



## **UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Sociales y de  
la Matemática

### **LA METODOLOGÍA FLIPPED CLASSROOM EN PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES EN 3ºESO**

Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación  
Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Especialidad de Matemáticas.

**Alumna: Miriam Rodríguez Luengo**

**Tutora: Rosa M<sup>a</sup> Fernández Barcenilla**

**Valladolid, Junio 2021**

# ÍNDICE

<b>1. JUSTIFICACIÓN TFM</b>	4
<b>2. INTRODUCCIÓN</b>	8
<b>3. MARCO TEÓRICO</b>	10
3.1. LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	10
3.2. LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA	12
3.3. EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE	16
3.4. EL APRENDIZAJE ACTIVO	18
3.5. EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES	22
3.6. METODOLOGÍA FLIPPED CLASSROOM	23
<b>4. MARCO METODOLÓGICO</b>	28
4.1. LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN	28
4.2. CICLO DE INVESTIGACIÓN-ACCIÓN	31
4.2.1. FASE 1: PLANIFICACIÓN	32
4.2.2. FASE 2: ACCIÓN	37
4.2.3. FASE 3: OBSERVACIÓN	37
4.2.4. FASE 4: REFLEXIÓN	39
<b>5. PROPUESTA EDUCATIVA</b>	40
5.1. CONTEXTO DEL CENTRO EDUCATIVO	40
5.2. CONTEXTO DEL GRUPO DE ALUMNOS	41
5.3. UNIDAD DIDÁCTICA: SISTEMA DE ECUACIONES	42
5.3.1. JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD	42
5.3.2. CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE	43
5.3.3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS	47
5.3.4. CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	48
5.3.5. METODOLOGÍA	61
5.3.6. RECURSOS	62

5.3.7. DIVISIÓN DE TIEMPOS Y ESPACIOS	63
5.3.8. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA	65
5.3.9. PLANES COMPLEMENTARIOS	70
5.3.10. TEMAS TRANSVERSALES. EDUCACIÓN EN VALORES	72
5.3.11. MEDIDAS PARA ESTIMULAR EL INTERÉS DE LA LECTURA	73
5.3.12. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	74
5.3.13. EVALUACIÓN	76
5.4. IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA	78
<b>6. CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN FINAL</b>	89
<b>7. WEBGRAFÍA</b>	92
<b>8. ANEXOS</b>	95
8.1. MATERIAL DE APOYO: PRESENTACIÓN POWERPOINT	95
8.2. MATERIAL DE APOYO: GEOGEBRA	103
8.3. DOCUMENTACIÓN DE ACTIVIDADES PRÁCTICAS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	105
8.4. RESPUESTAS PREGUNTA LIBRE DEL CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN	110
8.5. RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DEL PRÁCTICUM	111

## 1. JUSTIFICACIÓN TFM

Con la realización de este Trabajo Fin de Máster (TFM) se pretende poner en práctica los conocimientos adquiridos en el Máster de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación profesional y Enseñanza de Idiomas, mediante el desarrollo de la metodología Flipped Classroom aplicada a una parte de la Programación Didáctica de 3º de la ESO de Matemáticas Académicas. De este modo, se ha centrado en el planteamiento de la Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones aplicando dicha metodología Flipped Classroom.

Con este TFM se persigue profundizar en el conocimiento de una metodología innovadora que rompa con el modelo clásico de las clases magistrales, en la que el profesor actúa como emisor de información y el alumno como mero receptor de la misma. Por este motivo, la asignatura de Innovación Docente en Matemáticas cobra especial relevancia en este trabajo, ya que gracias a los contenidos desarrollados en las clases, se ha podido conocer nuevas metodologías que complementan y aportan nuevos enfoques y posibilidades sobre las metodologías clásicas

Además, a lo largo de este trabajo han cobrado importancia las siguientes asignaturas cursadas durante el Máster:

- Procesos y contextos educativos: Para elaborar este trabajo, es importante tener en cuenta la legislación vigente, tanto a nivel nacional como autonómico, conocimientos que fueron estudiados en esta asignatura.
- Aprendizaje y desarrollo de la personalidad: Para poder aplicar una metodología concreta a cualquier programación, resulta imprescindible conocer las características del grupo en el que se va a aplicar, las necesidades de los alumnos, su comportamiento y los aspectos que favorecen o dificultan su aprendizaje.
- Sociedad, familia y educación: Los conocimientos adquiridos a partir de esta asignatura suponen ser conscientes de la importancia del entorno social y familiar de los alumnos; resulta fundamental conocer la situación social y familiar de cada uno de los alumnos y cómo puede afectar a su proceso de aprendizaje.

Las asignaturas analizadas hasta este punto forman parte del módulo genérico del Máster de Profesor de Educación Secundaria. A continuación, se detallan las asignaturas que forman el módulo específico de la especialidad de Matemáticas.

- Ideas y conceptos matemáticos a través de la historia: Mediante esta asignatura, se ha podido comprobar la importancia que tiene la historia de las Matemáticas a la hora de impartir clases como profesor.
- Diseño curricular en Matemáticas: Este trabajo tiene una clara relación con los conocimientos aprendidos en esta asignatura, principalmente en el desarrollo de la Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones.
- Didáctica de las Matemáticas: Con el aprendizaje de los contenidos de esta asignatura, se han conocido distintas estrategias de enseñanza que se han podido aplicar en el desarrollo de las diferentes sesiones planteadas en la Unidad Didáctica.
- Complementos Matemáticos: Esta asignatura recoge una parte de los conceptos fundamentales de las Matemáticas, concretamente de los bloques de Álgebra, Geometría, Análisis y Estadística. Con el curso de esta asignatura fue posible repasar esta parte de contenidos que es necesario dominar para poder ejercer como profesor de Matemáticas.
- Metodología y Evaluación en Matemáticas: La asignatura de Metodología y Evaluación en Matemáticas resulta imprescindible en el desarrollo de este Máster, ya que a partir de ella se obtienen conocimientos indispensables sobre las competencias, métodos, recursos y evaluación educativa.
- Iniciación a la investigación docente en Matemáticas: El aprendizaje obtenido de esta asignatura tiene una gran importancia en la elaboración de este trabajo, puesto que se desarrolla un ciclo del modelo de Investigación-Acción, tipo de investigación cualitativa aprendida a partir de la asignatura. Además, también ha resultado de gran ayuda a la hora de buscar y consultar información útil y fiable para realizar el trabajo.
- Innovación Docente en Matemáticas: Como ya se ha mencionado anteriormente, esta asignatura es una de las protagonistas en el desarrollo de este TFM, ya que en ella se tratan los conocimientos requeridos para poder adentrarse en metodologías innovadoras y, de este modo, generar cambios en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para poder encajar una metodología innovadora en el aula, resulta imprescindible comprenderla y aplicarla correctamente.
- Prácticas externas: Desde mi punto de vista, este ha sido el periodo del Máster más significativo mediante el cual se adquiere el primer contacto con el alumnado y la práctica

docente como tal. Además, este TFM está basado en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje que se tuvo la posibilidad de implementar y valorar durante las prácticas en un centro educativo.

Por otro lado, cabe destacar que para la realización de este TFM se han tenido en cuenta los objetivos y competencias del Máster, aprobados en el Real decreto 1393/2007, de 29 de Octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales (BOE nº260, de 30 octubre de 2007). Así pues, se exponen a continuación:

### OBJETIVOS GENERALES

OG1: Que los estudiantes sepan aplicar, como profesionales docentes, los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con la especialidad cursada.

OG2: Que los estudiantes sean capaces, como profesionales docentes, de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación en los centros escolares de sus conocimientos y juicios.

OG3: Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones, conocimientos y razones últimas en las que se sustentan como profesionales docentes, tanto a públicos especializados como a no especializados, de un modo claro y sin ambigüedades.

OG4: Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando y formándose como profesionales docentes, de un modo en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

G.1. Conocer los contenidos curriculares de las materias relativas a la especialización docente correspondiente, así como el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje respectivos. Para la formación profesional se incluirá el conocimiento de las respectivas profesiones.

G.2. Planificar, desarrollar y evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje potenciando procesos educativos que faciliten la adquisición de las competencias propias de las respectivas enseñanzas, atendiendo al nivel y formación previa de los estudiantes así como la orientación de los mismos, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro.

G.3. Buscar, obtener, procesar y comunicar información (oral, impresa, audiovisual, digital o multimedia), transformarla en conocimiento y aplicarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las materias propias de la especialización cursada.

G.4. Concretar el currículo que se vaya a implantar en un centro docente participando en la planificación colectiva del mismo; desarrollar y aplicar metodologías didácticas tanto grupales como personalizadas, adaptadas a la diversidad de los estudiantes.

G.5. Diseñar y desarrollar espacios de aprendizaje con especial atención a la equidad, la educación emocional y en valores, la igualdad de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres, la formación ciudadana y el respeto de los derechos humanos que faciliten la vida en sociedad, la toma de decisiones y la construcción de un futuro sostenible.

G.6. Adquirir estrategias para estimular el esfuerzo del estudiante y promover su capacidad para aprender por sí mismo y con otros, y desarrollar habilidades de pensamiento y de decisión que faciliten la autonomía, la confianza e iniciativa personales.

G.7. Conocer los procesos de interacción y comunicación en el aula, dominar destrezas y habilidades sociales necesarias para fomentar el aprendizaje y la convivencia en el aula, y abordar problemas de disciplina y resolución de conflictos.

G.8. Diseñar y realizar actividades formales y no formales que contribuyan a hacer del centro un lugar de participación y cultura en el entorno donde esté ubicado; desarrollar las funciones de tutoría y de orientación de los estudiantes de manera colaborativa y coordinada; participar en la evaluación, investigación y la innovación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

G.9. Conocer la normativa y organización institucional del sistema educativo y modelos de mejora de la calidad con aplicación a los centros de enseñanza.

G.10. Conocer y analizar las características históricas de la profesión docente, su situación actual, perspectivas e interrelación con la realidad social de cada época.

G.11. Informar y asesorar a las familias acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje y sobre la orientación personal, académica y profesional de sus hijos.

## 2. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo constituye la parte final del Máster de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas del curso académico 2020-2021. El objetivo principal de este trabajo supone un acercamiento a las metodologías innovadoras, elaborando una propuesta educativa, para el proceso de enseñanza-aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones, basada en la metodología Flipped Classroom.

De este modo, durante el periodo del Prácticum realizado en el IES Pinar de la Rubia de Valladolid, concretamente desde el 4 de Febrero hasta el 25 de Marzo de 2021, se elaboró y se puso en práctica la Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones en un grupo de 3º ESO en la asignatura de Matemáticas Académicas. Así pues, esto supuso un proceso de investigación, planificación, aplicación y reflexión final que se irá detallando a lo largo de las distintas partes de este trabajo.

En primer lugar, como justificación de este TFM, se ha analizado la relevancia de cada una de las asignaturas cursadas en el desarrollo del Máster, tanto en la formación como docente como en el proceso de elaboración de este trabajo.

A continuación, se analiza el marco teórico en el que se ha basado el desarrollo de este trabajo; en este punto se abordan distintos conceptos: la educación matemática, la educación secundaria obligatoria, el proceso de enseñanza-aprendizaje, el aprendizaje activo y el aprendizaje de sistemas de ecuaciones.

La siguiente parte se centra en la metodología Flipped Classroom; se explica en qué consiste esta metodología innovadora, cómo surgió, cuáles son sus beneficios y en qué consiste el modelo propuesto por Talbert (2014).

Por consiguiente, se expone el marco metodológico que se ha empleado, concretamente la investigación-acción. Además, se desarrollan las cuatro fases de un ciclo de la investigación-acción, la planificación, la acción, la observación y la reflexión.

De este modo, siguiendo la planificación elaborada en el punto anterior, se presenta la propuesta educativa para un contexto concreto, el centro educativo donde se cursó el periodo Prácticum del Máster, el IES Pinar de la Rubia. En este punto se desglosa la Unidad Didáctica elaborada para ejecutar el proceso de enseñanza y aprendizaje del tema de Sistemas de Ecuaciones para los alumnos de 3º de ESO.

En el punto siete se detalla la implementación en el aula a partir de la planificación realizada previamente; además de cómo se ejecutó la acción, la observación de los datos y, por último, la reflexión originada del transcurso de los hechos.

Por último, tendrá lugar la recopilación de las conclusiones recabadas mediante la realización de este TFM; y también, una reflexión personal como cierre del trabajo.

### 3. MARCO TEÓRICO

El marco teórico recoge las distintas teorías e investigaciones previas que han sido utilizadas para la elaboración de este TFM, concretamente de la Educación en Matemáticas, más detalladamente en Educación Secundaria, de la metodología Flipped Classroom y de algunas de las teorías de aprendizaje activo y motivación.

#### 3.1. LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La competencia matemática resulta una de las siete competencias que se consideran claves para toda persona precisa para su realización y desarrollo personal. Esta competencia se basa en la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con la finalidad de resolver los distintos problemas que se presentan en la vida cotidiana.

La finalidad formativa de la educación matemática es un concepto que ha ido evolucionando en el proyecto PISA, Programme for International Student Assessment (Programa de Evaluación de Alumnos) a lo largo de los años. Messner (2009), destaca la importancia del dominio de las Matemáticas del siguiente modo: *“la formación matemática consiste en emplear, en las situaciones más diversas, las formas del pensamiento matemático como ‘herramienta’, como una especie de lenguaje universalmente aplicable”*.

Según PISA, en el año 2003, *“La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que juegan las Matemáticas en el mundo, para realizar juicios bien fundados y para usar e involucrarse con las Matemáticas para satisfacer las necesidades de su vida como un ciudadano reflexivo, constructivo y consciente.”*

En el año 2012, PISA proporciona una nueva definición sobre el concepto anterior: *“La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonar matemáticamente y el usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas Matemáticas para describir, explicar, y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las Matemáticas en el mundo y a realizar los juicios bien fundados y las decisiones que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos.”*

Así pues, la definición de alfabetización matemática que presenta PISA en el año 2012 es más completa, ya que hace relevancia de forma más precisa a la resolución de problemas en diversos contextos, la atención a los fenómenos y la utilización de herramientas Matemáticas. Es decir, facilita una estructura lógica para orientar aquellos procesos matemáticos que describen los actos de una

persona mediante los que conecta el contexto de un problema y las Matemáticas involucradas en la resolución del mismo.

En la siguiente figura se resume la puesta en práctica del concepto de alfabetización matemática.

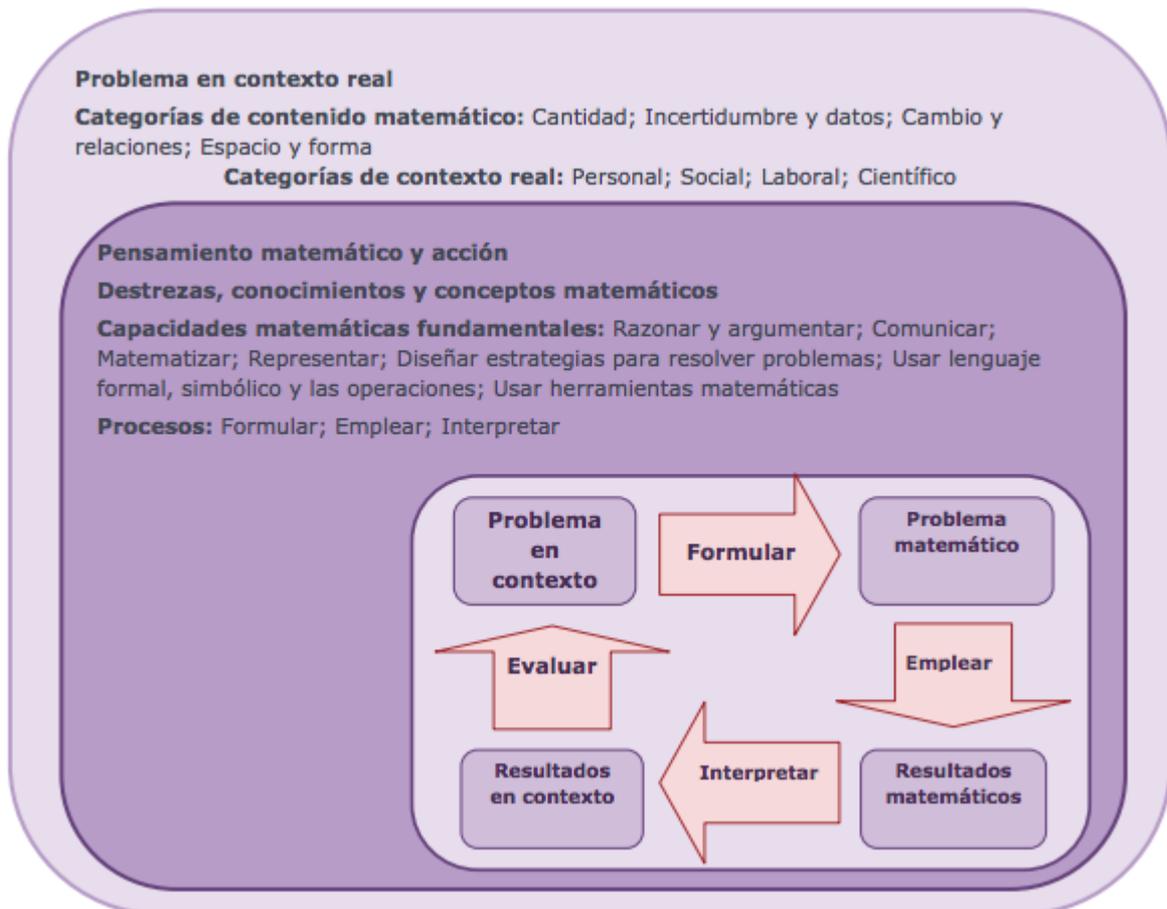


Figura 1: *Modelo práctico de alfabetización matemática (OECD 2013)*

Según las principales nociones y enfoques teóricos que se han expuesto, las principales características que se atribuyen a la didáctica de las Matemáticas son las siguientes:

- Las Matemáticas constituyen una tarea humana, generada como respuesta a cierta situación problemática del mundo real, social o de la propia matemática. Como solución a dichos problemas externos, los objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, teorías, etc...) emergen y evolucionan progresivamente. Así pues, las acciones de las personas deben ser consideradas como la fuente genética de las conceptualizaciones Matemáticas, de acuerdo con las teorías constructivistas de Piagetianas.

- Los problemas matemáticos y sus soluciones son compartidos en las instituciones o colectivos específicos implicados en el estudio de esta clase de problemas. Como consecuencia, los objetos matemáticos resultan entidades culturales socialmente compartidas.
- Las Matemáticas conforman un lenguaje simbólico con el cual se expresan las situaciones problemáticas y sus soluciones. Estos sistemas símbolos poseen una función comunicativa y un papel instrumental, que modifican al sujeto que lo utiliza como mediadores.
- La actividad matemática se propone como la construcción de un sistema conceptual lógicamente organizado. Es por ello que cuando añadimos un nuevo conocimiento a la estructura existente, aumenta dicha estructura y el conjunto de relaciones existentes quedará también modificado.

En su conjunto, estos componentes definen un sistema dinámico, siendo necesario estudiar los estados del sistema, las trayectorias o secuencias de estados de cada uno de los componentes y los criterios de idoneidad didáctica en cada una de las facetas o dimensiones implicadas (Godino, Contreras y Font, 2006).

Por otro lado, según la *ORDEN EDU/362/2015, de 4 de mayo* del BOCYL, se enuncia lo siguiente: *“En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas tiene gran importancia la manera de trabajar en el aula. Por ello, se deben generar situaciones diversas que permitan al alumnado adquirir conocimientos a través de diferentes estrategias, experimentar el gusto por el trabajo personal y colaborativo y valorar los procesos, el esfuerzo y los errores, procurando que sea participe de la evolución de su propio aprendizaje. También debe existir variedad en los procedimientos de evaluación para facilitar la exposición de conocimientos por parte de todo el alumnado y como herramienta imprescindible para mejorar la calidad de la educación.”*

De este modo, la Orden EDU/362/2015 manifiesta y recoge en el BOCYL que las Matemáticas son útiles y necesarias para la vida, por lo es una asignatura obligatoria para todos los alumnos que deberá ser cursada por todos, sin ser optativa sólo para aquellos que más les gusten. Así pues, la instrucción de las Matemáticas deberá involucrar un conjunto de distintas propuestas con la finalidad de despertar la motivación y el entendimiento de las mismas por parte de todos los alumnos.

### **3.2. LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**

La Educación Secundaria Obligatoria (ESO) es la etapa educativa a la que se accede tras cursar la etapa de Educación Primaria, que transcurre a lo largo de cuatro cursos académicos, generalmente entre los doce y los dieciséis años. Esta etapa educativa completa la educación básica, siendo obligatoria y gratuita para todas las personas.

Los alumnos que al finalizar la Educación Secundaria Obligatoria consiguen los objetivos establecidos, obtienen el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria, mediante el cual podrán acceder a cursar Bachillerato, Formación Profesional de Grado Medio o al mundo laboral. Sin embargo, aquellos que hayan cursado Educación Secundaria Obligatoria pero no hayan obtenido el título por no haber alcanzado los objetivos necesarios en esta etapa, recibirán un certificado de escolaridad en el que se especifiquen los años que han cursado.

La finalidad de la enseñanza secundaria consiste en que el alumnado adquiera los elementos básicos de la cultura (humanísticos, científicos y tecnológicos), desarrolle y consolide los hábitos de estudio y trabajo, esté capacitado para la realización de estudios posteriores o la inserción en el mundo laboral y sea capaz de ejercer sus derechos y obligaciones como ciudadano de la sociedad.

Las siete competencias básicas que se establecen en el currículo de Educación Secundaria Obligatoria son las siguientes:

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología
- Competencia digital
- Aprender a aprender
- Competencias sociales y cívicas
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor
- Conciencia y expresiones culturales

Estas siete competencias se integran en las actividades de enseñanza y aprendizaje, permitiendo a los alumnos desarrollar diversas competencias al mismo tiempo, con la finalidad de que puedan ser transferidas y empleadas en los diferentes contextos de la vida real.

Los estudios de esta etapa se organizan conforme a los principios comunes de la educación y de atención a la diversidad del alumnado, brindando una atención especial a la orientación académica y laboral. Como ya se ha mencionado, la Educación Secundaria Obligatoria se estructura en cuatro cursos, a su vez divididos en dos ciclo; el primer ciclo consta de los tres primeros cursos (1º, 2º y 3º ESO), y el segundo ciclo formado por el último curso (4º ESO). Este último curso presenta dos modalidades distintas en las que puede realizarse: la opción de enseñanzas académicas, orientadas a la posterior iniciación de Bachillerato, y la opción de enseñanzas aplicadas, orientadas para la iniciación a la Formación Profesional.

En cuanto las asignaturas integradas en esta etapa, se dividen en tres tipos:

- Asignaturas troncales: son aquellas materias obligatorias y compartidas para todo el Estado, cuya finalidad consiste en desarrollar las competencias esenciales del alumnado. El tiempo lectivo de estas materias ocupa, como mínimo, la mitad del horario lectivo.
- Asignaturas específicas: consiste en las materias que son reguladas parcialmente por las comunidades autónomas y permiten a los alumnos elegir entre diversas alternativas según sus preferencias.
- Asignaturas de libre configuración: materias establecidas por cada comunidad autónoma.

El siguiente cuadro muestra las asignaturas por los tipos mencionados para cada uno de los ciclos:

**Primer ciclo:** 1º, 2º y 3º de ESO

Tabla 1: *Asignaturas primer ciclo ESO*

	1º ESO	2º ESO	3º ESO
<b>Asignaturas troncales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Biología y Geología</li> <li>- Geografía e Historia</li> <li>- Lengua Castellana y Literatura</li> <li>-Matemáticas</li> <li>- Primera Lengua Extranjera</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Física y Química</li> <li>- Geografía e Historia</li> <li>- Lengua Castellana y Literatura</li> <li>-Matemáticas</li> <li>- Primera Lengua Extranjera</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Biología y Geología</li> <li>- Física y Química</li> <li>- Geografía e Historia</li> <li>- Lengua Castellana y Literatura</li> <li>- Primera Lengua Extranjera</li> <li>Materia de opción: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas</li> <li>- Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas</li> </ul> </li> </ul>
<b>Asignaturas específicas</b> (En cada uno de los cursos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Educación Física</li> <li>- Religión o Valores Éticos</li> </ul> <p>Un mínimo de 1 y un máximo de 4 de las siguientes (que podrán ser diferentes en cada uno de los cursos):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cultura Clásica</li> <li>- Iniciación a la Actividad Emprendedora y Empresarial</li> <li>- Música</li> <li>- Tecnología</li> <li>- Educación Plástica, Visual y Audiovisual</li> <li>- Segunda Lengua Extranjera</li> <li>- Religión (si no se ha elegido anteriormente)</li> <li>- Valores éticos (si no se ha elegido anteriormente)</li> </ul>		
<b>Asignaturas de libre configuración</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lengua Cooficial y Literatura (recibirá un tratamiento análogo al de la materia de Lengua Castellana y Literatura).</li> <li>- Asignaturas específicas no cursadas o materias por determinar.</li> </ul>		

**Segundo ciclo: 4º ESO**

Tabla 2: *Asignaturas segundo ciclo ESO*

	Enseñanzas académicas (hacia Bachillerato)	Enseñanzas aplicadas (hacia Formación Profesional)
<b>Asignaturas troncales</b>	Troncales generales	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Geografía e Historia</li> <li>- Lengua Castellana y Literatura</li> <li>- Primera Lengua Extranjera</li> </ul>	
	- Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas	- Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas
	Troncales de cada opción	
	A elegir 2 entre las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Biología y Geología</li> <li>- Economía</li> <li>- Física y Química</li> <li>- Latín</li> </ul>	A elegir 2 entre las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ciencias Aplicadas a la Actividad Profesional</li> <li>- Iniciación a la Actividad Emprendedora y Empresarial</li> <li>- Tecnología</li> </ul>
<b>Asignaturas específicas (En cada uno de los cursos)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Educación Física</li> <li>- Religión o Valores Éticos</li> </ul> Un mínimo de 1 y un máximo de 4 de las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Artes Escénicas y Danza</li> <li>- Cultura Científica</li> <li>- Cultura Clásica</li> <li>- Filosofía</li> <li>- Música</li> <li>- Tecnologías de la Información y la Comunicación</li> <li>- Segunda Lengua Extranjera</li> <li>- Educación Plástica, Visual y Audiovisual</li> <li>- Una materia del bloque de asignaturas troncales no cursada</li> <li>- Religión (si no se ha escogido anteriormente)</li> <li>- Valores Éticos (si no se ha escogido anteriormente)</li> </ul>	
<b>Asignaturas de libre configuración</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lengua Cooficial y Literatura (recibirá un tratamiento análogo al de la materia de Lengua Castellana y Literatura).</li> <li>- Asignaturas específicas no cursadas o materias por determinar.</li> <li>- Materias de ampliación de los contenidos de alguna de las materias de los bloques de asignaturas troncales o específicas.</li> </ul>	

En todas las asignaturas se encuentran presente las siete competencias básicas, trabajándose de forma transversal la comprensión lectora, la expresión oral y escrita, la comunicación audiovisual, las

tecnologías de la información y la comunicación, el emprendimiento y la educación cívica y constitucional.

Los horarios y la oferta educativa que presenta cada centro es diseñado por la comunidad educativa de cada centro siguiendo las indicaciones de la Administración Educativa. Cada centro tiene su propio proyecto educativo mediante el cual define la planificación del proceso que emplea para que los alumnos logren los objetivos de aprendizaje establecidos.

