



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Dpto. de Estadística e Investigación Operativa

**Estadística Aplicada. Diseño,
manejo y explotación de bases de
datos**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanza de Idiomas. Especialidad de
Matemáticas.**

Alumno: *Raúl González Barragán*

Tutor: *Ana Dorado Díaz*

Valladolid, Julio de 2021

Contenido

Motivación	3
Introducción.....	4
1 Metodologías	5
1.1 <i>Aprendizaje Basado en Proyectos</i>	6
1.1.1 ¿Qué es?	6
1.1.2 Orígenes del <i>ABP</i>	7
1.1.3 Características de esta metodología	8
1.1.4 Fases del <i>ABP</i>	9
1.1.5 Beneficios del <i>ABP</i>	13
1.1.6 <i>ABP</i> y las competencias clave.	14
1.1.7 Evaluación.....	15
1.2 <i>Aprendizaje cooperativo</i>	16
1.2.1 Introducción al concepto	16
1.2.2 Historia del <i>Aprendizaje Cooperativo</i>	17
1.2.3 Definición de <i>Aprendizaje Cooperativo</i>	18
1.2.4 Principios del <i>Aprendizaje Cooperativo</i>	19
1.2.5 Diferencia con el trabajo en grupo clásico	20
1.2.6 Características del <i>Aprendizaje Cooperativo</i>	21
1.2.7 Técnicas seleccionadas para la clase de Matemáticas.....	22
1.2.8 El <i>Aprendizaje Cooperativo</i> y las competencias clave	28
2 Ejemplo práctico: propuesta didáctica.....	31
2.1 Unidad didáctica utilizando <i>Aprendizaje Basado en Proyectos</i>	31
2.1.1 Objetivos didácticos	31
2.1.2 Metodología.....	34
2.1.3 Contribución a las competencias clave	37
2.1.4 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	45
2.1.5 División en tiempos y espacios.....	55
2.1.6 Recursos	60
2.1.1 Actividades de aprendizaje y enseñanza	61
2.1.2 Evaluación.....	64
2.2 Unidad didáctica utilizando <i>Aprendizaje Cooperativo</i>	71
2.2.1 Objetivos didácticos	71
2.2.2 Metodología.....	71
2.2.3 Contribución a las competencias	80
2.2.4 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	82
2.2.5 División en tiempos y espacios.....	83

2.2.6	Recursos	86
2.2.7	Actividades de aprendizaje y enseñanza	87
2.2.8	Evaluación	95
3	Conclusiones	96
4	Bibliografía	99

Motivación

Las asignaturas de Matemáticas de los diferentes cursos de ESO y Bachillerato presentan conceptos abstractos que en ocasiones son de difícil comprensión para los alumnos y que además perciben alejados de la realidad cotidiana, ambos factores conducen en algunos casos a la desmotivación. En particular, en la etapa de Bachillerato el nivel de abstracción aumenta como consecuencia de trabajar los contenidos recogidos en el currículo de la Ley Educativa vigente, la LOMCE, de carácter más teórico. Algunos alumnos pueden acusar este salto de ESO a Bachillerato y el consecuente incremento en el nivel de abstracción de las Matemáticas.

Por otra parte, la presencia de las TIC está penetrando cada vez más en nuestras vidas y cada vez son mayores las posibilidades que nos ofrecen. En consecuencia, los jóvenes que hoy en día se encuentran cursando la Educación Secundaria Obligatoria van a crecer y desarrollarse como personas en un mundo en el que el manejo de estas herramientas va a ser esencial y por ello deben adquirir cuanto antes una competencia básica en ellas. La Estadística es una parte de las Matemáticas, en la que por sus características propias la utilización de herramientas tecnológicas resulta idónea: por el uso frecuente de gráficos, cálculos muchas veces repetitivos (como la media, la desviación típica, rectas de regresión, etc.). En concreto, en este trabajo se han elegido las hojas de cálculo, en concreto el Excel, por ser un software de uso habitual para el alumnado y con sobrada capacidad para realizar cálculos estadísticos de esta etapa educativa.

