



**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**Departamento de Estadística**

# **La Estadística en las Enseñanzas Medias de países europeos**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación  
Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y  
Enseñanza de Idiomas. Especialidad de Matemáticas.**

**Alumno: Jorge Carlos Terrón Moya**

**Tutora: María Teresa González Arteaga**

**Valladolid, Junio 2021**

## Contenido

RESUMEN .....	3
1. MOTIVACIONES PARA EL TRABAJO FIN DE MÁSTER .....	4
2. INTRODUCCIÓN.....	5
3. ALFABETIZACIÓN EN ESTADÍSTICA.....	7
4. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL DEL ESTUDIO .....	9
4.1 TEORÍAS QUE EXISTEN SOBRE LA TEMÁTICA DE ESTUDIO .....	9
4.2 ANÁLISIS DE ESTUDIOS PREVIOS.....	10
5. OBJETIVOS DEL ESTUDIO .....	12
6. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN .....	13
7. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN .....	17
7.1 SELECCIÓN DE SISTEMAS EDUCATIVOS EUROPEOS.....	17
7.2 SELECCIÓN DE NIVELES EDUCATIVOS EUROPEOS .....	21
7.3 CONTENIDOS DE ESTADÍSTICA EN LOS CURRÍCULOS OFICIALES .....	25
7.3.1 CONTENIDOS DE REINO UNIDO .....	28
7.3.2 ANÁLISIS DE LOS CONTENIDOS DE REINO UNIDO .....	41
7.3.3 CONTENIDOS DE FRANCIA.....	45
7.3.4 ANÁLISIS DE LOS CONTENIDOS DE FRANCIA.....	64
7.3.5 CONTENIDOS DE ITALIA .....	67
7.3.6 ANÁLISIS DE LOS CONTENIDOS DE ITALIA .....	87
7.4 PRINCIPIOS METODOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS A PARTIR DEL ANÁLISIS DE DOCUMENTOS Y DE LA OBSERVACIÓN. ....	89
8. CONCLUSIONES DEL ESTUDIO .....	95
9. BIBLIOGRAFÍA.....	98
ANEXOS.....	103

## **RESUMEN**

La Estadística ha ido adquiriendo gran relevancia en la sociedad actual. Esto hace necesario plantearse el conocimiento de la misma que se contempla en las Enseñanzas Medias. En el caso de España, los programas oficiales de las asignaturas de Matemáticas incluyen algunos temas. En este trabajo se recopila información sobre los contenidos de Estadística que se imparten en las Enseñanzas Medias en otros países europeos (Reino Unido, Francia e Italia), así como la forma de abordar los mismos. Este tipo de análisis se centra en los contenidos mediante comparaciones argumentadas con la situación en el currículo español. Se lleva a cabo teniendo en cuenta también los principios metodológicos y didácticos que acompañan las propuestas de contenidos analizadas.

### **Palabras clave:**

Estadística, Enseñanzas Medias, Currículo, Comparativas europeas

---

## **ABSTRACT**

Statistics has been acquiring great relevance in today's society. This makes it necessary to consider the knowledge of this theme that is provided in the high school. In the case of Spain, the official programs of Mathematics subjects include some topics. This work collects information on the contents of Statistics that are taught in Secondary Education in other European countries (United Kingdom, France and Italy), as well as how to approach them. This type of analysis focuses on the content through argued comparisons with the situation in the Spanish curriculum. Furthermore, it is carried out taking into account the methodological and didactic concepts that accompany the content proposals analyzed.

### **Keywords:**

Statistics, Secondary Education, Curriculum, European comparatives

## 1. MOTIVACIONES PARA EL TRABAJO FIN DE MÁSTER

Considerando el Trabajo Final del Máster (en adelante TFM) como la última asignatura del curso, es una gran motivación poder utilizar para su construcción todos los conocimientos que se ha ido adquiriendo durante este Máster en el resto de asignaturas. De hecho no hubiese sido posible realizar este trabajo final sin lo que se ha ido aprendiendo en todas ellas.

Han sido imprescindibles las tres asignaturas del módulo general con las que dio inicio el Máster. En ellas se estudió psicología, pedagogía, didáctica y sociología básica que un futuro docente debe dominar. Se va a trabajar con alumnos de Secundaria y Bachillerato y es muy importante conocer y tener en cuenta sus necesidades, dificultades y personalidad a la hora de aprender. Además, durante el módulo general se entró en contacto con todos los temas de legislación vigente que rigen el sistema educativo en el que se va a trabajar. Se dieron nociones de la organización institucional educativa y se presentó la documentación que se maneja en los centros y que hay que conocer.

Una vez superado el primer periodo del Máster, se inició el módulo específico de Matemáticas, en el que realmente se han ido adquiriendo las competencias para ser profesores de esta especialidad y que han tenido una gran contribución para la elaboración del presente trabajo.

La asignatura de Complementos de Matemáticas ha servido para recordar la importancia de tener un dominio sobre la materia que se va a impartir. Como decía Einstein “Si no puedes explicarlo de forma sencilla, aún no lo has entendido bien” y para ser cada día mejores docentes se debe seguir estudiando Matemáticas. Este estudio hay que hacerlo con rigor conociendo el fundamento de los contenidos, y así se consigue ser mejores “guías de aprendizaje” para nuestros alumnos.

Por otra parte, las asignaturas de Diseño Curricular en Matemáticas, Didáctica de la Matemática y Metodología y Evaluación en Matemáticas, son fundamentales para el buen hacer de este TFM. Sería imposible desarrollarlo sin tener un conocimiento en profundidad de los elementos que constituyen un currículo educativo. Igual de importante es conocer las herramientas didácticas más adecuadas que pueden utilizarse para motivar a los alumnos y favorecer su aprendizaje, o las metodologías y recursos didácticos que se pueden emplear para que el alumno adquiera las competencias definidas para cada asignatura. Todo ello sin olvidar que se debe hacer un buen uso de las técnicas de evaluación, ya que se convierten en piezas clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumnado.

Las asignaturas de Innovación Docente en Matemáticas e Iniciación a la Investigación Educativa en Matemáticas, demuestran que aún queda mucho por hacer y que como docentes debemos aportar nuestro “granito de arena” para mejorar el futuro de la docencia. Utilizando otra frase de Einstein, “Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo”, se recuerda que siempre hay que intentar innovar para

cambiar aquello que se quiere mejorar. Remarcar también, que lo aprendido en la signatura de Iniciación a la Investigación Educativa ha sido primordial para asentar las bases de este TFM y para mantener la formalidad y el rigor necesario que este tipo de trabajos requieren.

Las asignaturas de Modelos Matemáticos e Ideas y Conceptos Matemáticos a través de la Historia, han puesto de manifiesto “la belleza” de esta Ciencia. Este tipo de asignaturas hacen que aumente el entusiasmo de un futuro docente por las Matemáticas y esa pasión se transmitirá al alumnado si el profesor disfruta explicando algo que realmente le gusta.

Por último, los dos meses de Prácticas Externas en las que se tuvo oportunidad de trabajar directamente con alumnos de ESO y Bachillerato, aprendiendo cada día de los tutores de los centros educativos, permite conocer la realidad de las aulas y probar la resiliencia de nuestra vocación docente ante las dificultades diarias que se van a presentar. Este periodo transformó la teoría en práctica para poder plasmar en este TFM los conceptos educativos desde un punto de vista lo más realista posible.

### **Conexión personal del autor con el estudio que se va a realizar**

El autor se interesa mucho por investigar sobre la enseñanza de la Estadística, porque es un bloque fundamental y a veces olvidado de la asignatura de Matemáticas. Profesionalmente como docente busca contribuir a su mejor didáctica en los niveles de ESO y Bachillerato.

Los periodos en los que ha estudiado y trabajado en otros países de Europa, participando en proyectos de I+D+i, le han servido para concluir que cada país tiene mucho conocimiento que aportar. Lo difícil es saber identificarlo y ver su posible implementación en España.

El proyecto que se lleva a cabo en este TFM es una gran oportunidad para poder profundizar en la Didáctica de la Estadística, y también en diferentes sistemas educativos para conocer sus singularidades.

## **2. INTRODUCCIÓN**

En este TFM se lleva a cabo una investigación que consiste en un estudio comparativo. El autor busca y recopila una gran cantidad de información respecto al tema de investigación, y la analiza con rigor para convertirla en conclusiones que ayuden a la consecución de los objetivos.

Se debe comenzar por aclarar la posición paradigmática del investigador, que en este caso se identifica con una cosmovisión pragmática, y que influye a la hora de comprender el trabajo realizado. Desde el pragmatismo se considera que lo especialmente relevante es el fenómeno que se desea estudiar en lugar de los métodos y técnicas para hacerlo. Por ello se eligen los métodos en función de su capacidad para ayudar a dar respuesta a las preguntas de investigación del estudio.

En secciones posteriores del TFM se explica que el investigador emplea técnicas de recogida de datos cualitativas, pero siempre centrándose en las implicaciones prácticas de las investigaciones.

### **Definición del estudio de investigación del TFM**

Debido a que la Estadística ha ido adquiriendo gran relevancia en la sociedad actual, se pretende investigar sobre la enseñanza de la Estadística en Europa en los niveles equivalentes a ESO y Bachillerato.

Para ello, se realizará un estudio comparativo de los contenidos de Estadística en las Enseñanzas Medias en varios países europeos, a través de tres etapas generales:

- Recopilar información sobre los contenidos de Estadística que se imparten en las Enseñanzas Medias en otros países europeos.
- Analizar la forma de abordar dichos contenidos teniendo en cuenta también los principios metodológicos y didácticos que acompañan las propuestas de contenidos analizadas.
- Realizar comparaciones argumentadas con la situación en el currículo español.

### **Justificación del estudio**

El nacimiento de este estudio se produce con la detección de una necesidad de “Alfabetización en Estadística” de la población en general. Esta necesidad se ha detectado a nivel internacional, ya que cada vez son más los estudios que hablan de “literacy”, palabra inglesa que puede traducirse como alfabetización.

Esta investigación es importante porque busca llegar a conclusiones que permitan impartir la enseñanza de la Estadística de manera más efectiva a partir de los resultados que se consigan desde una perspectiva internacional comparada.

Para llevar a cabo este trabajo y comprender el fenómeno o problema se intenta buscar respuesta a las siguientes **preguntas de investigación**:

1. ¿Cómo se está enseñando esta materia a nivel de Enseñanzas Medias?
2. ¿Hay muchas diferencias de currículo en los diferentes sistemas educativos europeos?
3. ¿Cuáles son las diferencias en las metodologías didácticas en los diferentes sistemas educativos europeos?
4. ¿Cuáles son las mejores prácticas que realizan estos países y cómo las llevan a cabo?
5. ¿Deberían modificarse los contenidos que se estudian en el currículo español?
6. ¿Qué se podría mejorar en la forma de enseñar la Estadística en España?

A lo largo de este trabajo encontramos las siguientes secciones. En la sección 3 se deja constancia de la importancia de este trabajo a través de un concepto que cada vez es más significativo en el campo de la Estadística “la alfabetización en Estadística”. En la sección 4 se definirá el marco teórico y conceptual del

estudio, en el que se hará una síntesis de las teorías que existen sobre la temática de estudio y se analizarán algunos estudios previos sobre el tema. En la sección 5 se definirán los objetivos que se quieren conseguir con este estudio. A continuación, en la sección 6 se explicará cómo se va a llevar a cabo el estudio a través del diseño de la investigación y así llegaremos a la sección 7 en la que realmente se desarrolla la investigación. Posteriormente, en la sección 8 se encuentran las conclusiones del estudio. Por último, y después de las referencias bibliográficas, se incluirán unos anexos con algunos materiales que se han utilizado para la realización del TFM pero que no han tenido cabida en el resto de secciones.

### **3. ALFABETIZACIÓN EN ESTADÍSTICA**

Con la explicación de este término en el TFM, se busca contribuir a subrayar la importancia de enseñar Estadística a la población en general.

Wallman (1993), define la alfabetización estadística por primera vez como: “la habilidad de entender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que inundan nuestra vida diaria, unida a la habilidad de apreciar las contribuciones que el razonamiento estadístico puede hacer en público y en privado a las decisiones personales y profesionales”.

Batanero (2002) expone que el término “alfabetización o cultura estadística” ha ido surgiendo para resaltar el hecho de que la Estadística sea considerada como parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado.

Schmit (2010) define la alfabetización estadística como: “la capacidad de leer e interpretar estadísticas resumidas en los medios de comunicación y estudios, siendo el puente entre la información cuantitativa y el significado social”.

En el trabajo de Galán Fragua (2015) se mencionan unas palabras de D. Alfonso Gordaliza Ramos, catedrático en Ciencias Matemáticas (Estadística) por la Universidad de Valladolid, que se refieren a este término explicándolo de una manera más fácil de entender para la población en general. En ellas expone que cualquier sistema educativo debería proporcionar al ciudadano medio una cultura estadística básica suficiente para poder comprender la información que le llega constantemente desde múltiples fuentes, cada vez más trufada de datos y referencias de índole cuantitativa, y desarrollar un mínimo espíritu crítico correctamente fundamentado a partir de dicha información.

En las publicaciones a nivel internacional se puede encontrar con los términos “Statistical literacy and statistical competence” y algunos autores como Ben-Zvi y Garfield (2004) también lo denominan

razonamiento estadístico. Establecen que este tipo de razonamiento se puede definir como lo que hacen las personas al razonar con ideas estadísticas y al dar sentido a la información estadística.

Soledad Estrella (2017) en el libro *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* escribe un capítulo titulado “Enseñar Estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico”. En el mismo se puede encontrar una imagen similar a la figura de la Ilustración 1 que resume muy bien las características de la alfabetización estadística.



Ilustración 1 Características de la alfabetización en Estadística

(Imagen del autor basándose en la Fuente: <https://www.researchgate.net/profile/Soledad-Estrella/publication>)

De una manera más implícita, podemos encontrar este concepto de alfabetización en Estadística en algunos currículos educativos oficiales, como por ejemplo en el del cuarto ciclo del sistema educativo francés.

“Au cycle4, les élèves sont confrontés à diverses situations de travail sur des données: les utiliser, les représenter, les interpréter de manière critique. **Ils abordent les notions d’incertitude et de hasard, afin de ne pas «subir»le hasard, mais de construire une citoyenneté critique et rationnelle.**”



[“En el ciclo 4, los estudiantes se enfrentan a diversas situaciones de trabajo con datos: usándolos, representándolos, interpretándolos críticamente. Abordan las nociones de incertidumbre y azar, para no "sufrir" por casualidad, sino para construir una ciudadanía crítica y racional.]

No se puede terminar esta sección de “alfabetización en Estadística” sin explicar la importancia de acudir a fuentes fiables para recoger los datos. A nivel de España, tenemos el Instituto Nacional de Estadística (INE), y a nivel internacional, por ejemplo, el Instituto de la UNESCO para la Estadística (UIS), que es una fuente oficial y de confianza de datos internacionalmente comparables sobre la educación, la ciencia, la cultura y la comunicación.

En este trabajo, al estar enfocado al ámbito europeo y tener como objetivo una comparativa entre países, se tiene que hacer una referencia obligada a la Oficina Estadística de la Unión Europea EUROSTAT, la cual se encarga de publicar estadísticas e indicadores de alta calidad a escala europea que nos permite tener datos para hacer comparaciones entre países y zonas.

## 4. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL DEL ESTUDIO

### 4.1 TEORÍAS QUE EXISTEN SOBRE LA TEMÁTICA DE ESTUDIO

Se va a especificar el marco teórico, definiendo cuales son los conceptos y las teorías que proporcionarán la base de esta investigación.

Un primer concepto es la *Didáctica de la Estadística*. Su estudio se realiza a partir de los trabajos de Carmen Batanero, catedrática de la Universidad de Granada que ha llevado a cabo los estudios de investigación más importantes sobre este tema.

Un segundo concepto es la *Alfabetización en Estadística*, la cual se ha considerado en el apartado anterior.

Un tercer concepto es la *Comparativa entre Sistemas Educativos* y los *procesos de enseñanza-aprendizaje de la Estadística* que se lleva a cabo en cada país a nivel de Enseñanzas Medias. Respecto a esta cuestión, en el artículo de Salvador Naya, Matilde Ríos y Lucía Zapata (2012) titulado *La Estadística en la Enseñanza Preuniversitaria* se propone que “En Europa existen tres tendencias muy diferentes entre sí relativas a la enseñanza de la Estadística. Una primera hace énfasis en el *proceso del análisis de datos* (caso del Reino Unido); otra se centra en abordarla como *capítulo de las Matemáticas* (es el caso de Francia y Bélgica); y una tercera tendencia la considera como una *herramienta auxiliar para el estudio de diversos asuntos y disciplinas escolares* (caso de Suecia, por ejemplo).”

La base de nuestra investigación se crea a partir de la unión lógica de todos estos conceptos como se detalla a continuación. Es indiscutible que para conseguir la alfabetización en Estadística de manera efectiva, los sistemas educativos deben desarrollar los mejores procesos de enseñanza-aprendizaje para esta materia. Estos procesos deben tener comienzo en etapas tempranas donde los niveles educativos son obligatorios para que lleguen los conocimientos básicos de Estadística a toda la población. Igualmente, es importante conocer cuáles son los diferentes enfoques que se pueden trabajar en Didáctica de la Estadística y cuáles son los que se están empleando en distintos países europeos en la actualidad.

## 4.2 ANÁLISIS DE ESTUDIOS PREVIOS

En este apartado se realiza una revisión bibliográfica de las investigaciones previas más relevantes que ha encontrado el autor. Esto sirve para establecer los antecedentes sobre la temática de estudio.

En su mayoría son trabajos que incluyen estudios comparativos sobre Didáctica de la Estadística. Existen dos autores que destacan por encima del resto en los libros y artículos encontrados. Son el profesor universitario israelí Dani Ben-Zvi y la catedrática española Carmen Batanero

Se describen brevemente los tres antecedentes encontrados con mayor conexión con este TFM, en los cuales se analiza críticamente cómo se ha realizado la investigación y se identifican “vacíos” que puedan ser completados por nuestro estudio.

El resto de antecedentes, para no alargar innecesariamente el contenido del TFM, simplemente se mencionan, aunque todos ellos son libros y artículos brillantes relacionados con la temática de este TFM.

**Antecedente 1:** Moreira C. (2011) *La estadística en la enseñanza secundaria en Europa*. X Congreso Galego de Estadística e Investigación de Operacións.

- Descripción: Este artículo es el que más puntos en común tiene con el presente TFM. Las palabras clave que incluye al principio reafirman esta idea: Estadística, Currículo y Comparaciones Europeas. También habla de alfabetización matemática (mathematical literacy), refiriéndose a la capacidad de los escolares para utilizar sus competencias matemáticas con el propósito de afrontar los desafíos del futuro. El artículo se centra en el estudio de las tendencias de algunos países europeos y hace una comparativa entre la Estadística en el currículo de Portugal, España, Bélgica e Inglaterra. Para ello utiliza una metodología de análisis documental. Hace referencia a las conclusiones de Crockcroft (1982) quién indica que hoy coexisten en Europa tres tendencias relativas a la enseñanza de la Estadística: “(i) énfasis en el proceso de análisis de datos, con la perspectiva de que esta ciencia es

utilizada en la sociedad, teniendo en cuenta que el uso de datos hace parte de la rutina diaria (tendencia más predominante en países como Inglaterra); (ii) como capítulo de la Matemática, por veces denominada como Estocástica, enfatizando aspectos conceptuales y/o computacionales (abordaje seguido, por ejemplo, en Francia y Bélgica); y (iii) como “state”-istics, es decir, como una herramienta auxiliar para el estudio de diversos asuntos y disciplinas escolares (tendencia visible, por ejemplo, en Suecia)”.

- **Análisis crítico:** Una primera parte del artículo estudia el informe PISA 2009 y plantea que tras el análisis los resultados en la prueba de matemáticas se llega a la conclusión de que la diferencia entre Portugal, España y Reino Unido no es estadísticamente significativa. La segunda parte sitúa donde se imparte la Estadística en las diferentes etapas de los currículos y termina con unas conclusiones de ámbito metodológico.
- **Vacíos encontrados:** El principal vacío es que este artículo no entra a estudiar los contenidos que aparecen en los currículos y eso es uno de los objetivos principales de este TFM.

**Antecedente 2:** Batanero C. (2000) *¿Hacia dónde va la educación estadística?* Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

- **Descripción:** En el año 2000 nos decía que recientemente la Estadística se ha incorporado, en forma generalizada, al currículo de matemáticas de la enseñanza primaria y secundaria y de las diferentes especialidades universitarias en la mayoría de los países desarrollados. Incluye una parte muy interesante de investigación sobre el razonamiento estocástico donde hace referencia a estudios de Piaget e Inhelder (1951) o los posteriores trabajos de Fischbein (1975). También nos explica una de las dificultades que tiene la enseñanza de la Estadística en oposición al resto de bloques de las asignaturas de matemáticas. Ello es debido a las controversias filosóficas sobre la interpretación y aplicación de conceptos tan básicos como los de probabilidad, aleatoriedad, independencia o contraste de hipótesis, mientras que estas controversias no existen en álgebra o geometría (Batanero y Serrano, 1995). Las dimensiones políticas y éticas del uso y posible abuso de la Estadística y la información estadística contribuyen, asimismo, a la especificidad del campo. Por otra parte nos habla de la importancia de la experimentación, la manipulación y el uso de la simulación para enseñar Estadística.
- **Análisis crítico:** Desde la realización de este artículo han pasado más de veinte años, tiempo en los que se han producido grandes cambios en la sociedad, que pueden haber dejado varias partes del artículo obsoletas. De hecho, su mismo título nos puede indicar que aquel futuro al que se refiere podemos estarlo viviendo ya en nuestros días. Sin embargo, el artículo no pierde para nada su interés y su objetivo de contribuir a concienciar a los profesores de la necesidad de su cooperación en esta tarea que, sin duda repercutirá en la mejor preparación de sus alumnos y en el desarrollo económico de nuestro país.

- Vacíos encontrados: Este artículo tampoco entra a estudiar los contenidos del currículo ni hace una comparativa internacional.

**Antecedente 3:** Burrill, G., & Biehler, R. (2011). *Fundamental statistical ideas in the school curriculum and training teachers*. In C. Batanero et al. (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp. 57–69). New York: Springer.

- Descripción: Este documento es el capítulo 10 de un libro en el que también se encuentra entre los editores a Carmen Batanero. Aunque el libro tiene el foco en encontrar los elementos necesarios para instruir a los profesores para enseñar Estadística, este capítulo en particular, nos describe las perspectivas existentes en educación estadística y nos explica por qué la estadística es diferente al resto de las matemáticas siendo esta parte muy interesante.
- Análisis crítico: Nos da una perspectiva diferente a otros artículos ya que nos hace ver la educación en Estadística desde el punto de vista del profesor. También deja claro las cuatro componentes que deben llevarse a cabo al trabajar en Estadística: Formular preguntas, recoger los datos, analizar los datos e interpretar los resultados.
- Vacíos encontrados: De nuevo vemos que no entra a valorar los currículos.

#### **Otros antecedentes relevantes:**

**Antecedente 4:** Ben-zvi, Dani and Makar, Katie (2016). *International perspectives on the teaching and learning of statistics. The teaching and learning of statistics*. Edited by Dani Ben-Zvi and Katie Makar. Heidelberg, Germany: Springer.1-10

**Antecedente 5:** Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (Eds.). (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

**Antecedente 6:** Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). *Junior high school students' construction of global views of data and data representations*. *Educational Studies in Mathematics*, 45, 35-65

**Antecedente 7:** Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de investigación en educación estadística. Recuperado de <https://goo.gl/3py5DK>

**Antecedente 8:** Batanero C. (2000) *Statistics Education Research Journal*. Varios artículos.

## **5. OBJETIVOS DEL ESTUDIO**

En esta sección se definen los objetivos del estudio, clasificándolos en personales, intelectuales y prácticos. A partir de ellos se indica el propósito de la investigación.

**Objetivos personales:**

- Profundizar en la búsqueda de soluciones Didácticas y metodológicas que permitan impartir la enseñanza de la Estadística de manera más efectiva.
- Transmitir la importancia del bloque de Estadística dentro de la asignatura de Matemáticas, para colaborar a solucionar el problema real que se observa en muchos institutos, referente a que los profesores de Matemáticas a menudo ven la Estadística como una parte marginal en el plan de estudios de Matemáticas y, tienden a minimizar o ignorar su enseñanza.

**Objetivo intelectual:** Identificar los factores didáctico-metodológicos con mayor y mejor impacto en el alumnado en las etapas de Enseñanzas Medias a la hora de enseñar la Estadística desde una perspectiva internacional comparada.

**Objetivo práctico:** Disponer de ideas para estar en disposición de elaborar una propuesta de buenas prácticas para la enseñanza de la Estadística en secundaria y Bachillerato, teniendo en cuenta el abordaje que se realiza en otros lugares.

**Propósito de la investigación**

Teniendo en cuenta los objetivos que se acaban de definir, se puede indicar que “El propósito del presente estudio es el de descubrir el conocimiento de Estadística que se adquiere en las Enseñanzas Medias Europeas con el objeto de sentar las bases para elaborar una propuesta de buenas prácticas para la enseñanza de la Estadística en Secundaria y Bachillerato.”

## 6. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta sección del trabajo pretende establecer la dirección que debería tomar la investigación y los pasos a seguir para su correcto desarrollo. Es más que probable que en la sección 7 en la que se llevará a cabo el desarrollo del proyecto aparezcan dificultades que impidan seguir al pie de la letra el diseño que ahora se establezca, sin embargo, siempre se intentarán respetar las líneas generales que deben guiar el estudio.

Empezar explicando el tipo de investigación que se va a utilizar es la mejor manera de enfocar el desarrollo del estudio y mantener el rigor de la investigación. Además se establecerán las bases para un protocolo que defina como se llevará a cabo la recogida de datos para el estudio, y como se hará el posterior análisis de dichos datos.

## TIPO DE INVESTIGACIÓN

Debido al tipo de información con la que se va trabajar, se utilizará un diseño de **investigación cualitativa**. Para ser más exactos, se puede decir que dentro lo cualitativo se enfocará como una investigación etnográfica y como un estudio de caso.

- **Investigación Etnográfica:** Este tipo de investigación trata de Analizar y comprender detalladamente las particularidades de un determinado grupo social. Es evidente que para llevar a buen puerto este estudio se debe analizar y comprender las particularidades de cada país europeo y como eso influye en la educación que reciben sus alumnos.
- **Estudio de Caso:** El estudio de caso es una tradición de investigación que permite el análisis en profundidad de realidades sociales particulares. En este trabajo se particularizará a cada país, y más concretamente a su sistema educativo, y más concretamente a la forma en que está enfocada la enseñanza de la Estadística en ese sistema educativo. De esta forma queda delimitada claramente la situación concreta a la que se pretende realizar un estudio en profundidad. La principal ventaja de esta forma de trabajar, es que permite que terceras personas en contextos similares puedan aprender de las conclusiones obtenidas en un estudio de caso concreto e implementar los métodos del estudio. Esto puede sentar las bases para futuros análisis de otros países y mantener una forma de trabajar que facilite que las conclusiones futuras puedan añadirse a las actuales.

## INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE LA INFORMACIÓN

Teniendo en cuenta el tipo de información con el que se trabaja, lo más lógico es establecer un protocolo para hacer una observación sistemática y externa. Es sistemática porque está determinado en qué debe fijarse el observador y es externa porque el observador no participa en el evento observado.

El protocolo marca los siguientes pasos:

1. Selección de países que formarán parte del estudio (Se llevará a cabo en la sección 7.1). Europa cuenta con una gran cantidad de países que son dignos de estudio y cualquiera de ellos podría dar información muy valiosa para obtener conclusiones, sin embargo se debe acotar este trabajo y establecer unos criterios de selección. Se ha decidido que los criterios que deben prevalecer son los siguientes, no necesariamente en ese orden:
  1. El idioma del país y la disponibilidad de documentos oficiales educativos.
  2. La relación educativa que mantenga con España y su cercanía cultural con nuestro país.
  3. La tradición Estadística del país dentro de un contexto histórico.
  4. Los buenos resultados educativos en informes PISA.

2. Selección de niveles educativos (Se llevará a cabo en la sección 7.2). Dentro de las Enseñanzas Medias se observarán los cursos que nos puedan dar más valor añadido a los resultados del estudio. Es importante analizar los cursos que sean final de una etapa, como puede ser el fin de la enseñanza obligatoria (en España 4ºESO) o el último curso preuniversitario (en España 2º Bachillerato).
3. Búsqueda y selección de todos los contenidos de Estadística en los currículos oficiales de cada país (Se llevará a cabo en la sección 7.3). Se deben seleccionar contenidos que, además de proporcionar una rica información, nos ayuden a su comparación con el resto de contenidos de países.
4. Búsqueda de principios metodológicos y didácticos a partir del análisis de documentos y la observación (Se llevará a cabo en la sección 7.3). Este paso, a priori, es el que menos se puede definir hasta que se realiza. La intención del autor es detectar diferentes elementos clave que expliquen que es lo que mejor hace cada país para enseñar Estadística a sus alumnos y como podría trasladarse e implementarse ese “Know How” a la educación en España.

Una vez que se han visto los pasos a seguir para recoger la información, se definen las dos técnicas de recogida de datos que se utilizan. Fundamentalmente se lleva a cabo un análisis de documentos, aunque también tendrá una gran importancia la observación.

- **El análisis de documentos:** se fundamenta principalmente en el análisis de textos, y tiene un alcance interpretativo y exploratorio. Este punto ocupa bastante tiempo del estudio y debe realizarse sin perder de vista que se pretende observar los contenidos de Estadística de los currículos de diferentes países y su forma de enseñarlos.
- **La observación:** para poder conocer e interpretar mejor el fenómeno estudiado, se deben observar y recoger en los diferentes países aspectos relevantes del problema, como por ejemplo los sistemas educativos y políticas educativas propias de cada país.

## PROCESO DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Una vez que se tiene la información recogida y organizada, se pretende que sea útil para poder obtener conclusiones. Se siguen las ideas de la espiral de análisis de los datos cualitativos de Creswell (1998), estudiados en la asignatura de Iniciación a la Investigación educativa en Matemáticas.

Creswell define cuatro etapas

1. Preparación, gestión y organización de los datos recogidos
2. Lectura y etiquetación de los datos recogidos
3. Descripción, clasificación e interpretación de los datos recogidos
4. Representación y visualización de los resultados del análisis

Sin embargo, por las particularidades del estudio que nos atañe, los procesos de recogida y análisis de los datos no tienen por qué estar cronológicamente separados ya que están ampliamente interconectados. De hecho es muy probable que sean simultáneos o cíclicos, tratando de construir una explicación e interpretación profunda del tema estudiado.

De esta manera, las dos primeras etapas de Creswell se realizan de forma simultánea a la recogida de datos (Se llevarán a cabo en la sección 7.3 a la vez que la búsqueda y selección de contenidos). Esta parte del proceso de la investigación suele tomar bastante tiempo, y tener una alta componente iterativa y reflexiva, hasta llegar a generar un conocimiento y comprensión profunda del tema o fenómeno estudiado. Poco a poco se pasa de lo meramente descriptivo a lo analítico e interpretativo.

Después de este procedimiento inicial, se tendrá recogidos y organizados en tablas los datos que se habrán obtenido mayoritariamente de texto de diferentes fuentes. Además para organizarlos se habrá etiquetado con palabras clave o ideas que nos faciliten su posterior gestión a la hora de su análisis. También anotamos todo lo que nos parezca relevante respecto a los principios metodológicos y didácticos o cualquier otra cuestión que sea notable para nuestro estudio.

Llegados a este punto, se procede a concluir el análisis por medio de la descripción e interpretación de los datos (etapa 3 de Creswell) y también, dichos datos se plasman en gráficos y explicaciones verbales (etapa 4 de Creswell) para facilitar la visualización y la comprensión de los resultados. Para una mayor facilidad a la hora de leer este trabajo, se ha decidido que esta parte de análisis también se incluya en la sección 7.3. Se presenta en forma de subapartados que se colocan a medida que se cierra el estudio de cada país. Es decir, una vez que se tiene trabajada toda la información sobre los contenidos de un país, se procede inmediatamente al análisis de esos contenidos, ya que de otra manera, si se dejara todo el análisis para el final, se reúne demasiada información de distintos países y el análisis de datos sería mucho más engorroso.

Los análisis cualitativos de los datos, para que tengan rigor y calidad científica, deben hacerse acorde a los Criterios de Guba (1981), estudiados en la asignatura de Iniciación a la Investigación educativa en Matemáticas, que analizan la confiabilidad en modelos cualitativos. Se va a explicar cada uno de ellos y la manera de aplicarlos a nuestro estudio.

1. *Credibilidad*: Calidad de congruencia de los resultados obtenidos con la realidad que se está estudiando (similar a la validez interna).

- Cómo garantizarla: Comparando mucha bibliografía.
- Limitaciones: No poder estudiar “in situ” los países.
- Amenazas: No encontrar documentación de distintos países.

2. *Transferibilidad*: Determinación de si los resultados son trasladables a otras situaciones o contextos con las mismas condiciones (similar a validez externa o generalización).

- Cómo garantizarla: Definiendo bien el protocolo.
- Limitaciones: No poder estudiar casos suficientes.



- Amenazas: No encontrar documentación de distintos países.

3. *Fiabilidad (dependability)*: Calidad de una investigación de ser “modelo prototípico”, es decir, de poder ser replicada por otro investigador (similar a reliability).

- Cómo garantizarla: Definiendo bien el protocolo de investigación.
- Limitaciones: No poder estudiar casos suficientes.
- Amenazas: No ser lo suficientemente claro y riguroso.

4. *Confirmabilidad*: Calidad de que los resultados se deriven de los datos y no de las preferencias y prejuicios del investigador (similar a objetividad).

- Cómo garantizarla: Todo debe estar bien referenciado.
- Limitaciones: No poder encontrar los datos adecuados.
- Amenazas: Los prejuicios del investigador.

## 7. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

### 7.1 SELECCIÓN DE SISTEMAS EDUCATIVOS EUROPEOS

Europa es un continente con mucha Historia que actualmente cuenta con 45 países y una población en torno a 740 millones de personas (Fuente: Naciones Unidas, World Population Prospects 2019. Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, División de Población) <https://population.un.org/wpp/DataQuery/>. Esto nos da una idea de las dimensiones que podría llegar a tener este trabajo de investigación.

Después de recopilar mucha información de diferentes países europeos, se deben seleccionar los países que formarán parte del estudio. Dadas las dimensiones de Europa y las grandes diferencias que se encuentran al observar los diferentes países que la componen, existen muchos candidatos que aportarían mucha información, pero se ha decidido centrar el estudio en unos pocos países que se han de seleccionar en función de varias variables.