La Educación Secundaria Obligatoria se imparte tanto en centros educativos de carácter público, es decir los Institutos de Educación Secundaria (IES), como en centros privados o concertados, como los colegios ESO o las escuelas donde se imparten los diferentes niveles educativos. El acceso a los centros públicos se regula mediante un proceso de preinscripción bajo las condiciones de igualdad y libertad de elección de centros. En el caso de que la demanda de alumnado sea superior a las plazas ofertadas por el centro educativo, el proceso de admisión y adjudicación de plazas se rige por los siguientes criterios de prioridad:

- Existencia de hermanos matriculados en el centro o padres o tutores legales que trabajen en el mismo.
- Proximidad del domicilio o del lugar de trabajo de alguno de sus padres o tutores legales.
- Renta per cápita de la unidad familiar.
- Condición legal de familia numerosa.
- Situación de acogimiento familiar del alumno o la alumna.
- Concurrencia de discapacidad en el alumno o en alguno de sus padres o hermanos.

Por último, resulta relevante realizar una breve explicación sobre la evaluación de la Educación Secundaria Obligatoria. La evaluación en esta etapa es continua, formativa e integradora. Para promocionar de un curso a su siguiente será necesario haber superado todas las asignaturas o tener suspendas un máximo de dos asignaturas; quienes promocionen sin haber superado todas las asignaturas deben matricularse de dichas asignaturas el curso siguiente. Excepcionalmente, en 4º ESO se obtendrá el título oficial con un máximo de dos asignaturas pendientes que no deberán recuperarse posteriormente. Según establece la Ley de Educación, la repetición de un curso está considerada una medida excepcional, de tal forma que se lleve a cabo una evaluación global en la que los suspensos no serán el único criterio para decidir si un alumno promociona al siguiente curso.

### **3.3. EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

Cuando se habla de “aprendizaje”, los psicólogos se refieren a los procesos en virtud de los cuales nuestra conducta varía y se modifica a lo largo del tiempo, adaptándose a los cambios que se

producen en el entorno (aguado, 1999). El aprendizaje es el mayor proceso de adaptación humana, además es una ocupación que se incrementa para todos nosotros (Kolb, 1984).

El aprendizaje es un proceso vital, personal, de construcción de esquemas y estructuras mentales, se produce en correspondencia con las características de cada sujeto: inteligencia, motivos, intereses, estilo cognitivo, conocimiento y experiencias previas (Cf. Álvarez 2005: 45).

El aprendizaje nunca sucede de forma aislada, ya que cuando se adquiere un nuevo conocimiento sucede en un lugar, con unos hechos y en un tiempo en concreto. En general, todas las situaciones pueden ser un buen contexto de aprendizaje. Las personas están continuamente aprendiendo en las situaciones típicas de su vida cotidiana, en sus puestos de trabajo, en sus relaciones con otros seres humanos, en el colegio, en su tiempo de ocio, etc... Es decir, las situaciones de aprendizaje cambian constantemente. Según Kolb (1991), las situaciones de aprendizaje se modifican y amplían a medida que sus relaciones personales cambian, a medida que sus exigencias laborales se expanden o a medida que se les presentan nuevas oportunidades.

Stuart (citado por Wong, K.K.F, Pine, R:J: y Tsang, 2000) señala varios factores que pueden impactar en qué tan efectivamente la gente puede aprender, entre los que incluyen la edad, la educación, la cultura, tipos y niveles de inteligencia, el ambiente de aprendizaje, actitudes y creencias, personalidad, motivación, así como estrategias y estilos de aprendizaje.

### **El aprendizaje a través de la experiencia**

El ser humano aprende de su experiencia, siendo este un proceso cada vez más importante, que consume mucho nuestro tiempo, y que durará toda nuestra vida (Felder, 1996; Kolb, 1984). El aprendizaje es un proceso por el cual el conocimiento es creado a través de la transformación de la experiencia (Kolb, 1984).

La teoría del aprendizaje a través de la experiencia, ofrece la creación de un acercamiento a la educación y aprendizaje como un proceso de toda la vida completamente basado en tradiciones intelectuales de psicología social, filosofía y psicología cognitiva (Kolb, 1984).

El modelo del aprendizaje a través de la experiencia sigue un marco para examinar y fortalecer, los vínculos críticos entre la educación, el trabajo y el desarrollo personal. Este ofrece un sistema de competencias para describir las demandas de trabajo y objetos correspondientes a lo educacional, que enfatiza en vínculos críticos que se pueden desarrollar entre el salón de clases y el mundo real, con métodos de aprendizaje a través de la experiencia (Kolb, 1984).

Esto nos muestra el lugar de trabajo como un ambiente de aprendizaje que puede aumentar y complementar la educación formal y además fomentar el desarrollo personal a través de un trabajo significativo y un desarrollo de oportunidades en la carrera (Kolb, 1984).

Argyris y Schon (1974, 1978) mantienen que el aprendizaje de la experiencia es esencial para un individuo, así como para una organización eficaz, y este aprendizaje puede ocurrir sólo en situaciones donde las normas de valor personal y organizacional, soporta la acción basada en información válida, opción libre e informal y un compromiso interno.

El modelo a través de la experiencia de Kolb, es un buen modelo establecido, que atrae mucho interés y aplicación (Chi-Ching y Noi, 1994; Sims y Lindholm, 1993; Wynd Bozman, 1996).

Las teorías del aprendizaje a través de la experiencia, se basa principalmente en las teorías de John Dewey, Kurt Lewin, Jean Piaget y Carl Jung (Kolb, 1984).

Según el modelo de Lewin, el aprendizaje crece en la medida que es facilitado por un proceso integrador que empieza en la experiencia actual, seguida de la recolección de datos y observaciones sobre esa experiencia. Estas observaciones son analizadas y las conclusiones retroalimentan al individuo, que modifica su comportamiento y enfrenta nuevas experiencias (Kolb, 1984).

Para Dewey, la formación de propósitos involucra observación, conocimiento del pasado y juicio. Los propósitos se materializan en un plan y un método de acción, que en Educación debe ser pospuesto hasta que tengan lugar de observación y juicio (Kolb, 1984).

Para Piaget, el proceso de crecimiento cognitivo de conceptos concretos a abstracciones y de posiciones activas y reflexivas, está basado en una transacción continua entre los procesos de asimilación y acomodación, que ocurren en etapas sucesivas, lo que conduce a niveles cognitivos más elevados (Kolb, 1984).

Kolb concibe el aprendizaje como un proceso, donde los conceptos se derivan de la experiencia y son constantemente modificados por ella. Además, el aprendizaje requiere la resolución de conflictos entre formas dialécticamente opuestas de adaptarse al mundo (Felder, 1996; Kolb, 1984).

### **3.4. EL APRENDIZAJE ACTIVO**

Cuando hablamos de aprendizaje activo nos referimos a un método de enseñanza en el que los alumnos son partícipes de su propio proceso de aprendizaje mediante el desarrollo del conocimiento y la comprensión. Este tipo de aprendizaje requiere a los estudiantes que reflexionen y practiquen

utilizando nuevos conocimientos y habilidades con el objetivo de adquirir recuerdos a largo plazo y una comprensión más intensa, facilitando la conexión de distintas ideas entre sí y un pensamiento más creativo.

El aprendizaje activo se basa en la teoría de aprendizaje constructivista, la cual sostiene que los alumnos construyen su propio conocimiento. El psicólogo y propulsor del conocimiento Jean Piaget (1896-1980), quien realizó investigaciones sobre el desarrollo cognitivo, observó que cada persona construye su propio conocimiento de manera individual.

El aprendizaje ocurre a medida que el conocimiento se desplaza de la memoria a corto plazo a la memoria a largo plazo, y de a poco se incorpora en modelos mentales más detallados y sofisticados llamados esquemas. Podemos pensar en los esquemas como categorías que utilizamos para clasificar la información entrante (Wadsworth, 1996).

Por otro lado, el constructivismo social mantiene que el aprendizaje se adquiere a través de las interacciones sociales con las demás personas. El psicólogo cognitivo Jerome Bruner (1915–2016) desarrolló la idea de ‘andamiaje’, proceso que “permite a un niño solucionar un problema, cumplir con una tarea o alcanzar un objetivo que podría ir más allá de su propio esfuerzo” (Wood, Bruner & Ross, 1974). El andamiaje resulta relevante a la hora de asegurar nuevos conocimientos y habilidades; no obstante, este apoyo deberá abandonarse con el tiempo, en el momento que sea preciso, para facilitar a los alumnos el desarrollo de su independencia.

Watkins (2007) analizó las distintas definiciones de aprendizaje activo y diferenció tres dimensiones distintas: conductuales, cognitivas y sociales.

- Aprendizaje activo conductual: esta dimensión se desarrolla al ayudar a los estudiantes a comportarse de forma activa y construir materiales por ellos mismos.
- Aprendizaje activo cognitivo: el aprendizaje activo se logra cognitivamente cuando los estudiantes piensan de manera activa para construir un nuevo significado (Watkins, 2007). Una parte importante del aprendizaje cognitivo es la reflexión, tiempo dedicado a que los estudiantes reflexionen sobre lo que han aprendido y analizar si ha sido efectivo (Drew & Mackie, 2011).
- Aprendizaje activo social: el aprendizaje social activo se logra cuando se “participa activamente con otros como colaboradores y recursos” (Watkins 2007, p. 71). De esta forma, se fomenta que los estudiantes aprendan a trabajar en equipo y hagan uso de los recursos de los que disponen.

De estas dimensiones surge la teoría del constructivismo “el aprendizaje debe ser un proceso activo en el que los aprendices construyen nuevas ideas o conceptos basados en su conocimiento actual o pasado” (Brandon & All, 2010, p. 90). Cuando se habla de constructivismo cognitivo se hace referencia a la capacidad de un individuo de construir su propio conocimiento, mientras que cuando se habla de constructivismo social se refiere al conocimiento que adquiere una persona a partir de su interacción con los demás.

Así pues, cuando un docente desea incorporar un método de aprendizaje activo en sus clases, el primer paso será abandonar la metodología expositiva clásica en la que el profesor actúa como emisor de la información y el alumno como un simple receptor de la misma, predominando una actitud pasiva por parte del alumnado. Además, la metodología de aprendizaje activo requiere la elaboración y planificación de las diferentes tareas a realizar en el aula por parte del profesor, lo cual supondrá un esfuerzo extra al profesorado; también será necesaria la concienciación del alumnado hacia su implicación en las actividades propuestas siguiendo esta nueva metodología.

Estudios sobre tendencias en educación muestran que la metodología de estudio tradicional es cada vez menos efectiva y si se centra más la atención en el alumno, surgen nuevas formas de docencia, sobresaliendo aquellas que hacen hincapié en el aprendizaje activo. Hay resultados de investigaciones que muestran que los estudiantes aprenden más cuando se involucran en el proceso de aprendizaje, que simplemente recibiendo contenidos de forma pasiva (Bonwell y Eison, 1991).

Entre las definiciones de aprendizaje activo más relevantes encontramos las siguientes:

- “Actividades de instrucción basadas en que los estudiantes hagan cosas y piensen en lo que están haciendo” (Bonwell y Eison, 1991, p iii).
- “El aprendizaje activo implica proporcionar oportunidades a los estudiantes de hablar con sentido y escuchar, escribir, leer y reflexionar sobre el contenido, ideas, problemas y preocupaciones de los una materia académica” (Zayapragassarazan y Kumar, 2012, p.3).
- “La introducción de actividades en la clase tradicional y promover la participación de los estudiantes” (Prince, 2004, p. 225).
- “Los estudiantes deben leer, escribir, hablar, o estar involucrado en la resolución de problemas ... [que] deben participar en las tareas de pensamiento de orden superior tales como análisis, síntesis y evaluación” (Bonwell y Eison, 1991, p. 19).

El aprendizaje puede clasificarse en activo o pasivo dependiendo de la naturaleza de la actividad implicada. Se entiende por aprendizaje pasivo aquel que únicamente involucra actividades verbales o visuales; por otro lado, se habla de aprendizaje activo cuando el individuo es partícipe de la actividad propuesta, se muestra receptivo y desarrolla un actitud proactiva ante la misma.

Bonwell y Eison (1991) proporcionan distintas técnicas que ayudarán a un profesor a promover el aprendizaje activo en el aula, entre las que se destaca el planteamiento de preguntas del profesor hacia los alumnos con la finalidad de provocar la discusión. La idea consiste en generar un ambiente agradable en el que los estudiantes se sientan cómodos participando, consiguiendo así que se sientan involucrados en pensar y compartir sus pensamientos. Otras técnicas que podrían ser utilizadas en el aprendizaje activo incluyen: enseñanza entre pares, juegos de rol, simulaciones, juegos, teatro, debates, aprendizaje cooperativo, enseñanza asistida por ordenador, escribir en clase y demostraciones. De este modo, deberá ser el profesor quien evalúe las técnicas más adecuadas para sus clases teniendo en cuenta tanto el material del que dispone como las características del grupo de alumnos al que se enfrenta. Bonwell y Eison (1991) recomiendan que los profesores utilicen gran variedad de técnicas de aprendizaje activo con el fin de mantener a los estudiantes interesados.

Mediante el aprendizaje activo se logra que los alumnos se involucren en el proceso de enseñanza-aprendizaje, siendo los protagonistas de su trayectoria académica, constructores de sus propios conocimientos y conscientes tanto de la construcción de nuevos conocimientos como de su crecimiento y maduración personal.

La idea de aprendizaje activo viene reflejada en la ORDEN EDU/362/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León:

“En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas tiene gran importancia la manera de trabajar en el aula. Por ello, se deben generar situaciones diversas que permitan al alumnado adquirir conocimientos a través de diferentes estrategias, experimentar el gusto por el trabajo personal y colaborativo y valorar los procesos, el esfuerzo y los errores, procurando que sea partícipe de la evolución de su propio aprendizaje. También debe existir variedad en los procedimientos de evaluación para facilitar la exposición de conocimientos por parte de todo el alumnado y como herramienta imprescindible para mejorar la calidad de la educación” (p. 32191).

En definitiva, se expone la necesidad de que la metodología empleada se centre en el desarrollo y adquisición de las competencias mediante la utilización de tecnologías digitales e informáticas que mejoren la adquisición de conceptos y la realización de tareas complejas. Además, las actividades propuestas siguiendo la metodología de aprendizaje activo se caracterizan por estar centradas en la realidad y ser cercanas al alumno, de tal forma que favorecen la motivación del alumnado y la justificación de la necesidad del conocimiento de las Matemáticas.

### 3.5. EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Resulta preciso analizar el marco teórico del aprendizaje de sistemas de ecuaciones cuando el objetivo como docente es impulsar que los estudiantes sean capaces de resolver cualquier sistema de ecuaciones al que se enfrenten.

Se conoce como sistema de ecuaciones lineales al conjunto de ecuaciones lineales definidas sobre un cuerpo o un anillo conmutativo. La resolución de un sistema de ecuaciones consiste en encontrar los valores desconocidos de las distintas variables (incógnitas) que son comunes a todas las ecuaciones y por tanto, permiten que se verifiquen todas ellas. Para resolver un sistema de ecuaciones será necesario tener el mismo número de ecuaciones que de incógnitas.

Un sistema de ecuación lineal se clasifica de tres formas dependiendo del número de soluciones que presente: si el sistema tiene una única solución se tratará de un sistema compatible determinados; si tiene infinitas soluciones, el sistema será compatible indeterminado; y, por último, si no tiene solución, se estará ante un sistema incompatible. Existen diversos métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales, sin embargo en el nivel de Educación Secundaria Obligatoria los métodos que se trabajan son: método gráfico, método de igualación, método de sustitución y método de reducción. El estudio de sistemas de ecuaciones lineales aparece por primera vez, de la forma más simple, en el currículo de 3º de ESO y su complejidad va avanzando hasta estar presente en las enseñanzas superiores.

Las dificultades más significativas detectadas en los estudiantes de Educación Secundaria a la hora de resolver un sistema de ecuaciones lineales son las siguientes:

- Los estudiantes no son capaces de identificar el método más fácil o pertinente para encontrar las posibles soluciones de un sistema de ecuaciones concreto.
- Presentan dificultades al separar las informaciones dependientes, o designar con distintas letras incógnitas diferentes
- Cometen errores de cálculo que les impiden llegar a la solución final.
- Se observan dificultades para utilizar operaciones aritméticas elementales en problemas verbales que involucran ecuaciones o sistemas de ecuaciones. Aún cuando se sabe aplicar perfectamente los algoritmos de resolución, estos errores vuelven a surgir en la introducción a la escritura literal para valores numéricos y en los comienzos de álgebra, sobre todo en igualdades y desigualdades (Guzmán , 2000).
- En muchas ocasiones, los alumnos no verifican la solución obtenida tras resolver un sistema de ecuaciones lineales, dando lugar a una desarticulación entre el objeto sistema de ecuaciones lineales y el conjunto solución (Panizza et al, 1995).

- No trasladan adecuadamente la información en registro verbal de un problema que involucre ecuaciones al lenguaje algebraico.
- Por lo general, no utilizan la representación y resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales, dándole un estatus intramatemático a este registro de representación (Ramírez, 1997).

Dichas dificultades mencionadas en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones tienen diversas causas. Algunas de ellas están asociadas con la complejidad matemática de elementos básicos que se utilizan en la adquisición del objeto sistemas de ecuaciones lineales (números reales y función afín, ambos en vías de construcción); otras causas están ligadas al concepto de sistemas de ecuaciones lineales y su solución; y otras más a la brecha entre el pensamiento aritmético y el algebraico.

Algunos libros de texto y algunos profesores se centran en el desarrollo algorítmico, sin darle el énfasis necesario a las transformaciones del registro algebraico al verbal ni del gráfico al algebraico, a pesar de que éstos resultan necesarios y relevantes en la asimilación de conocimientos en relación a los sistemas de ecuaciones. Esto no se trata de una opción pedagógica, sino de un aprendizaje obligado (Guzaman, 1990).

De este modo, tras considerar los resultados obtenidos de las investigaciones mencionadas, se deberá hacer hincapié en los siguientes aspectos:

- Estudiar las condiciones que se deben dar en el proceso de enseñanza-aprendizaje para que las actividades que se desarrollen tengan como finalidad favorecer el aprendizaje de los conceptos claves de sistemas de ecuaciones.
- Diseñar una metodología de enseñanza que contemple las condiciones anteriores como factor determinante ante las diversas dificultades en la comprensión de los contenidos asociados a los sistemas de ecuaciones.
- Adaptar al grupo de alumnos la planificación diseñada previamente para llevarla a la acción de la forma precisa y adecuada.
- Analizar los resultados obtenidos tras la puesta en práctica, con la finalidad de observar si las condiciones didácticas y cognitivas aplicadas favorecen el aprendizaje del objeto en cuestión.

### **3.6. METODOLOGÍA FLIPPED CLASSROOM**

“El Aula Invertida o flipped classroom es un método de enseñanza cuyo principal objetivo es que el alumno/a asuma un rol mucho más activo en su proceso de aprendizaje que el que venía ocupando tradicionalmente” (Berenguer, 2016: 1466).

Esta metodología permite romper con el modelo tradicional arraigado en la sociedad. Este modelo de enseñanza se basa en la asistencia de los alumnos a las clases explicativas impartidas por el profesor, como receptores de información, y la posterior realización de los deberes por parte de los alumnos que les hayan sido asignados en clase. La metodología Flipped Classroom supone una inversión de la metodología anterior, donde los alumnos estudiarán de forma individual los conceptos teóricos mediante el material de apoyo que el docente les facilite y el tiempo de clase estará orientado a la realización de actividades prácticas y la resolución de dudas.

Desde hace más de medio siglo, Bloom (1956) afirmaba que la utilización de las metodologías tradicionales estaban asociadas con un perfil bajo de estudiante, ya que están centradas en los niveles de comprensión más bajos, recordar y entender.

El término Flipped Classroom es una expresión inglesa que literalmente puede traducirse como “dar la vuelta a la clase” o “una clase al revés”. Esta expresión fue empleada inicialmente por Lage, Platt y Treglia (2000), pero no fue hasta 2007, cuando se afianzó gracias a los profesores de química de la Woodland Park High School, Jonathan Bergmann y Aaron Sams.

Posteriormente, en el curso académico 2007-2008, Bergmann y Sams realizaron su primer experimento con la metodología de Aula Invertida. Ellos empezaron grabando sus clases con la finalidad de que aquellos estudiantes que no pudiesen asistir pudieran presencialmente, tuvieran la oportunidad de asistir a la clase de forma virtual. Posteriormente, los estudiantes comenzaron a utilizar los vídeos de las clases como herramienta para el estudio y comprensión de los contenidos; a continuación, Bergmann y Sams decidieron grabar todas sus clases para que todos los estudiantes tuvieran siempre acceso a ellas desde cualquier lugar. Por consiguiente, el tiempo de clase pasó a ser utilizado para ayudar a los alumnos de forma individual, promoviendo así una mayor comprensión de los contenidos. De esta forma, nació el concepto de Aula Invertida.

Bergmann & Sams (2012) definieron el concepto Flipped Classroom como un modelo pedagógico que transfiere el trabajo de determinados procesos de aprendizaje fuera del aula, y utiliza el tiempo de clase para facilitar y potenciar otros procesos de adquisición y práctica de conocimientos de nivel superior, este modelo invierte o “voltea” el diseño habitual de docencia tradicional, en la que el tiempo de clase suele ser utilizado para transferir información y las tareas de mayor complejidad se realizan fuera del aula en forma de “deberes”, aunque sean corregidos posteriormente en las clases.

Sin embargo, la realidad de que los estudiantes estén acostumbrados al modelo de clase tradicional puede dificultar su adaptación a la innovadora forma de aprender y trabajar en clase que supone el Aula Invertida. Arfstrom, & Tam (2013) señalan que el modelo de Aula Invertida resulta atractivo y

emocionante para algunos estudiantes, pero a otros les resulta difícil de seguir ya que suponen un aumento en su responsabilidad para aprender por sí mismos. Este grupo de estudiantes, quienes se muestran reticentes, argumentan que no están a favor del AI porque no pueden recibir la información de modo pasivo y se les obliga a ser responsables de su propio aprendizaje (Berret, 2012). No obstante, a la mayoría de los estudiantes suelen estar a favor del cambio; Verleur, Heuvelman & Verhagen (2011 p. 573) indican que “los estudiantes de hoy están cómodos en entornos de imágenes ricas, tienen necesidad de interactividad, son emocionalmente abiertos, y muestran una preferencia por actividades que promuevan y refuercen la interacción social”.

Una aclaración interesante resulta la expresada por Bergmann, Overmyer & Willie (2014); afirman que el Aula Invertida no consiste en ver vídeos en línea, sustituir un profesor por vídeos o, simplemente, dejar que los estudiantes aprendan por su cuenta. El Aula Invertida está diseñado con el objetivo de incrementar el tiempo de aprendizaje individualizado entre los alumnos y los profesores, promoviendo que los estudiantes se sientan partícipes y responsables de su propio aprendizaje; lo cual se consigue mediante la realización de actividades de aprendizaje activo dentro del aula. Este enfoque supone la coordinación entre la instrucción directa y los métodos activos que estimulan el aumento de compromiso e implicación de los estudiantes con los contenidos con la finalidad de mejorar la comprensión de los mismos. Bonwell & Eison (1991) definen el aprendizaje activo como “actividades de instrucción basadas en que los estudiantes deben hacer las cosas y pensar en lo que están haciendo”.

Los vídeos facilitados a los alumnos como material de apoyo suponen una herramienta clave en la puesta en práctica de la metodología AI. Para que estos vídeos sean apropiados deberán ser cortos (Miller, 2012, y Verleur, Heuvelman & Verhagen, 2011), puesto que si son demasiado largos será más probable que los alumnos pierdan la atención al visualizarlos o ni siquiera lleguen a reproducirlos; el contenido deberá ser interesante; tienen que ser accesibles, útiles y fáciles de usar (Falk, Sockel, & Chen, 2005); el diseño se debe centrar en el receptor, es decir, deberán crearse enfocados a la mentalidad de los estudiantes; y, por último, se deberá perseguir cierta interactividad, ya que ésta mejora la experiencia del usuario (Yale & Noyes, 2007).

Los vídeos utilizados para esta experimentación han sido proporcionados a partir de la plataforma de YouTube, conocida y accesible para todos los alumnos. Concretamente, la mayoría de ellos del canal ‘Susi Profe’, herramienta que resulta muy útil y motivadora para los estudiantes, siendo gratuita y fácil de usar para todos ellos. Los vídeos que han sido seleccionados son originales, accesibles, atractivos y con una extensión adecuada, ya que contienen una cantidad de información acorde al nivel de los alumnos.

### **Beneficios del Aula Invertida**

Uno de los principales beneficios que se atribuyen a la metodología AI es el aumento del tiempo de relación entre el estudiante y el profesor. Esta interacción facilita al docente percibir el grado de comprensión de la información y el proceso de aprendizaje en el que se encuentra cada estudiante.

Otros beneficios que se han podido observar son: concede un mayor número de oportunidades a los estudiantes para poder resolver las dudas que presenten, genera debates interesantes, promueve la interrelación de los contenidos de la asignatura con los de otras áreas de conocimientos e impulsa la creatividad.

Además, facilita el planteamiento de dudas a aquellos estudiantes que presentar dificultad para hacerlo de forma pública delante del resto de sus compañeros; posibilita que cada uno de los alumnos adapte a su ritmo la adquisición de conceptos; y permite acceder a los contenidos a los estudiantes que se encuentren ausentes por enfermedad u otros motivos.

Por otro lado, las sesiones de docencia resultan flexibles. Así pues, los estudiantes podrán agruparse para trabajar de forma conjunta y ayudarse unos a otros a resolver las dudas que presenten. También, aquellos alumnos más avanzados podrán profundizar más allá de los contenidos mínimos sin la necesidad de detenerse en aquellos conceptos ya asimilados.

### **El modelo de Talbert**

Talbert (2014) tras revisar las implementaciones de aulas invertidas llevadas a cabo, sostiene que para que la metodología de Aula Invertida sea más efectiva es necesaria una planificación “pre-clase” de los siguientes aspectos: las tareas que deben realizar los estudiantes en su primer contacto con los nuevos contenidos, las actividades que se realizarán durante cada una de las sesiones, el medio a partir del cual los alumnos deberán rendir cuentas de que han realizado el trabajo requerido fuera del aula y las líneas de comunicación que se utilizarán a lo largo del curso.

Para ello, Talbert propone un modelo de tarea previa de clase perfectamente organizada llamada Práctica Guiada. Este modelo está formado por cinco fases:

1. Una síntesis de los contenidos que se van a tratar posteriormente con la finalidad de relacionarlo con los conocimientos previos que ya se poseen.
2. Dos listas de objetivos de aprendizaje: una con los objetivos “básico”, aquellos conocimientos y acciones que los estudiantes deben haber adquirido antes de las clases; y otra de objetivos “avanzados”, formada por aquellas habilidades que los estudiantes no tienen que dominar totalmente antes de las clases, pero que deberán conseguir dominar con el tiempo. Esta lista permitirá a los alumnos tener claro qué se espera que aprendan.

3. Un material de apoyo, recursos de vídeos y de impresión, que se facilita a los estudiantes para proporcionales el contacto inicial con el nuevo material y el entrenamiento para la formación de fluidez básica.
4. Un conjunto de ejercicios, relacionados con la lista de objetivos de aprendizaje básicos que faciliten a los estudiantes alcanzar la consecución de los mismos.
5. Una lista de especificaciones que permita a los alumnos saber cómo y cuándo presentar la realización de las tareas asignadas.

En definitiva, la metodología de Aula Invertida resulta un modelo para la enseñanza de Matemáticas en el que el profesor se encuentra disponible para solventar las dudas que presentan los alumnos mientras se enfrentan a la resolución de actividades prácticas dentro del aula. Para ello, el profesor deberá asumir la responsabilidad de preparar el material de apoyo y las actividades propuestas para cada sesión, con el objetivo de favorecer el escenario para que los estudiantes adquieran nuevos conocimientos de forma independiente. Esto requerirá la dedicación de tiempo y un esfuerzo añadido por parte del docente, especialmente si los profesores elaboran sus propios vídeos y materiales. Por último, el docente también deberá asumir que aplicando esta metodología se pierde cierto control sobre los sucesos del aula, ya que las actividades y los comportamientos de los estudiantes son menos predecibles.

