Universidad de Valladolid

Facultad de Educación y Trabajo Social

Trabajo de fin de grado

Geometría, origami y creatividad en el aula de primaria.

Autor: David Cuadrillero Hernández

Tutor: María del Carmen Martín Yágüez

2021

Índice

RESUMEN

El siguiente trabajo de investigación nace como contrapunto de la enseñanza imperante de la geometría en la educación actual, ya que actualmente la mayoría de clases van destinadas al aprendizaje de conceptos poco significativos y muy alejados de cualquier acción creativa y manipulativa. Para ello nos hemos embarcado, en la búsqueda de una metodología, que de una manera holística y lúdica, ayude al alumno tanto a interiorizar la geometría como a desarrollar su potencial creativo.

El objetivo del mismo, es demostrar que la incorporación de técnicas manipulativas, el origami en este caso, ayudan de manera beneficiosa a aprender geometría y a desarrollar la creatividad a través del juego.

Para ello hemos hecho un recorrido histórico sobre los aspectos más importantes que enmarcan el origami y la geometría, así como de las metodologías que se han servido de esta técnica de doblado de papel, para iniciar a todo tipo de alumnos en la comprensión de la materia.

Todo con el fin de demostrar que concurre un vínculo muy fuerte entre ambos aspectos, y que existe una manera alternativa de enseñar geometría, que por su carácter manipulativo y expresivo, proporciona al alumno un aprendizaje integral, valiéndose de su propio cuerpo para aprender. Obteniéndose así una propuesta didáctica que sirva de guía para incorporar el origami a las clases de educación primaria.

INTRODUCCIÓN

La idea de realizar este trabajo sobre papiroflexia y su relación con la geometría y la creatividad, surge de unas jornadas que realizaba en una escuela taller de arte, donde niños de cinco a doce años recibían clases de papiroflexia, en un barrio de mi ciudad.

Quedé fascinado por la simplicidad del material y en contraposición por la profundidad y complejidad de este arte, donde un simple pliegue, ya sea en valle o montaña, generaba una infinidad de posibilidades creativas e imaginativas que surgían del papel en blanco. Me sobrecogía la idea de pensar, que niños en edades tan tempranas, podrían demostrar tanta capacidad imaginativa y tanto entusiasmo, en un arte que tiene que competir con todos los avances tecnológicos, a los que a muy temprana edad tienen alcance.

En este sentido comencé a preguntarme si realmente existía una conexión entre el origami y la creatividad y si esto realmente se podría establecer como un elemento de enseñanza en la etapa escolar.

A causa de esto intenté recordar aquellos primeros avances o trabajos con el origami en mi etapa escolar. De esta etapa recuerdo haber hecho alguna figura en las clases, de lo que en aquel entonces llamábamos plástica. En esas clases de plástica seguíamos las instrucciones del profesor para elaborar la figura deseada. Ciertamente esa idea de seguir instrucciones con el origami, hasta alcanzar una figurada dada, se alejaba mucho de lo que había percibido en la escuela taller, pues seguir instrucciones dista mucho de cualquier cosa que se pueda llamar creatividad o que tenga lo más mínimo que ver con ella.

Desafortunadamente esa idea de papiroflexia , como mero hecho de seguir instrucciones, perdura hoy en día, donde para los días del padre o de la madre se hacen figuras como tulipanes o pajaritas sin ahondar más que en repetir los pasos dados por el profesor en cuestión.

Toda esta reflexión sobre mi experiencia vivida tanto en las prácticas escolares, como en los apoyos que hacía en la escuela taller, me llevó a preguntarme si habría alguna manera de llevar el origami al aula, sin tener que recurrir a las clases de educación artística tradicional. Para ello comencé a buscar información que relacionase ambos ámbitos, así como metodologías que hubiesen incorporado estos elementos en la educación.

Esto me llevó a centrar mi trabajo en la enseñanza de la geometría a través del origami, y como esta metodología contribuye enormemente al desarrollo creativo del alumno, así como a su compresión sobre la lógica geométrica.

El trabajo se ha divido en tres grandes bloques, el primer bloque trata sobre el marco teórico e histórico que envuelve, tanto la geometría como el origami.

La segunda parte trata sobre la relación del origami, la geometría y la creatividad. De cómo estos tres elementos se relacionan entre sí, a través de los resultados obtenidos en la búsqueda de información.

La última parte del trabajo es una propuesta de trabajo para llevar el origami al aula, cuál debería ser el papel del profesor y como debe desarrollarse las clases.

OBJETIVOS

Objetivos generales:

- Analizar e interpretar tanto el sentido y esencia de la geometría como del origami.
- Desarrollar una propuesta didáctica para trabajar el origami en el aula.

Objetivos específicos:

- Establecer la importancia del origami para trabajar la geometría y la creatividad.
- Poner de manifiesto las ventajas educativas de trabajar con el origami.
- Establecer las pautas a seguir por el docente para trabajar el origami en el aula.
- Señalar las virtudes del trabajo manipulativo en la etapa de primaria.

.

1. Geometría

La Real Academia de la lengua española define la geometría *como el estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el espacio*, esta definición bastante general y amplia, que hoy conocemos y a la cual tenemos acceso a través de múltiples plataformas, como pueden ser las páginas web y los libros de texto, no refleja en absoluto la verdadera esencia de esta ciencia, así como el cambio que supuso su aparición en la antigua Grecia.

Es Herodoto de Halicarnassos (484 a.C.- 425 a.C.) quien utiliza por primera vez el término de geometría, cuando en *Los nueve libros de la historia*, nos relata que el rey Sesostris, utilizó la geometría para encontrar la distribución adecuada de la tierra, para compensar las pérdidas que tenían los agricultores en sus parcelas, debido a las crecidas del río Nilo. Es esta definición de geometría, *medida de la tierra,* la que pone en relieve la utilidad y la naturaleza de la geometría, que nace como una necesidad de dividir y proporcionar el espacio, para encontrar soluciones a las problemáticas más cotidianas de la vida del hombre.

En esta definición encontré el sentido de esta ciencia, y la necesidad que tiene el hombre de usarla tanto para comprender su entorno, como para valerse de ella y poder modificarlo.

1.2. Origen e historia de la geometría.

Antes que Herodoto plasmase en el papel la palabra geometría, se atisbaban pequeños rasgos de algo que podría denominarse los primeros mimbres de la geometría. Los más famosos son unas tablillas de origen babilónico, donde se mostraban cálculos y cadencias trigonométricas, las cuales se utilizaban para mostrar razones o proporciones, que resultaban ser aproximaciones bastante cercanas a lo que posteriormente sería conocido como teoremas de carácter geométrico.

Las tablillas más relevantes son:

- La tablilla Plimpton 322.
- La tablilla YBC 7289.

Estas tablillas nos muestran, que ya los babilonios intuían que existían una serie de razones que dotaban de sentido la realidad del espacio.

Tablilla de Plimpton 322.

Esta tablilla muestra lo que se conoce como ternas pitagóricas, es decir números enteros a, b, c, que cumplen la razón de $a^2 + b^2 = c^2$

Figura 1. Christine Proust. Fotografía de Plimpton 322. Por cortesía de Jane Siegel, en Rare Book and Manuscript Library de la universidad de Columbia.

Tablilla YBC 7289.

Esta tablilla muestra una aproximación a la $\sqrt{2}$ con una exactitud de cinco decimales.

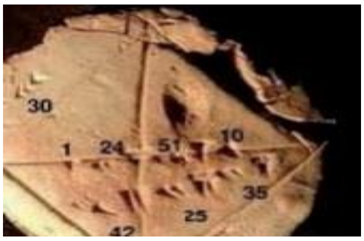


Figura 2. Bill Casselman. Fotografía de tablilla YBC 7289. Yale Babylonian Collection. https://secure.math.ubc.ca/~cass/Euclid/ybc/copyright.html

1.2.2. Geometría en la antigua Grecia

El descubrimiento de la geometría ahora navega hacia la Grecia antigua donde sacerdotes, escribas, egipcios y caldeos empiezan a mostrar interés en la nueva ciencia, la geometría. “Pero son Tales de Mileto y Pitágoras a quienes debemos atribuir los conceptos de línea, superficie y ángulo” (Merayo, 2011). Estos dos grandes filósofos y geómetras, a través del método deductivo, realizan las primeras demostraciones de sus teoremas, los cuales se presentan como una importantísima novedad en el mundo griego.

Para hablar de geometría en la antigua Grecia, es indispensable pasar por las obras de algunos de los pensadores más importantes de nuestra historia. Tres de los más importante geómetras fueron; Tales de Mileto, Pitágoras y Euclides:

- Tales de Mileto (624 a.C. - 546 a.C.). Sus principales aportaciones fueron sus teoremas, los más conocidos en geometría son; La construcción de un triángulo semejante a partir de otro previo existente y el segundo teorema que dice que: si tenemos un triángulo formado por el diámetro de una circunferencia y dos líneas secantes a la misma (cortan la figura en dos puntos), aquel ángulo que está frente al diámetro es recto, es decir, mide 90º.
  Cuenta Plinio el viejo en su leyenda, que Tales fue capaz de medir la altura de la pirámide de Keops utilizando su teorema, relacionando la sombra proyectada de su bastón con la hipotenusa de la pirámide.
- Pitágoras (569 a.C.- 475 a.C.). El más importante aporte de Pitágoras a la geometría fue el teorema que lleva su nombre, el cual dice que: la suma de los cuadrados de los catetos en un triángulo rectángulo, es igual al cuadrado de la hipotenusa del mismo triángulo. La escuela que fundó este sabio de Grecia también aportó elementos significativos al mundo de la geometría, como son la irracionalidad de la raíz cuadrada de 2 y el descubrimiento de la existencia de los cinco sólidos perfectos.

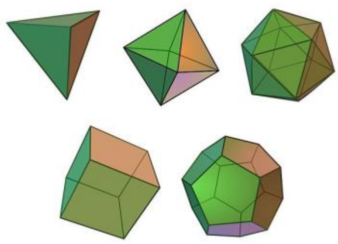


Figura 3. De Martin Petrenko – cinco sòlidos, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=37329621

En palabras del profesor Félix García Merayo, en su conferencia sobre el origen de la geometría en el año 2011, nos dice que:

> Tales y Pitágoras fueron los auténticos inventores de la prueba deductiva tanto en geometría como en matemáticas, con lo que parece que la ciencia se anuncia sirviéndose de la geometría que a su vez se compone de leyes y teorías. (Merayo, 2011).

- Euclides (325 a.C. – 265 a.C.). El denominado padre de la geometría, que con su obra los elementos, compuesta de 13 volúmenes, sería el que sentaría las bases de lo que hoy se conoce como geometría euclidiana. Estos libros versan sobre la geometría plana, razones y proporciones, y la geometría de los cuerpos sólidos. En ellos Euclides establece 5 postulados y 5 axiomas los cuales son:

  Los Axiomas:

  1. Cosas iguales a una misma cosa son iguales entre sí.
  2. Si se añaden iguales a iguales, los todos son iguales.
  3. Si se sustraen iguales a iguales, los restos son iguales.
  4. Las cosas que coinciden una con otra son iguales entre sí.
  5. El todo es mayor que la parte.

  Los postulados de “Los Elementos” son:

  1. Una línea recta puede ser dibujada uniendo dos puntos cualesquiera.
  2. Un segmento de línea recta se puede extender indefinidamente en una línea recta.
  3. Dado un segmento de línea recta, puede dibujarse un círculo con cualquier centro y distancia.
  4. Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.
  5. Postulado de las paralelas. Si una línea recta corta a otras dos, de tal manera que la suma de los dos ángulos interiores del mismo lado sea menor que dos rectos, las otras dos rectas se cortan, al prolongarlas, por el lado en el que están los ángulos menores que dos rectos.

Cabe decir que a partir de la negación de este quinto postulado se establecerán posteriormente en el siglo XIX las geometrías denominadas no euclídeas.
Tal era la importancia de la geometría en la antigua Grecia, que durante el siglo IV antes de Cristo, Platón promovió un sistema basado en 4 especialidades: la aritmética, la geometría, la astronomía y la armónica, resaltando la importancia de estas especialidades para el desarrollo intelectual de los griegos. Tanto es así que Merayo (2008) lo refleja en esta cita del Doctor Karlson “El matemático Doctor Paul Karlson nos cuenta que era tan importante la especialidad de la geometria que hasta el propio Platón escribió en la entrada de su academia la frase; Ninguno que desconozca la geometría entre bajo mi techo”.

La geometría en la antigua Grecia no solo abarcaba un nuevo campo de conocimiento y estudio, sino que se sumergía en toda su cultura. El ejemplo más claro lo tenemos en su arquitectura, escultura e ingeniería.