Al comprender que muchos son los factores que influyen en el proceso de aprendizaje y enseñanza gracias a las asignaturas cursadas durante el Máster, y como futuro docente de Educación Secundaria y Bachillerato, la motivación de este Trabajo de Fin de Máster surge en la búsqueda de unas metodologías y un enfoque didáctico innovadores que faciliten la comprensión de conceptos matemáticos abstractos, a la vez que despierten la motivación del alumnado, que trabajen con casos eminentemente prácticos basados en la realidad cotidiana y permitan la introducción de herramientas TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En este contexto, surgen las metodologías activas como forma de impartir las Matemáticas de modo que el alumno ejerza un papel de mayor protagonismo en su propio aprendizaje, acercándolas a su vida y despertando así su motivación. En concreto, en este trabajo se presenta el *Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)*, ya que se adapta a la perfección a los intereses e inquietudes de los alumnos y el *Aprendizaje Cooperativo*, que implica trabajar de

forma constante con otros compañeros, lo que suele resultar estimulante para los adolescentes. Además, ambas nos facilitan la introducción de las TIC. El *ABP* permite descubrir todas sus posibilidades y combinar el uso de varias de estas herramientas gracias a la elaboración del proyecto. Por otro lado, como algunas de ellas pueden suponer algo novedoso para los alumnos, es necesario ir descubriendo su funcionamiento y eso siempre es más fácil si se comparte la información entre compañeros y se trabaja de forma conjunta, por ello el *Aprendizaje Cooperativo* puede resultar una buena combinación.

Introducción

Este Trabajo de Fin de Máster trata de mostrar a través de dos propuestas didácticas un enfoque del aprendizaje de la Estadística de la asignatura de Matemáticas I de 1º de Bachillerato, desde un punto de vista eminentemente práctico, centrado en ejemplos de la realidad cotidiana y en el que, como parte del fomento de las TIC, se enseña a los alumnos a diseñar, validar y depurar bases de datos mediante la utilización de hojas de cálculo. Para transmitir los contenidos y abordar las dificultades de aprendizaje se emplearán dos metodologías innovadoras: el *Aprendizaje Basado en Proyectos* y el *Aprendizaje Cooperativo*. Tanto los conocimientos de Estadística como el manejo de bases de datos se trabajarán de forma integrada en un proyecto de investigación, especialmente en la propuesta del *Aprendizaje Basado en Proyectos*.

La estructura que seguirá este Trabajo de Fin de Máster será la siguiente: en el primer capítulo, titulado *Metodologías*, se introducen las metodologías activas seleccionadas desde un punto de vista teórico. Posteriormente se presentan dos apartados independientes: *Aprendizaje Basado en Proyectos* y *Aprendizaje Cooperativo*. En el primero, se explica en qué consiste esta metodología, sus orígenes, sus características más representativas, las fases en que se lleva a cabo, sus beneficios frente a métodos de aprendizaje más tradicionales, cómo permite fomentar las competencias clave y cómo debe evaluarse una experiencia educativa de este tipo. En el segundo apartado se explica en qué consiste el *Aprendizaje Cooperativo*, sus orígenes, los principios sobre los que se sustenta, sus diferencias respecto al trabajo en grupo clásico, sus características fundamentales, se muestran un conjunto de técnicas seleccionadas para la clase de Matemáticas (algunas de ellas se pondrán en práctica en la propuesta didáctica) y por último, las competencias que mejor permite potenciar.

El segundo capítulo se divide en dos propuestas didácticas. En ellas se muestra cómo aplicar ambas metodologías activas en el aula, orientándolas a la enseñanza de la Estadística desde un punto de vista práctico, introduciendo al alumnado en el manejo de bases de datos a

través de hojas de cálculo. Para estructurar estas propuestas e ilustrar su aplicación en el aula se han utilizado algunos apartados característicos de una unidad didáctica.

En el tercer y último capítulo se presentan, en forma de conclusiones, una serie de reflexiones sobre la aplicación de estas metodologías, haciendo hincapié en las fortalezas y debilidades que se han observado al analizar cada una de ellas.

Para la elaboración de este trabajo ha sido imprescindible integrar los distintos conocimientos y competencias adquiridos al cursar las diferentes asignaturas del Máster, destacando especialmente aquellas propias de la especialidad de Matemáticas. Entre ellas *Complementos de las Matemáticas*, *Diseño Curricular en Matemáticas y Metodologías* y *Evaluación en Matemáticas*, ya que han sido fundamentales para el diseño de las propuestas didácticas del capítulo 2.