## **4. MARCO METODOLÓGICO**

La metodología más oportuna para realizar una investigación sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones en la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO, una vez analizada y contrastada toda la información detallada anteriormente, resulta la Investigación-Acción. A continuación, se explica en qué consiste este tipo de investigación y se aplica al objetivo de este trabajo desarrollando un ciclo de Investigación-Acción.

### **4.1. LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN**

Un diseño de Investigación-Acción se enmarca en una metodología cualitativa, la cual permite reflexionar sobre la acción con el objetivo principal de mejorar la práctica educativa. Así pues, esta metodología tiene un amplio impacto y utilización en la investigación educativa.

A partir del diseño de esta investigación el docente busca mejorar su propia práctica docente, de una manera informada y guiada a través del conocimiento desarrollado en la investigación y de la recogida de datos del contexto del aula.

De forma general, la investigación-acción se define como “una forma de indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales con objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como la comprensión de estas prácticas y de las situaciones en las que tiene lugar” (Elliot, 1990; Kemmis y Mc Taggart, 1988).

Esta forma de investigación educativa proporciona a los maestros de educación una forma de ejecutar una indagación crítica sobre su labor educativa, una indagación que es moldeada y a su vez moldea el objetivo general de la mejora (Carr y Kemmis, 1986).

Dentro de su visión transformadora de la práctica habitual en educación, la más habitual es la investigación-acción participativa, en la que el propio equipo docente conforma o forma parte del equipo de investigación.

La aplicación de esta metodología de investigación-acción se desarrolla en distintos ciclos de investigación en espiral, formado cada uno de ellos por cuatro fases diferenciadas: planificación, acción, observación y reflexión.

En la siguiente imagen se visualizan las distintas fases que se repiten en el transcurso de cada ciclo que forma un diseño de investigación-acción.

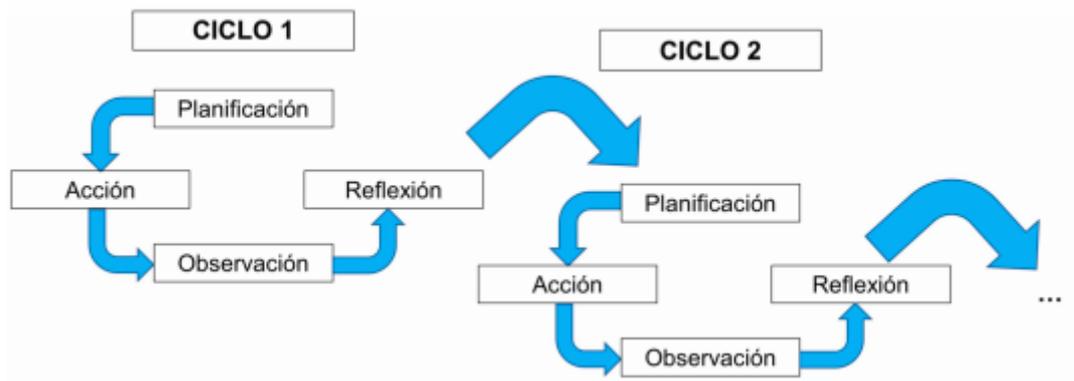


Figura 2: *Investigación-Acción* (apuntes de la asignatura IIEM )

Según Kemmis y McTaggart, Lewin (1946) la definió como un proceso de peldaños en espiral, cada uno de los cuales se compone de planificación, acción y evaluación del resultado de la acción. El inicio de la práctica parte de la idea de mejorar o cambiar un hecho. Una vez identificada dicha idea, explican las distintas fases de la siguiente forma:

1. Planificación de una acción organizada y flexible que reconozca las limitaciones reales, materiales y políticas.
2. Actuación de manera deliberada y controlada, vinculada a una práctica anterior. Los actores intentan recoger datos acerca de su acción con objeto de poder valorarlos a fondo.
3. Observación como base para la reflexión. Los autores recomiendan que en esta fase, los investigadores deberían registrar siempre en un diario observaciones adicionales a aquellas que encajan en las categorías planificadas de la observación.
4. Reflexión sobre lo observado. Se pretende hallar el sentido de los procesos, los problemas y las restricciones que se han manifestado en la acción estratégica mediante la discusión entre los participantes. Esta fase tiene, por un lado, un aspecto valorativo y, por otro, un aspecto descriptivo a través de un retrato más vigoroso de la vida y el trabajo en la situación dada y de las limitaciones de la acción.

Estas fases no son momentos estáticos sino pasos de la espiral entre las distintas fases y su evolución en cada ciclo.

Los autores Kemmis y McTaggart sostienen que la investigación-acción no debe ser ni lo que hacen los docentes habitualmente, ni la resolución de un problema concreto, ni una investigación sobre otras personas, ni un método científico aplicado a la enseñanza. Estos autores señalan que para que una investigación sea una metodología de investigación-acción debe tener las siguientes características:

- Deberá partir de la idea de mejorar la educación mediante su cambio y aprender a partir de las consecuencias de los cambios.

- Ser participativa.
- Seguir una espiral introspectiva: planificación, acción, observación, reflexión y, posteriormente, la replanificación del siguiente ciclo.
- Ser colaboradora, implicando a los responsables de la acción a la mejora de la misma y ampliando al máximo el número de colaboradores, tanto con personas implicadas directamente como con posibles personas afectadas por la práctica.
- Debe ser un proceso sistemático de aprendizaje, ya que utiliza la inteligencia crítica.
- Impulsa la teorización de las prácticas basándose en las circunstancias, la acción y sus consecuencias.
- Concibe de un modo amplio y flexible aquello con lo que sea posible construir pruebas; es decir, implica llevar un registro preciso sobre lo que ocurre, pero también sobre los juicios, reacciones e impresiones del experimentador sobre lo que ocurre.
- Demanda la utilización de un diario personal.
- Precisa de la realización por parte de las personas implicadas de análisis críticos sobre las situaciones.
- Comienza trabajando con cambios que pueden ser intentados por una persona para que posteriormente, sean trasladados hacia cambios más amplios.
- Permite proporcionar una justificación razonada sobre nuestro trabajo educativo ante otras personas.

Los autores también indican que antes de comenzar con el primer paso, es decir con la planificación, se deberá formar el grupo de trabajo sobre el que se realizará la investigación y elaborar una reflexión inicial. La planificación de la acción deberá tener en cuenta tanto las condiciones objetivas (recursos, espacios, tiempos...) como las condiciones subjetivas (pensamiento, expectativas, relaciones formales e informales...).

Por otro lado, según Pérez Serrano (1990), para que una investigación siga el método de investigación-acción debe cumplir con los siguientes requisitos adicionales:

- Unir la teoría y la praxis.
- Estar orientada a la mejora de la acción: “perfecciona la práctica docente, enriquece a profesores, alumnos e investigadores, a la vez que perfecciona la enseñanza y ayuda al profesor a desarrollar sus destrezas”.
- Partir de problemas prácticos: su objetivo está dirigido a la mejora de la organización práctica.
- Implicar activamente a los docentes: “convertirles en protagonistas de sus propias investigaciones”.

- Registrar las reflexiones críticas generadas en el desarrollo de la investigación mediante la redacción de un diario de proyecto.
- Perspectiva ecológica: deberá seguir la programación establecida, sin alterar el ritmo de trabajo, los contenidos, ni otros factores de la práctica educativa.

De este modo, en la investigación que se desarrolla a continuación se trata de cumplir con todas las características y requisitos expuestos en este punto. Así pues, a partir de esta metodología este trabajo incluye una propuesta de práctica educativa, la cual fue aplicada parcialmente durante el periodo de Prácticas Externas, y se analizan los resultados y reflexiones obtenidos como consecuencia de la acción.

#### **4.2. CICLO DE INVESTIGACIÓN-ACCIÓN**

Como bien se ha indicado anteriormente, el objetivo de este TFM consiste en desarrollar una investigación sobre la aplicación de metodología Flipped Classroom en la docencia de la unidad didáctica de Sistemas de Ecuaciones para la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º de ESO

De este modo, el ciclo de investigación-acción que se expone está desarrollado a partir del contexto educativo en el que se realizaron las prácticas del Máster. En el curso académico 2020/21, concretamente durante los meses de Marzo y Abril del 2021, en un centro educativo de Valladolid, el IES Pinar de la Rubia. Durante este periodo se tuvo la oportunidad, primeramente de llevar a cabo una fase de observación de las distintas aulas en las que el tutor asignado, Jorge de Castro Calle, impartía clases de la asignatura de Matemáticas; y posteriormente, de ejecutar la fase de implementación de la nueva metodología, para posteriormente completar con todas las fases de un ciclo de investigación-acción.

La idea de esta investigación surge de las problemáticas que se percibieron durante el periodo de observación dentro de las aulas donde se utilizaba de la metodología expositiva clásica para impartir los contenidos de cada sesión. Este tipo de metodología expositiva implica un escenario en el que el profesor actúa como emisor de información y el alumno como simple receptor de la misma. Lo que se pudo observar, es que este escenario favorece que un gran número de alumnos presenten una actitud pasiva ante las explicaciones, dirijan su atención a cosas externas o no se sientan motivados por aprender Matemáticas.

De este modo, surgió mi interés e ilusión por realizar una intervención educativa que rompiera con ese escenario. Así pues, la definición de los objetivos de estudio de la investigación puede resumirse de la siguiente forma:

- Objetivo personal: Descubrir una metodología efectiva que permita impartir sesiones de docencia de forma que resulte activa, divertida y atractiva para los alumnos.
- Objetivos intelectuales:
  - Entender qué factores influyen en que los alumnos no se sientan motivados y presenten una actitud pasiva durante el desarrollo de las clases lectivas.
  - Conocer si la metodología Flipped Classroom es atractiva para los alumnos, logrando romper con la problemática presentada, al mismo tiempo que se alcanza un aprendizaje significativo por su parte.
- Objetivos prácticos: Diseñar una propuesta didáctica basada en la metodología Flipped Classroom que permita a los alumnos ser los protagonistas de las clases, adoptando una actitud activa y participativa.

Una vez definido el problema del que parte la investigación y los objetivos que se desean alcanzar, a continuación se desarrollan las distintas fases del primer ciclo de investigación-acción realizado.

#### **4.2.1. FASE 1: PLANIFICACIÓN**

Esta fase, una vez analizado el problema de investigación mediante el marco teórico que se ha planteado en los puntos anteriores, consiste en el momento de proponer un plan de acción.

Como ya se ha precisado anteriormente, la experimentación se desarrolló, desde una perspectiva ecológica, en un grupo de 16 alumnos de 3º ESO del IES Pinar de la Rubia en Valladolid. Una vez que habían sido observadas y analizadas las características del grupo, la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones se inició con la elaboración de la Unidad Didáctica que se expone en el punto siguiente, dentro de la propuesta educativa, de este trabajo.

Como parte principal de la planificación, a parte de la elaboración de la unidad didáctica mencionada, se encuentra la selección de material de apoyo, la preparación de las actividades propuestas para cada sesión lectiva y la elaboración de los formularios de evaluación sobre la práctica docente.

#### **Material de apoyo**

El material de apoyo proporcionado a los alumnos para facilitar la preparación y asimilación de los contenidos fuera del aula se compone de una recopilación de vídeos de YouTube, principalmente del canal didáctico de Matemáticas conocido como ‘Sushi Profe’. Otra herramienta importante con la que se trabajará dentro del aula y se promoverá que los alumnos profundicen individualmente en nuevos

entornos educativos virtuales, en especial con la utilización del software gratuito de geometría dinámica ‘GeoGebra’. En el Anexo (8.1.) del trabajo se recogen algunos de los ejemplos de resolución de sistemas trabajados en el aula.

Por otro lado, se elaboró un PowerPoint (Anexo 8.2.), que recoge las explicaciones de los conceptos básicos de la unidad de Sistemas de Ecuaciones; además, al principio de este documento se explica en qué consiste la metodología Flipped Classroom con la que se trabajará esta unidad, la temporalización y los criterios de evaluación que se llevarán a cabo. También en este PowerPoint se recogerán los distintos enlaces para el acceso a las herramientas propuestas a los alumnos. Esta presentación se utilizará en la primera clase para dar inicio al desarrollo de la unidad y se compartirá con los alumnos a través de la plataforma Teams, con la finalidad de que tengan acceso a la misma desde cualquier lugar.

Los vídeos y herramientas seleccionadas que componen este material de apoyo son los siguientes:

- Introducción al concepto de sistemas de ecuaciones:  
<https://www.youtube.com/watch?v=oQQfG1zIPMc&list=PLeySRPnY35dErygDdRDp1912SPALoaBmZ>
- Resolución de sistemas de ecuaciones por el método gráfico:  
<https://www.youtube.com/watch?v=1jMC7JXEenY>
- Método de sustitución:  
<https://www.youtube.com/watch?v=VuZWI0Uy47U>
- Método de igualación:  
[https://www.youtube.com/watch?v=i1pXpCNaKDC&list=RDCMUC\\_Myy53yTBO7EIRGg3eYLCA&index=11](https://www.youtube.com/watch?v=i1pXpCNaKDC&list=RDCMUC_Myy53yTBO7EIRGg3eYLCA&index=11)
- Método de reducción:  
[https://www.youtube.com/watch?v=\\_1UHZ4Vnnlo](https://www.youtube.com/watch?v=_1UHZ4Vnnlo)
- Sistemas de ecuaciones con fracciones:  
<https://www.youtube.com/watch?v=cfs1tbhFOvs>
- Sistemas de ecuaciones con paréntesis y fracciones.  
<https://www.youtube.com/watch?v=ZmuigZOjgk0>
- Ejercicios de sistemas de ecuaciones resueltos 1:  
<https://www.youtube.com/watch?v=qiS-iX6un9g>
- Ejercicios de sistemas de ecuaciones resueltos 2: <https://www.youtube.com/watch?v=qiS-iX6un9g&t=392s>
- Geogebra:  
<https://www.geogebra.org/>

De este modo, se informó a los alumnos de la dinámica que iban a seguir las clases previamente al inicio de la unidad de Sistemas de Ecuaciones. Se hizo especial hincapié en la importancia de la visualización de los vídeos en sus casas antes de cada sesión lectiva en el aula. Además, se les informó sobre las normas y el buen uso de las herramientas online. Por último, la primera sesión fue dedicada a la exposición de un resumen de los contenidos, con la finalidad de asegurar una primera toma de contacto a los conceptos básicos por parte de todos los alumnos de la clase, ya que no era posible garantizar que todos fuesen a ver los vídeos anteriormente en sus casas.

### **Preparación de las actividades**

Una actividad de enseñanza-aprendizaje puede definirse como un procedimiento que se realiza en un aula de clase para facilitar el conocimiento en los estudiantes (Cooper, 1999; Richards y Rodgers, 1992). La finalidad de la elección de estas actividades consiste en motivar la participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Las actividades de enseñanza-aprendizaje son los medios por los cuales los estudiantes se comprometen a aprender en esferas tanto cognitivas, afectivas, como de conducta o comportamiento (Cooper, 1999). Además, los docentes pretenden seleccionar un conjunto de actividades apropiadas al campo particular de la materia, con la finalidad de estimular la adquisición de un aprendizaje significativo en sus alumnos.

Dentro de las categorías de aprendizaje según Cooper, se encuentran las siguientes esferas que incluyen las actividades de enseñanza-aprendizaje:

- Esfera cognitiva: Se basa en la selección de aquellas actividades que resulten más efectivas para estimular el pensamiento en función del nivel de transferencia de aprendizaje que se espere lograr. Dentro de este grupo, algunas actividades servirán únicamente para proporcionar información al estudiante, mientras que otras requieren que el estudiante piense o resuelva un problema a partir de cierta información.
- Esfera afectiva: Esta esfera está compuesta por el grupo de actividades que involucra emociones, valores, actitudes, convicciones y motivaciones humanas. Los docentes suelen emplear el uso de la historia para acceder a estas áreas de aprendizaje, “se aprende más del ejemplo que de lo que se enseña”.
- Esfera de conducta o comportamiento: Este tipo de actividades facilitan al alumnado a modificar su conducta o desarrollar una nueva conducta deseable, aprender una nueva habilidad o mejorar una que ya posee.

Según Cooper (1999), para la selección de actividades de enseñanza-aprendizaje se deberán tener en cuenta los siguientes factores:

- Los estudiantes. La selección de las actividades deberá estar adaptada a la edad y la habilidad de los estudiantes, es decir, tienen que estar al nivel de los estudiantes
- El propósito de la lección. Las actividades elegidas deberán reflejar el propósito que se desea enseñar por encima de los gustos o preferencias del docente.
- El momento apropiado para la implementación. El docente deberá tener claro al seleccionar las actividades en qué parte de la lección utilizará cada actividad. Algunas actividades son más efectivas para lograr la atención de los alumnos, otras son más útiles para transmitir información en otro momento de la sesión, mientras que otras pueden emplearse mejor para fomentar la participación de los estudiantes. En definitiva, las actividades que el docente desee incluir deberán motivar el interés de los alumnos.
- Los recursos. Será preciso reflexionar sobre los recursos con los que se cuenta y los que se necesitarán emplear para desarrollar las actividades seleccionadas. Es probable que aunque el profesor tenga una buena idea, no posea los recursos necesarios para llevarlo a la práctica. Se deberá tener en cuenta factores como el tamaño de la clase, ambiente del aula de clase, tiempo disponible, equipo, facilidades y ambiente del grupo o presupuesto económico disponible. Así pues, el docente debe considerar los factores de estos recursos en la selección de las actividades.

Dichos factores son los que se tuvieron en cuenta tanto para la selección del material de apoyo como para la elaboración de las actividades propuestas para realizar dentro del aula. Por un lado, el material de apoyo fue seleccionado a través de Internet, en vez de creado debido a la escasez de tiempo disponible y de recursos (pizarra, dispositivos de grabación, etc...). Por otro lado, la selección de actividades, que se muestran en el desarrollo de la Unidad Didáctica, fue adaptada al nivel de los alumnos, el tiempo y los recursos disponibles dentro del aula, los objetivos de aprendizaje de la unidad y las características del grupo, tanto de forma conjunta como particular a cada alumno.

### **Evaluación de la práctica docente**

*Desde Aristóteles y Sócrates a Montessori y Piaget o Bruner y Hanushek, filósofos, físicos, psicólogos, científicos cognitivos y economistas han intentado describir los atributos, actitudes, conocimiento y habilidades educativas que definen al profesorado eficaz. El fundamento de esta búsqueda que lleva planteándose 2000 años es que un mejor profesor deriva en un mejor aprendizaje (Schacter y Thum, 2004).*

Como recoge la Ley Orgánica de Educación Vigente, en el BOE el 4 de mayo de 2006, la evaluación docente resulta un elemento fundamental para la mejora de la educación y la transparencia del sistema educativo.

La evaluación de la práctica docente permite al profesor reflexionar sobre su trabajo, pensar sobre lo que está haciendo bien y el por qué, conocer las impresiones de los alumnos y detectar tanto sus puntos fuertes como sus posibles áreas de mejora.

Así pues, se consideró la realización de un formulario como herramienta de evaluación para recoger mayor información sobre el impacto de la metodología Flipped Classroom en los alumnos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Sistemas de Ecuaciones.

Los objetivos perseguidos a través del proceso de evaluación docente se pueden sintetizar en los siguientes puntos:

- Analizar y detectar si la labor docente se acondiciona a las características del grupo y a las necesidades de cada uno de los alumnos.
- Localizar dificultades, tanto comunes como particulares, que puedan influir en el proceso de aprendizaje de los alumnos.
- Corroborar si la puesta en práctica de la programación se ha ajustado a lo planificado previamente.
- Reflexionar de forma crítica e individual sobre la labor docente con la finalidad de detectar los distintos aspectos a mejorar.
- Elaborar un ejercicio de transparencia sobre la práctica docente de cara al resto de la comunidad educativa.
- Recoger las distintas percepciones de los alumnos sobre la metodología Flipped Classroom.
- Conocer el grado de aceptación por parte de los alumnos de la nueva forma de trabajo.

Teniendo en cuenta los objetivos expuestos y tras haber presenciado el desarrollo de varias sesiones en el aula, se dio paso a la elaboración del formulario de evaluación. Este cuestionario se realizó a través de la plataforma Google Forms, la cual posibilita la adaptación y personalización de los cuestionarios de forma sencilla. Posteriormente, los alumnos lo completaron de forma online desde el aula de informática.

A continuación, se enumeran las preguntas planteadas a los alumnos con el propósito de recoger su opinión y percepción sobre la metodología innovadora Flipped Classroom empleada para el desarrollo de la unidad de Sistemas de Ecuaciones:

1. ¿Qué te ha parecido la forma de trabajar el tema de Sistemas de Ecuaciones?
2. ¿Te ha resultado más interesante o entretenida que la forma normal de dar las clases?
3. ¿Te sientes cómodo trabajando con otros compañeros?
4. ¿Crees que has practicado más que en otros temas, es decir, realizado más ejercicios

que si las clases hubiesen sido explicativas y los ejercicios los hubieses tenido que realizar como deberes para casa?

5. ¿Te sientes bien preparado para realizar el examen del tema?
6. A falta de realizar el examen, del 1 al 10, ¿cómo valorarías tu grado de aprendizaje de la unidad de Sistemas de Ecuaciones?
7. Del 1 al 10, ¿cuánto te gustaría sentirte protagonista, es decir, participar tanto o más que el profesor, durante las clases?
8. ¿Qué clases te han gustado más, las del tema de ecuaciones o las del tema de sistemas de ecuaciones?
9. Si tuvieras que elegir, ¿cómo preferirías que fueran las clases?
10. ¿Algún comentario o sugerencia respecto a la forma de las clases del tema de Sistemas de Ecuaciones?

#### **4.2.2. FASE 2: ACCIÓN**

Las acciones llevadas a cabo durante esta fase se resumen en los siguientes puntos:

- Sesión inicial: exposición de la metodología Flipped Classroom y síntesis de los conceptos básicos.
- Sesiones de desarrollo práctico: conjunto de sesiones en las que se realizan las actividades propuestas de carácter práctico, bajo las bases de la metodología de Aula Invertida.
- Prueba de evaluación sobre los conocimientos adquiridos en la unidad.
- Formulario de evaluación de la práctica docente.

En la práctica, tal y como se expondrá en el apartado de implementación de este trabajo, no fue posible llevar a cabo todas las acciones planificadas debido a la finalización del periodo de Prácticum.

#### **4.2.3. FASE 3: OBSERVACIÓN**

En esta fase se recopila, organiza y analiza la información y datos recogidos para la búsqueda de resultados asociados con la implementación.

Los instrumentos que han sido utilizados para la recogida de datos son los siguientes:

- Diario del profesor: A partir de la observación diaria y sistemática del docente, mediante este instrumento se recogen las anotaciones personales sobre el ambiente de la clase, las actitudes y el comportamiento de los alumnos en cada una de las sesiones mediante las fichas de observación. Además, en este diario de campo se anotarán las dudas más relevantes que presentan los alumnos mientras realizan las actividades propuestas en cada una de las sesiones que conforman la unidad. Lo que ha permitido valorar los conocimientos previos y

concepciones erróneas del alumnado en relación al bloque de contenido que nos ocupa, como punto de partida de la intervención.

- Corrección diaria de las actividades prácticas: Las actividades realizadas por parte de los alumnos en cada sesión son recogidas por el profesor al final de la clase para su posterior corrección y análisis.
- Actividad de autoevaluación. Este conjunto de ejercicios será realizado por los alumnos días previos a la prueba de evaluación de la unidad.
- Corrección de los exámenes de evaluación de la unidad.
- Formulario de evaluación sobre la práctica docente.

La información analizada a partir de los instrumentos de recogida de datos se sintetiza en los siguientes aspectos:

- Mediante el diario del profesor analiza el grado de motivación y participación presentado por los alumnos durante el transcurso de las distintas sesiones. También se detectan aquellos conceptos en los que los alumnos presentan mayor nivel de dificultades, lo cual ayuda a conocer cuáles son esos conocimientos que se deben reforzar en el aula.
- La corrección diaria de las actividades desarrolladas en clase permite conocer si los alumnos están utilizando el tiempo de clase en realizar los ejercicios encomendados, así como la validación del avance en la comprensión de los contenidos o, por el contrario, no están respondiendo a lo planificado. También permite detectar cuáles son los errores y/o concepciones erróneas así como el grado de presencia de las mismas y las dificultades más características del grupo de alumnos.
- La autoevaluación permite comprobar el punto del proceso de aprendizaje de los alumnos; facilita la identificación de aquellos conceptos que se deben reforzar para mejorar los resultados de la prueba de evaluación de la unidad.
- La corrección del examen de evaluación permite conocer el resultado del proceso de aprendizaje de cada uno de los alumnos. Así pues, se comprueba si se han adquirido los conocimientos mínimos requeridos y si la metodología utilizada ha fomentado la consecución de un aprendizaje significativo entre los alumnos.
- Las respuestas proporcionadas por los alumnos en el formulario de evaluación sobre la práctica docente permiten conocer el grado de aceptación y aprobación de los alumnos de la metodología innovadora. Además, será un instrumento principal para reflexionar sobre las impresiones y percepciones que han sido experimentadas por el grupo de alumnos.

Por otro lado, sería interesante contrastar las notas obtenidas en la prueba de evaluación de esta unidad, en la que se ha aplicado la metodología de Aula Invertida, con las calificaciones de otras unidades en las se ha aplicado la metodología expositiva clásica. Además, en caso de que el docente

imparta clase en otro grupo del mismo nivel e instituto, sería relevante contrastar las notas obtenidas entre el grupo en el que se ha utilizado la metodología innovadora y el que ha continuado con la metodología clásica.

#### **4.2.4. FASE 4: REFLEXIÓN**

La finalidad de esta fase es reflexionar e interpretar los resultados obtenidos en el análisis, extrayendo conclusiones y adoptando decisiones que se tendrán en cuenta en la planificación del siguiente ciclo, en caso de que lo haya, persiguiendo una mejora del plan.

Tras la recogida de datos y el análisis de los mismos, es el momento de reflexionar sobre los resultados y las consecuencias derivadas del desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de la unidad de Sistemas de Ecuaciones empleando la metodología Flipped Classroom.

El cuerpo principal de la reflexión se centra en dar respuesta a las siguientes cuestiones:

- ¿Se ha conseguido obtener una actitud activa y participativa por parte de los alumnos durante el transcurso de las sesiones?
- De ser así, ¿qué factores crees que han influido en la participación activa?
- ¿Los alumnos se han sentido protagonistas de las clases?
- ¿Cómo se sienten los alumnos trabajando en grupos?
- ¿Los alumnos han trabajado el material de apoyo facilitado para utilizar fuera del aula?
- De ser así, ¿les ha sido accesible y útil dicho material?
- ¿Esta forma de trabajar en el aula, ha aumentado la motivación de los alumnos del grupo?
- ¿Se ha logrado adquirir un aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad?
- ¿Cuáles podrían ser los aspectos a modificar o mejorar de cara a la planificación del siguiente ciclo?

Así pues, el objetivo de esta fase consiste en realizar una reflexión crítica y personal sobre las preguntas planteadas, con la finalidad de recoger aquellos aspectos más relevantes que han sido generados de la aplicación de la metodología Flipped Classroom en el proceso de enseñanza y aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones en 3º de ESO. De este modo, será preciso plantear un listado de las ventajas e inconvenientes que se han percibido como resultado de la implementación de este ciclo de investigación-acción.

En el siguiente punto, concretamente en la implementación de la propuesta didáctica, se detalla la puesta en práctica, en la medida en que ha sido posible durante la realización de las prácticas externas del máster, de las distintas fases del ciclo que ha sido expuesto en este punto.

