

## EXPLORANDO LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

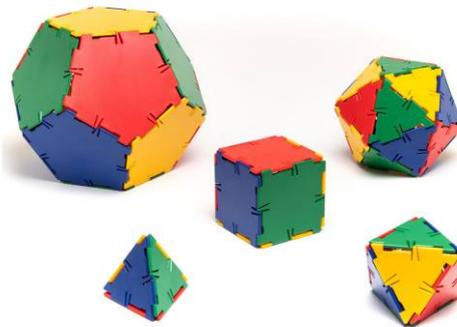
Una de las dificultades del estudio de los cuerpos geométricos es que al ser figuras en tres dimensiones, su visualización y la comprensión de sus propiedades a partir de imágenes planas supone un obstáculo. Para ello, es conveniente que, inicialmente, se permita a los alumnos trabajar con modelos físicos de los cuerpos geométricos, bien sean sólidos, rellenables, huecos, o armazones.

En la siguiente práctica se muestran los diferentes materiales que se pueden utilizar y algunos ejemplos de actividades que se pueden llevar a cabo con ellos.

### ACTIVIDADES SOBRE CUERPOS GEOMÉTRICOS FORMADOS A PARTIR DE SUS CARAS

Para este tipo de actividades se pueden usar materiales como el Polydron (Figura 1) o el material Plot (Figura 2).

El Polydron es un material estructurado compuesto por triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos y hexágonos regulares de plástico que pueden unirse entre ellos por los bordes (aristas). Se pueden utilizar para construir poliedros, tanto regulares como no regulares y así explorar un modelo físico de los mismos, como para explorar relaciones entre algunos polígonos regulares, la construcción de poliedros y la teselación del plano.



**Figura 1:** Polydron (<https://www.polydron.co.uk/mathematics/polydron-platonic-solids-set.html>)

El material Plot es un material estructurado, popularizado en España hacia los 80. Consiste en una serie de polígonos con pestañas que permiten unirse entre ellos mediante el uso de gomitas para formar cuerpos geométricos.



Figura 2: Material Plot.

Puedes encontrar más información sobre su historia y actividades en los siguientes enlaces, además de poder acceder a **plantillas imprimibles de este material** (lo que te permitirá hacer las actividades propuestas más adelante).

<http://reseteomatematico.com/plantillas-construir-poliedros-cartulina-gomas/>

<http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/construccionpoliedros/gomas.html>

Bien con el Polydron o con el material Plot, construid los cinco poliedros regulares. Una vez contruidos, rellenad las tablas que aparecen a continuación, siguiendo los pasos que se vayan marcando:

- Contad el número de caras, vértices y aristas que posee cada uno de los cinco poliedros regulares y anotadlo en la tabla. Estudiad si se verifica la relación de Euler entre caras, aristas y vértices.
- Recordad el concepto de poliedros duales (búscalo en tus apuntes) y qué parejas de poliedros regulares son duales entre sí. ¿Observáis alguna relación entre las caras, aristas y vértices de los poliedros que son duales entre sí?

Poliedros regulares	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas	¿Relación de Euler?
TETRAEDRO				
CUBO				
OCTAEDRO				
DODECAEDRO				
ICOSAEDRO				

- Comprobad que el número de caras que concurren en cada uno de los vértices de un poliedro regular es el mismo, y anotad dicho número de caras. Calcula la suma de los ángulos interiores de las caras que concurren en cada vértice.

Poliedros regulares	Caras que concurren en un vértice	Suma de los ángulos interiores
TETRAEDRO		
CUBO		

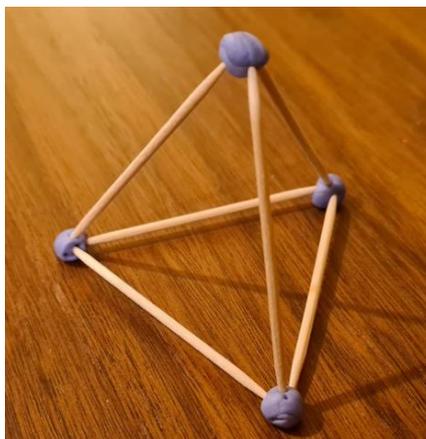
OCTAEDRO		
DODECAEDRO		
ICOSAEDRO		

- Como habréis observado, el número de caras que concurren en un vértice es siempre mayor o igual que 3. ¿Podría ser inferior a 3?
- Como habréis podido observar, la suma de los ángulos interiores es inferior a  $360^\circ$ . ¿Se podrían construir poliedros si esa suma fuera igual o superior a dicha cifra? Piensa en lo que ocurriría en el desarrollo de la figura, y si podría construirse con esa configuración un cuerpo en el espacio.
- A partir de lo anterior, puede justificarse que sólo existen estos cinco poliedros regulares. Pensad cómo.