1 Metodologías

En el ámbito docente se conoce como **metodología** a la forma de transmitir el contenido, de abordar dificultades de aprendizaje conocidas de los conceptos y procedimientos, de tener en cuenta la diversidad general del grupo y de motivar el aprendizaje.

En este trabajo utilizaremos algunas de las conocidas como **metodologías activas**. Este tipo de metodologías se han vuelto muy populares en los últimos años. Se caracterizan por poner al estudiante en el centro del aprendizaje y hacer que éste aprenda de forma más participativa y autónoma.

Se definen como “*un conjunto de métodos, técnicas y estrategias que ponen al alumno de cualquier nivel educativo en el centro del aprendizaje, fomentan el trabajo en equipo e incentivan el espíritu crítico, dejando a un lado, los procesos memorísticos de repetición de los contenidos que se imparten en clase; una forma de trabajar que prepara al alumnado para situaciones de la vida real y para su vida profesional*” (Vergara, s.f.)

Esta forma de aprender implica que es el estudiante el que construye su propio conocimiento. Siempre en forma de problemas a los que se debe encontrar una solución. Con este tipo de métodos el profesor tiene la posibilidad de “*involucrar de forma directa al alumnado*” y de “*personalizar el aprendizaje en el aula*”.

Se diferencia de la enseñanza tradicional en los siguientes aspectos:

- El conocimiento no pertenece al profesorado y debe ser transmitido al alumnado, sino que es el resultado de un proceso de trabajo entre ambos en el cual se hacen preguntas, se busca información y se organiza la información para obtener conclusiones.
- El papel del estudiante no es solo el de escuchar con atención al docente y tomar notas, sino que además debe participar activamente: debe comprender los problemas, saber priorizar, recoger información, interpretar y comprender los datos, establecer relaciones lógicas, sacar conclusiones y hacer crítica de creencias y conocimientos erróneos.
- El papel del docente no se limita a la exposición de los contenidos. El profesor debe crear la situación de aprendizaje que haga que los alumnos puedan llevar a cabo el proyecto. Por ejemplo, sugerir fuentes de información, buscar materiales, valorar el desarrollo del proyecto, gestionar el trabajo de los grupos, controlar el ritmo de trabajo, resolver dificultades, conducir al éxito el proyecto y evaluar el resultado. Es decir, debe ejercer de guía de aprendizaje.

En este trabajo nos centraremos fundamentalmente en dos tipos de metodologías activas: el *Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)* y el *Aprendizaje Cooperativo*.

Cabe mencionar que el *Aprendizaje Basado en Proyectos* y *Aprendizaje Basado en Problemas* son esencialmente lo mismo para muchos autores: proponer al alumnado una situación problemática, cercana a la vida real, como estímulo para propiciar el proceso de aprendizaje. Por ello de ahora en adelante los voy a considerar términos equivalentes.

1.1 *Aprendizaje Basado en Proyectos*

1.1.1 ¿Qué es?

“El Aprendizaje Basado en Proyectos es una metodología que permite a los alumnos adquirir los conocimientos y competencias clave en el siglo XXI mediante la elaboración de proyectos que dan respuesta a problemas de la vida real. El aprendizaje y la enseñanza basados en proyectos forman parte del aprendizaje activo” (Trujillo, 2016).

El rasgo característico de esta metodología activa es la elaboración de un proyecto de cierta relevancia, adaptado a los conocimientos de los alumnos y trabajado de forma grupal. Este proyecto habrá sido considerado, elaborado y analizado previamente por el profesor con la finalidad de asegurarse de que los estudiantes cuentan con todos los elementos necesarios para alcanzar una solución y además su resolución permite a los alumnos desarrollar todas las destrezas que se quieren potenciar. La clave de esta metodología es que la adquisición de habilidades y actitudes es tan importante como el aprendizaje de conocimientos. El docente enseña unos conceptos previos y les propone el proyecto para que pongan en práctica dichos conceptos. Por otra parte, durante su resolución será necesario que aprendan nuevos conceptos para ir resolviendo los problemas que vayan surgiendo. El profesor tendrá como función orientar al alumnado para que encuentren la solución a dichos problemas.