## **5. PROPUESTA EDUCATIVA**

En este punto se expone la Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones que se elaboró para ser desarrollada durante el periodo del prácticum, es decir, en un contexto determinado, que es la clase de Matemáticas de 3º de ESO del grupo C del IES Pinar de la Rubia.

Además, en este apartado se concreta cómo fue llevado a la acción la planificación del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones, implementando mediante la metodología Flipped Classroom.

### **5.1. CONTEXTO DEL CENTRO EDUCATIVO**

Esta propuesta educativa se creó para ser desempeñada en el centro educativo en el que se realizaron las prácticas, en el IES Pinar de la Rubia, un centro público cuya titularidad pertenece a la Junta de Castilla y León, situado en la dirección Camino Viejo de Simancas, número 21, en el municipio de Valladolid.

El IES Pinar de la Rubia es en la actualidad un Instituto de Educación Secundaria, con una antigüedad de treinta y seis años. Concretamente, se encuentra ubicado entre el Camino Viejo de Simancas y el Paseo Zorrilla de Valladolid. Principalmente, escolariza, por un lado, a alumnos de la zona enmarcada entre la Plaza de Toros, el Puente Colgante y el Pisuerga de Valladolid Capital; y por otro lado, alumnos que habitan en los pueblos de Puente Duero, Villanueva y Valdestillas y Simancas.

El Instituto está constituido por dos edificios de dos plantas unidos entre sí por la primera y segunda planta. Uno de los edificios que lo componen fue creado en el año 2002 a modo de ampliación del edificio original y es en el que se sitúan las aulas de Bachillerato. El edificio e instalaciones del IES se encuentran ubicados en medio de una parcela escolar El Pinarillo; el resto de la parcela está ocupado por el Colegio Alonso Berruguete, de Educación Primaria e Infantil, un Polideportivo Municipal, varias pistas polideportivas al aire libre, aparcamiento y una pequeña zona ajardinada por la entrada del Camino Viejo de Simancas.

El IES dispone de las siguientes instalaciones: Biblioteca, Gimnasio, compartimos además, en jornada escolar de mañana, el Polideportivo La Rubia, contiguo a nuestro patio, con el CP “Alonso Berruguete”. Laboratorio de Física, Laboratorio de Química, Laboratorio de Ciencias Naturales. Y las siguientes Aulas específicas: Aula de Dibujo, Aula de Plástica, Aula de Informática (Bachillerato), 2 Aulas de Tecnología (ESO). Y dos laboratorios Multimedia. 2 Aulas de Música. 2 Aulas –Taller. Además, dispone de Cafetería escolar, aunque actualmente permanece cerrada con motivo del COVID-19.

El horario del centro durante el curso académico es de 8:20 a 14:10, en el que los alumnos reciben un total de 6 clases lectivas de 50 minutos de duración y 5 minutos de descanso entre una clase y su siguiente. El recreo tiene una duración de 30 minutos, concretamente el tiempo transcurrido entre las 11:00 y las 11:30 horas.

El IES Pinar de la Rubia presenta una amplia oferta educativa: los cuatro cursos de conforman la Educación Secundaria Obligatoria, con sus respectivas asignaturas troncales, específicas, optativas y de libre configuración autonómica para cada curso; y, por otro lado, el Bachillerato de ámbito de Humanidad y Ciencias Sociales y del ámbito de Ciencias (tanto el sanitario como el tecnológico).

Por último, las características del alumnado del IES Pinar de la Rubia hacen referencia a un nivel tanto sociocultural como socio-económico medio-alto. El ambiente del centro es bastante tranquilo y, por norma general, no existen situaciones conflictivas de carácter grave o actitudes fuera de la normalidad propia de cualquier centro educativo. No obstante, es cierto que existe cierta diversidad dentro del alumnado. Entre los alumnos de las clases que he podido presenciar, en su mayoría presentan una actitud acorde al correcto comportamiento dentro de un aula; sin embargo, también se observa una minoría de alumnos cuyo comportamiento trata de distorsionar la existencia de un ambiente favorable en el desarrollo de las clases.

## **5.2. CONTEXTO DEL GRUPO DE ALUMNOS**

El grupo de alumnos que componen la clase de la asignatura de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º ESO C lo forman un total de 16 alumnos. El número de alumnos de este grupo es inferior al habitual debido a que en la asignatura de Matemáticas, los alumnos de la clase original se dividen entre la modalidad de Matemáticas Académicas y Matemáticas Aplicadas.

Por lo general, el nivel académico que presentan los alumnos de este grupo es algo inferior al que deberían en relación al curso en que se encuentran y en particular, se presenta la misma situación en el grado de competencia matemática de dicho alumnado. La principal causa de este hecho se relaciona con las circunstancias especiales que se vivieron el curso pasado por la pandemia. Muchos alumnos afirman no dominar los contenidos propios de la programación de 2º de ESO ni haber alcanzado el nivel de competencia matemático deseado; ellos mismos comentan que las clases que tuvieron online no fueron efectivas, ya que no prestaban la atención necesaria. Además, el procedimiento que se estableció para evaluar el curso pasado permitió que muchos alumnos superasen asignaturas sin haber adquirido los conocimientos básicos para asegurar las bases para avanzar en la profundización de los conocimientos en futuros cursos académicos. Actualmente, esta realidad resulta un aspecto que influye y dificulta el proceso de enseñanza-aprendizaje del grupo.

Por último, destacar que el comportamiento de los alumnos de este grupo es positivo. La mayoría de los alumnos muestran interés hacia su aprendizaje y una actitud participativa durante el transcurso de las clases. También la actitud del grupo hacia el profesor es positiva, cordial y respetuosa.

### **5.3. UNIDAD DIDÁCTICA: SISTEMA DE ECUACIONES**

#### **5.3.1. JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD**

Esta Unidad Didáctica corresponde al bloque de Número y Álgebra de la asignatura de Matemáticas de Enseñanzas Académicas del tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria, dentro de los cinco fijados en el BOCyL (EDU/363/2015, de 4 de mayo de 2015), *por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León.*

El bloque de Análisis y Álgebra comprende a grandes rasgos los siguientes contenidos: números decimales y racionales, potencias y raíces cuadradas, operaciones con fracciones y número decimales, sucesiones y progresiones, lenguaje algebraico, resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, y por último, resolución de sistemas.

La unidad de Sistemas de Ecuaciones, recuerda y refuerza la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, estudiados ya en el curso anterior, y el planteamiento y resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones. El tema comienza con un repaso del concepto de sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas y la identificación de aquellos valores para los que se cumple la igualdad en ambas ecuaciones, es decir, las soluciones del sistema de ecuación lineal. Se continúa con la explicación de sistemas equivalentes, sistemas incompatibles y sistemas indeterminados. En la parte principal del tema, se anunciará el método gráfico para la resolución de sistemas y se profundizará en los tres métodos analíticos: sustitución, igualación y reducción. Posteriormente, se estudiará por primera vez la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales de dificultad básica. Por último, se repasará y se consolidará la resolución de problemas aplicados a la vida cotidiana mediante la utilización de sistemas de ecuaciones lineales.

Los alumnos ya deberían haber tenido contacto con esta unidad en el curso anterior (2º ESO), donde la mayoría de los conceptos de esta unidad, exceptuando la resolución de sistemas no lineales, han de haber sido explicados y trabajados. De este modo, la idea será que durante este curso se consoliden los

conocimientos previos y la ampliación de los mismos. Así pues, en el curso siguiente se reforzarán nuevamente estos conceptos y se avanzará a la resolución de sistemas de inecuaciones.

### **5.3.2. CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE**

Tanto en esta unidad dedicada a los sistemas de ecuaciones, como en el resto de las unidades de la asignatura, se persigue el refuerzo de las distintas competencias claves en los alumnos que establece la ley . De este modo, a continuación se señalan los distintos aspectos que se trabajarán en el desarrollo de la unidad y que suponen una contribución positiva para las distintas competencias claves.

#### **COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA (CCL)**

- Comprender el sentido de los textos escritos y orales.
- Mantener una actitud favorable hacia la lectura.
- Expresarse oralmente con corrección, adecuación y coherencia.
- Utilizar el vocabulario adecuado, las estructuras lingüísticas y las normas ortográficas y gramaticales para elaborar textos escritos y orales.
- Respetar las normas de comunicación en cualquier contexto: turno de palabra, escucha atenta al interlocutor.
- Manejar elementos de comunicación no verbal, o en diferentes registros, en las diversas situaciones comunicativas.
- Utilizar los conocimientos sobre la lengua para buscar información y leer textos en cualquier situación.

En esta unidad, esta competencia se trabajará mediante la comprensión lectora de los problemas que los alumnos tendrán que resolver, mediante la comunicación con otros compañeros durante las sesiones de trabajo por grupos. Además, la resolución y explicación de ejercicios en la pizarra, tanto por parte del profesor como por parte de los alumnos, también suponen una contribución a esta competencia lingüística.

#### **COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIAS BÁSICAS DE LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA (CMCT)**

- Reconocer la importancia de la ciencia en nuestra vida cotidiana.
- Aplicar métodos científicos rigurosos para mejorar la comprensión de la realidad circundante en distintos ámbitos (biológico, geológico, físico, químico, tecnológico, geográfico...).

- Manejar los conocimientos sobre ciencia y tecnología para solucionar problemas, comprender lo que ocurre a nuestro alrededor y responder preguntas.
- Conocer y utilizar los elementos matemáticos básicos: operaciones, magnitudes, porcentajes, proporciones, formas geométricas, criterios de medición y codificación numérica, etc.
- Comprender e interpretar la información presentada en formato gráfico.
- Expresarse con propiedad en el lenguaje matemático.
- Organizar la información utilizando procedimientos matemáticos.
- Resolver problemas seleccionando los datos y las estrategias apropiadas.
- Aplicar estrategias de resolución de problemas a situaciones de la vida cotidiana.

Indudablemente, el desarrollo de esta competencia estará presente de forma clara y continua durante el transcurso de todas las sesiones de la asignatura de Matemáticas. Concretamente, en la unidad de Sistemas de Ecuaciones se priorizará la resolución de problemas aplicando estrategias que simulan situaciones del mundo real y la vida cotidiana, para así fomentar que los alumnos encuentren el sentido de la relación de la asignatura de Matemáticas con el entorno y la realidad que nos rodea.

#### **COMPETENCIA DIGITAL (CD)**

- Emplear distintas fuentes para la búsqueda de información.
- Seleccionar el uso de las distintas fuentes según su fiabilidad.
- Elaborar y publicitar información propia derivada de información obtenida a través de medios tecnológicos.
- Utilizar los distintos canales de comunicación audiovisual para transmitir informaciones diversas.
- Comprender los mensajes que vienen de los medios de comunicación.
- Manejar herramientas digitales para la construcción de conocimiento.
- Actualizar el uso de las nuevas tecnologías para mejorar el trabajo y facilitar la vida diaria.
- Aplicar criterios éticos en el uso de las tecnologías.

En esta Unidad Didáctica, la competencia digital será reforzada mediante la utilización de la herramienta GeoGebra como medio de apoyo tanto para el profesor en las explicaciones teóricas, como para los alumnos a la hora de comprobar los resultados de los ejercicios resueltos. De este modo, se mostrará el uso de la herramienta a los alumnos y se les animará a que hagan uso de ella también en sus casas como un medio muy útil de apoyo para su estudio personal. Además, la visualización de los vídeos seleccionados como material de apoyo de la plataforma 'YouTube' constituirán otra parte relevante hacia el desarrollo de esta competencia digital en esta Unidad Didáctica.

### **APRENDER A APRENDER (CAA)**

- Identificar potencialidades personales como aprendiz: estilos de aprendizaje, inteligencias múltiples, funciones ejecutivas...
- Gestionar los recursos y las motivaciones personales en favor del aprendizaje.
- Generar estrategias para aprender en distintos contextos de aprendizaje.
- Aplicar estrategias para la mejora del pensamiento creativo, crítico, analítico, reflexivo, emocional, interdependiente...
- Desarrollar estrategias que favorezcan la comprensión rigurosa de los contenidos.
- Planificar los recursos necesarios y los pasos que se han de realizar en el proceso de aprendizaje.
- Seguir los pasos establecidos y tomar decisiones sobre los pasos siguientes en función de los resultados intermedios.
- Evaluar la consecución de objetivos de aprendizaje.
- Tomar conciencia de los procesos de aprendizaje.

Esta competencia también será trabajada en esta unidad mediante la propuesta de distintos ejercicios en los que el alumno deberá elegir el método de resolución de sistemas que más se adecue a su resolución. Por otro lado, se tratará de fomentar la toma de conciencia del proceso de aprendizaje de los alumnos mediante la continua corrección de las actividades que serán planteadas para trabajar durante las clases. De este modo, se pretende facilitar al alumno el proceso de percepción de aquellos contenidos que debe reforzar para llegar a conseguir los objetivos requeridos en la unidad.

### **COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS (CSYC)**

- Aplicar derechos y deberes de la convivencia ciudadana en el contexto de la escuela.
- Desarrollar capacidad de diálogo con los demás en situaciones de convivencia y trabajo y para la resolución de conflictos.
- Mostrar disponibilidad para la participación activa en ámbitos de participación establecidos.
- Reconocer riqueza en la diversidad de opiniones e ideas.
- Aprender a comportarse desde el conocimiento de los distintos valores.
- Concebir una escala de valores propia y actuar conforme a ella.
- Evidenciar preocupación por los más desfavorecidos y respeto a los distintos ritmos y potencialidades.
- Involucrarse o promover acciones con un fin social.

En esta unidad esta competencia tendrá una clara implicación en todas las clases mediante el desarrollo de las actividades que los alumnos realizarán por grupos dentro del aula. De este modo, se fomentará el trabajo cooperativo de tal forma que sea posible favorecer el continuo apoyo en el aprendizaje tanto de uno mismo como del resto de los compañeros.

### **SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR (SIEP)**

- Optimizar recursos personales apoyándose en las fortalezas propias.
- Asumir las responsabilidades encomendadas y dar cuenta de ellas.
- Ser constante en el trabajo, superando las dificultades.
- Dirimir la necesidad de ayuda en función de la dificultad de la tarea.
- Gestionar el trabajo del grupo coordinando tareas y tiempos.
- Contagiar entusiasmo por la tarea y tener confianza en las posibilidades de alcanzar objetivos.
- Priorizar la consecución de objetivos grupales sobre los intereses personales.
- Generar nuevas y divergentes posibilidades desde conocimientos previos de un tema.
- Configurar una visión de futuro realista y ambiciosa.
- Encontrar posibilidades en el entorno que otros no aprecian.
- Optimizar el uso de recursos materiales y personales para la consecución de objetivos.
- Mostrar iniciativa personal para iniciar o promover acciones nuevas.
- Asumir riesgos en el desarrollo de las tareas o los proyectos.
- Actuar con responsabilidad social y sentido ético en el trabajo.

Por tanto se trata de conseguir que los alumnos adquieran habilidades emprendedoras como el liderazgo, la creatividad, la imaginación, la autonomía, la flexibilidad, la responsabilidad, la asunción de riesgos, el trabajo en equipo y la innovación. Los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones. También, las técnicas heurísticas que desarrolla constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de aprender a aprender tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

Esta competencia también se reforzará mediante el aprendizaje cooperativo ya mencionado anteriormente, es decir mediante el desempeño de las actividades por grupos que se realizarán en aula. Otra forma mediante la cual se fortalece esta competencia será por la toma de decisión de los alumnos a la hora de elegir el procedimiento más adecuado o útil en la resolución de ejercicios o problemas.

## **CONCIENCIA Y EXPRESIONES CULTURALES (CEC)**

- Mostrar respeto hacia el patrimonio cultural mundial en sus distintas vertientes (artístico-literaria, etnográfica, científico-técnica...), y hacia las personas que han contribuido a su desarrollo.
- Valorar la interculturalidad como una fuente de riqueza personal y cultural.
- Appreciar los valores culturales del patrimonio natural y de la evolución del pensamiento científico.
- Elaborar trabajos y presentaciones con sentido estético.

Esta competencia será reformada mediante la elaboración de las actividades propuestas en grupo. Los alumnos deberán tener la capacidad y ejercer la responsabilidad de organizarse de forma adecuada para presentar un documento con la actividad resuelta. De esta forma, se fomentará el trabajo autónomo y la capacidad de toma de decisión de los estudiantes.

### **5.3.3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS**

Los objetivos que se tratan de conseguir tanto en la asignatura de Matemáticas de forma general, como en el desarrollo de esta Unidad Didáctica de forma particular, se enumeran a continuación.

### **OBJETIVOS COMUNES DEL CURSO**

Los objetivos generales a alcanzar establecidos en la asignatura de Matemáticas son los siguientes:

1. Reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje.
2. Conocimiento las principales dificultades de aprendizaje.
3. Solidez en los conocimientos básicos.
4. Capacidad de adaptación a nuevas situaciones.
5. Capacidad de aprender.
6. Comunicación oral en la lengua nativa del lenguaje matemático.
7. Comunicación escrita en la lengua nativa del lenguaje matemático.
8. Iniciación al lenguaje matemático.
9. Capacidad para aplicar la teoría a la práctica.
10. Capacidad de generar nuevas ideas.
11. Resolución de problemas.
12. Capacidad de análisis y síntesis.
13. Capacidad de crítica y autocrítica.

14. Habilidades elementales en informática.
15. Habilidades para buscar y asimilar información desde diferentes fuentes.
16. Trabajo autónomo.
17. Trabajo en grupo.
18. Toma de decisiones.
19. Organización, planificación y dirección.
20. Conciencia de la diversidad, tanto a nivel cognitivo como afectivo y social.
21. Reconocimiento a la multiculturalidad.
22. Habilidades en las relaciones interpersonales.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA**

En cuanto a los objetivos específicos que se persiguen tras el desarrollo y aprendizaje de 1 Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones encontramos los siguientes:

1. Conocer los conceptos de ecuación lineal con dos incógnitas, sus soluciones; sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, así como sus interpretaciones gráficas.
2. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
3. Plantear y resolver problemas mediante sistemas de ecuaciones.

### **5.3.4. CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**

En los siguientes cuadros se especifican los contenidos comunes del curso y aquellos que conforman esta unidad didáctica.

Tabla 3: *Contenidos comunes 3º ESO*

<b>CONTENIDOS COMUNES DEL CURSO</b>			
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación</b>	<b>Estándares de aprendizaje evaluables</b>	<b>Competencias</b>
Planificación del proceso de resolución de	1. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de	1.1. Analiza y comprende el enunciado de los	<b>CMCT,</b> <b>CAA,</b> <b>SIE,</b>

<p>problemas: análisis de la situación, selección y relación entre los datos, selección y aplicación de las estrategias de resolución adecuadas, análisis de las soluciones y, en su caso, ampliación del problema inicial. Elección de las estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico básico, etc.) y de una buena notación; construcción de una figura, un esquema o un diagrama; búsqueda de analogías y de problemas semejantes o isomorfos; reformulación del problema, resolución de subproblemas</p>	<p>resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. 3. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.</p>	<p>problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto). 1.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. 1.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. 1.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas. 3.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes,</p>	<p><b>CCL</b></p>
--	---	--	-------------------

<p>dividendo el problema en partes; introducción de elementos auxiliares y complementarios; trabajo hacia atrás, suponiendo el problema resuelto; etc.</p>		<p>analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.</p> <p>3.2. Se plantean nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.</p>	
<p>Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de</p>	<p>2. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar regularidades matemáticas, numéricas valorando su utilidad para hacer predicciones.</p>	<p>2.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos y geométricos.</p> <p>2.2. Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y</p>	<p><b>CMCT,</b> <b>CAA,</b> <b>SIE</b></p>

resolución, etc.		predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad.	
Expresión verbal y escrita en Matemáticas.	4. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema. 5. Elaborar y presentar informes de manera clara y ordenada sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.	4.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. 5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico y geométrico.	<b>CMCT, CCL</b>
Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.	6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos y geométricos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. 7. Valorar la	6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés. 6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el	<b>CMCT, CAA, SIE</b>

	<p>modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.</p>	<p>problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.</p> <p>7.1. Reflexiona sobre el proceso y</p>	
--	--	--	--

		obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.	
Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.	8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. 9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas. 10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.	8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada. 8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación. 8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso. 8.4. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en	<b>CMCT, CSC, CEC</b>

		<p>la resolución de problemas.</p> <p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p>10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.</p>	
<p>Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:</p> <p>a) la recogida ordenada y la organización de datos mediante tablas.</p>	<p>11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, recreando situaciones</p>	<p>11.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos cuando la dificultad de los mismos</p>	<p><b>CMCT,</b> <b>CCL,</b> <b>CD</b></p>

<p>c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas y la realización de cálculos de tipo numérico</p> <p>e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;</p> <p>f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.</p>	<p>matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas. 12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p>	<p>impide o no aconseja hacerlos manualmente.</p> <p>11.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.</p> <p>11.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.</p> <p>12.1. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta</p>	
--	--	--	--

		<p>tecnológica adecuada y los comparte para su discusión o difusión.</p> <p>12.2. Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.</p> <p>12.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.</p>	
--	--	--	--

Tabla 4: *Contenidos específicos de la Unidad Didáctica*

<b>CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD</b>			
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación</b>	<b>Estándares de aprendizaje evaluables</b>	<b>Competencias</b>
<p><b>Ecuaciones con dos incógnitas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Representación gráfica.</li> <li>- Obtención de soluciones de una ecuación con dos incógnitas.</li> </ul> <p><b>Sistemas de ecuaciones lineales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Representación gráfica.</li> </ul> <p>Representación mediante rectas de las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sistemas equivalentes.</li> <li>- Número de soluciones.</li> </ul> <p>Representación mediante un par de rectas de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y su relación con el</p>	<p>1. Conocer los conceptos de ecuación lineal con dos incógnitas, sus soluciones; sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, así como sus interpretaciones gráficas.</p>	<p>1.1. Asocia una ecuación con dos incógnitas y sus soluciones a una recta y a los puntos de esta.</p> <p>1.2. Resuelve gráficamente sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas muy sencillos y relaciona el tipo de solución con la posición relativa de las rectas.</p>	<p><b>CCL,</b> <b>CMCT,</b> <b>CD,</b> <b>CAA,</b> <b>CEC</b></p>

número de soluciones.			
<p><b>Métodos de resolución de sistemas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolución de sistemas de ecuaciones.</li> <li>- Sustitución.</li> <li>- Igualación.</li> <li>- Reducción.</li> <li>- Dominio de cada uno de los métodos.</li> </ul> <p>Hábito de elegir el más adecuado en cada caso.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización de las técnicas de resolución de ecuaciones en la preparación de sistemas con complicaciones algebraicas.</li> </ul>	<p>2. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p>	<p>2.1. Resuelve un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante un método determinado (sustitución, reducción o igualación).</p> <p>2.2. Resuelve un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas por cualquiera de los métodos.</p> <p>2.3. Resuelve un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas que requiera transformaciones previas.</p>	<p><b>CCL, CMCT, CD, CAA, SIEP</b></p>
<p><b>Resolución de problemas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones.</li> </ul>	<p>3. Plantear y resolver problemas mediante sistemas de ecuaciones.</p>	<p>3.1. Resuelve problemas numéricos mediante sistemas de ecuaciones.</p> <p>3.2. Resuelve problemas geométricos mediante sistemas</p>	<p><b>CCL, CMCT, CD, CAA, CSYC, SIEP, CEC</b></p>

		de ecuaciones. 3.3. Resuelve problemas de proporcionalidad mediante sistemas de ecuaciones.	
--	--	--	--

## ORDEN DE LOS CONTENIDOS

- Ecuaciones con dos incógnitas. Se repasa el concepto de ecuación lineal con dos incógnitas y el significado de solución para dicha ecuación.
- Sistemas de ecuaciones. Se repasa el concepto de sistema de ecuaciones de dos ecuaciones con dos incógnitas distintas.
- Número de soluciones de un sistema lineal. Se explican los distintos tipos de sistemas de ecuaciones dependiendo del número de soluciones que se obtengan tras su resolución:
  - Sistema compatible determinado
  - Sistema compatible indeterminado
  - Sistema incompatible
  - Sistemas equivalentes
- Método gráfico. Se explica la resolución de sistemas de ecuaciones mediante el método gráfico. Se mostrará cómo se representan las rectas en la gráfica y cuál es el punto que representa la solución del sistema.
- Método de sustitución. Se explica el método de sustitución enunciando cada uno de los pasos propios de este método; al mismo tiempo, se resuelve un ejemplo práctico mediante el que se visualiza la ejecución de cada uno de los pasos.
- Método de igualación. Se explica el método de igualación enunciando cada uno de los pasos propios de este método; al mismo tiempo, se resuelve un ejemplo práctico mediante el que se visualiza la ejecución de cada uno de los pasos.
- Método de reducción. Se explica el método de reducción enunciando cada uno de los pasos propios de este método; al mismo tiempo, se resuelve un ejemplo práctico mediante el que se visualiza la ejecución de cada uno de los pasos.
- Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones. Se explican detalladamente los pasos que se deben dar para poder resolver un problema planteado mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones.

- Resolución de sistemas de ecuaciones no lineales. Se explica la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales de dificultad media-baja; para ello se utilizará el método de sustitución mediante la resolución de un ejercicio a modo de ejemplo.

### **CONTENIDOS MÍNIMOS**

Tras finalizar el desarrollo de la unidad, los alumnos deberán haber aprendido y afianzado los siguientes conocimientos, los cuales son considerados básicos:

- Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Resolución de problemas utilizando sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

### **CONTENIDOS IMPORTANTES**

- Conocimiento del concepto de sistema de ecuación lineal.
- Aplicación y comprensión de la resolución de sistemas de ecuaciones mediante la representación gráfica de las ecuaciones del sistema.
- Clasificación de sistemas de ecuaciones lineales en función del número de soluciones obtenidas.
- Capacidad de resolver sistemas de ecuaciones aplicando cualquiera de los métodos analíticos explicados a lo largo de la unidad: sustitución, igualación y reducción.
- Resolución de sistemas de ecuaciones con paréntesis y fracciones.
- Comprensión y resolución de problemas mediante la aplicación de sistemas de ecuaciones.
- Interpretación de resultados obtenidos al resolver un problema.

### **CONOCIMIENTOS DE AMPLIACIÓN**

Dependiendo de la adecuación del desarrollo de la unidad respecto a los tiempos establecidos, y teniendo en cuenta de la capacidad y motivación presentada por parte de los alumnos, se proponen los siguientes contenidos de ampliación para esta unidad:

- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales de mayor dificultad.
- Resolución de sistemas de ecuaciones no lineales que contengan raíces.
- Resolución de problemas de mayor dificultad.

### 5.3.5. METODOLOGÍA

La metodología utilizada debe ser flexible e integradora, teniendo en cuenta las características del alumnado, tanto a nivel individual como colectivo. La finalidad de la metodología elegida está basada en que los alumnos sean gradualmente capaces de aprender de forma autónoma. Además, el objetivo principal se basa en conseguir que los alumnos presenten una actitud activa durante el desarrollo de las distintas sesiones que componen la unidad y, en consecuencia, aumente su motivación hacia el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Así pues, los contenidos de esta Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones serán impartidos bajo la innovadora metodología conocida como Flipped Classroom (Aula Invertida).

Se recuerda la definición que dieron Begmann & Sams (2012) de esta metodología: “un modelo pedagógico que transfiere el trabajo de determinados procesos de aprendizaje fuera del aula, y utiliza el tiempo de clase para facilitar y potenciar otros procesos de adquisición y práctica de conocimientos de nivel superior, este modelo invierte o “voltea” el diseño habitual de docencia tradicional.” Así pues, la idea principal de la puesta en práctica se resume en los siguientes dos aspectos:

- El estudio y la preparación de los contenidos teóricos se realizará de forma personal por parte de los alumnos fuera del aula, mediante la utilización del material de apoyo que se facilitará a los alumnos.
- El aula será el lugar donde se realicen el conjunto de actividades de carácter práctico y participativo.