Entre estas variables están el idioma en que se puede encontrar la información de los currículos educativos, su destacada participación dentro de la Historia de la Estadística y la proximidad cultural con España,

De todos los países europeos, por motivos de un mejor acceso a webs de información oficial con datos contrastados, haremos una primera criba con aquellos que forman parte de la Unión Europea (UE). Como dato, ya que este trabajo es de Estadística, añadir que se ha estimado que la **población** de la **EU-27** a 1 de enero de 2019 era de 446,8 millones. (Fuente: Eurostat).

Buscando información en la web oficial de la unión Europa <https://Europa.eu>, se puede apuntar que actualmente son 27 los países miembros, y que el último suceso más relevante fue la salida de Reino Unido

de la Unión Europea el 31 de enero de 2020. Como la mayoría de la documentación que se va a manejar es anterior a dicha fecha, se considerará que Reino Unido no tiene ninguna diferencia con el resto de países a efectos prácticos de este estudio. Por lo tanto, en orden alfabético, mediante nuestra primera criba nos quedamos con 28 países: Alemania, Austria, Bélgica, Bulgaria, Chequia, Chipre, Croacia, Dinamarca, Eslovaquia, Eslovenia, España, Estonia, Finlandia, Francia, Grecia, Hungría, Irlanda, Italia, Letonia, Lituania, Luxemburgo, Malta, Países Bajos, Polonia, Portugal, Reino Unido, Rumania, Suecia.

Como curiosidad, añadir que al inicio de la cooperación económica en 1951, los únicos países participantes eran Alemania, Bélgica, Francia, Italia, Luxemburgo y los Países Bajos.

La red Eurydice es la red de información educativa en Europa, donde se ha buscado mucha información para este estudio (<https://www.educacionyfp.gob.es/mc/redie-eurydice/sistemas-educativos.html>). Esta Web de la comisión europea inicialmente está en inglés pero luego tiene el inconveniente de que accediendo a los enlaces de los contenidos de los países, toda la información está en el idioma de cada país.

### **Idiomas de los países europeos**

Como se anticipaba en la sección 6, uno de los criterios para seleccionar candidatos al estudio es el idioma del país y la disponibilidad de documentos oficiales educativos. Debido a este motivo se descartan varios países, y entre ellos, algunos que en principio eran firmes candidatos como Alemania, Finlandia, Estonia y Suecia. El primero de ellos por su importancia en Europa y su Historia dentro de la Estadística, los dos siguientes por sus buenos resultados educativos en informes internacionales PISA y el último porque tiene una forma particular de enseñar la Estadística considerándola como una herramienta auxiliar para el estudio de diversos asuntos y disciplinas escolares.

Se accede a los Currículos oficiales de Matemáticas de enseñanzas secundarias de cualquier país de la UE a través de: [https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/national-description\\_es](https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/national-description_es), pero una vez que te diriges al país en cuestión, no puedes continuar a menos que sepas su idioma porque todos los documentos están en su lengua. Esto sucede, por ejemplo en el caso de Finlandia, accediendo a <https://minedu.fi/etusivu> donde la información se presenta en Finés, o en el caso de Suecia [https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/hogskoleforordning-1993100\\_sfs-1993-100](https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/hogskoleforordning-1993100_sfs-1993-100)

Aunque el estudio de estos y otros países europeos similares sería muy interesante, tienen toda la documentación curricular en el idioma de su país, y esto impide la recopilación de la información necesaria.

Hasta aquí ya se han eliminado varios países por el motivo del idioma, pero no sería justo seleccionar los países por descarte. De hecho, a partir de ahora se va a tener en cuenta criterios positivos, como es la contribución a la Historia de la Estadística de algunos de los países europeos.

### **Países europeos con destacada participación dentro de la Historia de la Estadística**

Se puede empezar diciendo que la Estadística está íntimamente relacionada con la Historia de Europa, ya que si buscamos el origen de la palabra Estadística debemos ir a los idiomas de Alemania o Italia. Por ejemplo, una de las versiones es que procede del término alemán Statistik, introducido originalmente por Gottfried Achenwall en 1749, y se refería al análisis de datos del Estado, es decir, la «ciencia del Estado»

La mejor manera de ver este apartado es a través de personajes europeos destacados de la Historia de la Estadística, vamos a ver como se ha ido construyendo esta ciencia y su fuerte relación con las Matemáticas.

Es conocido que Europa fue fundamental para el desarrollo del mundo de las Ciencias, sobre todo a partir del Renacimiento, y existen países cuya aportación ha sido trascendente. Alemania, Italia, Francia, Inglaterra y Suiza fundamentalmente, y en menos medida otros países como Bélgica, Escocia y Polonia. Todos estos países cuentan con personajes europeos destacados de la Historia de la Estadística, que han sido vitales para la construcción esta ciencia y su fuerte relación con las Matemáticas.

De hecho si nos centráramos en las llamadas escuelas Estadísticas, podemos ver que surgen en algunos de estos países: escuela administrativa (Alemania), escuela probabilística (Italia y Francia) y escuela demográfica (Inglaterra).

En la primera sección de los **Anexos (ver Anexos I)** se puede encontrar una infografía creada por el autor en la que se señala en un mapa de Europa las figuras más destacadas dentro de la Historia de la Estadística y sus países de origen.

Por último apuntar, que para darnos cuenta de la importancia de Europa en la Historia de la Estadística, podría decirse que más allá de nuestras fronteras, solo podría destacarse a algunos personajes rusos y norteamericanos. (En este estudio se considera a Rusia como país no totalmente europeo, aunque se sabe que esto crea cierta controversia, y simplemente se ha escogido ese criterio).

En nuestro estudio queda fuera por su origen soviético Andrei Kolmogorov (1903-1987), aunque sin duda debe ser mencionado en este trabajo, ya que posiblemente sea el personaje más importante del S.XX como creador del campo de probabilidades moderno. Es el creador de la axiomática de Kolmogorov, que sirve como fundamento de la teoría axiomática de la probabilidad. También mencionar a Chevishev (1821-1894), otro ruso muy conocido, sobre todo, por la Desigualdad de Chebyshev.

En América George Snedecor (1881-1974) y su “distribución F”, o John Wilder Turkey (1915-2000) que fundó el Análisis Exploratorio de Datos o EDA (Exploratory Data Analysis), una nueva aproximación a la Estadística que utiliza sobre todo un conjunto de técnicas basadas en el uso de gráficos. También, Gertrude

Mary Cox cuya principal aportación a la Estadística estuvo en el campo del diseño experimental y se convirtió en la primera mujer elegida en la junta del Instituto Internacional de Estadística en 1949.

### **Países con proximidad cultural con España**

El tema de la proximidad cultural podría medirse de muchas maneras, y es obvio, por ejemplo, que nos unen muchas más cosas a los países mediterráneos que a los países escandinavos.

Sin embargo, se tiene en cuenta la posibilidad de que un alumno que estudie en el sistema educativo español pueda en el futuro entrar a estudiar en ese otro país. Es decir, se toma como referencia los destinos que los españoles prefieren para ir de Erasmus. Se utilizan datos anteriores a la pandemia del COVID-19 y aunque estos destinos sean en su mayoría elegidos para estudiar en etapas universitarias, es interesante conocer las diferencias en las Enseñanzas Medias previas a la Universidad.

En base a datos publicados del 2019 (fuente: Erasmus+Annual Report2017 Comision Europea), los destinos con mayor afluencia entre los españoles fueron Italia, Reino Unido, Alemania y Francia. Además, estos mismos son los países de los que más estudiantes llegan de Erasmus a España, y este hecho es favorecido por los convenios que existen entre Universidades.

### **Países seleccionados**

Finalmente, teniendo en cuenta todo lo anterior, se concluye que el desarrollo de esta investigación se realiza con tres países europeos a parte de España que son Reino Unido, Francia e Italia. Estos tres países han tenido una gran influencia en la Historia de la Estadística, poseen fuertes lazos educativos con España, y además poseen tres idiomas que son accesibles para el investigador.

En la segunda sección de los **Anexos (ver Anexos II)** se adjuntan unas infografías que recogen información muy bien sintetizada de varios sistemas educativos de países europeos. Estas infografías se han encontrado a través de la búsqueda en <https://www.magisnet.com/>, pero para el trabajo se han recuperado esas imágenes de la red social Pinterest y de <https://ticsyformacion.com> porque tenían una mayor calidad que facilita su lectura.

Los países que se encuentran en las infografías de los anexos han sido incluidos en este trabajo por alguno de los siguientes motivos. Su proximidad educativa con España, sus personajes destacados en la Historia de la Estadística o sus buenos resultados en PISA.

1. REINO UNIDO: Thoma Bayes, Karl Pearson, Ronald Fisher.
2. FRANCIA: Abraham De Moivre, Pierre Simon Laplace, Simeon Denis Poisson
3. ITALIA: Tartaglia, Girolamo Cardano, Florence Nightingale
4. ALEMANIA: Godofredo Achenwall, Karl Friedrich Gauss
5. POLONIA: Jerzy Neyman

6. BELGICA: Adolph Quetelet
7. SUIZA: Jacob Bernoulli, Daniel Bernoulli
8. FINLANDIA: Grandes Resultados en los informes PISA, pero sobre todo en las partes de Ciencias y habilidades lectoras. En Matemáticas destacan más otros países.
9. ESTONIA: Primer país Europeo en los últimos informes PISA. Además en las tres habilidades que se evalúan en el informe.
10. SUECIA: Diferente perspectiva de entender la enseñanza Estadística
11. DINAMARCA: Buenos resultados PISA
12. AUSTRIA: Buenos resultados PISA.
13. PAÍSES BAJOS: Buenos resultados en Matemáticas casi al nivel de Estonia.
14. PORTUGAL: Proximidad cultural con España. Portugal tiene mejores resultados que España en sus informes PISA.
15. ESPAÑA: País anfitrión del estudio.

## 7.2 SELECCIÓN DE NIVELES EDUCATIVOS EUROPEOS

Para seleccionar y comparar los diferentes niveles educativos se tiene que entender con claridad las etapas en las que cada país divide la educación de sus alumnos.

En la tercera sección de los **Anexos (ver Anexos III)** se han adjuntado varias figuras en las que se ve perfectamente todas las etapas educativas que utilizan los países de estudio y sus equivalencias con España.

Se presenta, a continuación, un breve resumen.

### **CASO DE ESPAÑA**

Las Enseñanzas Medias en España incluyen cuatro cursos de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), que como su nombre indica es obligatoria para todos los alumnos, y dos cursos de Bachillerato que realizan los alumnos de forma voluntaria y sirven de preparación para acceder a las enseñanzas superiores. Para acceder a la Universidad los alumnos deben enfrentarse al examen de la EBAU (Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad).

Los dos primeros cursos de ESO son comunes para todos los alumnos, y en 3º y 4º de la ESO pueden elegir entre enseñanzas aplicadas o enseñanzas académicas. También tienen varias opciones en Bachillerato, en el que las administraciones educativas les dan a escoger entre Ciencias y Tecnología, Humanidades y Ciencias Sociales, y Artes.

En general, las Enseñanzas Medias en España cubren la franja de edad entre 12-13 y 17-18 años, dependiendo del mes en que cumplan años los alumnos.

## CASO DE REINO UNIDO

En este trabajo cuando se considere la educación en Reino Unido se estará haciendo referencia a la educación en Inglaterra. Conviene dejar claro este punto, porque Reino Unido es una nación compuesta por cuatro países, Inglaterra, Escocia, Gales e Irlanda del Norte. Sin embargo, como podemos encontrar en la Red Educativa Mundial (REDEM), <https://www.redem.org/>, la educación en el Reino Unido es una cuestión descentralizada y es una materia en la que cada uno de los países del Reino Unido tiene sistemas separados bajo gobiernos separados. Podría decirse que cada país tiene su propio sistema de educación.

La educación en **Inglaterra** es responsabilidad de la Secretaría de Estado para los Niños, Escuelas y Familias. Es muy llamativo indicar que las escuelas del Estado (en las que se educa a la mayoría de los niños) tienen permitido seleccionar a los alumnos de acuerdo a su inteligencia y habilidad académica, lo que les permite que puedan lograr resultados comparables a las escuelas privadas más selectivas.

Inglaterra tiene algunas de las mejores universidades a nivel internacional. La universidad de Cambridge, la universidad de Oxford, el Imperial College London y la University College de Londres están clasificadas dentro de las diez mejores del mundo. En estos niveles superiores, según la TIMSS (Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias), los alumnos en Inglaterra son los séptimos mejores en Matemáticas y los sextos en ciencias. Dichos resultados sitúan a los alumnos ingleses por delante de otros países europeos, incluyendo a los países escandinavos.

La educación en **Escocia** es responsabilidad de la Secretaría de Educación y Aprendizaje. Dos organismos públicos no departamentales tienen un papel clave en la educación escocesa: la Autoridad Escocesa de Calificaciones y Aprendizaje y Enseñanza de Escocia.

La educación en **Irlanda del Norte** es administrada por el Ministerio de Educación y el Ministerio de Empleo y Aprendizaje. El Consejo para el Plan de Estudios, Exámenes y Evaluaciones (CCEA) es el organismo encargado de asesorar al gobierno sobre lo que debe enseñarse en las escuelas norirlandesas, el seguimiento de normas y la adjudicación de títulos.

La Asamblea Nacional de **Gales** tiene la responsabilidad de la educación en este país.

Retornando a la parte que interesa en este trabajo, las Enseñanzas Medias en Reino Unido, al igual que en España, cubren la franja de edad entre 12-13 y 17-18 años.

Esos cursos se distribuyen en lo que llaman tres etapas claves (llamadas *Key Stages*): KS3 (llamados *years 7,8,9* para edades de 11,12 y 13 años), KS4 (llamados *years 10,11* para edades de 14 y 15 años), y KS5 (llamados *years 12, 13* para edades de 16 y 17 años). Los estudiantes tienen evaluaciones al final de

cada Key Stage. Al final del KS4 se enfrentan a los exámenes para el GCSE (Certificados Generales de Educación Secundaria en sus siglas en inglés). Después de pasar los exámenes del GCSE, los alumnos pueden elegir dejar los estudios o preparar los exámenes de acceso a la Universidad estudiando durante 2 años el KS5. Estos exámenes son conocidos como los “*A-level exam boards*”.

Como podemos leer en la web de consultores de educación “The lemon tree education” <https://www.thelemontreeeducation.com/>, una diferencia académica muy importante con España, es que en **Reino Unido**, los alumnos de Bachillerato suelen seguir el programa académico de *A-levels*. Durante el KS5, los alumnos cursan habitualmente 3 o 4 asignaturas, llamadas *A-levels*, de las que se examinan de forma oficial y externa al centro al finalizar el segundo año del ciclo. El número de horas lectivas es el mismo que en otros países, pero preparan menos asignaturas de una manera más intensiva. Las asignaturas que eligen como *A-levels* están relacionadas con los estudios que vayan a cursar posteriormente en la universidad y constituye por tanto una preparación específica e intensiva en materias relacionadas con lo que será su carrera universitaria y profesional posterior.

### **CASO DE FRANCIA**

Las Enseñanzas Medias en Francia, corresponden a las etapas que los alumnos estudian en el College y el Lycee. Al College se incorporan con 11-12 años, por lo que se puede decir que sus Enseñanzas Medias tienen un curso más que en España o en Inglaterra, aunque al final la edad con la que terminan es la misma. En el College (primer ciclo de secundaria para alumnos de entre 11 y 15 años) tienen cuatro cursos (Sixième, cinquième, quatrième, troisième), y en Lycee (segundo ciclo de secundaria para alumnos de entre 16 y 18 años) tienen otros tres cursos (seconde, première, terminale).

Al finalizar troisième los alumnos realizan una prueba para obtener el diploma “Brevet des collèges”. Una vez terminado el collège, pueden continuar sus estudios en institutos de enseñanza general o tecnológica (lycées d’enseignement général ou technologique) o en institutos profesionales (lycées professionnels). La rama general tiene tres posibles especializaciones (Bachillerato literario, el económico y social, y el científico) y la rama tecnológica ocho (Ciencias y tecnologías terciarias, ciencias y tecnologías industriales, ciencias y tecnologías de productos agroalimentarios, ciencias y tecnologías de laboratorio, técnicas de la música y de la danza, ciencias médico-sociales, hostelería y ciencias y tecnologías de la agronomía y medioambiente). Al terminar el Lycée, se realiza la prueba del “baccalauréat” para acceder a la universidad.

(Fuente: <https://revistadigital.inesem.es/idiomas/equivalencia-en-el-sistema-educativo-frances-y-espanol/>)

### **CASO DE ITALIA**

Las Enseñanzas Medias en Italia, son diferentes al resto de los países considerados en este trabajo, ya que se prolongan hasta los 19 años, aunque la educación obligatoria también termina a los 16 como en España. Las

Enseñanzas Medias también podemos agruparlas en dos etapas, que son la escuela secundaria inferior (scuola secondaria di primo grado) que dura tres años, y la escuela secundaria superior (scuola di secondaria secondo grado) que dura cinco años. Cada etapa tiene un examen al final del último año, necesario para obtener un título y tener acceso a una educación superior. Existen tres tipos de escuela secundaria (Liceo, Instituto técnico e Instituto profesional).

Después de superar los 5 años de Bachillerato existe un examen final para acceder a la Universidad, que es conocido como “esame di maturità” (examen de madurez). Este examen, además de tener pruebas escritas como la EBAU en España, tiene un examen oral. (Fuente: <https://www.educacionyfp.gob.es/Italia/seccion-cagliari/quienes-somos/oferta-estudios.html>)

### EQUIVALENCIAS ENTRE LOS SISTEMAS EDUCATIVOS

Para resumir las Enseñanzas Medias de los cuatro países que se estudian y comparan, en la Tabla 1 se presenta un práctico resumen con los niveles que son equivalentes.

<b>EDAD ALUMNOS</b>	<b>ESPAÑA</b>	<b>REINO UNIDO</b>	<b>FRANCIA</b>	<b>ITALIA</b>
HASTA LOS 13-14	1º ESO Y 2º ESO	years 7,8,9 (KS3)	CINQUIEME Y QUATRIEME	PRIMA SECONDA Y TERZA (SCUOLA MEDIA INFERIORE)
14-15	3º ESO	year 10 (KS4)	le troisieme (college)	Prima (Liceo SCUOLA MEDIA SUPERIORE)
15-16	4º ESO	year 11(KS4)	le seconde (Lycees)	Seconda (Liceo)
16-17	1º Bachillerato	year 12 (KS5) lower sixth	la premiere (Lycees)	Terza (Liceo)
17-18	2º Bachillerato	year 13 (KS5) upper sixth	la terminale (Lycees)	Quarta /Quinta (hasta los 19 años)

**Tabla 1** Equivalencias entre las etapas educativas en Enseñanzas Medias de España, Reino Unido, Francia e Italia.



Una vez entendido como funcionan los diferentes niveles educativos, se ha decidido que para hacer un análisis suficientemente amplio y efectivo se observa y recoge información de todos los cursos de Enseñanzas Medias, aunque se realiza más detalladamente en los cuatro últimos cursos de las Enseñanzas Medias: los equivalentes a 3º y 4º ESO, 1º y 2º Bachillerato. (Edades de 14 a 18 años). En cursos previos los contenidos contemplados relacionados con Estadística y probabilidad son muy escasos, como pasa en España hasta 2ºESO. Aún así se recoge esa información y se analiza por completitud del estudio.

Además, como muestra la sección 7.3, la forma de recoger la información en cada caso del estudio depende mucho de la manera en que cada país la presenta en sus programas y currículos oficiales. A veces la información está detallada curso a curso (como pasa en España) y otras veces se presenta la información conjunta para toda una etapa educativa o de forma bianual, etc... Por eso en algunas comparativas es necesario unir los contenidos españoles de varios cursos en una sola unidad, y de esta manera el estudio cobra más sentido.

### **7.3 CONTENIDOS DE ESTADÍSTICA EN LOS CURRÍCULOS OFICIALES**

Para este paso en la investigación es muy importante encontrar los documentos oficiales que especifican los contenidos de las asignaturas. Para ello se ha recurrido a la normativa vigente de cada país.

Una vez se tengan estos documentos, se recoge la información en diferentes tablas que compara cada nivel del sistema educativo con su equivalente en el currículo español, que es la referencia para hacer una comparación global de los cuatro sistemas educativos.

Para el caso de España, se utilizará el BOCYL (Boletín Oficial de Castilla y León) en lugar del BOE (Boletín Oficial del Estado) para hacer la comparativa, ya que Castilla y León es la comunidad autónoma en la que se encuentra la Universidad de Valladolid que es la institución educativa dónde el autor está realizando este trabajo. Además no se pierde ningún rigor con el cambio, ya que el currículo del BOCYL cumple con todos los contenidos mínimos que exige el BOE.

A la hora de recoger los contenidos de Estadística de los currículos de las asignaturas de Matemáticas de España, se han tenido en cuenta las siguientes consideraciones:

**GRUPO DE EDAD HASTA LOS 13-14 AÑOS:** Se recogen los contenidos del currículo español de 1º y 2º ESO. Estos contenidos son fáciles de recopilar debido a que todos los alumnos que hacen estos cursos deben dar las mismas Matemáticas, y por lo tanto los mismos contenidos del currículo.

**GRUPO DE EDAD 14-15 AÑOS:** Se recogen los contenidos del currículo español de 3º ESO. Los contenidos utilizados son los de enseñanzas académicas. No se utilizan los contenidos de las enseñanzas

aplicadas de 3ºESO porque los contenidos del bloque 5: Estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas son más reducidos, y además todo lo que incluyen ya se encuentra entre los contenidos de académicas.

**GRUPO DE EDAD 15-16 AÑOS:** Se recogen los contenidos del currículo español de 4º ESO. Los contenidos utilizados son los de enseñanzas académicas. En este curso concretamente, los contenidos de las enseñanzas aplicadas son muy similares a los contenidos de académicas, aunque si se examina el Currículo de las enseñanzas aplicadas con detenimiento aparece algún contenido distinto debido a que en 3ºESO no dieron algunos contenidos que ahora les hacen falta. Por ejemplo, Azar y Probabilidad. Frecuencia relativa de un suceso aleatorio y probabilidad. Utilización de la hoja de cálculo para la simulación de experimentos aleatorios.

**GRUPO DE EDAD 16-17 AÑOS:** Se recogen los contenidos del currículo español de 1º Bachillerato. Los contenidos utilizados son los de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I. No se utilizan los contenidos de Matemáticas I (Bachillerato de Ciencias y Tecnología) porque en el bloque de Estadística y probabilidad son mucho más reducidos. De hecho, todo lo que ven se encuentra entre los contenidos de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y se reduce a la parte que corresponde a la categoría de contenidos de Estadística bidimensional.

**GRUPO DE EDAD 17-18 AÑOS:** Se recogerán los contenidos del currículo español de 2º Bachillerato: los contenidos utilizados son los de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. No se utilizan los contenidos de Matemáticas II (Bachillerato de Ciencias y Tecnología) porque al igual que pasaba en el curso de 1º Bachillerato son más reducidos en lo que al bloque de Estadística y Probabilidad se refiere.

Hay que recordar que al estar utilizando los currículos oficiales, lo que estamos indicando son los contenidos mínimos que la ley marca que se deben dar a los alumnos en estas asignaturas. La realidad es que en los libros de texto de cada curso vuelven a repasar casi todos los contenidos de todo el bloque de Estadística y probabilidad vistos en cursos anteriores, y por ejemplo, en segundo de Bachillerato se ven muchos contenidos que no aparecen en el currículo de ese curso, pero deben repasarse debido a que en la EBAU pueden tener preguntas de todos ellos.

Como se ha comentado anteriormente, cuando se definió el diseño de la investigación en la sección 6, para exponer más claramente todos los contenidos, se utilizan tablas enumeradas y comentadas. Estas tablas tienen siempre la misma estructura. Están formadas por tres columnas.

- En la primera se colocan los nombres de los bloques de contenido en los que se divide la Estadística y probabilidad que se da en etapas preuniversitarias. Además, se añade una última casilla a esta columna que se llama “otros”, y que sirve para englobar a los contenidos que por uno u otro motivo no se encuentran en ninguno de los bloques o que puedan considerarse comunes a varios de ellos.

Para hacer más sencilla la comparativa posterior, en todas las tablas, las filas de esta columna siempre están en el mismo orden.

- En la segunda columna siempre se coloca el contenido del currículo español.
- En la tercera columna se colocan los contenidos del país con el que se hace la comparativa en cada caso.

Antes de completar las tablas, se explica brevemente el criterio que se utiliza para realizar la división de los bloques de Estadística y Probabilidad que se incluyen en etapas preuniversitarias.

Como explica Carmen Batanero (2001) en su libro Didáctica de la Estadística, no es sencillo dividir la Estadística en partes separadas, pero una división clásica nos distingue entre Estadística Descriptiva e Estadística Inferencial. La primera se encarga de resumir y describir datos de una muestra, y la segunda se encarga de comparar y sacar conclusiones. De hecho hacer inferencia consiste en extrapolar los resultados de la muestra a toda la población.

Para el presente trabajo se dividen los contenidos en Estadística en siete partes o bloques, que se han considerado suficientes para una mejor organización y para facilitar las comparaciones posteriores. Para evitar la repetición de los largos términos de los bloques y mejorar la comprensión del estudio, en las tablas y figuras se utilizan las abreviaturas que el autor escribe entre paréntesis.

1. Probabilidad (PROB)
2. Combinatoria (COMB)
3. Estadística unidimensional (ESTA UNI)
4. Estadística bidimensional (ESTA BID)
5. Distribuciones de variable discreta y variable continua (DISTR)
6. Inferencia Estadística: Estimación o Intervalos de confianza (ESTIMA IC)
7. Inferencia Estadística: Contrastes de hipótesis (CONT HIPO)

No es objeto de este trabajo explicar en detalle cada uno de los bloques de Estadística en los que se han dividido los contenidos, sin embargo se presenta una breve descripción de cada uno de ellos.

En el primer bloque de **probabilidad** se encuadran todos los contenidos relacionados con los siguientes conceptos: espacio muestral, sucesos, leyes de Morgan, leyes de cálculo de probabilidades, sucesos dependientes, sucesos disjuntos, probabilidad condicionada, teorema de la probabilidad total, teorema de Bayes, regla de la multiplicación.

En **combinatoria** se estudian las variaciones (con o sin repetición), permutaciones (con o sin repetición) y combinaciones.

La **Estadística unidimensional** engloba bastantes contenidos de la Estadística descriptiva. Conceptos de muestra y población, variables cualitativas (nominales / ordinales) y cuantitativas (discretas / continuas).

Resumir datos mediante tablas, representaciones gráficas o medidas resumen de datos: Tablas (distribuciones de frecuencia, frecuencias relativas y absolutas). Representaciones gráficas (variables cualitativas: sectores, barras, cartogramas, pictogramas / variables cuantitativas: Histogramas, diagramas de dispersión, diagramas de cajas). Medidas resumen de datos ( de posición: media, mediana, moda, percentil, cuartil / de dispersión: varianza, desviación típica, recorrido). Variables aleatorias discretas y continuas (funciones de probabilidad, de distribución y de densidad). Desigualdad de Chebyshev.

La **Estadística bidimensional** estudia fenómenos en los que intervienen dos variables. A cada individuo de la población o muestra le corresponden los valores de dos variables (X,Y). Independencia de las variables. Tablas de doble entrada. Diagramas de dispersión o nube de puntos. Covarianza, Regresión lineal, coeficientes de correlación y determinación.

**Distribuciones** de variables discretas (Bernoulli, Binomial, Poisson, Hipergeométrica) y variables continuas (Normal). Distribución normal estándar. Tipificación y uso de tablas. Teorema de De Moivre, Teorema Central de límite. Otras distribuciones: t de student, X cuadrado, F de Snedecor.

**Inferencia Estadística: Estimación** (el estimador: media, desviación típica, proporción) e **Intervalos de confianza**.

**Inferencia Estadística: Contrastes de hipótesis** (nivel de significación). Hipótesis nula e hipótesis alternativa. Región crítica y región de aceptación. Contrastes unilaterales y bilaterales.

### 7.3.1 CONTENIDOS DE REINO UNIDO

En el caso de Reino Unido los contenidos se han recogido del “National currículum in England” que redacta el “Department for Education” y se puede encontrar en su web:

<https://www.gov.uk/government/organisations/department-for-education>.

Una vez recopilados los documentos con todos los currículos de educación media y viendo la información de la que se dispone, se ha decidido que la mejor manera de comparar los contenidos de España y Reino Unido es enfrentando los siguientes niveles. Ver Tabla 2.

EDAD ALUMNOS	ESPAÑA	REINO UNIDO
HASTA LOS 13-14 AÑOS	1º Y 2ºESO	years 7,8,9 (KS3)
14-16 AÑOS	3º Y 4º ESO	years 10,11 (KS4)
16-18 AÑOS	1º Y 2º BACHILLERATO	years 12,13 (KS5)

**Tabla 2 Etapas educativas según grupos de edad en España y Reino Unido**

A continuación, se procede a completar tres tablas que muestran los contenidos comparados en los tres tramos de edad que hemos agrupado en la Tabla 2.

**GRUPO DE EDAD HASTA LOS 13-14 AÑOS:**

En la Tabla 3 se comparan los dos cursos iniciales de la ESO en España, con los tres cursos que dura el KS3 en Reino Unido.

<b>BLOQUE DE CONTENIDOS</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 1º ESO y 2º ESO</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO REINO UNIDO KS3 [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]</b>
1. PROB	<p><b>Contenidos de 1ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fenómenos deterministas y aleatorios.</li> <li>- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.</li> <li>- Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante simulación o experimentación.</li> <li>- Sucesos elementales equiprobables.</li> <li>- Espacio muestral en experimentos sencillos.</li> </ul> <p><b>Contenidos 2ºESO</b> en los que se repiten los mismos contenidos que en 1º Eso (currículo en espiral) y además se añade alguno nuevo (que se resaltan en cursiva):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fenómenos deterministas y aleatorios.</li> <li>- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.</li> <li>- Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante simulación o experimentación.</li> <li>- Sucesos elementales equiprobables <i>y no equiprobables.</i></li> <li>- Espacio muestral en experimentos sencillos. <i>Tablas y diagramas de árbol sencillos.</i></li> <li>- <i>Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.</i></li> </ul>	<p>Pupils should be taught to: [Se debe enseñar a los alumnos a:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- record, describe and analyse the frequency of outcomes of simple probability experiments involving randomness, fairness, equally and unequally likely outcomes, using appropriate language and the 0-1 probability scale</li> </ul> <p>[Registrar, describir y analizar la frecuencia de los resultados de experimentos de probabilidad simples que incluyan aleatoriedad, equidad, resultados igualmente y desigualmente probables, utilizando un lenguaje apropiado y la escala de probabilidad 0-1]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- understand that the probabilities of all possible outcomes sum to 1</li> </ul> <p>[Entender que las probabilidades de todos los resultados posibles suman 1]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- enumerate sets and unions/intersections of sets systematically, using tables, grids and Venn diagrams</li> </ul> <p>[Enumerar conjuntos y uniones / intersecciones de conjuntos de forma sistemática, utilizando tablas, cuadrículas y diagramas de Venn]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- generate theoretical sample spaces for single and combined</li> </ul>

		<p>events with equally likely, mutually exclusive outcomes and use these to calculate theoretical probabilities.</p> <p>[Generar espacios muestrales teóricos para eventos únicos y combinados con resultados igualmente probables y mutuamente excluyentes y utilizarlos para calcular probabilidades teóricas]</p>
2. COMB		
3. ESTA UNI	<p><b>Contenidos de 1ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Población e individuo. Muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas discretas.</li> <li>- Frecuencias absolutas y relativas.</li> <li>- Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia.</li> <li>- Diagramas de barras y de sectores. Polígonos de frecuencias.</li> <li>- Medidas de tendencia central.</li> </ul> <p><b>Contenidos 2ºESO</b> en los que se repiten los mismos contenidos que en 1º Eso (currículo en espiral) y además se añade alguno nuevo (que se resaltan en cursiva):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Población e individuo. Muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas discretas y <i>continuas</i>.</li> <li>- Frecuencias absolutas y relativas.</li> <li>- Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia.</li> <li>- Diagramas de sectores, de barras, <i>histogramas</i> y polígonos de frecuencias. <i>Otros gráficos estadísticos provenientes de los medios de comunicación.</i></li> <li>- Medidas de tendencia central.</li> <li>- <i>Medidas de dispersión.</i></li> </ul>	<p>Pupils should be taught to:</p> <p>[Se debe enseñar a los alumnos a:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- describe, interpret and compare observed distributions of a single variable through: appropriate graphical representation involving discrete, continuous and grouped data; and appropriate measures of central tendency (mean, mode, median) and spread (range, consideration of outliers)</li> </ul> <p>[describir, interpretar y comparar distribuciones observadas de una sola variable a través de: representación gráfica apropiada que involucre datos discretos, continuos y agrupados; y medidas apropiadas de tendencia central (media, moda, mediana) y dispersión (rango, consideración de valores atípicos)]</p>
4. ESTA BID		<ul style="list-style-type: none"> <li>- describe simple mathematical relationships between two variables (bivariate data) in observational and experimental contexts and illustrate using scatter graphs.</li> </ul>

		[Describir relaciones Matemáticas simples entre dos variables (datos bivariados) en contextos observacionales y experimentales e ilustrar usando gráficos de dispersión]
5. DISTRI		
6. ESTIMACION		
7. CONT HIPO		
8. OTROS	<b>Contenidos 2º ESO:</b> - Iniciación a la hoja de cálculo.	

Tabla 3 Contenidos 1º y 2º ESO vs. KS3

**GRUPO DE EDAD 14-16 AÑOS:**

En la Tabla 4 se comparan los dos cursos finales de la ESO en España, con los dos cursos que dura el KS4 en Reino Unido.