1.1.2 Orígenes del ABP

El método surge de los planteamientos constructivistas de Bruner, Vygotsky, Dewey y Piaget de la primera mitad del siglo XX. Psicólogos y educadores en cuyos estudios se basó Howard Barrows para llevar a cabo las primeras aplicaciones del método (que recibió el nombre “*Problem Based Learning*”) e introducirlo en el currículo de la Escuela de Medicina de la Universidad de McMaster. Al mismo tiempo, en la Escuela de Ingeniería de las Universidad de Roskilde y Aalborg, en Dinamarca, emerge otro enfoque pedagógico, el *Aprendizaje Basado en Proyectos*, ABP (*Project Based Learning*, PBL).

Este nuevo enfoque se centra en un modelo formativo cuyos fundamentos son iguales a los del anteriormente mencionado *Aprendizaje Basado en Problemas* pero que tiene como fin el logro o elaboración de un producto final.

El constructivismo pedagógico se basa en el producto que surge de la construcción conceptual del ser que realiza el acto de conocer y su relación total e interrumpida con su entorno. Esta corriente considera que el conocimiento del estudiante tiene lugar cuando se ve obligado a adaptarse al medio, mediante la reestructuración de los conocimientos previos para obtener un mayor grado de aprendizaje de manera contextualizada.

Según Piaget, 1978, este aprendizaje está condicionado por los niveles que el alumnado posea de un conjunto de factores: la experiencia con su entorno, la maduración biológica, la producción de un aprendizaje con la capacidad de transmisión y el equilibrio intrínseco de la

construcción del conocimiento llevado a cabo.

De esta manera el *ABP* ubica en el centro al alumno, quien realiza el acto de conocer, el que se relaciona con su contexto para lograr el éxito en el reto de aprendizaje que se le plantea.

1.1.3 Características de esta metodología

Esta metodología innovadora pretende acercarse más a los métodos y a las habilidades demandadas en el campo profesional que la metodología convencional. Es decir, pretende que el alumno comience a desarrollar las destrezas que, probablemente, le pedirán en un futuro cuando desarrolle su vida profesional. Por otro lado, existen diversas metodologías que sirven para fomentarlas, pero es esta, el *Aprendizaje Basado en Proyectos*, la que más enfocada está a que los estudiantes las adquieran y pongan en práctica, en un proceso de descubrimiento y de construcción personal.

Otra de sus fortalezas, es que se trata de una metodología que permite potenciar la adquisición y puesta en marcha de los conocimientos específicos de cada área de estudio y a su vez implicar de forma activa al alumnado en todo tipo de problemas que requieren poner en práctica las destrezas mencionadas en el párrafo anterior.

Por supuesto, esta metodología también nos permite trabajar las competencias clave recogidas en el informe DeSeCo (2003), como se detallará más adelante. La competencia clave que más se trabaja con esta metodología es la de *aprender a aprender*, una competencia muy enriquecedora y con un gran potencial, ya que facilita al alumnado seguir aprendiendo de forma eficaz en situaciones futuras y en diversos contextos de aprendizaje.

Esta metodología también difiere de la metodología convencional en su secuenciación didáctica. Mientras que en la convencional primero se enseñan los contenidos para después aplicarlos en alguna actividad, en el *ABP*, se parte de un escenario real, motivador para los alumnos que los lleva a implicarse activamente en el aprendizaje. Es decir, el *ABP* no consiste meramente en aplicar las habilidades y conocimientos adquiridos para resolver un ejercicio, si no que conlleva un trabajo continuo por parte de los estudiantes hacia la comprensión de un problema de la vida cotidiana con varias posibles soluciones.

En resumen, los pilares fundamentales sobre los que se sustenta el *ABP*, según Prieto

(2008), son los siguientes:

- El aprendizaje gira en torno a problemas enfocados en el mundo real, en los que no existe una única solución.
- La búsqueda de información requiere a los estudiantes hacer uso de una cierta autonomía.
- Es habitual que se organice a los alumnos en grupos colaborativos.

“El aprendizaje basado en problemas (o proyectos) es aquel que resulta del proceso de trabajar conjuntamente para lograr la comprensión o la resolución de un problema” (Barrows y Tamblyn, 1980, p. 18).

- Se trata de un enfoque de enseñanza que tiene en el centro al alumno, mientras que el profesor ejerce de guía del aprendizaje. Para ello el profesor debe conocer las experiencias de aprendizaje previas del alumno, darle cierto grado de responsabilidad en el proceso de aprendizaje, combinar la teoría y la práctica, integrar destrezas y conocimientos propias de varias disciplinas, dar importancia no solo al aprendizaje final sino también al proceso, valorar otras formas de evaluar más allá del que realiza directamente el profesor, enfatizar en el desarrollo de habilidades interpersonales, etc.