De este modo, los alumnos serán los protagonistas de las clases. En cada clase deberán realizar la actividad práctica propuesta correspondiente, generalmente en parejas o por grupos de trabajo. El profesor actuará como una figura de apoyo resolviendo las dudas que surjan a los alumnos, tanto de forma individual como de forma colectiva, mientras desarrollan la actividad. Al final de cada clase, el profesor recogerá la actividad realizada por cada grupo de alumnos, con la finalidad de evaluar y realizar un seguimiento exhaustivo del proceso de aprendizaje de cada alumno. Una vez el profesor haya corregido y evaluado las actividades, serán devueltas a los alumnos para que la puedan utilizar como herramienta para el estudio y la asimilación de los conocimientos.

El material de apoyo que se facilitará a los alumnos será el siguiente:

- Presentación PowerPoint donde se recoge, en primer lugar una explicación sobre la metodología utilizada, la temporalización y los criterios de calificación; y en segundo lugar, una síntesis explicativa sobre los conceptos correspondiente a la Unidad.
- Vídeos de Youtube en los que se explican los distintos contenidos que se deben conocer.
- Herramienta Geogebra, como recurso de apoyo para comprender conceptos y comprobar resultados de ejercicios.

Este material de apoyo será facilitado a los alumnos mediante la plataforma Teams. Además, al final de la presentación PowerPoint (incluida en el Anexo 8.2) podrán encontrar todos los enlaces a los vídeos seleccionados a los que deberán acceder desde sus casas, con la finalidad de conocer y asimilar los conocimientos necesarios para poder trabajar posteriormente en el aula.

Sin embargo, debido a que no podemos asegurarnos con certeza de que los alumnos dediquen el tiempo necesario en sus casas para la visualización e interiorización de los conocimientos presentados en el material de apoyo, se dedicará la primera sesión, y parte de alguna otra si fuese necesario, a la explicación de un resumen de los contenidos más importantes de la Unidad. De esta manera se utiliza el modelo Talbert (2012) como una metodología de aula invertida mixta como respuesta a la situación de alumnos que no visualizan los vídeos.

### **5.3.6. RECURSOS**

Los recursos materiales que se utilizarán para el desarrollo de esta Unidad Didáctica son los siguientes:

- Libro de texto. Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 3ºESO editorial ANAYA.
- Web para profesores de la editorial del libro de texto.
- Material de apoyo facilitado por el profesor a partir de la plataforma Teams.
- Ejercicios de refuerzo propuestos desde el Departamento de Matemáticas en la Web del IES Pinar de la Rubia.
- Documentos de actividades propuestas por el profesor para resolver durante las clases.
- Pizarra, utilizada para la explicaciones teóricas y la resolución de ejercicios prácticos.
- Calculadora. Los alumnos podrán hacer uso de la calculadora para la resolución de los ejercicios propios de esta unidad.
- Pantalla digital del aula, con la que se proyectan los documentos de las actividades que se resuelven durante las clases.
- Herramienta GeoGebra, utilizada tanto para la clase teórica como para las sesiones prácticas.
- Aula de ordenadores del centro, donde se acudirá a realizar la autoevaluación personal y el cuestionario de satisfacción por parte de los alumnos.
- Cuestionarios de satisfacción que recoja la evaluación por parte de los alumnos sobre la metodología utilizada para el desarrollo de la Unidad.

### 5.3.7. DIVISIÓN DE TIEMPOS Y ESPACIOS

Los ritmos serán flexibles en función de cada actividad y de las necesidades de cada alumno, que serán quienes marquen el ritmo de aprendizaje. No obstante, teniendo en cuenta que el curso posee aproximadamente 32 semanas, y considerando que el tiempo disponible para la asignatura de Matemáticas es de 4 horas semanales, el tiempo destinado a la enseñanza-aprendizaje de cada Unidad Didáctica será de unas 2 semanas y media de duración, es decir unas 10 sesiones lectivas. El lugar donde se desarrollarán las clases será en el aula habitual, a excepción de la novena sesión que tendrá lugar en el aula de ordenadores del centro.

Teniendo la información anterior, las distintas sesiones que dedicaremos a esta Unidad de Sistemas de Ecuaciones se impartirán de la siguiente forma:

**1ª sesión:** Al inicio de la sesión se informará a los alumnos de la forma en que trabajarán los contenidos de esta Unidad a través de la presentación PowerPoint preparada por la profesora. A continuación, se les mostrará el material de apoyo con el que deberán trabajar en casa, en su mayoría vídeos del canal de Susi profe de Youtube. Por último, se dedicará la sesión a la exposición de una forma sintetizada de los contenidos más relevantes de la unidad. Los contenidos que se explicarán durante esta clase serán los siguientes: el concepto de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, el concepto de sistemas equivalentes, los tipos de sistemas de ecuaciones (compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible) y los distintos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.

Para ello, se hará uso de la pizarra digital para explicar mediante la herramienta de Geogebra el significado de un sistema de ecuaciones y su representación gráfica.

**2ª sesión:** En esta segunda sesión, la idea es terminar de explicar los conceptos del tema que no fueran vistos en la sesión anterior. Se prevé que los contenidos que se impartirán en esta sesión serán los siguientes: métodos de resolución de sistemas de ecuaciones, pasos para resolver problemas con sistemas de ecuaciones y resolución sistemas de ecuaciones no lineales. Si sobrara tiempo se resolverán algunos ejercicios ejemplificativos sobre los contenidos.

**3ª sesión:** Será la primera sesión en la que se ejecutará la idea principal de la metodología Flipped Classroom. Debido a las limitaciones del protocolo COVID-19, los alumnos trabajarán por parejas. De este modo, se deberá realizar y entregar al final de la clase al profesor la Actividad Propuesta 1, compuesta por distintos ejercicios de resolución de sistemas de ecuaciones sencillos aplicando los distintos métodos y la resolución de dos problemas.

**4ª sesión:** Los alumnos realizarán por parejas la Actividad Propuesta 2 y al final de la clase me entregarán el trabajo realizado. Esta actividad está compuesta por distintos sistemas de ecuaciones de dificultad media y la resolución de dos problemas. Además, se les devolverá la actividad realizada el día anterior corregida por el profesor.

**5ª sesión:** Del mismo modo, en esta sesión los alumnos desarrollarán por parejas la Actividad Propuesta 3; los ejercicios consisten en la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales y de problemas aplicando sistemas. Al igual que los días previos, al finalizar la clase se recogerán los distintos trabajos de los alumnos y se les devolverán los trabajos del día anterior corregidos.

**6ª clase y 7ª sesión:** Durante estas dos sesiones, los alumnos trabajarán por parejas la Actividad 4, dedicada a la resolución de problemas mediante la utilización de sistemas de ecuaciones. Al final de la 7ª clase se recogerán los ejercicios realizados por los alumnos.

**8ª sesión:** En esta sesión los alumnos realizarán una autoevaluación personal; es decir, realizarán un conjunto de ejercicios de repaso del tema, con la finalidad de que puedan evaluar su proceso de aprendizaje hasta el momento y conocer aquellos conocimientos que deben reforzar para la realización del examen de evaluación de la Unidad. El ejercicio de autoevaluación se realizará en el aula de ordenadores, cada alumno se situará en un ordenador y completarán un cuestionario online con las respuestas de los ejercicios de esta actividad. Al final de la sesión se les proporcionarán las respuestas correctas y la corrección de los ejercicios para que puedan comprobar su calificación y autoevaluar su aprendizaje.

**9ª sesión:** Ésta será la última sesión dedicada a la Unidad de Sistemas de Ecuaciones antes del día del examen. En esta clase se resolverán las dudas que presenten los alumnos y se realizará un repaso de aquellos ejercicios, que el profesor haya detectado a partir de las correcciones de las actividades desarrolladas en clase de cada día, en los que los alumnos presentan mayor dificultad.

**10ª sesión:** En esta sesión se realizará el examen de evaluación de la Unidad de Sistemas de Ecuaciones. Los alumnos realizarán esta prueba de forma escrita e individualmente.

### 5.3.8. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA

En este apartado se recogen la colección de actividades propuestas a desarrollar por los alumnos durante el transcurso de las clases dentro del aula en el desarrollo de la unidad. Dentro de las actividades que se proponen se distinguen los siguientes tipos:

1. Ejercicios sencillos. Resolución de sistemas de ecuaciones aplicando el método que indique el enunciado.
2. Ejercicios complejos. Resolución de sistemas de ecuaciones que requieran la realización de operaciones previas a la aplicación del método de resolución.
3. Problemas de ecuaciones. Resolución de problemas mediante el uso de sistemas de ecuaciones. Requerirán una lectura comprensiva del enunciado, el planteamiento de las ecuaciones según la información proporcionada y la obtención e interpretación de los resultados.

Así pues, a continuación se muestra el conjunto de actividades de carácter práctico y participativo que se trabajarán por grupos o por parejas dentro del aula. Los documentos con los ejercicios que componen cada actividad y que se proyectarán durante las sesiones, podrán verse en el Anexo (8.3.) de este trabajo.

#### ACTIVIDAD PROPUESTA 1

La primera actividad de carácter práctico de esta unidad que los alumnos desarrollan por parejas dentro del aula, está compuesta por una selección de sistemas para resolver por los tres métodos analíticos, sustitución, igualación y reducción; y dos problemas para resolver planteando un sistema de ecuaciones y resolviendo por el método que los alumnos consideren más oportuno.

Los ejercicios que componen esta actividad son los siguientes:

1. Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de sustitución:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 2x - 4y = -9 \end{cases}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de igualación:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + y = -3 \\ -3x + y = 11 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 6x + 5y = 12 \end{cases}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de reducción:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 4y = -5 \\ 3x - 8y = 1 \end{cases}$$

4. La otra tarde vi en un parking 39 vehículos, entre coche y motos, a los que les conté un total de 126 ruedas. ¿Cuántos vehículos de cada clase había en el parking?
5. Un fabricante de bombillas gana 0,60 euros por cada bombilla que sale de fábrica, pero pierde 0,80 euros por cada una que sale defectuosa. Un determinado día en el que fabricó 2.100 bombillas y obtuvo un beneficio de 966 euros. ¿Cuántas bombillas buenas fabricó ese día?

### ACTIVIDAD PROPUESTA 2

En esta segunda actividad se trabaja nuevamente la resolución de sistemas de ecuaciones y la resolución de problemas mediante la aplicación de sistemas de ecuaciones. El nivel de los sistemas de ecuaciones es algo superior al de la actividad anterior. Además, se requiere que los alumnos consideren y apliquen el método que resulte más conveniente para la resolución de cada uno de los sistemas de ecuaciones.

Los ejercicios que componen esta actividad son los siguientes:

1. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de consideres más oportuno:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 6 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 5(x - y) - 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 1 \\ 7x - 4(x+y) = 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 3 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{x-2y}{4} = 3 \end{cases}$$

2. En el aula de 3º A hay el doble número de alumnos que en el aula de 3º C. Además se sabe que, si pasan 8 alumnos de 3º A a 3º C, ambas aulas tendrán el mismo número de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada una de estas aulas?
3. En una tienda se venden 84 discos a dos precios distintos: unos a 18 euros y otros a 14,4 euros, obteniendo de la venta 1.242 euros. ¿Cuántos discos vendió de cada clase?

### ACTIVIDAD PROPUESTA 3

En la actividad práctica propuesta número 3 se trabajan los sistemas de ecuaciones no lineales. El primer ejercicio consiste en resolver sistemas de ecuaciones lineales sencillo aplicando el método de sustitución, realizando previamente las operaciones oportunas en aquellos que sea necesario para preparar el sistema. El segundo ejercicio es una propuesta de sistemas de ecuaciones no lineales con raíces, para aquellos alumnos que hayan asimilado correctamente los sistemas del primer ejercicio y quieran continuar con su aprendizaje. Por último, todos los alumnos deberán resolver los dos problemas que se proponen en el ejercicio 3 y 4 aplicando sistemas de ecuaciones.

Los ejercicios que forman esta actividad son los siguientes:

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ y + 3 = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 - xy = 2(x + y) \\ y - x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x + 2y)^2 - (2x + y)^2 = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} \sqrt{x + 12} = y + 5 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{3x + 24 + y} - x = 9 \\ 3x + 9 = -3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 7 = -3y \\ y = \sqrt{x + 14} - 2 \end{cases}$$

3. Un orfebre recibe el encargo de confeccionar un trofeo, en oro y en plata, para un campeonato deportivo. Una vez realizado, resulta de un peso de 1.300 gramos, habiendo costado 2,840 €. ¿Qué cantidad ha utilizado de cada metal precioso, si el oro sale 8 €/gramo y la plata por 1,7 €/gramo?

4. La edad de un padre es el triple de la de su hija más 2 años y hace 5 años la cuadruplicaba.  
¿Qué edades tienen padre e hija?

#### **ACTIVIDAD PROPUESTA 4**

Esta actividad está formada por una batería de 12 problemas que los alumnos deberán resolver aplicando sistemas de ecuaciones. El método de resolución de sistemas para cada problema será el que cada alumno decida en función del método que mejor se adapte y aquel con el que más cómodo se sienta el alumno.

Los problemas que conforman esta actividad son los siguientes:

1. Por dos refrescos y tres cafés se pagaron 5,90 €; por cuatro refrescos y un café se pagaron 6,30 €. ¿Cuánto vale cada bebida?
2. Por la compra de 3 refrescos y 5 botellas de agua, se han pagado 3,5 €; y por la compra de 4 refrescos y 4 botellas de agua, 3,92 €. ¿Cuánto vale cada bebida?
3. Juan tiene 3 años más que su hermana Luisa. Si dentro de 6 años la suma de sus edades dará 43, ¿cuántos años tiene cada uno?
4. La suma de las edades de dos hermanos es 38 y sus diferencia 4, halla las edades de cada uno de ellos planteando y resolviendo un sistema de ecuaciones.
5. En un examen de tipo test se suman 5 puntos por cada respuesta correcta, y se restan 2 puntos por cada fallo. Si el examen consta de 20 preguntas y Felipe obtuvo 58 puntos, ¿cuántas de sus respuestas fueron correctas?
6. Entre Marta y Pablo tienen 204 euros. Si Marta tiene 18 € más que Pablo, ¿cuántos euros tiene cada uno?
7. La razón de dos números es 5/3. Si al primero se le resta 2 y al segundo se le suma 3, la razón de los números es 1/2. ¿Cuáles son los números iniciales?

8. Se mezclan 50 litros de aceite de girasol de 0,99 € el litro con aceite de 0,78 € el litro, obteniéndose una mezcla de 0,9 € el litro. ¿Cuántos litros se han empleado del aceite más barato?
9. La suma de las dos cifras de un número es 11. Si se cambian de orden esas cifras el número resultante es 27 unidades menor. ¿De qué número se trata?
10. Calcúlese 'a' de forma que el sistema tenga la solución = 1.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + ay = 6 \\ 9x - 5y = 13 \end{array} \right\}$$

11. Determínese una fracción sabiendo que el numerador es 68 unidades mayor que el denominador y que si se añaden 11 unidades a ambos términos, la fracción vale 5 unidades.
12. En un corral hay conejos y gallinas. En total: 32 cabezas y 88 patas. ¿Cuántos conejos y gallinas hay?

### **ACTIVIDAD DE AUTOEVALUACIÓN**

La actividad que se propone como autoevaluación, con la finalidad de que los alumnos puedan comprobar el punto en el que se encuentra su proceso de aprendizaje, consiste en la resolución de una batería de ejercicios, algunos similares a los que se les requerirá en la posterior prueba de evaluación, y otros con los que se trata de comprobar si han comprendido los conocimientos básicos necesarios. Mediante la resolución y la corrección de esta actividad los alumnos serán capaces de detectar por un lado, cuáles son aquellos conceptos que han afianzado y manejan correctamente; por otro lado, cuáles son aquellos conceptos que deberán reforzar de cara a la realización de la prueba de evaluación.

La prueba de evaluación se compone de los siguientes ejercicios:

1. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea:  
x=5, y= -9.

2. Halla el valor de 'c' para qué el sistema tenga infinitas soluciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ 2x + 2y = c \end{array} \right.$$

3. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que no tenga solución.

4. Escribe una solución de la ecuación:  $-x + y = -5$
  
5. Resuelve el siguiente sistema por reducción:
 
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$
  
6. Resuelve el siguiente sistema por sustitución:
 
$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$
  
7. Resuelve el siguiente sistema por igualación:
 
$$\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$$
  
8. Encuentra dos números cuya diferencia sea 53 y su suma sea 319.
  
9. El cuadrado de un número positivo más el doble de su opuesto es 960. ¿Cuál es el número?
  
10. Halla las dimensiones de un rectángulo de perímetro 140 cm si la base es 10 cm mayor que la altura.

### **PRUEBA DE EVALUACIÓN**

Por último, la prueba de evaluación de la Unidad será de carácter escrito y tendrá una duración máxima de una hora. En ella, se evaluarán el mayor número de estándares de aprendizaje por orden de importancia. Además, la elaboración de esta prueba será realizada por parte del profesor en el transcurso del desarrollo de la Unidad. La selección de los ejercicios que conformen este documento estará adaptada a los conocimientos trabajados durante las clases y a las características concretas del grupo de alumnos.

### **5.3.9. PLANES COMPLEMENTARIOS**

Como actividades complementarias a las habituales clases lectivas que se desarrollan dentro del aula se proponen los planes que se exponen a continuación.

### **SEMANA DE LAS MATEMÁTICAS**

Siempre que sea posible se pretende realizar durante una semana actividades de tipo diferente a las trabajadas habitualmente en las clases: juegos, problemas de ingenio, construcciones, etc. Se

realizarían en los días de la semana de carnaval o cualquier otra que el centro disponga y se pretende preparar actividades apropiadas a cada nivel. Destacamos cuatro actividades relevantes:

- Semana de la Ciencia.
- Día de  $\pi$ .
- Día Escolar de las Matemáticas.
- Feria del Proyecto Lingüístico.

## **CONFERENCIAS**

Con la finalidad de desarrollar la comprensión oral de los alumnos se organizará o participará en todo tipo de charlas que proponga el centro, como por ejemplo:

- Conferencia sobre Astronomía a cargo de D. Pedro González, exprofesor del Departamento.
- Conferencias del IMUV A sobre Matemáticas.
- Conferencias del Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia. STEM Talent Girl.
- Otras conferencias en la Universidad de Valladolid, Museo de la Ciencia, Naukas, Pint of Science, etc.

## **EXCURSIONES**

En todo momento se estará a disposición de organizar alguna excursión o bien a participar en alguna que organicen otros Departamentos. De este modo como actividad relevante de la asignatura de Matemáticas se propone la siguiente actividad:

- Visita al Observatorio Astronómico de Tiedra.

## **VISITAS Y EXPOSICIONES EN LA CIUDAD**

Siempre que se pueda se llevará a los alumnos a visitar el INE (Instituto Nacional de Estadística) y el Museo de la Ciencia de Valladolid.

## **CONCURSOS**

Desde el Departamento de Matemáticas y, concretamente desde el desarrollo de esta asignatura, se animará a los alumnos a participar en todo tipo de concursos matemáticos o que desarrollen el pensamiento analítico, reflexivo y crítico: Olimpiada Matemática, Olimpiada Matemática ESO, Canguro Matemático, Pangea Matemáticas...

### **5.3.10. TEMAS TRANSVERSALES. EDUCACIÓN EN VALORES**

Los temas transversales, educación moral y cívica, educación para la paz, educación para la salud, educación para la igualdad de oportunidades entre las personas de distinto sexo, educación ambiental, educación sexual, educación del consumidor y educación vial, completan la formación básica de nuestros alumnos.

Si la finalidad del Sistema Educativo es favorecer el desarrollo integral de las personas con el fin de prepararlas para participar en una sociedad que es pluralista y democrática, es fundamental trabajar las actitudes para que los valores apuntados por nuestra Constitución de igualdad, tolerancia, solidaridad, evitación de conflictos mediante el diálogo y respeto al medio ambiente no sean una entelequia sino algo tangible para lo cual es necesario que los temas transversales sean uno de los ejes a través del cual debe organizarse el trabajo en clase.

En el área de Matemáticas los temas transversales pueden considerarse elementos motivadores ya que permiten trabajar los contenidos matemáticos de una forma novedosa, al servir como fuente de utilización de diferentes contextos que proporcionan significados nuevos a los contenidos que se están trabajando.

#### **Educación moral y cívica**

- \* Participación en tareas comunes, actividades grupales, mostrando actitudes de colaboración y aceptando las opiniones y las propuestas ajenas distintas de las propias.
- \* Responsabilidad en el trabajo individual y grupal y gusto por el trabajo bien hecho.

#### **Educación para la salud**

- \* Realización de trabajos de campo sobre hechos o fenómenos estadísticos que reflejen la incidencia de determinados hábitos relacionados con la salud.

#### **Educación para la igualdad de oportunidades de los dos sexos**

- \* Uso de lenguajes no sexistas.
- \* Distribución de tareas en los trabajos en grupo prescindiendo de estereotipos sexistas.

#### **Educación del consumidor**

- \* Aplicación de conceptos y procedimientos matemáticos para interpretar y analizar situaciones relacionadas con el consumo de bienes y servicios.

## **Educación vial**

\* Aplicación de conceptos y procedimientos numéricos y de medida (significados de los números y de las unidades de medida) para interpretar adecuadamente las señales y los códigos que regulan la circulación vial.

### **5.3.11. MEDIDAS PARA ESTIMULAR EL INTERÉS DE LA LECTURA**

En toda la ESO, sin perjuicio del tratamiento específico en algunas de las materias de la etapa, la comprensión lectora, la expresión oral y escrita, la comunicación audiovisual, las tecnologías de la información y la comunicación, y la educación en valores se trabajarán en todas ellas.

Además, en el artículo 7, apartado 4 REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, se dice que la lectura constituye un factor primordial para el desarrollo de las competencias básicas. Los centros deberán garantizar en la práctica docente de todas las materias un tiempo dedicado a la misma en todos los cursos de la etapa.

Si se analizan las características propias de la materia de Matemáticas y de las “formas de hacer” en ella desde la perspectiva de la acción lectora, se constata la necesidad de la lectura en la actividad diaria en el aula de Matemáticas; es más, resulta quizá la materia que exige la lectura más atenta de los textos en los que se trabaja, debido a la precisión absoluta necesaria en sus propuestas. De manera que, aunque en la clase de Matemáticas no se dé una gran abundancia de texto para ser leído, sí se trabaja mucho la calidad lectora.

Así pues, últimamente se comprueba que se debe dedicar gran parte del tiempo que disponemos en el aula para trabajar aspectos de adquisición de destrezas (algebraicas, geométricas, etc.), ya que sin ellas se dificulta la adquisición de los conocimientos básicos de los cursos posteriores. A la vez, al no poder dedicar el tiempo suficiente a la resolución de problemas que relacionen los contenidos matemáticos con la realidad, se observa una pérdida de las capacidades necesarias en ese sentido.

Dicho esto, resulta conveniente insistir más aún en el trabajo que implique el uso de los conceptos y procedimientos adquiridos, situándolos, siempre que sea posible, en contextos reales o que simulen situaciones de la realidad. Lo que hace necesaria continuamente la actividad lectora.

De esta forma, una propuesta de trabajo interesante para los alumnos en la asignatura de Matemáticas, que además permite el desarrollo del trabajo en equipo (fundamental para la adquisición de habilidades sociales y la mejora de la convivencia), resulta la realización de trabajos de investigación sobre la historia de las Matemáticas y de personas relevantes que dedicaron su vida a ellas.

Uno de los aspectos más relevantes del fomento a la lectura radica en lo que en términos especializados se denomina “comprensión lectora”, es decir, la capacidad del lector por trasladar a otros códigos los conceptos que subyacen en los textos. Desde el ámbito de las matemáticas, se puede y se debe dar un fuerte impulso en este campo ya que constituye un entorno relevante para el desarrollo de esta importante y necesaria capacidad humana.

De este modo, las lecturas recomendadas para 3º de ESO son las siguientes:

- "El gran juego" de C. Frabetti, en ed. Alfaguara, Serie Roja, Madrid, 2007.
- "Galileo" de Stillman Drake, en Alianza Editorial, Madrid, 1991.
- "El club de la hipotenusa: un paseo por la historia de las matemáticas a través de las anécdotas más divertidas" de Claudi Alsina, en ed. Ariel, Barcelona, 2008.

### **5.3.12. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD**

La gran dificultad que entraña para el trabajo de los profesores el tratamiento de las diferencias entre los alumnos. De este modo, se proponen las siguientes medidas de adaptación a la diversidad de los alumnos:

a) El conocimiento de los alumnos por parte del profesor le permitirá intervenir mejor en su aprendizaje. La detección, por ejemplo, de dificultades para manejar determinados algoritmos, para utilizar algunas representaciones gráficas, para simbolizar, etc., hace posible el planteamiento de situaciones específicas que le permitan superarlo.

b) La selección de actividades permite que alumnos muy diferentes aprendan simultáneamente. Pueden ser abiertas (problemas, investigaciones), en las que se pueden encontrar vías diferentes de resolución, de forma que todos puedan llegar a algo; pueden ser variadas, para permitir el acceso a más alumnos. La diversidad en el tipo de actividades permite que los alumnos aprendan cosas diferentes y también aumenta la posibilidad de que aprendan juntos alumnos distintos.

c) Las formas de agrupamiento de los alumnos en el aula, individual (en pequeño grupo, en gran grupo) permiten disponer de momentos específicos para atender a alumnos individualmente, a los que tienen un tipo de dificultades, o a todos ellos en función de sus necesidades.

d) Actividades diferentes a distintos alumnos o a distintos grupos de alumnos permiten que alumnos con diferentes necesidades puedan seguir distintas vías.

e) Los materiales escritos, libros de texto, colecciones de problemas, etc., pueden facilitar o dificultar la enseñanza en grupos heterogéneos.

f) El refuerzo, que no significa que los alumnos con alguna dificultad deban aprender todos los contenidos, sino que es necesaria la selección de aquellos contenidos esenciales que les permitan continuar tan cerca del resto grupo como sea posible.

g) La ampliación será, a veces, necesaria para algunos alumnos. Puede tomar diversas formas: inducción de nuevos contenidos no previstos para el resto de los compañeros, avance de contenidos posteriores, aplicación de las capacidades adquiridas a situaciones más complejas, etc.

Así pues, la metodología Flipped Classroom resulta un modelo idóneo que logra atender a la diversidad del alumnado de la siguiente forma:

- Posibilita que cada alumno trabaje a su ritmo, obteniendo así un aprendizaje personalizado y adaptado a las características de cada uno de ellos.
- Las dudas que les surgen a los alumnos en el momento de la realización de una actividad dentro del aula, son resueltas en ese preciso momento de forma individual.
- Se fomenta la realización de las tareas de un modo cooperativo, permitiendo a los alumnos que aprendan unos de otros.
- Es posible dedicar más tiempo al refuerzo de aquellos alumnos que presentan mayores dificultades de aprendizaje.
- Se favorece tanto la interacción entre los alumnos del grupo como entre los alumnos con el profesor.
- Los alumnos tienen la posibilidad de elegir qué recursos les resultan más útiles para su estilo de aprendizaje.

- Permite que el tiempo de clase sea utilizado para aprender de forma activa por cada uno de los alumnos.

### **5.3.13. EVALUACIÓN**

Para evaluar a los alumnos, se tratará de averiguar en qué medida se cumplen los objetivos propuestos anteriormente. Para ello se tendrá en cuenta:

- a) La observación del trabajo e interés mostrado por el alumno.
- b) Las actividades realizadas por el alumno hasta el momento de la evaluación, a través de su cuaderno o apuntes de trabajo diario.
- c) El resultado de las pruebas objetivas realizadas de modo periódico.