En el campo de la ingeniería destacaron las aportaciones de Arquímedes de Siracusa, quién logró construir una gran cantidad de ingenios mecánicos como son: el tornillo sinfín, la hélice y la palanca entre otros. Sus inventos lograron aplicaciones en el campo militar. Uno de estos inventos, la catapulta, sirvió para que su ciudad natal aguantase el asedio de Roma durante dos largos años.

En cuanto al arte y la arquitectura, la geometría se erigía como principal elemento para lograr la belleza, es decir sus construcciones estaban basadas en la razón geométrica de la proporción áurea, proporción que se encuentra en muchas formas de la naturaleza. Esta concepto de belleza ha transcendido desde la antigua Grecia hasta nuestro días y a ello debemos los cánones de belleza que rigen en la actualidad.

Figura 4. Bill Bachmann. Fotografía del Partenón. (Age fotostock). https://elpais.com/elpais/2015/08/25/eps/1440501324_729180.html

1.5. Conclusiones.

Tanto el origen de la geometría como su posterior desarrollo nos muestra que, la geometría es una potente herramienta, que ayuda a la construcción del pensamiento lógico, pues se sustenta en ella misma como ciencia, además nos sirve como herramienta para comprender, organizar y modificar nuestro entorno. Asimismo está inmersa en nuestra cultura y en nuestra forma de entender el arte y la belleza. Por tanto, no entenderíamos que su enseñanza no fuese indispensable en todas las etapas educativas. En esta línea Andonegui (2006) afirma que: "Sumergirse en el estudio de la geometría ayuda al desarrollo de la intuición espacial". "Además potencia habilidades de procesamiento de la información recibida a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a la vez, muchas otras destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive" (Andonegui, 2006).

En esta línea Vargas y Gamboa (2012) nos comentan en su trabajo que si se hace estudiar geometría a los niños no es tanto para darles verdades, sino más bien, para disciplinar el espíritu ya que su práctica desarrolla habilidades y hábitos para el razonamiento riguroso.

Es por tanto que el verdadero cariz pedagógico de la geometría es favorecer el pensamiento lógico, así como proporcionarle, a través de la práctica geométrica, herramientas para comprender y modificar su entorno.

2.1. Origami o papiroflexia.

Para la real academia de la lengua la palabra origami es el arte de doblar papel, “oru” (plegar) y “gami” (papel) que en español se traduce por papiroflexia.

Robert Lang (2008) afirma que: “El origami se ha convertido en algo más que doblar papel, se ha convertido en una forma de arte en una forma de escultura”.

Para llegar a entender el significado de la palabra origami y su transcendencia hasta nuestros días, es necesario hacer un breve recorrido histórico, que nos sirva de guía para comprender su importancia y su evolución.

2.2. Historia del origami.

El origami nace de la mano del papel, en torno al siglo I y II d. C. en China, no se tiene registro del cuales fueron las primeras figuras de papel, ya que estas figuras se heredaban de madres a hijos. Esto permitió que ese conocimiento transmitido de generación en generación sufriese cambios y alteraciones, ocasionando la pérdida de la autoría del origen de las primeras figuras.

El origami se utilizaba en las ceremonias funerarias, para realizar ofrendas a los difuntos en sus tumbas. Estas ofrendas eran de papel para evitar que fuesen sustraídas. Aunque el origami naciese en China, no sería aquí donde se desarrollase con mayor fuerza.

Alrededor del siglo VI el origami viajaría hasta Japón, para empezar a formar parte del folclore del país. Durante el periodo Heian (794-1185), el uso del papel quedaba relegado a las familias nobles como elemento decorativo y simbólico en sus ceremonias como menciona Kenneway:

> “La palabra japonés Kami puede significar tanto “papel” como “dios” (aunque los dos significados se asemejan en pronunciación, se escriben de manera diferente). Esto ha llevado a una tradición en la que se considera el papel como algo sagrado; desde hace tiempo se ha asociado con la religión nacional, Shinto”. (Kenneway, 1987, p. 82).

Con el paso del tiempo en papel logró abaratarse, lo que llevó a que distintos estratos de la cultura japonesa tuviesen acceso al papel. Durante el periodo Muromachi (1338-1573) el origami se convirtió en un elemento diferenciador dentro de estos estratos, ya que dependiendo del estilo que se usase en el doblado del papel, ponía de manifiesto a que estrato se pertenecía.

No sería hasta el periodo Tokugawa (1603 – 1867) donde se produciría una total democratización del arte del origami, debido a la reducción de costes y facilidad de acceso al papel. Dentro de este periodo se documentan las primeras bases, la base de la rana y el pájaro, en el libro *Senbazuro Orikata* en el año 1797.

El origami apenas tendría cambios significativos hasta la convergencia de las dos corrientes en el periodo Meiji.

2.2.2. El origami en Europa.

El origami es introducido en Europa alrededor del siglo VIII con la invasión árabe. Los árabes mostraban gran conocimiento de la geometría y sus investigaciones con el origami iban dirigidas al estudio de patrones lineales que dejaban al doblar el papel. El estudio de estos patrones les llevó a concebir lo que hoy en día conocemos como teselaciones.

Figura 5. Foto teselaciones alhambra. (Patronato de la Alhambra) https://www.alhambra-patronato.es/geometria-matematica-alicatados.

La expulsión de los moros por parte de los reyes católicos, permitió que los cristianos se apoderasen de desarrollos y diseños, a los cuales incorporarían imágenes que simbolizaban la naturaleza.

Siguiendo en España, cabe destacar que fue Miguel de Unamuno en torno a la década de 1930 quien impulsó el origami en España. Demostró una gran admiración por este arte al que bautizó como cocotología, el arte de hacer pajaritas. Además, dentro de su trabajo, encontramos también referencias hacia la papiroflexia como en sus libros de plegado y en su ensayo *“amor y pedagogía”* donde habla del origami en su apéndice.

2.2.3. La mezcla de las dos corrientes.

Como hemos visto con anterioridad el origami se desarrolla de forma paralela tanto en Japón como en Europa. Este desarrollo paralelo también contiene matices del uso y el simbolismo del origami en los dos continentes, es Royo, J. I. (2002) quien en su artículo

Matemáticas y papiroflexia, clasifica la escuela japonesa de origami, como una escuela que cultivada por artistas, que buscan la esencia y el simbolismo, mientras que la escuela europea es desarrollada por matemáticos, arquitectos y científicos, que buscan la perfección y armonía de las formas.

Posteriormente en el periodo Meiji (1868 1912) los japoneses volverían a abrir sus puertas a occidente y esto permitiría que se incorporasen elementos de la escuela europea a la japonesa y viceversa, como es el caso del Kindergarten de Froebel.

2.2.4. El origami moderno.

Fue Akira Yoshizawa en el siglo XX quien mantuvo vivo el origami gracias a la creación de nuevas figuras y a su empeño para dar a conocer esta arte, tanto dentro de Japón como a nivel internacional.

Hacia la década de los años 1950 Yoshizawa conoce a Sam Randlett y entre ambos crean un código internacional para representar los dobleces necesarios para lograr hacer la figura dada.

Figura 6. Símbolos origami, (s.f.) recuperado de http://origamiyeducacion.blogspot.com/2009/07/lenguaje-y-simbolos-del-origami.html

A partir de la publicación del código de líneas de Yoshizawa y Randlett, empezaron a aparecer muchas más publicaciones de libros de papiroflexia, a esto también contribuyeron autores como Isao Honda en Japón y Robert Harbin en Inglaterra. Todo ello supuso un auge para el origami, el cual vio cómo se empezaban a formar asociaciones de origami, siendo la asociación de FOCA ("Friends of origami center of América", hoy en día conocida como Origami USA) la primera en constituirse en 1958.

El origami ha alcanzado un auge importante en los últimos años gracias a la labor de Robert J. Lang y a su método del árbol, el cual consiste en abstraer las figuras y transformarlas hasta que parezcan árboles con sus ramas, para posteriormente pasarlas por una aplicación informática, que establece el patrón de plegado para hacer la figura deseada. El profesor Lang ha logrado que la realización de cualquier figura por compleja que parezca sea posible, además la ventaja de este modelo es que se puede simular por ordenador, lo que permite lograr figuras con gran precisión.

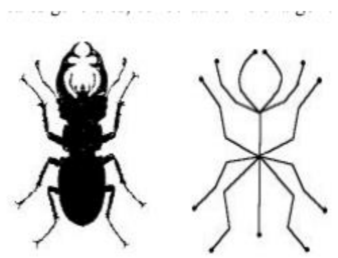


Figura 7. Lang, J. R. (2002). Origami design secrets. Recuperado de http://www.pajarita.org/articulos/pdfs/El%20%E2%80%9CM%C3%A9todo%20del%20%C3%81rbol%E2%80%9D%20para%20dise%C3%B1o%20en%20papiroflexia.PDF

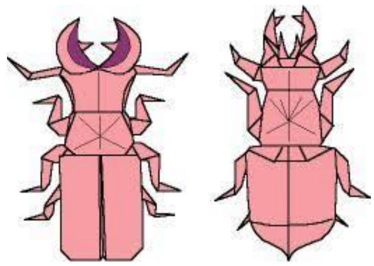


Figura 8. Lang, J. R. (2002). Origami design secrets. Recuperado de http://www.pajarita.org/articulos/pdfs/El%20%E2%80%9CM%C3%A9todo%20del%20%C3%81rbol%E2%80%9D%20para%20dise%C3%B1o%20en%20papiroflexia.PDF

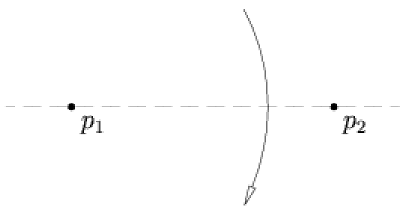
2.3. Los fundamentos del origami.

El origami es el arte de conseguir una figura deseada doblando el papel, en el auténtico origami no tienen cabida ni las tijeras ni el pegamento ni ningún otro elemento de pegado o corte.

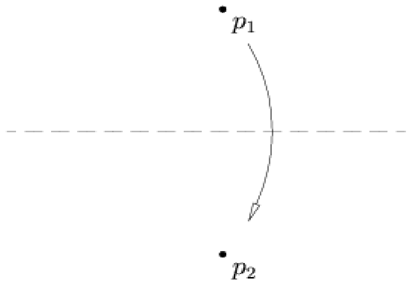
Este arte al igual que la geometría de Euclides tiene también axiomas, los siete llevan el nombre de Hatori-Huzita, que forman los pilares del origami.

Los axiomas son:

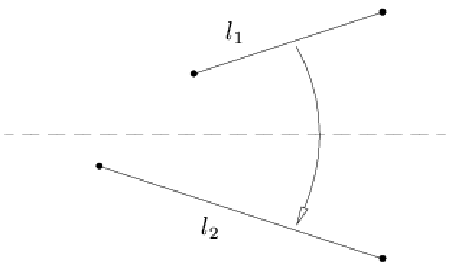
1. Dados dos puntos marcados, P1 y P2 podemos plegar una recta marcada que los conecta.



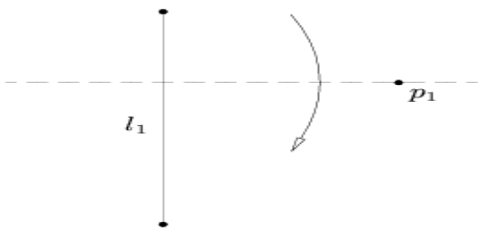
2. Dados dos puntos marcados P1 y P2 podemos plegar una recta marcada que coloque P encima de P2.



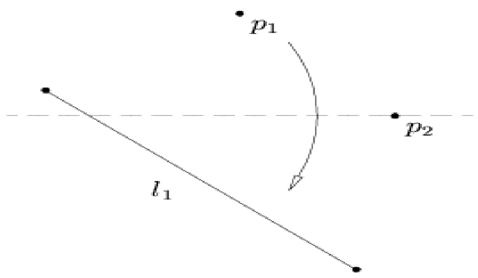
3. Dada dos rectas marcadas L1 y L2 podemos plegar una recta marcada que coloca L1 encima de L2.



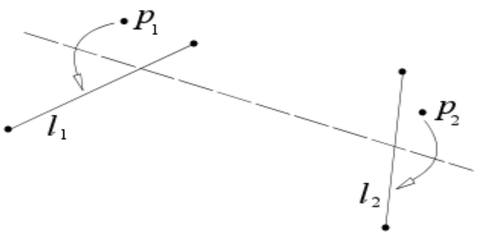
4. Dado un punto marcado P1 y una recta marcada L1 podemos plegar una recta marcada perpendicular a L 1pasando por P1.