1.1.4 Fases del *ABP*

Las fases en que se dividirá esta metodología serán las siguientes (Prieto, 2008):

1. *El alumnado ante el problema de ABP*

En esta fase se les debe explicar a los alumnos la dinámica del *ABP* y todo lo que puede aportarles. Este primer encuentro con los alumnos se utiliza para presentarles el problema.

Este es el momento para indicar el rol que va a asumir el profesor, transmitiendo al alumnado que su papel se corresponde más con el de facilitar el proceso que con el de transferir directamente la información. Esto hace ver al alumnado que tienen un grado alto de responsabilidad en su aprendizaje.

En caso de plantear la metodología para desarrollarla por grupos, es también en esta

primera fase cuando se organizan, se analizan los diferentes perfiles de los integrantes y, en función de esto, se reparten las tareas. Los componentes de cada grupo serán elegidos por el profesorado, tras una reflexión previa, tratando de que los grupos sean lo más heterogéneos posibles. Con esto se busca que los integrantes tengan perfiles complementarios y este proyecto de trabajo colaborativo sea una experiencia enriquecedora para todos.

Esta fase permite desarrollar la competencia lingüística ya que los alumnos deben escuchar con atención e interés. Si además intervienen ponen en juego otros saberes propios de esta competencia como la utilización de la diversidad y las funciones del lenguaje, del vocabulario y de la gramática y la comunicación en un contexto de interlocución con el profesor. También se fomenta la competencia aprender a aprender ya que el uso de otros métodos didácticos despierta la motivación y la curiosidad por aprender. Por otra parte, al estar en una situación en la que el profesor les expone y ellos tienen que escuchar atentamente esto les sirve para comprender códigos de conducta aceptados en nuestra sociedad, esto forma parte de la competencia cívica y social

2. *La lluvia de ideas inicial*

En esta fase tiene lugar una lluvia de ideas en las que los alumnos plantean diferentes hipótesis sobre cómo abordar el proyecto, identifican los aspectos clave, exponen sus conocimientos previos sobre el tema, y comienzan a pensar en la planificación del proyecto.

Esta fase permite que los alumnos tomen conciencia sobre lo que saben, lo que no saben y lo que necesitan saber para avanzar en la resolución del problema planteado. Esto último que la autora Prieto llama “temas de aprendizaje (*learning issues*)”, que en gran medida coinciden con los objetivos de aprendizaje del proyecto. No obstante, el profesor puede sugerir algunos objetivos de aprendizaje en caso de que no salgan de forma espontánea. También existe la posibilidad de incorporar nuevos temas de aprendizaje a medida que avance la actividad.

En esta fase se contribuye en gran medida a la competencia lingüística ya que surgen múltiples situaciones comunicativas en las que los alumnos deben expresarse de forma oral y escuchar con atención e interés, controlando y adaptando su respuesta a los requisitos de la situación. Además, les sirve para utilizar un diálogo crítico y constructivo.

También se fomenta la competencia aprender a aprender ya que tienen que analizar su conocimiento sobre la disciplina y el contenido concreto de la tarea, establecer distintas

estrategias para afrontar el proyecto y además, ser protagonistas de su proceso de aprendizaje. Se fomenta la competencia social y cívica al requerirse una comunicación constructiva, tolerancia hacia las ideas de los demás y tomar decisiones de forma grupal. Por último, también se potencia la iniciativa y espíritu emprendedor ya que deben diseñar e implementar un plan; poner en práctica su capacidad de análisis, planificación, organización, gestión y resolución de problemas y actuar con proactividad y de forma creativa, e imaginativa.

3. La fase de investigación independiente

En esta fase los integrantes del grupo diseñan el plan a seguir, con la secuencia de pasos y tareas en los que van a dividir el proyecto. Es en esta fase en la que los alumnos describen su estrategia, el modo en que van a proceder con el proyecto. El profesorado realiza un seguimiento de ayuda y asesoramiento en todo el proceso, ofreciéndoles si es necesario fuentes o recursos útiles para la actividad.

Es también en esta fase en la que se llevará a cabo la búsqueda de la información desconocida, así como su registro, lo que permitirá consultarla rápidamente cuando sea preciso y con ello, avanzar en la realización del proyecto.

