rápidamente serán los que poseen un momento/rotación real, la rótula de ambos será la más cercana a la realidad.

Se va a ver a continuación, estos valores junto con las cargas de manera gráfica para tener una mejor idea.

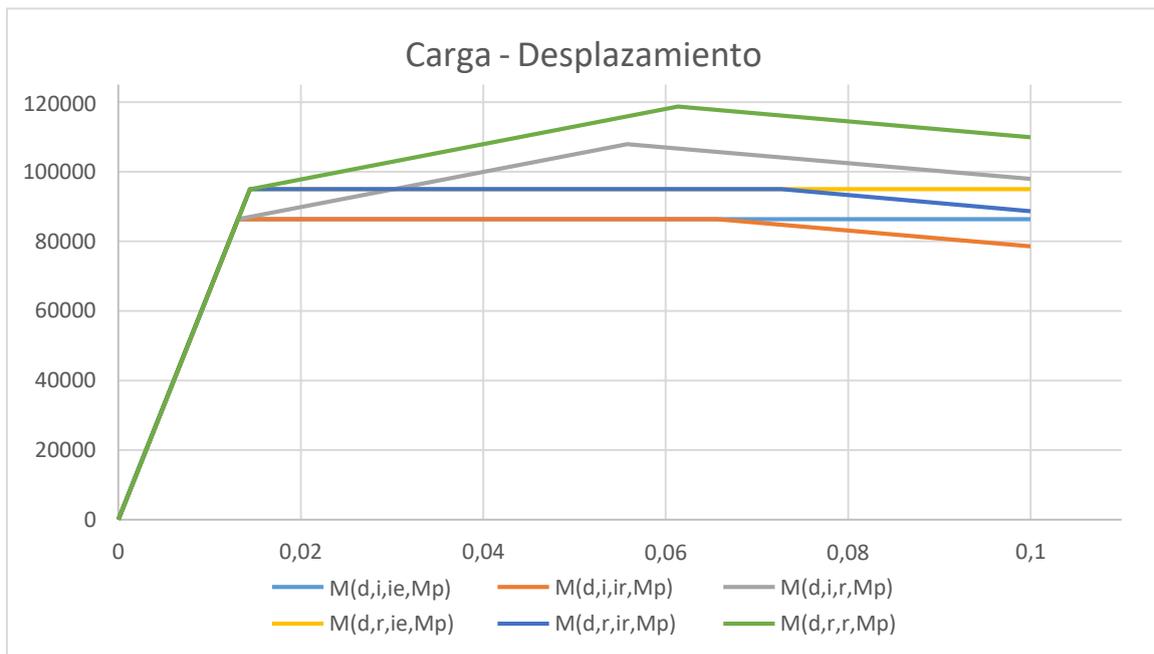


Figura 27 Gráfico Cargas – Desplaz

Lo primero que se observa es como todos los modelos estudiados crecen de manera idéntica mientras se encuentran en régimen estático - lineal. Hasta alcanzar el primer valor de carga de colapso que hace que se llegue al momento elástico límite, la evolución es similar.

Los primeros 3 modelos, crecen hasta un valor menor que los 3 modelos siguientes. Esto ocurre debido a la variación de la idealidad del material, al tener valores no teóricos, se permitirá un aumento del último estado límite, creciendo la carga necesaria para colapsar.

En los modelos de rótula ideal, la carga permanece constante una vez alcanzada la carga de colapso, mientras en el resto, decrece una vez comienzan a romper las fibras más alejadas. Además, en los modelos con rótulas no ideales, la carga adquiere una pendiente positiva alcanzándose los valores más elevados del estudio.

Hemos obtenido ya a partir de un simple ejemplo, una visión bastante buena de como analizar cuando una estructura cuando sabemos que va a estar sometida a esfuerzos que pueden producir una pastificación en las barras. Vamos a ver un segundo análisis introduciendo un valor de carga axial también en el extremo libre, ya que estas cargas tendrán un papel fundamental.

2.1.2. Flexión y esfuerzo axial

Añadimos una carga axial de 5N en el mismo extremo donde tenemos la carga de flexión de 1N, se analizará si produce algún cambio, sobre todo cuando variemos la interacción P-M3 (influencia del axial en la rótula) en vez de solo M3 como en los modelos anteriores.

La dinámica del estudio será prácticamente la misma, comparación de modelos desde un ámbito “ideal” hasta llegar a un modelo real de cálculo plástico.

Volveremos a analizar 6 modelos, y a ver las diferencias más significativas entre los mismos, algunos serán parecidos o iguales, pero veremos que en alguno existen diferencias.

- **Modelo ideal (d, i, ie, Mp):** Sigma/Épsilon ideal y Momento/Rotación ideal “extrapolated”.
- **Modelo (d, i, ir, Mp):** Sigma/Épsilon ideal y Momento/Rotación ideal “no extrapolated”.
- **Modelo (d, i, r, Mpr):** Sigma/Épsilon ideal y Momento/Rotación real (P-M3).
- **Modelo (d, r, ie, Mp):** Sigma/Épsilon real y Momento/Rotación ideal “extrapolated”.
- **Modelo (d, r, ir, Mp):** Sigma/Épsilon real y Momento/Rotación ideal “no extrapolated”.
- **Modelo (d, r, r, Mpr):** Sigma/Épsilon real y Momento/Rotación real (P-M3).

Se utilizarán los mismos campos de definición de cada variable modificada utilizada en el punto 2.1.1, que servirán para un estudio conjunto más sencillo.

Tras definir todos los ámbitos, comenzamos el cálculo para la viga empotrada sometida a ambas cargas.

MODELO IDEAL

Será designado como hemos visto antes, para el estudio posterior, como **(d, i, ie, Mp)**.

Para este modelo con todas nuestras condiciones de estudio “ideales”, lo primero que se puede observar es que, al tener una carga axil en nuestra barra, se tiene esfuerzo axil y por lo tanto nuestro diagrama de esfuerzos axiles no será nulo. Tendremos un esfuerzo axil **P = 431750 N** constante a lo largo de todo el cálculo.

Como seguimos teniendo un modelo ideal, la carga de colapso seguirá siendo la misma (**F = 86350 N**) que en el modelo ideal sin carga axil, y, por lo tanto, el momento plástico también permanece igual (**M = LF = 2F = 172700 Nm**).

Mismamente y para no extendernos demasiado, nuestro **MODELO (d, i, ir, Mp)**, donde las fibras más alejadas romperán, será prácticamente igual que nuestro **M1** sin carga axil, el único cambio que se puede apreciar es similar al anterior, que ahora tendremos un esfuerzo axil de tracción, pero el resto se mantiene semejante.

COMPORTAMIENTO MOMENTO/ROTACIÓN REAL E INTERACCIÓN P-M3

Se nombrará para su posterior estudio como **(d, i, r, Mpr)**.

Para este modelo, modificamos los parámetros de formación de la rótula, se tendrá un Momento/Rotación real y una interacción P-M3, que hará que el axil se tenga en cuenta a la hora de producirse la rótula en nuestro modelo.



Figura 28

Iniciamos el cálculo, y lo primero que observamos es que el diagrama de esfuerzo axil es algo menor, debido al cambio de características en nuestra rótula ahora tendremos un valor **P = 379242 N**.

Este valor no se mantiene constante, seguirá subiendo hasta tener un valor $P = 474053 \text{ N}$ y descenderá finalmente hasta un esfuerzo axial $P = 428180 \text{ N}$.

La carga de colapso tendrá un comportamiento similar, en el momento de formación de rótula tendremos un valor de carga $F = 86350 \text{ N}$, como en los modelos anteriores, carga que seguirá creciendo hasta un valor $F = 107937 \text{ N}$, se produce la rotura de las fibras más alejadas y descenderá hasta $F = 97901 \text{ N}$, donde se alcanza el desplazamiento deseado.

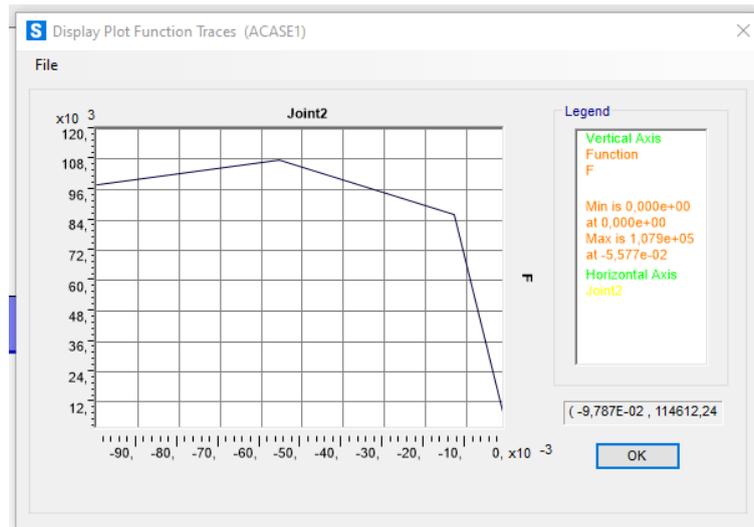


Figura 29 Relación Carga-Desplaz

Lo mismo ocurrirá para nuestro momento plástico, se alcanza en el mismo valor $M_p = 172700 \text{ Nm}$, que será cuando se forme la rótula, subirá hasta alcanzar un valor máximo en la carga de colapso máxima y descender hasta que finaliza el estudio.

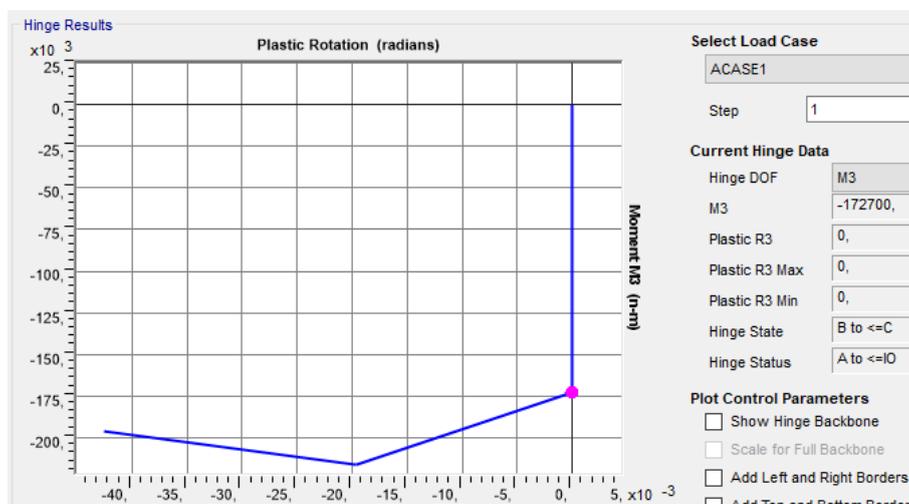


Figura 30 Relación M3-Giro

Si comparamos con el mismo modelo anterior sin axil, vemos que el comportamiento de la carga de colapso como el momento plástico es el mismo, tiene sentido ya que aún no hemos modificado el material o el perfil para que la carga axil influya de manera considerable más allá de darnos un diagrama de esfuerzos axiles no nulos.

COMPORTAMIENTO DEL MATERIAL REAL

Se nombrará este apartado para más adelante (**d, r, ie, Mp**).

A partir de este modelo, introduciremos modificaciones en cuanto al acero S275 en el que Sigma Épsilon será real, y en cuanto al perfil IPE300, donde el esfuerzo axil se tendrá en cuenta (el área de sección dejará de ser infinita) y el esfuerzo cortante, aunque menos relevante, también se tendrá en cuenta. Volveremos a tener un Momento/Rotación ideal.

Al modificar las propiedades del material, nuestra tensión máxima admisible será mayor de 275 MPa, que es la teórica, y por lo tanto, la carga de colapso y el momento plástico será en consecuencia mayor también.

Realizado el cálculo plástico, procedemos a ver qué ha ocurrido.

El esfuerzo axil será un esfuerzo de tracción constante a lo largo de todo el cálculo de **P = 474924 N**.

La carga crece hasta alcanzarse la de colapso, **F = 94985 N**, se forma la rótula, y permanece constante hasta el fin del cálculo. Lo mismo pasa con el momento, que será constante de valor **Mp = 189970 Nm**.

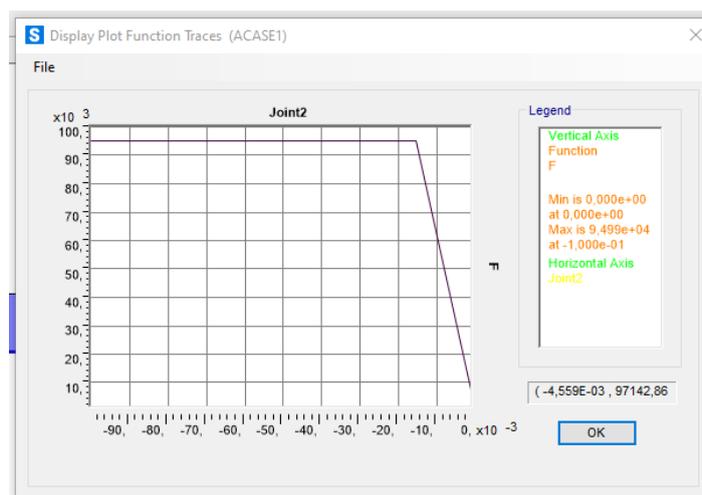


Figura 31 Relación Carga-Desplaz

Como se puede ver, al modificar las propiedades del material hará que se modifiquen los valores de carga y de momento, que irán relacionadas. La rótula al seguir siendo un modelo ideal, plastificará al alcanzar el momento plástico pero se mantendrá este M_p constante hasta el final del estudio.

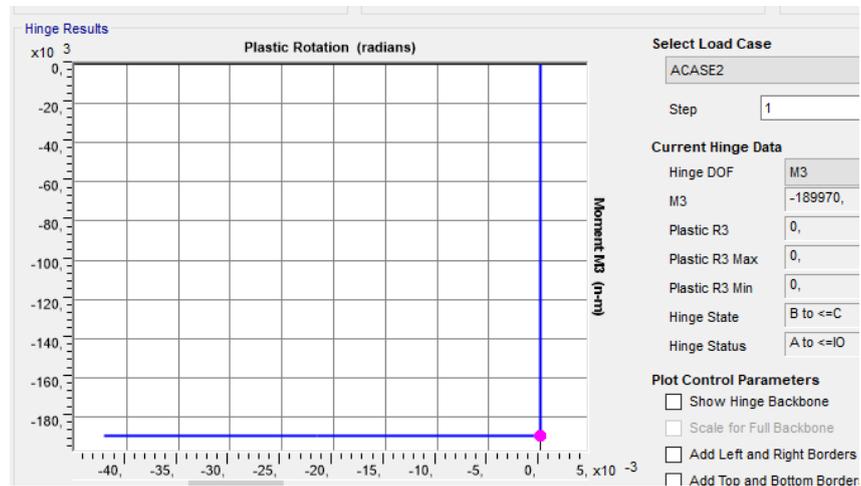


Figura 32 Relación M3-Giro

MOMENTO/ROTACIÓN NO EXTRAPOLADO CON MATERIAL REAL

Se denotará este modelo mediante (d, r, i_r, M_p) .

Como en este modelo lo único que añadimos es que el giro no es extrapolado, cuando se exceda el límite elástico, las fibras más alejadas de nuestra rótula romperán y tanto la carga como el momento plástico tendrán valores más bajos.

El modelo es similar al modelo sin carga axial, tendremos los mismos resultados que en el modelo anterior con un material real, pero sin extrapolar el giro, llegando a la misma carga de colapso que anteriormente ($F = 94985 \text{ N}$) y descendiendo en cierto punto hasta finalizar el cálculo.



Figura 33 Relación Carga-Desplaz

Se alcanza el momento plástico en el mismo punto que antes, $M_p = 189970 \text{ Nm}$, se producirá la rotura de las fibras más alejadas como ya hemos dicho y comienza un descenso del momento (al igual que de la carga) hasta que llegamos al desplazamiento elegido con un valor $M_p = 177811 \text{ Nm}$.