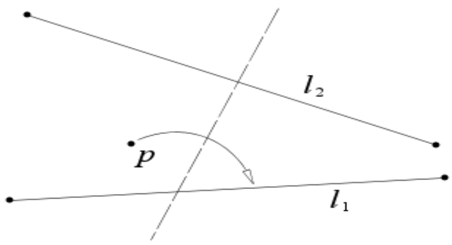
5. Dados dos puntos marcados P1 y P2 y una recta marcada L1, podemos plegar una recta marcada pasando por P1 que coloca P1 en L1.



6. Dados dos puntos marcados P1 y P2 y dos rectas marcadas L1 y L2, podemos plegar una recta marcada que coloca P1 en L1 y P2 en L2.



7. Dado un punto marcado P y dos rectas marcadas L1 y L2, podemos plegar una recta perpendicular a L2 que coloca P en L1.



Tradicionalmente el origami ha partido de 4 bases de las cuales se podrían lograr todas las demás figuras, esas bases son:

- La base del cometa.
- La base del pez.
- La base del pájaro.
- La base de la rana.

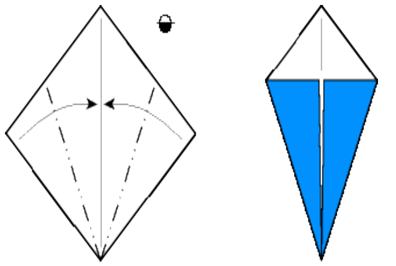


Figura 9. Base cometa. Recuperado de http://elparaiso.mat.uned.es/paraiso/uso.php

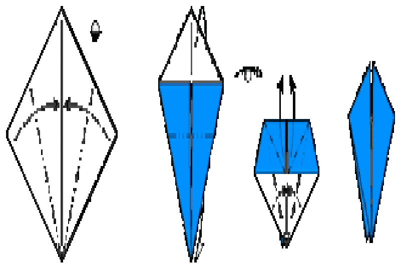


Figura 10. Base pez. Recuperado de http://elparaiso.mat.uned.es/paraiso/uso.php

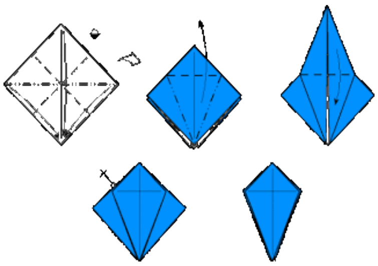


Figura 11. Base pájaro. Recuperado de http://elparaiso.mat.uned.es/paraiso/uso.php

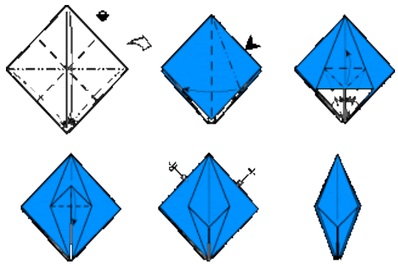


Figura 12. Base pájaro. Recuperado de http://elparaiso.mat.uned.es/paraiso/uso.php

Aunque hoy en día con los nuevos avances proporcionados por los ordenadores existen tantas bases posibles como figuras.

2.4. Tipos de origami.

Realmente solo se puede llamar origami a la creación de figuras a partir de dobleces de una única hoja de papel, pero hay muchas otras vertientes que se ayudan de cortes y otras herramientas para la elaboración de figuras.

De entre todas ellas las más comunes son:

- Origami modular.
- Plegado húmedo.
- Pureland origami.
- Teselaciones de origami.
- Kirigami.

- Origami modular. A diferencia del tradicional se usan varias hojas de papel ensambladas entre sí, para lograr la figura deseada.

Figura 13. Lang, J. R. (1993). Copo de nieve de Peter, opus 274.Recuperado de https://langorigami.com/artwork/peters-snowflake-opus-274/

- Plegado Húmedo. Esta técnica es utilizada para lograr figuras no geométricas, con formas redondeadas más suaves.

Figura 14. Hoan Tien Quyet (2010). Horse. Recuperado de https://mymodernmet.com/es/artistas-origami-contemporaneo/

- Pureland origami. Esta variante tiene la peculiaridad de que solo se pueden utilizar pliegues en valle y montaña para realizar la figura.

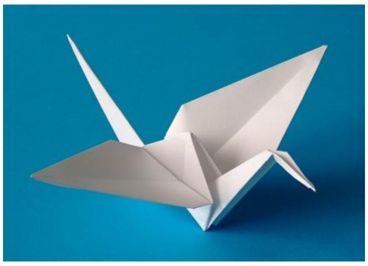


Figura 15. Andrea Bauer (s.f.). Grulla. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Origami#/media/Archivo:Origami-crane.jpg

- Teselaciones de origami. Esta variante ofrece la posibilidad de realizar figuras a través de patrones en las teselaciones. Las figuras con escamas o relieves logran un gran realismo gracias a esta técnica.

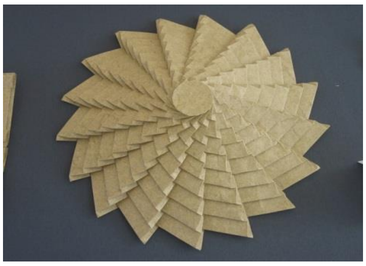


Figura 16. Robert Lang (2007). Teselación. Recuperado de https://www.happyfolding.com/gallery-lang-tesselation

- Kirigami. En el kirigami está basado en la utilización de cortes en el papel para lograr figuras en tres dimensiones. La más conocida es el pop up que se utiliza en libros, generalmente infantiles, para contar historias con imágenes en tres dimensiones.

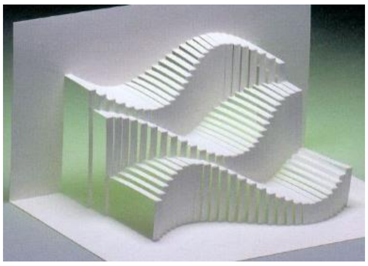


Figura 17 Ramin Razani. (2002). Phantastische Papierarbeiten Recuperado de https://www.pinterest.es/pececitogluglu/kirigami-origami-arquitect%C3%B3nico/

2.5. Relación del origami con las matemáticas.

Existe una relación clara entre el origami y las matemáticas, tanto es así que como ya hemos visto, el origami también se compone de axiomas al igual que la geometría euclídea, por ejemplo el primer axioma de Euclides coincide con el primero de Hatori-Huzita, dado dos puntos cualesquiera entre ellos discurre una línea o un pliegue. De hecho en esta línea, algunos autores han hecho propuestas didácticas para sustituir la regla y el compás por el origami, con la intención de utilizarlo como demostración de los propios axiomas. Cabe mencionar que si los geómetras de la antigua Grecia hubiesen conocido el origami, podrían haber resuelto dos de los tres problemas clásicos sin utilizar regla ni compás como demuestra García, A. y García (2017) en su trabajo *"Teoría de Galois tras el origami"*.

Otros autores como Amaya y Gulfo (2010) han utilizado el origami, en cursos superiores, para introducir por ejemplo las funciones cuadráticas. Esta autora utilizó el origami modular para la construcción de poliedros de distintos tamaños, con la intención de que sus estudiantes relacionasen los módulos con el área lateral del poliedro construido. Como revela esta autora en su conclusión la aplicación del origami:

> "Se convirtió en una herramienta que permite hacer barrido de muchos conceptos geométricos. El proceso de analizar las cicatrices de un módulo y estudiar sus propiedades geométricas, se convirtió en un paso natural de la geometría espacial a la geometría euclidiana y viceversa". (Amaya y Gulfo, 2010, p. 532).

Queda reflejado pues que las leyes que rigen el origami son leyes matemáticas propiamente dichas y que su característica geométrica sirve de herramienta para el aprendizaje de conceptos matemáticos, tanto por el carácter geométrico como el carácter algebraico.

2.6. Aplicaciones del origami en el mundo.

A primera vista parecería que el origami es simplemente la técnica de doblado de papel para hacer figuras y que su aplicación en el mundo no iría más allá del doblado de cajas de cartón para transportar mercancía, pero la realidad es bien distinta, la realidad del origami se extiende por un gran número de aplicaciones en diferentes campos de conocimiento. Uno de los más interesantes es la arquitectura.

Dentro de la arquitectura encontramos construcciones claramente inspiradas en el origami, como es la terminal internacional de Yokohama por Alejandro Zaera y Farshid Moussavi, la iglesia de San Antonio da Polana en Maputo (Mozambique) o la piscina olímpica municipal de San Pablo en Sevilla por Felix Escrig y José Sánchez.

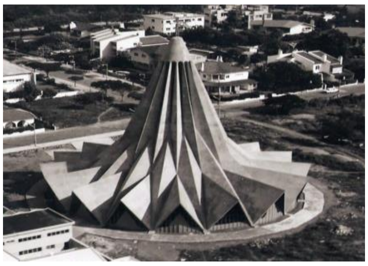


Figura 18. Daniel Clemens (S.F.). Iglesia de San Antonio da Polana Recuperado de https://hiddenarchitecture.net/santo-antonio-da-polana-churc/

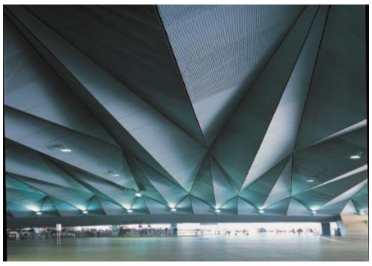


Figura 19. Satoru Mishima. (S.F.). Termina Internacional de Yokohama. Recuperado de https://ar.pinterest.com/pin/332422016235404799/?d=t&mt=login

Figura 20. Vanesa Gómez (2012). Piscina Municipal de Sevilla. Recuperado de https://sevilla.abc.es/fotos-sevilla/20120819/estado-actual-piscina-pablo-1503236058662.html

Estas construcciones fueron inspiradas por las formas geométricas tan sublimes que nos proporciona el origami, en esta línea y como nos cuenta Pablo De Souza:

> “El origami ayudó a los arquitectos y artistas de vanguardia de la primera mitad de siglo XX, para la experimentación formal y para la exploración y representación de nuevos espacios arquitectónicos de gran valor expresivos, cargados de ritmos y singularidades”. (De Souza, 2017, p. 10).

Uno de estos ejemplos, de técnicas de origami aplicadas a la arquitectura, son los Vorkurs, cursos donde los profesores de la escuela de arquitectura de Bauhaus, introdujeron trabajos en papel para desarrollar las posibilidades de trabajar el espacio y la forma directamente con el material.

El origami dentro de la arquitectura no solo se ha constituido como un elemento artístico o como fin de experimentación manual para explorar las posibilidades de las construcciones, sino que también se ha presentado como un elemento funcional en el diseño de ideas para facilitar el montaje y desmontaje de viviendas. Como nos cuenta De Souza sobre el sistema de apertura y cierre del arquitecto David Ávila, donde inspirado en el modelo tradicional de la bomba de agua, logra sintetizar los mecanismos de apertura y cierre de estructuras de aluminio, las cuales se recogen y pliegan facilitando el montaje y desmontaje.

Dentro de esta línea de funcionalismo del origami, destacan las construcciones geodésicas de Richard Buckminster Fuller, quien ideó un sistema alternativo para la construcción de hogares de fácil ensamble y bajo coste en el año 1940.

Sanford, quien siguió la línea de trabajo de Fuller patentó el diseño *"The Pod"*. El cual está basado en el origami modular y se utilizó para la construcción de hogares con forma de icosaedro.

Figura 21. Casas modulares. Recuperado de foldedhomes.com

Figura 22. Casas modulares. foldedhomes.com

El origami modular ha sido una buena opción para construir este tipo de hogares, ya que su fácil ensamblado y transporte permite construir núcleos de viviendas en zonas de difícil acceso. Este tipo de vivienda puede ser utilizada para montar centros de atención a heridos en catástrofes humanitarias.

Por lo tanto el origami dentro de la arquitectura se ha constituido como conjunto de elementos que representan la inspiración artística, el funcionalismo y como una poderosísima herramienta pedagógica de trabajo, que abre un abanico de posibilidades dentro del espacio y la forma.

Otro campo donde el origami está surgiendo como fuente de inspiración para solucionar problemas de espacio es en la ingeniería. Especialmente dentro del mundo de la robótica y la aeronáutica.

Dentro de la robótica el caso más singular es el del equipo del doctor Samuel Felton, de la universidad de Harvard, que ha conseguido diseñar un robot capaz de auto ensamblarse siguiendo patrones de doblado del origami tradicional. Una de sus múltiples aplicaciones sería la de disponer de un gran número de robots de fácil transporte, ya que ocupan muy poco espacio, para desplazarse a zonas de catástrofes para disponerse a funcionar y ayudar en diversas labores de construcción.