<b>BLOQUE DE CONTENIDOS</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 3º ESO y 4º ESO</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO REINO UNIDO KS4 [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]</b>
1. PROB	<p><b>Contenidos de 3ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Experiencias aleatorias simples y compuestas en casos sencillos.</li> <li>- Sucesos y espacio muestral.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.</li> <li>- Diagramas de árbol sencillos y tablas. Regla del producto para contar casos.</li> <li>- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentales en diferentes contextos.</li> <li>- Utilización de distintos programas para simular experimentos aleatorios.</li> </ul> <p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento.</li> <li>- Probabilidad simple y compuesta.</li> <li>- Sucesos dependientes e independientes.</li> <li>- Experiencias aleatorias</li> </ul>	<p><b>Probability KS4</b> [Probabilidad KS4]</p> <p>In addition to consolidating subject content from key stage 3, pupils should be taught to: [Además de consolidar el contenido de la asignatura de la etapa clave 3, se debe enseñar a los alumnos a:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- apply the property that the probabilities of an exhaustive set of mutually exclusive events sum to 1 [aplicar la propiedad de que las probabilidades de un conjunto exhaustivo de eventos mutuamente excluyentes suman 1]</li> <li>- use a probability model to</li> </ul>

	<p>compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la Estadística.</li> </ul>	<p>predict the outcomes of future experiments; understand that empirical unbiased samples tend towards theoretical probability distributions, with increasing sample size</p> <p>[Utilizar un modelo de probabilidad para predecir los resultados de experimentos futuros; Comprender que las muestras empíricas insesgadas tienden hacia distribuciones de probabilidad teóricas, con un tamaño de muestra creciente.]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- calculate the probability of independent and dependent combined events, including using tree diagrams and other representations, and know the underlying assumptions.</li> </ul> <p>[calcular la probabilidad de eventos combinados independientes y dependientes, incluido el uso de diagramas de árbol y otras representaciones, y conocer los supuestos subyacentes]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- calculate and interpret conditional probabilities through representation using expected frequencies with two-way tables, tree diagrams and Venn diagrams }</li> </ul> <p>[calcular e interpretar probabilidades condicionales a través de la representación utilizando frecuencias esperadas con tablas de dos factores, diagramas de árbol y diagramas de Venn}]</p>
2. COMB	<p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones.</li> </ul>	
3. ESTA UNI	<p><b>Contenidos de 3ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas: cualitativas, cuantitativas discretas y continuas.</li> </ul>	<p><b>Statistics KS4</b></p> <p>[Estadísticas KS4]</p> <p>In addition to consolidating subject content from key stage 3, pupils</p>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Métodos de selección de una muestra Estadística.</li> <li>- Representatividad de una muestra.</li> <li>- Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.</li> <li>- Graficas Estadísticas.</li> <li>- Parámetros de posición central (media, moda y mediana) y no central (primer y tercer cuartil). Cálculo, interpretación y propiedades.</li> <li>- Parámetros de dispersión. (rango, recorrido intercuartílico, varianza, desviación típica y coeficiente de variación).</li> <li>- Diagrama de cajas y bigotes.</li> <li>- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</li> <li><b>Contenidos de 4ºESO:</b></li> <li>- Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.</li> <li>- Graficas Estadísticas: Distintos tipos de gráficas.</li> <li>- Análisis crítico de tablas y graficas Estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias.</li> <li>- Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización.</li> <li>- Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.</li> </ul>	<p>should be taught to:</p> <p>[Además de consolidar el contenido de la asignatura de la etapa clave 3, se debe enseñar a los alumnos a:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- interpret and construct tables and line graphs for time series data [interpretar y construir tablas y gráficos lineales para datos de series de tiempo]</li> <li>- {construct and interpret diagrams for grouped discrete data and continuous data, ie, histograms with equal and unequal class intervals and cumulative frequency graphs, and know their appropriate use} [construir e interpretar diagramas para datos discretos agrupados y datos continuos, es decir, histogramas con intervalos de clase iguales y desiguales y gráficos de frecuencia acumulada, y conocer su uso apropiado]</li> <li>- interpret, analyse and compare the distributions of data sets from univariate empirical distributions through: appropriate graphical representation involving discrete, continuous and grouped data, {including box plots} appropriate measures of central tendency (including modal class) and spread {including quartiles and inter-quartile range} [interpretar, analizar y comparar las distribuciones de conjuntos de datos de distribuciones empíricas univariadas a través de: representación gráfica adecuada que incluya datos discretos, continuos y agrupados, {incluidos diagramas de caja} medidas apropiadas de tendencia central (incluida la clase modal) y propagación {incluidos los cuartiles y el rango intercuartil}]</li> </ul>
--	--	--

		<p>- apply statistics to describe a population [aplicar Estadísticas para describir una población]</p> <p>- use and interpret scatter graphs of bivariate data; recognise correlation and know that it does not indicate causation; draw estimated lines of best fit; make predictions; interpolate and extrapolate apparent trends whilst knowing the dangers of so doing. [utilizar e interpretar gráficos de dispersión de datos bivariados; reconocer la correlación y saber que no indica causalidad; dibuje las líneas estimadas de mejor ajuste; hacer predicciones; interpolar y extrapolar tendencias aparentes sabiendo los peligros de hacerlo.]</p>
4. ESTABID	<p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción a la Estadística bidimensional. Dependencia Estadística y dependencia funcional.</li> <li>- Construcción e interpretación de diagramas de dispersión.</li> <li>- Introducción a la correlación.</li> </ul>	
5. DISTRI		
6. ESTIMATIC		<p>- infer properties of populations or distributions from a sample, whilst knowing the limitations of sampling [inferir propiedades de poblaciones o distribuciones a partir de una muestra, conociendo las limitaciones del muestreo]</p>
7. CONTHIPO		
8. OTROS	<p><b>Contenidos de 3ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización de los medios tecnológicos adecuados para el análisis y la producción de información Estadística.</li> <li>- Uso de la calculadora científica, de la hoja de cálculo y de otros programas para hacer representaciones gráficas y calcular parámetros.</li> </ul> <p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización de medios informáticos para calcular parámetros, representar</li> </ul>	

	variables unidimensionales y representar nubes de puntos.	
--	---	--

Tabla 4 Contenidos 3º y 4º ESO vs. KS4

**GRUPO DE EDAD 16-18 AÑOS:**

En la Tabla 5 se comparan los dos cursos de Bachillerato en España, con los dos cursos que dura el KS5 en Reino Unido.

En este caso, el programa de KS5 describe el contenido muy detalladamente utilizando para ello la siguiente división:

1. **Statistical sampling** [Muestreo estadístico]
2. **Data presentation and interpretation** [Presentación e interpretación de datos]
3. **Probability** [Probabilidad]
4. **Statistical distributions** [Distribuciones Estadísticas]
5. **Statistical hypothesis testing** [Prueba de hipótesis Estadística]

BLOQUE DE CONTENIDOS	CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 1º y 2º BACHILLERATO	CONTENIDOS CURRÍCULO REINO UNIDO KS5 [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]
1. PROB	<p><b>Contenidos de 1º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Experimento aleatorio.</li> <li>- Espacio muestral. Sucesos.</li> <li>- Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.</li> <li>- Axiomática de Kolmogorov.</li> <li>- Experimentos simples y compuestos.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Dependencia e independencia de sucesos.</li> </ul> <p><b>Contenidos de 2º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Profundización en la Teoría de la Probabilidad.</li> <li>- Axiomática de Kolmogorov.</li> <li>- Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.</li> <li>- Experimentos simples y compuestos.</li> </ul>	<p><b>Probability:</b> [Probabilidad:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Understand and use mutually exclusive and independent events when calculating probabilities [Comprender y utilizar eventos mutuamente excluyentes (disjuntos) e independientes al calcular probabilidades]</li> <li>- Link to discrete and continuous distributions [Enlazar con distribuciones discretas y continuas]</li> <li>- Understand and use conditional probability, including the use of tree diagrams, Venn diagrams, two-way tables [Comprender y utilizar la probabilidad condicional, incluido el uso de diagramas de árbol,</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Dependencia e independencia de sucesos.</li> <li>- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.</li> <li>- Probabilidades a priori, a posteriori y verosimilitud de un suceso.</li> </ul>	<p>diagramas de Venn y tablas de dos variables]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Understand and use the conditional probability formula <math>P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}</math> [Comprender y utilizar la fórmula de probabilidad condicional <math>P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}</math>]</li> <li>- Modelling with probability, including critiquing assumptions made and the likely effect of more realistic assumptions [Modelado con probabilidad, incluida la crítica de supuestos realizados y el efecto probable de supuestos más realistas]</li> </ul>
2. COMB	<p><b>Contenidos de 1º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.</li> </ul>	
3. ESTA UNI	<p><b>Contenidos de 1º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Variables aleatorias discretas.</li> <li>- Distribución de probabilidad.</li> <li>- Parámetros: Media, varianza y desviación típica.</li> <li>- Variables aleatorias continuas.</li> <li>- Función de densidad y de distribución.</li> <li>- Interpretación de la media, varianza y desviación típica.</li> </ul> <p><b>Contenidos de 2º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Población y muestra.</li> <li>- Métodos de selección de una muestra.</li> <li>- Tamaño y representatividad de una muestra.</li> <li>- Estadística paramétrica.</li> <li>- Parámetros de una población y estadísticos obtenidos a partir de una muestra.</li> </ul>	<p><b>Statistical sampling:</b> [Muestreo estadístico:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Understand and use the terms 'population' and 'sample' [Comprender y utilizar los términos "población" y "muestra"]</li> <li>- Understand and use sampling techniques, including simple random sampling and opportunity sampling [Comprender y utilizar técnicas de muestreo, incluido el muestreo aleatorio simple y el muestreo de oportunidad]</li> <li>- Select or critique sampling techniques in the context of solving a statistical problem, including understanding that different samples can lead to different conclusions about the population [Seleccionar o criticar técnicas de muestreo en el contexto de la resolución de un problema estadístico, incluida la comprensión de que diferentes muestras pueden llevar a diferentes conclusiones sobre la población]</li> </ul>

		<p><b>Data presentation and interpretation:</b>          [Presentación e interpretación de datos:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpret diagrams for single-variable data, including understanding that area in a histogram represents frequency              [Interpretar diagramas para datos de una sola variable, incluida la comprensión de que el área en un histograma representa la frecuencia]</li> <li>- Connect to probability distributions              [Enlazar a distribuciones de probabilidad]</li> <li>- Interpret measures of central tendency and variation, extending to standard deviation              [Interpretar medidas de tendencia central y variación, extendiéndose a la desviación estándar]</li> <li>- Be able to calculate standard deviation, including from summary statistics              [Poder calcular la desviación estándar, incluso a partir de Estadísticas resumidas]</li> <li>- Recognise and interpret possible outliers in data sets and statistical diagrams              [Reconocer e interpretar posibles valores atípicos en conjuntos de datos y diagramas estadísticos]</li> <li>- Select or critique data presentation techniques in the context of a statistical problema              [Seleccionar o criticar técnicas de presentación de datos en el contexto de un problema estadístico]</li> <li>- Be able to clean data, including dealing with missing data, errors and outliers              [Ser capaz de limpiar los datos, incluido el</li> </ul>
--	--	--

		tratamiento de los datos faltantes, los errores y los valores atípicos]
4. ESTA BID	<p><b>Contenidos de 1º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia.</li> <li>- Distribución conjunta y distribuciones marginales.</li> <li>- Distribuciones condicionadas.</li> <li>- Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas.</li> <li>- Independencia de variables Estadísticas.</li> <li>- Dependencia de dos variables Estadísticas.</li> <li>- Representación gráfica: diagrama de dispersión (o nube de puntos).</li> <li>- Dependencia lineal de dos variables Estadísticas.</li> <li>- Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</li> <li>- Regresión lineal.</li> <li>- Predicciones Estadísticas y fiabilidad de las mismas.</li> <li>- Coeficiente de determinación.</li> </ul>	<p><b>Data presentation and interpretation:</b></p> <p>[Presentación e interpretación de datos:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpret scatter diagrams and regression lines for bivariate data, including recognition of scatter diagrams which include distinct sections of the population (calculations involving regression lines are excluded)</li> <li>[Interpretar diagramas de dispersión y líneas de regresión para datos bivariados, incluido el reconocimiento de diagramas de dispersión que incluyen distintas secciones de la población (se excluyen los cálculos que involucran líneas de regresión)]</li> <li>- Understand informal interpretation of correlation</li> <li>[Comprender la interpretación informal de la correlación]</li> <li>- Understand that correlation does not imply causation</li> <li>[Comprenda que la correlación no implica causalidad]</li> </ul>
5. DISTRI	<p><b>Contenidos de 1º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Distribución de probabilidad.</li> <li>- Distribución binomial.</li> <li>- Caracterización e identificación del modelo.</li> <li>- Cálculo de probabilidades.</li> <li>- Manejo de tablas.</li> <li>- Distribución normal.</li> <li>- Tipificación de la distribución normal.</li> <li>- Asignación de probabilidades en una distribución normal.</li> <li>- Manejo de la tabla de la función de distribución normal estándar.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.</li> </ul>	<p><b>Statistical distributions:</b></p> <p>[Distribuciones Estadísticas:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Understand and use simple, discrete probability distributions (calculation of mean and variance of discrete random variables is excluded), including the binomial distribution, as a model; calculate probabilities using the binomial distribution</li> <li>[Comprender y utilizar distribuciones de probabilidad discretas y simples (se excluye el cálculo de la media y la varianza de variables aleatorias discretas), incluida la distribución binomial, como modelo;</li> </ul>

	<p>- Corrección por continuidad.</p>	<p>calcular probabilidades usando la distribución binomial]</p> <p>- Understand and use the Normal distribution as a model; find probabilities using the Normal distribution [Comprender y utilizar la distribución normal como modelo; encontrar probabilidades usando la distribución normal]</p> <p>- Link to histograms, mean, standard deviation, points of inflection and the binomial distribution [Enlace a histogramas, media, desviación estándar, puntos de inflexión y distribución binomial]</p> <p>- Select an appropriate probability distribution for a context, with appropriate reasoning, including recognising when the binomial or Normal model may not be appropriate [Seleccionar una distribución de probabilidad apropiada para un contexto, con el razonamiento apropiado, incluyendo reconocer cuándo el modelo binomial o normal puede no ser apropiado]</p>
<p>6. ESTIMACIÓN</p>	<p><b>Contenidos de 2º Bachillerato:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimación puntual.</li> <li>- Media y desviación típica de la media muestral y de la proporción muestral.</li> <li>- Teorema central del límite.</li> <li>- Distribución de probabilidad de la media muestral en una población normal.</li> <li>- Distribución de probabilidad de la media muestral y de la proporción muestral en el caso de muestras grandes.</li> <li>- Estimación por intervalos de confianza.</li> <li>- Relación entre nivel de confianza, error máximo admisible y tamaño muestral.</li> <li>- Intervalo de confianza para la media poblacional de una</li> </ul>	<p><b>Statistical sampling:</b> [Muestreo estadístico:]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Use samples to make informal inferences about the population [Utilizar muestras para hacer inferencias informales sobre la población]</li> </ul>

	<p>distribución normal con desviación típica conocida.                  - Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución de modelo desconocido y para la proporción en el caso de muestras grandes.</p>	
<p>7. CONT HIPO</p>		<p><b>Statistical hypothesis testing:</b>                  [Prueba de hipótesis Estadística;]</p> <p>- Understand and apply the language of statistical hypothesis testing, developed through a binomial model: null hypothesis, alternative hypothesis, significance level, test statistic, 1-tail test, 2-tail test, critical value, critical region, acceptance region, p-value]; extend to correlation coefficients as measures of how close data points lie to a straight line and be able to interpret a given correlation coefficient using a given p-value or critical value (calculation of correlation coefficients is excluded)                  [Comprender y aplicar el lenguaje de las pruebas de hipótesis Estadísticas, desarrollado a través de un modelo binomial: hipótesis nula, hipótesis alternativa, nivel de significancia, Estadística de prueba, prueba de 1 cola, prueba de 2 colas, valor crítico, región crítica, región de aceptación, p- valor]; Extenderse a los coeficientes de correlación como medidas de qué tan cerca se encuentran los puntos de datos de una línea recta y poder interpretar un coeficiente de correlación dado utilizando un valor p o valor crítico dado (se excluye el cálculo de los coeficientes de correlación)]</p> <p>- Conduct a statistical hypothesis test for the proportion in the binomial distribution and interpret the results in context]                  [Realizar una prueba de hipótesis Estadística para</p>



		<p>la proporción en la distribución binomial e interprete los resultados en contexto]</p> <p>- Understand that a sample is being used to make an inference about the population and appreciate that the significance level is the probability of incorrectly rejecting the null hypothesis [Comprender que se está utilizando una muestra para hacer una inferencia sobre la población y apreciar que el nivel de significancia es la probabilidad de rechazar incorrectamente la hipótesis nula]</p> <p>- Conduct a statistical hypothesis test for the mean of a Normal distribution with known, given or assumed variance and interpret the results in context [Realizar una prueba de hipótesis Estadística para la media de una distribución normal con varianza conocida, dada o supuesta e interpretar los resultados en contexto.]</p>
<p>8. OTROS</p>		<p>- students must demonstrate the ability to use calculator technology to compute summary statistics and access probabilities from standard statistical distributions. [los estudiantes deben demostrar la capacidad de usar las calculadoras para calcular Estadísticas resumidas y probabilidades de acceso a partir de distribuciones Estadísticas estándar.]</p>

Tabla 5 Contenidos 1º y 2º Bachillerato vs. KS5

### 7.3.2 ANÁLISIS DE LOS CONTENIDOS DE REINO UNIDO

En este punto se analiza la información recogida, y conviene recordar que para mantener el rigor del estudio hay que aplicar siempre los criterios de Guba ( enumeradas en sección 6). Se tiene especial cuidado con el

criterio de confirmabilidad, el cual nos dice que los resultados deben derivar siempre de los datos y no de las preferencias y prejuicios del investigador. Es similar a decir que se debe mantener una objetividad en el estudio.

Una vez que tenemos clasificada la información en tablas, vamos a describir e interpretar los datos recogidos. En este apartado se realiza el análisis de las tablas construidas en el apartado 7.3.1 (Tabla 3, Tabla 4, Tabla 5).

Hay que remarcar, que por la forma de presentar la información el currículo británico, se ha tenido que comparar agrupando los cursos españoles de dos en dos. Esto hace que la comparativa sea algo menos exacta que si se hiciera por curso escolar, pero aún así se pueden sacar importantes resultados.

Para ello, previamente se representan los datos en gráficas y de esta manera se visualizan mejor. El tener todas las tablas graficadas es muy útil para la sección 8 de este trabajo, donde se culmina con una comparativa global y las conclusiones del estudio.

Para realizar las gráficas que se muestran a continuación, se tiene en cuenta las siguientes premisas:

- En el eje horizontal aparecerán los 8 bloques de contenidos en los que dividimos la disciplina de la Estadística preuniversitaria. Para ello utilizaremos las abreviaturas que se tomaron en la sección 7.3 y que recordamos a continuación:
  1. Probabilidad (PROB)
  2. Combinatoria (COMB)
  3. Estadística Unidimensional (ESTA UNI)
  4. Estadística Bidimensional (ESTA BID)
  5. Distribuciones de variable discreta y variable continua (DISTR)
  6. Inferencia Estadística: Estimación o Intervalos de confianza (ESTIMA IC)
  7. Inferencia Estadística: Contrastes de hipótesis (CONT HIPO)
  8. Otros
- En el eje vertical asignamos valores numéricos a variables cualitativas, para que la longitud de las barras del diagrama sea proporcional a la información que queremos exponer. Se ha decidido utilizar cuatro niveles para comparar:
  - Valor 0 = No incluye ningún contenido.
  - Valor 3 = Incluye algún contenido.
  - Valor 6 = Incluye varios contenidos.
  - Valor 9 = Incluye la mayoría de los contenidos de ese curso.

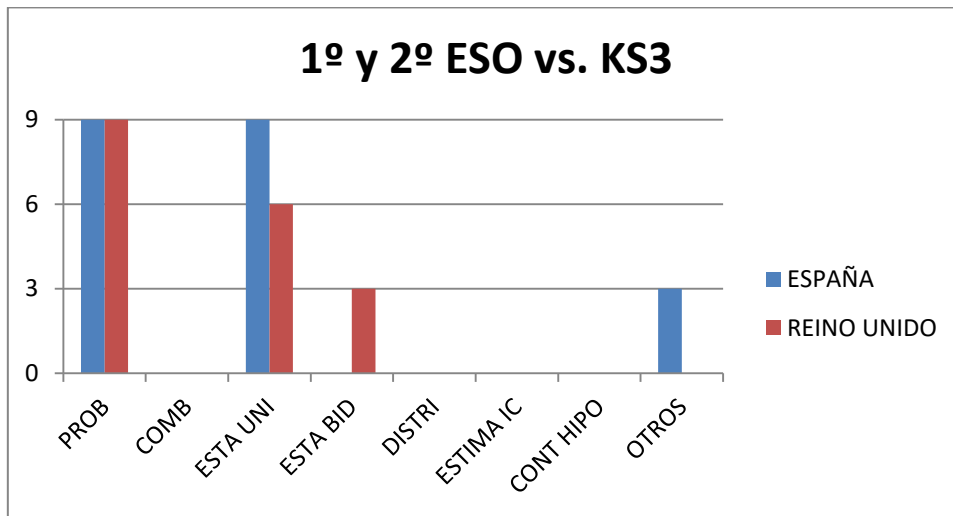


Ilustración 2 Gráfica comparativa 1º y 2º ESO vs. KS3 (grupo de edad hasta los 13-14 años)

Interpretación de la Ilustración 2:

- Ambos currículos se centran en contenidos de Probabilidad y Estadística Descriptiva unidimensional.
- En Reino Unido se dan menos contenidos de Estadística unidimensional, sin embargo se explican otros de estadística bidimensional que en España a estas edades aún no se abordan.
- España menciona en el currículo la iniciación a la hoja de cálculo, lo que se ha colocado en el bloque de “otros”.

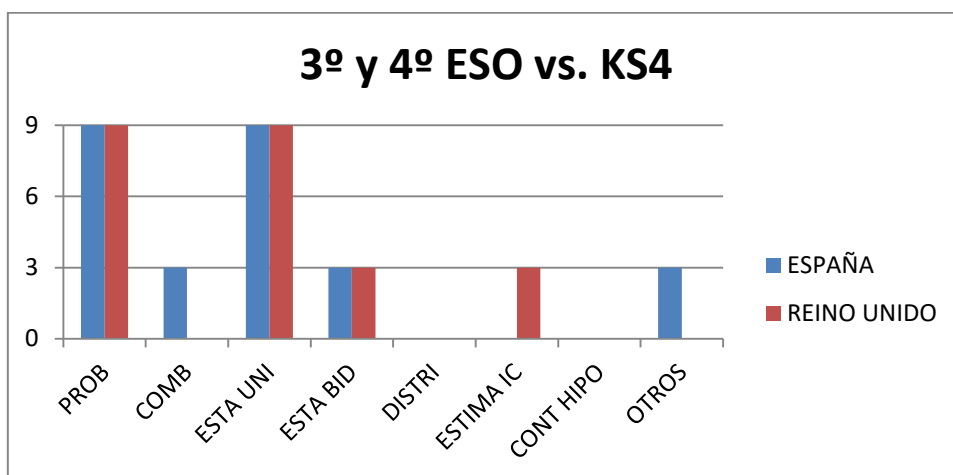


Ilustración 3 Gráfica comparativa 3º y 4º ESO vs. KS4 (grupo de edad hasta los 14-16 años)

Interpretación de la Ilustración 3:

- Ambos currículos se centran en contenidos de Probabilidad y Estadística Descriptiva unidimensional.
- Ambos currículos tienen algunos contenidos de Estadística bidimensional.
- En Reino Unido se empieza a introducir el concepto de inferencia.
- En España se hace una introducción a la combinatoria.
- En el bloque de “otros” España incluye la utilización de medios tecnológicos, calculadoras...

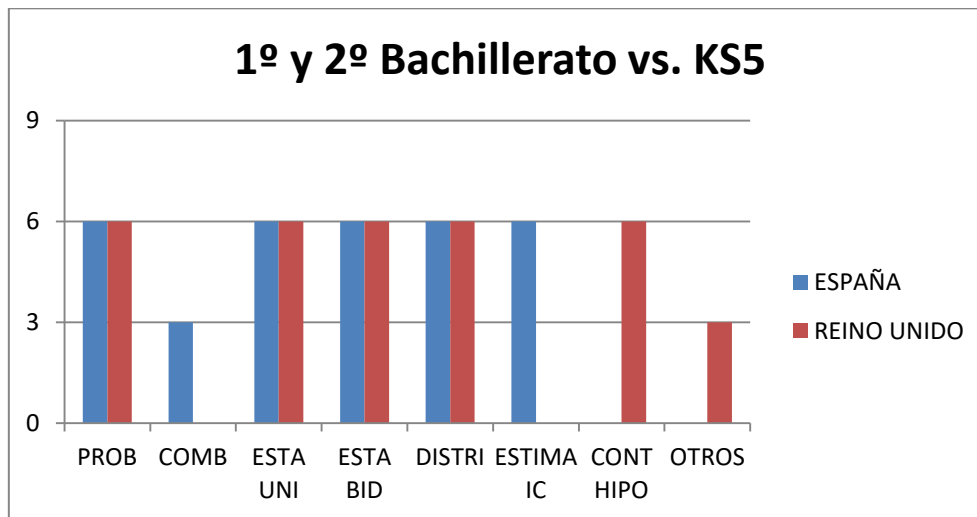


Ilustración 4 Gráfica comparativa 1º y 2º Bachillerato vs. KS5 (grupo de edad hasta los 16-18 años)

Interpretación de la Ilustración 4:

- Ambos currículos, en estos últimos cursos, explican contenidos de casi todos los bloques. Por ello, no se ha dado el valor 9 a ningún bloque, ya que no se puede decir que ningún bloque incluya la mayoría de los contenidos de estos cursos.
- En España se incluye la combinatoria y se trabaja la inferencia Estadística centrándose en los Intervalos de Confianza.
- En Reino Unido se trabaja la inferencia Estadística centrándose en los Contrastes de hipótesis y ahora su currículo incluye que los estudiantes deben demostrar la capacidad para hacer Estadística con sus calculadoras (esto se ha añadido al bloque de “otros”).

### 7.3.3 CONTENIDOS DE FRANCIA

En el caso de Francia se utilizará el “Programme de mathématiques de seconde générale et technologique” que redacta el “Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse” y se puede encontrar en su web <https://www.education.gouv.fr/>

Una vez recopilados los documentos con los currículos y viendo la información de la que se dispone, se ha decidido que la mejor manera de comparar los contenidos de España y Francia es enfrentando los siguientes niveles:

EDAD ALUMNOS	ESPAÑA	FRANCIA
HASTA LOS 14-15 AÑOS	1º, 2º Y 3º ESO	cinquième, quatrième et troisième (college)
15-16 AÑOS	4º ESO	le seconde (Lycees)
16-17 AÑOS	1º Bachillerato	la premiere (Lycees)
17-18 AÑOS	2º Bachillerato	la terminale (Lycees)

**Tabla 6 Etapas educativas según grupos de edad en España y Francia**

A continuación, se procede a completar cuatro tablas en las que se muestren los contenidos comparados en los cuatro tramos de edad que hemos agrupado en la Tabla 6.

El primer tramos de edades incluye hasta los 14-15 años, debido a que el programa francés solo presenta los contenidos del Collège por ciclos, y en este caso interesa el ciclo 4 (cinquième, quatrième et troisième) que equivale en España a 1º ESO 2º ESO y 3º ESO.

#### **GRUPO DE EDAD HASTA LOS 14-15 AÑOS:**

Los contenidos se han recopilado del programa de “Direction générale de l'enseignement scolaire” que se puede encontrar en [www.eduscol.education.fr](http://www.eduscol.education.fr). En particular, del bloque titulado “organisation et gestion de données” del ciclo 4.

BLOQUE DE CONTENIDOS	CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 1º ESO 2º ESO 3º ESO	CONTENIDOS CURRÍCULO FRANCIA “CINQUIEME Y QUATRIEME Y TROISIEME” [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]
1. PROB	<b>Contenidos de 1ºESO:</b> - Fenómenos deterministas y	<b>Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités</b>

	<p>aleatorios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.</li> <li>- Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante simulación o experimentación.</li> <li>- Sucesos elementales equiprobables.</li> <li>- Espacio muestral en experimentos sencillos.</li> </ul> <p><b>Contenidos 2ºESO</b> en los que se repiten los mismos contenidos que en 1º Eso (currículo en espiral) y además se añade alguno nuevo (que se resaltan en negrita):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fenómenos deterministas y aleatorios.</li> <li>- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.</li> <li>- Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante simulación o experimentación.</li> <li>- Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.</li> <li>- Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.</li> </ul> <p><b>Contenidos 3ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Experiencias aleatorias simples y compuestas en casos sencillos.</li> <li>- Sucesos y espacio muestral.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.</li> <li>- Diagramas de árbol sencillos y tablas. Regla del producto para contar casos.</li> <li>- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentales en diferentes contextos.</li> <li>- Utilización de distintos programas para simular experimentos aleatorios.</li> </ul>	<p>[Comprender y utilizar nociones básicas de probabilidad.]</p> <p><b>Connaissances</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Vocabulaire des probabilités.</li> <li>-Notion de probabilité; la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1.</li> <li>-Probabilité d'événements certains, impossibles, contraires.</li> </ul> <p>[Conocimiento</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Vocabulario de probabilidades.</li> <li>- Concepto de probabilidad; la probabilidad de un evento está entre 0 y 1.</li> <li>-Probabilidad de eventos ciertos, imposibles, contrarios.]</li> </ul> <p><b>Compétences associées</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.</li> <li>-Calculer des probabilités dans des cas simples (par exemple évaluation des chances de gain dans un jeu).</li> <li>-Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).</li> <li>-Faire le lien entre fréquence et probabilité</li> </ul> <p>[Habilidades asociadas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Abordar cuestiones relativas al azar a partir de problemas sencillos.</li> <li>-Calcular probabilidades en casos sencillos (por ejemplo, evaluación de las posibilidades de ganar en un juego).</li> <li>-Expresar probabilidades en varias formas (decimal, fraccional, porcentaje).</li> <li>-Hacer el vínculo entre frecuencia y probabilidad]</li> </ul>
2. COMB		
3. ESTA UNI	<b>Contenidos de 1ºESO:</b>	<b>Interpréter, représenter et traiter des données</b>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Población e individuo. Muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas discretas.</li> <li>- Frecuencias absolutas y relativas.</li> <li>- Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia.</li> <li>- Diagramas de barras y de sectores. Polígonos de frecuencias.</li> <li>- Medidas de tendencia central.</li> </ul> <p><b>Contenidos 2ºESO</b> en los que se repiten los mismos contenidos que en 1º Eso (currículo en espiral) y además se añade alguno nuevo (que se resaltan en negrita):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Población e individuo. Muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas discretas y continuas.</li> <li>- Frecuencias absolutas y relativas.</li> <li>- Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia.</li> <li>- Diagramas de sectores, de barras, histogramas y polígonos de frecuencias. Otros gráficos estadísticos provenientes de los medios de comunicación.</li> <li>- Medidas de tendencia central.</li> <li>- Medidas de dispersión.</li> </ul> <p><b>Contenidos 3ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas: cualitativas, cuantitativas discretas y continuas.</li> <li>- Métodos de selección de una muestra Estadística.</li> <li>- Representatividad de una muestra.</li> <li>- Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.</li> <li>- Graficas Estadísticas.</li> <li>- Parámetros de posición central (media, moda y mediana) y no central (primer y tercer cuartil). Cálculo, interpretación y propiedades.</li> <li>- Parámetros de dispersión. (rango, recorrido intercuartílico, varianza, desviación típica y coeficiente de variación).</li> <li>- Diagrama de cajas y bigotes.</li> <li>- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</li> </ul>	<p>[Interpretar, representar y procesar datos]</p> <p><b>Connaissances</b> [Conocimiento]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Effectifs, fréquences.</li> <li>-Indicateurs de position:moyenne, médiane.</li> <li>-Indicateur de dispersion:étendue.</li> <li>[- Personal, frecuencias.</li> <li>- Indicadores de posición: media, mediana.</li> <li>-Indicador de dispersión: extensión.]</li> </ul> <p><b>Compétences associées</b> [Habilidades asociadas]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Recueillir des données, les organiser.</li> <li>- Lire et interpréter des données sous forme de données brutes, de tableau, de diagramme (diagramme en bâtons, diagramme circulaire, histogramme).</li> <li>-Utiliser un tableur-grapheur pour présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme.</li> <li>-Calculer des effectifs, des fréquences.</li> <li>-Calculer et interpréter des indicateurs de position ou de dispersion d'une sériestatistique.</li> <li>[-Recopilar datos, organizarlos.</li> <li>- Leer e interpretar datos en forma de datos brutos, de tablas, diagramas (gráfico de barras, diagrama circular, histograma).</li> <li>-Utilizar un programa de hoja de cálculo para presentar datos en forma de tabla o diagrama.</li> <li>-Calcular números, frecuencias.</li> <li>-Calcular e interpretar indicadores de posición o dispersión de una serie Estadística.]</li> </ul>
--	--	--

4. ESTADÍSTICA		
5. DISTRIBUCIONES		
6. ESTIMACIÓN		
7. CONTINGENCIA		
8. OTROS	<p><b>Contenidos 2º ESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Iniciación a la hoja de cálculo.</li> </ul> <p><b>Contenidos 3º ESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización de los medios tecnológicos adecuados para el análisis y la producción de información Estadística.</li> <li>- Uso de la calculadora científica, de la hoja de cálculo y de otros programas para hacer representaciones gráficas y calcular parámetros.</li> </ul>	

Tabla 7 Contenidos 1º 2º 3º ESO vs. Cinquième Quatrième Troisième

**GRUPO DE EDAD 15-16 AÑOS:**

Para este apartado se utilizan los contenidos de “Statistiques et probabilités” del “Programme de mathématiques de seconde générale et technologique”.