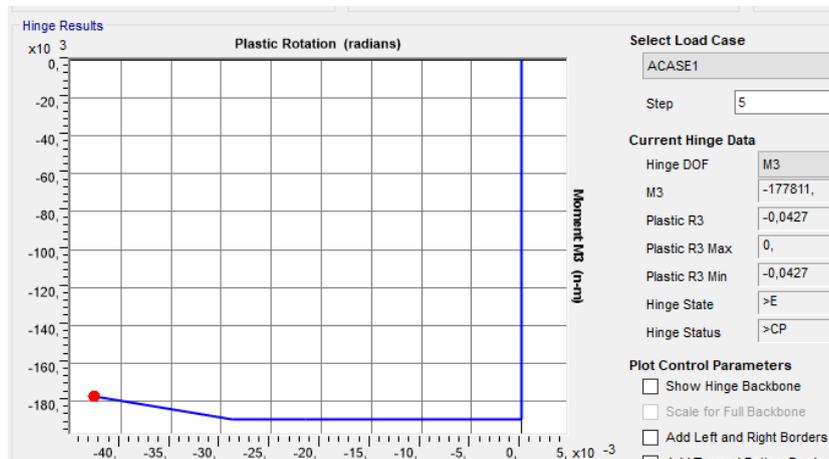


Figura 34 Relación M3-Giro

MOMENTO/ROTACIÓN REAL E INTERACCIÓN P-M3 CON MATERIAL NO IDEAL

Se denotará este modelo mediante (d, r, r, M_{pr}) .

Último modelo a estudiar, ahora si con todas las características del estudio de la plasticidad de la estructura según nos las ofrece SAP. Además de tener el material y el perfil aproximado a la realidad, volvemos a configurar nuestra rótula de manera que la relación Momento/Rotación real y el axil influya.

En este ejemplo veremos una diferencia muy notable, y es que la carga axil que influye en el estudio hace que la carga de colapso de la primera rótula sea la más pequeña hasta el momento, con un valor $F = 83433 \text{ N}$.

A partir de este punto la carga comenzará a aumentar de manera grande, hasta alcanzar un valor cuando las fibras más alejadas rompen de $F = 104291 \text{ N}$, y descenderá hasta el fin del cálculo y un valor de $F = 96000 \text{ N}$.

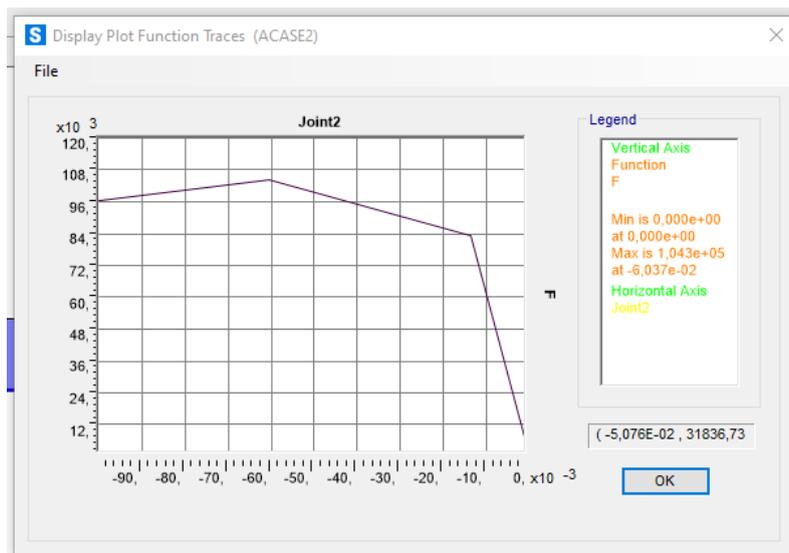


Figura 35 Relación Carga-Desplaz

Lo mismo ocurrirá para el momento plástico, la rótula se forma un poco antes, cuando éste vale $M_p = 166866 \text{ Nm}$, sigue creciendo hasta alcanzar los 209122 Nm y cuando rompe nuestra rótula, empieza a descender.

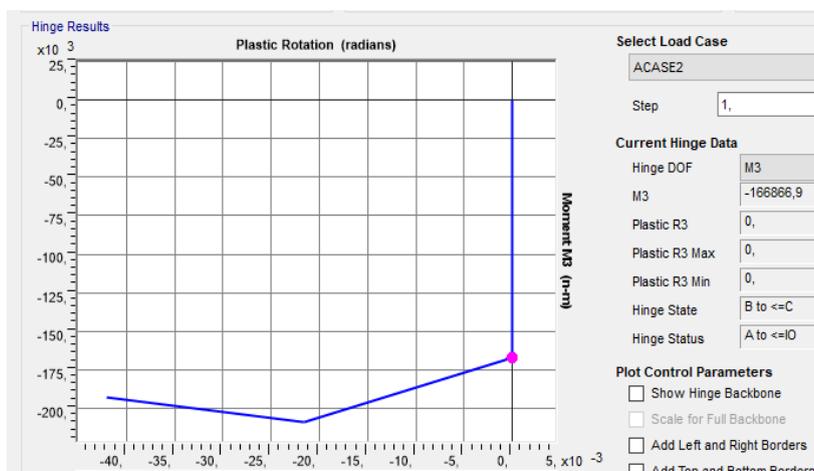


Figura 36 Relación M3-Giro

Tras ver cada modelo por separado, vamos a analizar como hemos hecho con el anterior ejemplo, las diferencias más relevantes entre ambos, para así entender mejor la variación desde el primer modelo o modelo ideal hasta el modelo más real.

○ **CARGA DE COLAPSO**

Volvemos entonces, a ver las cargas de las que hemos hablado antes, ahora de manera conjunta.

	M(d,i,ie,Mp)	M(d,i,ir,Mp)	M(d,i,r,Mpr)	M(d,r,ie,Mp)	M(d,r,ir,Mp)	M(d,r,r,Mpr)
CARGA						
λ_0	0	0	0	0	0	0
λ_1	86350	86350	86350	94985	94985	83433
λ_2	86350	86350	107937	94985	94985	104291
λ_3	86350	86350	97901	94985	94985	96406
λ_4	86350	78547	97901	94985	88670	96406

Figura 37 Cargas de colapso

La diferencia más relevante, se encuentra en nuestro último modelo. Al introducir un momento plástico que vendrá condicionado con el axil, se tiene un descenso significativo de los valores alcanzados. Mismamente en el ejemplo anterior la carga llegaba a un valor máximo de 119.000 N y ahora el valor se reduce a 104.000 N.

El resto de cargas se mantiene similar, pues la influencia del exil es relevante como hemos dicho, en este último modelo más realista.

○ **DESPLAZAMIENTO EXTREMO LIBRE**

	M(d,i,ie,Mp)	M(d,i,ir,Mp)	M(d,i,r,Mpr)	M(d,r,ie,Mp)	M(d,r,ir,Mp)	M(d,r,r,Mpr)
DESPLAZ.						
δ_0	0	0	0	0	0	0
δ_1	0,01312	0,01312	0,01312	0,01443	0,01443	0,01443
δ_2	0,05249	0,05249	0,05577	0,05774	0,05774	0,06037
δ_3	0,05249	0,06561	0,1	0,05774	0,07271	0,1
δ_4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Figura 38 Desplazamientos extremo libre

En este caso, los desplazamientos serán muy similares al ejemplo anterior, con las mismas características, como, por ejemplo, el rápido crecimiento cuando nuestra rótula trabaja de la manera menos ideal.

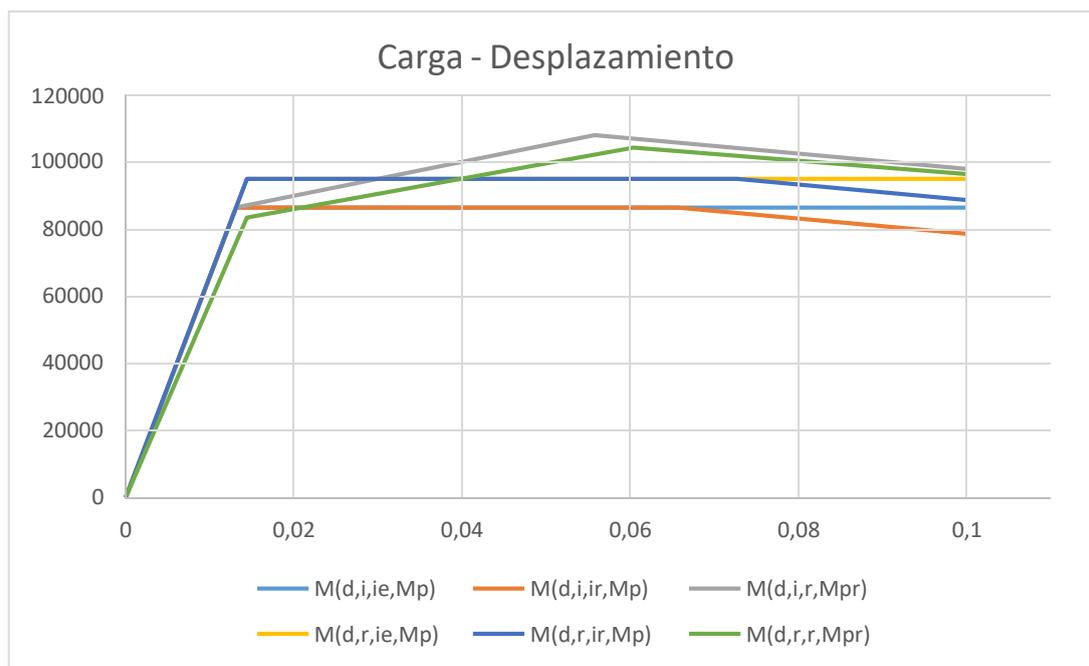


Figura 39 Comparación Cargas - Desplaz

La principal atracción de este gráfico es sin duda, el último modelo, **M(d, r, r, Mpr)**, el menos ideal de todos. Mientras que los otros 5 modelos poseen la misma pendiente de evolución hasta alcanzar el estado límite, el sexto tendrá una pendiente menos acusada. Se debe a tener una carga de colapso inicial algo menor que el resto.

Este sexto modelo ya no será el que alcance la mayor carga de todos, haciendo que ahora sea el tercer modelo, pues la influencia del axil es tan importante que hace que la carga disminuya drásticamente.

Se observa, además, que para el tercer y el último modelo, la pendiente comienza a ser negativa mucho antes que en el resto. En ambos, la carga sigue subiendo al alcanzarse la de colapso, con pendiente menos acusada eso sí, pero este aumento hace que las fibras plastifiquen mucho antes con un desplazamiento menor que cuando lo hacen con una carga de colapso constante.

3. PÓRTICO PRINCIPAL

Ya hemos podido entender a partir del ejemplo previo y de todos los modelos analizados, lo que vamos a tratar de hacer a continuación es verlo más significativamente con un ejemplo más práctico, un pórtico.

Como dijimos, la dinámica es la misma y las modificaciones de idealidad serán prácticamente semejantes a las vistas anteriormente.

Como estructura, partiremos de un pórtico biempotrado formado por 4 barras, todos sus nudos son rígidos, y sometido a dos cargas diferentes. Una carga vertical de valor $P = 1\text{N}$ en el nudo central del pórtico (B) y una carga horizontal de valor $P/6 = 0,1667\text{ N}$ en el nudo rígido (C).

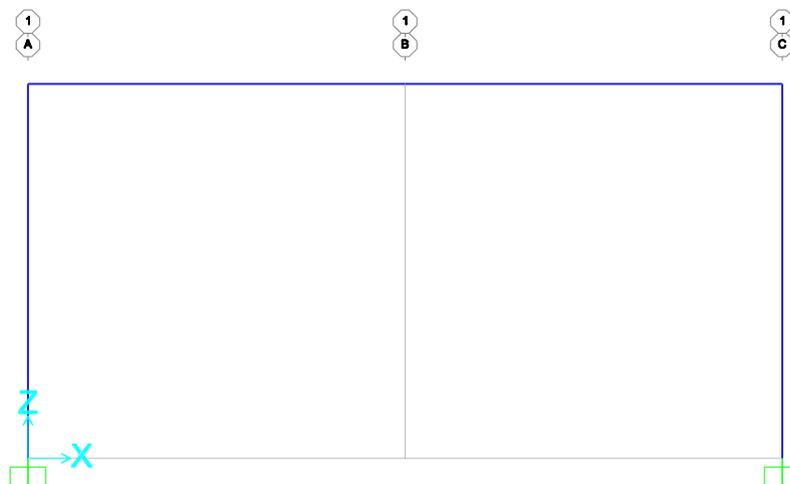


Figura 40 Pórtico biempotrado

Label	3
Load Pattern	P1
Joint Force	
Coordinate System	GLOBAL
Force in Z Dir	-1,

Figura 41 Carga nudo central B

Label	4
Load Pattern	P2
Joint Force	
Coordinate System	GLOBAL
Force in X Dir	0,1667

Figura 42 Carga nudo C

Vamos a realizar el cálculo plástico en 6 modelos diferentes, partiendo desde como hemos dicho y trabajado anteriormente el modelo “ideal” hasta llegar a un estudio casi “real” del mismo.

El estudio dinámico irá desde la posición inicial hasta que el punto central del pórtico alcanza un valor de desplazamiento vertical de 0,35m.

Los 6 modelos con los que trabajaremos nuestro pórtico serán:

- **Modelo ideal (d, i, ie, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación ideal “extrapolated”, Shear Área x1000, Cross Section = 0.
- **Modelo (r, i, ie, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación ideal “extrapolated”, Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, i, ir, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación ideal “no extrapolated”, Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, i, r, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación real “no extrapolated”, Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, i, r, Mpr):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación real (P-M3), Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, r, r, Mpr):** Sigma/Épsilon real, Momento/Rotación real (P-M3), Shear Área x1, Cross Section = 1.

MODELO IDEAL

Se nombrará este modelo para el estudio final como **M(d, i, ie, Mp)**.

Partiremos de las mismas propiedades de material S275, mismo características de perfil IPE300 y misma rótula “ideal”.

Other Properties For Steel Materials

Minimum Yield Stress, Fy	2,750E+08
Minimum Tensile Stress, Fu	2,750E+08
Expected Yield Stress, Fye	2,750E+08
Expected Tensile Stress, Fue	2,750E+08

Figura 43 Propiedades del material

Property/Stiffness Modifiers for Analysis

Cross-section (axial) Area	1000
Shear Area in 2 direction	0
Shear Area in 3 direction	0
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	1
Moment of Inertia about 3 axis	1
Mass	1
Weight	1

Figura 44 Propiedades del perfil

Displacement Control Parameters

Point	Moment/SF	Rotation/SF
E-	-1	-8
D-	-1	-6
C-	-1	-6
B-	-1	0
A	0	0
B	1,	0,
C	1,	6,
D	1,	6,
E	1	8

Symmetric

Type

Moment - Rotation

Moment - Curvature

Hinge Length

Relative Length

Hysteresis Type And Parameters

Hysteresis Type **Isotropic**

No Parameters Are Required For Hysteresis Type

Load Carrying Capacity Beyond Point E

Drops To Zero

Is Extrapolated

Figura 45 Características de la rótula

Lo primero que vemos es la deformada final que se obtiene, se forman 3 rótulas y se alcanza la configuración de mecanismo en lugar de estructura.

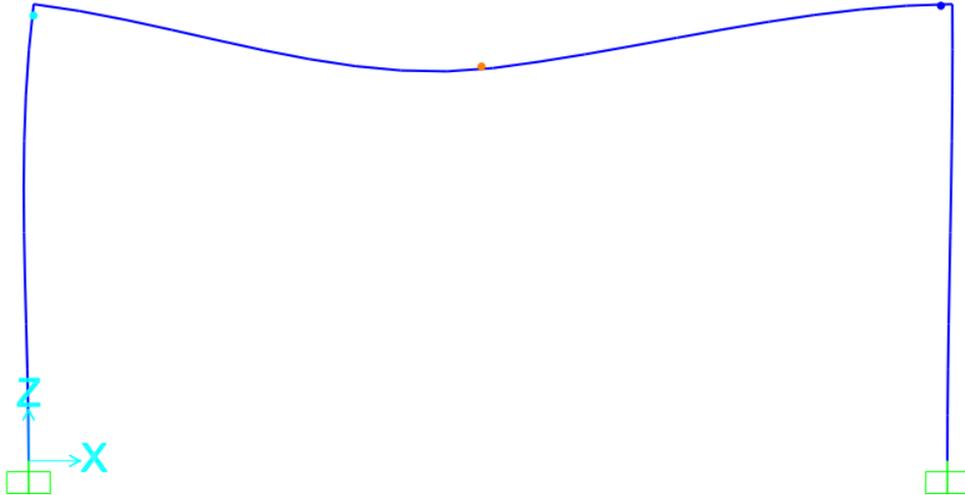


Figura 46 Deformada final

La primera de las rótulas se formará en el punto central B (Naranja), la segunda se formará en el nudo rígido C de la derecha del pórtico (Azul oscuro) y por último en el nudo rígido A de la izquierda (Azul claro) se forma la tercera rótula, a partir de este tercer paso, tendremos un mecanismo, que seguirá moviéndose hasta alcanzar el valor de desplazamiento establecido.