Figura 23. Robot auto-ensamblable. Recuperado de https://www.vozpopuli.com/next/robotica-ingenieria-futuro-ciencia-origami-tecnologias-materiales_0_722927721.html

Siguiendo en el mundo de la aeronáutica tenemos la nave solar Ikaros, desarrollada por la agencia aeroespacial japonesa, la cual usa el sistema de plegado tradicional, para posteriormente extender sus paneles solares en el espacio y así conseguir ser propulsada por fuerzas externas, generalmente la presión lumínica de la radiación solar.

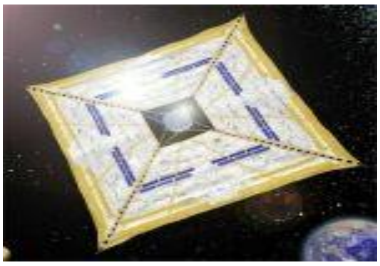


Figura 24. Sonda Ikarus. Ilustración del velero solar. JAXA. Recuperado de https://elpais.com/sociedad/2010/05/21/actualidad/1274392807_850215.html

Dentro de la robótica también tenemos al equipo del profesor Jesse Silverberg, que utiliza el plegado Miura-ori, ya usado para el despliegue de paneles solares en el espacio, para cambiar las propiedades mecánicas del material, de manera que se pueda programar para ciertas funciones. En el artículo de la revista Science Felton, S., Tolley, M., Demaine, M., Rus, D. y Madera, R. (2014), el profesor Felton nos explica que el patrón de plegado es el que dice al material como debe comportarse ante fuerzas externas, mejorando su rendimiento.

Otro campo de trabajo es el que nos cuenta el profesor Lang R. (2008) que habla de la aplicación del origami en el desarrollo de herramientas médicas, concretamente en su conferencia “TED” nos cuenta como el doctor de la universidad de Oxford Zhoung You, habría creado un stent cardíaco, que utiliza el sistema tradicional de plegado, de la conocida bomba de agua, para que el stent viaje plegado por los vasos sanguíneos y una vez llegue a su destino se despliegue para desbloquear la válvula obstruida.

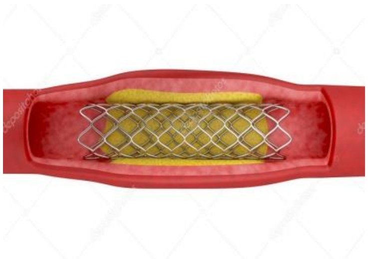


Figura 25. Megagraphics ilustración. (2015). Stent cardíaco. Recuperado de https://sp.depositphotos.com/88207710/stock-photo-angioplasty-with-stent-placement.html

El origami también ha transcendido desde el papel hasta nuestro hogar, logrando colarse en nuestro mobiliario, llevando las formas del origami a aplicaciones para la creación de muebles. Una muestra de ello es el trabajo de Ortega, J. (2018) quien a partir de la forma de la grulla consiguió elaborar una línea de muebles de sala.

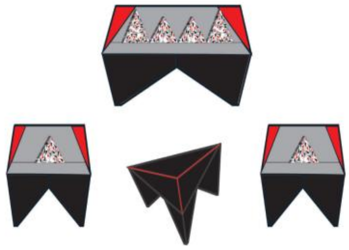


Figura 26. Ortega, C, J. (2018). Línea Kami, mesas origami. Diseño de mobiliario contemporáneo basado en origami. http://dspace.uazuay.edu.ec/handle/datos/8306

Es abrumadora la cantidad de aplicaciones que tiene el origami hoy en día, además apenas hemos rasgado la superficie de las aplicaciones del origami, es un campo muy nuevo y que sin duda tiene un proyección importante en el futuro.

3.1. El origami en la educación.

3.1.2. Froebel.

Hablar de origami y hablar de educación es sinónimo de hablar Friedrich Froebel (1782-1852), ya que fue uno de los primeros que introdujo la papiroflexia como herramienta educativa. Froebel fue el creador del *Kindergarten.* El *Kindergarten,* jardín de infancia en español, es un sistema pedagógico, que se concibió en principio, como un método radical y profundamente espiritual de actividades de diseño abstracto, cuyo objetivo era enseñar a los niños a identificar y apreciar la naturaleza. Este sistema tenía como objetivo potenciar las habilidades innatas de observación, razonamiento, expresión y creación de los niños, a través de *"los dones".*

Froebel partía de la idea fundamental que la educación primaria, debe empezar por la canalización sensible de la actividad constante de los niños con el mundo físico.

Esta canalización la hacía a través de los dones. Los dones eran herramientas, de carácter geométrico, que usaba Froebel para articular su sistema de enseñanza, ya que pensaba que el lenguaje sagrado de la geometría servía de instrumento, para despertar y orientar los sentidos de los pequeños hacia el descubrimiento de la estructura inherente en la naturaleza. Es decir a través de los dones, las herramientas, Froebel cultivaba el sentido de abstracción y fragmentación de objetos y figuras de la vida cotidiana del niño, favoreciendo las habilidades innatas de este y ayudándole a comprender el entorno que le rodeaba.

Los niños podían crear cualquier cosa que percibiesen o imaginasen, al hacerlo se adentraban en el mundo, al tiempo que incorporan el mundo a su ser.

Estos dones eran juguetes, juguetes de distinta índole, eran alrededor de unos veinte y los diez primeros eran fichas geométricas, palillos y formas tridimensionales que servían para crear diseños. Los diez siguientes estaban destinados a ocupaciones de arte conceptual, como la papiroflexia o la costura.

Para Froebel estos juguetes fomentaban la creatividad, ya que cada vez que jugaban con las formas geométricas se estaban realizando composiciones totalmente diferentes, cada juego era un sinfín de posibilidades de creación. Esto contrasta de forma evidente con los juguetes sofisticados de la época, ya que representaban fielmente objetos como trenes y coches, y que para Froebel esto solo servía para matar la imaginación y el poder de creación de los niños.

La metodología de Froebel para trabajar con los dones se basaba en tres pilares la naturaleza, el conocimiento y la belleza.

Esto se articulaba en la forma en que impartía sus clases. Primero partía de la creación, a través de los dones, de figuras de la vida cotidiana de los niños, como pájaros, casas, árboles etc… Posteriormente se realizaban ejercicios de conocimiento, partiendo de los materiales que se habían modelado, para enseñar fundamentos de aritmética y geometría. Para después acabar incorporando composiciones bilaterales o simétricas, con la intención fomentar la sensibilización estética de los niños, para ello usaba la simetría, porque entendía que esta era la forma de belleza más sencilla para la comprensión de los niños.

Esta metodología permitía a los niños establecer una cantidad infinita de relaciones conceptuales, entre los dones y los ideales de unidad que se manifiestan en el crecimiento y en la interconexión de todas las cosas con la naturaleza.

Froebel utilizaba el “don” de la papiroflexia como herramienta para que los niños empezasen a “intuir” la geometría. utilizaba las figuras de papel como pájaros o árboles, para generar una dinámica de preguntas y respuestas que fomentasen el sentido crítico y de observación del niño.

Algunos de los trabajos en papel que ha llegado a nuestras manos son los molinetes de papel, donde la rotación y la simetría cobraban vida a través de estas creaciones.

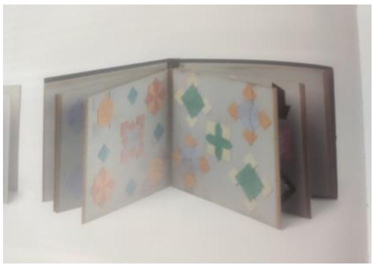


Figura 27. Álbum de diseños realizados con papeles trenzados de colores (don nº 18 de Froebel). Colección Norman Brosterman. Recuperado de "El juego del arte".

Frank Lloyd Wright famoso arquitecto dijo refiriéndose a los materiales que usaba en el kindergarten, cuando era un infante:

> "La virtud de todos estos elementos consistían en que estimulaban la mente del niño para que se familiarizara con la estructura rítmica de la naturaleza, y le mostraban la idea de causa y efecto inherente a la naturaleza, un principio que de otro modo era muy difícil de comprender. No tardé en desarrollar una inclinación por los modelos constructivos que evolucionaban en todo lo que veía. **Aprendí a mirar de esta manera y cuando lo hice, ya no quería dibujar accidentes casuales de la naturaleza. Quería diseñar".** (Fontán del Junco, M., Bordes, J. y Capa, A. 2019, p. 178).

Otros autores de renombre del siglo XX como Vasily Kandinsky (1866-1944) o George Braque (1882-1963) fueron alumnos del Kindergarten, donde recibieron una educación Froebeliana y que se vería reflejada años después en sus obras.

Figura 28. Kandinsky, W. (1923). Composición 8. Recuperado de https://historia-arte.com/obras/composicion-8-de-kandinsky

Figura 29. Braque, G. (1908). El viaducto en el ¨Estaque. Recuperado de https://temasycomentariosartepaeg.blogspot.com/p/blog-page_823.html

Otro autor sin duda que logró la abstracción a partir de formas geométricas fue Piet Mondrain (1872-1944) quien hizo del dibujo geométrico su sello personal.

Figura 30. Mondriane, P. (1911). El árbol Gris. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/El_%C3%A1rbol_gris#/media/Archivo:Piet_Mondrian,_1911,_Gray_Tree_(De_grijze_boom),_oil_on_canvas,_79.7_x_109.1_cm,_Gementemuseum_Den_Haag,_Netherlands.jpg

Parece ser que las vanguardias del arte moderno del siglo XX están poderosamente ligadas a la educación Froebeliana como mencionan Norman Brosterman y Juan Bordes, cuando califican a las enseñanzas de Froebel y Pestollazi como caldo de cultivo para el desarrollo de las vanguardias del siglo XX.

Johannes Itten (1888- 1967) maestro de enseñanza de la forma en la Bauhaus, y creador de los *Vorkurs,* incorporaría esta pedagogía para trabajar en los cursos introductorios de diseño en el siglo XX.

Es imposible mencionar la Bauhaus y no detenerse en los cursos preliminares donde el origami era una herramienta fundamental para trabajar la forma y el espacio.

3.1.3. La Bauhaus, los Vorkurs y el origami.

Aunque anteriormente hayamos comentado algo de los Vorkurs, es fundamental pararse profundamente ahora, para hablar de cómo el origami se introducía como herramienta pedagógica en ellos.

Los *Vorkurs* eran cursos preparatorios de la escuela de arquitectura de La Bauhaus, que proporcionaban experiencias originales de arquitectura. Los cursos comenzaron a impartirse en 1920, un año después de la creación de la escuela. Estos cursos ofrecían a los profesores de la época, la oportunidad de explorar nuevos caminos creativos de las vanguardias de principios del siglo XX. En estos cursos se integraban conocimientos de las distintas ramas creativas: arquitectura, escultura, pintura…

Johannes Itten, creador de los *Vorkurs,* concebía estos cursos como la oportunidad para educar a las personas de forma íntegra, y entendía que estos cursos tenían la finalidad de educar el sentido creativo de las personas.

Esta visión de Johannes Itten, se contraponía con la dinámica general de los cursos técnicos impartidos por otras escuelas, donde la finalidad era la práctica funcional de sus obras.

El papel era un instrumento muy recurrente en los cursos, tanto por su bajo coste como por su fácil acceso.

Laszlo Moholy-Nagy y Jose Albers, quienes sucedieron a Itten en la escuela, promovieron un aspecto más práctico en los trabajos con papel, sin llegar a abandonar del todo la idea filosófica de Itten. En estos trabajos los profesores proponían a los estudiantes crear esculturas de papel, para familiarizarlos con la potencia creativa de las formas abstractas, los espacios negativos y positivos provocados por la tensión y resistencia del papel. Diferenciando así la disposición interna del material (estructura) y su superficie natural (textura) y artificial (factura).

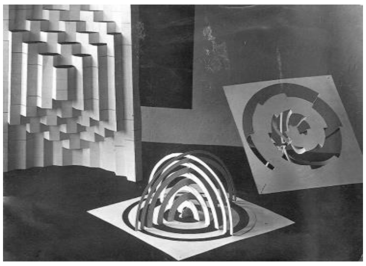


Figura 30. Foto Erich consemüller. Ejercicio de kirigami de Walter Tralau (1927). Fuente: Sienbenbrodt, Michael, et all (2009) Bahaus: A conceptual model. Edit. Hatje Cantz. ISBN-13: 978-3775724159

Pablo de Sousa (2019) nos cuenta en su tesis que en una de las clases de Moholy-Nagy y Albers, los profesores traían periódicos que repartían entre los estudiantes y les decían, "Señoras y señores, somos pobres, no ricos. No podemos permitirnos malgastar material ni tiempo. Debemos convertir lo peor en lo mejor". Proponiéndoles que experimentasen con las posibilidades que el papel ofrecía, para que consiguiesen algo mejor funcionalmente de lo que tenían ahora. Horas después de dejar que experimentasen con el material volvió para ver las creaciones de sus alumnos, la mayoría de estas creaciones eran simples, pajaritas, barcos, elefantes… Las clasificó de baratijas de preescolar, pero de entre todas las figuras destacó una de aspecto extremadamente simple que había construido un joven arquitecto. Se había limitado a doblar el papel a lo largo para que se sostuviera de pie en forma de alas. Albers explicó lo bien que había entendido el material, lo bien que lo había utilizado y lo natural que era el procedimiento del doblado del papel, puesto que con él se conseguía dar rigidez a un material flexible, tanta fuerza que lograba mantenerse sobre su punto más estrecho.