BLOQUE DE CONTENIDOS	CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 4º ESO	CONTENIDOS CURRÍCULO FRANCIA “LE SECONDE” [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]
1. PROB	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento.</li> <li>- Probabilidad simple y compuesta.</li> <li>- Sucesos dependientes e independientes.</li> <li>- Experiencias aleatorias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar</li> </ul>	<p><b>Modéliser le hasard, calculer des probabilités:</b> [Modelar la probabilidad, calcular probabilidades:]</p> <p>-Ensemble (univers) des issues. Événements. Réunion, intersection, complémentaire. [Conjunto (universo) de resultados. Eventos. Encuentro, intersección, complementario.]</p> <p>-Loi (distribution) de probabilité.</p>



	y la Estadística.	<p>Probabilité d'un événement : somme des probabilités des issues.</p> <p>[Ley (distribución) de probabilidad. Probabilidad de un evento: suma de las probabilidades de los resultados.]</p> <p>-Relation <math>P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)</math>.</p> <p>[Relación <math>P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)</math>.]</p> <p>-Dénombrement à l'aide de tableaux et d'arbres.</p> <p>[Enumeración mediante tablas y árboles.]</p>
2. COMB	- Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones.	
3. ESTA UNI	<p>- Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.</p> <p>- Graficas Estadísticas: Distintos tipos de gráficas.</p> <p>- Análisis crítico de tablas y graficas Estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias.</p> <p>- Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización.</p> <p>- Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.</p>	<p><b>Utiliser l'information chiffrée et statistique descriptive:</b></p> <p>[Utilizar información Estadística cuantitativa y descriptiva:]</p> <p>-Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population. [Proporción, porcentaje de una subpoblación en una población.]</p> <p>-Ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage. [Conjuntos de referencia incluidos entre sí: porcentaje de porcentaje.]</p> <p>-Évolution : variation absolue, variation relative. [Evolución: variación absoluta, variación relativa]</p> <p>-Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse). [Evoluciones sucesivas, evolución recíproca: relación sobre los</p>

		<p>coeficientes multiplicadores (producto, inverso).]</p> <p>-Indicateurs de tendance centrale d'une série statistique : moyenne pondérée. [Indicadores de tendencia central de una serie Estadística: media ponderada.]</p> <p>-Linéarité de la moyenne. [Linealidad de la media.]</p> <p>-Indicateurs de dispersion : écart interquartile, écart type. [Indicadores de dispersión: rango intercuartílico, desviación estándar.]</p> <p><b>Échantillonnage:</b> [Muestreo:]</p> <p>En liaison avec la partie « Algorithmique et programmation », on définit la notion d'échantillon. L'objectif est de faire percevoir, sous une forme expérimentale, la loi des grands nombres, la fluctuation d'échantillonnage et le principe de l'estimation d'une probabilité par une fréquence observée sur un échantillon. [Nota: Junto con la parte "Algoritmos y programación", se define la noción de muestra. El objetivo es demostrar, de forma experimental, la ley de los grandes números, la fluctuación muestral y el principio de estimación de una probabilidad por una frecuencia observada en una muestra.]</p> <p>-Échantillon aléatoire de taille <math>n</math> pour une expérience à deux issues. [Muestra aleatoria de tamaño <math>n</math> para un experimento con dos resultados.]</p> <p>-Version vulgarisée de la loi des grands nombres : « Lorsque <math>n</math> est grand, sauf exception, la fréquence</p>
--	--	--

		<p>observée est proche de la probabilité. »</p> <p>[Versión popular de la ley de los números grandes: "Cuando n es grande, con algunas excepciones, la frecuencia observada está cerca de la probabilidad."]</p> <p>-Principe de l'estimation d'une probabilité, ou d'une proportion dans une population, par une fréquence observée sur un échantillon.</p> <p>[Principio de estimación de una probabilidad, o una proporción en una población, por una frecuencia observada en una muestra.]</p>
4. ESTABID	<p>- Introducción a la Estadística bidimensional. Dependencia Estadística y dependencia funcional.</p> <p>- Construcción e interpretación de diagramas de dispersión.</p> <p>- Introducción a la correlación.</p>	
5. DISTRI		
6. ESTIMACION		
7. CONTHIPO		
8. OTROS	<p>- Utilización de medios informáticos para calcular parámetros, representar variables unidimensionales y representar nubes de puntos.</p>	<p><b>Histoire des mathématiques:</b></p> <p>[Historia de las Matemáticas:]</p> <p>-L'histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. Un exemple est le problème des partis, dit aussi du chevalier de Méré, l'échange de lettres entre Pascal et Fermat sur ce point puis les travaux de Pascal, Fermat et Huygens qui en découlent. Le problème du duc de Toscane ou les travaux de Leibniz sur le jeu de dés peuvent aussi être évoqués.</p> <p>[La Historia de la probabilidad proporciona un marco para identificar los elementos de la matematización del azar. Un ejemplo es el problema de las fiestas, dice también del Chevalier de Méré, el</p>

		intercambio de cartas entre Pascal y Fermat sobre este punto y luego la obra de Pascal, Fermat y Huygens que se derivó de él. También se puede mencionar el problema del duque de Toscana o la obra de Leibniz sobre el juego de los dados.]
--	--	--

Tabla 8 Contenidos 4º ESO vs. Seconde

**GRUPO DE EDAD 16-17 AÑOS:**

Para este apartado se utilizan los contenidos de “Probabilités et statistiques” del “Programme de mathématiques de première générale”, completados con los contenidos particulares del “Programme de mathématiques de première technologique”. Estos últimos están señalados en la tabla con la abreviatura “TECH”.

<b>BLOQUE DE CONTENIDOS</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 1º BACHILLERATO</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO FRANCIA “LA PREMIERE” [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]</b>
1. PROB	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Experimento aleatorio.</li> <li>- Espacio muestral. Sucesos.</li> <li>- Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.</li> <li>- Axiomática de Kolmogorov.</li> <li>- Experimentos simples y compuestos.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Dependencia e independencia de sucesos.</li> </ul>	<p><b>Probabilités conditionnelles et indépendance:</b> [Probabilidades condicionales e independencia:]</p> <p><b>Contenus</b> [Contenido]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Probabilité conditionnelle d'un événement <math>B</math> sachant un événement <math>A</math> de probabilité non nulle. Notation <math>P_A(B)</math>.</li> <li>Indépendance de deux événements.</li> <li>-Arbres pondérés et calcul de probabilités : règle du produit, de la somme.</li> <li>-Partition de l'univers (systèmes complets d'événements). Formule des probabilités totales.</li> <li>-Succession de deux épreuves indépendantes. Représentation par un arbre ou un tableau.</li> </ul> <p>[– Probabilidad condicional de que un evento <math>B</math> conozca un evento <math>A</math> de probabilidad distinta de cero. Notación</p>

		<p>PA (B). Independencia de dos eventos.          - Árboles ponderados y cálculo de probabilidad: regla del producto, regla de la suma.          - Partición del universo (sistemas completos de eventos). Fórmula de probabilidades totales.          - Sucesión de dos pruebas independientes.          Representación mediante un árbol o una mesa.]</p> <p><b>Exemple d’algorithme</b>          -Méthode de Monte-Carlo : estimation de l’aire sous la parabole, estimation du nombre <math>\pi</math>.          [Algoritmo de ejemplo          - Método de Monte-Carlo: estimación del área bajo la parábola, estimación del número <math>\pi</math>.]</p> <p><b>Approfondissements possibles</b>          -Exemples de succession de plusieurs épreuves indépendantes.          -Exemples de marches aléatoires.          [Posibles estudios adicionales          - Ejemplos de sucesión de varias pruebas independientes.          - Ejemplos de paseos aleatorios.]</p>
<p>2. COMB</p>	<p>- Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.</p>	
<p>3. ESTA UNI</p>	<p>- Variables aleatorias discretas.          - Distribución de probabilidad.          - Parámetros: Media, varianza y desviación típica.          - Variables aleatorias continuas.          - Función de densidad y de distribución.          - Interpretación de la media, varianza y desviación típica.</p>	<p><b>Variables aléatoires réelles:</b>          [Variables aleatorias reales:]  <b>Contenus</b>          [Contenido]</p> <p>-Variable aléatoire réelle : modélisation du résultat numérique d’une expérience aléatoire ; formalisation comme fonction définie sur l’univers et à valeurs réelles.</p>

		<p>-Loi d'une variable aléatoire.          -Espérance, variance, écart type d'une variable aléatoire.          [- Variable aleatoria real: modelado del resultado numérico de un experimento aleatorio; la formalización como función definida en el universo y en valores reales.          - Ley de una variable aleatoria.          - Expectativa, varianza, desviación estándar de una variable aleatoria.]</p> <p><b>Exemples d'algorithmes</b>          -Algorithme renvoyant l'espérance, la variance ou l'écart type d'une variable aléatoire.          -Fréquence d'apparition des lettres d'un texte donné, en français, en anglais.          [Ejemplos de algoritmos          - Algoritmo que devuelve la expectativa, la varianza o la desviación estándar de una variable aleatoria.          - Frecuencia de aparición de letras en un texto dado, en francés, en inglés.]</p> <p><b>Approfondissements possibles</b>          -Formule de König-Huygens.          -Pour X variable aléatoire, étude de la fonction du second degré <math>x \mapsto E((X - x)^2)</math>.          [Posibles estudios adicionales          - Fórmula de König-Huygens.          - Para X variable aleatoria, estudio de la función cuadrática <math>x \mapsto E((X - x)^2)</math>.]</p>
<p>4. ESTA          BID</p>	<p>- Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia.          - Distribución conjunta y distribuciones marginales.          - Distribuciones condicionadas.          - Medias y desviaciones típicas</p>	<p><b>Croisement de deux variables catégorielles: (TECH)</b>  <b>Contenus</b>          -Tableau croisé d'effectifs.          -Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.          [Cruce de dos variables</p>

	<p>marginales y condicionadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Independencia de variables Estadísticas.</li> <li>- Dependencia de dos variables Estadísticas.</li> <li>- Representación gráfica: diagrama de dispersión (o nube de puntos).</li> <li>- Dependencia lineal de dos variables Estadísticas.</li> <li>- Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</li> <li>- Regresión lineal.</li> <li>- Predicciones Estadísticas y fiabilidad de las mismas.</li> <li>- Coeficiente de determinación.</li> </ul>	<p>categóricas: (TECH) Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tabulación cruzada de la población activa.</li> <li>- Frecuencia condicional, frecuencia marginal.]</li> </ul>
5. DISTRI	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Distribución de probabilidad.</li> <li>- Distribución binomial.</li> <li>- Caracterización e identificación del modelo.</li> <li>- Cálculo de probabilidades.</li> <li>- Manejo de tablas.</li> <li>- Distribución normal.</li> <li>- Tipificación de la distribución normal.</li> <li>- Asignación de probabilidades en una distribución normal.</li> <li>- Manejo de la tabla de la función de distribución normal estándar.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.</li> <li>- Corrección por continuidad.</li> </ul>	<p><b>Variables aléatoires (TECH)</b> <b>Contenus</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Variable aléatoire discrète : loi de probabilité, espérance.</li> <li>-Loi de Bernoulli <math>(0, 1)</math> de paramètre <math>p</math>, espérance.</li> </ul> <p>[Variables aleatorias (TECH) Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Variable aleatoria discreta: ley de probabilidad, expectativa.</li> <li>- Ley de Bernoulli <math>(0, 1)</math> con parámetro <math>p</math>, expectativa.]</li> </ul> <p><b>Modèle associé à une expérience aléatoire à plusieurs épreuves indépendantes</b> <b>Contenus (TECH)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Probabilité associée à une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.</li> <li>-Probabilité associée à la répétition d'épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli.</li> </ul> <p>[Modelo asociado a un experimento aleatorio con varias pruebas independientes Contenido (TECH)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Probabilidad asociada a un experimento aleatorio con dos pruebas independientes.</li> <li>- Probabilidad asociada a la repetición de pruebas aleatorias idénticas independientes de Bernoulli.]</li> </ul>
6. ESTIMA		

IC		
7. CONT HIPO		
8. OTROS		<p><b>Histoire des mathématiques:</b>  Les probabilités conditionnelles peuvent être l'objet d'un travail historique en anglais; elles apparaissent en effet dans des travaux de Bayes et de Moivre, écrits en anglais au XVIIIe siècle, même si c'est Laplace qui en a élaboré la notion.  L'histoire des probabilités contribue à la réflexion sur la codification d'une théorie scientifique. On peut considérer que les origines du « calcul des probabilités » remontent au XVIIe siècle. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert appliquent les notions de variable aléatoire et d'espérance à des problèmes issus de questions liées aux jeux, aux assurances et à l'astronomie.  [Historia de las Matemáticas:  Las probabilidades condicionales pueden ser objeto de trabajo histórico en inglés; aparecen en las obras de Bayes y Moivre, escritas en inglés en el siglo XVIII, aunque fue Laplace quien desarrolló la noción.  La Historia de la probabilidad contribuye a la reflexión sobre la codificación de una teoría científica. Podemos considerar que los orígenes del "cálculo de probabilidades" se remontan al siglo XVII. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert aplican las nociones de variable aleatoria y expectativa a problemas que surgen de cuestiones relacionadas con los juegos, los seguros y la astronomía.]</p> <p><b>Expérimentations</b>  Le travail expérimental de simulation d'échantillons prolonge celui entrepris en seconde.  L'objectif est de faire percevoir le</p>



		<p>principe de l'estimation de l'espérance d'une variable aléatoire, ou de la moyenne d'une variable statistique dans une population, par une moyenne observée sur un échantillon.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Simuler une variable aléatoire avec Python.</li> <li>-Lire, comprendre et écrire une fonction Python renvoyant la moyenne d'un échantillon de taille <math>n</math> d'une variable aléatoire.</li> <li>-Étudier sur des exemples la distance entre la moyenne d'un échantillon simulé de taille <math>n</math> d'une variable aléatoire et l'espérance de cette variable aléatoire.</li> <li>-Simuler, avec Python ou un tableur, <math>N</math> échantillons de taille <math>n</math> d'une variable aléatoire, d'espérance <math>\mu</math> et d'écart type <math>\sigma</math>. Si <math>m</math> désigne la moyenne d'un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre <math>m</math> et <math>\mu</math> est inférieur ou égal à <math>\frac{n}{\sigma^2}</math></li> </ul> <p>[Experimentos  El trabajo experimental de simulación de muestras amplía el realizado en segundo. El objetivo es demostrar el principio de estimación de la expectativa de una variable aleatoria, o la media de una variable Estadística en una población, mediante un promedio observado en una muestra.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Simular una variable aleatoria con Python.</li> <li>- Leer, comprender y escribir una función de Python que devuelva el promedio de una muestra de tamaño <math>n</math> de una variable aleatoria.</li> <li>- Con ejemplos, estudie la distancia entre la media de una muestra simulada de tamaño <math>n</math> de una variable aleatoria y la expectativa de esta variable aleatoria.</li> <li>- Simular, con Python o una hoja de cálculo, <math>N</math> muestras de tamaño <math>n</math> de una variable aleatoria, expectativa <math>\mu</math> y desviación estándar <math>\sigma</math>. Si <math>m</math></li> </ul>
--	--	--

		es la media de una muestra, calcule la proporción de casos donde la diferencia entre $m$ y $\mu$ es menor o igual a $\frac{n}{\sigma^2}$
--	--	--

Tabla 9 Contenidos 1º Bachillerato vs. Première

**GRUPO DE EDAD 17-18 AÑOS:**

Para este apartado se utilizan los contenidos de “Probabilités” del “Programme de spécialité de mathématiques de terminale générale”. Este programa tiene varios bloques entre los que no se encuentra la Estadística, aunque si la probabilidad. (Programme: Algèbre et géométrie, Analyse, Probabilités, Algorithmique et programmation, Vocabulaire ensembliste et logique).

BLOQUE DE CONTENIDOS	CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 2º BACHILLERATO	CONTENIDOS CURRÍCULO FRANCIA “LA TERMINALE” [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]
1. PROB	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Profundización en la Teoría de la Probabilidad.</li> <li>- Axiomática de Kolmogorov.</li> <li>- Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.</li> <li>- Experimentos simples y compuestos.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Dependencia e independencia de sucesos.</li> <li>- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.</li> <li>- Probabilidades a priori, a posteriori y verosimilitud de un suceso.</li> </ul>	<p><b>Concentration, loi des grands nombres:</b>  <b>Contenus</b>                      -Inégalité de Bienaymé-Tchebychev. Pour une variable aléatoire <math>X</math> d'espérance <math>\mu</math> et de variance <math>V</math>, et quel que soit le réel strictement positif <math>\delta</math> : <math>P( X - \mu  \geq \delta) \leq \frac{2XV}{\delta^2}</math> (<math>\delta &gt; 0</math>)                      -Inégalité de concentration. Si <math>M_n</math> est la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille <math>n</math> d'une variable aléatoire d'espérance <math>\mu</math> et de variance <math>V</math>, alors pour tout <math>\delta &gt; 0</math>, <math>P( M_n - \mu  \geq \delta) \leq 2nV\delta^2</math>                      -Loi des grands nombres.                      [Concentración, ley de los grandes números:                      Contenido                      • Desigualdad de Bienaymé-Tchebychev. Para una variable aleatoria <math>X</math> con expectativa <math>\mu</math> y varianza <math>V</math>, y cualquiera que sea el real estrictamente positivo <math>\delta</math>: <math>P( X - \mu  \geq \delta) \leq \frac{2XV}{\delta^2}</math> (<math>\delta &gt; 0</math>)                      • Desigualdad de concentración. Si <math>M_n</math> es la variable aleatoria media de una muestra de tamaño <math>n</math> de</p>

		<p>una variable aleatoria con expectativa <math>\mu</math> y varianza <math>V</math>, entonces para todo <math>\delta &gt; 0</math>, <math>P( M_n - \mu  \geq \delta) \leq 2 \frac{V}{n\delta^2}</math></p> <p>• Ley de los grandes números.]</p> <p><b>Exemples d’algorithme</b></p> <p>-Calculer la probabilité de <math>( S_n - pn  &gt; \delta)</math>, où <math>S_n</math> est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale <math>B(n,p)</math>. Comparer avec l’inégalité de Bienaymé-Tchebychev. <math>n</math></p> <p>-Simulation d’une marche aléatoire.</p> <p>[Ejemplos de algoritmo</p> <p>- Calcule la probabilidad de <math>( S_n - pn  &gt; \delta)</math>, donde <math>S_n</math> es una variable aleatoria que sigue una distribución binomial <math>B(n, p)</math>. Compárese con la desigualdad de Bienayme-Chebyshev. <math>n</math></p> <p>- Simulación de un paseo aleatorio.]</p>
2. COMB		
3. ESTA UNI	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Población y muestra.</li> <li>- Métodos de selección de una muestra.</li> <li>- Tamaño y representatividad de una muestra.</li> <li>- Estadística paramétrica.</li> <li>- Parámetros de una población y estadísticos obtenidos a partir de una muestra.</li> </ul>	
4. ESTA BID		<p><b>Sommes de variables aléatoires:</b></p> <p><b>Contenus</b></p> <p>[Suma de variables aleatorias: Contenido]</p> <p>-Somme de deux variables aléatoires. Linéarité de l’espérance : <math>E(X + Y) = E(X) + E(Y)</math> et <math>E(aX) = aE(X)</math>.</p> <p>-Dans le cadre de la succession d’épreuves indépendantes, exemples de variables indépendantes <math>X, Y</math> et relation d’additivité <math>V(X + Y) = V(X) + V(Y)</math>. Relation <math>V(aX) = a^2V(X)</math>.</p>

		<p>-Application à l'espérance, la variance et l'écart type de la loi binomiale.</p> <p>-Échantillon de taille n d'une loi de probabilité : liste <math>(X_1, \dots, X_n)</math> de variables indépendantes identiques suivant cette loi. Espérance, variance, écart type de la somme <math>S_n = X_1 + \dots + X_n</math> et de la moyenne <math>M_n = S_n / n</math>.</p> <p>[• Suma de dos variables aleatorias. Linealidad de la expectativa: <math>E(X + Y) = E(X) + E(Y)</math> y <math>E(aX) = aE(X)</math>.</p> <p>• En el marco de la sucesión de pruebas independientes, ejemplos de variables independientes <math>X, Y</math> y relación de aditividad <math>V(X + Y) = V(X) + V(Y)</math>. Relación <math>V(aX) = a^2V(X)</math>.</p> <p>• Aplicación a la expectativa, varianza y desviación estándar de la distribución binomial.</p> <p>• Muestra de tamaño n de una ley de probabilidad: lista <math>(X_1, \dots, X_n)</math> de variables independientes idénticas según esta ley. Expectativa, varianza, desviación estándar de la suma <math>S_n = X_1 + \dots + X_n</math> y de la media <math>M_n = S_n / n</math>.]</p> <p><b>Démonstrations</b></p> <p>-Espérance et variance de la loi binomiale.</p> <p><b>Approfondissements possibles</b></p> <p>-Relation <math>E(XY) = E(X)E(Y)</math> pour des variables aléatoires indépendantes <math>X, Y</math>. Application à la variance de <math>X + Y</math>.</p> <p>[Demostraciones</p> <p>- Expectativa y varianza de la distribución binomial.</p> <p>Posibles estudios adicionales</p> <p>- Relación <math>E(XY) = E(X)E(Y)</math> para variables aleatorias independientes <math>X, Y</math>. Aplicación a la varianza de <math>X + Y</math>.]</p>
--	--	---

<p>5. DISTRI</p>		<p><b>Succession d'épreuves indépendantes, schéma de Bernoulli:</b>  <b>Contenus</b></p> <p>[Sucesión de pruebas independientes, diagrama de Bernoulli:  Contenido]</p> <p>-Modèle de la succession d'épreuves indépendantes : la probabilité d'une issue <math>(x_1, \dots, x_n)</math> est égale au produit des probabilités des composantes <math>x_i</math>. Représentation par un produit cartésien, par un arbre.</p> <p>-Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli.</p> <p>-Schéma de Bernoulli : répétition de <math>n</math> épreuves de Bernoulli indépendantes.</p> <p>-Loi binomiale <math>\mathcal{B}(n, p)</math> : loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux.</p> <p>[• Modelo de sucesión de pruebas independientes: la probabilidad de un resultado <math>(x_1, \dots, x_n)</math> es igual al producto de las probabilidades de los componentes <math>x_i</math>. Representación mediante un producto cartesiano, mediante un árbol.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba de Bernoulli, ley de Bernoulli.</li> <li>• Esquema de Bernoulli: repetición de <math>n</math> pruebas de Bernoulli independientes.</li> <li>• Ley binomial <math>\mathcal{B}(n, p)</math>: ley del número de aciertos. Expresión mediante coeficientes binomiales.] <p><b>Démonstration</b></p> <p>-Expression de la probabilité de <math>k</math> succès dans le schéma de Bernoulli.</p> <p><b>Exemples d'algorithme</b></p> <p>-Simulation de la planche de Galton.</p> <p>-Problème de la surréservation. Étant donné une variable aléatoire</p> </li></ul>
------------------	--	---

		<p>binomiale <math>X</math> et un réel strictement positif <math>\alpha</math>, détermination du plus petit entier <math>k</math> tel que <math>P(X &gt; k) \leq \alpha</math>.</p> <p>-Simulation d'un échantillon d'une variable aléatoire.</p> <p><b>Approfondissements possibles</b></p> <p>-Loi géométrique.</p> <p>-Introduction de la loi de Poisson comme limite de lois binomiales. Interprétation (événements rares).</p> <p>[Démonstration - Expression de la probabilité de <math>k</math> succès en el esquema de Bernoulli.</p> <p>Ejemplos de algoritmo - Simulación del tablero Galton. - Problema de overbooking. Dada una variable aleatoria binomial <math>X</math> y un <math>\alpha</math> real estrictamente positivo, determine el entero más pequeño <math>k</math> tal que <math>P(X &gt; k) \leq \alpha</math>. - Simulación de una muestra de una variable aleatoria.</p> <p>Posibles estudios adicionales - Ley geométrica. - Introducción de la ley de Poisson como límite de leyes binomiales. Interpretación (eventos raros).]</p>
<p>6. ESTIMA IC</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimación puntual.</li> <li>- Media y desviación típica de la media muestral y de la proporción muestral.</li> <li>- Teorema central del límite.</li> <li>- Distribución de probabilidad de la media muestral en una población normal.</li> <li>- Distribución de probabilidad de la media muestral y de la proporción muestral en el caso de muestras grandes.</li> <li>- Estimación por intervalos de confianza.</li> <li>- Relación entre nivel de confianza, error máximo admisible y tamaño</li> </ul>	

	<p>muestral.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.</li> <li>- Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución de modelo desconocido y para la proporción en el caso de muestras grandes.</li> </ul>	
7. CONT HIPO		
8. OTROS		<p><b>Histoire des mathématiques:</b>          (Nota del autor: este texto se ha acortado por su gran longitud y solo se han reflejado las partes que citan a personajes destacados)          La parution de l'Ars Conjectandi de Jacques Bernoulli (1713), reprenant notamment d'anciens travaux de Huygens, marque une rupture dans l'histoire des probabilités...          Le mathématicien français Bienaymé (en 1853, publication en 1867) et le mathématicien russe Tchebychev (en 1867)...          Lagrange et Laplace développent une approche probabiliste de la théorie des erreurs. Gauss (1809, 1821), après Legendre (1805)...          L'introduction de méthodes statistiques en sociologie est l'oeuvre du mathématicien et astronome belge Quételet dans les années 1830. Il réfléchit à la distribution de données autour de la moyenne, ce qui sera approfondi notamment par l'Anglais Galton.          [La publicación de Ars Conjectandi (1713) de Jacques Bernoulli, retomando notablemente trabajos anteriores de Huygens, marca una ruptura en la Historia de la probabilidad...          El matemático francés Bienaymé (en 1853, publicado en 1867) y el matemático ruso Tchebychev (en 1867) ...          Lagrange y Laplace desarrollan un enfoque probabilístico de la teoría</p>

		<p>del error. Gauss (1809, 1821), después de Legendre (1805) ...</p> <p>La introducción de los métodos estadísticos en sociología fue obra del matemático y astrónomo belga Quételet en la década de 1830. Reflexionó sobre la distribución de los datos en torno a la media, que fue estudiada en profundidad por el inglés Galton.]</p>
--	--	---

Tabla 10 Contenidos 2º Bachillerato vs. Terminale

### 7.3.4 ANÁLISIS DE LOS CONTENIDOS DE FRANCIA

Una vez que tenemos clasificada la información en tablas, vamos a describir e interpretar los datos recogidos. En este apartado se va a realizar el análisis de las tablas construidas en el apartado 7.3.3 (Tabla 7, Tabla 8, Tabla 9, Tabla 10)

Para ello se siguen las mismas recomendaciones y premisas que para realizar las gráficas que se expusieron en la sección 7.3.2.

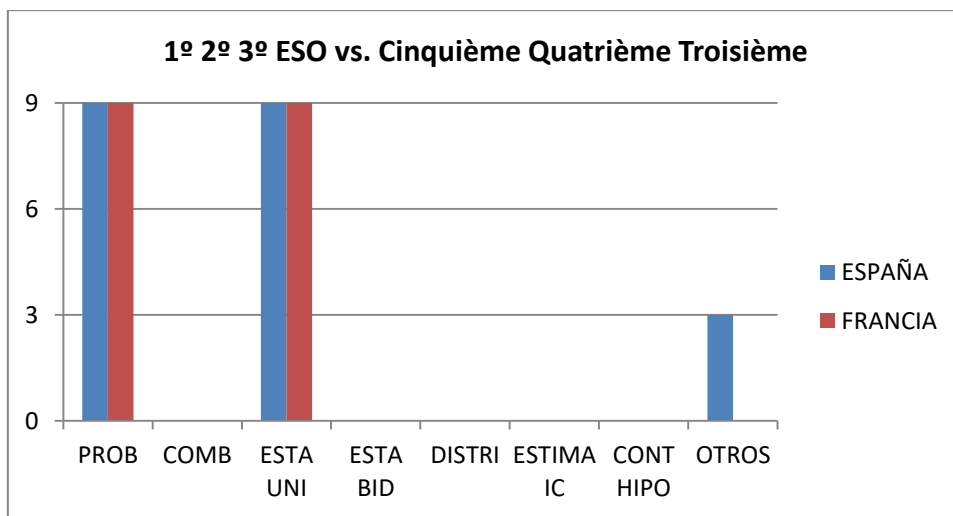


Ilustración 5 Gráfica comparativa 1º 2º 3º ESO vs. Cinquième Quatrième Troisième (grupo edad hasta 14-15 años)



Interpretación de la Ilustración 5:

- Ambos currículos se centran en contenidos de Probabilidad y Estadística Descriptiva unidimensional.
- España menciona en el currículo la iniciación a la hoja de cálculo (2ºESO) y utilización de medios tecnológicos y calculadoras (3ºESO), lo que se ha colocado en el bloque de “otros”.

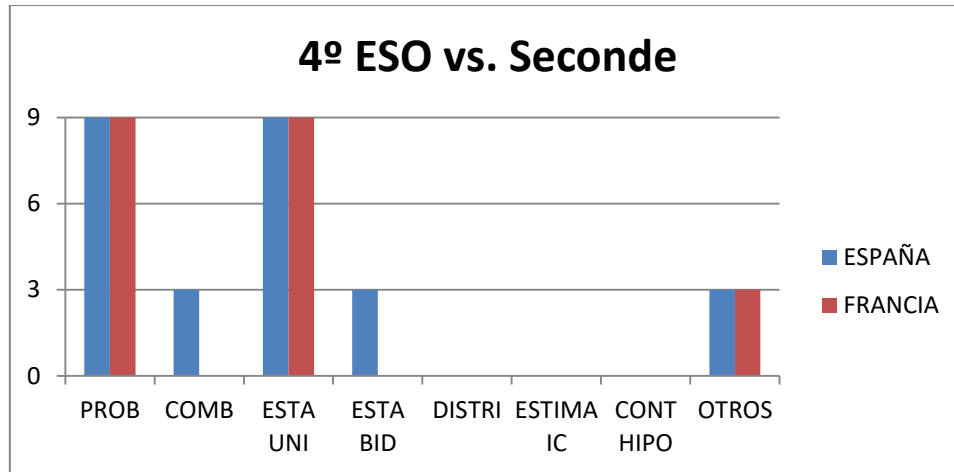


Ilustración 6 Gráfica comparativa 4º ESO vs. Seconde (grupo de edad hasta los 15-16 años)

Interpretación de la Ilustración 6:

- Ambos currículos se centran en contenidos de Probabilidad y Estadística Descriptiva unidimensional.
- En España se incluye una introducción a la combinatoria y tiene algunos contenidos de Estadística bidimensional.
- En el bloque de “otros” España incluye la utilización de medios informáticos para “hacer” Estadística.
- Francia dedica un apartado a la Historia de las Matemáticas, lo que también se ha incluido en el apartado “otros”.

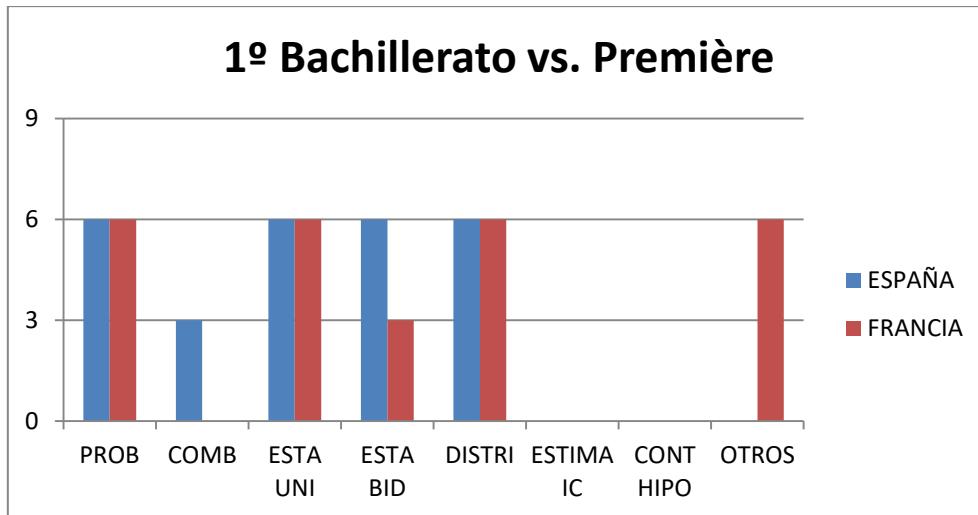


Ilustración 7 Gráfica comparativa 1º Bachillerato vs. Première (grupo de edad hasta los 16-17 años)

Interpretación de la Ilustración 7:

- Ambos currículos, en estos últimos cursos, explican contenidos de casi todos los bloques, excepto los de Estadística Inferencial. Por ello, no se ha dado el valor 9 a ningún bloque, ya que no se puede decir que ningún bloque incluya la mayoría de los contenidos de este curso.
- En España se incluye la aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.
- En el bloque de distribuciones en Francia se centran en modelos discretos (Bernoulli) y en España, además de modelos discretos (Binomial) se incorporan los modelos continuos (Normal).
- Francia dedica un apartado a la Historia de las Matemáticas e incluye trabajo experimental con el lenguaje de programación Python, lo que se ha incluido en el apartado “otros”.

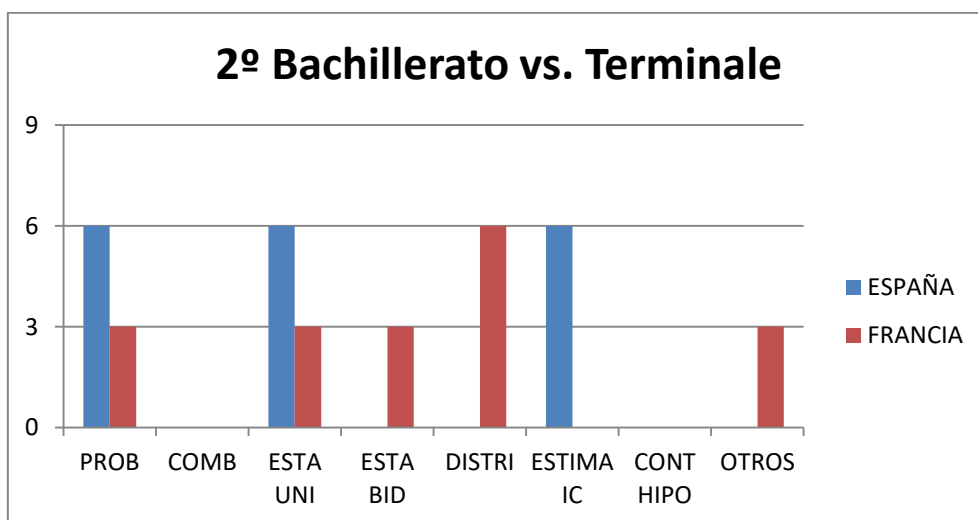


Ilustración 8 Gráfica comparativa 2º Bachillerato vs. Terminale (grupo de edad hasta los 17-18 años)

Interpretación de la Ilustración 8:

- No se ha dado el valor 9 a ningún bloque, ya que no se puede decir que ninguno incluya la mayoría de los contenidos de estos cursos.
- En España se dan más contenidos de probabilidad y estadística unidimensional.
- En Francia dan algún contenido de estadística bidimensional y se centran más en las distribuciones.
- Francia, al igual que en anteriores cursos, dedica un apartado a la Historia de las Matemáticas, lo que también se ha incluido en el apartado “otros”.