La carga de colapso irá aumentando en régimen estático - lineal, variando la pendiente cada vez que se forme una rótula y alcanzando la carga de colapso final $P = 138160 \text{ N}$ cuando se forma el mecanismo, que no varía hasta alcanzar el desplazamiento deseado.

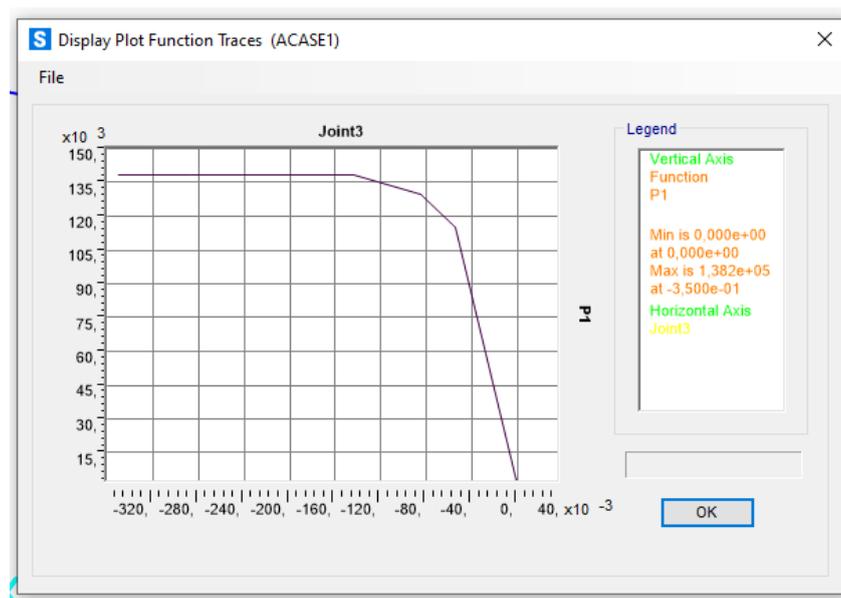


Figura 47 Relación Carga-Desplaz

Se alcanza el momento plástico $M_p = 172700 \text{ Nm}$, y se mantiene constante en el resto del estudio, donde comienza a tener giro relativo cada una de las rótulas.

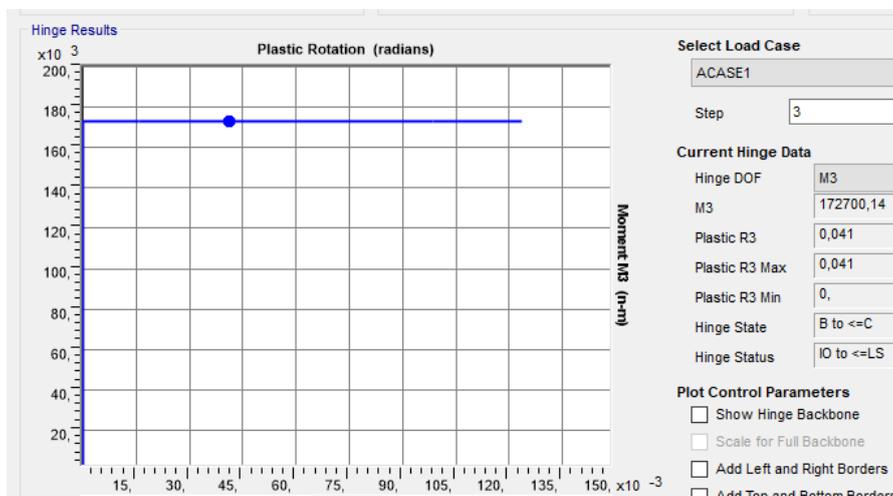


Figura 48 Relación M3-Giro

Como podemos observar, en el momento que se forma el mecanismo, deja de crecer tanto la carga de colapso, como el momento plástico debido a la idealidad del modelo.

Se analizará más adelante todos los valores obtenidos tanto del desplazamiento vertical como del giro relativo de la rótula formada en el nudo central, ambos junto a la carga de colapso necesaria para cada caso.

PROPIEDADES DEL PERFIL NO IDEALES

Se designará para su estudio como $M(r, i, ie, M_p)$.

Para este modelo, modificaremos las propiedades del perfil IPE300, o más que las propiedades, la manera en la que afecta a nuestra estructura la carga axil en nuestra sección, ya que lo que hacíamos en el modelo ideal era suponer un área de sección infinita con lo que el efecto de la carga axil se reduzca por completo.

También tendremos en cuenta el efecto del esfuerzo cortante en nuestras barras, aunque este resulta casi irrelevante en el estudio.

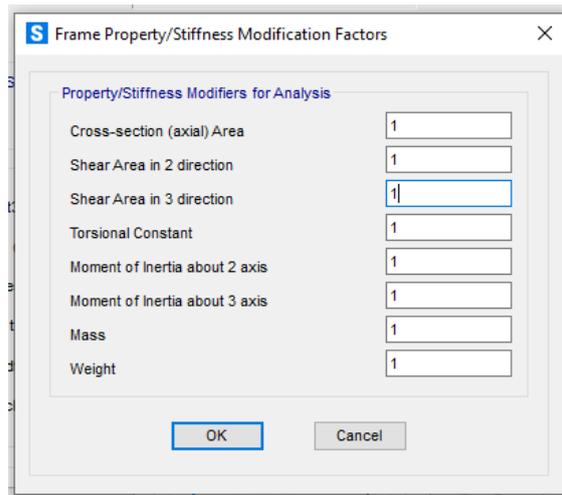


Figura 49 Propiedades reales del perfil

Nuestra deformada se mantendrá similar, con el mismo número de rótulas y el mismo orden de formación.

La primera rótula se formará con un poco menos de carga, debido ahora a la acción que tendrán las características reales del perfil, aunque la carga de colapso alcanzada seguirá siendo la misma, con el mismo momento plástico. Los cambios sufridos con el primer modelo no serán significativos.

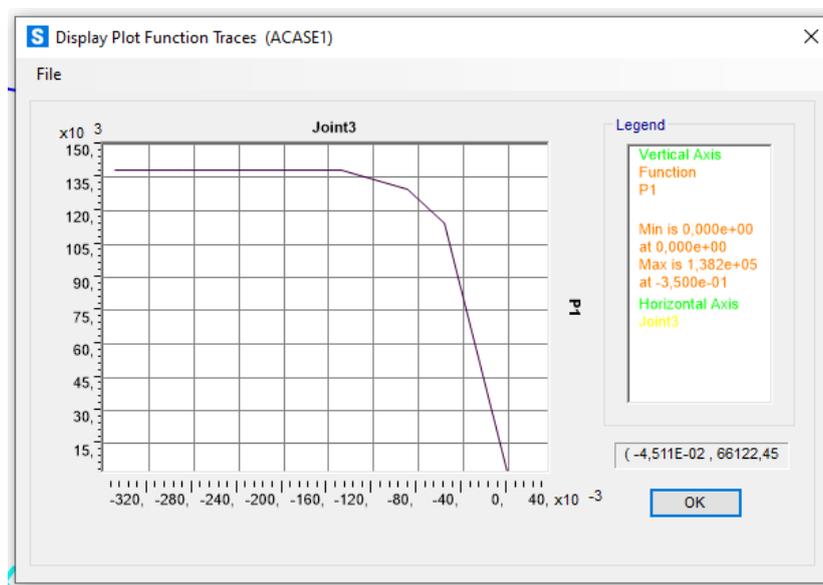


Figura 50 Relación Carga-Desplaz

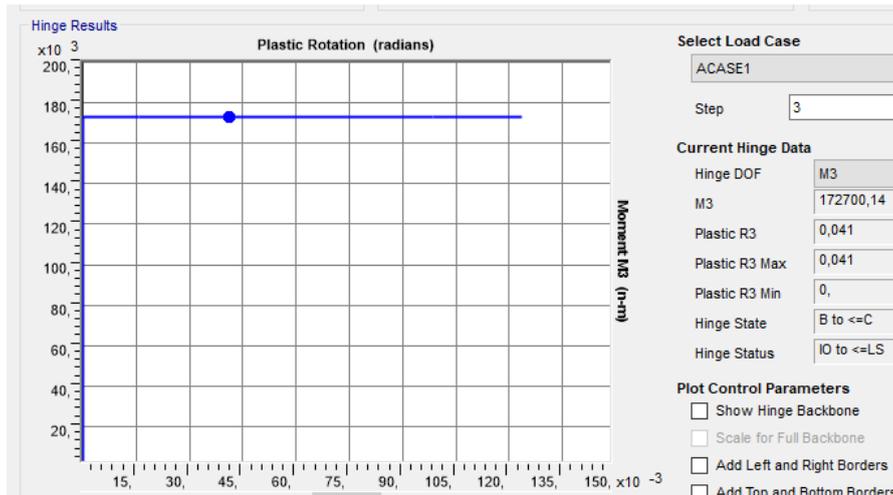


Figura 51 Relación M3-Giro

MOMENTO/ROTACIÓN IDEAL “NO EXTRAPOLADO”

Lo nombraremos como $M(r, i, ir, Mp)$.

Para este tercer modelo, no vemos cambios significativos al no modificar el parámetro que extrapola el giro y hace que las fibras más alejadas nunca rompan.

Esto simplemente puede significar que en nuestro estudio, al llegar el punto central al desplazamiento deseado, el giro relativo de las rótulas es insuficiente para generar una rotura.

COMPORTAMIENTO MOMENTO/ROTACIÓN REAL

Se designará este modelo mediante $M(r, i, r, Mp)$.

Aquí si que empezamos a notar cambios importantes, al generar una rótula donde la relación Momento/Rotación es real, vemos los siguientes cambios.

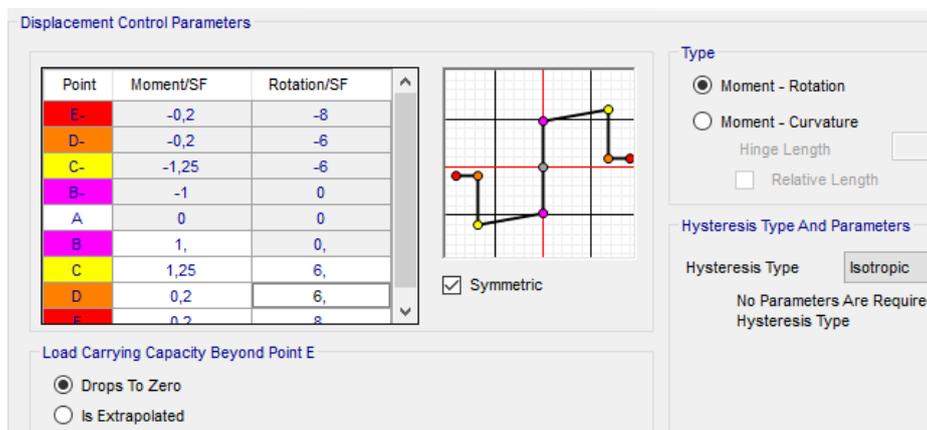


Figura 52 Propiedades rótula reales

La carga de colapso final para la que se forma el mecanismo alcanzará un valor de $P = 145992 \text{ N}$, y continuará subiendo mientras el mecanismo sigue funcionando para llegar a ese desplazamiento del punto central, al llegar a una cierta carga, las fibras más alejadas en nuestra rótula rompen con una carga de alrededor de $P = 160000 \text{ N}$, y esta carga comenzará a bajar. (En el gráfico no se aprecia porque en el momento que empieza a descender se alcanza el desplazamiento requerido, pero la pendiente es negativa en el último tramo).

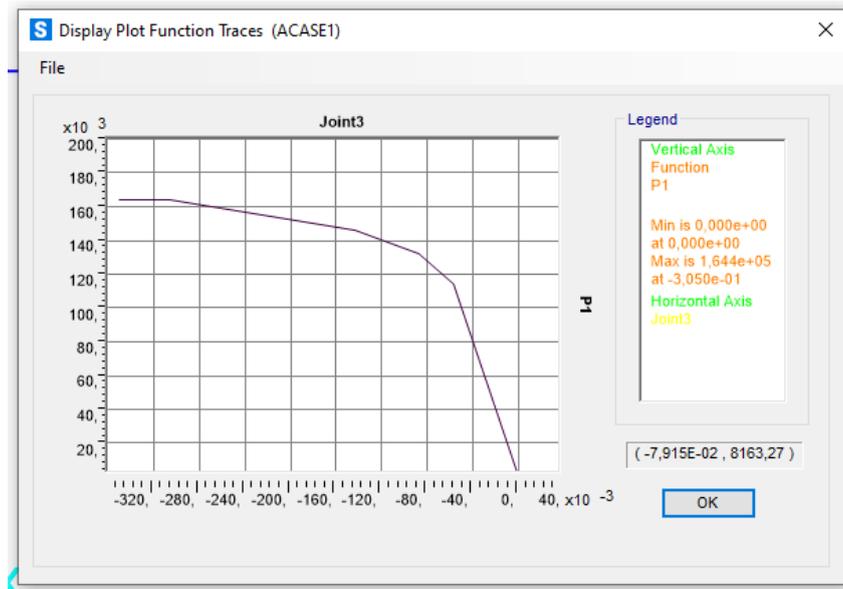


Figura 53 Relación Carga - Desplaz

En el gráfico Momento/Rotación, se llega hasta un momento plástico $M_p = 215875 \text{ Nm}$ y se produce la rotura de fibras, como ya hemos dicho, al descender la carga de colapso necesaria descende también el momento plástico necesario.

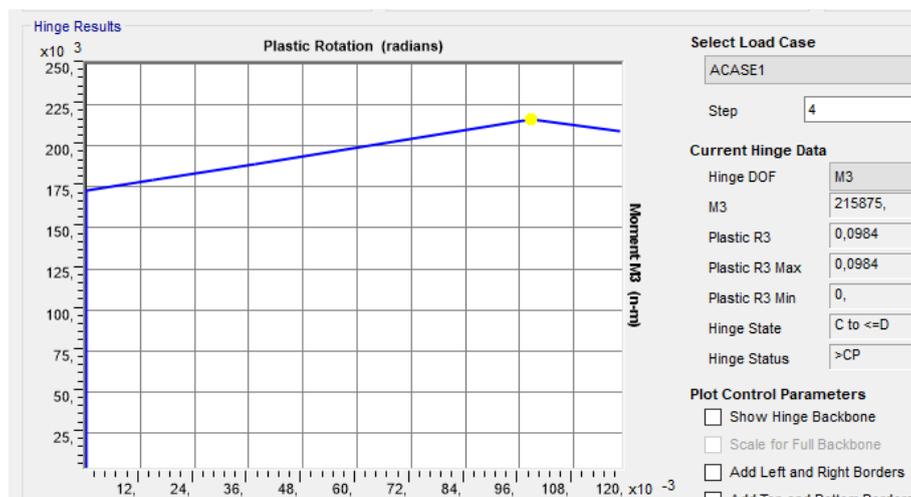


Figura 54 Relación M3-Giro 1

MOMENTO/ROTACIÓN REAL E INTERACCIÓN P-M3

Se nombrará este modelo como **M(r, i, r, Mpr)**.

Como hemos visto anteriormente, no basta con crear un modelo de rótula con una relación Momento/Rotación real y un giro no extrapolado, tendremos que tener en cuenta el efecto axial a la hora de calcular el momento plástico producido en el estudio dinámico.