Parece ser que el objetivo Itten de trabajar con el papel para favorecer la sensibilidad creativa, se había transformado ahora un elemento que proporcionaba un sinfín de experiencias funcionales para trabajar el espacio y la forma. Aunque la propia esencia de la creatividad nunca abandonó los Vorkurs, ya que el trabajo con algo tan simple como una hoja de papel en blanco, daba a los alumnos la posibilidad de realizar y transformar nuevas e inverosímiles creaciones.

3.1.4. La educación moderna y el origami.

Hoy en día es difícil encontrar información sobre el origami en la educación formal o como herramienta para fomentar la creatividad. La mayoría de la información disponible trata en su mayoría de pequeños trabajos en talleres de arte, beneficios del origami en la educación o demostraciones sobre teoremas aplicando el origami.

Claro ejemplo de ellos son trabajos como el de Monsalve, O. (2013), donde se apoya en los axiomas del Hatori-Huzita para resolver y demostrar problemas matemáticos o el de Ayala, K. (2013) donde pone de manifiesto los beneficios de trabajar el origami en la educación infantil, alguno de ellos son:

- Desarrolla habilidades de motricidad fina, que a su vez permitirá al alumno desarrollar aspectos como la percepción espacial y la psicomotricidad.
- Desarrolla su ingenio, originalidad, imaginación y creatividad y fomenta la expresión artística. Y lo enseña a describir figuras abstractas.
- Fortalece el autoestima, sintiendo una gran satisfacción al terminar las figuras creadas por el mismo.
- Lo hace más hábil al conocer las figuras y los pasos a realizar, lo incita a investigar nuevos conocimientos creando sus propios diseños.
- Desarrolla la paciencia y la constancia.
- Desarrollo mental, mejora la capacidad de memoria, se deben acordar de los pasos realizados para poder practicar las figuras; al doblar con ambas manos, el cerebro se desarrolla equilibradamente en su lóbulo derecho y en su lóbulo izquierdo ejercitando la parte lógica-formal y la parte creativa.
- Ofrece al niño un momento de diversión mientras aprende y ejercita sus dedos de la mano.

Otro trabajo como el de Huachillo, A. (2018) nos habla de las bondades del origami para desarrollar la creatividad en niños de cinco años. Además pone de manifiesto la importancia del desarrollo de la creatividad a través del uso de los dedos en los pliegues. Este trabajo manual va más allá de mejorar habilidades psicomotrices, si no que se establece como un elemento propio de conocimiento, es decir usan las manos para pensar.

En esta línea de conocimiento a través de las manos encontré un libro muy interesante que ponía de manifiesto la relevancia de esto.

Quiero dedicar un punto entero en este trabajo a este libro, ya que su aportación sobre el trabajo manual transciende todo lo que había leído hasta el momento y que considero de vital importancia para el desarrollo cognitivo de los alumnos.

3.2.1. La mano que piensa Juhany Pallasma.

En este libro encontré una reflexión profunda sobre como el cuerpo forma parte del aprendizaje. Una reflexión novedosa para mí, ya que hoy en día la mayoría de actividades parecen estar relacionadas con uno de estos dos aspectos, es decir como cada actividad realizada o bien tiende un carácter físico o bien uno mental, desvinculando ambos aspectos.

Pallasma nos comenta en relación a esto que la cultura consumista occidental continúa proyectando una doble actitud respecto al cuerpo humano. Por un lado existe un culto al cuerpo obsesivamente estatizado y erotizado, pero, por el otro, se celebran de la misma manera la inteligencia y la capacidad creativa como algo completamente separado, e incluso como cualidades individuales exclusivas. Entendiéndose el cuerpo y la mente como entidades no relacionadas.

Buen ejemplo de esto son los deportistas a los cuáles se ensalza y valora su cualidad física y nunca se valora el aspecto cognitivo de sus capacidades, o el caso contrario de los artistas, los cuales parece que pintan con su mente, negando así la existencia de sus manos como parte de la creación.

Esta visión dualista del cuerpo y la mente sigue incrustada en las pedagogías y prácticas educativas actuales, donde el aspecto corporal se aborda en los deportes y la danza y nunca va más allá de integrar de forma holística al cuerpo en la existencia del niño. Un ejemplo claro es el aprendizaje de la distancia, se aprende la sensación de distancia en la interacción del cuerpo con el objeto y no a través de palabras.

Como bien revela Pallasma "El conocimiento esencial existencialmente no es un conocimiento moldeado básicamente en palabras, concepto y teorías. En la interacción humana se estima que el 80% de la comunicación tiene lugar fuera del campo verbal y conceptual" (Pallasma, 2014).

Esta evidencia nos muestra que la cabeza no es el único lugar cognitivo y que fundamentalmente en las primeras etapas de nuestra vida, la experiencia corporal tiene una relevancia que en muchas ocasiones, desde nuestra práctica docente, dejamos de lado, obviando el mundo de las sensaciones y percepciones como instrumento de conocimiento.

En esta línea de pensamiento el autor nos muestra, como existe un mundo de conocimiento entre el autor y sus sensaciones, experiencias y destrezas a través de la mano. Una mano que es capaz de pensar, crear y construir conocimiento.

La mano es mucho más que un miembro del cuerpo, la mano tiene múltiples esencias, la mano nos acompaña en nuestras expresiones y sensaciones, refleja nuestra edad y profesión, son elemento de comunicación y a través de ellas y del tacto obtenemos nuestras primeras impresiones cuando somos niños.

De hecho algunos estudios antropológicos otorgan a la mano un papel fundamental en la evolución de la inteligencia humana, el dedo prensil y la capacidad para utilizar instrumentos son buen ejemplo de ello. Anaxágoras dijo en relación esto que "los humanos eran inteligentes porque tenían manos".

Indudablemente la mano supone uno de los medios de comunicación previos al lenguaje, ya que a través de gestos de la mano se representaban acciones que daban lugar a una comunicación entre individuos. Tan importante es la mano, que en las primeras representaciones pictóricas del hombre de cromañón, encontramos impresiones de manos en las paredes de las cuevas, simbolizando la existencia, el yo estuve aquí.

Parece ser que esta forma de comunicarse con las manos transciende toda época, son infinidad de símbolos y gestos los que comunican a través de las manos, desde el saludo en multitud de culturas, pasando por las bendiciones de los sacerdotes hasta el famoso lavado de manos de Poncio Pilatos. La mano ha estado siempre presente en todo acto de comunicación, incluso hoy en tenemos todo un sistema de comunicación para sordos basado en los gestos de la mano.

Queda ya reflejado como Pallasma nos introduce en la importancia de la mano en la cultura y como ella ha estado ligada al desarrollo intelectual del hombre, tanto como medio de comunicación como extensión propia de la mente. Ahora cabe preguntarnos, qué papel juega la mano en la educación y cómo esto se articula en el origami, la creatividad y la geometría.

Para Pallasma todo oficio tiene un vínculo entre el artesano y sus herramientas, tanto los cirujanos, como los zapateros y ebanistas, tienen un sus lugares de trabajo un gran número de herramientas, con las cuales trabajan y forman parte tanto de su oficio como de ellos, es decir cuando un cirujano opera no siente que está agarrando un bisturí, siente el bisturí como parte de su cuerpo, lo interioriza lo domina y piensa a través de él para lograr la máxima pericia en su arte. Esto es extrapolable a cualquier oficio y a cualquier desempeño.

Aunque la destreza y la pericia pueden jugar una mala pasada al creador. Pallasma nos comenta que aunque un artista, como puede ser un pianista, necesita muchas horas de entrenamiento hasta lograr la perfección, no debe abandonar nunca su intuición. Es decir si el pianista solo se concentra en la sistematización y en la perfección del movimiento de sus dedos, matará la música, pues estará ignorando lo que su cuerpo le dice.

En este sentido Pallasma cita a Joseph Brosdky para advertirnos sobre el efecto negativo de la pericia cuando dijo que: “En realidad, yo creo que también en la ciencia, la experiencia y su pericia asociada son los peores enemigos del creador” (Brodsky, J. 1997).

Brodsky también hace hincapié en la importancia del proceso de trabajo sobre el resultado final en la mente del creador:

> “En el proceso de trabajo, ningún artesano o creador honesto sabe si está produciendo o creando (…) Para él, la primera, la segunda y la última realidad son el propio trabajo, el proceso mismo de trabajo. El proceso adquiere prioridad sobre el resultado, si bien el último es el imposible sin el primero”. (Pallasma, 2014, p. 89).

Dando a entender que aunque la belleza del resultado final es importante para el autor, no se puede llegar directamente a ella, esto es producto de ahondar en la esencia de las cosas y que solo se llega a ella como resultado de transitar por otros caminos.

¿Por qué iba a ser esto diferente para los alumnos? ¿Por qué debemos privar a los alumnos de la posibilidad de sentir y crear a través de sus manos?

Hoy en día la aparición de aplicaciones tecnológicas como pueden ser geogebra o el minecraft, privan al alumno de sentir el material con el que trabajan, le roban la posibilidad de comprender los elementos de interacción física que ocurren en la construcción, como recopilan Fontán, M., Bordes, J. y Capa, A. (2019) cuando nos cuentan que el arquitecto Richard Buckminster Fuller, jugaba a realizar construcciones en el kindergarten, debido a su miopía logró encontrar través de sus manos, que el triángulo era la forma que mejor sostenía su construcción, en contraposición con sus compañeros, que realizaron construcciones de forma cuadrada y que no eran tan estables como la suya. No quiero desmerecer las cualidades de estas dos herramientas tecnológicas, sino que quiero manifestar que tiene que existir una convivencia entre ambas posibilidades, lo nuevo tiene que convivir con lo antiguo para no mermar el potencial desarrollo del alumno.

Esta unión entre la mano y la mente no solo se ve reflejada en la pericia y destreza del artesano sino que también es reconfortante y reparadora como nos cuenta (Pallasma, 2000) en *"Eye, Hand and Thought"* citando a Tappio Wirkkala, diseñador y maestro artesano finlandés:

> "Hacer cosas con las manos significa mucho para mí. Incluso podría decir que esculpir o modelar materiales de la naturaleza tiene un efecto terapéutico; me inspiran y me llevan a nuevos experimentos. Me transportan a otro mundo, un mundo en el que, si la vista me falla, las yemas de mis dedos ven el movimiento y la continua aparición de formas geométricas". (Pallasma, 2014, p. 59).

Otro artesano finlandés Kain Tapper (1930-2004) confiaba en la sensación de la palma de sus manos más que en los ojos para acabar con fluidez la forma o el ritmo de la textura superficial de sus esculturas de madera.

Parece ser que existe un vínculo estrecho entre el trabajo manual, la creatividad y la imaginación. Que la intuición geométrica y la sensibilización con el material abren paso a nuevas creaciones. Es en definitiva una experiencia entre el yo, el material y el entorno, que genera una dinámica que favorece el ambiente creativo y la expresión.

Es decir, se revela de forma clara que el papel, por su cariz manipulativo, es una materia prima capaz de generar un sinfín de formas a través de sus pliegues, y que en este acto de doblar el papel, se perciben formas y texturas, provocando una relación directa entre la creación y la intuición de la figura través de la geometría.

Por ello en nuestra práctica docente no solo debemos incorporar pasos para recrear una figura, si no que tenemos que fomentar que el alumno experimente con el papel, que se atreva a investigar con nuevos pliegues y que sienta como surgen nuevas formas que den rienda suelta a su imaginación y a su creatividad.

En este libro, el autor me ha mostrado que el trabajo manual, a través de la experimentación de sensaciones, se constituye como una forma de conocimiento que contribuye al desarrollo completo del individuo. Que el ojo, la mente y la mano están entrelazados para expresar y crear, y que hoy en día, en la sociedad tecnológica, más que nunca no debemos privar a nuestros alumnos de esa experiencia.

Como diría Pallasma: “La obligación de la enseñanza es cultivar y apoyar las habilidades humanas de imaginación y empatía”.