### **CRITERIOS DE EVALUACIÓN**

Desde el Departamento de Matemáticas del IES Pinar de la Rubia se tienen establecidos los siguientes criterios de evaluación:

1. En cada evaluación se realizará, como mínimo, dos exámenes parciales que podrán ser pruebas escritas o cualquier otra actividad evaluable que el profesor estime oportuna, pruebas orales, trabajos en clase o trabajos para casa. En ningún caso se entenderá la calificación de una evaluación como la media de las puntuaciones obtenidas en las pruebas.
2. Cada prueba contendrá ejercicios con cuestiones sobre estándares de aprendizaje evaluables y otros de mayor dificultad con el detalle de su valoración.
3. Dado el carácter de refuerzo de esta asignatura se valorará la actitud y el trabajo realizado.

### **CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

Desde el Departamento de Matemáticas se establecen los siguientes criterios de calificación:

- Al comienzo del curso escolar, cada profesor dará a conocer al alumnado los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables del curso respectivo para su materia, los conocimientos y aprendizajes básicos necesarios para que alcance una evaluación positiva al final de cada curso, así como los procedimientos de evaluación del aprendizaje y los criterios de calificación que vayan a aplicarse, todo ello de acuerdo con la Programación Didáctica. La información además versará sobre el grado de adquisición de las competencias.
- En cuanto a la calificación de una prueba escrita:

- Para calificar una prueba escrita se entenderá que todas las preguntas tienen el mismo valor, salvo que en el momento de iniciarla se advierta de lo contrario a los alumnos, precisando en este caso el valor de cada una de ellas.
  - Una pregunta teórica se entiende bien respondida cuando el enunciado es correcto, el desarrollo es razonado y contiene todas las gráficas aclaratorias, ejemplos y consecuencias si las hubiera.
  - Una pregunta en una prueba escrita será calificada con un 0 si en su respuesta no se cumplen los objetivos de los cursos anteriores. Por ejemplo, cometer errores graves en las operaciones que puedan aparecer en la pregunta.
- En cuanto a la calificación de una evaluación en 3º de ESO: la calificación de la evaluación se obtendrá ponderando los tres elementos **a) b) y c)** del apartado **procedimiento de evaluación** de modo que el peso de cada una de ellas en la calificación resultante sea de un **10%**, de un **15%** y de un **75%** respectivamente.

Tabla 5: *Procedimiento de calificación*

a) La observación del trabajo e interés mostrado por el alumno.	<b>0.10</b>
b) Las actividades realizadas por el alumno hasta el momento de la evaluación, a través de su cuaderno o apuntes de trabajo diario.	<b>0.15</b>
c) El resultado de las pruebas objetivas, sean escritas u orales.	<b>0.75</b>

### **CRITERIOS DE CALIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA**

La calificación correspondiente con la Unidad de Sistemas de Ecuaciones será calculada de la siguiente forma:

- El 60% de la nota consistirá en las actividades realizadas durante las clases. Se evaluará el esfuerzo y el trabajo del alumno, es decir que se haya aprovechado el tiempo en clase resolviendo los ejercicios planteados. Los fallos que se puedan dar al realizar estas actividades no puntuarán negativamente.
- El 40% de la nota consistirá en la calificación obtenida en la prueba de evaluación de la Unidad.

#### **5.4. IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA**

En este apartado se detalla en qué medida fue posible la ejecución del ciclo de investigación-acción y cómo transcurrió el desarrollo de la Unidad Didáctica durante el periodo de realización de las prácticas como docente.

##### **LA ACCIÓN**

El miércoles 9 de Marzo tuvo lugar la primera sesión dedicada al desarrollo del tema 7, la Unidad Didáctica de Sistemas de Ecuaciones, siguiendo la programación planificada y realizada anteriormente. En la práctica, la programación didáctica no pudo ser aplicada en su totalidad, de modo que fue necesario realizar algunas modificaciones y adaptaciones que se detallan a continuación.

- **1ª sesión (Miércoles 9 de Marzo):**

En esta primera sesión se informó a los alumnos de la forma en que se iban a trabajar los contenidos de la unidad. A continuación, se les facilitó el material de apoyo, en su mayoría los vídeos del canal de Susi profe, que tendrían que visualizar antes de las clases para la preparación de los contenidos necesarios que les ayudarían a realizar las actividades dentro del aula. No obstante, con motivo de la falta de confianza de que fuesen a hacer uso del material de apoyo en sus casas, se dedicó esta primera sesión a la exposición de una forma sintetizada de los contenidos más relevantes de la unidad. Los contenidos explicados durante esta clase fueron los siguientes: el concepto de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, el concepto de sistemas equivalentes, los tipos de sistemas de ecuaciones (compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible) y los distintos métodos de resolución de sistemas de sustitución e igualación.

Como recursos de apoyo se utilizó un resumen que había elaborado previamente y la pizarra clásica; además, se hizo uso de la pizarra digital para proyectar la representación de sistemas mediante la herramienta de Geogebra.

La percepción extraída del desarrollo de esta sesión fue que los alumnos entendieron a la perfección el concepto de sistema de ecuaciones, su significado gráfico y la interpretación de la solución de un sistema; la aceptación por parte de los alumnos que tuvo la herramienta de Geogebra resultó altamente positiva, en su inmensa mayoría desconocían de su existencia. Cabe destacar que el comportamiento de los alumnos durante esta clase fue especialmente bueno, ya que sabían que un profesor de la Universidad estaba observando desde la videocámara cómo realizaba la explicación. Por este motivo, se avanzó más rápido de lo habitual, completando la explicación de todos los contenidos programados a falta del método de reducción.

- **2ª sesión (Jueves 10 de Marzo):** En esta segunda sesión, la idea era realizar la segunda parte de la explicación teórica. Sin embargo, con motivo de que únicamente faltaba explicar el método de reducción y de que los alumnos tenían la prueba de evaluación de la Unidad de Ecuaciones al día siguiente, los primeros minutos de clase fueron dedicados para completar la explicación de los Sistemas de Ecuaciones; el tiempo restante se empleó en la resolución de las dudas que presentaron los alumnos a cerca del examen que tenían al día siguiente.
  
- **3ª sesión (Lunes 15 de Marzo):** Esta clase fue la primera sesión en la que se llevó a la práctica la idea principal de la metodología Flipped Classroom. La distribución con la que se trabajó durante esta clase y las siguientes, debido a las limitaciones del protocolo COVID-19, fue por parejas de estudiantes. La tarea requerida a realizar por los alumnos durante esta sesión fue la Actividad Propuesta 1, compuesta por distintos ejercicios que se proyectaron en la pantalla digital durante la clase. Los ejercicios de esta actividad consistían en resolver sistemas de ecuaciones sencillos aplicando los distintos métodos y resolver dos problemas. De esta forma, los ejercicios se resolvieron por parejas, y el docente se dedicó a resolver las dudas que iban surgiendo, tanto de manera individual como colectiva si la duda se repetía varias veces. Al final de la clase, los alumnos debían de entregar el trabajo que habían realizado durante la clase; se les insistió que no se evaluaba si la resolución de los ejercicios era correcta o no, sino más bien si se percibía que habían trabajado de forma adecuada.
  
- **4ª sesión (Miércoles 17 de Marzo):** Durante esta segunda sesión práctica, la forma de trabajar fue la misma que en la clase anterior. Los alumnos realizaron por parejas la Actividad Propuesta 2 y al final de la clase entregaron el trabajo realizado. Esta actividad estaba compuesta por distintos sistemas de ecuaciones de dificultad media y la resolución de dos problemas. Además, todos los días se les devolvía la actividad que habían realizado el día anterior corregida y con las anotaciones explicativas oportunas para cada caso.
  
- **5ª sesión (Jueves 18 de Marzo):** Del mismo modo, en esta sesión los alumnos desarrollaron por parejas la Actividad Propuesta 3; los ejercicios consistieron en la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales y problemas aplicando sistemas de ecuaciones. Antes de que los alumnos comenzasen a resolver la actividad, se realizó una breve exposición en la pizarra de cómo se resolvían los sistemas de ecuaciones no lineales. Como en las sesiones anteriores, al finalizar la clase se recogieron los distintos trabajos de los alumnos y se les devolvió los trabajos del día anterior corregidos.

- **6ª y 7ª sesión (Viernes 19 y Lunes 22 de Marzo):** Durante estas dos sesiones, los alumnos trabajaron por parejas la Actividad 4, dedicada a la resolución de problemas mediante la utilización de sistemas de ecuaciones. Al final de la clase del lunes, al igual que con el resto de actividades, se les recogió la actividad para ser corregida posteriormente.
- **8ª sesión (Miércoles 23 de Marzo):** Esta fue la última sesión práctica que tuvo lugar dentro del aula habitual. El tiempo de esta clase se dedicó a resolver aquellos ejercicios de las actividades propuestas realizadas los días anteriores, que habían resultado más complejas a los alumnos en el momento de su resolución. De esta forma, se realizó la corrección de distintos ejercicios en la pizarra, algunos fueron resueltos por parte del docente y otros por parte de los alumnos. Además, se les expuso cuáles habían sido los errores más comunes detectados por el profesor a partir de las correcciones de las actividades de cada día, con la finalidad de reforzar y afianzar los conocimientos que podían no haber quedado del todo claro y hacer a los alumnos conscientes de su propio proceso de aprendizaje.
- **9ª sesión (Jueves 24 de Marzo):** La última clase que se realizó con el grupo de 3º de ESO, antes de finalizar el periodo de Prácticas, tuvo lugar en un aula de informática del centro educativo. Durante esta clase los alumnos respondieron a dos cuestionarios que habían sido realizados por el docente. Uno de ellos consistía en una evaluación general del periodo de prácticas (las respuestas se recogen en el Anexo 8.5.), y el otro cuestionario, expuesto en la fase de planificación anteriormente, estaba basado en una serie de preguntas sobre la metodología empleada durante el desarrollo de las sesiones dedicadas a la Unidad de Sistemas de Ecuaciones.

## **LA OBSERVACIÓN**

A continuación, se precisa el análisis de la información generada a partir de la recogida de datos mediante los distintos instrumentos utilizados y expuestos en la fase de observación del ciclo de investigación-acción.

Mediante el diario del profesor:

- La presentación a los alumnos de la nueva forma metodológica con la que se iba a trabajar la unidad de Sistemas de Ecuaciones supuso una gran acogida.
- Desde la primera sesión se percibió una mayor motivación y participación de los alumnos al desarrollar las actividades.
- En el momento de formación de las parejas el primer día, en el que se permitió a los alumnos que se juntasen a su libre elección, un número minoritario de alumnos presentó dificultad a la hora de juntarse con otro compañero.

- El ambiente de la clase era agradable y los alumnos aprovechaban el tiempo para realizar las actividad encomendada para cada sesión.
- Durante la resolución de las actividades propuestas para cada sesión, los alumnos compartían dudas, no sólo dentro de su grupo de trabajo, sino también con otras parejas.
- Algunas veces se percibió que la forma de trabajar por parejas en algunos grupos consistía en una división del total de los ejercicios a resolver entre ambos componentes.
- En muchas ocasiones, los alumnos requerían la atención del docente para consultar o verificar si la solución que habían obtenido al resolver un ejercicio era correcta.
- Alguna pareja estaba formada por alumnos con una diferencia de rendimiento académico bastante significativa. Algunos días y en algunas parejas se observó que el alumno con más destrezas apoyaba la comprensión de los conceptos del otro; sin embargo, en otras ocasiones se observaba como la actividad era realizada por el alumno con mayor potencial y el otro alumnos presentaba una actitud pasiva ante la actividad.
- Los alumnos expresaron que algo que les hacía sentirse motivados era el hecho de que pudiesen resolver las dudas en el momento en que les surgían.
- Se percibió que todos los alumnos se sentían cómodos en el momento de plantear sus dudas al docente.
- Exceptuando algún caso puntual, las dudas que presentaban los alumnos eran sencillas y lograban comprenderlo fácilmente con una breve explicación, de forma que podían continuar realizando la actividad en seguida.

Mediante la corrección diaria de las actividades prácticas:

- Se comprobó que los alumnos aprovechaban el tiempo de clase para resolver la actividad propuesta para cada sesión; por lo general, les daba tiempo a completar todos los ejercicios.
- La resolución de las dudas durante las clases prácticas resultaba útil, ya que después eran capaces de resolver el ejercicio correctamente.
- La dificultad más común que se detectó fue la resolución de sistemas complejos, aquellos que requerían realizar operaciones para preparar el sistema antes de aplicar un método. Muchos alumnos se olvidaban de realizar las operaciones necesarias previas y aplicaban un método directamente.
- Se observó que las dificultades que presentaron en las primeras actividades se fueron solventando en la realización de las siguientes.
- Algunas parejas trabajaban claramente por separado, ya que entregaban dos hojas distintas con en nombre de cada uno (no el de los dos) en cada una de las hojas.
- Se percibieron diferencias significativas, entre unos grupos y otros, en cuanto al orden y la limpieza de la presentación de los documentos entregados por los alumnos.

Mediante el formulario de evaluación sobre la práctica docente:

- La metodología utilizada tuvo un grado de aceptación muy elevado por parte de los alumnos.
- La mayoría de los alumnos contestaron que la nueva forma de trabajar les había parecido más entretenida que la forma tradicional.
- Más del 70% de los alumnos afirman que se sienten cómodos y les gusta trabajar con otros compañeros.
- Un 65% de los estudiantes considera que ha realizado más cantidad de ejercicios prácticas con esta nueva forma de trabajar.
- El proceso de aprendizaje también se valora de forma positiva; en su mayoría afirman sentirse preparados para enfrentarse a la prueba de evaluación de la unidad.
- Existe diversidad de opiniones en cuanto a las preferencias de los alumnos por ser partícipes de las clases. Algunos prefieren que tanto la explicación teórica como la resolución de ejercicios sea realizada por el docente; sin embargo, la mayoría se muestra a favor de que el profesor realice las explicaciones teóricas y ellos sean quienes realicen los ejercicios prácticos e intervengan en su resolución.

A continuación, se muestran los gráficos generados a partir de las respuestas del cuestionario presentado a los alumnos. El total de respuestas por cada pregunta es catorce, ya que dos de los alumnos no asistieron a la sesión donde tuvo lugar la realización de dicho cuestionario.

¿Qué te ha parecido la forma de trabajar el tema de Sistemas de Ecuaciones?

14 respuestas

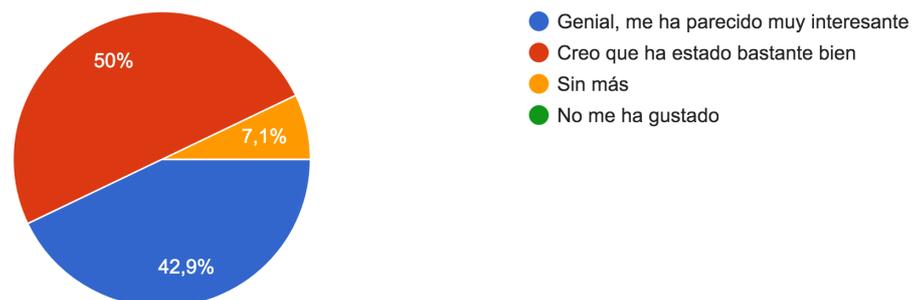


Figura 3: Gráfico de las respuestas a la pregunta 1 del cuestionario

¿Te ha resultado más interesante o entretenida que la forma normal de dar las clases?

14 respuestas

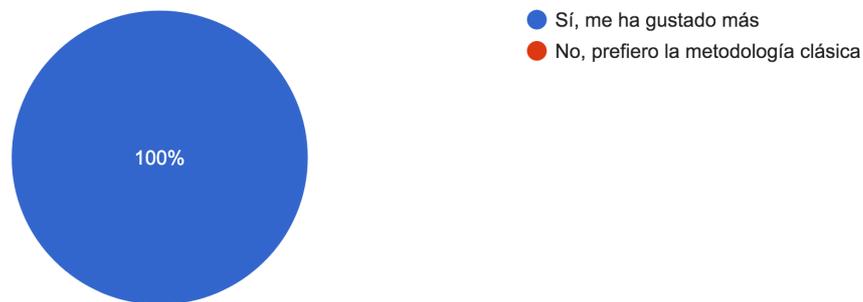


Figura 4: Gráfico de las respuestas a la pregunta 2 del cuestionario

¿Te sientes a cómodo trabajando con otros compañeros?

14 respuestas

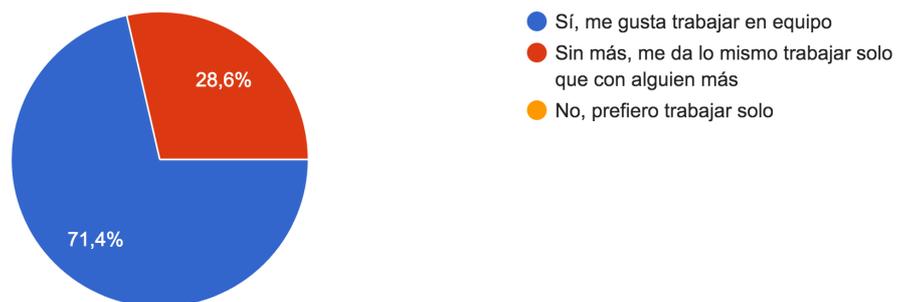


Figura 5: Gráfico de las respuestas a la pregunta 3 del cuestionario

¿Crees que has practicado más que en otros temas, es decir, realizado más ejercicios que si las clases hubiesen sido explicativas y los ejercicios ...bienes tenido que realizar como deberes para casa?

14 respuestas

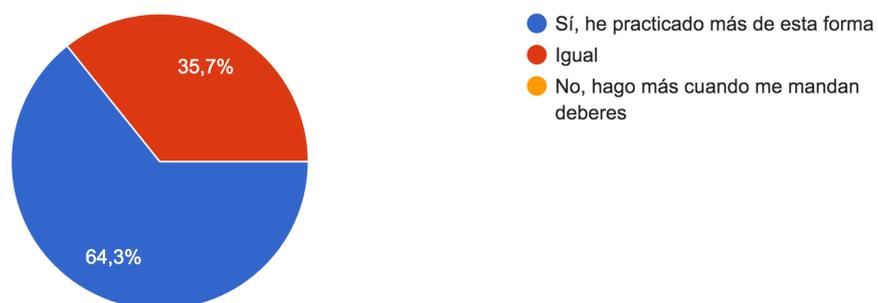


Figura 6: Gráfico de las respuestas a la pregunta 4 del cuestionario

¿Te sientes bien preparado para realizar el examen del tema?

14 respuestas

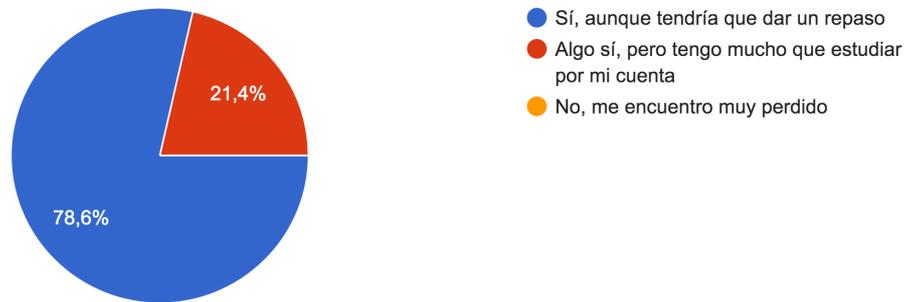


Figura 7: Gráfico de las respuestas a la pregunta 5 del cuestionario

A falta de realizar el examen, del 1 al 10, 5, ¿cómo valorarías tu grado de aprendizaje de la unidad de Sistemas de Ecuaciones?

14 respuestas

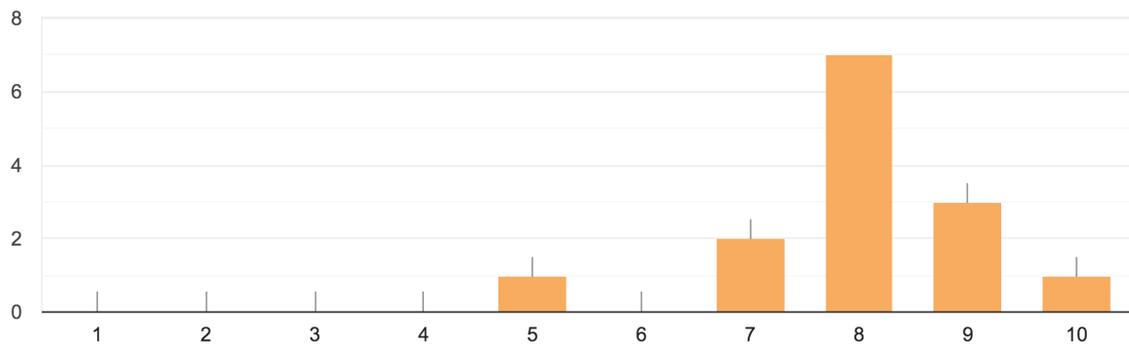


Figura 8: Gráfico de las respuestas a la pregunta 6 del cuestionario

Del 1 al 10, ¿cuánto te gustaría sentirte protagonista, es decir, participar tanto o más que el profesor, durante las clases?

14 respuestas

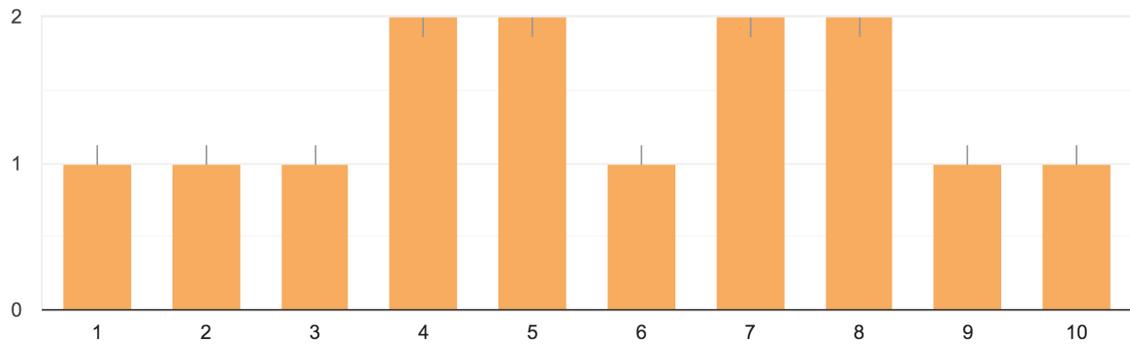


Figura 9: Gráfico de las respuestas a la pregunta 7 del cuestionario

¿Qué clases te han gustado más, las del tema de ecuaciones o las del tema de sistemas de ecuaciones?

14 respuestas

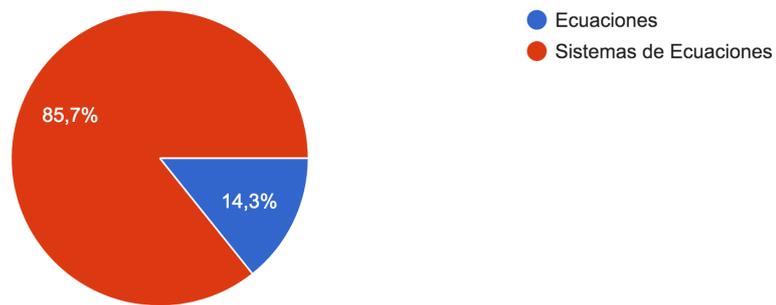


Figura 10: Gráfico de las respuestas a la pregunta 8 del cuestionario

Si tuvieras que elegir, ¿cómo preferirías que fuesen las clases?

14 respuestas

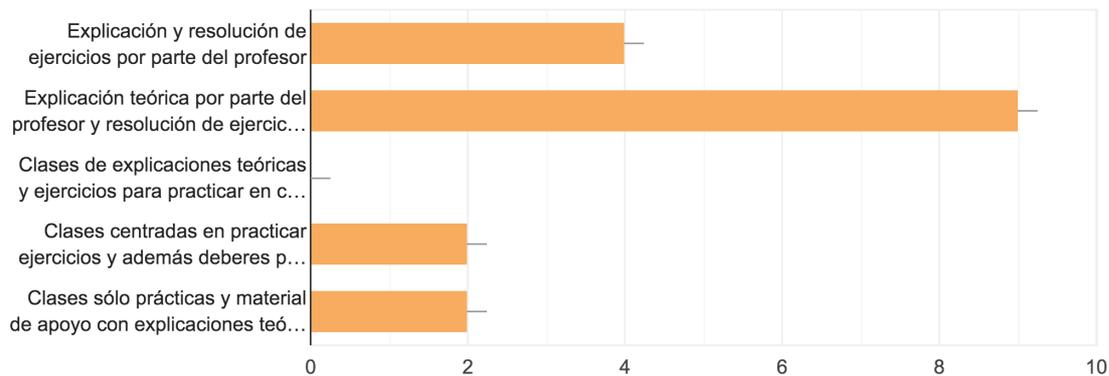


Figura 11: Gráfico de las respuestas a la pregunta 9 del cuestionario

Las respuestas por parte de los alumnos a la última pregunta de texto libre se recogen en el Anexo (8.4.) de este trabajo. No obstante, no reportan ningún tipo de información relevante.

Por otro lado, los alumnos contestaron a un formulario de evaluación general del periodo del docente en prácticas. Las respuestas obtenidas a partir de la realización del mismo, se muestran en el Anexo (8.5.) de este trabajo, ya que aunque no sea documentación directamente relacionada con la experimentación Flipped Classroom, reportan información que influye en el momento de la reflexión posterior.

Por último, no fue posible realizar la realización de la actividad de autoevaluación ni la prueba de evaluación del proceso de aprendizaje de los alumnos, ya que el periodo del Prácticum llegó a su fin. Tampoco ha sido posible recoger datos sobre los resultados de evaluación de los alumnos, ya que el profesor de matemáticas titular del grupo y tutor asignado en las Prácticas externas, fue derivado a formar parte del equipo directivo del centro y dejó de ser profesor de Matemáticas de este grupo tras las vacaciones de Semana Santa. Así pues, únicamente ha sido posible ejecutar una parte del ciclo de la investigación-acción que se presenta a lo largo de este TFM.

## **REFLEXIÓN**

A pesar de los sucesos expuestos anteriormente y la imposibilidad de desarrollar por completo el ciclo de investigación-acción, se ha dedicado el tiempo requerido a la fase de reflexión sobre los resultados y consecuencias recogidas sobre la implementación en el aula de la programación de la Unidad de Sistemas de Ecuaciones mediante la metodología Flipped Classroom.

A grandes rasgos y basándose en las impresiones que se han podido recoger, se considera que el resultado de la puesta en práctica de esta metodología innovadora ha sido muy favorable. Se ha observado que los alumnos presentan una actitud mucho más activa y participativa durante las clases al emplear la metodología de Aula Invertida. Los factores que se han detectado que más influyen en este cambio de actitud son el cambio de la dinámica de trabajo y la resolución inmediata de dudas. Además, de esta forma, los alumnos se sienten protagonistas de las clases y, no sólo se sienten cómodos trabajando en grupo, sino que además les agrada la idea.

En cuanto al material de apoyo facilitado para trabajar por parte de los alumnos fuera del aula, se observa que en su gran mayoría no dedican tiempo a esta parte. De este modo, resulta preciso emplear una pequeña parte de las sesiones para realizar un resumen explicativo de los contenidos más relevantes de la unidad con la que se va a trabajar. No obstante, el motivo de que no se haga el uso idóneo de este material no se basa en que no sea accesible o útil para los alumnos, ya que ellos mismos afirman recurrir a videotutoriales on-line, en su mayor parte procedentes de Youtube, cuando necesitan resolver alguna duda; más bien, la causa se deriva de la falta de trabajo por parte de los alumnos en sus casas, a no ser que sea para el estudio de un examen próximo.