Así, en las propiedades de formación de la rótula, además de no extrapolar el giro, crear una relación real, debemos añadir una interacción entre el axial y el momento generados en el estudio.

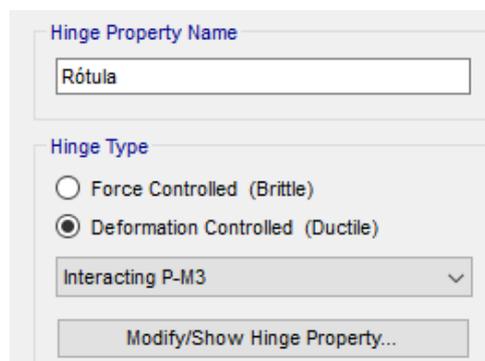


Figura 55 Interacción Axil-M3

Aunque en este ejemplo no se verá muy acusado, si que es cierto que tanto la carga de colapso como el momento plástico sufren una pequeña disminución. En el ejemplo del pórtico “adulterado” que veremos en los siguientes apartados, donde introduciremos cargas importantes en los pilares, podremos observar bien la disminución antes comentada.

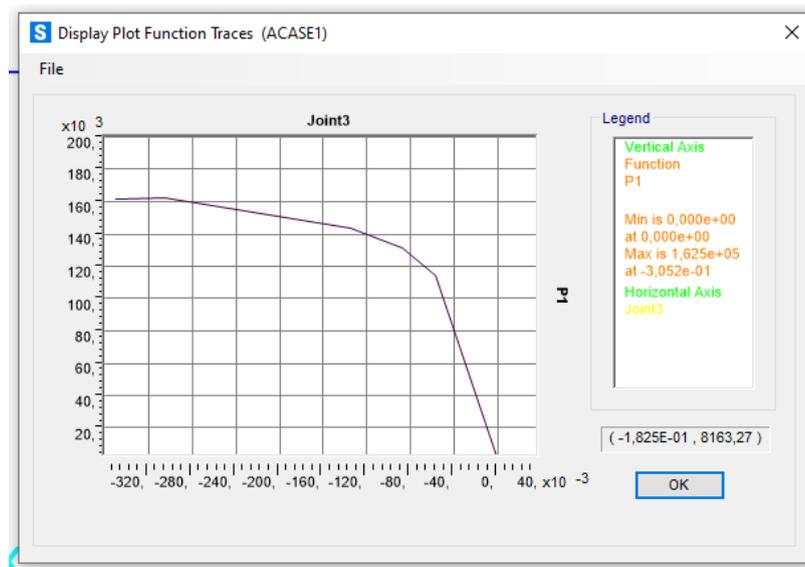


Figura 56 Relación Carga-Desplaz

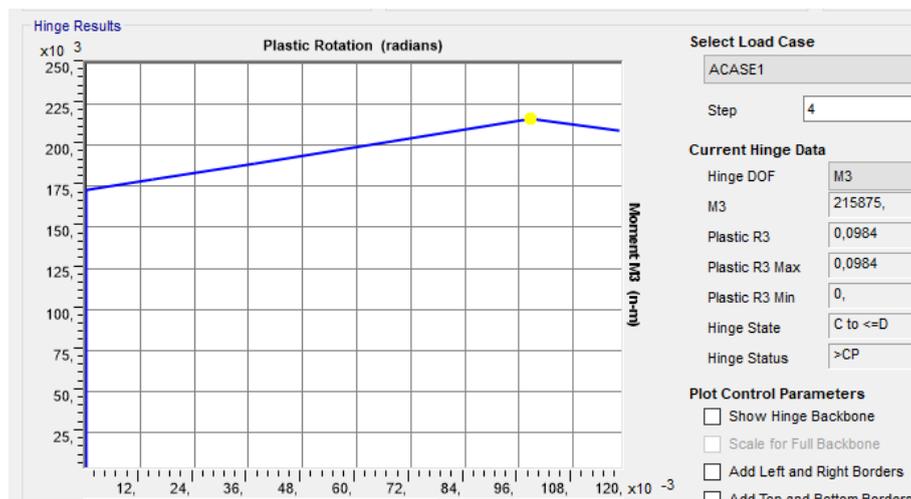


Figura 57 Relación M3 - Giro

MOMENTO/ROTACIÓN REAL E INTERACCIÓN P-M3 CON MATERIAL Y PERFIL NO IDEALES

Se designará para el análisis global como $M(r, r, r, Mpr)$.

Para este último modelo, nos queda modificar las propiedades del material S275, deberemos dejar los valores por defecto que tenemos cuando introducimos un material en SAP, y no variar estos valores para obtener en todos un valor semejante a la tensión límite de 275 MPa.

Other Properties For Steel Materials	
Minimum Yield Stress, Fy	2,750E+08
Minimum Tensile Stress, Fu	4,30E+08
Expected Yield Stress, Fye	3,025E+08
Expected Tensile Stress, Fue	4,730E+08

Figura 58 Propiedades reales del material

Será nuestro modelo más diferente(normal, ya que es el que más se ajusta a la realidad), y comparado con nuestro primer modelo, el que consideramos ideal, habrá cambios muy notables.

La carga de colapso alcanzada en el tercer paso, donde se produce el mecanismo de colapso será de $P = 157151 \text{ N}$, y continuará aumentando hasta registrar una carga máximo de $P = 178371 \text{ N}$ a partir del cual comienza a descender debido a la rotura de las fibras más alejadas y a que necesitará una carga menor, hasta alcanzar un valor $P = 174322 \text{ N}$.

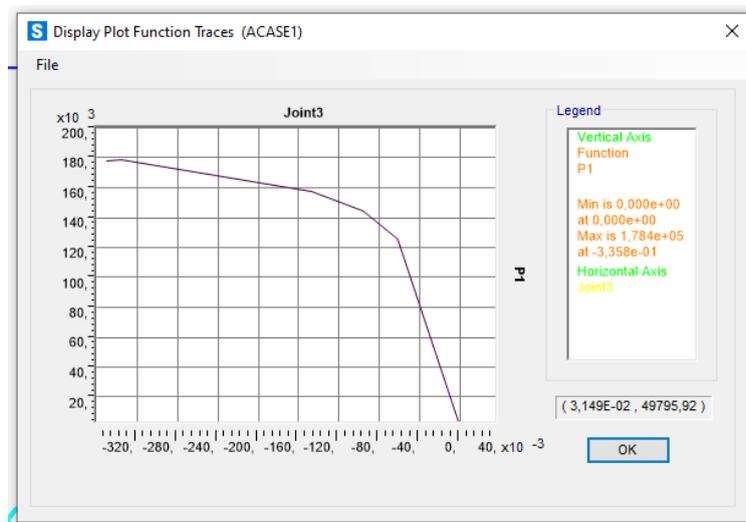


Figura 59 Relación Carga-Desplaz

Con nuestro momento plástico ocurrirá por consecuente lo mismo, registrando un momento plástico de $M_p = 189133 \text{ Nm}$ y seguirá aumentando hasta $M_p = 235908 \text{ Nm}$, donde empezará a descender hasta finalizar el cálculo con $M_p = 230061 \text{ Nm}$.

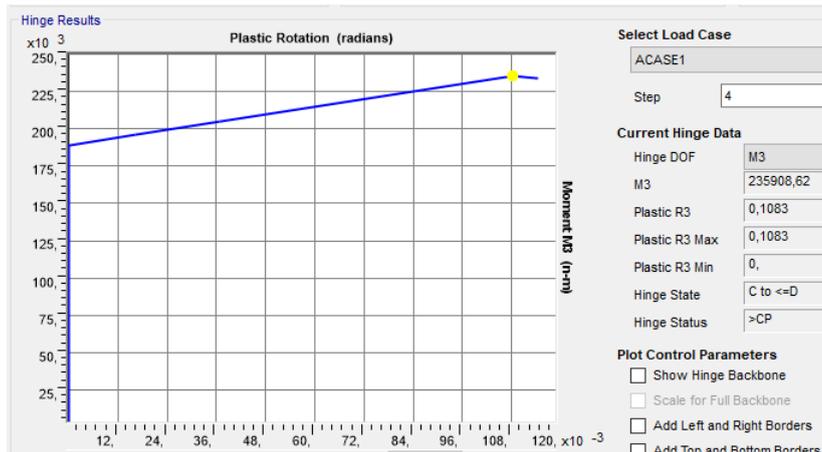


Figura 60 Relación M3-Giro

Explicado ya el análisis modelo a modelo, y vistas paso a paso las diferencias, vamos a comparar los 3 parámetros mas importantes del estudio para ver al mismo tiempo los cambios producidos.

Estos parámetros serán, la **carga de colapso**, el **desplazamiento del punto central**, y el **giro relativo de la rótula formada en el nudo C**.

○ **CARGA DE COLAPSO**

Como anteriormente, veremos todos los valores de carga de colapso de todos los modelos desde el instante inicial hasta el momento de fin del estudio.

	M(d,i,ie,Mp)	M(r,i,ie,Mp)	M(r,i,ir,Mp)	M(r,i,r,Mp)	M(r,i,r,Mpr)	M(r,r,r,Mpr)
CARGA						
λ0	0	0	0	0	0	0
λ1	115133	114524	114524	114524	114067	125422
λ2	130033	130060	130060	132506	131725	144810
λ3	138160	138160	138160	145992	143369	157151
λ4	138160	138160	138160	164442	162487	178371
λ5	138160	138160	138160	163677	161702	178120
λ6	138160	138160	138160	163677	161702	178120

Figura 61 Cargas de Colapso

La carga de colapso mayor se encontrará en el último de los modelos, el menos ideal de todos. Debido a la no idealidad del material y de la rótula, se dispara el aumento de la carga de colapso hasta los 178.000 N, y eso que se verá reducida al tener en cuenta el esfuerzo axil en el análisis, sino podría llegar a ser mayor.

○ **DESPLAZAMIENTO VERTICAL PUNTO CENTRAL**

	M(d,i,ie,Mp)	M(r,i,ie,Mp)	M(r,i,ir,Mp)	M(r,i,r,Mp)	M(r,i,r,Mpr)	M(r,r,r,Mpr)
U3z						
δ_0	0	0	0	0	0	0
δ_1	0,05468	0,05696	0,05696	0,05696	0,05673	0,06238
δ_2	0,08563	0,09	0,09	0,08824	0,08768	0,09638
δ_3	0,14353	0,14833	0,14833	0,14345	0,13562	0,14726
δ_4	0,28705	0,28937	0,28937	0,30496	0,30518	0,3358
δ_5	0,28706	0,28937	0,28937	0,35	0,35	0,35
δ_6	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35

Figura 62 Desplazamiento pto. Central

Poco que decir en la evolución del desplazamiento. Simplemente observar que más rápido alcanzamos el valor cuando tenemos un momento/rotación real. Nos servirán estos datos para verlos gráficamente junto a la carga de colapso.

○ **GIRO RELATIVO**

Para un análisis más completo del pórtico, se añadirán los valores de giro relativo en el punto B, donde se forma la primera rotula, y compararemos los valores obtenidos en cada uno de los modelos desde el instante en el que se forma la rótula, hasta el instante en el que alcanzamos un desplazamiento vertical de 0,35 metros.

	M(d,i,ie,Mp)	M(r,i,ie,Mp)	M(r,i,ir,Mp)	M(r,i,r,Mp)	M(r,i,r,Mpr)	M(r,r,r,Mpr)
GIRO						
θ_1	0	0	0	0	0	0
θ_2	0,0159	0,0167	0,0167	0,0147	0,0146	0,016
θ_3	0,041	0,0419	0,0419	0,0371	0,0341	0,0367
θ_4	0,0984	0,0984	0,0984	0,0984	0,0984	0,1083
θ_5	0,1236	0,1228	0,1228	0,118	0,1153	0,1147

Figura 63 Giro relativo rótula nudo B

Se observa, que en el momento que se forma la rótula, la evolución es muy similar en todos los modelos. Dicho esto, la principal diferencia será cuando la rótula trabaja mediante una relación momento/rotación real, pues ahora el giro será menos acusado, ascenderá en valor más lentamente y alcanzará valores más pequeños que en los 3 primeros modelos.

Para completar el estudio y finalizar el capítulo, se verán un par de gráficos significativos en los que el principal protagonista será la carga de colapso, que irá complementada por el desplazamiento y por el giro del nudo central.

Lo vemos:

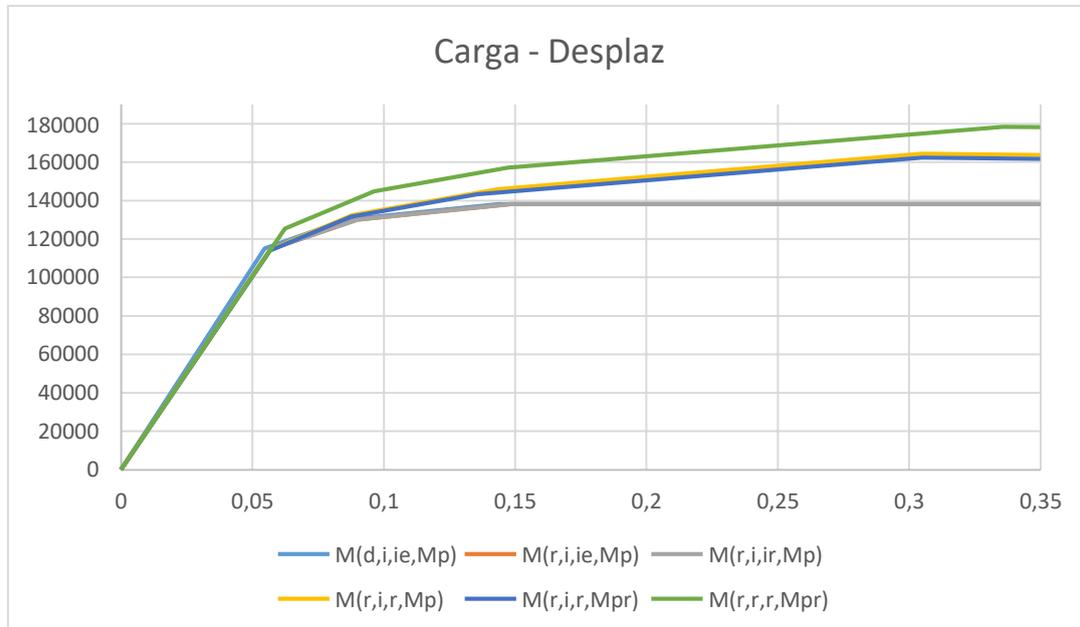


Figura 64 Gráfico Cargas - Desplaz

Vemos a simple vista, que tendremos gráficas superpuestas. Los primeros 3 modelos obedecerán la misma evolución, llegando hasta una carga de colapso igual, los dos primeros estarán superpuestas detrás del tercer modelo (línea gris).

Todos los modelos obedecen la misma pendiente inicial hasta el límite elástico, donde comienzan las diferencias. Cuanto más real es el modelo, mayor será la pendiente de la carga hasta que las fibras rompen, donde comienza a ser negativa.

Se observa que el quinto modelo se encuentra un poco por debajo que el cuarto, será por culpa de la influencia del axil que hará que la carga disminuya. El último modelo será el que mayor carga alcanzará, aunque también tiene la influencia de esfuerzo axil, el tener unas características de material no ideales hará que el momento plástico deje de ser teórico y la carga máxima admisible mayor.