3.3.1. Conclusiones.

Parece evidente que la geometría, tanto en su origen como hoy en día, se postula como una herramienta tanto de comprensión de la realidad como de construcción de ella. Tiende a darnos verdades y a introducirnos en el conocimiento de la naturaleza, a través de sus formas y texturas.

Por ello, la geometría se hace indispensable en la educación primaria, pero se hace indispensable en su práctica, ya que es la práctica de la geometría, a través de juegos y creaciones, la que nos manifiesta el camino para comprenderla, como bien reflejaba Froebel en su jardín de infancia o como nos comentaba Brodsky sobre la importancia del proceso por encima del resultado.

Estos juegos y creaciones dan rienda suelta a la imaginación del niño, le ayudan a abstraerse y a poder crear, a sentir las formas y a interiorizar e intuir la geometría.

Es por ello que el origami, por su cariz manipulativo, por su bajo coste, por su simplicidad y por su maleabilidad, se constituye como una herramienta esencial pedagógica y psicológica para el desarrollo del alumno en el más amplio de los sentidos.

Propuesta didáctica.

4.1. Introducción.

Esta propuesta didáctica tiene la intención de llevar a cabo el diseño de una actividad que ponga de manifiesto el potencial de enseñar geometría, conjugando la misma con el origami y la creatividad, y que tenga cabida dentro del currículum de primaria. Para ello se ha tomado como inspiración el modelo del Kindergarten de Froebel. Sin embargo se han incorporado elementos de desarrollo de actividades educativas más actuales como son: la duración de las sesiones, la estructura y el papel del maestro que tendría un rol más intervencionista y dirigido que en el modelo de Froebel. Todo ello sin olvidar a J. Pallasma y su reflexión filosófica sobre el potencial educativo de trabajar con la mano.

La propuesta didáctica se realizará para alumnos de cuarto de primaria y que previamente hayan tenido conocimientos o experiencias trabajando con el origami. Esto es muy importante, ya que cultivarlo desde los primeros niveles permitirá que el alumno tenga la suficiente pericia manual y hábito de trabajo para que la dinámica de la actividad sea la idónea.

4.2.1. Generalidades.

La propuesta se realizará para cuarto de primaria y los contenidos dentro del currículum serán los correspondientes al área de geometría y al área de educación artística. Transversalizando y adecuando las orientaciones metodológicas que marca el Decreto 26/2016, de 21 de julio por el que se estable el currículo de primaria para ambas áreas, el cuál dispone que:

"El aprendizaje de la geometría requiere pensar y hacer y debe ofrecer continuas oportunidades para clasificar, construir, dibujar, modelizar y medir, desarrollando la capacidad de visualizar relaciones geométricas. Todo ello se logra estableciendo relaciones constantes con el resto de los bloques del área y con otro ámbitos como el del mundo del arte o de la ciencia, pero también asignando un papel relevante a la parte manipulativa a través del uso de materiales y de la actividad personal para llegar al concepto través de modelos reales."

El aula estará compuesta por 20 alumnos y la distribución de la misma será la más adecuada para cada parte de la sesión, concentrando así todos los recursos disponibles para el aprovechamiento y mejora de cada momento de la actividad.

4.2.2. Contenidos curriculares.

Área de geometría, contenidos de nivel.

- Rectas paralelas y rectas que se cortan.
- Composición y descomposición de figuras geométricas.
- Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.
- Regularidades y simetrías.
- Transformaciones geométricas: traslaciones, giros y simetrías.

Área de educación artística, contenidos de nivel.

- Observación del entorno y discriminación de formas geométricas.
- Modelado y construcciones. Manipulación y transformación de objetos. Disposición a la originalidad, espontaneidad, plasmación de ideas, sentimientos y vivencias de forma personal y autónoma en su creación. La construcción de estructuras sencillas y la transformación de espacios usando nociones métricas y de perspectiva.
- La creación de una obra plástica o visual: desarrollo a partir de una idea que integre la imaginación, la fantasía, la percepción sensorial y la realidad, previendo los recursos necesarios para su elaboración.

Competencias curriculares.

Se trabajaran las siguientes competencias del currículo.

- Competencia matemática.
- Conciencia y expresiones culturales.
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

La competencia matemática se trabajará desde el plegado del papel, que nos llevará a entender por ejemplo, como los pliegues transforman geométricamente el papel logrando dividir cualquier figura geométrica regular en triángulos iguales.

La realización de esta figura lleva a comprender como existe toda una transmisión de conocimientos, plegados de figuras, que perduran en el tiempo y que sirven para entender realidades de otras épocas, donde los niños se entretenían creando y modelando con el material del que disponían.

Cuando un alumno se aventura a modelar y a crear a partir del papel en blanco o simplemente de figuras geométricas sencillas, se adentra en el mundo de la imaginación y la duda, donde tiene que plasmar sobre el papel aquello que está imaginando. Es decir a dar forma a una idea, que bien puede ser una imagen, y llevarla a cabo superando el miedo a la incertidumbre y dejándose guiar por lo que el papel le sugiere. Esto contribuye enormemente a fortalecer su iniciativa y su sentido emprendedor.

4.2.3. Rol del docente.

El papel del profesor será principalmente de guía, orientando y ayudando al alumno a comprender las diferentes formas resultantes de los diversos pliegues. Además el profesor utilizará vocabulario geométrico para explicar u orientar los diferentes pliegues, consiguiendo así que el alumno interiorice el vocabulario propio del área. Aunque el papel del profesor sea el de guía en algunos momentos su rol cambiará adecuándose a la actividad concreta, es decir variando el grado de intervención en función del objetivo de la actividad.

4.2.4. Evaluación.

La evaluación será procesual, basada en el proceso, ya que lo que se busca principalmente es que el alumno interiorice la geometría desde su práctica. Esto contribuirá a que el alumno encuentre en las formas y pliegues del papel conocimientos que asentarán las bases de futuros conceptos geométricos. La observación del proceso se realizará a través de una rúbrica. No obstante el resultado también se valorará atendiendo a conceptos como limpieza, orden y simetría.

4.3.1. Planteamiento.

La actividad se basará en la realización de una figura determinada. Para ello se descompondrá la realización de la misma en diferentes partes, logrando así la aparición de nuevas figuras, donde la creatividad imaginativa sugerirá nuevas formas aparentes y por las cuáles transitaremos para despertar la creatividad del alumno.

La figura que se va a realizar es el jinete y el caballo. Ambas son una variación de la figura por excelencia en el mundo del origami, la pajarita. Cabe mencionar que estas figuras se encuentran en el museo de Nuremberg, y que fueron plegadas por el escritor Wilhem Von Külgengen (1802-1867), cuando era un niño. En su libro "Memorias de juventud de un hombre viejo" explica cómo dedicó largas horas en su infancia a realizar todo un ejército de papel. Fue un niño como él, un niño llamado Senff, el que explicó al escritor como hacerlas. Estas figuras son poco conocidas y prácticamente inéditas dentro de las publicaciones de papiroflexia, lo que las hace especiales. La última parte de la actividad contará con una incursión creativa a partir de una de las formas geométricas, con el único propósito de que el alumno a partir del plegado del papel busque la belleza geométrica.

4.3.2. Objetivos de la actividad.

- Estimular la motricidad fina a partir de los pliegues,
- Disfrutar y apreciar las creaciones propias resultantes de los pliegues.
- Aprender y utilizar lenguaje geométrico.
- Reconocer y dibujar simetrías.
- Llegar a una figura dada siguiendo instrucciones.
- Potenciar el desarrollo creativo.

4.3.3.1. Estructura y sesiones.

La actividad estará dividida en 3 sesiones de las cuales la primera será presentación de la figura y su despliegue y elaboración de las 2 primeras figuras bases. La segunda sesión será la elaboración completa de las dos figuras finales. La tercera sesión será la complementación y mejora de las figuras así como una incursión creativa a partir de la primera figura base.

4.3.3.2. Primera sesión.

La disposición del aula será de 4 grupos de 5 alumnos, dejando a los alumnos más aventajados en el doblado del papel en cada grupo, para facilitar el aprendizaje y elaboración de las distintas formas. No hay que olvidar que observando a otros también se mejora la visión espacial.

Explicación y presentación, duración aproximada 15-20 minutos.

Se presentará la figura a elaborar y se contará la historia del escritor alemán, que dedicó su infancia a realizar un ejército de papel.. Así mismo se pasará la figura por los distintos grupos y se realizará su despliegue y pliegue para una visualización general del objetivo a conseguir.

Elaboración de la primera y segunda figura, la mesa y el molinillo, e incursión en la figura boca de pez, duración aproximada 25 minutos.

Partiremos del papel cuadrado (imagen 1 2 y 3). Siempre y cuando no se conozca cómo hacer un cuadrado a partir de un rectángulo en papiroflexia, instaremos a que el alumnado conociendo que un cuadrado tiene todos sus lados iguales, logre averiguar cómo realizarlo. Usaremos las tijeras para lograr el papel cuadrado.

Figura 1.

Figura 2.

Figura 3.

Quedará marcada una diagonal, a su vez aprovecharemos para explicar lo que es una diagonal, cuantas hay y preguntarles cómo podemos lograr hacer la segunda diagonal. Además marcar las dos diagonales nos servirá tanto para mostrar que el punto donde se cruzan es el centro del cuadrado como para ver que se han formado cuatro triángulos equiláteros. (Imagen 4 y 5).

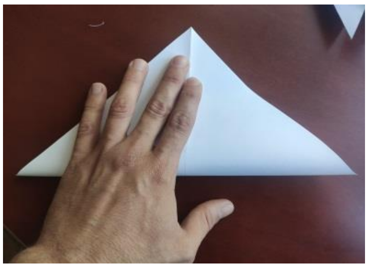


Figura 4.

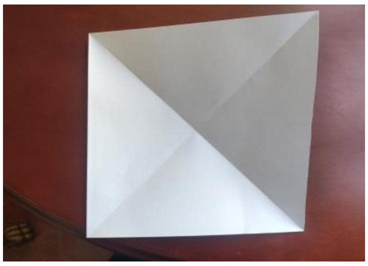


Figura 5.

A continuación doblaremos el papel por la mitad en un sentido y en otro (imagen 6). Al haber doblado en papel a la mitad habremos trazado una mediana de cada triángulo. Ahora pasaremos a llevar los cuatro lados del cuadrado al centro del mismo, es decir hacer coincidir el lado del cuadrado con las medianas (Imagen 7 y 8). Posteriormente obtendremos la primera figura (imagen 9) a la que bautizaremos junto con el resto de alumnos.

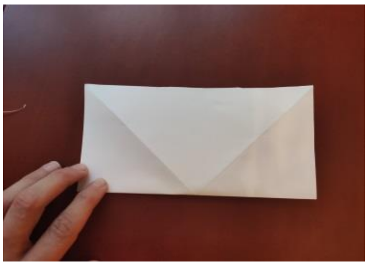


Figura 6.

Figura 7.

Figura 8.

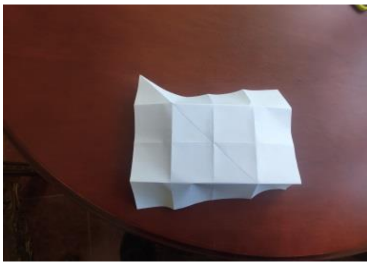


Figura 9.

- Es interesante para el alumnado ver como de un cuadrado han salido cuatro triángulos equiláteros y de estos hemos pasado a 12 cuadrados. Esta idea de ver figuras geométricas dentro de otras sirve de basa para asentar futuros conceptos geométricos, como por ejemplo entender por qué se halla el área de una figura regular descomponiendo en triángulos.

- Cabe mencionar que se pueden realizar las tres medianas de cualquiera de los 4 triángulos equiláteros realizando pliegues y así demostrar también mediante pliegues que la relación de un vértice con el baricentro es de dos tercios de la mediana. (Imágenes A,B,C,D). Aunque esta explicación es para cursos superiores.

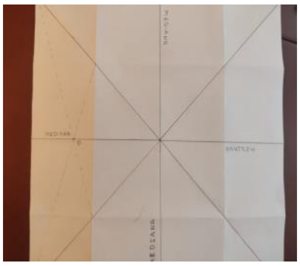


Figura A.

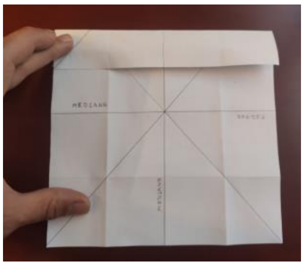


Figura B.

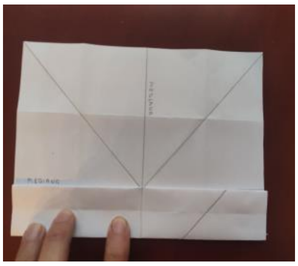


Figura C.