### 7.3.5 CONTENIDOS DE ITALIA

En el caso de Italia se utilizará la “programmazione generale di matematica” que redacta el “Ministero dell'Istruzione” del Governo Italiano y se puede encontrar en su web <https://www.miur.gov.it/>

Una vez recopilados los documentos con todos los currículos de educación media y viendo la información de la que se dispone, se ha decidido que la mejor manera de comparar los contenidos de España e Italia es enfrentando los siguientes niveles:

<b>EDAD ALUMNOS</b>	<b>ESPAÑA</b>	<b>ITALIA</b>
HASTA LOS 13-14 AÑOS	1º Y 2ºESO	Prima Seconda y Terza (Scuola media inferiore)
14-16 AÑOS	3º Y 4º ESO	PRIMO BIENIO Prima y Seconda (Liceo scuola media superiore)
16-17 AÑOS (en España) 16-18 AÑOS (en Italia)	1º Bachillerato	SECONDO BIENIO Terza y Quarta (Liceo scuola media superiore)
17-18 AÑOS (en España) 18-19 AÑOS (en Italia)	2º Bachillerato	Quinta (hasta los 19 años)

**Tabla 11 Etapas educativas según grupos de edad en España e Italia**

A continuación, se procede a completar cuatro tablas en las que se muestren los contenidos comparados en los cuatro tramos de edad que hemos agrupado en la Tabla 11

**GRUPO DE EDAD HASTA LOS 13-14 AÑOS (en ambos países):**

En la Tabla 12 se está comparando los dos cursos iniciales de ESO en España, con los tres cursos iniciales prima seconda y terza de la scuola media inferiore.

Para este apartado se utilizan los contenidos de la “programmazione generale scuola secondaria di i grado (F. Malagutiic Crespellano)” en el apartado “programmazione matemática: dati e previsionì”. Se ha decidido utilizar la Programación Didáctica de un instituto de secundaria italiano, debido a que las explicaciones sobre contenidos que se mencionan en los currículos son muy generales y poco detalladas, y no son útiles para nuestra comparación.

Fuente: [https://icrespellano.edu.it/wp-content/uploads/sites/197/programmazione\\_secondaria-1.pdf](https://icrespellano.edu.it/wp-content/uploads/sites/197/programmazione_secondaria-1.pdf)

<b>BLOQUE DE CONTENIDOS</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 1º ESO Y 2º ESO</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ITALIA PRIMA SECONDA E TERZA (SCUOLA MEDIA INFERIORE) [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]</b>
1. PROB	<p><b>Contenidos de 1ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fenómenos deterministas y aleatorios.</li> <li>- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.</li> <li>- Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante simulación o experimentación.</li> <li>- Sucesos elementales equiprobables.</li> <li>- Espacio muestral en experimentos sencillos.</li> </ul> <p><b>Contenidos 2ºESO</b> en los que se repiten los mismos contenidos que en 1º Eso (currículo en espiral) y además se añade alguno nuevo (que se resaltan en negrita):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fenómenos deterministas y aleatorios.</li> <li>- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su</li> </ul>	<p>TERZA</p> <p>Linee metodologiche:</p> <p>E' opprtuno che lo studio della probabilità parta come applicazione a semplici "giochi" o a situazioni concrete per poi essere visto come valido strumento di interpretazione di tematiche affrontate nell'ambito delle scienze (in particolare la trasmissione ereditaria dei carterri)</p> <p>[Es aconsejable que el estudio de la probabilidad se inicie como una aplicación a simples "juegos" oa situaciones concretas para luego ser visto como una herramienta válida para interpretar temas abordados en las ciencias (en particular la transmisión hereditaria de caracteres).]</p>

	<p>comprobación.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante simulación o experimentación.</li> <li>- Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.</li> <li>- Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.</li> </ul>	<p><b>-Concetto di probabilità: conoscenza dei termini "certo e probabile", calcolo delle probabilità in situazioni diverse (genetica, giochi....).</b></p> <p>[–Concepto de probabilidad: conocimiento de los términos "cierto y probable", cálculo de probabilidades en diferentes situaciones (genética, juegos ...).]</p>
2. COMB		
3. ESTA UNI	<p><b>Contenidos de 1ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Población e individuo. Muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas discretas.</li> <li>- Frecuencias absolutas y relativas.</li> <li>- Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia.</li> <li>- Diagramas de barras y de sectores. Polígonos de frecuencias.</li> <li>- Medidas de tendencia central.</li> </ul> <p><b>Contenidos 2ºESO</b> en los que se repiten los mismos contenidos que en 1º Eso (currículo en espiral) y además se añade alguno nuevo (que se resaltan en negrita):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Población e individuo. Muestra.</li> <li>- Variables Estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas discretas y continuas.</li> <li>- Frecuencias absolutas y relativas.</li> <li>- Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia.</li> <li>- Diagramas de sectores, de barras, histogramas y polígonos de</li> </ul>	<p>Linee metodologiche:</p> <p>Analisi statistica .raccolta di dati, tabulazione,determinazione di semplici parametri, semplici grafici partendo dall'utilizzo di dati ricavati da indagine condotta dai ragazzi stessi in situazioni guidate per poi giungere, al termine del triennio, ad affrontare l'analisi di situazioni reali di vario tipo anche di una certa complessità.</p> <p><b>PRIMA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Esprimere le misure con notazione scientifica</li> <li>• Effettuare e stimare misure in modo diretto</li> <li>• Conoscere i vari tipi di grafici</li> <li>• Saper leggere un grafico</li> <li>• Saper utilizzare tabelle e grafici per rappresentare dati raccolti</li> </ul> <p>[Líneas metodológicas: Análisis estadístico. Recolección de datos, tabulación, determinación de parámetros simples, gráficos simples a partir del uso de datos obtenidos de una encuesta realizada por los propios niños en situaciones guiadas y luego, al final del período de tres años, para abordar la análisis de situaciones reales de varios tipos</p>

	<p>frecuencias. Otros gráficos estadísticos provenientes de los medios de comunicación.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Medidas de tendencia central.</li> <li>- Medidas de dispersión.</li> </ul>	<p>incluso de cierta complejidad.</p> <p>ANTES DE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresar las medidas en notación científica.</li> <li>• Realizar y estimar medidas directamente</li> <li>• Conozca los distintos tipos de gráficos</li> <li>• Saber leer un gráfico</li> <li>• Saber cómo utilizar tablas y gráficos para representar los datos recopilados.]</li> </ul> <p>SECONDA</p> <p>Raccolta e rappresentazione di dati, determinazione di semplici parametri.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere i vari tipi di grafici.</li> <li>• Saper leggere un grafico.</li> <li>• Saper utilizzare tabelle e grafici per rappresentare dati raccolti.</li> </ul> <p>[SEGUNDO</p> <p>Recolección y representación de datos, determinación de parámetros simples.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conozca los distintos tipos de gráficos.</li> <li>• Saber leer un gráfico.</li> <li>• Saber utilizar tablas y gráficos para representar los datos recopilados.]</li> </ul> <p>TERZA</p> <p>Linee metodologiche</p> <p>E' opportuno avviare, fin dalla prima classe, all'analisi statistica (raccolta di dati, tabulazione, determinazione di semplici parametri, semplici grafici) partendo dall'utilizzo di dati ricavati da indagine condotta dai ragazzi stessi in situazioni guidate per poi giungere, al termine del triennio, ad</p>
--	---	---

		<p><b>affrontare l'analisi di situazioni reali di vario tipo.</b></p> <p>[TERCERA  Líneas metodológicas  Es recomendable iniciar, desde la primera clase, el análisis estadístico (recolección de datos, tabulación, determinación de parámetros simples, gráficos simples) a partir del uso de datos obtenidos de una encuesta realizada por los propios niños en situaciones guiadas para luego llegar a el al final del trienio, para afrontar el análisis de situaciones reales de diversa índole.]</p> <p>a) Elementi di statistica: raccolta e classificazio-ne di dati, trasformazione mediante procedimen-ti matematici (percentuali, media aritmetica, moda, mediana).</p> <p>b) Rappresentazione mediante tabelle e diagrammi (istogrammi, areogrammi, diagram-mi cartesiani).</p> <p>c) Interpretazione e confronto di dati, lettura di grafici</p> <p>-Identificare un problema affrontabile con una indagine statistica , rilevare e rappresentare graficamente i dati.</p> <p>-Analizzare ed elaborare gli indici adeguati alle caratteristiche : moda , media e mediana.</p> <p>-Realizzare previsioni di probabilità in contesti semplici.</p> <p>[a) Elementos de Estadística: recopilación y</p>
--	--	--

		clasificación de datos, transformación mediante procedimientos matemáticos (porcentajes, media aritmética, moda, mediana). b) Representación mediante tablas y diagramas (histogramas, areogramas, diagramas cartesianos). c) Interpretación y comparación de datos, lectura de gráficos -Identificar un problema al que se puede enfrentar con una encuesta Estadística, detectar y representar gráficamente los datos. -Analizar y elaborar los índices adaptados a las características: moda, media y mediana. -Realizar predicciones de probabilidad en contextos sencillos.]
4. ESTA BID		
5. DISTRI		
6. ESTIMA IC		
7. CONT HIPO		
8. OTROS	<b>Contenidos 2º ESO:</b>  - Iniciación a la hoja de cálculo.	

Tabla 12 Contenidos 1º 2º ESO vs. Prima Seconda e Terza (Scuola Media Inferiore)

**GRUPO DE EDAD 14-16 AÑOS (en ambos países):**

**ITALIA “PRIMA E SECONDA”**

Para este apartado se utilizan los contenidos de “dati e previsiononi” de documentos con programas educativos de la “Unione Matematica Italiana”. Se vuelve a utilizar una fuente más detallada de contenidos, debido a que las indicaciones nacionales del currículo son muy generales.

El programa de la “Unione Matematica Italiana se basa en “curricoli di riferimento per i licei sono quelli emanati nel 2010 con il D.P.R. n. 89 e con il successivo D. M. n. 21 sulle Indicazioni nazionali”, por lo que cumple con la normativa vigente.

El título del documento consultado es “Indicazioni per la scelta di un possibile percorso didattico di matematica per il primo biennio di una scuola secondaria di secondo grado”



[Indicaciones para elegir una posible ruta educativa en Matemáticas para los dos primeros años de una escuela secundaria de segundo grado]

Fuente: <https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/>

BLOQUE DE CONTENIDOS	CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 3º ESO y 4º ESO	CONTENIDOS CURRÍCULO ITALIA “PRIMA E SECONDA” PRIMO BIENNIO [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]
1. PROB	<p><b>Contenidos de 3ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Experiencias aleatorias simples y compuestas en casos sencillos.</li> <li>- Sucesos y espacio muestral.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.</li> <li>- Diagramas de árbol sencillos y tablas. Regla del producto para contar casos.</li> <li>- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentales en diferentes contextos.</li> <li>- Utilización de distintos programas para simular experimentos aleatorios.</li> </ul> <p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento.</li> <li>- Probabilidad simple y compuesta.</li> <li>- Sucesos dependientes e independientes.</li> <li>- Experiencias aleatorias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la Estadística.</li> </ul>	<p><b>Avvio al pensiero combinatorio e calcolo della probabilità</b> [Introducción al pensamiento combinatorio y al cálculo de probabilidades]</p> <p><i>a)Esperimenti</i> Conoscere le caratteristiche di un esperimento (deterministico e casuale). Individuare l’insieme dei possibili esiti di un esperimento casuale. Conoscere il linguaggio degli insiemi: unione, intersezione, insieme differenza, insieme complementare. Conoscere il principio di addizione e sottrazione. Conoscere algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...). Conoscere diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...). [a) Esperimentos Conocer las características de un experimento (determinista y aleatorio). Identifica el conjunto de posibles resultados de un experimento aleatorio. Conocer el lenguaje de todos: unión, intersección, diferencia en conjunto, conjunto complementario. Conoce el principio de suma y resta. Conocer algoritmos y procedimientos (en aritmética, geométrica ...). Conocer diferentes formas de representación y saber pasar de unas a otras (verbal, escrita, simbólica, gráfica,...)]</p>

		<p><i>b) Evento imposible, ed evento certo; eventi contrari, eventi incompatibili ed eventi compatibili.</i> Conoscere le diverse tipologie di eventi casuali associati ad un esperimento aleatorio (elementari e non, incompatibili, compatibili). Prodotto cartesiano. Principio di moltiplicazione.</p> <p><i>c) Probabilità di un evento.</i> Conoscere l'interpretazione classica nell'assegnazione della probabilità di un evento casuale. Conoscere il valore della probabilità dell'evento casuale certo e dell'evento impossibile; conoscere il valore della probabilità di un evento casuale e del suo complementare.</p> <p><i>d) Probabilità degli eventi compatibili ed incompatibili.</i> Conoscere le modalità di calcolo della probabilità dell'unione di eventi casuali compatibili ed incompatibili.</p> <p><i>f) Eventi indipendenti ed eventi dipendenti; probabilità condizionata.</i> Riconoscere quando due eventi casuali sono indipendenti e quando sono dipendenti. Conoscere le modalità di calcolo della probabilità dell'intersezione di eventi casuali dipendenti ed indipendenti.</p> <p><i>g) Frequenza relativa e probabilità</i> Conoscere l'assegnazione della probabilità di un evento casuale in ambito frequentista.</p> <p>[b) Evento imposible y evento cierto; eventos contrarios, eventos incompatibles y eventos compatibles. Conocer los diferentes tipos de eventos aleatorios asociados a un experimento aleatorio (elemental y no, incompatible, compatible). Producto cartesiano. Principio de multiplicación.</p>
--	--	--

		<p>c) Probabilidad de un evento.          Conozca la interpretación clásica al asignar la probabilidad de un evento aleatorio.          Conocer el valor de la probabilidad de cierto evento aleatorio y del evento imposible; conocer el valor de la probabilidad de un evento aleatorio y su complementario.</p> <p>d) Probabilidad de eventos compatibles e incompatibles.          Saber calcular la probabilidad de unión de eventos aleatorios compatibles e incompatibles.</p> <p>f) Eventos independientes y eventos dependientes;          la probabilidad condicional.          Reconocer cuándo dos eventos aleatorios son independientes y cuándo son dependientes.          Saber calcular la probabilidad de intersección de eventos aleatorios dependientes e independientes.</p> <p>g) Frecuencia y probabilidad relativas          Conocer la asignación de la probabilidad de un evento aleatorio en un contexto frecuentista.]</p>
2. COMB	<p><b>Contenidos de 4ºESO:</b>          - Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones.</p>	
3. ESTA UNI	<p><b>Contenidos de 3ºESO:</b>          - Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra.          - Variables Estadísticas: cualitativas, cuantitativas discretas y continuas.          - Métodos de selección de una muestra Estadística.          - Representatividad de una muestra.          - Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en</p>	<p><b>Statistica descrittiva</b>          [Estadística descriptiva]</p> <p><i>a) I dati, loro organizzazione e rappresentazione:</i>          Definire la popolazione, l'unità statistica, e il collettivo statistico.          Definire i caratteri e le modalità.</p> <p><i>b) Distribuzioni delle frequenze a</i></p>

	<p>intervalos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Graficas Estadísticas.</li> <li>- Parámetros de posición central (media, moda y mediana) y no central (primer y tercer cuartil). Cálculo, interpretación y propiedades.</li> <li>- Parámetros de dispersión. (rango, recorrido intercuartílico, varianza, desviación típica y coeficiente de variación).</li> <li>- Diagrama de cajas y bigotes.</li> <li>- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</li> </ul> <p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.</li> <li>- Graficas Estadísticas: Distintos tipos de gráficas.</li> <li>- Análisis crítico de tablas y graficas Estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias.</li> <li>- Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización.</li> <li>- Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.</li> </ul>	<p><i>seconda del tipo di carattere</i></p> <p>Conoscere la frequenza assoluta come conteggio. Conoscere la differenza tra frequenza assoluta (conteggio) e intensità (misura).</p> <p>[a) Los datos, su organización y representación: Definir la población, la unidad Estadística y el colectivo estadístico. Define los personajes y modos.</p> <p>b) Distribuciones de frecuencia según el tipo de carácter Conoce la frecuencia absoluta como un recuento. Conozca la diferencia entre frecuencia absoluta (recuento) e intensidad (medida).]</p> <p><i>c) e principali rappresentazioni grafiche.</i></p> <p>Conoscere i grafici a barre, a settori circolari, per punti (o per ordinate), l'istogramma.</p> <p><i>d) Valori medi</i></p> <p>Conoscere il significato generale di Media. Conoscere la media aritmetica, la moda e la mediana. Conoscere le proprietà della media aritmetica. Conoscere l'esistenza di altre medie analitiche utilizzate anche nelle scienze sperimentali (geometrica, armonica, quadratica).</p> <p><i>e) Misure di variabilità.</i></p> <p>Conoscere il campo di variazione, la varianza e lo scarto quadratico medio (deviazione standard). Conoscere il coefficiente di variabilità come strumento di confronto tra caratteri diversi.</p> <p>[c) y principales representaciones gráficas. Conozca los gráficos de barras, sectores circulares, por puntos (o</p>
--	--	--

		<p>por ordenadas), el histograma.</p> <p>d) Valores medios                  Conozca el significado general de Media.                  Conoce la media aritmética, la moda y la mediana.                  Conoce las propiedades de la media aritmética.                  Conocer la existencia de otras medias analíticas también utilizadas en ciencias experimentales (geométricas, armónicas, cuadráticas).</p> <p>e) Medidas de variabilidad.                  Conozca el rango de variación, varianza y desviación cuadrática media (desviación estándar).                  Conocer el coeficiente de variabilidad como herramienta para comparar diferentes caracteres.]</p>
4. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL	<p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introducción a la Estadística bidimensional. Dependencia Estadística y dependencia funcional.</li> <li>- Construcción e interpretación de diagramas de dispersión.</li> <li>- Introducción a la correlación.</li> </ul>	
5. DISTRIBUCIONES		
6. ESTIMACIÓN		
7. CONTRASTE DE HIPÓTESIS		
8. OTROS	<p><b>Contenidos de 3ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización de los medios tecnológicos adecuados para el análisis y la producción de información Estadística.</li> <li>- Uso de la calculadora científica, de la hoja de cálculo y de otros programas para hacer representaciones gráficas y calcular parámetros.</li> </ul> <p><b>Contenidos de 4ºESO:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización de medios informáticos para calcular parámetros, representar variables unidimensionales y representar nubes de puntos.</li> </ul>	

Tabla 13 Contenidos 3º y 4º ESO vs. Prima e Seconda (Liceo)

**GRUPO DE EDAD 16-17 AÑOS (en España) Y 16-18 AÑOS (en Italia):**

Al igual que en el punto anterior, se utilizarán los documentos con programas educativos de la “Unione Matematica Italiana” por los mismos motivos. El título del documento consultado es: “indicazioni per la scelta di un possibile percorso didattico di matematica per il secondo biennio e il quinto anno di una scuola secondaria di secondo grado”

[Indicaciones para la elección de una posible trayectoria Didáctica en Matemáticas para el segundo dos años y el quinto año de una escuela secundaria]

<b>BLOQUE DE CONTENIDOS</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 1º BACHILLERATO</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ITALIA “TERZA E QUARTA” SECONDO BIENNIO [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]</b>
1. PROB	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Experimento aleatorio.</li> <li>- Espacio muestral. Sucesos.</li> <li>- Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.</li> <li>- Axiomática de Kolmogorov.</li> <li>- Experimentos simples y compuestos.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Dependencia e independencia de sucesos.</li> </ul>	<p><b>Probabilità</b> <i>Probabilità degli eventi compatibili ed incompatibili.</i> [Probabilidad Probabilidad de eventos compatibles e incompatibles.]</p> <p>-Conoscere le modalità di calcolo della probabilità dell'unione di eventi casuali compatibili ed incompatibili. Calcolare la probabilità di eventi ottenuti come unione o intersezione di altri eventi compatibili e non. (proprietà additiva). Eventi indipendenti ed eventi dipendenti; probabilità condizionata. Riconoscere quando due eventi casuali sono indipendenti e quando sono dipendenti; Conoscere le modalità di calcolo della probabilità dell'intersezione di eventi casuali dipendenti ed indipendenti; [-Saber calcular la probabilidad de unión de eventos aleatorios compatibles e incompatibles. Calcule la probabilidad de eventos obtenida como unión o intersección de otros eventos compatibles y no compatibles. (propiedad aditiva)].</p>

		<p>Eventos independientes y eventos dependientes; la probabilidad condicional. Reconocer cuándo dos eventos aleatorios son independientes y cuándo son dependientes; Saber calcular la probabilidad de intersección de eventos aleatorios dependientes e independientes;]</p> <p><i>-Probabilità totale. Formula di Bayes. Saper applicare, in contesti diversi, la formula della probabilità totale. Saper riconoscere le componenti della probabilità totale anche nelle tabelle doppie di frequenze. Saper applicare la formula di Bayes nei problemi di probabilità condizionata anche riferiti a situazioni reali o a tabelle a doppia entrata.</i></p> <p>[<i>-Probabilidad total. Fórmula de Bayes. Saber aplicar la fórmula de probabilidad total en diferentes contextos. Saber reconocer los componentes de probabilidad total incluso en tablas de doble frecuencia. Saber aplicar la fórmula de Bayes en problemas de probabilidad condicional también se refería a situaciones reales o tablas de doble entrada.</i>]</p>
<p>2. COMB</p>	<p>- Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.</p>	
<p>3. ESTA UNI</p>	<p>- Variables aleatorias discretas. - Distribución de probabilidad. - Parámetros: Media, varianza y desviación típica. - Variables aleatorias continuas. - Función de densidad y de distribución. - Interpretación de la media, varianza y desviación típica.</p>	<p><b>Distribuzioni doppie di frequenza</b> <i>Concetto e rappresentazione grafica delle distribuzioni doppie di frequenze:</i></p> <p>-Saper classificare i dati secondo due caratteri e riconoscere le diverse componenti delle distribuzioni doppie. -Analizzare distribuzioni congiunte: frequenze assolute e relative. -Analizzare distribuzioni condizionate relative.</p>

		<p>-Saper rappresentare graficamente dati secondo due caratteri.          [Distribuciones de doble frecuencia          Concepto y representación gráfica de distribuciones de doble frecuencia:          -Saber clasificar datos según dos caracteres y reconocer los diferentes componentes de distribuciones dobles.          -Analizar distribuciones conjuntas: frecuencias absolutas y relativas.          -Analizar distribuciones condicionales relativas.          -Saber cómo representar gráficamente datos de acuerdo con dos caracteres.]</p> <p><b>Indicatori statistici mediante rapporti e differenze</b>  <i>Conoscere gli indicatori statistici calcolati mediante rapporti e differenze.</i>          -Saper utilizzare informazioni statistiche provenienti da diverse fonti per costruire indicatori di efficacia, di efficienza e di qualità.          -Saper calcolare ed analizzare i rapporti di composizione, di densità, di derivazione, di durata e ripetizione, e numeri indice.          [Indicadores estadísticos mediante ratios y diferencias          Conocer los indicadores estadísticos calculados a través de ratios y diferencias.          -Saber utilizar información Estadística de diversas fuentes para construir indicadores de efectividad, eficiencia y calidad.          -Saber calcular y analizar los ratios de composición, densidad, derivación, duración y repetición y números índice.]</p>
<p>4. ESTA          BID</p>	<p>- Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia.          - Distribución conjunta y</p>	<p><b>Correlazione tra due caratteri</b>  <i>Conoscere i concetti di dipendenza, correlazione, regressione tra due caratteri quantitativi</i></p>



	<p>distribuciones marginales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Distribuciones condicionadas.</li> <li>- Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas.</li> <li>- Independencia de variables Estadísticas.</li> <li>- Dependencia de dos variables Estadísticas.</li> <li>- Representación gráfica: diagrama de dispersión (o nube de puntos).</li> <li>- Dependencia lineal de dos variables Estadísticas.</li> <li>- Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</li> <li>- Regresión lineal.</li> <li>- Predicciones Estadísticas y fiabilidad de las mismas.</li> <li>- Coeficiente de determinación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Saper individuare la correlazione fra due caratteri quantitativi dal punto di vista grafico,</li> <li>-Saper calcolare la misura della correlazione lineare utilizzando la covarianza</li> <li>-Saper descrivere il legame lineare tra due caratteri quantitativi e saper trovare la retta di regressione.</li> <li>-Saper interpretare il significato dei due parametri della retta di regressione in un contesto pratico.</li> <li>-Saper analizzare l'aderenza della retta di regressione ai dati attraverso l'analisi del grafico dei residui e il calcolo del coefficiente di correlazione <math>r</math> di Bravais-Pearson.</li> <li>-Sapere il significato di <math>r^2</math> (indice di determinazione lineare) come sintesi dell'analisi dei residui.</li> </ul> <p>[Correlación entre dos caracteres          Conocer los conceptos de dependencia, correlación, regresión entre dos caracteres cuantitativos          -Saber identificar la correlación entre dos caracteres cuantitativos desde un punto de vista gráfico,          -Saber calcular la medida de correlación lineal mediante covarianza.          -Saber describir el vínculo lineal entre dos caracteres cuantitativos y saber encontrar la línea de regresión.          -Saber interpretar el significado de los dos parámetros de la línea de regresión en un contexto práctico.          -Saber analizar la adherencia de la línea de regresión a los datos mediante el análisis del gráfico de residuos y el cálculo del coeficiente de correlación de Bravais-Pearson <math>r</math>.          -Conocer el significado de <math>r^2</math> (índice de determinación lineal) como resumen del análisis de residuos.]</p>
5. DISTRI	- Distribución de probabilidad.	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Distribución binomial.</li> <li>- Caracterización e identificación del modelo.</li> <li>- Cálculo de probabilidades.</li> <li>- Manejo de tablas.</li> <li>- Distribución normal.</li> <li>- Tipificación de la distribución normal.</li> <li>- Asignación de probabilidades en una distribución normal.</li> <li>- Manejo de la tabla de la función de distribución normal estándar.</li> <li>- Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.</li> <li>- Corrección por continuidad.</li> </ul>	
<p>6. ESTIMACIÓN</p>		<p><b>Campionamento casuale semplice e tecniche di campionamento</b>          [Técnicas simples de muestreo y muestreo aleatorio]</p> <p><i>Conoscere il campionamento casuale semplice e alcune tecniche di campionamento.</i></p> <p><i>Conoscere la differenza tra statistica descrittiva e statistica inferenziale.</i></p> <p><i>Conoscere l'inferenza induttiva sulla media e sulla proporzione di una popolazione.</i></p> <p>Saper costruire un campione casuale semplice data una popolazione.</p> <p>Saper riconoscere i parametri della popolazione e gli indici di sintesi dei dati campionari e loro uso come stime puntuali dei parametri della popolazione.</p> <p>Saper costruire stime puntuali per la media e la proporzione e saper individuare l'errore di stima.</p> <p>[Obtenga información sobre el muestreo aleatorio simple y algunas técnicas de muestreo.</p> <p>Conozca la diferencia entre Estadística descriptiva y Estadística inferencial.</p> <p>Conocer la inferencia inductiva sobre la media y la proporción de una</p>

		<p>población.</p> <p>Saber construir una muestra aleatoria simple dada una población.</p> <p>Saber reconocer los parámetros poblacionales y los índices resumen de los datos muestrales y su uso como estimaciones precisas de los parámetros poblacionales.</p> <p>Saber construir estimaciones precisas para la media y proporción y ser capaz de identificar el error de estimación.]</p>
7. CONT HIPO		
8. OTROS		

Tabla 14 Contenidos 1º Bachillerato vs. Terza e Quarta (Liceo)

**GRUPO DE EDAD 17-18 AÑOS (en España) Y 18-19 (en Italia):**

Al igual que en los puntos anteriores, se utilizarán los documentos con programas educativos de la “Unione Matematica Italiana” por los mismos motivos. El título del documento consultado es: “indicazioni per la scelta di un possibile percorso didattico di matematica per il secondo biennio e il quinto anno di una scuola secondaria di secondo grado”

[Indicaciones para la elección de una posible trayectoria Didáctica en Matemáticas para el segundo dos años y el quinto año de una escuela secundaria]

<b>BLOQUE DE CONTENIDOS</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ESPAÑOL 2º BACHILLERATO</b>	<b>CONTENIDOS CURRÍCULO ITALIA “QUARTA E QUINTA” QUINTO ANNO [TRADUCCIÓN POR EL AUTOR]</b>
1. PROB	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Profundización en la Teoría de la Probabilidad.</li> <li>- Axiomática de Kolmogorov.</li> <li>- Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.</li> <li>- Experimentos simples y compuestos.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> <li>- Dependencia e independencia de sucesos.</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.</li> <li>- Probabilidades a priori, a posteriori y verosimilitud de un suceso.</li> </ul>	
<p>2. COMB</p>		
<p>3. ESTA UNI</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Población y muestra.</li> <li>- Métodos de selección de una muestra.</li> <li>- Tamaño y representatividad de una muestra.</li> <li>- Estadística paramétrica.</li> <li>- Parámetros de una población y estadísticos obtenidos a partir de una muestra.</li> </ul>	<p><b>Variabili casuali</b>  <i>Conoscere il concetto di variabile casuale .</i>  <i>Riconoscere esempi applicativi di variabili casuali in un esperimento casuale o in ambiti pratici.</i>  <i>Conoscere la differenza tra variabili casuali discrete e variabili casuali continue.</i>  Saper individuare lo spazio campionario degli eventi casuali elementari associati ad un esperimento casuale .  Saper individuare la variabile casuale associata ad un esperimento casuale ricavandone la distribuzione di probabilità.  Saper ricavare la funzione di ripartizione di una variabile casuale.  Saper passare dalla funzione di ripartizione alla distribuzione di probabilità di una variabile casuale e viceversa.  Saper trovare i valori caratterizzanti una variabile casuale discreta (moda, mediana, media aritmetica, varianza, deviazione standard)  Saper definire i valori caratterizzanti una variabile casuale continua (media aritmetica, varianza, deviazione standard).  Saper individuare la moda e la mediana di una variabile casuale continua.  [Variables aleatorias  Conocer el concepto de variable aleatoria.  Reconocer ejemplos de aplicación de variables aleatorias en un experimento aleatorio o en entornos prácticos.  Conocer la diferencia entre variables aleatorias discretas y variables aleatorias continuas.  Saber identificar el espacio muestral de eventos aleatorios elementales asociados a un experimento aleatorio.</p>

		<p>Saber identificar la variable aleatoria asociada a un experimento aleatorio obteniendo la distribución de probabilidad.</p> <p>Saber derivar la función de distribución de una variable aleatoria.</p> <p>Saber pasar de la función de distribución a la probabilidad de una variable aleatoria y viceversa.</p> <p>Saber encontrar los valores que caracterizan una variable aleatoria discreta (moda, mediana, media aritmética, varianza, desviación estándar)</p> <p>Saber definir los valores que caracterizan una variable aleatoria continua (media aritmética, varianza, desviación estándar).</p> <p>Saber identificar la moda y la mediana de una variable aleatoria continua.]</p>
4. ESTA BID		
5. DISTRI		<p><b>Distribuzioni di probabilità</b></p> <p><i>Conoscere alcuni modelli di probabilità discrete e continue.</i></p> <p><i>Conoscere l'enunciato del teorema del limite centrale.</i></p> <p>Saper riconoscere e costruire la distribuzione di probabilità di una variabile casuale discreta (Binomiale, Poisson).</p> <p>Saper rappresentare graficamente le distribuzioni Binomiale e di Poisson individuandone le caratteristiche.</p> <p>Saper calcolare valore medio e la varianza delle due distribuzioni.</p> <p>Riconoscere ed utilizzare opportunamente la variabile casuale continua Normale.</p> <p>Saper individuare le caratteristiche di una distribuzione normale al variare dei suoi parametri.</p> <p>Operazione di standardizzazione per utilizzare in modo corretto le tavole della distribuzione Normale standardizzata (della densità e della funzione di ripartizione)</p>

		<p>Saper utilizzare una distribuzione di probabilità per risolvere un semplice problema.</p> <p>[Distribuciones de probabilidad          Conozca algunos modelos de probabilidad discretos y continuos.          Conoce el enunciado del teorema del límite central.          Saber reconocer y construir la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta (Binomial, Poisson).          Saber representar gráficamente las distribuciones Binomial y Poisson identificando sus características.          Saber calcular el valor medio y la varianza de las dos distribuciones.          Reconocer y utilizar adecuadamente la variable aleatoria continua normal.          Saber identificar las características de una distribución normal según varían sus parámetros.          Operación de estandarización para utilizar correctamente las tablas de la distribución Normal estandarizada (de la densidad y de la función de distribución)          Saber utilizar una distribución de probabilidad para resolver un problema sencillo.]</p>
<p>6. ESTIMA IC</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimación puntual.</li> <li>- Media y desviación típica de la media muestral y de la proporción muestral.</li> <li>- Teorema central del límite.</li> <li>- Distribución de probabilidad de la media muestral en una población normal.</li> <li>- Distribución de probabilidad de la media muestral y de la proporción muestral en el caso de muestras grandes.</li> <li>- Estimación por intervalos de confianza.</li> <li>- Relación entre nivel de confianza, error máximo admisible y tamaño muestral.</li> <li>- Intervalo de confianza para la</li> </ul>	

	media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida. - Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución de modelo desconocido y para la proporción en el caso de muestras grandes.	
7. CONT HIPO		
8. OTROS		

Tabla 15 Contenidos 2º Bachillerato vs. Quinta (Liceo)

### 7.3.6 ANÁLISIS DE LOS CONTENIDOS DE ITALIA

Una vez que tenemos clasificada la información en tablas, vamos a describir e interpretar los datos recogidos. En este apartado se va a realizar el análisis de las tablas construidas en el apartado 7.3.5 (Tabla 12, Tabla 13, Tabla 14, Tabla 15)

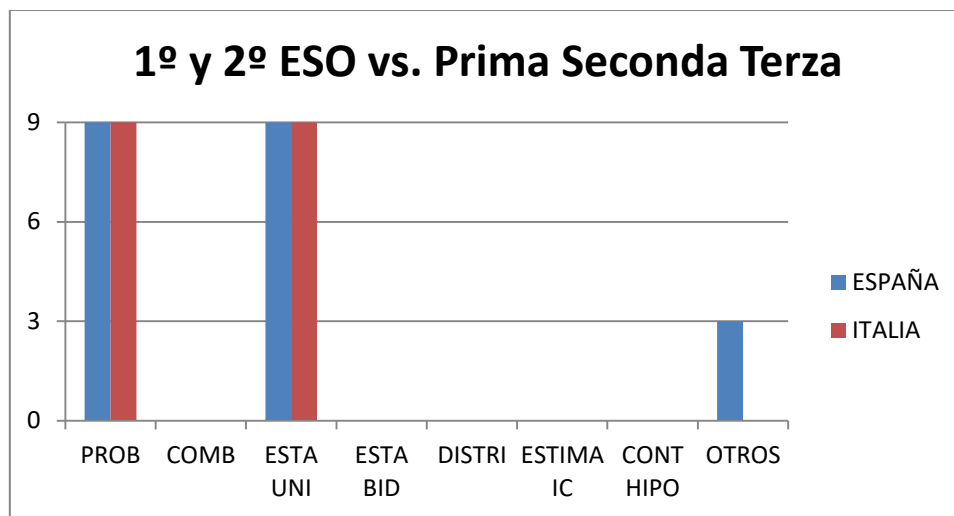


Ilustración 9 Gráfica comparativa 1º y 2º ESO vs. Prima Seconda e Terza (grupo de edad hasta los 13-14 años)

Interpretación de la Ilustración 9:

- Ambos currículos se centran en contenidos de Probabilidad y Estadística Descriptiva unidimensional.
- España menciona en el currículo la iniciación a la hoja de cálculo, lo que se ha colocado en el bloque de “otros”.