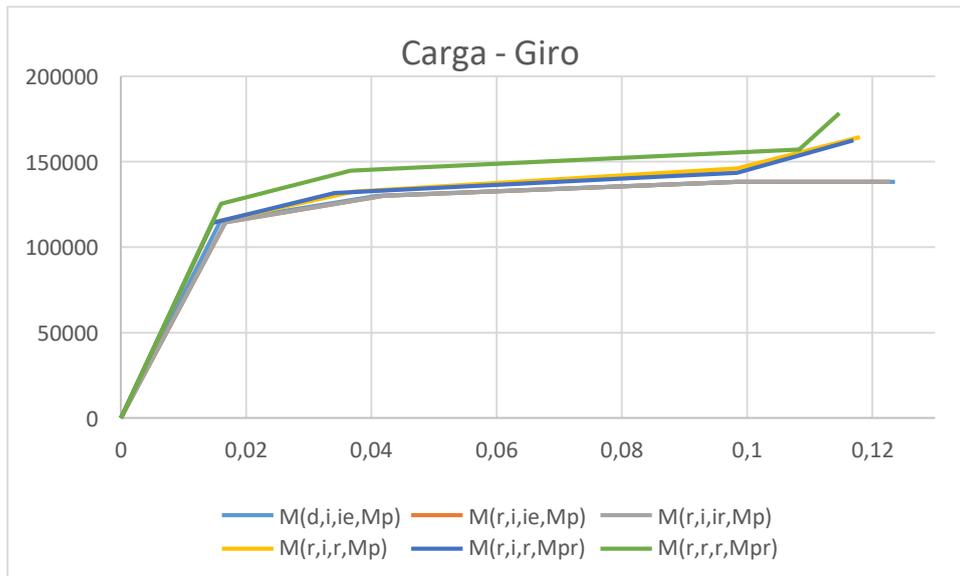


Figura 65 Gráfico Carga - Giro

Ahora se analizará la relación entre la carga y el giro de la rótula central, donde habrá dos diferencias notables. Lo primero que se ve, es que a partir del tercer modelo la carga será mayor y seguirá una evolución muy parecida a la vista en la anterior gráfica. Lo segundo que se puede observar, es que en el momento que se crea un modelo de rótula real (los 3 últimos modelos), el valor de giro (eje horizontal) que se alcanza es cada vez menor, pues el último modelo tiene un valor más pequeño que el el quinto, y así sucesivamente.

4. PÓRTICO CON CARGAS EN PILARES

Como hemos visto en algunos apartados anteriores, la carga axial que tengamos en nuestra estructura jugará un papel fundamental, ya que el tenerlo en cuenta hará que la carga de colapso necesaria para producir un mecanismo de colapso sea menor que cuando no la tenemos en cuenta (Ya lo hemos visto en algún ejemplo anterior, pero veremos aquí como se acentúa).

Para ello estudiaremos en este apartado un pórtico similar al visto, pero con dos cargas axiales en los pilares de $P = 1N$ en cada uno. Aunque en los primeros modelos podemos ver que no se acusa casi ninguna diferencia, será en los dos últimos modelos donde veremos los principales cambios, como pueden ser un descenso marcado de la carga de colapso necesaria, o incluso un cambio en el orden de formación de las rótulas.

Mantendremos también las cargas previamente situadas, en el centro del pórtico (nudo B) la carga vertical de valor $P = 1N$ y en el nudo C de valor $P/6 = 0,0167 N$.

El estudio del cálculo plástico volverá a ser un estudio dinámico por pasos o “*STEPS*” también llamados por SAP, y finalizará cuando el desplazamiento del punto central del pórtico alcanza un valor de 0,35 metros.

Para el cálculo, volveremos a analizar 6 modelos similares a los ya estudiados, y observaremos las diferencias entre ellos. La nomenclatura será la misma para cada modelo que en el capítulo anterior.

Los 6 modelos a calcular serán:

- **Modelo ideal (d, i, ie, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación ideal “extrapolated”, Shear Área x1000, Cross Section = 0.
- **Modelo (r, i, ie, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación ideal “extrapolated”, Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, i, ir, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación ideal “no extrapolated”, Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, i, r, Mp):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación real “no extrapolated”, Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, i, r, Mpr):** Sigma/Épsilon ideal, Momento/Rotación real (P-M3), Shear Área x1, Cross Section = 1.
- **Modelo (r, r, r, Mpr):** Sigma/Épsilon real, Momento/Rotación real (P-M3), Shear Área x1, Cross Section = 1.

MODELO IDEAL

Tomamos las mismas especificaciones que en los ejemplos previos, partiendo con todos los parámetros "ideales".

La deformada de la estructura será bastante similar por no decir idéntica, con 3 rótulas en los puntos A,B y C de nuestra viga central que hace que el pórtico alcance la configuración de mecanismo.

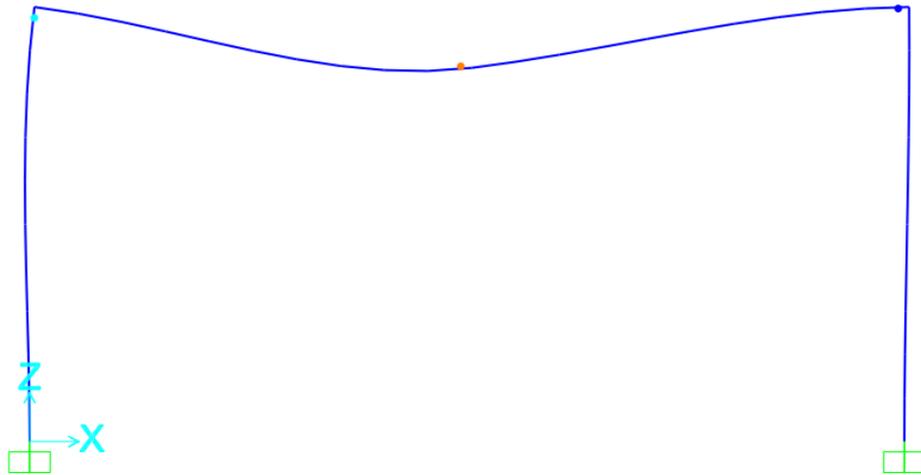


Figura 66 Deformada del pórtico

La carga de colapso aumenta en régimen estático - lineal, cambiará la pendiente según se vayan formando las rótulas hasta llegar al estado de mecanismo donde permanecerá constante una carga de colapso $P = 138160 \text{ N}$.

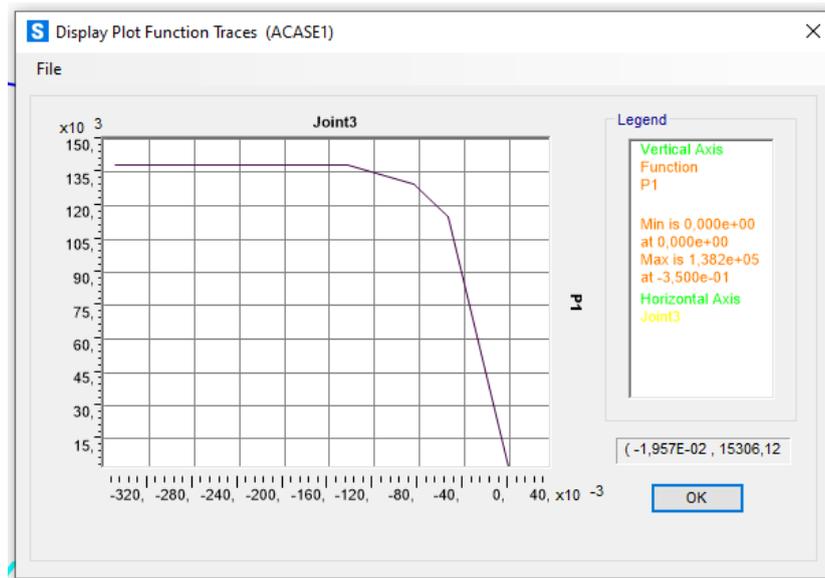


Figura 67 Relación Carga-Desplaz

El momento plástico alcanzado será $M_p = 172700 \text{ Nm}$, alcanzándose la tensión límite de 275 MPa que fijamos en las condiciones de idealidad para nuestro material.

Se puede ver, que al tener una configuración de rótula ideal y no extrapolada, el momento plástico no crecerá según se alcance el límite elástico del material.

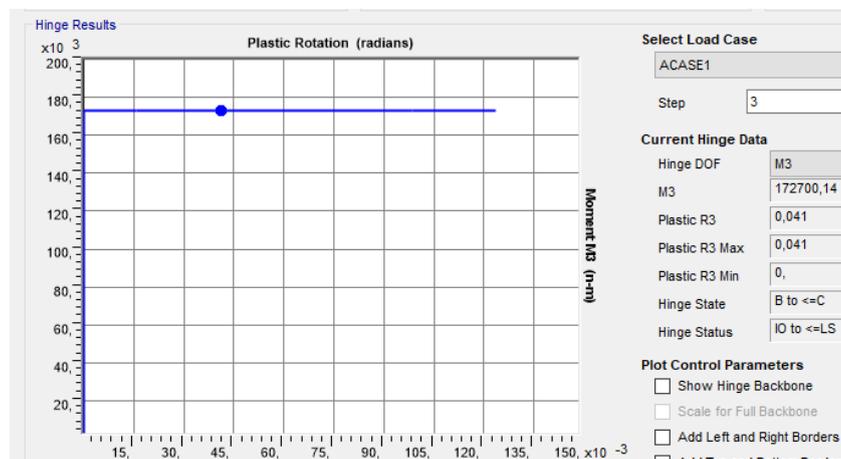


Figura 68 Relación M3-Giro

PROPIEDADES DEL PERFIL NO IDEALES

Cambiando ahora en las propiedades del perfil, introducimos el efecto que producen las cargas en nuestro área de sección (Shear Área $x1$), y también el efecto del esfuerzo cortante (Cross Section $x1$), aunque en nuestro modelo no se notarán cambios solamente con esta modificación.

La deformada de la estructura permanecerá similar, la carga de colapso sigue permaneciendo con el mismo valor al llegar a la configuración de mecanismo, teniendo pequeñas variaciones poco apreciables cada vez que se alcanza la formación de una rótula.

El momento plástico alcanzado en cada rótula seguirá siendo el mismo, y el giro relativo será del mismo valor.

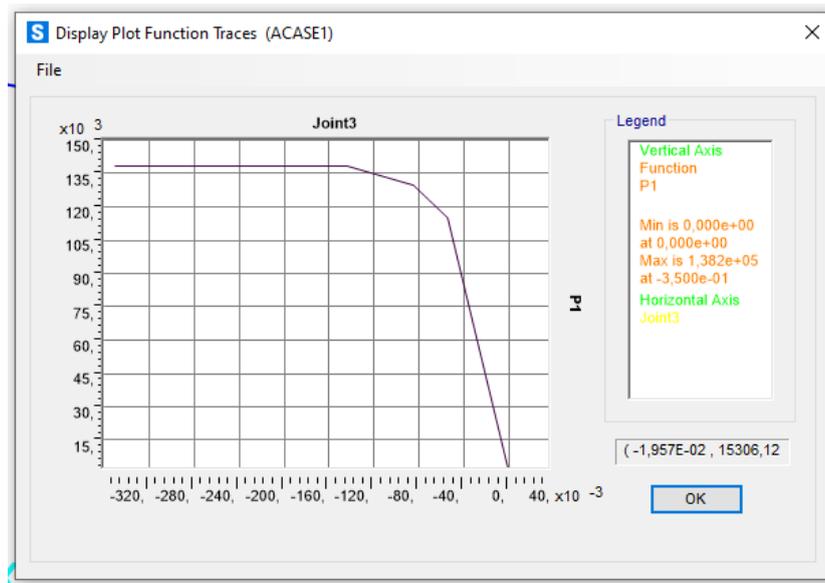


Figura 69 Relación Carga - Desplaz

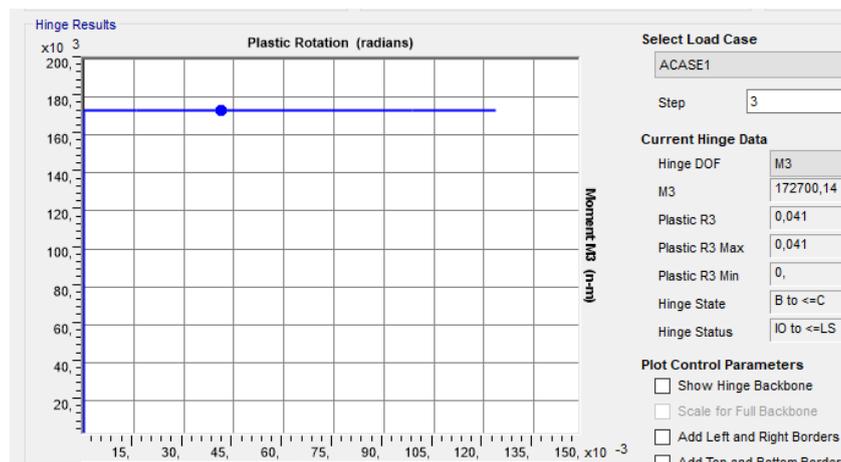


Figura 70 Relación M3 - Giro

Podemos también obviar el **MODELO 2 – MOMENTO/ROTACIÓN IDEAL NO EXTRAPOLADO**, se modificará que aunque nuestra relación Momento/Rotación en la rótula sea “ideal”, haremos que no se extrapole el giro y la rótula pueda romper en cualquier instante.

En el cálculo plástico en este modelo, las fibras más alejadas no consiguen romper, la deformada y orden de formación de rótulas, la carga de colapso, el momento plástico y el giro relativo último de cada rótula plástica seguirán siendo prácticamente iguales.

COMPORTAMIENTO MOMENTO/ROTACIÓN REAL

Seguimos modificando parámetros, cambiamos los valores de la rótula “ideal” que teníamos inicialmente añadimos ahora una rótula Momento/Rotación real que nos da SAP2000 por defecto, como ya hemos hecho antes en modelos previos.

Realizando el cálculo plástico, variarán notablemente los resultados.

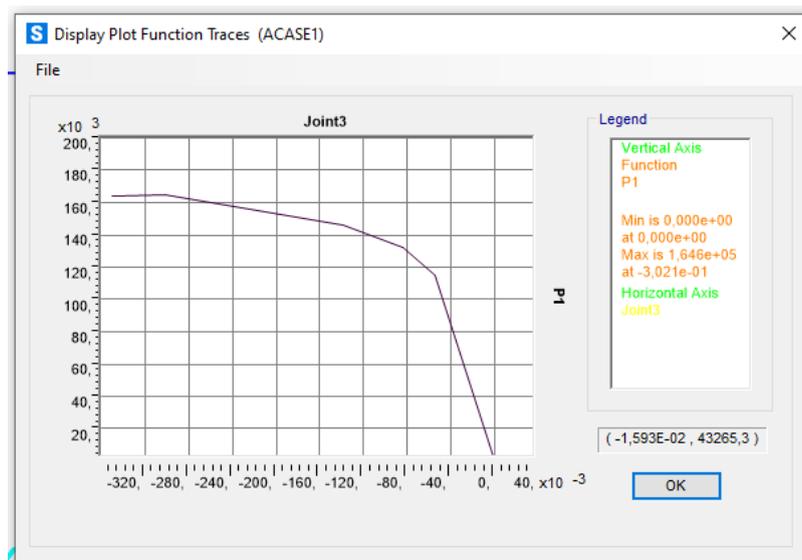


Figura 71 Relación Carga - Desplaz

Vemos que cuando llegamos al mecanismo de colapso, la carga de colapso alcanzada será $P = 145992 \text{ N}$, y continuará creciendo mientras el cálculo sigue ejecutándose hasta alcanzar el desplazamiento deseado. Cuando llegamos a una carga $P = 164442 \text{ N}$ las fibras de nuestra rótula sufren una rotura, y a partir de ahí comenzará el descenso de carga hasta llegar al final del estudio.

Ahora, nuestro momento plástico, aunque seguirá siendo $M_p = 172700 \text{ Nm}$ cada vez que se forme una rótula, aumentará constante según sigue aumentando la carga de colapso, concretamente hasta un valor $M_p = 215875 \text{ Nm}$, punto en el que como

hemos dicho se produce una ruptura, y comienza a descender (obviamente, mismo comportamiento que la carga).

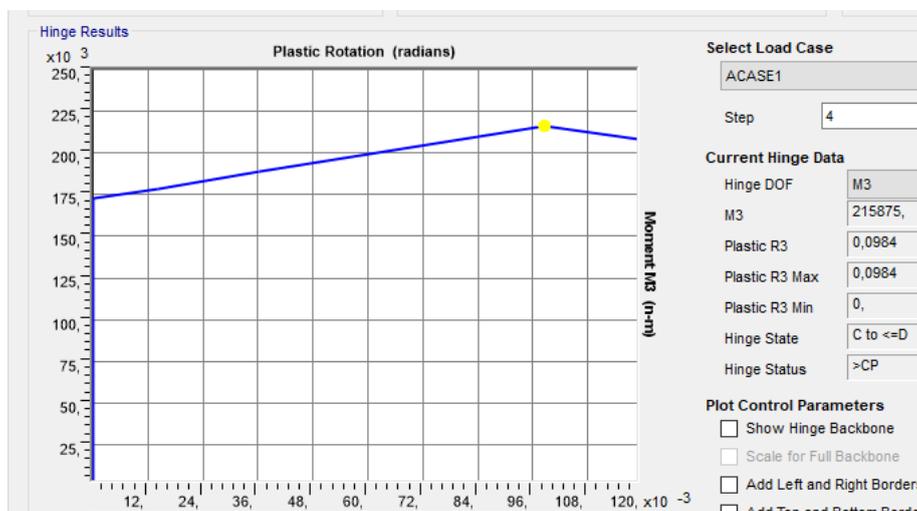


Figura 72 Relación M3 - Giro

MOMENTO/ROTACIÓN NO IDEAL CON INTERACCIÓN P-M3

A partir de este modelo, comenzamos a ver cambios significativos en los resultados de nuestro cálculo plástico.