Según los datos obtenidos, es posible afirmar que existe un claro incremento en la motivación de los alumnos del grupo. Sin embargo, no se poseen datos para comprobar si se ha conseguido adquirir un aprendizaje significativo; únicamente, a partir de las respuestas generadas por los alumnos en el formulario, se muestra que su percepción sobre el aprendizaje alcanzado, a priori, es positiva.

En resumen, las principales ventajas y desventajas que se asocian a la utilización de la metodología Flipped Classroom tras su implementación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones, se recogen a continuación:

#### Ventajas:

- Incrementa el interés y la motivación de los alumnos.
- Favorece la participación continua de todos los alumnos.
- Se adapta al ritmo y las necesidades individuales.
- Mejora el ambiente de trabajo en el aula.
- Facilita el planteamiento y resolución de dudas de todos los estudiantes.
- Aumenta la atención del docente individualizada hacia cada estudiante.
- Favorece la relación profesor-alumno.
- Permite a los estudiantes evaluar continuamente su propio proceso de aprendizaje.
- Posibilita la resolución de dudas en el momento de su aparición.
- Promueve la interacción con otros compañeros del aula.

- Fomenta el aprendizaje autónomo.

Desventajas:

- El profesor deberá invertir mucho tiempo en la selección de material didáctico, preparación de las clases y corrección personal de las actividades fuera del aula.
- Probablemente los alumnos no empleen el tiempo necesario para el trabajo con el material de apoyo en sus casas.
- En ocasiones, el trabajo por grupos puede fomentar distracciones entre los alumnos.
- Algunos alumnos pueden mostrarse reticentes a trabajar con otros compañeros.
- Existe la posibilidad de que sólo trabajen algunos de los estudiantes de un grupo.

Ahora bien, como consecuencia de la reflexión se han detectado los siguientes aspectos a modificar o mejorar en la planificación de un posible nuevo ciclo del modelo de investigación-acción:

- Incluir un control de seguimiento de la utilización del material de apoyo por parte de los alumnos, como por ejemplo, la realización de formularios diarios sobre los contenidos requeridos para cada sesión.
- Asignación de grupos por parte del profesor previo estudio o sociogramas en colaboración con el resto de profesores del Equipo Educativo, en especial con el tutor de grupo y, si es posible, con la colaboración del Departamento de Orientación.
- La realización de los grupos de trabajo por parte del profesor.

En definitiva, se considera que los aspectos positivos, asociados a la metodología Flipped Classroom que han sido detectados tras esta experimentación, superan a los negativos y que dicha metodología supone una forma innovadora de romper con la monotonía de las clases. Es posible que este tipo de metodología no resulte efectiva para implementar en todos los bloques de contenido, en cualquier nivel y grupo de alumnos; de modo que resultará preciso realizar una valoración sobre la apropiación de la metodología Flipped Classroom a cada proceso de enseñanza-aprendizaje concreto.

## 6. CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN FINAL

Para comenzar con las conclusiones y la reflexión final de este TFM es preciso recordar el objetivo principal del mismo: alcanzar un acercamiento a las metodologías innovadoras, elaborando una propuesta educativa, para el proceso de enseñanza-aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones, basada en la metodología Flipped Classroom.

De esta forma, la realización de este TFM ha permitido adquirir los conocimientos necesarios para diseñar una propuesta educativa basada en la metodología innovadora Flipped Classroom, que permite romper con el modelo clásico y conseguir una participación activa por parte de los alumnos del aula.

Se tuvo un primer contacto con la metodología Aula Invertida en el transcurso de las sesiones de la asignatura de Innovación Docente en Matemáticas, impartida por la misma profesora que tutoriza el presente TFM. Además dicha profesora es conocedora de dicha metodología y profundizó en su estudio con el desarrollo de su tesis “ Análisis del proceso de enseñanza y aprendizaje de las asíntotas a través de sus gráficas en Bachillerato mediante Flipped Classroom”.

El interés por dicha metodología innovadora hizo que fuese una de las principales preferencias en la elección de la temática elegida para la realización del TFM, que finalmente se materializó con la asignación final.

Según se recababa información desde diferentes fuentes en relación a dicha temática, iba aumentando mi interés y motivación por profundizar en su estudio así como el entusiasmo por implementarlo en un aula con alumnado de ESO. Paralelamente, me surgió la siguiente pregunta, ¿por qué motivo los profesores no utilizan este tipo de metodología?

A continuación, se va a hacer un breve recorrido en la historia escolar de la titular del presente TFM. A lo largo de toda su vida como estudiante, la mayoría de las clases que ha presenciado como alumna han seguido el modelo tradicional, tanto a nivel escolares como a nivel universitario. Así pues, la dinámica habitual de las clases se resumía de la siguiente forma: una exposición de los conocimientos más relevantes por parte del profesor y la propuesta de una serie de actividades extraclase para practicar e interiorizar los conceptos.

Según su experiencia como alumna, esta tónica habitual de las clases se traducían en la mayoría de ocasiones en “una pérdida de tiempo”. En este tipo de clases magistrales su atención, como la de una gran parte de los compañeros que ha tenido a lo largo de su vida académica, no giraba en torno a las palabras que pronunciaba el profesor. Si se permite la forma coloquial “se iba a clase porque se tenía

que ir”, sin embargo, la mayor parte de las veces se salía de allí con la sensación de no haber aprendido prácticamente ‘nada nuevo’. Es por ello que tantas veces muchos alumnos, y se supone que también muchos profesores, a lo largo de su vida escolar se han preguntado, ¿Verdaderamente, el sistema educativo funciona?

Para responder a la cuestión anterior se considera que habría que plantearse previamente lo siguiente: ¿El sistema educativo actual logra conseguir lo que pretende? ¿Cuál es el objetivo del sistema educativo?

La Constitución española de 1978 establece que “La educación ha de tener por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana en el respeto a los principios democráticos de convivencia y a los derechos y libertades fundamentales”. En otras palabras, la educación escolar se define como la formación orientada a desarrollar las capacidades intelectuales, morales y afectivas de las personas, influenciada por la cultura y las normas establecidas en la sociedad a la que pertenezcan.

Por otro lado, cuando se habla de educación orientada hacia un área de conocimientos específico, se hace referencia a la transmisión de conocimientos desde el docente (emisor) hacia el alumno (receptor) para que éste obtenga un determinado aprendizaje.

Ahora bien, la metodología expositiva utilizada habitualmente en las clases magistrales puede ser eficaz, ya que permite transmitir una gran cantidad de información en poco tiempo. Sin embargo, no da lugar a la interacción entre el profesor y los alumnos, lo que conlleva a monotonía, aburrimiento e incluso absentismo por parte de los alumnos. De esta forma, el aprendizaje que adquieren los estudiantes no suele resultar significativo.

Teniendo en cuenta la investigación realizada en este trabajo, es posible creer que las metodologías basadas en el aprendizaje activo pueden ir acompañadas de resultados más favorables en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, la aplicación de metodologías innovadoras como la Flipped Classroom, supone la dedicación de esfuerzo y tiempo sobreañadido por parte del docente; por este motivo, en la actualidad y particularmente en España, no está muy extendido.

Puede haber muchas otras causas, desconocimiento, miedo ante lo desconocido, dudas e incertidumbres de salir de la zona de confort o dominio de la situación, aceptar el reto de dejar de tener un control absoluto del aula, el peso de la tradición.... y muchos otros, dependiendo de la materia de estudio de la personalidad del profesor, perfil del alumnado y tipo de enseñanza.

Tanto la propuesta educativa planteada como cualquier otra basada en una metodología innovadora, en las que se requiera una participación activa de los alumnos y se integren las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) y en especial las TAC (Tecnologías del Aprendizaje y el

Conocimiento) suponen todo un desafío tanto para profesores como alumnos. Sin embargo, se considera que dicho desafío es necesario para lograr un sistema educativo que progrese adecuadamente y se adapte a la evolución de la sociedad. Para ello resulta imprescindible la formación del profesorado, tanto en dominio de herramientas web, conocimiento de tecnologías de la información así como en nuevas metodologías de enseñanza-aprendizaje, debido a que numerosos estudios demuestran que estos aspectos son determinantes en la actitud del alumnado y el alcance de un aprendizaje de calidad.

Indudablemente, y motivada por el inmenso aprendizaje sobre la metodología Flipped Classroom que ha supuesto la investigación de este trabajo y la implementación en el aula en la medida en que ha sido posible, las metodologías innovadoras que promuevan el aprendizaje activo jugarán un factor principal en el desarrollo de mis futuras clases como docente.

Se comparten las reflexiones del filósofo Séneca, a pesar de la distancia temporal, se considera que se pueden aplicar en la actualidad.

*«No nos atrevemos a muchas cosas porque son difíciles, pero son difíciles porque no nos atrevemos a hacerlas».*

*«Largo es el camino de la enseñanza por medio de teorías; breve y eficaz por medio de la práctica».*  
*Séneca.*

Por último, se aprovecha para agradecer el aprendizaje brindado por parte de todos los profesores de este Máster; con especial mención a la tutora de este TFM, Rosa M<sup>a</sup> Fernández Barcenilla. Además, dar las gracias al IES Pinar de la Rubia por brindarle la oportunidad de realizar el módulo Prácticum en sus instalaciones; especialmente a su tutor Jorge de Castro Calle, Jefe del Departamento de Matemáticas del centro educativo, por hacerle sentir una profesora más desde el primer minuto.

## 7. WEBGRAFÍA

### BOLETINES OFICIALES DEL ESTADO O AUTONOMÍAS

- LOMCE, Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre
- DECRETO CURRÍCULO ESO Y BACHILLERATO, Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre
- ORDEN POR LA QUE SE DESCRIBEN LAS RELACIONES ENTRE LAS COMPETENCIAS, LOS CONTENIDOS Y LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN, Orden ECD/65/2015, de 21 de enero
- ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León.

### ARTICULOS EXTRAÍDOS DE LA RED

- Caraballo R.M., Rico L. y Lupiáñez J.L. (2013). *Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de Pisa, el caso de las Matemáticas*, Universidad de Granada, <http://funes.uniandes.edu.co/2132/1/Caraballo2013Cambios.pdf>
- Godino J.D. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*, Universidad de Granada, [https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos\\_teoricos/marcos\\_teoricos\\_ddm.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/marcos_teoricos_ddm.pdf)
- Huber G.L. (2008). *Aprendizaje activo y metodologías educativas*, <http://reforma.fen.uchile.cl/Papers/Active%20learning%20and%20methods%20of%20teaching%20-%20Huber.pdf>
- Rojas Gómez J.A. y Ariza Daza A.A. (2013). *Propuesta didáctica para la enseñanza de los métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales*, <http://funes.uniandes.edu.co/6708/1/Ariza2013Propuesta.pdf>
- Segura Herrero S.M. (2004). *Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica*, <https://www.redalyc.org/pdf/335/33570103.pdf>

- Villalobos J. (2003)., *El docente y actividades de enseñanza/aprendizaje: algunas consideraciones teóricas y sugerencias prácticas*,  
<http://erevistas.saber.ula.ve/index.php/educere/article/viewFile/12310/21921923418>
- Departamento de Educación. Inspección de Educación del País Vasco, España. (2015). *Guía para evaluar la práctica docente*,  
[https://www.berrigasteiz.com/site\\_argitalpenak/docs/200\\_liderazgo/2002017002c\\_Pub\\_EOS\\_LATP\\_irakasleria\\_evaluazioa\\_gida\\_c.pdf](https://www.berrigasteiz.com/site_argitalpenak/docs/200_liderazgo/2002017002c_Pub_EOS_LATP_irakasleria_evaluazioa_gida_c.pdf)

### RECURSOS DIGITALES:

- Educaweb (Junio, 2021). *Orientación académica Educación Secundaria Obligatoria*,  
<https://www.educaweb.com/contenidos/educativos/sistema-educativo/educacion-secundaria-obligatoria-eso/>
- GeoGebra (Junio, 2021). *Aplicación matemática*,  
<https://www.geogebra.org/>
- Hopscotch Model (Junio, 2021).  
<https://hopscotchmodel.com/bienvenidos/>
- IES Pinar de la Rubia (Junio, 2021).  
<http://iespinardelarubia.centros.educa.jcyl.es/sitio/>
- Matemáticas Online (Junio, 2021).  
<https://www.matematicasonline.es/>
- Recursos TIC (Junio, 2021).  
[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/)
- YouTube (Junio, 2021).  
<https://www.youtube.com/>

### **TESIS DOCTORAL:**

- Fernández Barcenilla R.M. (2019). *Análisis del proceso de enseñanza y aprendizaje de las asíntotas a través de sus gráficas en bachillerato mediante Flipped Classroom.*

### **APUNTES ACADÉMICOS UNIVERSITARIOS:**

- Marbán J.M. y Arce Sánchez P.M. (2021). Apuntes Iniciación a la Investigación Educativa en Matemáticas. Máster de Profesor en Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Universidad de Valladolid.
- González Fernández C.J. (2020). Apuntes Diseño Curricular en Matemáticas. Máster de Profesor en Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Universidad de Valladolid.

### **LIBROS:**

- Colera Jiménez, J. (2015). *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 3ºESO.* ANAYA EDUCACIÓN.
- Santiago R., Díez A. Y Andía L.A. (2017). *Flipped Classroom, 33 experiencias que ponen patas arriba el aprendizaje.*

## 8. ANEXOS

### 8.1. MATERIAL DE APOYO: PRESENTACIÓN POWERPOINT

# SISTEMAS DE ECUACIONES MATEMÁTICAS ACADÉMICAS 3º ESO

*Miriam Rodríguez Luengo*

## METODOLOGÍA: AULA INVERTIDA

- Definición: *«Modelo pedagógico que transfiere determinados procesos fuera del aula y utiliza el tiempo de clase, juntamente con la experiencia docente, para facilitar y potenciar procesos de adquisición y práctica de conocimientos dentro del aula.»*
- Idea principal:
  - El estudio y la preparación de los contenidos teóricos se realizará fuera del aula mediante el material de apoyo que se facilitará al final de esta presentación.
  - El aula será el lugar donde se realicen los deberes y las actividades propuestas de carácter práctico y participativo.
- Los alumnos serán los protagonistas de las clases. En cada clase deberán realizar la actividad práctica propuesta, generalmente en parejas o en grupos.
- El profesor actuará como una figura de apoyo resolviendo las dudas que surjan a los alumnos mientras desarrollan la actividad.
- Al final de cada clase el profesor recogerá la actividad realizada con la finalidad de evaluar y realizar un seguimiento exhaustivo del proceso de aprendizaje del alumno.

## TEMPORALIZACIÓN

---

Clase 1: Exposición de la metodología y forma de evaluación utilizada. Resumen de los contenidos del tema.

---

Clase 2 - Clase 7: Trabajo por grupos de las actividades planteadas.

---

Clase 8: Autoevaluación personal.

---

Clase 9: Repaso de los contenidos del tema.

---

Clase 10: Examen de evaluación del tema.

---

## CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

**60% Actividades  
realizadas por  
grupos durante las  
clases**

**40% Examen del  
tema**

# SISTEMAS DE ECUACIONES

## ÍNDICE

Definición

Representación gráfica de sistemas de ecuaciones lineales

Métodos de resolución de sistemas: sustitución, igualación y reducción

Clasificación de sistemas de ecuaciones lineales

Resolución de problemas

## DEFINICIÓN: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

- Un **sistema de dos ecuaciones lineales de dos incógnitas** es un conjunto de dos ecuaciones lineales de modo que las incógnitas iguales en las dos ecuaciones deben tener el mismo valor.
- Más concretamente, si tenemos el sistema

$$3x + y = 4$$

$$x - 2y = 4$$

- La incógnita  $x$  tiene el mismo valor en las dos ecuaciones y la incógnita  $y$  tiene el mismo valor en las dos ecuaciones.
- Se llama **solución** de un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas a un par de números  $x, y$  que satisfacen las dos ecuaciones

## DEFINICIÓN: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

- Para representar gráficamente un sistema de ecuaciones lineales, representaremos cada una de las dos ecuaciones.
- Ejemplo:

- Para la ecuación  $3x + y = 4$ , calculamos:

$$3 \cdot 0 + y = 4 \Leftrightarrow y = 4$$

$$3 \cdot 1 + y = 4 \Leftrightarrow y = 4 - 3 = 1$$

- Para la ecuación  $x - 2y = -4$ , calculamos:

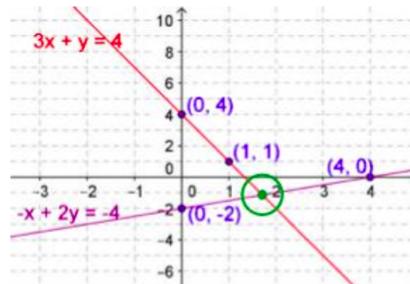
$$0 - 2y = -4 \Leftrightarrow y = -2$$

$$x - 2 \cdot 0 = -4 \Leftrightarrow x = -4$$

$$\begin{aligned} 3x + y &= 4 \\ x - 2y &= -4 \end{aligned}$$

x	y
0	4
1	1

x	y
0	-2
4	0



## MÉTODO 1: SUSTITUCIÓN

- En el sistema

$$x - 2y = 8$$

$$5x + 3y = 1$$

- Paso 1: Despejamos una incógnita de una de las dos ecuaciones, en este caso la  $x$  en la primera ecuación

$$x - 2y = 8 \Rightarrow x = 8 + 2y$$

- Paso 2: Sustituimos en la segunda ecuación por la expresión obtenida en el paso anterior

$$5 \cdot (8 + 2y) + 3y = 1$$

- Paso 3: Resolvemos la ecuación de una incógnita que hemos obtenido

$$40 + 10y + 3y = 1 \Rightarrow 10y + 3y = 1 - 40 \Rightarrow 13y = -39 \Rightarrow y = -3$$

- Paso 4: Una vez hallada la incógnita  $y$ , sustituimos el valor obtenido en la expresión despejada del paso 1

$$x = 8 + 2 \cdot (-3) \Rightarrow x = 8 - 6 \Rightarrow x = 2$$

## MÉTODO 2: IGUALACIÓN

- En el sistema

$$x - 2y = 8$$

$$5x + 3y = 1$$

- Paso 1: Despejamos una misma incógnita de ambas ecuaciones. Lo más simple en este caso es despejar  $x$

$$x - 2y = 8 \Rightarrow x = 8 + 2y$$

$$5x + 3y = 1 \Rightarrow 5x = 1 - 3y \Rightarrow x = (1 - 3y) / 5$$

- Paso 2: Igualamos los resultados anteriores puesto que el valor de  $x$  debe ser el mismo en las dos ecuaciones

$$8 + 2y = (1 - 3y) / 5 \Rightarrow 5 \cdot (8 + 2y) = 1 - 3y \Rightarrow 40 + 10y = 1 - 3y$$

$$\Rightarrow 10y + 3y = 1 - 40 \Rightarrow 13y = -39 \Rightarrow y = -3$$

- Paso 3: Resolvemos la ecuación de una incógnita que hemos obtenido

$$40 + 10y + 3y = 1 \Rightarrow 10y + 3y = 1 - 40 \Rightarrow 13y = -39 \Rightarrow y = -3$$

- Paso 4: Una vez hallada la incógnita  $y$ , sustituimos el valor obtenido en una de las expresiones del paso 1

$$x = 8 + 2 \cdot (-3) \Rightarrow x = 8 - 6 \Rightarrow x = 2$$

## MÉTODO 3: REDUCCIÓN

- En el sistema

$$x - 2y = 8$$

$$5x + 3y = 1$$

- Paso 1: Se multiplicará una ecuación (o las dos) por un número. Buscamos que una incógnita tenga, en las dos ecuaciones, el mismo coeficiente, pero de signos contrarios. En este caso, vamos a eliminar la incógnita  $x$ , para lo que multiplicamos la primera ecuación por  $(-5)$ :

$$-5x + 10y = -40$$

$$5x + 3y = 1$$

- Paso 2: Sumamos las ecuaciones miembro a miembro y resolvemos la ecuación:

$$13y = -39 \Rightarrow y = -3$$

- Paso 3: Una vez hallada la incógnita  $y$ , sustituimos el valor obtenido en una de las ecuaciones iniciales del sistema para obtener el valor de  $x$ :

$$x - 2 \cdot (-3) = 8$$

$$x = 8 - 6 \Rightarrow x = 2$$

## CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS

Si al resolver un sistema, por cualquiera de los tres métodos, obtenemos:

- **Una ecuación del tipo  $ax = b$  siendo  $a$  un número distinto de cero:**

Deducimos que puedo obtener una única solución para  $x$ , lo que me lleva a una única solución para  $y$ , y por tanto a una única solución del sistema. Entonces el sistema es **compatible determinado**.

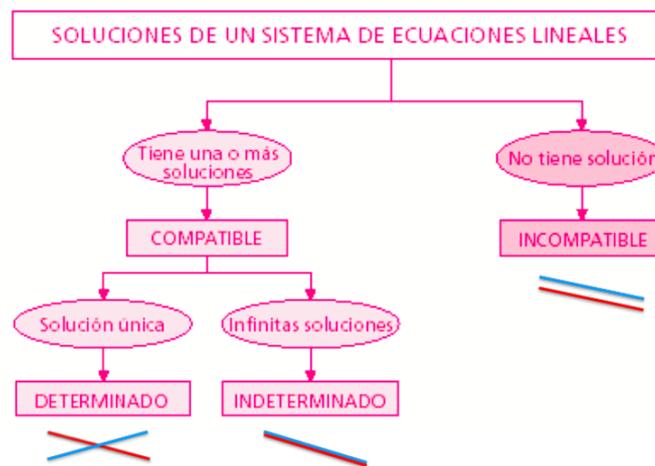
- **Una ecuación del tipo  $0x = 0$ :**

Deducimos que  $x$  puede tomar cualquier valor. Hay infinitas posibilidades para la incógnita  $x$  que me llevan a infinitas posibilidades para la incógnita  $y$ , y por tanto el sistema tendrá infinitas soluciones. El sistema es **compatible indeterminado**.

- **Una ecuación del tipo  $0x = b$ , siendo  $b$  un número distinto de cero:**

Deducimos que no existe ningún valor de  $x$  que verifique la ecuación. Al no haber valores posibles para  $x$ , tampoco habrá valores posibles para  $y$ , y por tanto el sistema no tendrá solución. El sistema es **incompatible**.

## CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS



## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- PASO 1: Leer atentamente el problema y fijarnos en qué datos nos da el problema y qué datos nos pide.
- PASO 2: Fijar qué es lo que van a significar las incógnitas del problema. Si es posible, esto último lo escribiremos con una frase completa para cada incógnita.
- PASO 3: A continuación leeremos de nuevo el problema fijándonos en las relaciones de lo que son nuestras incógnitas con el resto de los datos del problema. A partir de esta nueva lectura intentaremos plantear las ecuaciones del sistema.
- PASO 4: Resolveremos el sistema de ecuaciones.
- PASO 5: El último paso será interpretar la solución, intentando responder a la pregunta que nos hace el problema. Puesto que la pregunta está redactada en lenguaje ordinario, la respuesta la daremos también en lenguaje ordinario, no en lenguaje matemático.

## APLICACIONES PRÁCTICAS

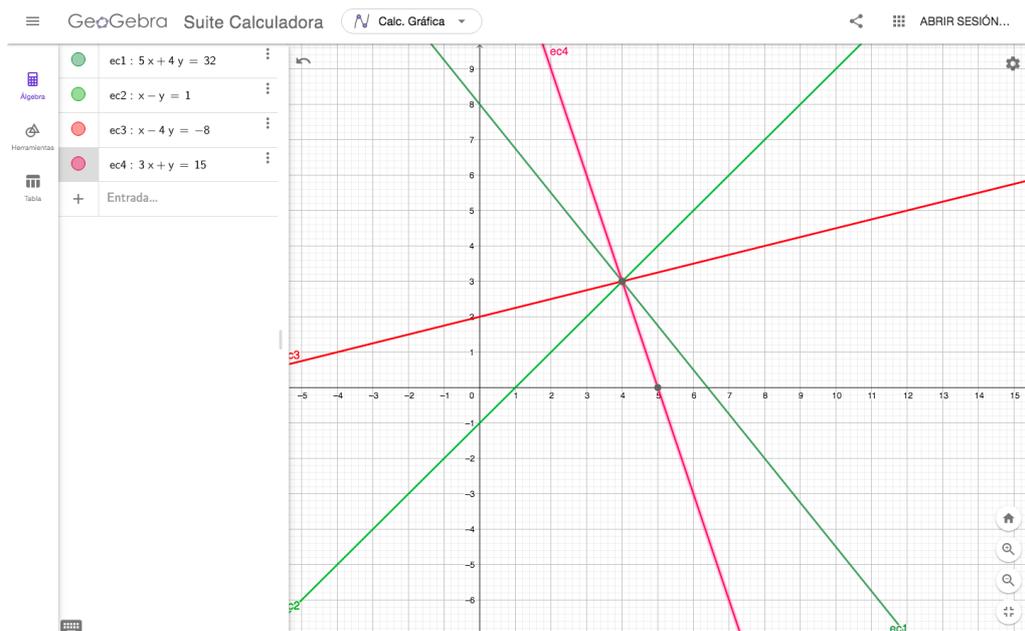
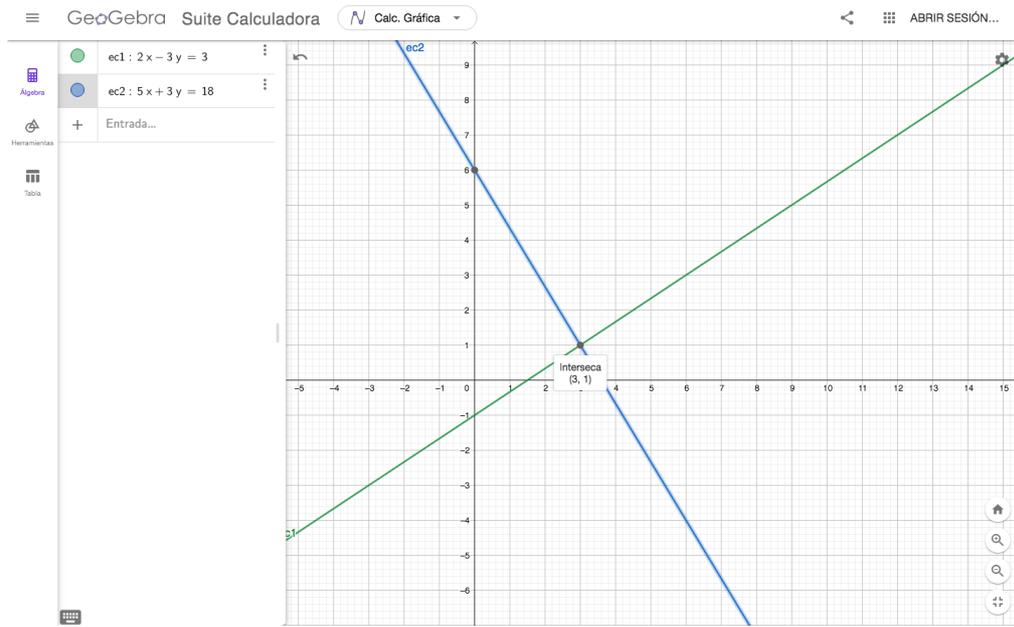
- Ana tiene en su cartera billetes de 10€ y 20€, en total tiene 20 billetes y 440€ ¿Cuántos billetes tiene de cada tipo?
- La suma de las edades de Miguel y Pedro es 97. Dentro de 4 años la edad de Pedro será cuatro veces la edad de Miguel. ¿Qué edades tienen ambos?
- Se quiere obtener 90 kg de café a 8'5 €/kg mezclando café de 15 €/kg con café de 6 €/kg, ¿cuántos kg de cada clase hay que mezclar?
- En un taller hay 154 vehículos entre coches y motocicletas, si el número de ruedas es de 458, ¿cuántas motocicletas y coches hay?