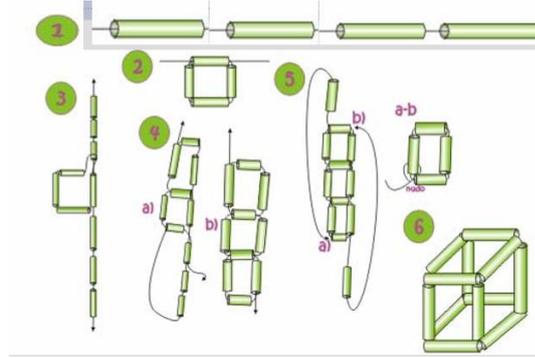
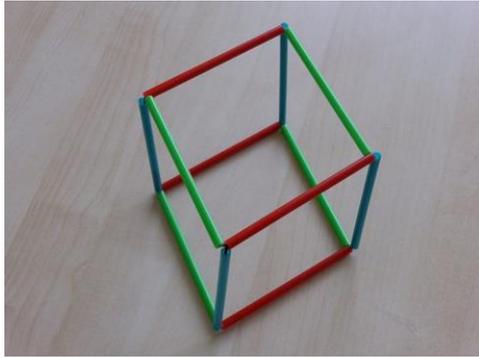
### ACTIVIDADES A PARTIR DE ARMAZONES

Los armazones son aquellas figuras geométricas formadas únicamente a partir de las aristas del cuerpo. Es más complicado visualizar el cuerpo en cuestión, pues no se encuentran las caras del poliedro que representan, pero, por otro lado, permite trabajar con las aristas y explorar otro tipo de relaciones dentro del cuerpo geométrico que con los cuerpos sólidos no es posible.

La forma más sencilla de conseguir este material es utilizar palillos o pajitas para hacer las aristas y plastilina para hacer los vértices.



Por último, en esta línea del armazón, la profesora de Esperanza Teixidor Cadenas (Las Palmas de Gran Canaria) ha desarrollado el cubo Bafi. Se trata de un cubo construido con pajitas y goma elástica que permite su deformación y construcción y representación de otras figuras.



Su autora ha diseñado diferentes actividades y propuestas de aula que podéis encontrar en los siguientes enlaces:

<https://cubodidacticobafi.com/>

[http://www.sinewton.org/numeros/numeros/74/Experaula\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/74/Experaula_01.pdf)

Es un material interesante por ser muy polivalente y su fácil construcción en casa (tenéis un diagrama en la imagen de la derecha anterior).

Para practicar con los armazones, te proponemos las siguientes actividades:

- Construye el armazón del tetraedro regular, el cubo y el octaedro regular. ¿Cuántas pajitas o palillos necesitas (aristas)? ¿Y bolitas de plastilina (vértices)?
- En el cubo, construye una diagonal del mismo, y una diagonal de una de las aristas. ¿Puedes establecer la relación de longitudes entre la arista del cubo y las diagonales que has construido?

### ACTIVIDADES A PARTIR DE CUERPOS RELLENABLES

Los cuerpos rellenables permiten relacionar el volumen con la capacidad, además de establecer relaciones entre el volumen de algunos cuerpos que están relacionados.



- Coge un prisma y una pirámide que tengan la misma base y la misma altura. Rellena la pirámide con agua o arroz y, una vez llena, vuelca el contenido dentro

del prisma. Repite este proceso tantas veces como sea necesario para llenar el prisma. ¿Cuántas veces has tenido que llenar la pirámide? ¿Qué relación existe entonces entre el volumen de la pirámide y del prisma?

- Coge ahora el cono, el cilindro y la esfera. ¿Existe alguna relación entre el radio de la esfera, el radio de las bases del cono y el cilindro y la altura del cono y el cilindro? Rellena la pirámide y vuélcala en la esfera. ¿Cuántas veces necesitas repetir el proceso para llenar la esfera? Realiza ahora el mismo procedimiento con el cono y el cilindro. ¿Puedes establecer alguna relación entre los volúmenes del cono, el cilindro y la esfera?

## **ACTIVIDADES EN TORNO A LOS DESARROLLOS PLANOS DE FIGURAS TRIDIMENSIONALES**

Otra parte importante del trabajo con cuerpos geométricos es comprender la relación que existe entre los desarrollos planos de los mismos y el cuerpo geométrico en sí (que debe ser desarrollable). Por un lado, porque a partir del desarrollo en un papel, cartulina o cualquier otro material que pueda plegarse) de las mismas podemos construir dichas figuras tridimensionales, mediante plegado y pegado. Por otro, porque nos será de gran ayuda para calcular el área o superficie lateral (sin contar las bases) o total (contando las bases) de las mismas. Además, contribuye a desarrollar las habilidades de visualización de los cuerpos geométricos que admiten desarrollo plano. Todos los cuerpos geométricos que se han visto en el tema, salvo la esfera, admiten un desarrollo en el plano.

Se proponen actividades en dos direcciones: por un lado, se dan los desarrollos planos de cuerpos geométricos y hay que construirlos y razonar sobre los mismos. Por otro, se dan algunas condiciones de diferentes cuerpos geométricos y debéis ser capaces de construir los desarrollos planos que darían lugar a dichos cuerpos.