En ocasiones se dedica esta fase también a la preparación de un informe de investigación en el que se reúnen los aspectos más relevantes, la información utilizada y una explicación del proceso seguido y de los cálculos realizados.

La comprensión de distintos textos, la búsqueda, recopilación y procesamiento de la información y la redacción del informe permiten fomentar la competencia lingüística. Por otro lado, al aplicarse esta metodología a una asignatura de matemáticas, como será nuestro caso, se investigará sobre conceptos y términos matemáticos y se observarán representaciones matemáticas lo que fomenta la competencia matemática. Para consultar algunas fuentes y tratar la información se hace uso de las TIC, esto a su vez les permite desarrollar una actitud activa, crítica y realista, hacia las tecnologías y los medios tecnológicos, así como valorar sus fortalezas y debilidades. Todos ellos son aprendizajes asociados a la competencia digital.

Como consecuencia de la planificación del proyecto y organización del grupo se pone en práctica la capacidad del alumnado de diseñar e implementar un plan, habilidades asociadas al sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor. Por lo tanto, también se fomenta en gran medida esta competencia.

Por otra parte, como en todo proyecto de investigación es necesario que el alumno sea consciente de lo que sabe y lo que desconoce y también de las estrategias que va a llevar a cabo para adquirir la información y para implementar el proyecto. Por ello también es importante la contribución a la competencia aprender a aprender.

4. La puesta en común en el aula

En esta fase el profesor ya tiene el informe de cada grupo, les hace diversas preguntas para que reflexionen sobre su trabajo, sobre lo que han aprendido y sobre la eficacia o no de sus ideas de partida. Durante esta parte, los grupos deciden qué soluciones son las mejores entre las que se han planteado.

Esta fase permite desarrollar la competencia lingüística y la iniciativa y espíritu emprendedor, ya que se trabajan las habilidades comunicativas y de persuasión, así como las destrezas de análisis y de toma de decisiones.

5. La presentación del producto final y la evaluación de la experiencia por el alumnado.

En esta fase los alumnos tienen que exponer ante la clase sus proyectos, así como los resultados obtenidos. Su trabajo será evaluado tanto por ellos mismos, como por sus compañeros y por el profesor (autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, respectivamente). Para facilitar y ser riguroso en esta tarea se establece una rúbrica de evaluación que sirve para valorar los diferentes aspectos que se pide trabajar en el proyecto.

A través de la exposición de los proyectos los alumnos se expresan oralmente ante el público y hacen uso de un estilo del lenguaje formal, con ello se trabaja la competencia lingüística. Para la presentación es habitual y recomendable la utilización de recursos tecnológicos, por lo tanto también se contribuye a la competencia digital. Por otra parte, la elaboración de la presentación permite a los alumnos desarrollar la iniciativa, la imaginación y la creatividad, así como emplear distintos materiales y técnicas en el diseño de las mismas. Gracias a ello, se desarrolla la competencia de conciencia y expresiones culturales.

1.1.5 Beneficios del *ABP*

Según se nos explica en Prieto (2008), distintos autores están de acuerdo en que, en general, esta metodología permite al alumnado recordar mejor lo que aprenden debido a que son ellos mismos los que buscan y elaboran la información. Por otra parte, esta forma de trabajo les genera un mayor entusiasmo por aprender, ya que el proyecto suele ser cercano a sus experiencias. Para otros investigadores el éxito de esta metodología radica en que te prepara mejor para un futuro profesional. En un puesto de trabajo no es habitual que los trabajadores cuenten siempre con una persona que dé instrucciones concretas y dirija el proceso que uno debe seguir para alcanzar un buen desempeño. Con esta idea quieren destacar la capacidad de este método para hacer que los alumnos aprendan a trabajar por sí mismos y dirigir sus propias acciones.

Aunque para algunos autores los beneficios son claros, existen otros que exponen sus dudas acerca de si esta metodología permite aprender los contenidos al menos en el mismo grado que otros métodos más tradicionales.