Como ya vimos, nuestra estructura ha sido adulterada con cargas axiales en ambos pilares, que podrían ser por ejemplo, cargas causadas por el peso propio de ambas vigas por ver un enfoque real.

En el momento que cambiamos las propiedades de la rótula, y la modificamos para que los esfuerzos axiales jueguen papel en el estudio, la configuración tanto del mecanismo como de los cálculos será distinta, veamos la diferencia.

Para empezar, el orden de formación de las rótulas será diferente, formándose inicialmente la rótula en el punto central, y seguidamente se formará la segunda rótula en el nudo rígido izquierdo (nudo A), en lugar de en el derecho como veníamos acostumbrados de modelos anteriores.

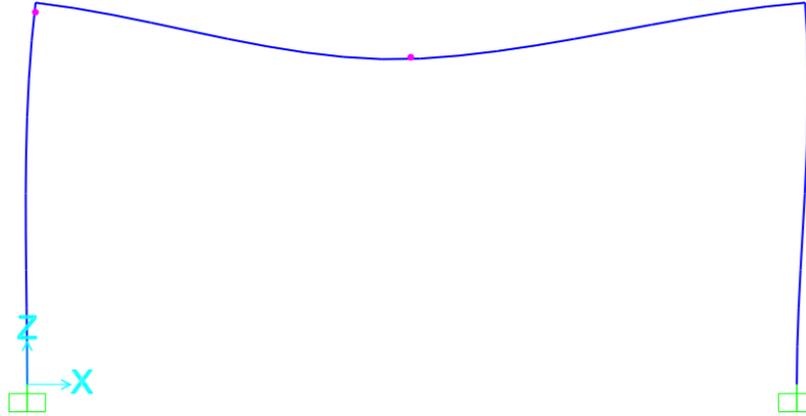


Figura 73 Primera rótula plástica

La deformada final quedará de manera similar, solo cambia el orden de formación de las rótulas, el número de ellas y los nudos en los que se producen serán los mismos.

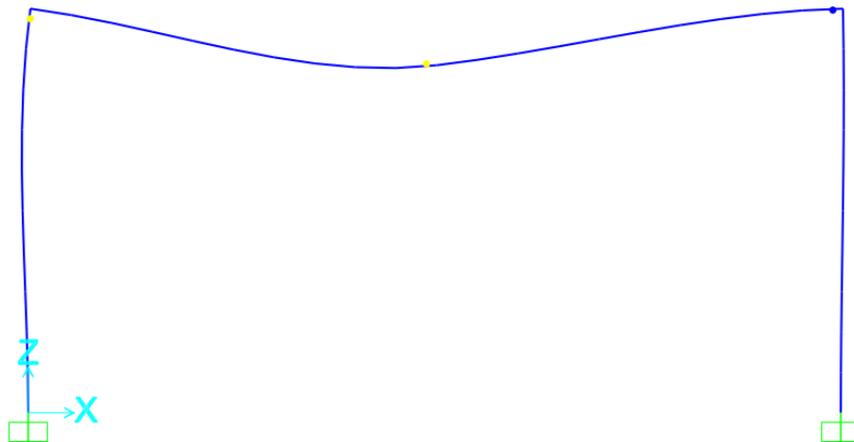


Figura 74 Deformada del pórtico

Para la carga de colapso, observamos que al tener en cuenta el efecto del axil, se producirá una disminución respecto al modelo anterior, aunque el gráfico será similar, con un crecimiento de la carga, y una ruptura en cierto punto.

La carga en el instante en el que se produce el mecanismo de colapso final será ahora de $P = 130018 \text{ N}$, la más baja hasta el momento, vemos que aquí es donde influye la programación de la rótula P-M3 en lugar de una rótula ideal donde solo se tenga en cuenta el momento M3. La carga continua creciendo según avanza el estudio hasta $P = 152914 \text{ N}$, cifra como vemos también inferior a la del anterior modelo.

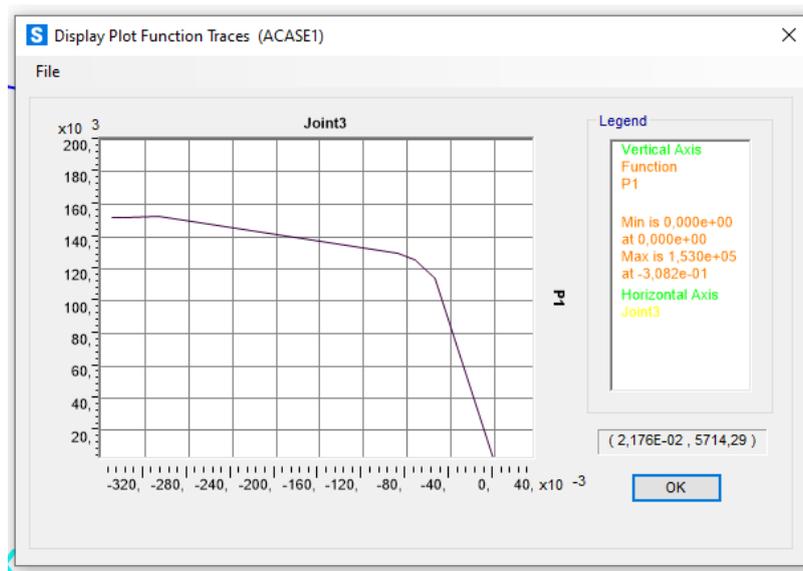


Figura 75 Relación Carga - Desplaz

El momento plástico en la formación de las rótulas seguirá siendo como en los anteriores modelos $M_p = 172700 \text{ Nm}$, normal teniendo en cuenta que hasta el último modelo no cambiamos las propiedades del acero. El momento plástico máximo alcanzado será de $M_p = 214731 \text{ Nm}$, instante en el cual comienza el descenso hasta llegar al punto deseado.

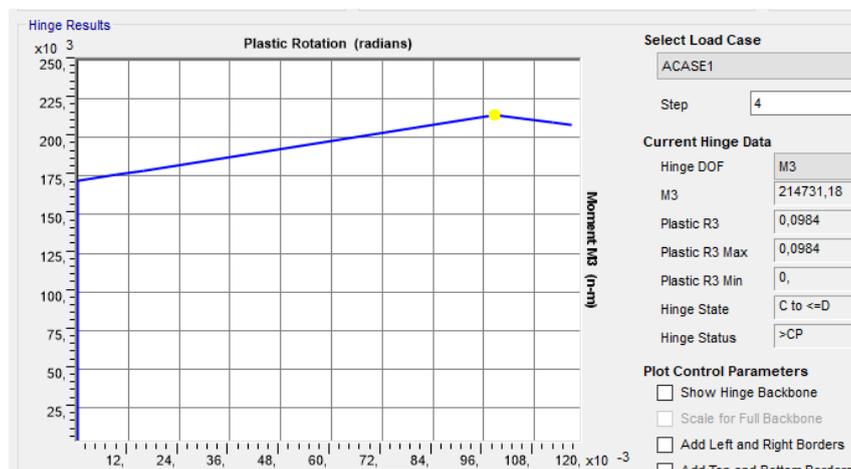


Figura 76 Relación M3 - Giro

MOMENTO/ROTACIÓN REAL CON INTERACCIÓN P-M3, MATERIAL Y PERFIL NO IDEALES

Se llegará al último modelo, donde nuestro pórtico tendrá unas características tanto en las propiedades del material y del perfil, como en la configuración de la rótula que nos las proporcionará SAP 2000 por defecto.

Modificamos entonces, las características del material para cambiar los estados de tensión límite finales, que hará que nuestro cálculo cambie considerablemente.

La deformada, número de rótulas y orden de formación será similar al modelo previo.

La carga de colapso habrá aumentado de manera importante, alcanzandose una carga en el instante de formación del mecanismo de $P = 141687 \text{ N}$. Vemos que será mayor que la del modelo anterior (modelo rótula real P-M3), pero inferior que la carga del modelo 3 (en el que teníamos la rótula real M3), esto es debido al efecto causante que tiene el axil en nuestra estructura, que hace que los valores cambien y sean menores que en caso de que no estuviesen. Alcanzamos en el momento de rotura, una carga $P = 166469 \text{ N}$, a partir de la cual comenzará el descenso hasta terminar el cálculo.

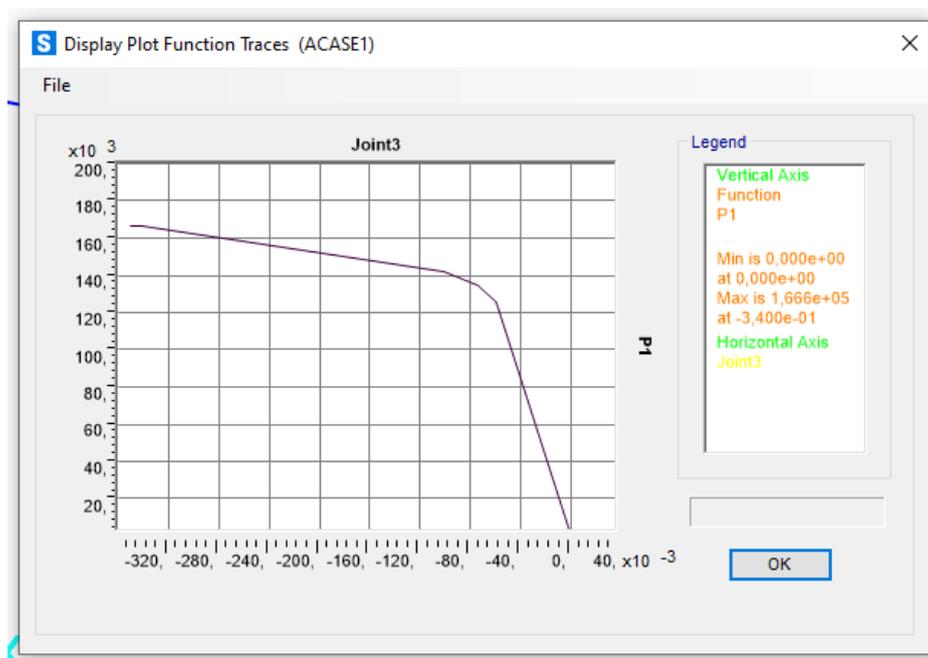


Figura 77 Relación Carga - Desplaz

El momento plástico se verá modificado, esto es consecuencia de la modificación de las propiedades del material, y tendrá un valor $M_p = 189103 \text{ Nm}$. El valor de este momento seguirá incrementandose hasta llegar a $M_p = 236110 \text{ Nm}$, el valor más alto alcanzado, y descenderá a partir de este momento.

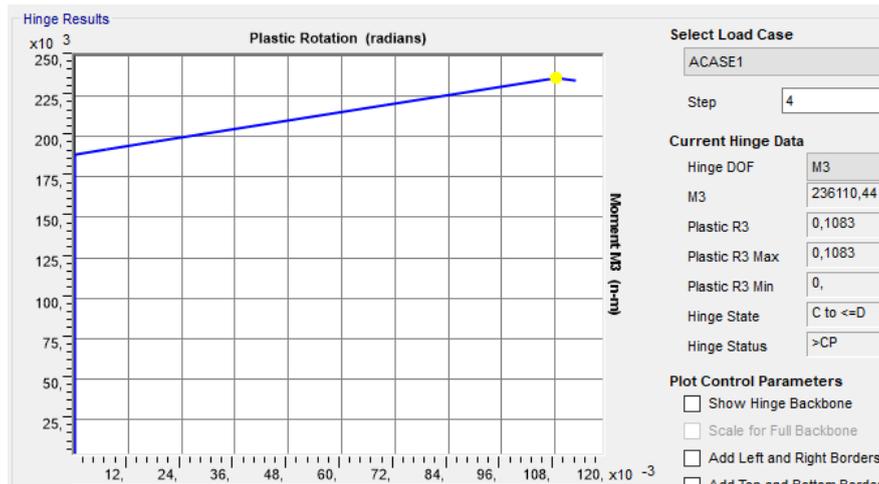


Figura 78 Relación M3 - Giro

Analizados uno a uno los modelos, y viendo las diferencias más acusadas entre unos y otros, solo nos queda comparar de manera conjunta los cálculos principales de todos los modelos.

Compararemos, para cada "STEP" de cada modelo, la carga de colapso alcanzada, el desplazamiento para dicha carga, y el giro relativo de las rótula plástica central.

○ CARGA DE COLAPSO

CARGA	M(d,i,ie,Mp)	M(r,i,ie,Mp)	M(r,i,ir,Mp)	M(r,i,r,Mp)	M(r,i,r,Mpr)	M(r,r,r,Mpr)
λ_0	0	0	0	0	0	0
λ_1	115133	114524	114524	114524	114067	125422
λ_2	130032	130059	130059	132506	125753	134651
λ_3	138160	138160	138160	145992	130018	141848
λ_4	138160	138160	138160	164442	152914	166469
λ_5	138160	138160	138160	163689	152078	166305
λ_6	138160	138160	138160	161573	151834	162884

Figura 79 Cargas de colapso

Lo más significativo será el descenso del valor de la carga en el último modelo y en el quinto modelo respecto al capítulo anterior. Esto tiene sentido ya que si en estos modelos tenemos en cuanto la influencia axial, tendrá que existir una modificación al tener ahora nuestro pórtico alterado con 2 cargas exiles en los pilares. El resto de modelos se mantiene similar.

○ **DESPLAZAMIENTO VERTICAL PTO. CENTRAL**

	M(d,i,ie,Mp)	M(r,i,ie,Mp)	M(r,i,ir,Mp)	M(r,i,r,Mp)	M(r,i,r,Mpr)	M(r,r,r,Mpr)
DESPLAZAMIENTO						
δ_0	0	0	0	0	0	0
δ_1	0,05468	0,05746	0,05746	0,05746	0,05723	0,06293
δ_2	0,08563	0,09064	0,09064	0,08882	0,07777	0,07904
δ_3	0,14353	0,14894	0,14894	0,1441	0,09375	0,10643
δ_4	0,28705	0,28998	0,28998	0,30569	0,31152	0,3436
δ_5	0,28706	0,28998	0,28998	0,34	0,34565	0,34
δ_6	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35

Figura 80 Desplazamiento pto. Central

Las diferencias ahora será mínimas respecto al capítulo anterior, y seguirá la misma evolución que hasta ahora. El desplazamiento final se alcanzará más rápido cuanto más real sea nuestra rótula.

○ **ÚLTIMO GIRO RELATIVO**

	M(d,i,ie,Mp)	M(r,i,ie,Mp)	M(r,i,ir,Mp)	M(r,i,r,Mp)	M(r,i,r,Mpr)	M(r,r,r,Mpr)
GIRO						
θ_1	0	0	0	0	0	0
θ_2	0,0159	0,0167	0,0167	0,0147	0,0146	0,016
θ_3	0,041	0,0419	0,0419	0,0371	0,0341	0,0367
θ_4	0,0984	0,0984	0,0984	0,0984	0,0984	0,1083
θ_5	0,1236	0,1228	0,1228	0,118	0,1153	0,1147

Figura 81 Giro relativo rótula nudo B

Datos prácticamente similares que en el pórtico sin adulterar, el giro relativo de la rótula no se ve afectado prácticamente por introducir valores de carga axil en nuestra estructura.