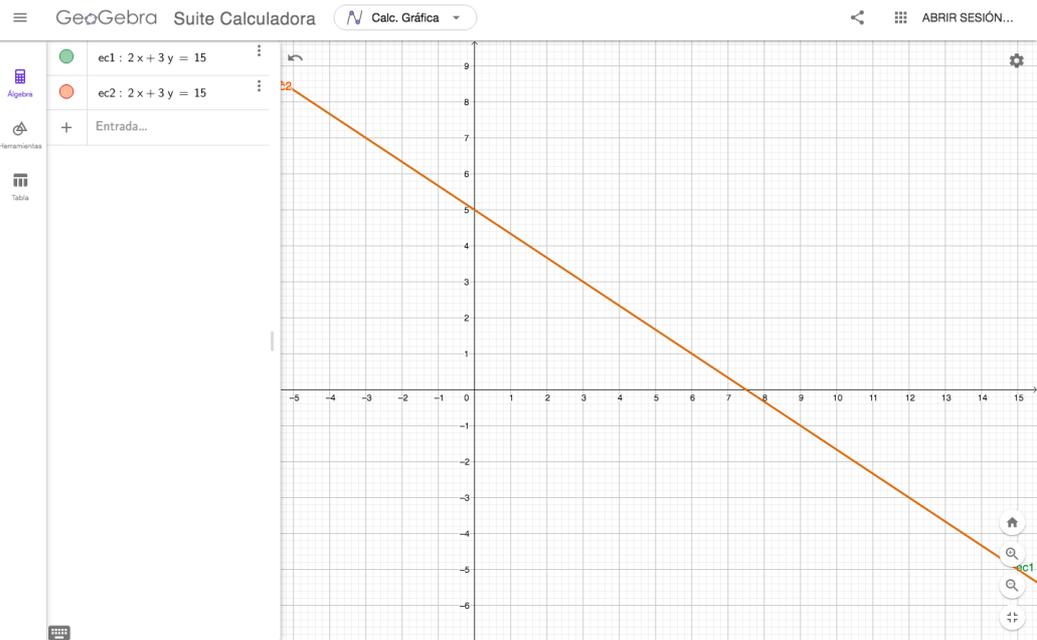
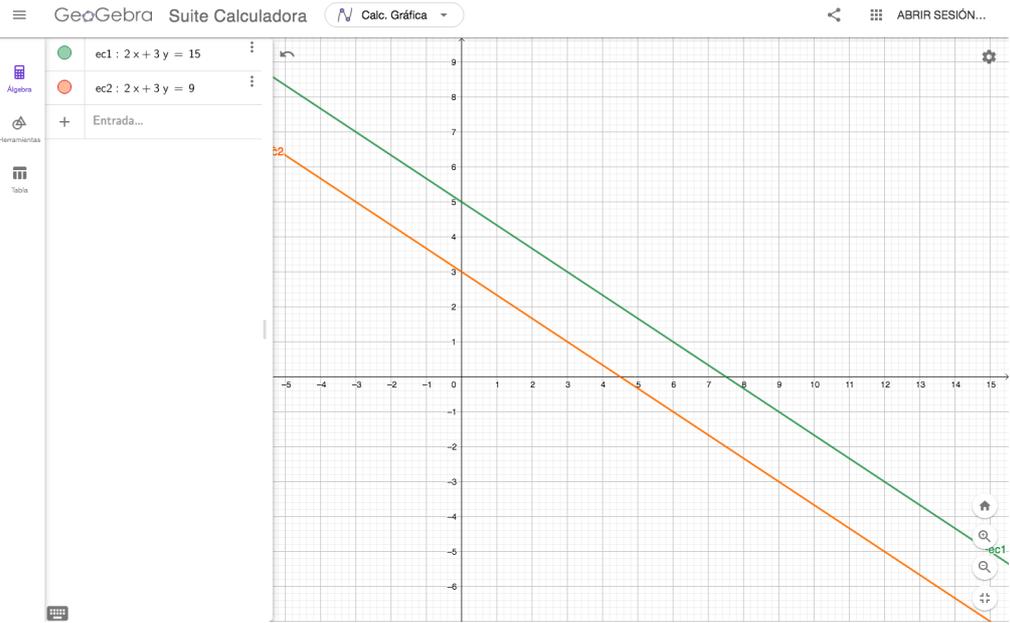
## MATERIAL DE APOYO

A continuación encontraréis los enlaces a vídeos explicativos de los distintos contenidos del tema.

- [Introducción al concepto de sistemas de ecuaciones.](#)
- [Resolución de sistemas de ecuaciones por el método gráfico.](#)
- [Método de sustitución.](#)
- [Método de igualación.](#)
- [Método de reducción.](#)
- [Sistemas de ecuaciones con fracciones.](#)
- [Sistemas de ecuaciones con paréntesis y fracciones.](#)
- [Ejercicios de sistemas de ecuaciones resueltos 1.](#)
- [Ejercicios de sistemas de ecuaciones resueltos 2.](#)
- [Geogebra](#)

## 8.2. MATERIAL DE APOYO: GEOGEBRA





### 8.3. DOCUMENTACIÓN DE ACTIVIDADES PRÁCTICAS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

#### ACTIVIDAD 1: SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de **sustitución**:

a) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 2x - 4y = -9 \end{cases}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de **igualación**:

a) 
$$\begin{cases} 4x + y = -3 \\ -3x + y = 11 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 6x + 5y = 12 \end{cases}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de **reducción**:

a) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x - 4y = -5 \\ 3x - 8y = 1 \end{cases}$$

4. La otra tarde vi en un parking 39 vehículos, entre coches y motos, a los que les conté un total de 126 ruedas. ¿Cuántos vehículos de cada clase había en el parking?
5. Un fabricante de bombillas gana 0,60 € por cada bombilla que sale de fábrica, pero pierde 0,80 € por cada una que sale defectuosa. Un determinado día en el que fabricó 2.100 bombillas y obtuvo un beneficio de 966 €. ¿Cuántas bombillas buenas fabricó ese día?
-

## ACTIVIDAD 2: SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método que consideres más conveniente:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 6 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 1 \\ 7x - 4(x+y) = 4 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 5(x-y) - 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 3 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{x-2y}{4} = 3 \end{cases}$$

2. En el aula de 3º A hay doble número de alumnos que en el aula de 3º C. Además se sabe que, si pasan 8 alumnos de 3º A a 3º C, ambas aulas tendrán el mismo número de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada una de estas aulas?
3. Una tienda de discos vende 84 discos a dos precios distintos: unos 18 € y otros a 14,4 €, obteniendo de la venta 1.242 €, ¿Cuántos discos vendió de cada clase?
-

### ACTIVIDAD 3: SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ y + 3 = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 - xy = 2(x + y) \\ y - x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x + 2y)^2 - (2x + y)^2 = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} \sqrt{x + 12} = y + 5 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{3x + 24 + y} - x = 9 \\ 3x + 9 = -3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 7 = -3y \\ y = \sqrt{x + 14} - 2 \end{cases}$$

3. Un orfebre recibe el encargo de confeccionar un trofeo, en oro y en plata, para un campeonato deportivo. Una vez realizado, resulta de un peso de 1.300 gramos, habiendo costado 2,840 €. ¿Qué cantidad ha utilizado de cada metal precioso, si el oro sale 8 €/gramo y la plata por 1,7 €/gramo?
4. La edad de un padre es el triple de la de su hija más 2 años y hace 5 años la cuadruplicaba. ¿Qué edades tienen padre e hija?
-

### PROBLEMAS SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Por dos refrescos y tres cafés se pagaron 5,90 €; por cuatro refresco y un café se pagaron 6,30 €. ¿Cuánto vale cada bebida?
2. Por la compra de 3 refrescos y 5 botellas de agua, se han pagado 3,5 €; y por la compra de 4 refrescos y 4 botellas de agua, 3,92 €. ¿Cuánto vale cada bebida?
3. Juan tiene 3 años más que su hermana Luisa. Si dentro de 6 años la suma de sus edades dará 43, ¿cuántos años tiene cada uno?
4. La suma de las edades de dos hermanos es 38 y sus diferencia 4, halla las edades de cada uno de ellos planteando y resolviendo un sistema de ecuaciones
5. En un examen de tipo test se suman 5 puntos por cada respuesta correcta, y se restan 2 puntos por cada fallo. Si el examen consta de 20 preguntas y Felipe obtuvo 58 puntos, ¿cuántas de sus respuestas fueron correctas?
6. Entre Marta y Pablo tienen 204 euros. Si Marta tiene 18 € más que Pablo, ¿cuántos euros tiene cada uno?
7. La razón de dos números es  $\frac{5}{3}$ . Si al primero se le resta 2 y al segundo se le suma 3, la razón de los números es  $\frac{1}{2}$ . ¿Cuáles son los números iniciales?
8. Se mezclan 50 litros de aceite de girasol de 0,99 € el litro con aceite de 0,78 € el litro, obteniéndose una mezcla de 0,9 € el litro. ¿Cuántos litros se han empleado del aceite más barato?
9. La suma de las dos cifras de un número es 11. Si se cambian de orden esas cifras el número resultante es 27 unidades menor. ¿De qué número se trata?
10. Calcúlese a de forma que el sistema tenga la solución  $y = 1$ .

$$\left. \begin{array}{l} 2x + ay = 6 \\ 9x - 5y = 13 \end{array} \right\}$$

11. Determínese una fracción sabiendo que el numerador es 68 unidades mayor que el denominador y que si se añaden 11 unidades a ambos términos, la fracción vale 5 unidades.
  12. En un corral hay conejos y gallinas. En total: 32 cabezas y 88 patas. ¿Cuántos conejos y gallinas hay?
-

## Autoevaluación



1. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya única solución sea:  $x=5$  ,  $y=-9$
2. Halla el valor de  $c$  para qué el sistema tenga infinitas soluciones.  
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = c \end{cases}$$
3. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que no tenga solución.
4. Escribe una solución de la ecuación:  $-x + y = -5$
5. Resuelve por reducción: 
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$
6. Resuelve por sustitución: 
$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$
7. Resuelve por igualación: 
$$\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$$
8. Encuentra dos números cuya diferencia sea 53 y su suma sea 319
9. El cuadrado de un número positivo más el doble de su opuesto es 960. ¿Cuál es el número?
10. Halla las dimensiones de un rectángulo de perímetro 140 cm si la base es 10 cm mayor que la altura.

#### **8.4. RESPUESTAS PREGUNTA LIBRE DEL CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN**

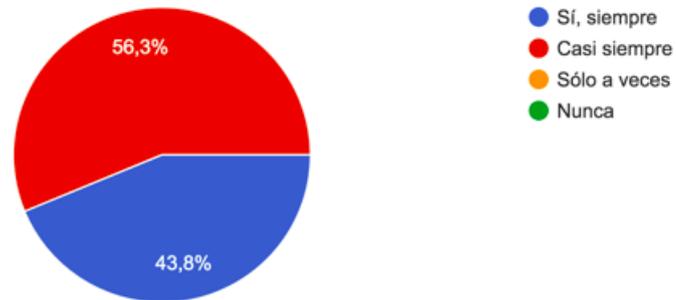
**¿Algún comentario o sugerencia respecto a la forma de las clases del tema de Sistemas de Ecuaciones?**

- Ninguno
- Miriam, te vamos a echar de menos
- Espero que te vaya muy bien, la verdad es que seguro que sí, eres muy buena profesora
- Te echaremos de menos
- Me han parecido muy amenas, y espero que todas las clases fueran así, espero que encuentres un instituto que te quieran como nosotros
- Me ha gustado mucho tenerte de profesora, espero que te vaya bien :) :) :)
- ninguno
- Me ha parecido bastante divertido, la forma de enseñar el tema y además bastante productiva
- Que le pidas a Jorge hacer el examen de este tema tú
- He estado bastante agusto, ya que las clases eran más amenas que las normales, y además la profesora era bastante cercana con los alumnos y te explicas bien.
- Muchas gracias por enseñar tan bien.
- Te echaré de menos.
- Las clases con este sistema han sido más entretenidas
- Sí que me ha gustado bastante esta forma de impartir las clases porque se hace más amena que el método tradicional.
- Eres muy buena profesora.

## 8.5. RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DEL PRÁCTICUM

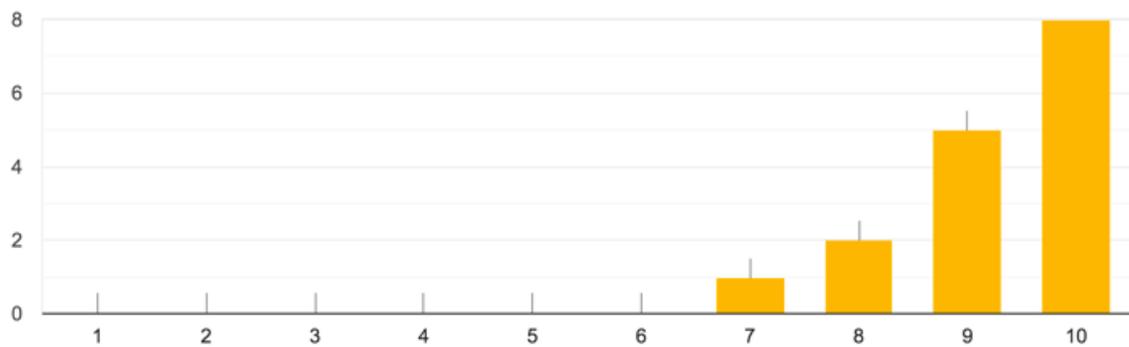
¿Has sido capaz de seguir y entender las explicaciones que he desarrollado en las clases?

16 respuestas



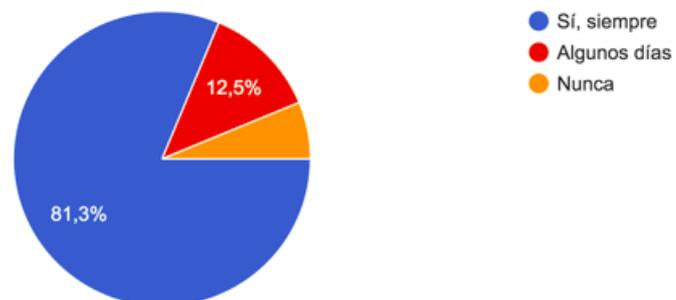
Del 1 al 10, ¿cómo valorarías el orden y la claridad de mis explicaciones?

16 respuestas

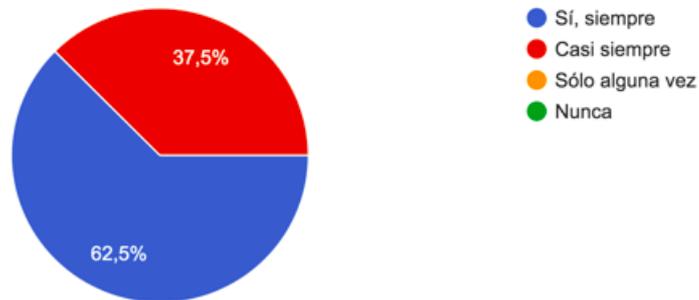


En general, ¿consideras que las clases han sido amenas?

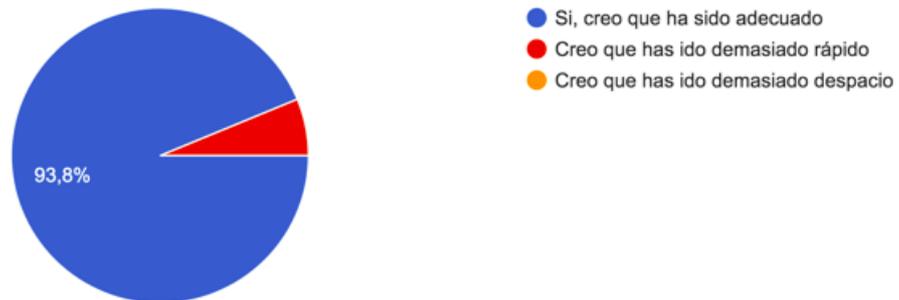
16 respuestas



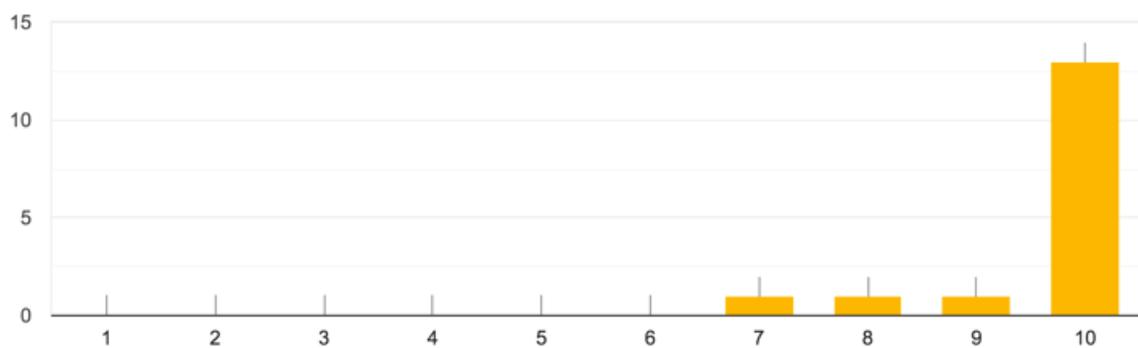
¿Crees que he fomentado tu participación y la del resto de tus compañeros durante las clases?  
16 respuestas



¿Crees que el ritmo de las clases ha sido adecuado?  
16 respuestas

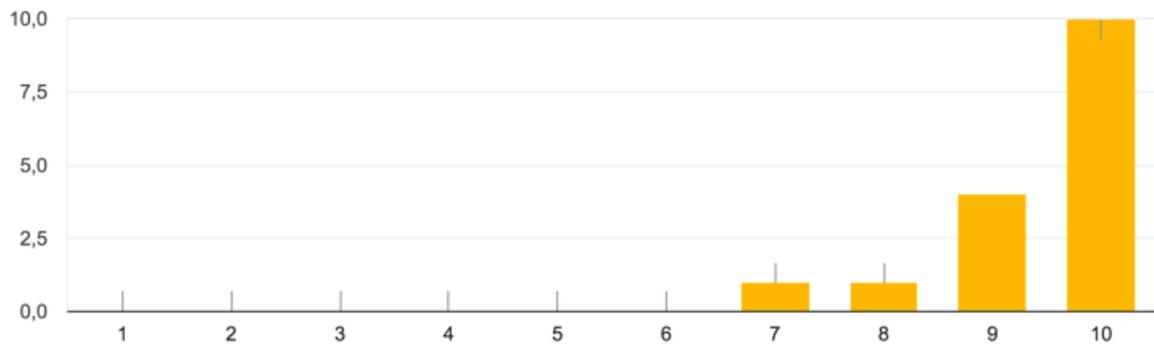


Del 1 al 10, ¿cómo valorarías mi trato y actitud al relacionarme contigo y el resto de tus compañeros?  
16 respuestas



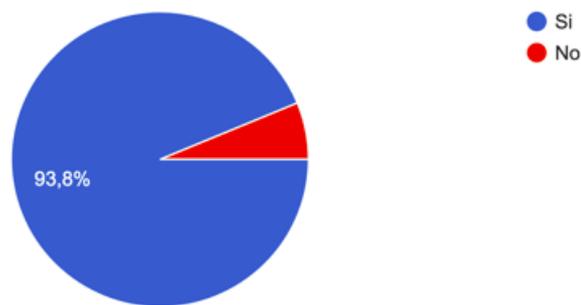
Del 1 al 10, ¿cómo valorarías mi grado de interés por que consigáis poseer los conocimientos necesarios?

16 respuestas



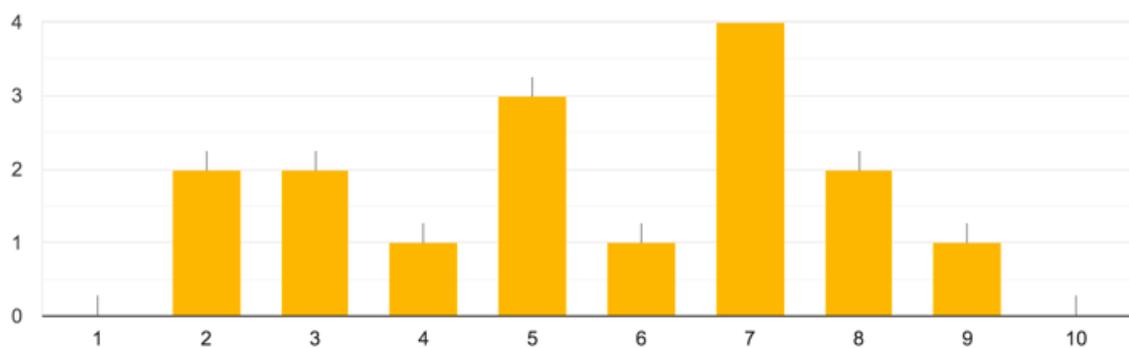
El examen de ecuaciones, ¿crees que estaba adaptado a lo que habíamos trabajado en las clases?

16 respuestas



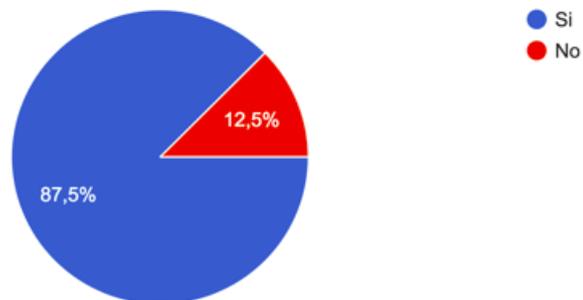
Del 1 al 10, ¿cómo valorarías el nivel de dificultad del examen?

16 respuestas



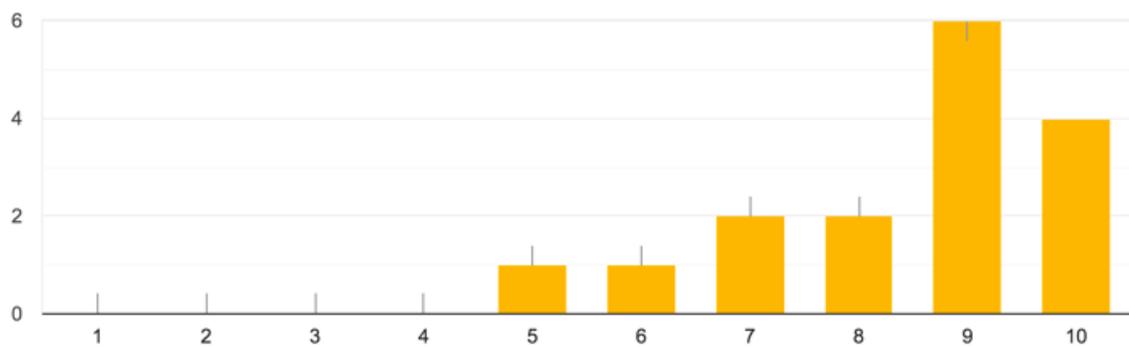
¿Consideras que he tratado de motivarte para que consigas aprender los contenidos y obtener una calificación con la que te sientas satisfech@?

16 respuestas



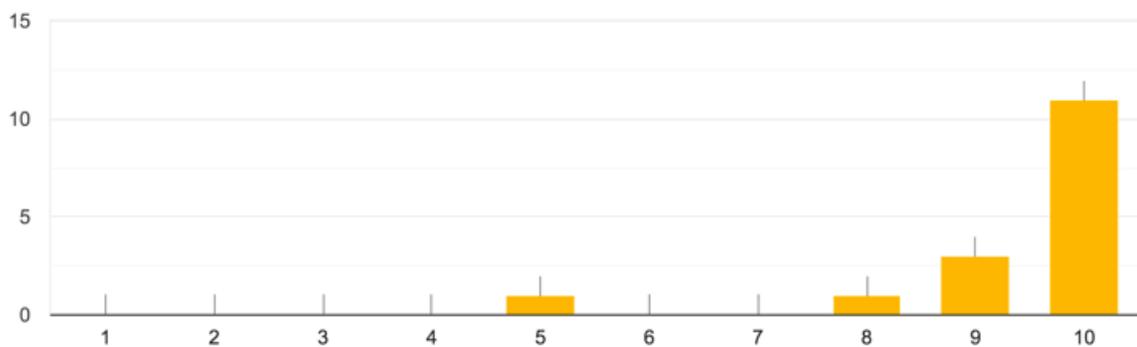
Del 1 al 10, ¿cómo valorarías tu grado de aprendizaje en la asignatura durante el periodo que yo he impartido las clases?

16 respuestas



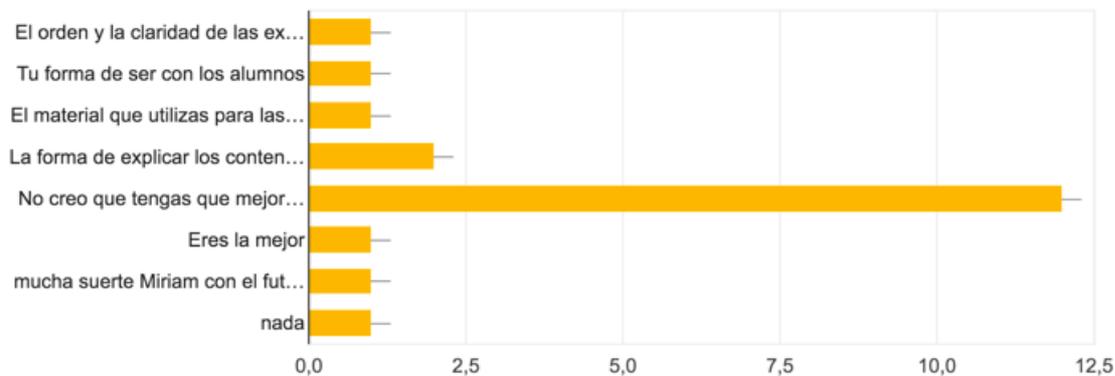
Del 1 al 10, ¿cómo valorarías tu grado de satisfacción con mi labor como profesora?

16 respuestas



¿Cuáles crees que son los aspectos que podría mejorar dentro del aula para mi futuro como profesora de matemáticas?

16 respuestas



**¡Es tu turno! ¿Tienes algún comentario, sugerencia o algo que me quieras decir como despedida? ¡Me hará mucha ilusión leerte!**

- Eres una profesora estupenda, muchas gracias, la verdad es que he aprendido mucho contigo. Las clases han sido muy divertidas y participativas, cosa que hace mucha falta en otras clases. Te deseo mucha suerte. Un día quedamos con Mario y con Abel. :)
- Que me a gustado mucho conocerte y que me dieras clase
- Vas a ser una gran profesora, gracias por hacerme entender el contenido y motivarme a ello
- me ha encantado como has explicado, te echaremos de menos
- mucho mucho de menos
- me han parecido muy buenas tus clases además de divertidas, ya que gracias a tus clases hemos perdido la monotonía; posdata; cuando quieras podemos quedar toda la clase como el reencuentro ;). ¡MUCHA SUERTE MIRIAM!
- Que te vaya muy bien, me has caído súper bien
- Me ha gustado bastante la forma de dar clase porque he podido resolver mis dudas al momento para saber como actuar cuando me encuentre en una situación similar.
- Te deseo mucha suerte como profesora, y que tus nuevos alumnos sean la mitad de guapos y majos que nosotros.
- Nada que muchas gracias por aguantarnos y por hacer que este trimestre tenga ya una buena nota
- Nada eres la mejor
- Que te vamos a echar de menos y, que te vaya muy bien en tu futuro como profesora :)
- Mucha suerte con tu vocación y mucha suerte en el mundo laboral que está muy difícil hoy en día. Suerte y gracias x todo.

- Ha sido una buena experiencia y me ha gustado mucho tenerte como profesora. En las preguntas del 1 al 10, el 10 es el mejor o más fácil y el 1 el peor o más difícil.
- Me alegro mucho haberte conocido y que espero que nos veamos. Un saludo
- eres una buena profesora y explicas muy bien