Un meta-análisis realizado por Dochy, Segers, Van den Bossche y Gijbels (2003) estudia los efectos del *Aprendizaje Basado en Problemas* en los resultados que consiguen los alumnos referidos, por una parte, a los conocimientos de la asignatura y, por otra, a otro tipo de habilidades y destrezas de resolución de problemas. Los resultados muestran que los estudiantes que se han implicado en actividades de aprendizaje basado en problemas tienen mejor capacidad para aplicar los conocimientos adquiridos a situaciones prácticas de la vida real, aunque no son superiores en cuanto al aprendizaje de los contenidos. En consecuencia, no hay diferencias entre ambos grupos en el rendimiento académico entendido en términos de adquisición del conocimiento, pero si las hay a favor de los que han participado en experiencias de aprendizaje basado en problemas en lo relativo a la adquisición y utilización de otras destrezas. También comprueban que este segundo grupo de estudiantes recuerda más lo aprendido, ya que han tenido la oportunidad de elaborar con una mayor profundidad los conocimientos de la asignatura. En otro meta-análisis posterior realizado por los mismos autores (Gijbels, Dochy, Van den Bossche y Segers, 2005) vuelven a destacar que los efectos de esta metodología sobre la habilidad de los alumnos para la resolución de problemas son realmente positivos, aunque no son tan importantes para la adquisición del conocimiento.

Por tanto, podemos concluir que el alumnado puede obtener grandes beneficios cuando se implican activamente en experiencias de *Aprendizaje Basado en Proyectos*, sobre todo, por la oportunidad que éstas les ofrecen para adquirir y ayudar a desarrollar las competencias clave.

Elaborar un proyecto en colaboración con compañeros, con todo lo que ello conlleva, es, sin lugar a duda, un reto presente en la vida profesional. Como se muestra, el *ABP* les permite dar los primeros pasos en la obtención de destrezas que les serán de utilidad tanto en su desarrollo académico como en un futuro, que a ellos les puede parecer aún lejano, en el mundo laboral.

1.1.6 *ABP* y las competencias clave.

Un buen proyecto debería darles a los estudiantes la posibilidad de aplicar los conocimientos y así adquirir las competencias que se demandan en nuestros tiempos y que se resumen en las siete competencias clave determinadas por la *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE)*:

- comunicación lingüística (CCL)
- competencia digital (CD)
- competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- aprender a aprender (CAA)
- competencias sociales y cívicas (CSC)
- sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIEE)
- conciencia y expresiones culturales (CEC)

Una forma habitual y muy beneficiosa para el alumnado de llevar a cabo el *ABP* es organizando a los estudiantes en grupos colaborativos (no confundir con el *Aprendizaje Cooperativo* que se explica más adelante). Por otro lado, para desarrollar las competencias del siglo XXI es preciso utilizar las herramientas del siglo XXI: buscadores de internet, aplicaciones, ofimática, etc. Todo esto implica el fomento de las competencias cívica y social, digital y lingüística.

En asignaturas como matemáticas, con una definida mirada hacia el ámbito científico-técnico, esta metodología puede aumentar aún más el rendimiento y aprendizaje de los estudiantes, enseñándoles nuevas estrategias para aprender a aprender en el ámbito tecnológico, cuya evolución crece constantemente, y estableciendo un método de trabajo con garantías de éxito.

Además de los conocimientos, con un enfoque claramente práctico, este método también proporciona al estudiante las herramientas y estrategias necesarias para localizar información útil y de calidad y el sentimiento de responsabilidad con respecto al proyecto

(habilidades asociadas a las competencias cívicas y éticas). Con esta metodología los estudiantes experimentarán todas las fases que componen un proyecto en el mundo real desde el principio hasta el final, experimentando, por ejemplo, situaciones en las que tienen que ajustarse a unos requisitos, con cumplimiento de plazos y presentaciones públicas.

En el apartado *Fases del ABP*, se hace una descripción más detallada de las competencias que se desarrollan en cada una de las fases del *Aprendizaje Basado en Proyectos*.