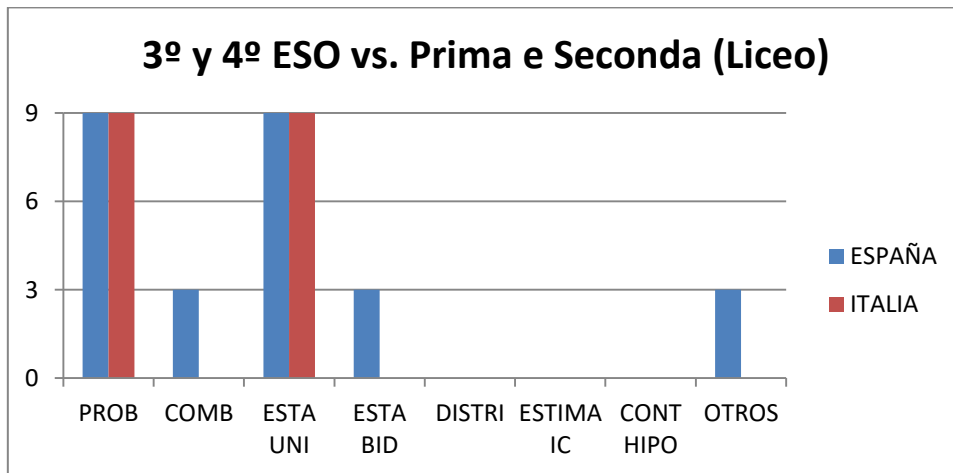


Ilustración 10 Gráfica comparativa 3º y 4º ESO vs. Prima e Seconda (Liceo) (grupo de edad hasta los 14-16 años)

Interpretación de la Ilustración 10:

- Ambos currículos se centran en contenidos de Probabilidad y Estadística Descriptiva unidimensional. Se puede ver que Italia es lo único que incluye.
- En España se hace una introducción a la combinatoria, existe algún contenido de Estadística bidimensional y en el bloque de “otros” incluye la utilización de medios tecnológicos, calculadoras...

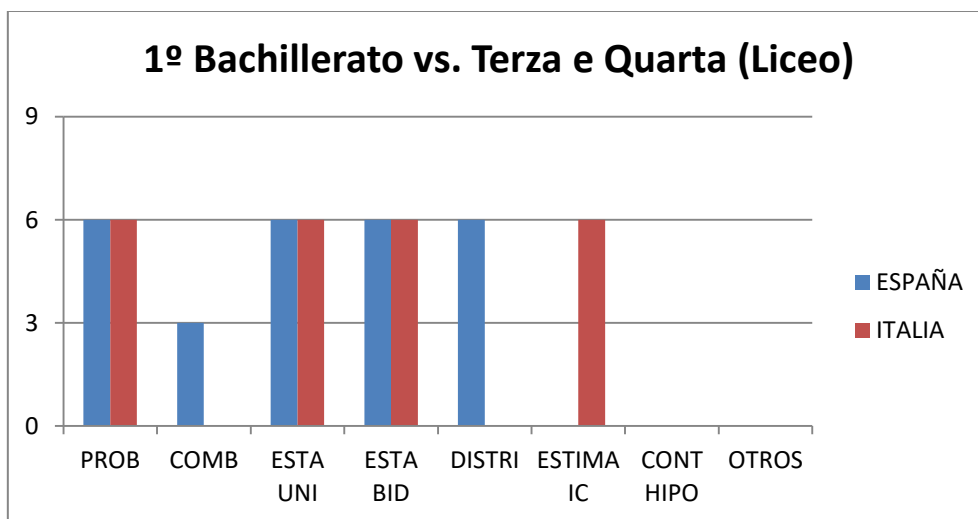


Ilustración 11 Gráfica comparativa 1º Bachillerato vs. Terza e Quarta (Liceo) (grupo de edad hasta los 16-17 años en España y 16-18 en Italia)

Interpretación de la Ilustración 11:



- Hay que tener en cuenta que estamos compando un año escolar de España con dos años escolares en Italia.
- Ambos currículos, explican contenidos de bastantes bloques, por lo que no se puede decir que ningún bloque incluya la mayoría de los contenidos de este curso(s) y no se ha dado ningún valor 9.
- En España se incluye la aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.
- En Italia no se incluye ningún contenido del bloque de distribuciones, en cambio sí que trabajan la inferencia y las estimaciones.

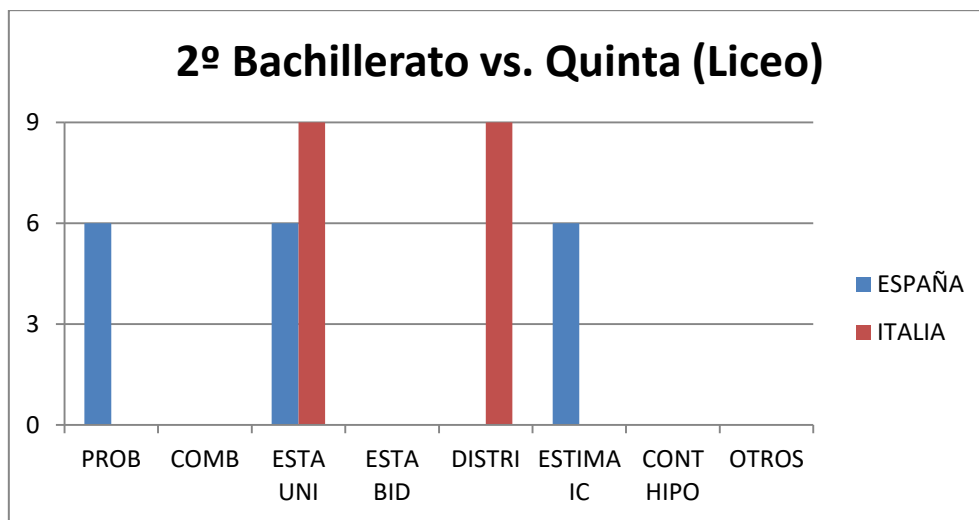


Ilustración 12 Gráfica comparativa 2º Bachillerato vs. Quinta (Liceo) (grupo de edad hasta los 17-18 años en España y 18-19 en Italia)

Interpretación de la Ilustración 12:

- Hay que tener en cuenta que estamos compando un año escolar de España con uno de Italia, pero en este segundo país los alumnos tendrán un año más de edad.
- En Italia se centran en dos bloques: Estadística Descriptiva unidimensional y distribuciones de probabilidad (Binomial, Poisson, Normal).
- En España se contemplan contenidos de Probabilidad, Estadística Descriptiva unidimensional y conceptos de Estadística Inferencial (Intervalos de Confianza).

## 7.4 PRINCIPIOS METODOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS A PARTIR DEL ANÁLISIS DE DOCUMENTOS Y DE LA OBSERVACIÓN.

Este apartado del trabajo es uno de los más difíciles de llevar a cabo, debido a que se debería contrastar muchísima información para sacar unas conclusiones que realmente fueran rigurosas. Además, un a fondo de

estos aspectos, harían que este TFM tuviera una extensión superior a lo recomendable para este tipo de trabajos, por lo que sería interesante que en un futuro se cometieran otras investigaciones que trataran este apartado con la profundidad que merece.

Sin embargo, se va a aprovechar para dar varias pinceladas de algunos enfoques interesantes que se han observado de las diferentes metodologías Didácticas para enseñar Estadística. Por otra parte se incluyen algunos ejercicios de Estadística que dotan a este trabajo de una componente matemática que en el resto de secciones, por la forma en que se han definido no tienen encaje. Se analizan algunos ítems liberados del informe PISA del Área de Matemáticas del Subárea: Incertidumbre y datos.

## CASO DE ESPAÑA

Si nos fijamos en todas las tablas y las gráficas correspondientes de la sección anterior, una de las diferencias destacables de España respecto a otros países, es que en España la educación de una materia se hace en espiral. Cada curso se vuelve a repetir lo anterior y se avanza un poco más. El currículo en espiral es un método de organización del conocimiento de Jerome Bruner que en otros países de nuestro entorno no se utiliza. Hay países que, siguiendo otros modelos relacionados con el desarrollo del currículo, pueden estar con un bloque de una materia durante medio año de un curso y no lo vuelven a abordar nunca más.

Sin embargo el currículo en espiral es utilizado en muchos otros países, como por ejemplo aquellos países que siguen el conocido “Método Singapur” en el que las Matemáticas son enseñadas a través del juego, tocando, manipulando, observando y comprendiendo. Con el currículo en espiral se ofrece a los estudiantes varias ocasiones de aprender los contenidos, intentando explicarlos cada vez de manera diferente.

Por otra parte, conviene recordar que en el currículo español, además de los contenidos, podemos encontrar los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables, que pueden dar más información de cómo se trabaja cada asignatura. Este TFM solo se ha centrado en los contenidos para hacer la comparativa.

## CASO DE REINO UNIDO

Cabe destacar, como se resalta en negrita en el párrafo siguiente, que en el programa de estudios inglés en la etapa KS4 especifica que algunos contenidos (que marcan entre llaves { }) solo se deben explicar a los alumnos con mayores logros si ven que el resto no tienen suficiente capacidad de comprensión.

“This programme of study specifies: the mathematical content that should be taught to all pupils, in standard type **additional mathematical content to be taught to more highly attaining pupils, in braces { }**

Together, the mathematical content set out in the key stage 3 and key stage 4 programmes of study covers the full range of material contained in the GCSE Mathematics qualification. **Wherever it is appropriate, given pupils’ security of understanding and readiness to progress, pupils should be taught the full content set out in this programme of study.”**

[“Este programa de estudio especifica el contenido matemático que debe enseñarse a todos los alumnos, en tipo estándar, **contenido matemático adicional que se debe enseñar a los alumnos con mayores logros, entre llaves {}**

En conjunto, el contenido matemático establecido en los programas de estudio de la etapa clave 3 y la etapa clave 4 cubre la gama completa de material contenido en la calificación GCSE Matemáticas. **Siempre que sea apropiado, dada la seguridad de comprensión de los alumnos y su disposición para progresar, se les debe enseñar el contenido completo establecido en este programa de estudio ”.]**

En las tablas del currículo inglés se presentan los contenidos con verbos en infinitivo, que antes se comentó que podría compararse con los verbos utilizados en los criterios de evaluación del currículo español. Es muy llamativa la diferencia entre los verbos que más se usan en cada uno: España (elaborar, calcular, analizar, resolver, identificar, interpretar, justificar...) y en Reino Unido (entender, comprender, criticar, enlazar, seleccionar, utilizar, modelar...). En Reino Unido inciden mucho en el verbo “understand” porque su objetivo es que los alumnos entiendan y comprendan los contenidos.

## CASO DE FRANCIA

En Francia se enfatiza la importancia de la exposición oral, incluso en la asignatura de Matemáticas. Se menciona varias veces en el currículo de la etapa Terminale: “exposé oral d’une solution”, “place de l’oral”.

Además, en Francia son mucho más prácticos y menos teóricos a la hora de enseñar los contenidos, buscando la experimentación y la utilización de algoritmos. Se preocupan por la “Alfabetización en Estadística” para construir una ciudadanía crítica y racional.

En todos los cursos incorporan en sus contenidos la Historia de la Estadística.

En la enseñanza de las Matemáticas y la Estadística, insisten en la importancia del razonamiento, la demostración y las prácticas de investigación como se puede leer en el siguiente texto en las partes resaltadas en negrita.

**“La formation au raisonnement et l’initiation à la démonstration sont des objectifs essentiels** du cycle 4. Le raisonnement, au cœur de l’activité mathématique, prend appui sur des situations variées (par exemple problèmes de nature arithmétique ou géométrique, mais également mise au point d’un programme qui doit tourner sur un ordinateur ou pratique de jeux pour lesquels il faut développer une stratégie gagnante, individuelle ou collective, ou maximiser ses chances). **Les pratiques d’investigation (essai-erreur, conjecture-validation, etc.) sont essentielles et peuvent s’appuyer aussi bien sur des manipulations ou des recherches papier/crayon, que sur l’usage d’outils numériques (tableurs, logiciels de géométrie, etc.)”**

[“El **entrenamiento del razonamiento y la iniciación a la demostración son objetivos esenciales** del ciclo 4. El razonamiento, en el corazón

de la actividad matemática, se basa en diversas situaciones (por ejemplo, problemas de naturaleza aritmética o geométrica, pero también hasta el punto de un programa que debe ejecutarse). en una computadora o jugar juegos para los que tienes que desarrollar una estrategia ganadora, individual o colectiva, o maximizar tus posibilidades). **Las prácticas de investigación (ensayo-error, conjetura-validación, etc.) son fundamentales y pueden basarse tanto en la manipulación o la investigación con papel / lápiz, como en el uso de herramientas digitales (hojas de cálculo, geometría, etc.) “.]**

Textes de référence: Les programmes du collège. (Le Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015 est consacré aux programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège.)

Textos de referencia: Los programas universitarios. (El Boletín Oficial Especial No. 11 del 26 de noviembre de 2015 está dedicado a los programas de educación primaria y universitaria.)]

## CASO DE ITALIA

Lo más destacable del caso de Italia es el carácter interdisciplinar que buscan dar a las Matemáticas y la Estadística, y que se recoge en las indicaciones del Currículo Nacional Italiano. Se puede observar en la Ilustración 13, que el bloque de “Dati e Previsioni” del “currículo matematica scuola secondaria” se relaciona con tres de las cuatro disciplinas que aparecen. Hay una clara relación con las asignaturas de ciencias, geografía y tecnología.

Esta misma idea se recoge en las indicaciones de varias etapas del currículo nacional Italiano:

Dalle *Indicazioni Nazionali*: (Dati e previsioni PRIMO BIENNIO):

**“Lo studio sarà svolto il più possibile in collegamento con le altre discipline anche in ambiti entro cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti. Lo studente sarà in grado di ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici...”**

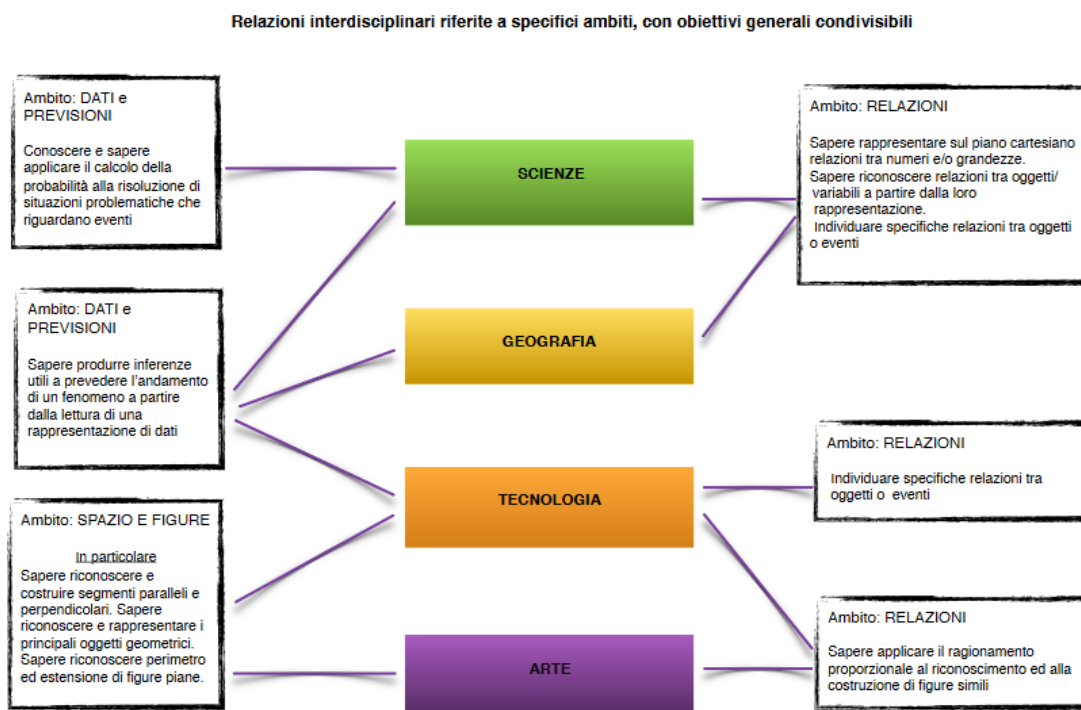
[El estudio se llevará a cabo en la mayor medida posible en relación con las otras disciplinas también en áreas dentro de las cuales los datos se recopilan directamente de los estudiantes...]

Dalle *Indicazioni Nazionali*: (Dati e previsioni SECONDO BIENNIO):

**“Lo studente, in ambiti via via più complessi, il cui studio sarà sviluppato il più possibile in collegamento con le altre discipline e in cui i dati potranno essere raccolti direttamente dagli studenti, apprenderà a far uso delle distribuzioni doppie condizionate e marginali,...”**

[“El alumno, en áreas cada vez más complejas, cuyo estudio se desarrollará en la mayor medida posible en conexión con las otras

disciplinas y en las que los datos puedan ser recogidos directamente por los alumnos, aprenderá a hacer uso de las distribuciones dobles condicional y marginal...]



**Ilustración 13** Relación interdisciplinar de “Dati e Previsioni” en Italia

## ANÁLISIS DE INFORMES PISA

El “Programme for International Student Assessment” PISA, es un informe que se basa en un estudio realizado por la OCDE a nivel mundial midiendo el rendimiento académico de los alumnos de 15 años en tres áreas: Matemáticas, ciencia y lectura. Las pruebas consisten en unos exámenes estandarizados que se diseñan para ser independientes del currículo y así poder realizar una comparación más objetiva entre países.

El análisis de los resultados no busca evaluar a los alumnos, sino al sistema en el que se les educa y siempre con el objetivo de proporcionar datos que posibiliten a los países mejorar sus políticas de educación

Se aprecia en los ejemplos que se muestran en este trabajo más adelante, que los problemas a resolver deben ser presentados en contextos personales o culturales relevantes y que no se mide el conocimiento escolar como tal, sino la capacidad de los estudiantes de poder entender y resolver problemas auténticos a partir de la aplicación de conocimientos de cada una de las áreas principales de PISA. A continuación se incluyen algunos ejemplos de preguntas que sirven para comprender cómo PISA evalúa la capacidad matemática de

los estudiantes. Se debe tener en cuenta que existen una gran variedad diferente de ítems que se emplean en esta evaluación internacional y no se pueden sacar conclusiones observando solo unos pocos.

Fuentes Gil (2012), en su artículo “Matemáticas en las aulas de Secundaria”, nos menciona una de estas conclusiones.

“los países con una mayor puntuación en el área de Matemáticas del informe PISA también son los que tradicionalmente se inclinan por una enseñanza que da un valor añadido al uso de las TIC en las Matemáticas, lo que hace suponer un mayor estudio de temas estadísticos.”

(Fuente: La Gaceta de la RSME, Vol. 15 (2012), Núm. 2, Págs. 355–368355 Matemáticas en las aulas de Secundaria Sección a cargo de Inmaculada Fuentes Gil)

Aunque las pruebas, como se ha mencionado antes, consisten en exámenes que son diseñados para ser independientes del currículo, es evidente que si un alumno tiene algunas nociones de ciertos contenidos, será más probable que pueda realizar con éxito un ejercicio que esté relacionado con ellos. Con 15 años un alumno en España está en 3ºESO, en Reino Unido en el primer curso de KS4, en Francia terminando el College con “le troisieme” y en Italia estaría en “Prima”, comenzando la Scuola Media Superiore.

#### **Lista de ejemplos PISA, área Matemáticas, subárea Estadística y probabilidad.**

- ITEM 1: EJEMPLO DE INTERPRETACIÓN DE DATOS: “Reproductores defectuosos”: En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían saber interpretar datos estadísticos y para ello utilizar conceptos básicos de probabilidad.
- ITEM 2: EJEMPLO DE PROBABILIDAD: “Caramelos de colores”: En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían saber interpretar gráficos estadísticos y para ello utilizar conceptos básicos de probabilidad.
- ITEM 3: EJEMPLO DE REPRESENTACIÓN GRÁFICA: “Basura”: En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían conocer los tipos de gráficos que pueden utilizarse y cual es mejor según el tipo de datos.
- ITEM 4: EJEMPLO DE COMBINATORIA: “Selección”: En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían saber aplicar conceptos básicos de combinatoria.
- ITEM 5: EJEMPLO DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA: “Estatura de los alumnos”: En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían comprender el concepto de media Estadística y reflexionar sobre los factores que la afectan para elegir las respuestas correctas.

Los enunciados de los ítems PISA con la resolución y sus criterios de corrección se han situado en los **Anexos (ver anexo IV)**. En esos anexos también puede encontrarse la descripción de los seis niveles de

dificultad o rendimiento de los estudiantes en el área de Matemáticas, y los resultados conseguidos por los países en varias ediciones PISA **Anexos (ver anexo V)**.

Estos materiales se obtuvieron en las siguientes referencias:

Preguntas liberadas de Matemáticas de PISA 2012 que sirven de referencia para PISA 2021. Fuente: <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/publicaciones/items-liberados/pisa-ocde/pisa-2021-items-liberados.html> (Última consulta 05/06/2021)

Estímulos PISA de Matemáticas liberados (2013). Aplicación como recurso didáctico en la ESO. ( Fuente: OCDE y INEE INSTITUTO NACIONAL DE EVALUACIÓN EDUCATIVA <http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/Matemáticas/private/pisaMatemáticas2013.pdf>) (Última consulta 05/06/2021)

## 8. CONCLUSIONES DEL ESTUDIO

### Conclusiones específicas:

Una vez finalizado el estudio y su análisis, se comienza este apartado de conclusiones respondiendo a las preguntas de investigación que se plantearon en la introducción de este TFM.

1. ¿Cómo se está enseñando esta materia a nivel de Enseñanzas Medias?  
En todos los países analizados, al igual que sucede en España, la Estadística forma parte en todas las etapas del currículo de la asignatura de Matemáticas.
2. ¿Hay muchas diferencias de currículo en los diferentes sistemas educativos europeos?  
Observando las gráficas comparativas de los contenidos del apartado 7.3 se puede decir que las diferencias de los currículos de los países estudiados no son muy relevantes. A grandes rasgos la Estadística que se enseña es la misma, pero hemos comprobado que en algunos países se incluyen algunos contenidos que en otro no. Por ejemplo en España o Italia se incluyen los Intervalos de Confianza, o en Reino Unido los Contrastes de Hipótesis.
3. ¿Cuáles son las diferencias en las metodologías Didácticas en los diferentes sistemas educativos europeos?  
Aunque necesitaría realizarse un estudio más a fondo, las metodologías en los cuatro países no parecen muy distintas. Aún así, cabe destacar algunos aspectos llamativos.  
En Reino Unido se enseña la Estadística con una especial atención en el proceso de análisis de datos, teniendo en cuenta que el uso de datos es parte de la rutina diaria y que, por tanto, esta ciencia es utilizada constantemente por la sociedad. Llama la atención apreciar que en el caso de

Reino Unido el currículo cuenta con contenido matemático adicional que se debe enseñar a los alumnos con mayores logros.

En Francia se enseña más como un capítulo de las Matemáticas, al que les gusta denominar Estocástica. Trabajan en profundidad los conceptos y sus aplicaciones computacionales. Tanto en Francia como en Italia dan bastante importancia a la expresión oral en su forma de educar, incluso en las Matemáticas.

4. ¿Cuáles son las mejores prácticas que realizan estos países y cómo las llevan a cabo?

En Reino Unido siempre buscan entender y comprender (*Understand*). El currículo inglés busca que los alumnos comprendan las ideas más importantes, sin dar tanta relevancia a que sepan resolver un ejercicio numéricamente.

En Francia es una buena práctica incluir la Historia de las Matemáticas en todos los capítulos y formar a sus alumnos en medios tecnológicos como la programación en Python.

En Italia, buscando una relación interdisciplinar de la estadística, plantean que su estudio se desarrolle en la mayor manera posible en conexión con las otras asignaturas o disciplinas, porque en varias de ellas es más sencillo que los datos puedan ser recogidos directamente por los alumnos.

5. ¿Deberían modificarse los contenidos que se estudian en el currículo español?

Los contenidos del currículo español son bastante completos si los alumnos los reciben de forma correcta. Como comenta Lorenzo Valentin, G. (2017) sobre las dificultades detectadas para superar las asignaturas de Estadística en los primeros cursos universitarios: “En ocasiones parece que no se hubiera estudiado nunca esta parte de las Matemáticas en las etapas educativas anteriores. De hecho, en el currículo de secundaria la Estadística consta, pero el profesorado puede no sentirse cómodo con esta materia y la deja para el último lugar en el programa de Matemáticas, pudiéndose llegar al caso de obviarla.” En España se tiene constancia, a través de artículos como el mencionado, encuestas realizadas por la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa SEIO en 2013 con motivo del Año Internacional de la Estadística y a través de conversaciones informales con profesores de instituto, de que con frecuencia no se dan en clase la totalidad de los contenidos mínimos de Estadística que marca la ley.

6. ¿Qué se podría mejorar en la forma de enseñar la Estadística en España?

Dotar de mayor relevancia en el currículo a la Historia de la Estadística. Ésto podría ser una atractiva manera de despertar el interés de alumnos a los que no les apasionan las Matemáticas, pero que les apasiona leer o conocer la historia.

Valorar más el razonamiento y menos los cálculos, porque es más útil cara a la alfabetización de nuestra sociedad.

Recibir la formación en Estadística de manera interdisciplinar para ver su gran utilidad en otras áreas como geografía, biología, economía, ciencias sociales...



Mayor uso de las nuevas tecnologías, y no solo para la representación de datos y realización de cálculos. Se debe ir más lejos, y aprovechar el potencial de las TIC y los modernos softwares estadísticos. Como ejemplo, podrían aprovecharse para la investigación de los efectos del cambio de algunos datos en una muestra o para el uso de simulaciones probabilísticas.

Dar más importancia a la expresión oral y a la competencia comunicativa en las Matemáticas.

### **Conclusiones genéricas:**

- Existe una gran necesidad de formar a los ciudadanos para que sean capaces de entender e interpretar la información que los rodea. Es por ello que la alfabetización en Estadística es un fenómeno que en los últimos años ha generado mayor interés, evidenciado en el incremento del número de investigaciones.
- La ciencia de la Estadística tiene que estar cada día más cerca de la tecnología. Existe una inmensa cantidad de información que sigue creciendo diariamente y su estudio no es posible sin ir de la mano del desarrollo de los medios tecnológicos.
- Cada sistema educativo tiene sus ventajas y sus inconvenientes, y no es sencillo establecer cuál es mejor o peor. Al final, las Matemáticas y en particular la Estadística, deben dotar a las personas de un espíritu crítico que les haga menos influenciables y que les ayude a comprender mejor toda la información que reciben diariamente. Ésto es clave para tomar mejores decisiones personales y profesionales.
- Los currículums son simples guías que luego cada centro o profesor puede llevar a cabo de una u otra manera sin salirse de unos límites establecidos. En unos países, como en el caso de España, esos límites que marca la ley educativa son más rigurosos, en cambio en otros, como puede ser en Italia, hay más espacio para la interpretación.
- Una comparativa de los contenidos de los currículums es muy útil para tener una idea de las diferencias en los planteamientos oficiales que cada sistema educativo quiere inculcar a sus alumnos, pero sería necesario un estudio más interno y detallado para llegar a conclusiones de cómo se está llevando a cabo realmente la educación en cada país.
- En Francia e Italia se le da mucha importancia a la expresión oral y comunicación, al contrario que en España. Un ejemplo es, en Italia, el examen final para acceder a la Universidad “Esame di maturità” (examen de madurez), que además de tener pruebas escritas como la EBAU en España, tiene un examen oral.
- Los estudios del informe internacional PISA son muy útiles para tener una referencia de las capacidades matemáticas fundamentales que presentan alumnos de la misma edad en diferentes países. Todos estos estudios deben siempre servir para buscar una mejora en los diferentes sistemas educativos, y por ello es importante investigar las causas de los resultados que presente cada país.

- Este estudio se ha centrado principalmente en examinar los contenidos específicos de Estadística de los currículos oficiales de España, Reino Unido, Francia e Italia. El estudio presentado a lo largo de este trabajo permitirá a otros investigadores consultar sus directrices y complementarlas con nuevos resultados de más países. Todo el trabajo que pueda realizarse en ese sentido, puede ayudar a quienes tengan la responsabilidad de diseñar o evaluar planes didácticos en el campo de Educación Estadística. La finalidad sería conseguir modificaciones que incluyan un cambio de perspectiva para dejar de considerar la Estadística como un capítulo menor y poco interesante de la Matemática, y pasar a considerarla como un elemento esencial en la formación de los ciudadanos.
- La Estadística tiene una naturaleza interdisciplinar, lo cual es muy beneficioso, porque hace que los conceptos estadísticos aparezcan en otras materias, como economía, ciencias sociales, geografía, biología, etc... Sin embargo, puede tener el inconveniente de que los profesores de estas asignaturas se vean obligados a enseñar Estadística, lo que puede ocasionar conflictos en el aprendizaje de los alumnos cuando las definiciones o propiedades presentadas de los conceptos no coinciden con las impartidas en la clase de Matemáticas.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

### NORMATIVA VIGENTE

España. *RealDecreto1105/2014*, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 3 de enero de 2015, núm.3. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

España. *Orden EDU 362/2015*, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Castilla y León. Boletín Oficial de Castilla y León, 8 de mayo de 2015, núm. 86. Consejería de Educación.

*ORDEN EDU/363/2015*, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del Bachillerato en la Comunidad de Castilla y León. BOCyL, 8 de mayo de 2015.

## LIBROS

Batanero C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Ben-zvi, D. and Makar, K. (2016). *International perspectives on the teaching and learning of statistics*. Springer.

## ARTÍCULOS Y TRABAJOS ACADÉMICOS

Moreira C. (2011) *La estadística en la enseñanza secundaria en Europa*. X Congreso Galego de Estadística e Investigación de Operacións.

Batanero C. (2000) *¿Hacia dónde va la educación estadística?* Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Burrill, G., & Biehler, R. (2011). *Fundamental statistical ideas in the school curriculum and training teachers*. In C. Batanero et al. (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp. 57–69). New York: Springer.

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (Eds.). (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). *Junior high school students' construction of global views of data and data representations*. *Educational Studies in Mathematics*, 45, 35-65

Batanero C. (2000) Artículos. *Statistics Education Research Journal*.

Estrella S. (2012) *Educación estadística: relaciones con la matemática* *Statistical Education: Relationships with Mathematics*. *Pensamiento Educativo Revista de Investigación Educativa Latinoamericana* 49(1):53-64

Lorenzo Valentín, G. Juan Verdoy, P. (2017) *La Estadística en Educación Secundaria y Grados de Ciencias Sociales (Relaciones Laborales y Recursos Humanos y Gestión y Administración Pública). Necesidades, perfiles y realidades*. *Revista de docencia Universitaria REDU*.

Naya, S., Ríos, M. y Zapata, L. (2012) *La Estadística en la Enseñanza Preuniversitaria*. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*.

Galán, E. (2015) *La realidad de la enseñanza de la Estadística en las Enseñanzas Medias en Castilla y León*. TFM Universidad de Valladolid.