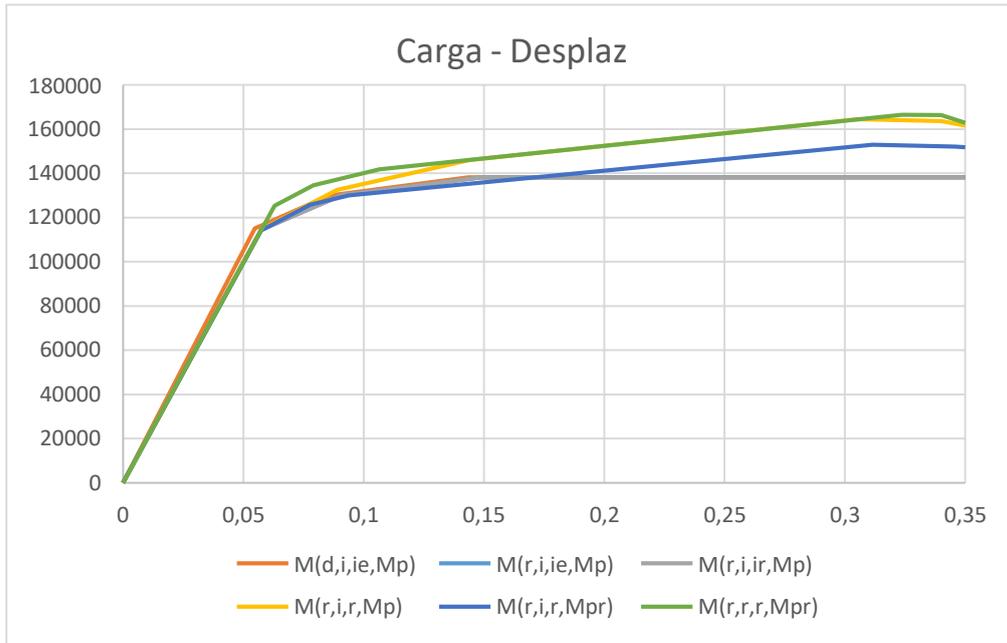


Figura 82 Gráfico Carga – Desplaz

Gráfico muy similar a los anteriores, pero ahora con la diferencia de que el valor de carga alcanzado por los modelos se reduce, como ya hemos visto, debido a la influencia del esfuerzo axial. Los 3 primeros modelos seguirán sin pendiente una vez alcancemos la carga de colapso, como hemos dicho ya por tener una rótula ideal.

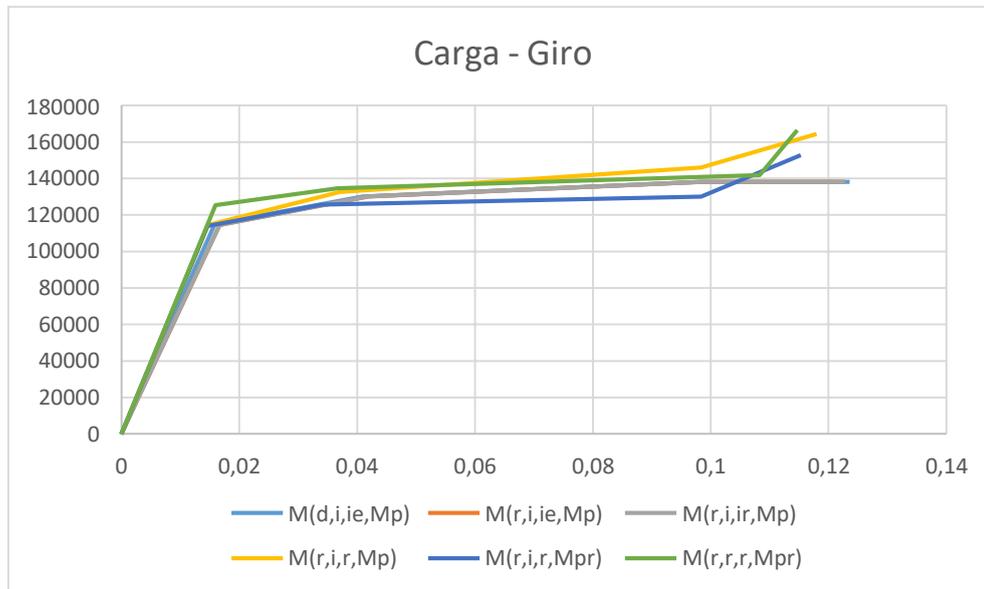


Figura 83 Comparación Carga - Giro

Para esta última gráfica, pocas cosas a destacar que no hayamos visto ya. La carga como se ha visto será menor, y según vayamos haciendo el modelo menos ideal, el giro relativo alcanzado por la rótula será menor.

5. MODELO FINAL APLICADO

Para finalizar el estudio y sacar conclusiones, vamos a ver un ejemplo más aplicado al ámbito habitual, tendremos un pórtico a dos aguas sometido a varias cargas tanto horizontales como verticales a lo largo de toda la estructura.

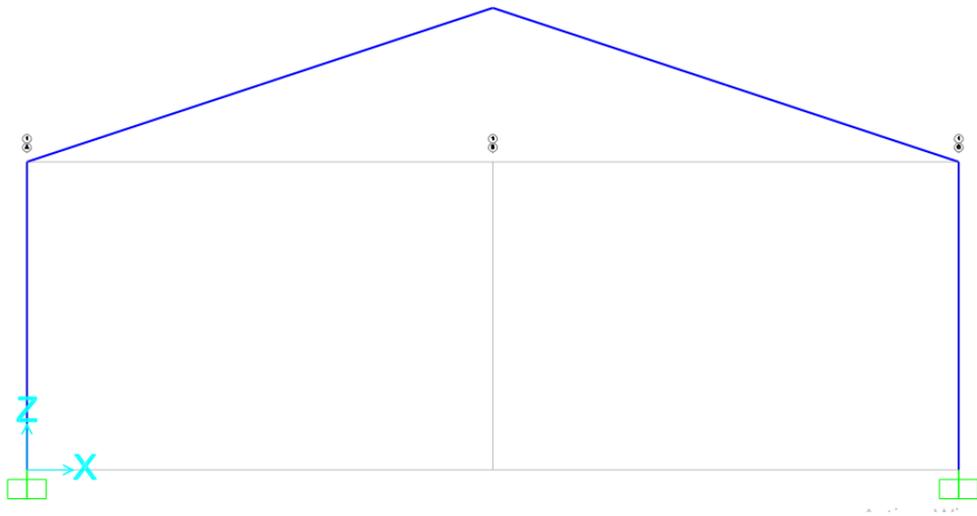


Figura 84 Pórtico nave industrial

Estas fuerzas pueden suponerse como cargas similares a pesos propios de las vigas, condiciones meteorológicas como viento o nieve y cargas colgantes dentro de la propia nave.

Para el cálculo plástico de este pórtico, solo veremos dos modelos, un primer modelo “ideal” donde introduciremos todas las modificaciones que nos permite SAP para hacer de este estudio algo sencillo, y un segundo modelo “real” en el que variaremos todas estas restricciones impuestas y dejaremos los valores reales que SAP nos da tanto para el material, la sección del perfil o la formación de la rótula plástica.

Compararemos los resultados de ambos modelos para parámetros importantes como pueden ser la carga de colapso, el desplazamiento del punto central del pórtico y el giro relativo de cada rótula en el instante de formación del mecanismo de colapso.

El estudio dinámico finalizará cuando el punto central del pórtico alcance un valor de desplazamiento vertical de 0,2m.

MODELO IDEAL

Vamos con el primero de los modelos, para el cual ya hemos dicho que restringiremos todas aquellas opciones que nos puedan dar problemas a lo hora de realizar un estudio no demasiado exhaustivo en la estructura. Este análisis será similar a un cálculo plástico que podamos hacer de manera rápida, “a mano” por así decirlo.

Las simplificaciones impuestas serán:

- Tensión límite del material ideal, relación Sigma/Épsilon ideal.
- Área de sección infinita (Cross Section x1000) y acción del esfuerzo cortante nula (Shear Area x0).
- Relación Momento/Rotación de la rótula ideal (M3) “extrapolated”.

Lo primero que analizaremos será la deformada del modelo.

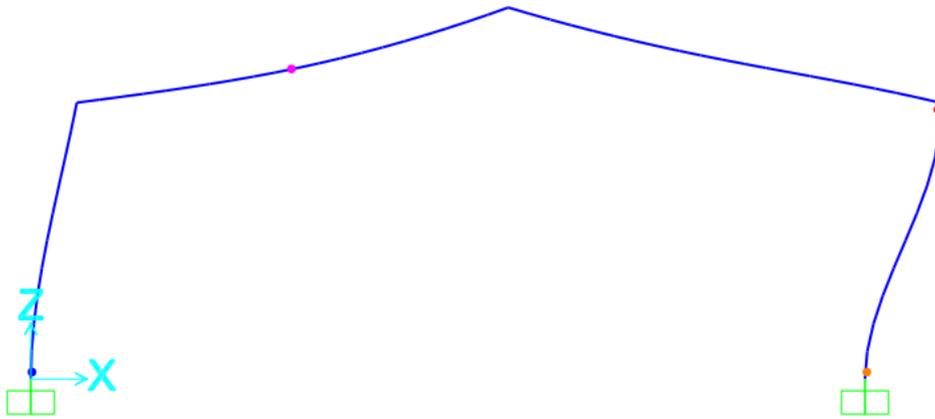


Figura 85 Deformada del pórtico

Se forman cuatro rótulas para formar nuestro mecanismo de colapso, la primera que se forma será en el empotramiento de la derecha, la siguiente en formarse lo hará en el nudo rígido de la derecha, la tercera, se formará en el otro empotramiento, el de la izquierda, y por último se formará la cuarta rótula plástica en el centro de la barra izquierda superior del pórtico, generandose así el mecanismo de colapso.

Podemos observar que cada rótula posee un color distinto, esto vendrá marcado dependiendo el giro relativo que haya realizado cada una en ese instante, cuando estudiemos el siguiente modelo, donde cambiará el color de éstas, veremos las diferencias en función del valor del giro.

Todas las barras trabajarán a compresión, desde el primer “STEP” tendremos valores de axil negativos (hemos dicho que trabajan a compresión). A medida que avazamos en el cálculo aumentará este esfuerzo compresivo, hasta tener en el mecanismo de colapso el siguiente diagrama.

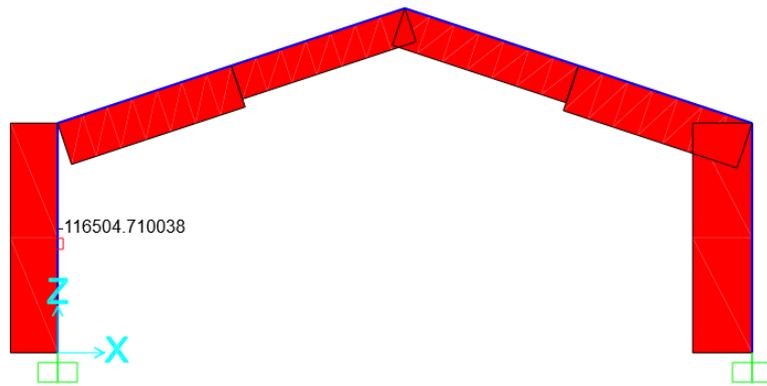


Figura 86 Diagrama de esfuerzo axiales

En el diagrama de flectores, podemos observar, en el punto señalado, que el momento alcanzado no supera el momento plástico requerido, los puntos en los que se forman las diferentes rótulas llegan al valor del momento plástico de 172700 Nm, que no crecerá más a lo largo del cálculo.

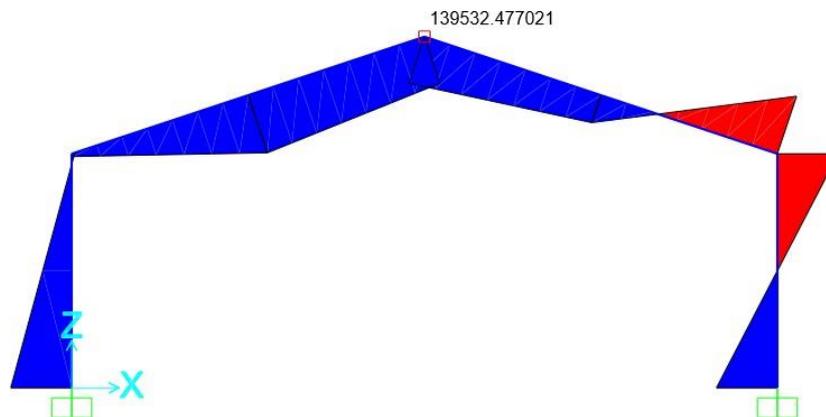


Figura 87 Diagrama de momentos flectores

La carga de colpaso, crecerá en régimen estático lineal, llegando para la primera rótula pástica a un valor de $P = 20635 \text{ N}$, la pendiente de crecimiento cambiará según se vayan formando las rótulas, hasta alcanzar un valor de carga en el mecanismo de colapso de $P = 32895 \text{ N}$.

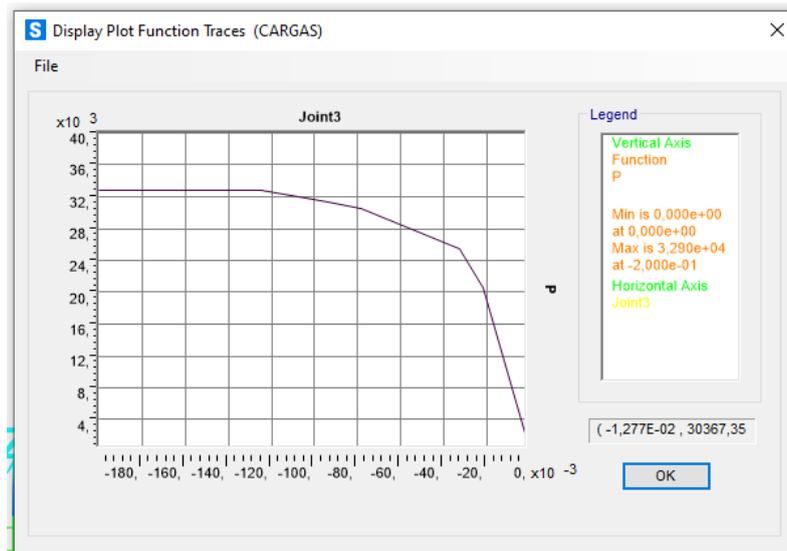


Figura 88 Relación Carga – Desplaz

El momento plástico de las rótulas se mantendrá constante en $M_p = 172700 \text{ Nm}$, más que normal si vemos que estamos en un modelo ideal en el que la tensión límite del material siempre será **275 MPa**.

Cuando alcanzamos ese valor de momento, se crean las rótulas y comienzan a tener giro relativo, nada que no hayamos analizado antes.

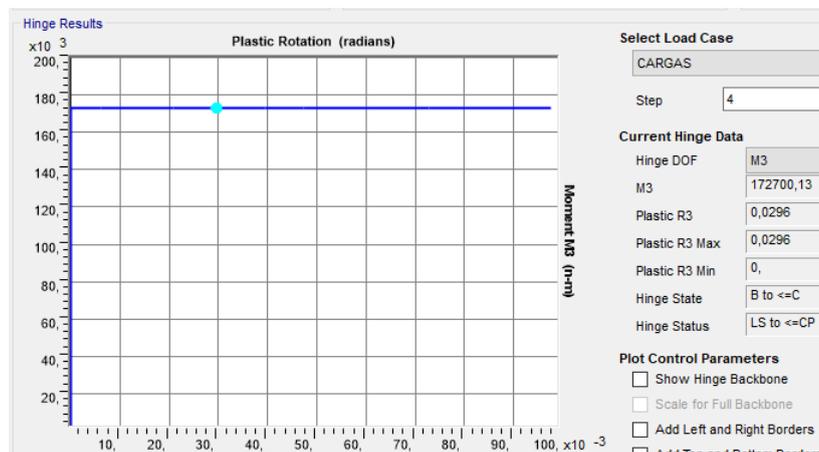


Figura 89 Relación M3 - Giro

MODELO REAL

Estudiaremos ahora un modelo sin modificaciones ni en el material, ni en el perfil, ni en la creación de la rótula, configuramos la estructura de la manera predeterminada que nos da SAP para trabajar con él.