### **Actividades a partir de los desarrollos planos**

En los anexos tienes figuras que puedes recortar (acuérdate de recortarlas con pestañitas para poderlas cerrar) para realizar las siguientes actividades. Si las imprimes en acetato (lámina transparente), podrás visualizar el interior.

- Recorta el cilindro 1 y el cono1. Compara las bases entre ambos y compara la altura entre ellos. ¿Existe alguna relación? Dibuja las generatrices de cada uno de ellos y compáralas. ¿Son iguales? ¿Por qué?
- Recorta los conos 2 y 3. Compara sus bases. ¿Existe alguna relación? Compara sus alturas. ¿Son iguales? ¿Qué diferencias existen en sus desarrollos planos?

Tienes otros desarrollos planos en el siguiente enlace:

<http://www.uco.es/~ma1fegan/Comunes/recursos-matematicos/DESARROLLO-DE-CUERPOS-GEOMETRICOS.pdf>

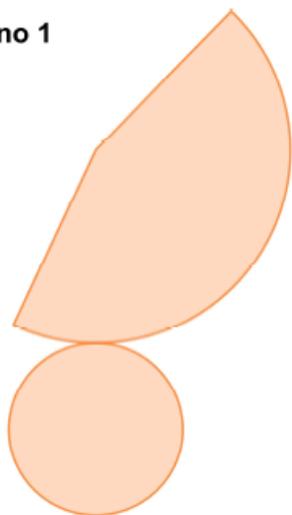
### **Actividades para construir desarrollos planos**

Dadas las siguientes condiciones, dibuja los desarrollos planos de los siguientes cuerpos geométricos (puedes usar GeoGebra). Explica las relaciones y propiedades que utilizas para poder realizar las construcciones. Una vez que los hayas hecho, recórtalos, pégalos (acuérdate de recortar pestañitas para poder pegarlo) y comprueba que cumplen con las características pedidas en el enunciado.

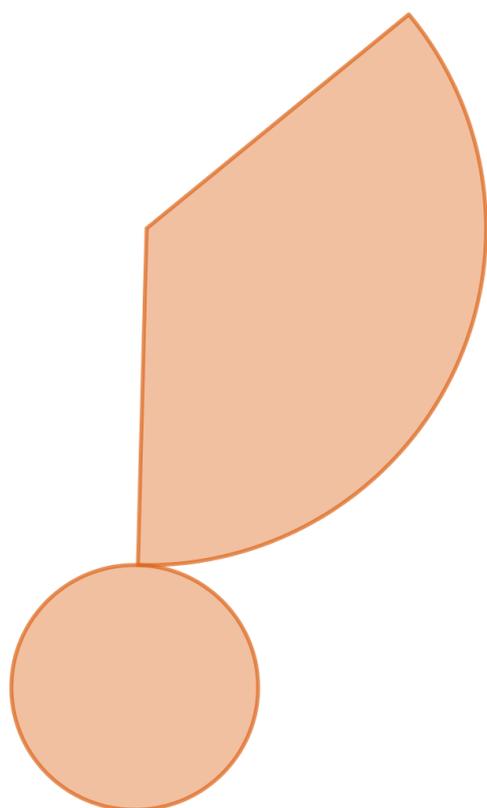
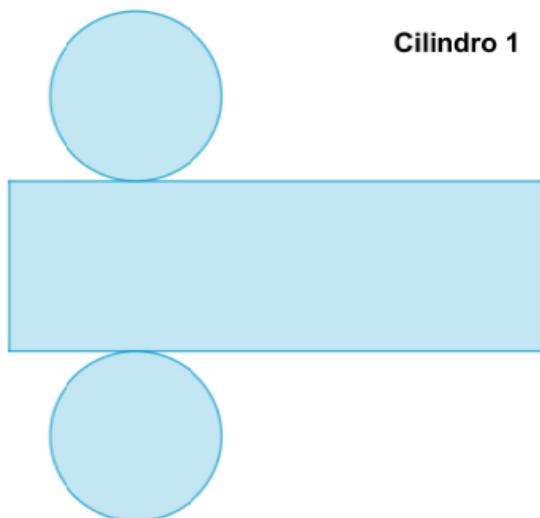
- Un ortoedro cuyas aristas midan 3, 4 y 5 cm.
- Una pirámide cuadrangular regular cuya apotema de la base mida 3 cm y la apotema de la pirámide mida 6 cm.
- Una pirámide cuadrangular regular tal que el lado de la base mida 4 cm y la altura de la pirámide sea de 5 cm.
- Un cilindro cuyo radio mida 3 cm y su altura mida 5 cm.
- Un cono cuyo radio mida 3 cm y su altura mida 6 cm.
- Un cono cuya altura mida 10 cm y la longitud de la circunferencia de su base sea 15 cm.

## ANEXOS

**Cono 1**



**Cilindro 1**



**Cono 2**



**Cono 3**