## WEBGRAFÍA

### España:

<http://www.culturaEstadística.com/index.php/10-definiciones/6-la-alfabetizacion-Estadística-definiciones-y-modelos-generales> (Última consulta 12/06/2021)

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/publicaciones/items-liberados/pisa-ocde/pisa-2021-items-liberados.html> (Última consulta 13/06/2021)

[http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/Matemáticas/\\_private/pisaMatemáticas2013.pdf](http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/Matemáticas/_private/pisaMatemáticas2013.pdf) (Última consulta 10/06/2021)

### Europa:

<https://population.un.org/wpp/DataQuery/> (Última consulta 09/06/2021)

<https://www.educacionyfp.gob.es/mc/redie-eurydice/sistemas-educativos.html> (Última consulta 07/06/2021)

<https://Europa.eu> (Última consulta 09/06/2021)

<https://ec.europa.eu/eurostat> (Última consulta 07/06/2021)

[https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/national-description\\_es](https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/national-description_es) (Última consulta 05/06/2021)

<https://minedu.fi/etusivu> (Última consulta 05/06/2021)

[https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/hogskoleforordning-1993100\\_sfs-1993-100](https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/hogskoleforordning-1993100_sfs-1993-100) (Última consulta 05/06/2021)

### Reino Unido:

<https://www.oxfordsixthformcollege.com/courses/a-level-subjects-mathematics/>. (Última consulta 05/06/2021)

<https://www.redem.org/> (Última consulta 08/06/2021)

<https://www.thelemonreeeducation.com/> (Última consulta 04/06/2021)

<https://www.gov.uk/government/organisations/department-for-education>. (Última consulta 05/06/2021)

### Francia:

<https://revistadigital.inesem.es/idiomas/equivalencia-en-el-sistema-educativo-frances-y-espanol/> (Última consulta 07/06/2021)

<https://www.education.gouv.fr/> (Última consulta 03/06/2021)

[www.eduscol.education.fr](http://www.eduscol.education.fr). (Última consulta 07/06/2021)

**Italia:**

<https://www.educacionyfp.gob.es/Italia/seccion-cagliari/quienes-somos/oferta-estudios.html> (Última consulta 06/06/2021)

<https://www.miur.gov.it/> (Última consulta 05/06/2021)

[https://iccrepellano.edu.it/wp-content/uploads/sites/197/programmazione\\_secondaria-1.pdf](https://iccrepellano.edu.it/wp-content/uploads/sites/197/programmazione_secondaria-1.pdf)  
(Última consulta 07/06/2021)

<https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/> (Última consulta 08/06/2021)

**FIGURAS**

Ilustración 1 Características de la alfabetización en Estadística.....	8
Ilustración 2 Gráfica comparativa 1º y 2º ESO vs. KS3 (grupo de edad hasta los 13-14 años) .....	43
Ilustración 3 Gráfica comparativa 3º y 4º ESO vs. KS4 (grupo de edad hasta los 14-16 años) .....	43
Ilustración 4 Gráfica comparativa 1º y 2º Bachillerato vs. KS5 (grupo de edad hasta los 16-18 años) .....	44
Ilustración 5 Gráfica comparativa 1º 2º 3º ESO vs. Cinquième Quatrième Troisième (grupo edad hasta 14-15 años) .....	64
Ilustración 6 Gráfica comparativa 4º ESO vs. Seconde (grupo de edad hasta los 15-16 años) .....	65
Ilustración 7 Gráfica comparativa 1º Bachillerato vs. Première (grupo de edad hasta los 16-17 años) .....	66
Ilustración 8 Gráfica comparativa 2º Bachillerato vs. Terminale (grupo de edad hasta los 17-18 años) .....	66
Ilustración 9 Gráfica comparativa 1º y 2º ESO vs. Prima Seconda e Terza (grupo de edad hasta los 13-14 años) .....	87
Ilustración 10 Gráfica comparativa 3º y 4º ESO vs. Prima e Seconda (Liceo) (grupo de edad hasta los 14-16 años) .....	88
Ilustración 11 Gráfica comparativa 1º Bachillerato vs. Terza e Quarta (Liceo) (grupo de edad hasta los 16-17 años en España y 16-18 en Italia) .....	88
Ilustración 12 Gráfica comparativa 2º Bachillerato vs. Quinta (Liceo) (grupo de edad hasta los 17-18 años en España y 18-19 en Italia) .....	89
Ilustración 13 Relación interdisciplinar de “Dati e Previsioni” en Italia.....	93

## TABLAS

Tabla 1 Equivalencias entre las etapas educativas en Enseñanzas Medias de España, Reino Unido, Francia e Italia.....	24
Tabla 2 Etapas educativas según grupos de edad en España y Reino Unido.....	28
Tabla 3 Contenidos 1º y 2º ESO vs. KS3 .....	31
Tabla 4 Contenidos 3º y 4º ESO vs. KS4 .....	35
Tabla 5 Contenidos 1º y 2º Bachillerato vs. KS5 .....	41
Tabla 6 Etapas educativas según grupos de edad en España y Francia .....	45
Tabla 7 Contenidos 1º 2º 3º ESO vs. Cinquième Quatrième Troisième.....	48
Tabla 8 Contenidos 4º ESO vs. Seconde .....	52
Tabla 9 Contenidos 1º Bachillerato vs. Première .....	58
Tabla 10 Contenidos 2º Bachillerato vs. Terminale .....	64
Tabla 11 Etapas educativas según grupos de edad en España e Italia .....	67
Tabla 12 Contenidos 1º 2º ESO vs. Prima Seconda e Terza (Scuola Media Inferiore).....	72
Tabla 13 Contenidos 3º y 4º ESO vs. Prima e Seconda (Liceo).....	77
Tabla 14 Contenidos 1º Bachillerato vs. Terza e Quarta (Liceo) .....	83
Tabla 15 Contenidos 2º Bachillerato vs. Quinta (Liceo) .....	87

## **ANEXOS**

### **ANEXO I: PERSONAJES EUROPEOS DESTACADOS EN LA HISTORIA DE LA ESTADÍSTICA**

Según se comenta en la sección 7.1, Europa fue fundamental para el desarrollo del mundo de las Ciencias y existen países cuya aportación ha sido trascendente.

Si nos centramos en la Historia de la Estadística, podemos enumerar países que han sido vitales para la construcción de esta ciencia y que cuentan con personajes muy destacados. Alemania, Italia, Francia, Inglaterra y Suiza fundamentalmente, y en menor medida otros países como Bélgica, Escocia y Polonia.

En la Ilustración 14 se puede encontrar una infografía creada por el autor en la que se señala en un mapa de Europa las figuras más destacadas dentro de la Historia de la Estadística y sus países de origen.

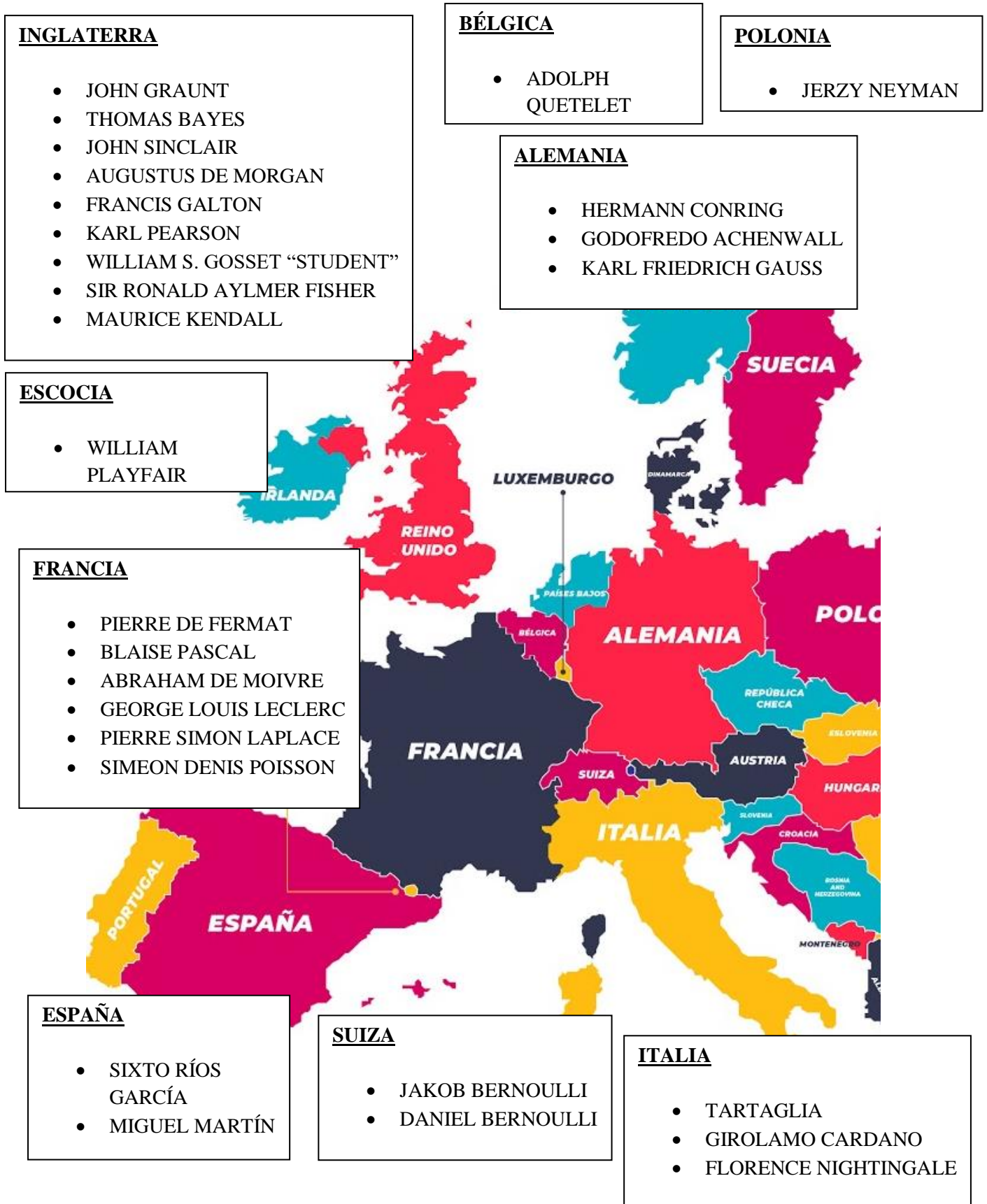


Ilustración 14 Personajes europeos destacados en la Historia de la Estadística



## ANEXO II: INFOGRAFÍAS DE SISTEMAS EDUCATIVOS

Como se comenta en la sección 7.1, los países que se encuentran en estas infografías han sido incluidos en este trabajo por alguna de las siguientes razones. Su proximidad educativa con España, sus personajes destacados en la Historia de la Estadística o sus buenos resultados en PISA.

1. REINO UNIDO: Thoma Bayes, Karl Pearson, Ronald Fisher...
2. FRANCIA: Abraham De Moivre, Pierre Simon Laplace, Simeon Denis Poisson...
3. ITALIA: Tartaglia, Girolamo Cardano, Florence Nightingale...
4. ALEMANIA: Godofredo Achenwall, Karl Friedrich Gauss...
5. POLONIA: Jerzy Neyman
6. BÉLGICA: Adolph Quetelet
7. SUIZA: Jacob Bernoulli, Daniel Bernoulli
8. FINLANDIA: Grandes Resultados en los informes PISA, pero sobre todo en las partes de Ciencias y habilidades lectoras. En Matemáticas destacan más otros países.
9. ESTONIA: Primer país Europeo en los últimos informes PISA. Además en las tres habilidades que se evalúan en el informe.
10. SUECIA: Diferente perspectiva de entender la enseñanza Estadística
11. DINAMARCA: Buenos resultados PISA
12. AUSTRIA: Buenos resultados PISA.
13. PAÍSES BAJOS: Buenos resultados en Matemáticas, casi al nivel de Estonia.
14. PORTUGAL: Proximidad cultural con España. Portugal tiene mejores resultados que España en sus informes PISA.
15. ESPAÑA: País anfitrión del estudio.

**REINO UNIDO**

PRÓXIMOS:  
FRANCIA  
ITALIA  
PORTUGAL  
GRECIA  
ALEMANIA  
AUSTRIA  
BÉLGICA  
FINLANDIA  
DINAMARCA  
SUECIA  
POLONIA  
RUMANIA  
IRLANDA  
LUXEMBURGO  
CHIPRE  
CROACIA  
LETONIA  
LITUANIA

# SISTEMA EDUCATIVO REINO UNIDO

PISA 2012

**26** MATEMÁTICAS (494 p.)  
**23** COMPRENSIÓN LECTORA (499 p.)  
**21** CIENCIAS (514 p.)

## Etapas Educativas

	Edades	Key Stage
Nursery or Infant School	3-4 años	--
Primary School / Exámenes GCSE/	5-11 años	1 y 2
Secondary School / Exámenes A-Levels/	12-16 años	3 y 4
University	17->	--

### Financiación

- > El porcentaje de inversión en Educación es un 5,96% del PIB (frente al 5,25% de la UE)
- > El Gobierno británico gasta casi 8.000 €/anuales por estudiante en Primaria y Secundaria, y más de 10.000 en Educación Superior.

### Profesorado

£ SALARIO INGLATERRA/GALES	22.023 a 32.187 £
£ SALARIO IRLANDA DEL NORTE	21.804 a 31.868 £
£ SALARIO ESCOCIA	21.867 a 34.887 £

Qualified Teachers Status (QTS): Certificación para ejercer la profesión docente en Inglaterra y Gales. General Teaching Council, equivalente al QTS en Escocia e Irlanda del Norte

### Reformas Educativas

EDUCATION REFORM ACT 1998

- KEY STAGES
- NATIONAL CURRICULUM
- MAYOR COMPETITIVIDAD Y AUTONOMÍA DE CENTROS

STATE-FUNDED SCHOOLS (COLEGIOS PÚBLICOS) **93 %**

INDEPENDENT SCHOOLS (COLEGIOS PRIVADOS) **7 %**

### Curiosidades y particularidades

- Los niños nacidos en julio pertenecen a un curso anterior a los de agosto.
- La mayoría de escuelas (state o independent school) tienen uniforme obligatorio.
- Asignaturas Obligatorias: P.E., Música, Religión.
- OTRAS ASIGNATURAS: D.S.H.E. (Educación personal, social y para la salud); La Educación Sexual y la Religión son de oferta obligatoria, pero no evaluables.

### LOGROS DEL MODELO

- Educación superior muy prestigiosa
- Alto porcentaje de población con estudios postobligatorios
- Gran ambiente multicultural en todas las aulas
- Destino educativo más popular en Europa

Más información [www.gov.uk/government/organisations/department-for-education](http://www.gov.uk/government/organisations/department-for-education)

Sección elaborada en colaboración con **educare**

Ilustración 15 Sistema educativo de Reino Unido

Página 106 de 134

# SISTEMA EDUCATIVO FRANCIA

**REINO UNIDO**  
**FRANCIA**  
Próximos...

- ITALIA
- PORTUGAL
- GRECIA
- ALEMANIA
- AUSTRIA
- BÉLGICA
- FINLANDIA
- DINAMARCA
- SUECIA
- POLONIA
- RUMANIA
- IRLANDA
- LUXEMBURGO
- CHIPRE
- CROACIA
- LETONIA
- LITUANIA

**PISA 2012**

**18** MATEMÁTICAS (495 p.)  
**14** COMPRENSIÓN LECTORA (605 p.)  
**18** CIENCIAS (494 p.)

**ETAPAS EDUCATIVAS**

El diploma de Bachillerato es necesario para acceder a la Universidad

INFANTIL	PRIMARIA	SECUNDARIA	SUPERIOR
Pequeña 2 a 4 años	Elemental 6 a 11 años	Inferior (11-15 años), 3 ciclos: Observación y Adaptación	Se puede impartir desde universidades, establecimientos públicos administrativos y escuelas o institutos superiores privados
Media 4 a 5 años	Funcional 6 a 8 años	Central	
Grande 5 a 6 años	Profundización 8 a 11 años	Orientación	
		Superior o "Lycée" (15 a 18 años)	
		General	
		Tecnológico	
		Profesional	

**PROFESORADO**

Desde 2011, los candidatos deben tener un Máster 2 para inscribirse y no sólo una "licence" (diplomatura)

Tras aprobar el curso correspondiente, pasan a ser profesores en prácticas

Se titulan al final del primer año de enseñanza y formación, si obtienen evaluación positiva

*Salarios*

MAESTROS PRE-PRIMARIA: 33.500 € anual
PRIMARIA: 33.200 € anual
SECUNDARIA INFERIOR: 39.200 € anual
SECUNDARIA SUPERIOR: 43.100 € anual

**REFORMAS**

<b>1789</b> Revolución Francesa. Principios básicos educativos completados con textos legislativos desde esa época hasta hoy	<b>1882</b> Educación obligatoria a partir de los 6 años  Educación laica, ausencia de instrucción religiosa y prohibición del proselitismo	<b>1959</b> Ley Debré Educación obligatoria hasta los 16 años	<b>1980</b> Operación de descentralización para delegar gran parte de la gestión a colectivos locales	<b>2015</b> Reforma de Hollande Estudio del islam Clases bilingües en Alemán; menos Latín y Griego Mayor autonomía de los colegios Clases interdisciplinarias Grupos reducidos con una atención personalizada
---	--	--	--	--

**FINANCIACIÓN**

Francia invierte un 5,3% de su PIB en Educación

La inversión ha sido mucho mayor en Educación Superior que en Educación Primaria y Secundaria en los últimos años

La Educación depende del Estado, que financia tanto centros públicos (83% alumnos) como privados concertados (17%)

50.000 alumnos en escuelas no financiadas por el Estado

**CURIOSIDADES...**

- NEUTRALIDAD POLÍTICA Y FILOSÓFICA DE PROFESORES Y ALUMNOS
- EDUCACIÓN LAICA
- PAÍS MUY CENTRALIZADO CON UN PAPEL MUY DETERMINANTE DEL ESTADO EN MATERIA EDUCATIVA
- LOS PADRES ESTÁN, EN GENERAL, OBLIGADOS A MATRICULAR A SUS HIJOS EN LA ZONA ESCOLAR DE SU DOMICILIO
- CONTRARIAMENTE A LA CREENCIA POPULAR, LOS ESTUDIANTES DE FRANCIA ASISTEN MÁS HORAS A CLASE QUE EL PROMEDIO DE PAÍSES DE LA OCDE

Más información [www.education.gouv.fr](http://www.education.gouv.fr)  
Diseño : Ainhoa Azabal

Sección elaborada en colaboración con **educare**

Ilustración 16 Sistema educativo de Francia



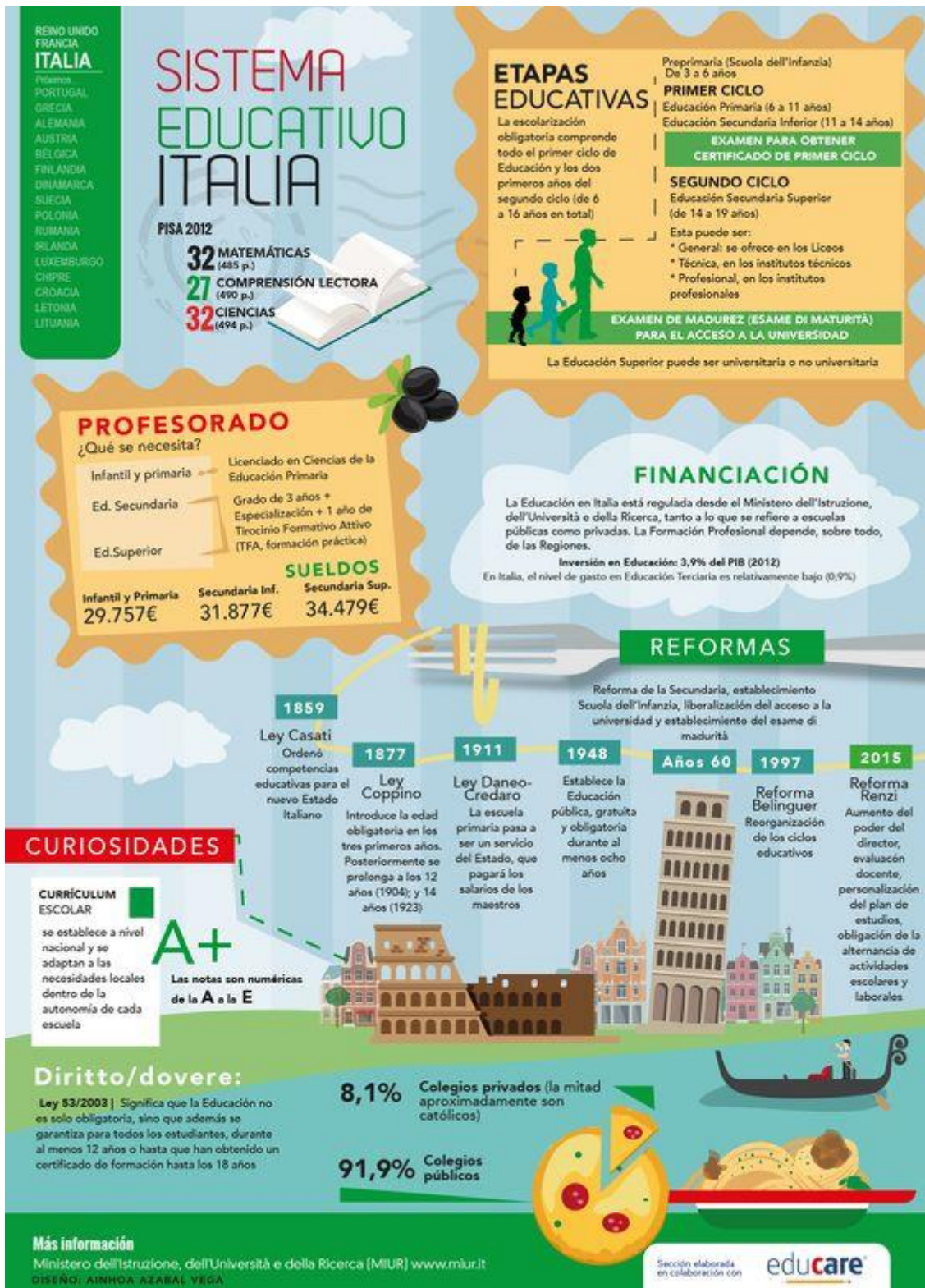


Ilustración 17 Sistema educativo de Italia



Ilustración 18 Sistema educativo de Alemania



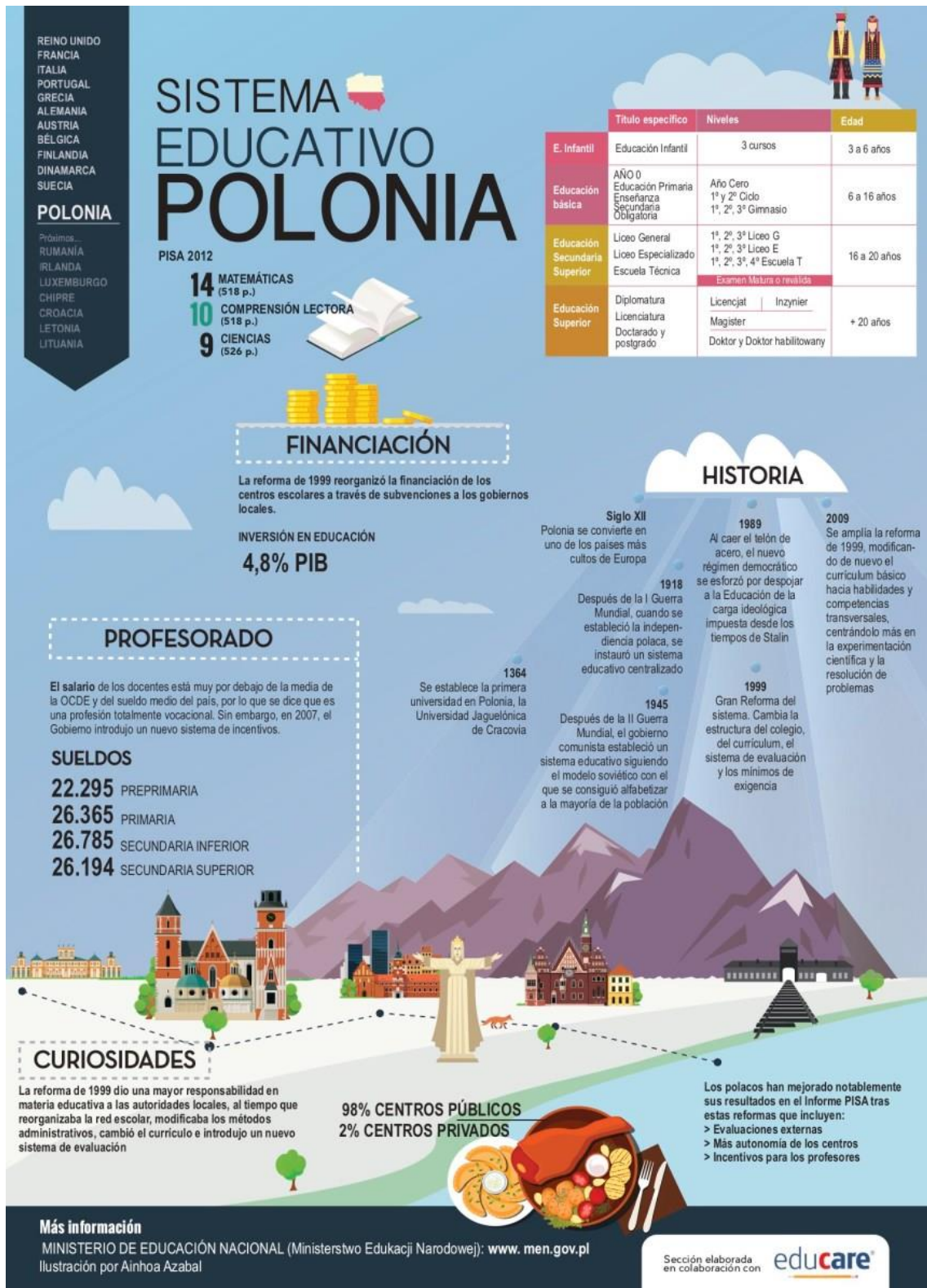


Ilustración 19 Sistema educativo de Polonia

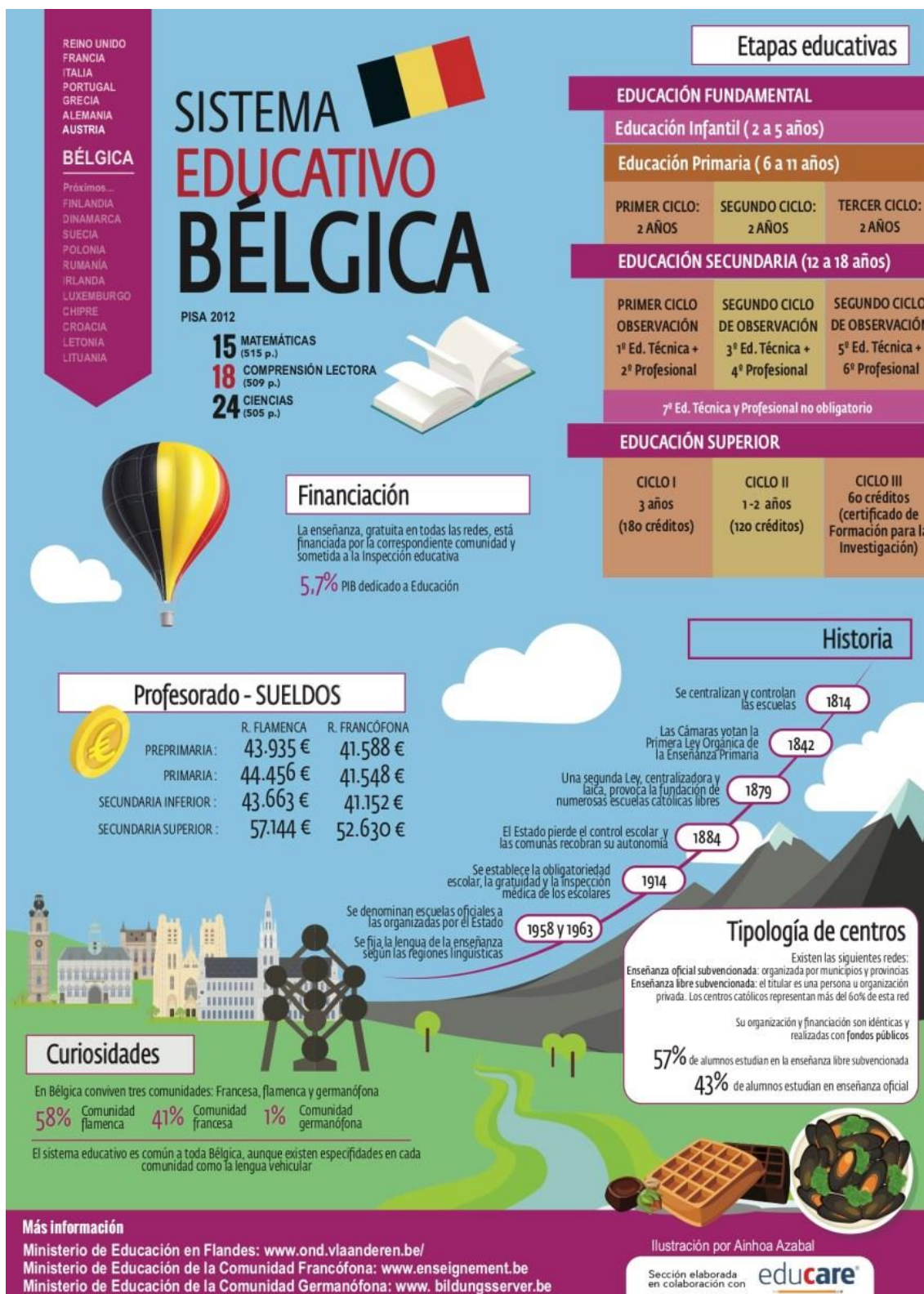


Ilustración 20 Sistema educativo de Bélgica



# SISTEMA EDUCATIVO SUIZA

ESTONIA  
ESLOVENIA  
PAISES BAJOS  
**SUIZA**

Próximos...  
NORUEGA  
REPÚBLICA CHECA  
HUNGRÍA  
ISLANDIA  
MALTA  
ESLOVAQUIA  
BULGARIA  
MOLDAVIA  
ALBANIA  
MONTENEGRO  
MACEDONIA  
KOSOVO  
TURQUÍA  
ESPAÑA

**+ Sistema político: República parlamentaria federal**  
Capital: Berna

**PISA**

**18 CIENCIAS** (506 P.)  
**28 COMPRENSIÓN LECTORA** (492 p.)  
**8 MATEMÁTICAS** (521 p.)

### ETAPAS EDUCATIVAS

### PROFESORADO

Los salarios iniciales de los docentes en Suiza están entre los más altos de todos los países

INICIO	PRIMARIA
INFRANTIL: 45.000 €	50.000 €
SECUNDARIA INFERIOR: 57.000 €	SECUNDARIA SUPERIOR: 63.000 €

### FINANCIACIÓN

5,1% del PIB destinado a Educación

### HISTORIA

- 1460: Se funda la primera universidad suiza, la de Basilea
- S.XVI: La influencia del calvinismo lleva a crear las primeras escuelas con carácter religioso
- S.XVII: Se crean numerosas escuelas en los entornos de Berna y Zurich con un marcado carácter religioso
- 1750: Reforma educativa inspirada en las ideas ilustradas
- 1830: Nuevas reformas del sistema escolar y se crean seminarios para mejorar la formación de los maestros
- 1832: Ley de escuelas de Zurich. Se establece por primera vez una duración de seis años para la Educación Primaria
- 1874: Constitución Federal. Establece la escuela primaria obligatoria, gratuita y confesional. Intenta reducir las diferencias entre cantones
- S.XX: No hubo cambios significativos en la distribución de responsabilidades en materia educativa entre el Gobierno federal, los cantones y municipios

### CURIOSIDADES

- > El sistema educativo de Suiza es uno de los más diversos que existen, ya que depende del cantón donde se estudie
- > Existen 26 sistemas escolares diferentes, uno para cada cantón. Sin embargo, se puede hablar de un sistema suizo debido al acuerdo entre ellos
- > Edad mínima escolarización: 6 años (menos en Obwalden, que es de 5 años)

### TIPOLOGÍA DE CENTROS

90% PÚBLICOS / 10% PRIVADOS

### MÁS INFORMACIÓN

No existe Ministerio federal de Educación. La competencia está transferida a los cantones

Idioma oficial de enseñanza:  
ALEMÁN  
FRANCÉS  
ITALIANO  
ROMANCHE

Sección elaborada en colaboración con **educare**

REDACCIÓN/ADRIÁN ARCOS - DISEÑO/AINHOA AZABAL

Ilustración 21 Sistema educativo de Suiza





Ilustración 22 Sistema educativo de Finlandia



Ilustración 23 Sistema educativo de Estonia





Ilustración 24 Sistema educativo de Suecia

REINO UNIDO  
FRANCIA  
ITALIA  
PORTUGAL  
GRECIA  
ALEMANIA  
AUSTRIA  
BÉLGICA  
FINLANDIA  
**DINAMARCA**  
Próximos...  
SUECIA  
POLONIA  
RUMANÍA  
IRLANDA  
LUXEMBURGO  
CHIPRE  
CROACIA  
LETONIA  
LITUANIA

# sistema educativo dinamarca

**PISA 2012**

**22** MATEMÁTICAS (500 p.)  
**25** COMPRENSIÓN LECTORA (496 p.)  
**27** CIENCIAS (498 p.)

## ETAPAS EDUCATIVAS

EDUCACIÓN PRIMARIA	
Vuggestue (0 a 3 años) Bernehave (3 a 7 años)	
EDUCACIÓN SECUNDARIA	
Folkeskole de 7 a 16 años	
E. SEC. SUPERIOR	E. SEC. SUPERIOR PROFESIONAL
Gymnasium	Formación profesional inicial
Cursos para el examen preparatorio superior	Cursos comerciales superiores
	Cursos técnicos superiores
Bachelor (Bachillerato)	Professionshøjskoler & Erhvervsakademi
Kandidat	
P.H.D	

## FINANCIACIÓN

Dinamarca es el país de la OCDE que realiza mayor inversión en Educación no Terciaria

**5% PIB** en Educación Primaria y Secundaria  
**1,6% PIB** en Educación Terciaria

### SUELDOS PROFESORES

Preprimaria: 41.159 €  
Primaria: 49.632 €  
Secundaria Inferior: 50.278 €  
Secundaria Superior: 55.994 €

## HISTORIA

División de la Educación Secundaria que da lugar a la estructura Gymnasium **1871**

Se establece formalmente la escuela pública (Folkeskole) **1894**

El Gymnasium se conecta con escuelas municipales a través de la Metlemsskole (escuela media) que se convirtió después en Realskole (escuela secundaria) **1903**

La Realskole se abandona y la Folkeskole queda transformada en un sistema igualitario donde van todos los alumnos **1975**

Recientemente, algunos partidos políticos han abogado por la ampliación del tiempo de la Educación Obligatoria de 9 a 12 años

## CURIOSIDADES

La escolarización es obligatoria entre los 7 y los 16 años

Cuando dejan la escuela, los alumnos reciben un certificado (Bevis for Folkeskoles Afgangsprøve) que incluye las asignaturas cursadas, las notas obtenidas y los resultados de los exámenes

Los alumnos reciben una formación obligatoria que abarca, además de los conocimientos académicos, todos los ámbitos de la persona

La escuela pública es competencia de los municipios. El Ministerio de Educación elabora los planes de estudios, y la formación universitaria depende del Ministerio de Ciencia, Innovación y Educación Superior

**14,6%** Escuelas privadas

**85,4%** Escuelas públicas municipales (Folkeskole)

Más información:  
 Ministeriet for Børn, Undervisning og Ligestilling; [www.uvm.dk](http://www.uvm.dk)  
 Ministerio de Infancia, Educación e Igualdad de Género