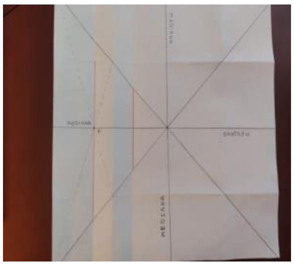


Figura D.

El siguiente paso será dar la vuelta a la denominada primera figura, que tiene una forma similar a una mesa, agarrar de los vértices del cuadrado e ir doblándolos hasta hacer la figura del molinillo (imagen 10,11 y 12).

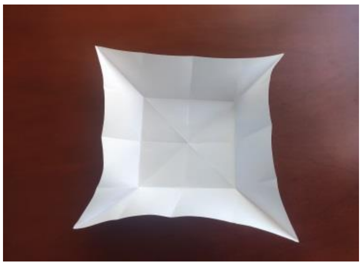


Figura 10.

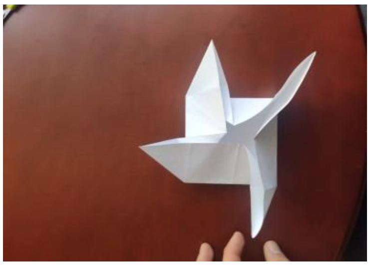


Figura 11.

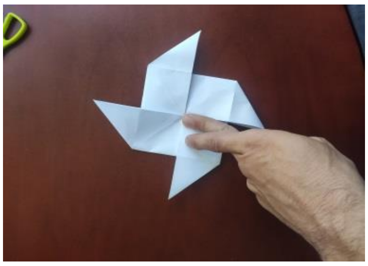


Figura 12.

Para terminar la sesión agarraremos dos esquinas del molinillo logrando una forma similar a la boca de un pez, donde jugaremos como si fuese una marioneta (imagen 13, 14 y 15). Esta forma nos permitirá llegar de una manera muy sencilla a la siguiente, además que servirá de entretenimiento para acabar la sesión. Guardaremos nuestra figura y proseguiremos en la siguiente sesión.

Figura 13.

Figura 14.

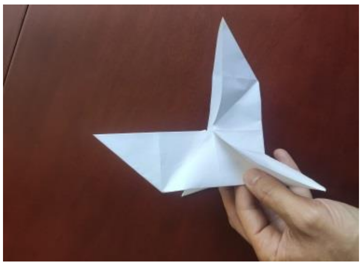


Figura 15.

4.3.3.3. Segunda Sesión.

En esta sesión acabaremos las dos figuras principales. Hay que tener en cuenta que aunque no necesitamos muchos pliegues tendremos que realizar el pliegue invertido. El pliegue invertido es un tipo de pliegue que cambia el sentido de la forma y que conlleva forzar el papel, es un tipo de pliegue bastante difícil así que prestaremos bastante atención, cuidado y paciencia para que todos los alumnos logren hacerlo.

Elaboración de la figura del caballo y del jinete. Duración 50 minutos.

Partiendo de la figura 15 tendremos que juntar las aletas del pez para llegar a la figura 16, una figura muy similar a un barco. Posteriormente giraremos la figura y marcaremos el triángulo grande por los dos lados para hacer el pliegue invertido.

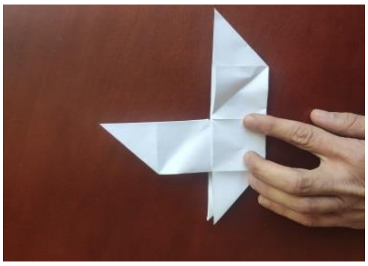


Figura 16.

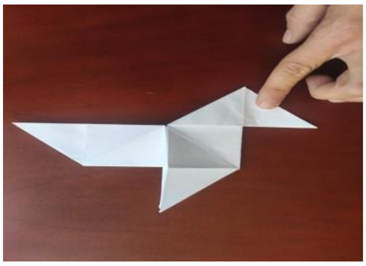


Figura 16 b.

Esta es una de las partes más complicadas. En el triángulo que está señalando el dedo habrá que hacer un pliegue invertido para que el triángulo quede en el centro. (Imagen 17).

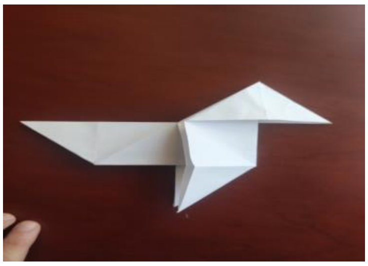


Figura 17.

Ahora habríamos obtenido la pajarita clásica. A partir de aquí tendremos que darle forma a nuestra montura. Para ello tenemos que marcar en las alas de la pajarita el ángulo, para trazar la bisectriz que conformara las patas delanteras de nuestro caballo. Ahora doblaremos el papel para ello (imagen 18 y 19) .Es importante marcarlo con el lápiz si el alumno no logra ver por donde doblar, para que pueda identificar la zona de doblado.

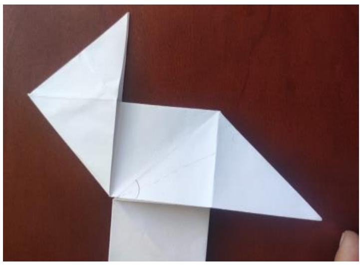


Figura 18.

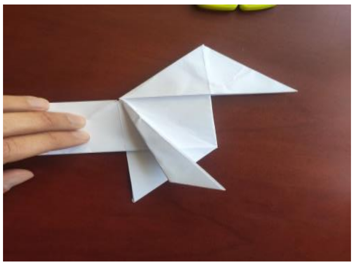


Figura 19.

Una vez plegadas las patas del caballo (imagen 20) pasaremos al pliegue más complicado. La parte que aún no hemos tocado conformará la cabeza de la montura, para ello habrá que hacer un pliegue invertido, para que de ella salga un triángulo que forme la cabeza del animal (imagen 21). Es muy importante tener en cuenta que hay que marcar muy fuerte los pliegues, porque habrá que forzar el papel e incluso abrir un poco la figura (Imagen 22).

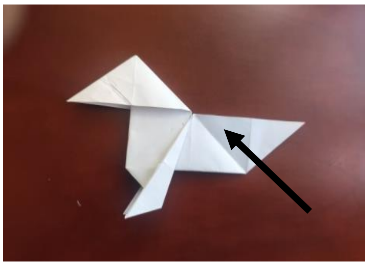


Figura 20.

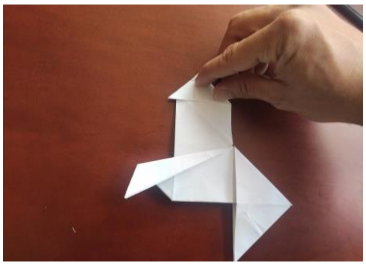


Figura 21.

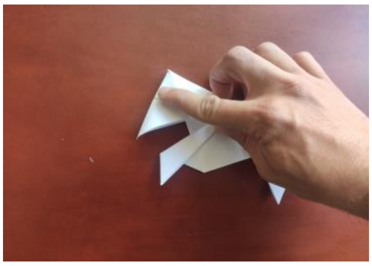


Figura 22.

Una vez lograda la figura del caballo (imagen 23) pasaremos a realizar la del jinete. Para ello partiremos de la forma del barco (imagen 15).

Figura 23.

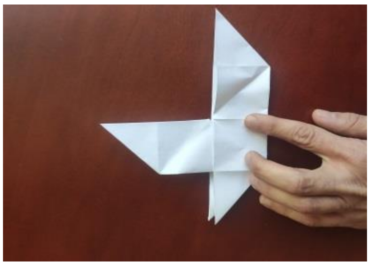


Figura 15.

Desde la figura del barco (imagen 15) tendremos que plegar la parte de la estructura del barco hacia dentro, abriéndolas dos aletas para lograr hacer un pliegue que sirva de soporte para que encaje el jinete en la figura del caballo. (Imagen 24,25, 26 y 27).

Figura 24.

Figura 25.

Figura 26.

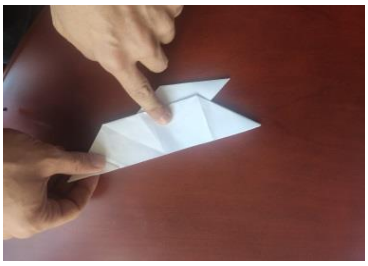


Figura 27.

Por último haremos un pliegue invertido en lo que sería la cabeza de nuestro jinete. (Imagen 28, 29,30).

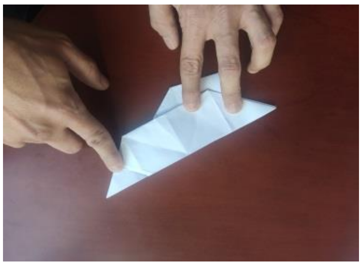


Figura 28.

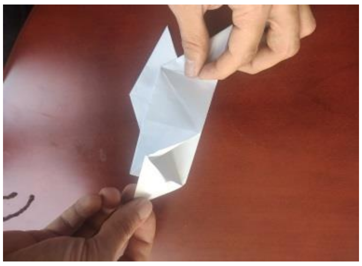


Figura 29.

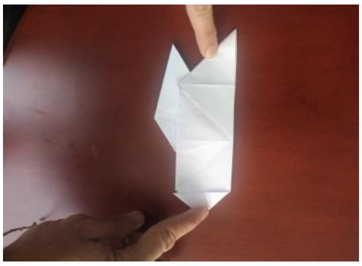


Figura 30.

Ya tendríamos nuestras dos figuras (imagen 31) ahora solo nos quedaría unirlas y que la imaginación del alumno vuele para pintar y mejorar la figura.

Figura 31.

Figura 31b.

4.3.3.4. Tercera sesión.

Esta sesión la aprovecharemos para terminar y pulir lo que nos hubiese faltado acabar de la segunda. Los alumnos pueden hacer armas de papel, riendas, cascos, cualquier cosa que se les ocurra para dar vida a sus figuras. Hay que tener en cuenta que lo más fácil para decorar nuestras figuras es usar el rotulador ya que las ceras y el lápiz podrían dañar el papel, además que es bastante complicado marcar sobre papel ya plegado.

Una vez acabadas las figuras principales ahora buscaremos que el alumno viaje por los caminos de la intuición, partiendo de la primera figura, la mesa, dejaremos que busque libremente formas geométricas que le sugieran los pliegues de papel. Esta figura es una de las principales bases de las cuales parten una infinidad de figuras (Imagen 9).

Lo único a tener en cuenta es que cambiaremos la disposición de los alumnos, con la intención de que los alumnos no se copien unos de otros y sea su imaginación la que les lleve a descubrir nuevas formas. El profesor podrá sugerir algún pliegue para despertar la imaginación.

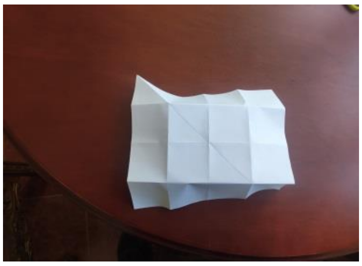


Figura 9.

Ejemplo de pliegue que los alumnos podrían poner en práctica para realizar nuevas creaciones.

Es probable que si se ha trabajado la papiroflexia con anterioridad se haya hecho el famoso comecocos. Desde un pliegue posterior a esta figura se puede llegar a otras.

Para poder llegar a esta figura daremos la vuelta a la figura de la mesa y llevaremos las cuatro esquinas al centro, a la vez realizaremos un pliegue hacia el centro desde el punto intermedio de cada lado. (Figuras E, F, G y H).

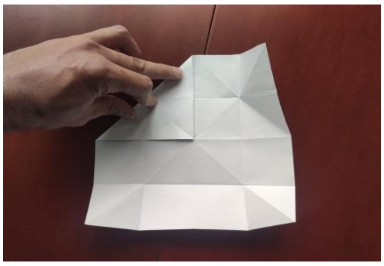


Figura E.

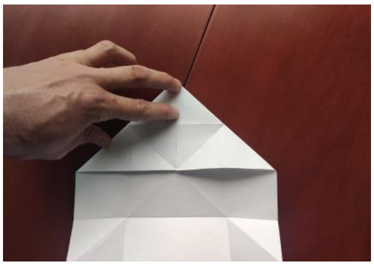


Figura F.

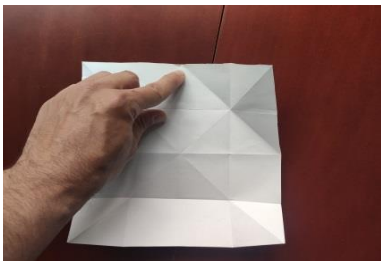


Figura G.