Las características al crear nuestro modelo real serán:

- Relación Sigma/Épsilon real, tensiones límites del material reales.
- Sección de área real (Cross Section x1) e influencia real del esfuerzo cortante (Shear Area x1).
- Relación Momento/Rotación de la rótula real (P-M3) "no extrapolated".

Definidas ya las condiciones, procedemos a comenzar el cálculo plástico.

Nuestra deformada de la estructura será prácticamente similar en cuanto a forma, e igual en el orden de formación de rótulas. Si es cierto como ahora veremos, que los colores de éstas varían respecto al modelo ideal. Esto se debe a que en este estado real, el mecanismo de colapso se alcanza antes en este modelo, el color de las rótulas definen el giro realizado, y al ver que son diferentes, estos giros también lo serán.

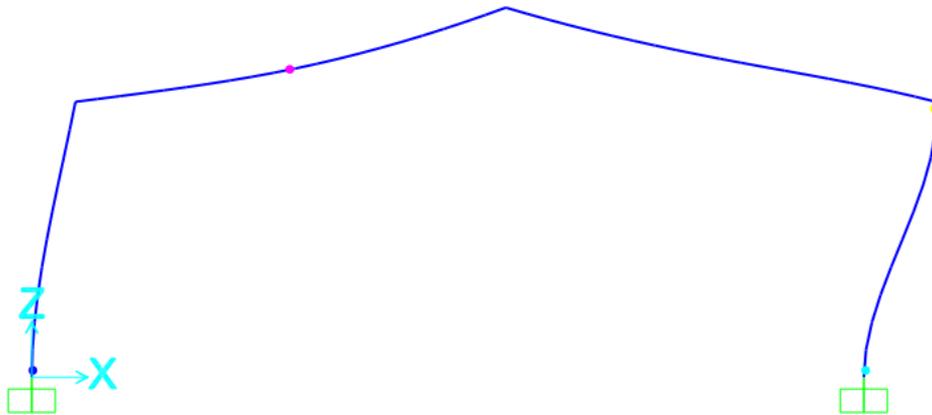


Figura 90 Deformada del pórtico

El diagrama de esfuerzo axial será parecido, ya que siguen comportándose todas las barras a compresión, pero los valores habrán cambiado, yendo éstos desde los 110000 N hasta los 172000 N en la barra que más trabaja, la del empotramiento derecho, donde se forma la primera rótula.

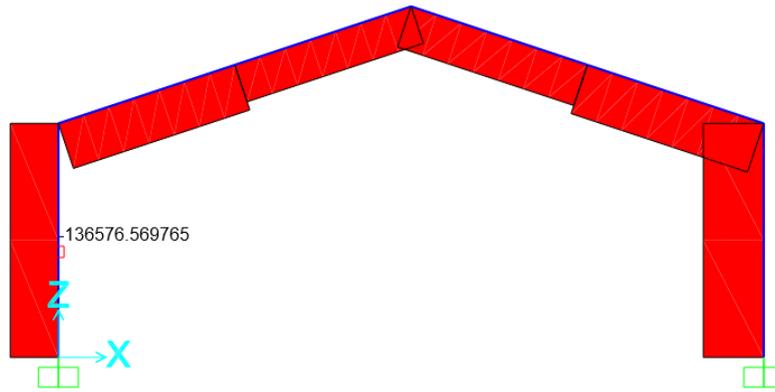


Figura 91 Diagrama de esfuerzo axiales

El diagrama de momentos flectores también será similar a simple vista, pero con datos muy diferentes. La primera diferencia que podemos observar es que el punto central del pórtico tiene un momento muy superior al del modelo ideal, incluso superando el momento plástico de éste, pero al haber cambiado las condiciones, este momento no será suficiente para que se forme una rótula. El resto de puntos en los que sí se forma rótula, lo hará para un momento $M_p = 189000 \text{ Nm}$ aproximadamente. También vemos que a partir de ahí los momentos plásticos siguen creciendo hasta alcanzar valores de 225000 Nm , cifra muy superior a los 172700 Nm de los que no pasa ningún punto en el modelo ideal.

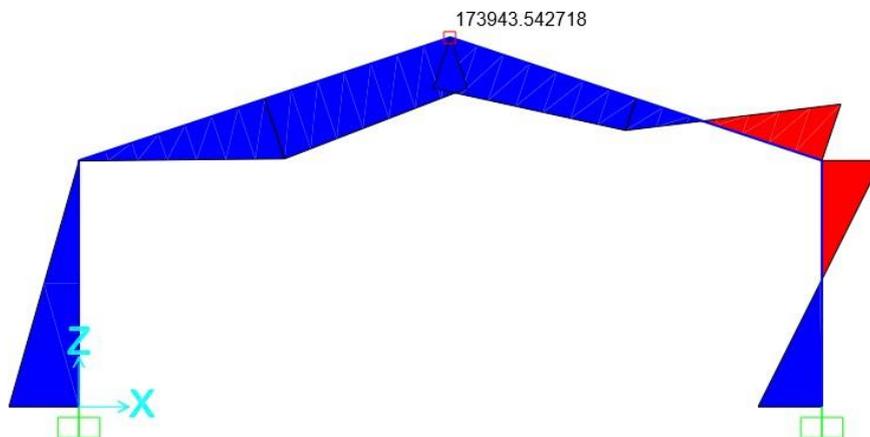


Figura 92 Diagrama de momentos flectores

La carga de colapso será en este modelo mayor que en el modelo ideal, a pesar de tener en cuenta el efecto de la carga axial. Dicha carga alcanzará en la primera rótula plástica un valor de $P = 22237 \text{ N}$, seguirá creciendo con diferente pendiente hasta alcanzar el mecanismo de colapso con carga $P = 39421 \text{ N}$, seguirá subiendo hasta la ruptura de la rótula, y empezará a descender hasta el fin del estudio.

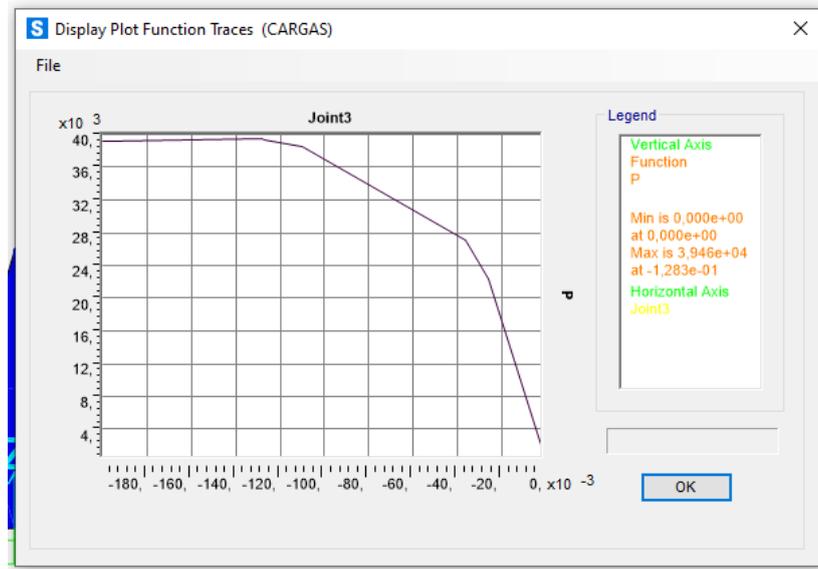


Figura 93 Relación Carga - Desplaz

Por último, para el estudio de las rótulas, vemos que se llega al momento plástico para un valor $M_p = 184865 \text{ Nm}$, continuará creciendo (al igual que la carga de colapso) hasta un valor $M_p = 223135 \text{ Nm}$, cuando se produce la rotura, y comenzará a descender su valor.

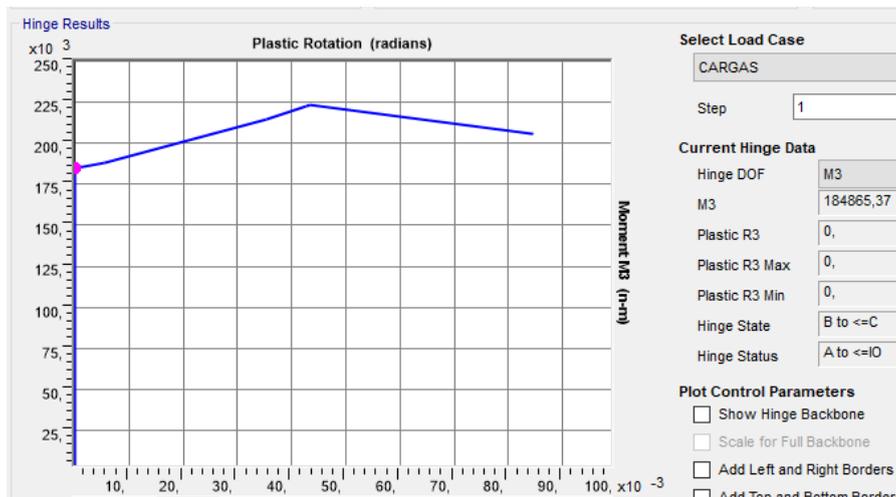


Figura 94 Relación M3 - Giro 1

Vistos ambos modelos por separado, podemos observar notables diferencias en el comportamiento del pórtico. Comparamos ahora los parámetros mas importantes de los dos modelos para ver dichas diferencias.

○ CARGA DE COLAPSO

	M.IDEAL	M. REAL
CARGA		
λ_0	0	0
λ_1	20635	22377
λ_2	25534	27152
λ_3	30472	38510
λ_4	31274	39421
λ_5	32170	39458
λ_6	32895	39117
λ_7	32895	38756
λ_8	32895	38756

Figura 95 Cargas de colapso

Vemos una clara diferencia de valores entre el modelo real, que alcanzará un valor de carga máximo y después comenzará a descender, y el modelo ideal, que tiene una evolución inicial similar pero que se mantiene constante al llegar a la carga de colapso.

○ DESPLAZAMIENTO PTO. CENTRAL

	M.IDEAL	M. REAL
DESPLAZ.		
δ_0	0	0
δ_1	0,022	0,026
δ_2	0,03294	0,03645
δ_3	0,07865	0,11033
δ_4	0,09381	0,12707
δ_5	0,11078	0,12834
δ_6	0,125	0,1899
δ_7	0,1626	0,2
δ_8	0,2	0,2

Figura 96 Desplazamiento pto. central

El modelo real, alcanzará el valor del desplazamiento con una mayor progresión que el modelo ideal, que llegará de forma menos pronunciada a 0,2 metros.

○ **GIRO RELATIVO**

	M.IDEAL	M. REAL
GIRO		
θ_1	0	0
θ_2	0,00526	0,00615
θ_3	0,0352	0,0208
θ_4	0,0427	0,0296
θ_5	0,0433	0,0394
θ_6	0,0846	0,0473
θ_7	-	0,0727
θ_8	-	0,0976

Figura 97 Giro relativo rótula nudo B

Para el giro relativo, será diferente. Curioso que ahora el giro final se alcance antes y con un valor menor en el modelo ideal, y no en el real, que alcanzará un valor más grande y de forma menos pronunciada.

Con el último gráfico que veremos a continuación, corroboraremos lo visto hasta ahora en el resto de capítulos.

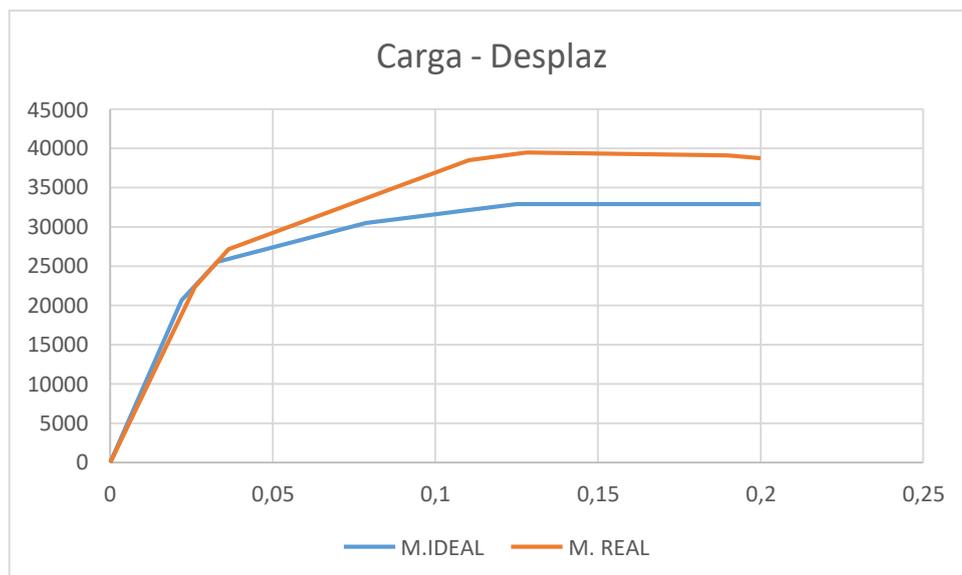


Figura 98 Comparación Cargas - Desplaz

Como visión final del estudio, se pueden observar como hemos dicho todas las características de ambos modelos.

El modelo ideal tendrá una pendiente inicial un poquito mayor, a medida que se van formando rótulas la pendiente irá disminuyendo hasta alcanzar la carga de colapso y permanecer constante hasta fin del estudio.

El modelo real en cambio, alcanzará su carga de colapso antes que el modelo ideal y con un valor mayor que este, continuará creciendo hasta en valor máximo y comenzará el descenso hasta el punto final. Las diferencias de cargas hubiesen sido más acusadas si no hubiesemos tenido en cuenta la influencia del axil.

6. CONCLUSIONES

Una vez vistos tantos modelos, y tantas formas de analizar la plasticidad de estructuras de barras, podemos sacar bastantes conclusiones a la hora de realizar una comparativa entre el análisis simple y a mano, y el análisis complejo mediante SAP 2000.

Se ha observado, que existen dos parámetros básicos que hacen que nuestro análisis cambie de manera notable, y esos son:

1. La creación de un modelo de rótula real, es decir, una relación Momento/Rotación real, y además una influencia del axil que hará que la rótula no sólo dependa del momento M_3 , sino que también del axil P .
2. La modificación del material al no suponerlo ideal, haciendo que el límite elástico y otras características tengan un valor mayor, dando lugar a diferentes resultados.

El primero de nuestros parámetros, será la variable fundamental a tener en cuenta, ya que la creación de un modelo de rótula incluye aspectos como, la plastificación de las fibras más alejadas, la relación momento/rotación no ideal y la consideración del esfuerzo axil a la hora de realizar el estudio.

La plastificación de las fibras y la relación real M/R , hará que al alcanzar la carga de colapso, siga habiendo una pendiente positiva que hará que en muchos casos se llegue a valores muy diferentes, y que, aunque la rotura de fibras hará que disminuya, seguirá habiendo una gran diferencia.

La influencia del axil, por otra parte, suavizará esta diferencia al hacer que la carga de colapso necesaria sea menor, es decir, acelera el proceso para alcanzar la plasticidad de las barras.

Trs el análisis, la variable más notoria y que tendrá relación con todas y cada una de las demás variables, será la carga de colapso, y consecuentemente relacionado con ella, el momento plástico.

Así es, después de tantos modelos, gráficos globales y resultados finales, que se puede afirmar que existe una clara diferencia entre lo que podemos considerar un modelo simple, realizado a mano, y que nos puede sacar del paso a la hora de realizar un estudio rápido, y un modelo complejo que nos dará resultados más exactos y realistas, pero con un nivel de complejidad de operación mucho mayor.

Visto el grado de diferencia, el análisis simple podemos considerar que Sí que se adapta a una buena aproximación a lo que puede ser la realidad, y que se puede considerar una buena salida a la hora de realizar métodos de análisis de cálculo plástico a mano, de manera rápida, y obteniendo resultados sencillos pero satisfactorios.

7. BIBLIOGRAFÍA

[1] Trabajo Fin de Grado “*Cálculo elástico y cálculo plástico de vigas de acero solicitadas a flexión*” por la Universidad Politécnica de Valencia.

[2] Normativa Básica de la Edificación NBE EA-95. Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España.

[3] Ministerio de la vivienda: “Documento básico Seguridad estructural, Acero”, Código Técnico de la Edificación “CTE”. Disponible en <https://www.codigotecnico.org/>