Diseño: Ainhoa Azabal  
 Sección elaborada en colaboración con

Ilustración 25 Sistema educativo de Dinamarca



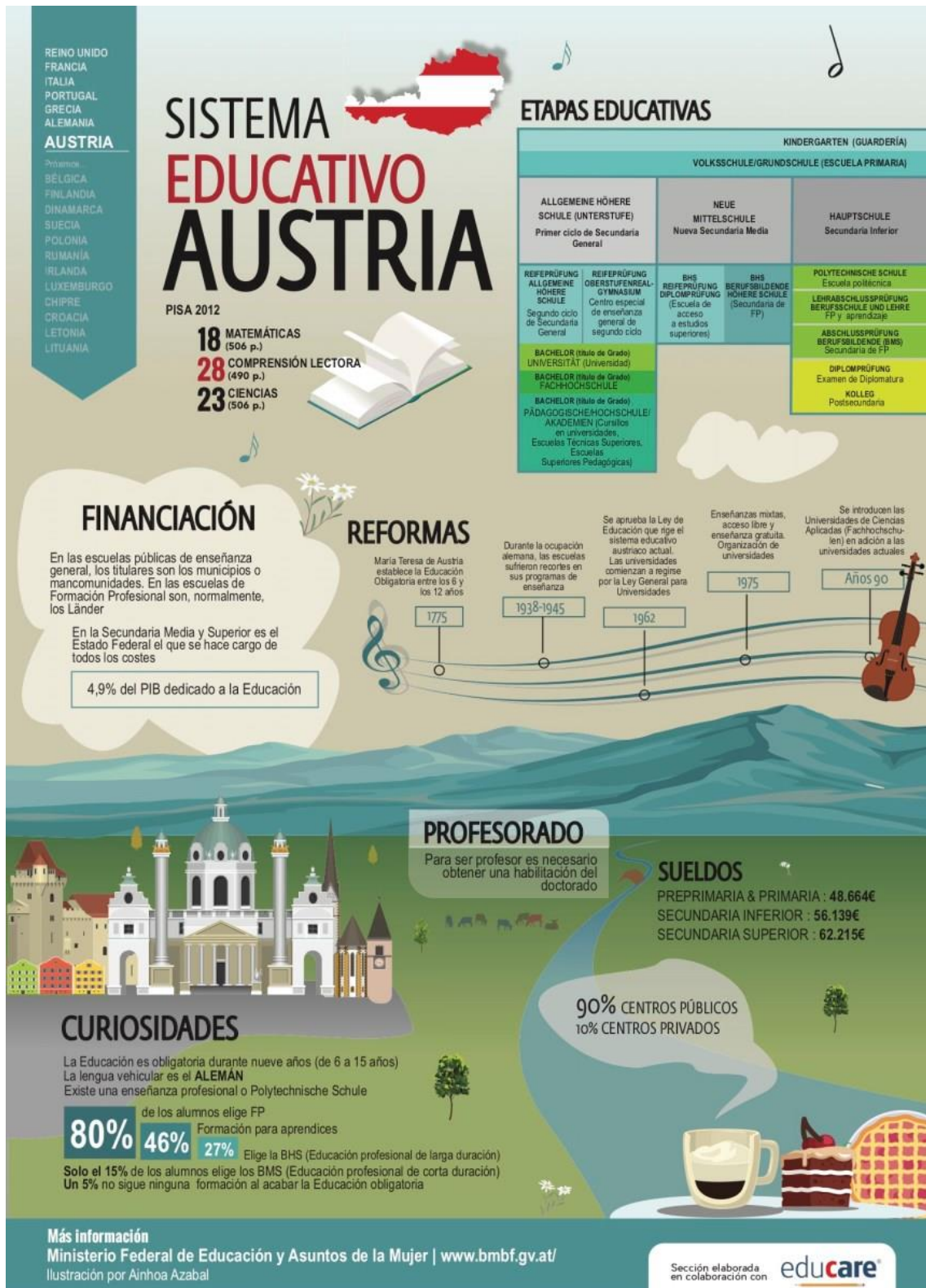


Ilustración 26 Sistema educativo de Austria





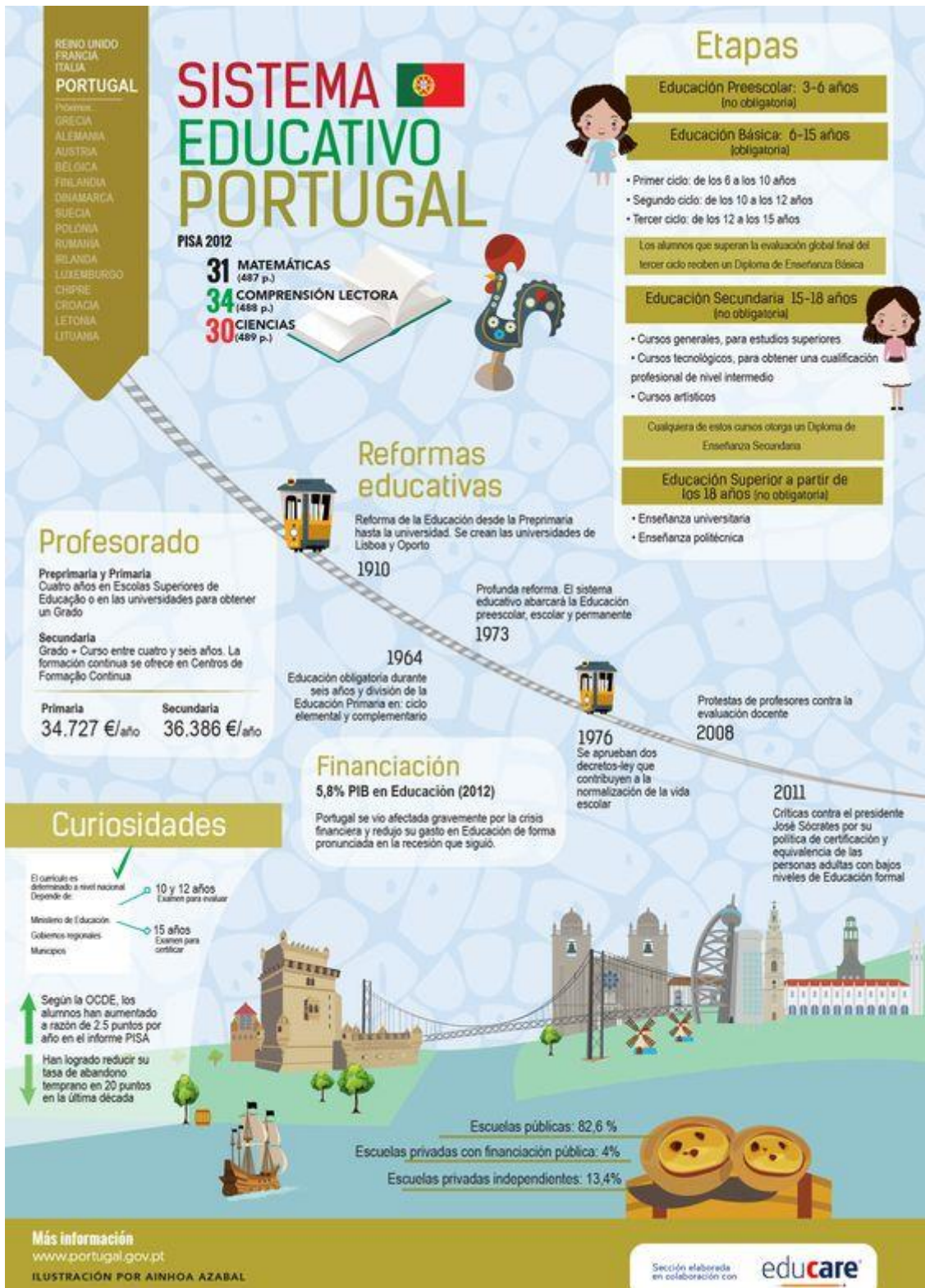


Ilustración 28 Sistema educativo de Portugal



Ilustración 29 Sistema educativo de España

(Fuente: Infografías de Ainhoa Azabal Vega recuperadas de <https://www.pinterest.es/> <https://www.magisnet.com/> y <https://ticsyformacion.com/>)



### ANEXO III: ETAPAS EDUCATIVAS DE LOS PAÍSES DE ESTUDIO

De acuerdo con la sección 7.2, para seleccionar y comparar los diferentes niveles educativos se tiene que entender con claridad las etapas en las que cada país divide la educación de sus alumnos. Por ello se han recogido varias ilustraciones en las que se aprecia perfectamente todas las etapas educativas que utilizan los países de estudio y sus equivalencias con España.



Ilustración 30 Etapas educativas en España

<b>ESPAÑA</b>			<b>REINO UNIDO</b>			
Edad (a 31/12)	Curso	Etapas del currículum	Edad (a 31/08)	Curso	Etapas del currículum	Tipo de escuela
3 años	1º	infantil	3 años	Nursery	Foundation Stage	Nursery School
4 años	2º		4 años	Reception		
5 años	3º		Primaria	5 años	Year 1	Key stage 1 (Etapa 1)
6 años	1º	6 años		Year 2		
7 años	2º	7 años		Year 3		
8 años	3º	8 años		Year 4	Key stage 2 (Etapa 2)	Junior school
9 años	4º	9 años		Year 5		
10 años	5º	10 años		Year 6		
11 años	6º	Secundaria	11 años	Year 7	Key stage 3 (Etapa 3)	Secondary school
12 años	1º		12 años	Year 8		
13 años	2º		13 años	Year 9		
14 años	3º	Bachillerato	14 años	Year 10	Key stage 4 - GCSE	Secondary School
15 años	4º		15 años	Year 11		
16 años	1º		16 años	Year 12	Sixth Form 7 A' level	
17 años	2º		17 años	Year 13		

Ilustración 31 Etapas educativas en Reino Unido vs. España

EQUIVALENCIAS ENTRE LOS SISTEMAS EDUCATIVOS FRANCÉS Y ESPAÑOL				
FRANCE		ANS	ESPAGNE	
MATERNELLE	Petite Section	3-4	1.º	EDUCACIÓN INFANTIL 2.º CICLO
	Moyene Section	4-5	2.º	
	Grande Section	5-6	3.º	
ELEMENTAIRE	Cours préparatoire	6-7	1.º	EDUCACIÓN PRIMARIA CICLO 1
	Cours élémentaire 1ère année	7-8	2.º	
	Cours élémentaire 2ème année	8-9	3.º	EDUCACIÓN PRIMARIA CICLO 2
	Cours moyen 1ère année	9-10	4.º	
	Cours moyen 2ème année	10-11	5.º	
COLLÈGE	Sixième	11-12	6.º	ESO (Educación Secundaria Obligatoria)
	Cinquième	12-13	1.º	
	Quatrième	13-14	2.º	
	Troisième	14-15	3.º	
LYCÉE	Seconde	15-16	4.º	BACHILLERATO
	Première	16-17	1.º	
	Terminale	17-18	2.º	

Ilustración 32 Etapas educativas en Francia vs. España

SISTEMA EDUCATIVO ESPAÑOL			SISTEMA EDUCATIVO ITALIANO	
ETAPAS	NIVELES	EDAD	NIVELES	ETAPAS
INFANTIL	Infantil I	3-4		
	Infantil II	4-5		
	Infantil III	5-6		
PRIMARIA	Primero	6-7	Prima	SCUOLA ELEMENTARE
	Segundo	7-8	Seconda	
	Tercero	8-9	Terza	
	Cuarto	9-10	Quarta	
	Quinto	10-11	Quinta	
	Sexto	11-12	Prima	
ENSEÑANZA SECUNDARIA OBLIGATORIA	Primero	12-13	Seconda	SCUOLA MEDIA INFERIORE
	Segundo	13-14	Terza	
	Tercero*	14-15	Prima	SCUOLA MEDIA SUPERIORE (LICEO)
	Cuarto	15-16	Seconda	
BACHILLERATO	Primero	16-17	Terza	
	Segundo	17-18	Quarta	
		18-19	Quinta	

\*A efectos de traslado, el curso tercero de la ESO corresponde a la *prima* y *seconda* del liceo italiano.

Ilustración 33 Etapas educativas en Italia vs. España

(Fuentes: <https://cidi.com/> , <https://www.britishsummer.com> , <https://ifsevilla.com> , <https://www.educacionyfp.gob.es/> )

## ANEXO IV: ITEMS LIBERADOS PISA

Como se comenta en el apartado 7.4, a continuación se incluye una lista de ejemplos PISA, del área Matemáticas (subárea Estadística y Probabilidad). Se muestran cinco ítems liberados de la prueba del 2012 que incluyen los enunciados, la resolución y sus criterios de corrección. Estos ítems son clasificados en niveles de dificultad, por lo que al final de este anexo también puede encontrarse la descripción de los seis niveles de dificultad o rendimiento de los estudiantes en el área de Matemáticas.

### ITEM 1: EJEMPLO DE INTERPRETACIÓN DE DATOS: “Reproductores defectuosos”

En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían saber interpretar datos estadísticos y para ello utilizar conceptos básicos de probabilidad.



## REPRODUCTORES DEFECTUOSOS

La empresa *Electrix* fabrica dos tipos de equipos electrónicos: reproductores de vídeo y de audio. Los reproductores se prueban al finalizar la producción diaria y los defectuosos se retiran y se envían a reparar.

La siguiente tabla muestra el número medio de reproductores de cada tipo que se fabrican al día y el porcentaje medio de reproductores defectuosos al día.

Tipo de reproductor	Número medio de reproductores fabricados al día	Porcentaje medio de reproductores defectuosos al día
Reproductores de vídeo	2.000	5%
Reproductores de audio	6.000	3%

La empresa *Tronics* también fabrica reproductores de vídeo y de audio. Los reproductores de la empresa *Tronics* se prueban al finalizar los ciclos de producción diaria y los defectuosos se retiran y se envían a reparar.

Las siguientes tablas comparan el número medio de reproductores de cada tipo que se fabrican al día y el porcentaje medio de reproductores defectuosos al día correspondientes a las dos empresas.

Empresa	Número medio de reproductores de <u>vídeo</u> fabricados al día	Porcentaje medio de reproductores defectuosos al día
Empresa <i>Electrix</i>	2.000	5%
Empresa <i>Tronics</i>	7.000	4%

Empresa	Número medio de reproductores de <u>audio</u> fabricados al día	Porcentaje medio de reproductores defectuosos al día
Empresa <i>Electrix</i>	6.000	3%
Empresa <i>Tronics</i>	1.000	2%

¿Cuál de las dos empresas, *Electrix* o *Tronics*, presenta el porcentaje total más bajo de reproductores defectuosos? Escribe tus cálculos utilizando los datos de las tablas anteriores.

.....  
.....

### **CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

#### ***Máxima puntuación***

Código 1: Una explicación matemática adecuada que justifica la elección de la empresa *Electrix*.

- La empresa *Electrix*. Puesto que el 5% de 2.000 es 100 y el 3% de 6.000 es 180, la empresa *Electrix* envía a reparar, en promedio, 280 reproductores de su producción diaria; 280 de 8.000 da un porcentaje total de reproductores defectuosos del 3,5%. Un cálculo similar para la empresa *Tronics* muestra que su porcentaje total de reproductores con algún defecto es del 3,75%. [Para obtener la máxima puntuación deben mostrarse los cálculos de los porcentajes.]

#### ***Sin puntuación***

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

### **CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA**

Descripción: Interpretar datos estadísticos donde entra en juego la probabilidad

Área de contenido matemático: Probabilidad y estadística

Contexto: Profesional

Proceso: Interpretar

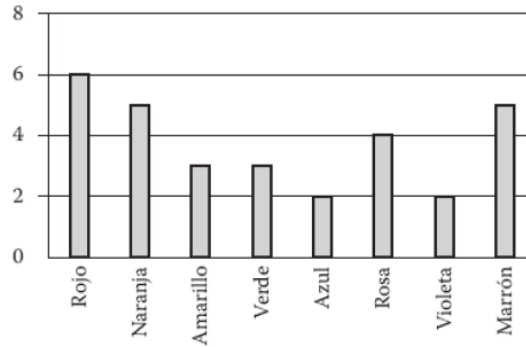
**Ilustración 34 ITEM 1: Ejemplo de interpretación de datos: “Reproductores defectuosos”**

ITEM 2: EJEMPLO DE PROBABILIDAD: “Caramelos de colores”

En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían saber interpretar gráficos estadísticos y para ello utilizar conceptos básicos de probabilidad.

## CARAMELOS DE COLORES

La madre de Roberto le deja coger un caramelo de una bolsa. Él no puede ver los caramelos. El número de caramelos de cada color que hay en la bolsa se muestra en el siguiente gráfico.



¿Cuál es la probabilidad de que Roberto extraiga un caramelo rojo?

- A 10%
- B 20%
- C 25%
- D 50%

### **CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

**Máxima puntuación:**

Código 1: B 20%.

**Sin puntuación:**

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

### **CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA**

**Idea principal:** Incertidumbre

**Competencia matemática:** Reproducción

**Contexto:** Personal

**Tipo de respuesta:** Elección múltiple

**Dificultad:** 549 (nivel 4)

**Porcentaje de aciertos:**

- OCDE: ..... 50,2%
- España:..... 42,1%

**Ilustración 35 ITEM 2: Ejemplo de probabilidad: “Caramelos de colores”**

ITEM 3: EJEMPLO DE REPRESENTACIÓN GRÁFICA: “Basura”

En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían conocer los tipos de gráficos que pueden utilizarse y cual es mejor según el tipo de datos.



## BASURA

Para hacer un trabajo en casa sobre el medio ambiente, unos estudiantes han recogido información sobre el tiempo de descomposición de varios tipos de basura que la gente desecha:

Tipos de basura	Tiempos de descomposición
<i>Piel de plátano</i>	1-3 años
<i>Piel de naranja</i>	1-3 años
<i>Cajas de cartón</i>	0,5 años
<i>Chicles</i>	20-25 años
<i>Periódicos</i>	Unos pocos días
<i>Vasos de plástico</i>	Más de 100 años

Un estudiante piensa en cómo representar los resultados mediante un diagrama de barras.

Da una razón de por qué no resulta adecuado un diagrama de barras para representar estos datos.

### CRITERIOS DE CORRECCIÓN

**Máxima puntuación:**

- Código 1: Razones basadas en la gran variación de los datos.
- La diferencia en la longitud de las barras en el diagrama de barras sería demasiado grande.
  - Si haces una barra de 10 centímetros de longitud para el plástico, la de las cajas de cartón sería de 0,05 centímetros.

O BIEN

La razón se centra en la variabilidad de los datos de algunas categorías.

- La longitud de la barra para los vasos de plástico es indeterminada.
- No puedes hacer una barra para 1-3 años o una barra para 20-25 años.

**Sin puntuación:**

- Código 0: Otras respuestas.
- Porque no valdrá.
  - Es mejor un pictograma.
  - No puedes verificar la información.
  - Porque los números de la tabla son sólo aproximaciones.

Código 9: Sin respuesta.

**CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA**

Idea principal: Incertidumbre

Competencia matemática: Reflexión

Contexto: Científico

Tipo de respuesta: Respuesta abierta

Dificultad: 551 (nivel 4)

Porcentaje de aciertos:

- OCDE: ..... 51,6%
- España:..... 54,7%

Ilustración 36 ITEM 3: Ejemplo de representación gráfica: “Basura”

ITEM 4: EJEMPLO DE COMBINATORIA: “Selección”

En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían saber aplicar conceptos básicos de combinatoria.



## SELECCIÓN

En una pizzería se puede elegir una pizza básica con dos ingredientes: queso y tomate. También puedes diseñar tu propia pizza con ingredientes adicionales. Se pueden seleccionar entre cuatro ingredientes adicionales diferentes: aceitunas, jamón, champiñones y salami.

Jaime quiere encargar una pizza con dos ingredientes adicionales diferentes.

¿Cuántas combinaciones diferentes podría seleccionar Jaime?

Respuesta: ..... combinaciones.



### **CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

#### **Máxima puntuación:**

Código 1: 6.

#### **Sin puntuación:**

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

### **CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA**

**Idea principal:** Cantidad

**Competencia matemática:** Conexiones

**Contexto:** Laboral

**Tipo de respuesta:** Respuesta corta

**Dificultad:** 559 (nivel 4)

#### **Porcentaje de aciertos:**

- OCDE: ..... 48,8%
- España: ..... 51,7%

#### **Ilustración 37 ITEM 4: Ejemplo de combinatoria: “Selección”**

#### **ITEM 5: EJEMPLO DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA: “Estatura de los alumnos”**

En este ejemplo los alumnos de 15 años deberían comprender el concepto de media estadística y reflexionar sobre los factores que la afectan para elegir las respuestas correctas.



## **ESTATURA DE LOS ALUMNOS**

Un día, en clase de matemáticas, se mide la estatura de todos los alumnos. La estatura media de los chicos es de 160 cm y la estatura media de las chicas es de 150 cm. Elena ha sido la más alta (mide 180 cm). Pedro ha sido el más bajo (mide 130 cm).

Dos estudiantes faltaron a clase ese día, pero fueron a clase al día siguiente. Se midieron sus estaturas y se volvieron a calcular las medias. Sorprendentemente, la estatura media de las chicas y la estatura media de los chicos no cambió.



¿Pueden deducirse de esta información las conclusiones siguientes?

Para cada conclusión, encierra en un círculo la palabra Sí o No.

Conclusión	¿Puede deducirse esta conclusión?
Los dos estudiantes son chicas.	Sí / No
Uno de los estudiantes es un chico y el otro es una chica.	Sí / No
Los dos estudiantes tienen la misma estatura.	Sí / No
La estatura media de todos los estudiantes no cambió.	Sí / No
Pedro sigue siendo el más bajo.	Sí / No

### **CRITERIOS DE CORRECCIÓN**

#### ***Máxima puntuación:***

Código 1: No en todas las conclusiones.

#### ***Sin puntuación:***

Código 0: Cualquier otra combinación de respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

### **CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA**

**Intención:** Explorar si el alumno conoce los factores que afectan a la media estadística.

**Idea principal:** Incertidumbre.

**Competencia matemática:** Nivel 3 (Reflexión).

**Contexto:** Educativo.

**Tipo de respuesta:** Elección múltiple compleja.

**Ilustración 38 ITEM 5: Ejemplo de estadística descriptiva: “Estatura de los alumnos”**

Estos materiales se obtuvieron en las siguientes fuentes:

Preguntas liberadas de Matemáticas de PISA 2012 que sirven de referencia para PISA 2021.

Recuperado de <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/publicaciones/items-liberados/pisa-ocde/pisa-2021-items-liberados.html>

Estímulos PISA de Matemáticas liberados (2013). Aplicación como recurso didáctico en la ESO.

Recuperado de OCDE e INEE (Instituto Nacional de Evaluación Educativa).

[http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/matematicas/\\_private/pisamatematicas2013.pdf](http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/matematicas/_private/pisamatematicas2013.pdf)

Nivel	Descripción de lo que saben y de lo que saben hacer los alumnos en cada uno de los seis niveles de rendimiento en matemáticas
<p><b>6</b> Más de 669.30</p>	<p>Son capaces de conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus propias indagaciones. Pueden relacionar diversas fuentes y representaciones de la información, así como transformar unas en otras. Son capaces de un pensamiento matemático avanzado. Pueden aplicar su comprensión y entendimiento, junto con su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales, al desarrollo de nuevos enfoques y estrategias para afrontar situaciones nuevas. Pueden formular y comunicar con precisión sus acciones y reflexiones relacionadas con sus hallazgos, interpretaciones y razonamientos, así como su adecuación a las situaciones originales.</p>
<p><b>5</b> 606.99 a menos de 669.30</p>	<p>Pueden desarrollar y trabajar con modelos apropiados para situaciones complejas, identificando las limitaciones y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y valorar estrategias de solución de problemas apropiadas para tratar problemas complejos relacionados con dichos modelos. Pueden desarrollar estrategias utilizando un pensamiento amplio y bien desarrollado, destrezas de razonamiento, representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, y una comprensión global acorde a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y son capaces de formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.</p>
<p><b>4</b> 544.68 a menos de 606.99</p>	<p>Pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos adecuados para situaciones complejas concretas que pueden incluir limitaciones o requerir que se establezcan supuestos. Pueden seleccionar e integrar diversas representaciones, incluyendo representaciones simbólicas, y relacionarlas directamente con aspectos de las situaciones del mundo real. Pueden utilizar destrezas bien desarrolladas y razonar con flexibilidad en estos contextos con cierta pericia. Pueden generar y comunicar explicaciones y argumentaciones fundamentadas en sus interpretaciones, razonamientos y acciones.</p>
<p><b>3</b> 482.38 a menos de 544.</p>	<p>Pueden llevar a cabo procedimientos que estén claramente descritos, incluyendo los que requieren decisiones de tipo secuencial. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de solución de problemas. Pueden interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Pueden generar comunicaciones breves que expliquen sus interpretaciones, resultados y razonamientos.</p>
<p><b>2</b> 420.07 a menos de 482.38</p>	<p>Pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que no requieran más que una inferencia directa. Pueden extraer información relevante de una única fuente y utilizar un único modo de representación. Pueden emplear algoritmos, fórmulas, procedimientos y convenciones básicos. Son capaces de realizar un razonamiento directo y de hacer interpretaciones literales de los resultados.</p>
<p><b>1</b> 357.77 a menos d 420.07</p>	<p>Pueden responder a preguntas que impliquen contextos familiares en los que está presente toda la información relevante y que estén claramente definidas. Son capaces de identificar la información y de llevar cabo procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones que son obvias y que se derivan de forma inmediata de los estímulos que se les presentan.</p>

Según datos de "Informe PISA 2009: Lo que los estudiantes saben y pueden hacer .Rendimiento de los estudiantes en lectura, matemáticas y ciencias". Volumen I OCDE. Santillana Educa Según datos de "Informe PISA 2009: Lo que los estudiantes saben y pueden hacer .Rendimiento de los estudiantes en lectura, matemáticas y ciencias". Volumen I, OCDE. Santillana Educación 2011

Ilustración 39 Descripción de los niveles de dificultad y rendimiento de los estudiantes en el área de matemáticas

## ANEXO V: RESULTADOS INFORME PISA

Se muestran varias ilustraciones con los resultados conseguidos por los países en varias ediciones PISA. Observando las infografías del anexo II, uno de los datos que pueden apreciarse para cada país son los resultados de la edición de PISA 2012.

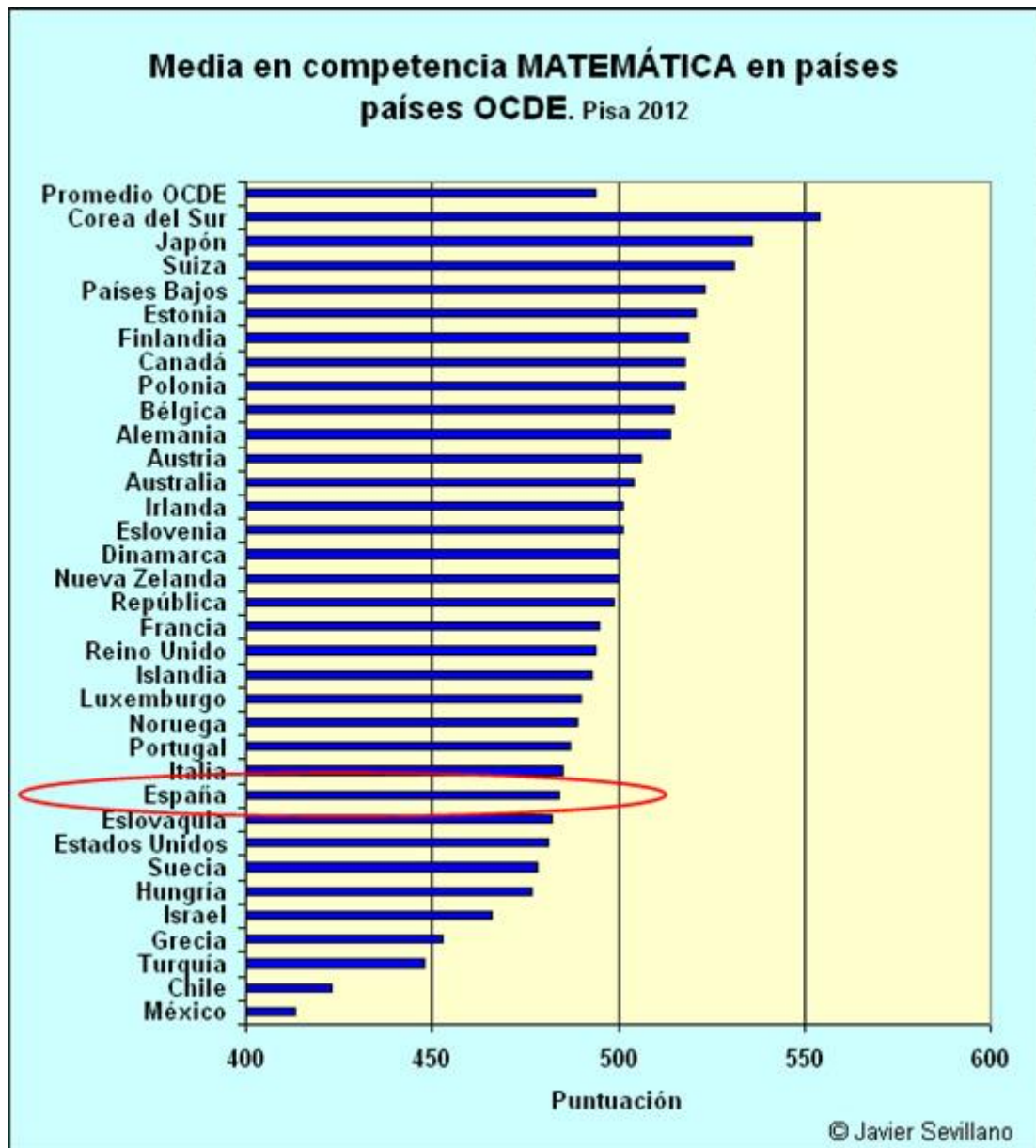


Ilustración 40 Resultados PISA 2012 Matemáticas

(Fuente: <https://javiersevillano.es/Laeducacion.htm>)

A continuación se muestran resultados de las pruebas más actuales (2015 y 2018)

**PISA 2015 MATEMÁTICAS:**

Matemáticas		
1	 Singapur	564
2	 Hong Kong, China	548
3	 Macao, China	544
4	 Taiwán	542
5	 Japón	532
6	 China (B-S-J-G) <sup>nota 1</sup>	531
7	 Corea del Sur	524
8	 Suiza	521
9	 Estonia	520
10	 Canadá	516
11	 Países Bajos	512
12	 Finlandia	511
12	 Dinamarca	511
14	 Eslovenia	510
15	 Bélgica	507
16	 Alemania	506
17	 Irlanda	504
17	 Polonia	504
19	 Noruega	502
20	 Austria	497
21	 Nueva Zelanda	495
23	 Australia	494
23	 Suecia	494
23	 Rusia	494
26	 Francia	493
27	 Reino Unido	492
27	 Portugal	492
27	 República Checa	492
30	 Italia	490
31	 Islandia	488
32	 España	486
32	 Luxemburgo	486
34	 Letonia	482
35	 Malta	479
36	 Lituania	478
37	 Hungría	477
38	 Eslovaquia	475
39	 Estados Unidos	470
39	 Israel	470
41	 Croacia	464

**PISA 2018 MATEMÁTICAS:**

Matemáticas		
1	 China (B-S-J-Z) <sup>nota 3</sup>	591
2	 Singapur	569
3	 Macao, China	558
4	 Hong Kong, China	551
5	 Taiwán	531
6	 Japón	527
7	 Corea del Sur	526
8	 Estonia	523
9	 Países Bajos	519
10	 Polonia	516
11	 Suiza	515
12	 Canadá	512
13	 Dinamarca	509
13	 Eslovenia	509
15	 Bélgica	508
16	 Finlandia	507
17	 Suecia	502
17	 Reino Unido	502
19	 Noruega	501
20	 Irlanda	500
20	 Alemania	500
22	 República Checa	499
22	 Austria	499
24	 Letonia	496
25	 Francia	495
25	 Islandia	495
27	 Nueva Zelanda	494
28	 Portugal	492
29	 Australia	491
30	 Rusia	488
31	 Italia	487
32	 Eslovaquia	486
33	 Luxemburgo	483
34	 Hungría	481
34	 Lituania	481
34	 España	481
37	 Estados Unidos	478
38	 Bielorrusia	472
38	 Malta	472
40	 Croacia	464
41	 Israel	463

Ilustración 41 Resultados PISA 2015 y PISA 2018 Matemáticas

## FIGURAS ANEXOS

Ilustración 14 Personajes europeos destacados en la Historia de la Estadística .....	104
Ilustración 15 Sistema educativo de Reino Unido.....	106
Ilustración 16 Sistema educativo de Francia .....	107
Ilustración 17 Sistema educativo de Italia .....	108
Ilustración 18 Sistema educativo de Alemania.....	109
Ilustración 19 Sistema educativo de Polonia .....	110
Ilustración 20 Sistema educativo de Bélgica.....	111
Ilustración 21 Sistema educativo de Suiza .....	112
Ilustración 22 Sistema educativo de Finlandia .....	113
Ilustración 23 Sistema educativo de Estonia .....	114
Ilustración 24 Sistema educativo de Suecia .....	115
Ilustración 25 Sistema educativo de Dinamarca.....	116
Ilustración 26 Sistema educativo de Austria .....	117
Ilustración 27 Sistema educativo de Países Bajos .....	118
Ilustración 28 Sistema educativo de Portugal.....	119
Ilustración 29 Sistema educativo de España.....	120
Ilustración 30 Etapas educativas en España .....	121
Ilustración 31 Etapas educativas en Reino Unido vs. España .....	121
Ilustración 32 Etapas educativas en Francia vs. España.....	122
Ilustración 33 Etapas educativas en Italia vs. España.....	122
Ilustración 34 ITEM 1: Ejemplo de interpretación de datos: “Reproductores defectuosos” .....	124
Ilustración 35 ITEM 2: Ejemplo de probabilidad: “Caramelos de colores” .....	125
Ilustración 36 ITEM 3: Ejemplo de representación gráfica: “Basura” .....	127
Ilustración 37 ITEM 4: Ejemplo de combinatoria: “Selección” .....	128
Ilustración 38 ITEM 5: Ejemplo de estadística descriptiva: “Estatura de los alumnos” .....	129
Ilustración 39 Descripción de los niveles de dificultad y rendimiento de los estudiantes en el área de matemáticas .....	130
Ilustración 40 Resultados PISA 2012 Matemáticas.....	131
Ilustración 41 Resultados PISA 2015 y PISA 2018 Matemáticas .....	132

## REFERENCIAS IMÁGENES ANEXOS

Ilustración 15 a Ilustración 29. Infografías de Ainhoa Azabal Vega recuperadas de <https://www.pinterest.es/> , <https://www.magisnet.com/> y <https://ticsyformacion.com> (Última consulta 10/06/2021)

Ilustración 30 Recuperado de <https://cidi.com/> (Última consulta 01/06/2021)

Ilustración 31 Recuperado de <https://www.britishsummer.com> (Última consulta 01/06/2021)

Ilustración 32 Recuperado de <https://lfsevilla.com> (Última consulta 01/06/2021)

Ilustración 33 Recuperado de <https://www.educacionyfp.gob.es/> (Última consulta 02/06/2021)

Ilustración 34 a 39 Recuperado de [http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/matematicas/\\_private/pisamatematicas2013.pdf](http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/matematicas/_private/pisamatematicas2013.pdf) (Última consulta 08/06/2021)

Ilustración 40 Recuperado de <https://javiersevillano.es/Laeducacion.htm> (Última consulta 03/06/2021)

Ilustración 41 Recuperado de [https://es.wikipedia.org/wiki/Informe\\_PISA](https://es.wikipedia.org/wiki/Informe_PISA) (Última consulta 12/06/2021)