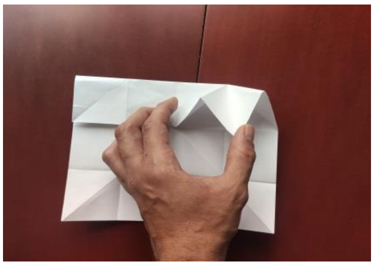


Figura H.

Una vez dobladas todas las esquinas obtendríamos la siguiente figura. (Figura I).

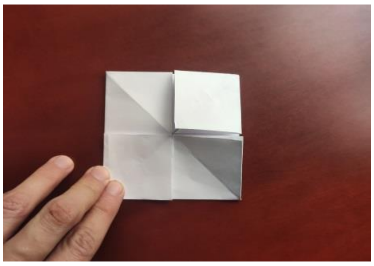


Figura H.

Desde esta figura se pueden hacer patrones de doblado que nos lleven a obtener un mandala, una noria o si pegamos “blue Tack” a las cuatro esquinas de la noria podemos obtener una nave espacial, que al lanzarla al aire se mantiene suspendida por pocos segundos al igual que un avión de papel. Hay que mencionar que la base de esta figura sería octogonal.

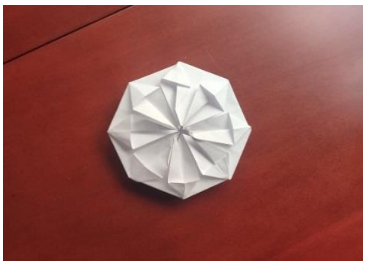


Figura I.

4.3.4.1. La evaluación.

Como ya hemos dicho anteriormente la evaluación será procesual y meramente observacional. Para ello haremos una lista de observación, solo para identificar los problemas que pudiesen tener los alumnos como por ejemplo; problemas de motricidad, de visión espacial o de bloqueo imaginativo. La labor fundamental de la actividad es que el alumno disfrute de sus creaciones y aprenda a descubrir espacios y pliegues, que se familiarice con la geometría y que la interiorice. Rúbrica (Ver anexos).

4.3.4.2. Rúbrica para la observación de la práctica.

CRITERIOS	DOMINA TOTALMENTE (4)	DEMUESTRA CONOCIMIENTOS PERO NO DOMINA TOTALMENTE (3)	PRESENTA DIFICULTADES (2)	NO LOGRA REALIZAR LA ACTIVIDAD PRESENTA DIFICULTADES SERIAS (1)	Nota
Reconocer y describir formas y cuerpos geométricos. Utiliza vocabulario geométrico.	Es capaz de ver las formas geométricas que se van generando al doblar el papel. Ve formas geométricas unas dentro de otras y es capaz de contar todos los triángulos y cuadrados formados incluso los no aparentes. Utiliza todo el vocabulario geométrico, diferenciando entre vértice, lado, diagonal, bisectriz.	Ve y reconoce las formas geométricas que se van formando. Tiene dificultades para encontrar todas las formas geométricas. Utiliza el vocabulario geométrico aunque a veces le cuesta recordar el nombre específico.	Tiene problemas para reconocer diferentes figuras. No es capaz de contar ni ver todas las figuras que se encuentran dentro de otras. Confunde términos pero sabe diferenciar los conceptos.	No reconoce la mayoría de las figuras geométricas formadas. Tiene dificultades para ver las figuras geométricas formadas unas dentro de otras. No usa el vocabulario geométrico y confunde conceptos.	
Reconoce y representa las posibles posiciones de rectas en el entorno.	Conoce lo que es una línea perpendicular, paralela, oblicua, vertical y horizontal, las identifica y las representa.	Conoce lo que es una línea horizontal y perpendicular. Presenta dudas al identificar líneas oblicuas, diagonales, paralelas y perpendiculares o confunde términos.	Presenta dificultades para reconocer las diferencias entre los distintos tipos de líneas.	No distingue las diferencias entre los distintos tipos de rectas.	

Conoce y realiza diferentes transformaciones geométricas.	Realiza giros traslaciones y simetrías, reconociendo cada una ellas sin dificultad. Utiliza las simetrías y traslaciones para hacer construcciones creativas.	Realiza giros y traslaciones aunque con cierta complicación. Necesita ayuda para aplicar simetrías y traslaciones a nuevas figuras aunque una vez entendido las resuelve sin problema.	Tiene dificultades para ver simetrías, rotaciones y traslaciones. Necesita de guía para realizar los diferentes pliegues.	Tiene problemas para ver simetrías rotaciones y traslaciones. Presenta grandes dificultades para seguir indicaciones de plegado.	
Originalidad y creatividad en la realización de figuras.	Utiliza técnicas o pliegues de papel vistos con anterioridad para incorporarlo a nuevas creaciones. Tiene ideas claras de las figuras que quiere representar.	Necesita sugerencias para recordad que posibles pliegues puede incorporar. Tiene ideas sobre lo que quiere realizar pero presenta dificultades a la hora de transformar o plasmar esas ideas.	Necesita ayuda para imaginar o pensar posibles figuras. Necesita ayuda para realizar figuras o pliegues vistos con anterioridad.	No es capaz de realizar figuras simples por si mismo. Necesita de guía para ver posibles figuras a realizar.	
Transformación de ideas y capacidad para plasmarlas sobre el papel.	No presenta bloqueos ni problemas para expresar sus proyectos. Es autónomo y sabe reconocer caminos o pliegues que le lleven a la figura ideada.	Necesita ayuda para empezar a visualizar pliegues que le lleven a la figura deseada. No presenta ni problemas ni bloqueos para expresar sus proyectos.	Presenta bloqueos o no es capaz de imaginar cómo llevar a cabo una figura. No reconoce las formas básicas de la figura imaginada.	No es capaz de ver las diferentes formas geométricas en las distintas figuras. No sabe cómo llevar a cabo la realización de una figura simple.	
Habilidad manual, motricidad fina.	Es hábil y tiene destreza en el plegado. Maneja los distintos pliegues sin dificultad.	Es hábil con la mayoría de pliegues aunque necesita mejorar en alguno.	Tiene dificultad para plegar el papel y es inexacto en los pliegues.	Tiene problemas con el plegado. Es poco diestro con las manos, presenta problemas con la motricidad fina.	

4.4. Conclusión de la práctica.

En esta propuesta didáctica he observado cómo trabajar con las manos, no solo potencia la destreza manual, sino que al trabajar con ellas el alumno además de aprender conceptos y términos, descubre nuevas rutas para generar conocimiento. Rutas que se observan, cuando los alumnos a través del origami, demostraron que eran capaces de buscar simetrías y generar patrones a partir de pliegues, lo que les llevó a interiorizar un poquito más la verdadera geometría, la geometría útil, la que nos lleva a dar forma y organizar nuestras ideas y nuestro entorno.

En esta práctica un alumno fue capaz de encontrar que, a partir de un cuadrado pudo generar un octógono doblando los vértices hacia dentro, demostrando que podía ver formas dentro de otras formas y de construirlas buscando la exactitud geométrica.

El trabajar con las manos no solo ayuda a mejorar la manera en que se aprende, también tiene un efecto positivo en la concentración del alumno. Hacer papiroflexia les relaja y les entretiene mejorando su concentración. Asimismo el hecho de poder hacer una figura y añadirle tu marca personal, la hacen suya, en una figura que han creado ellos y que les pertenece, manifestando tener apego por ella y ayudándoles a valorar sus creaciones.

Además la parte creativa final de la actividad les ayudó a perder el miedo a afrontar nuevos retos. Cuando ya conocen tipos de pliegues y tienen un buen manejo del doblado de papel sus dedos vuelan rápido para construir diferentes formas. Esto les embarca en una aventura para poder plasmar geométricamente la figura que tienen en la mente, consiguiendo que sus ideas tomen forma y se diviertan a la vez que emprenden el diseño de su figura.

Cuando un alumno dice; *"mire profesor si hace así y lo dobla de esta manera y ese triángulo lo pone del otro lado se parece a algo"*, ahí es cuando percibes y sabes que el alumno está viendo, modelando y dando forma a su imaginación y lo más importante está apoyándose en la geometría para hacerlo.

A su vez también recalcar que trabajar de esta manera implica embarcarse en un tipo modelo de enseñanza, un modelo que tiene por objeto que el niño aprenda de manera holística, contando con todo su cuerpo como herramienta de aprendizaje. Del mismo modo también es de mencionar que para que este modelo de enseñanza de la geometría a través del origami permee, es necesario introducirlo desde los primeros niveles e ir trabajando de manera progresiva y continua con ello.

Cuando le das herramientas a un alumno y ves de lo que son capaces de construir con ellas y con su imaginación, es cuando verdaderamente entiendes que están aprendiendo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amaya, Tulio; Gulfo, Josefina (2010). *De lo lúdico del origami al trabajo con funciones.* En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 525-533). México,DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C..
- Andonegui Zabala, M. (2006). Geometría: conceptos y construcciones elementales. Serie desarrollo del pensamiento matemático, 2006/12, Caracas: UNESCO. http://scioteca.caf.com/handle/123456789/531
- Ayala Jaramillo, K. y Anilema, J. (2013). *El origami en el desarrollo de la motricidad fina de los niños y niñas de primer año de educación general básica de la escuela María Teresa Dávila del sector de Carapungo, propuesta de una guía didáctica para docentes*. [Tesis]. Universidad Central del Ecuador. Quito. http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/3457
- Aznar Mínguez, A. (2011). El plegado de papel como herramienta de apoyo en la enseñanza artística. *Revista iberoamericana de educación*, *vol 57,* Nº extra 1.
- De Souza Sánchez, P. M. (2017). El pliegue en la arquitectura [Tesis]. Universidad politécnica de Madrid. Madrid.
- Felton, S., Tolley, M., Demaine, M., Rus, D. y Madera, R. (2014 08 de agosto). Un método para construir máquinas auto-plegables. *Science*. *Vol. 345,* (Número 6197), págs.644-646 https://science.sciencemag.org/content/345/6197/644.full.
- García, A. (2017) Teoría de Galois tras el origami*. Por qué el origami resuelve los problemas geométricos de la antigua Grecia.* [Tesis]. Universidad de LA Laguna.
- Fontán del Junco, M., Bordes, J. y Capa, A. (2019). *El juego del arte.* Madrid. Fundación Juan March.
- Huachillo, A. (2018). *La técnica del origami y su relación con el desarrollo creativo de los niños de cinco años.* Universidad Nacional José Faustino Sánchez. Huacho, Perú.
- Illana, José (2008). Matemáticas y astronomía en Mesopotamia. *SUMA, 58*, pp. 49-61.
- Instituto de matemáticas de la UNAM. (2017, 26 de octubre). Los axiomas del origami. https://www.youtube.com/watch?v=Mm9ZXsWJzsI.
- Kenneway E. (1987). *Complete origami.* Ebury press. London.
- La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Rev. Fac. Cienc. Tecnol.* [online]. 2012, n.32, pp.4-8. ISSN 0121-3814.
- Lang R. (2008). *The math and magic of origami.* [Video]. https://www.ted.com/talks/robert_lang_the_math_and_magic_of_origami/transcript?language=es Conferencia Ted.
- Martínez Ron, A. (2014, 7 de agosto). De cómo el origami puede cambiar la robótica y la ingeniería del futuro. VOZPOPULI.

https://www.vozpopuli.com/next/robotica-ingenieria-futuro-ciencia-origami-tecnologias-materiales_0_722927721.html

- Merayo G., F. (2008). *El nacimiento de la geometría.* Universidad politécnica de Madrid. Madrid.
- Monsalve Posada, O. (2013, 6 de noviembre). El origami y el papel como herramientas mediadoras para la enseñanza y el aprendizaje matemáticos. [I congreso de educación matemática de América Central y El Caribe]. Santo Domingo, República Dominicana.
- Ortega, C, F., (2018). *Diseño de mobiliario contemporáneo basado en origami.* [Tesis]. Universidad del Uzuay. Cuenca. Ecuador. http://dspace.uazuay.edu.ec/handle/datos/8306
- Pallasma, J. (2014). *La mano que piensa.* Editorial GG.
- Ramos Hernández, S. V. (2013). *El arte del origami en el mundo preescolar,* [Tesis]. Universidad pedagógica nacional. México D.F.
- Romero Merizalde, D. F. (2015). *Del origami a la escultura.* [Tesis]. Universidad central del Ecuador. Quito.
- Royo, J. I. (2002). Matemáticas y papiroflexia. *Sigma, Nº 21,* p 175-192.
- Yaqüe, E. F. (2001). Didáctica e historia de la geometría euclidiana, *colección sociedad mexicana de matemática educativa, vol 13 nº 3,* 129-132.