1.1.7 Evaluación

La evaluación de una experiencia de *Aprendizaje Basado en Proyectos* presenta algunos matices con respecto a otras formas de evaluación más convencionales (Prieto, 2008):

- Es necesario asegurar la coherencia entre la evaluación y la metodología empleada. Esto quiere decir que tiene que ser coherente con un currículo organizado en torno a proyectos y con el proceso habitual de aprendizaje en el que se han implicado los alumnos.
- Tanto los propios alumnos, como los compañeros del grupo y el profesor, pueden hacer aportaciones de interés para la evaluación. De esta manera se amplían los agentes que intervienen en ella, más allá de la figura del profesor. Tiene sentido dar un mayor protagonismo a los alumnos dado que si se les concede un mayor control sobre su propio aprendizaje, también tiene sentido que se les dé una mayor responsabilidad para que juzguen sin haber logrado los objetivos. Para hacerles partícipes de su propio aprendizaje, son ellos mismos los más indicados para juzgar cómo y cuánto han aprendido.
- Se debe utilizar una evaluación continua. Mientras los estudiantes elaboran sus proyectos el docente hace un seguimiento del aprendizaje, comprobando las fuentes utilizadas, supervisando borradores, planes y guiando el avance. La evaluación a lo largo del proyecto es clave. Permite al alumnado aprender que el trabajo de calidad no sale a la primera, evitando frustraciones bajo el paradigma constructivista del aprendizaje. Por otro lado, el docente debe también promover y dirigir la crítica constructiva entre los estudiantes.

Además de evaluar a los estudiantes, es importante valorar la experiencia en sí misma con el objetivo de poder mejorarla. Por ejemplo, en algún momento convendría plantearse cuestiones de este tipo (Prieto, 2008): *¿En qué grado estás satisfecho con el desarrollo de la experiencia? ¿Qué te ayuda a aprender en esta clase? ¿Qué dificulta tu aprendizaje? ¿Qué aspectos podrían hacer que la experiencia potenciase aún más tu aprendizaje? ¿Qué cosas podría hacer el profesor para que la actividad te resultase más provechosa? ¿Qué aspectos o contenidos te quedan aún confusos?, etc.*

Por último, a partir de la información que transmiten los alumnos sobre la experiencia de aprendizaje realizada, es conveniente comentar en clase los aspectos más importantes, los cambios que proponen y el por qué son posibles o no, los comentarios sobre el trabajo realizado en los grupos, el grado en que se han visto capaces de buscar y utilizar varias fuentes, las estrategias que han seguido para alcanzar la solución etc.

1.2 Aprendizaje cooperativo

1.2.1 Introducción al concepto

Como ya dijo Aristóteles, *“el ser humano es un ser social”*. La propia supervivencia de la especie, así como todos los avances tecnológicos y el surgimiento de las civilizaciones, se deben a nuestra acción colectiva a lo largo de la historia. Por otro lado, también cabe destacar que esa interrelación social a nivel mundial ha generado malentendidos y conflictos que han llegado a provocar grandes guerras y desastres. El comportamiento social esconde grandes misterios y por eso sigue siendo objeto de estudio, pero por otra parte, tiene grandes ventajas que se explotan de manera efectiva y eficiente en el aula.

La segunda metodología que se presenta en este trabajo, el *Aprendizaje Cooperativo*, se nutre de la relación interdisciplinar entre la Psicología social, la Pedagogía y la Sociología. Se trata de un enfoque que procura aprovechar la faceta social de las personas para organizar las actividades en el aula.

Dentro de la Psicología Social, el campo de la psicología de grupos se encarga de estudiar el comportamiento del ser humano tanto dentro como fuera de los grupos sociales a los que pertenece. También se ocupa de estudiar el comportamiento que presenta un individuo en diferentes grupos, el comportamiento del mismo hacia el resto de los integrantes de su grupo y las relaciones intergrupales. La mayoría de las estrategias que emplea la metodología del

Aprendizaje Cooperativo se basan en los estudios de esta rama.

Cabe mencionar también la *Teoría del Contacto Intergrupala*, que desde hace décadas se ocupa de estudiar e implantar soluciones a conflictos sociales mediante la relación entre distintos grupos. Esta disciplina ha permitido constatar que para resolver los conflictos con éxito se tienen que dar 4 condiciones durante el contacto intergrupala (Allport, 1954). Éstas guardan una estrecha relación con el *Aprendizaje Cooperativo* y son las que hacen posible su éxito en el aula, son las siguientes:

- Estatus de igualdad. Los grupos se tienen que percibir unos a otros como iguales, sin tratos de favor, estructuras de poder o desigualdad de condiciones.
- Metas comunes. Se deben establecer objetivos comunes a todos los grupos involucrados.
- Participación cooperativa. No debe haber competición entre grupos.
- Apoyo institucional. Debe haber una figura que ambos grupos reconozcan como la autoridad supervisora y guiadora del proceso. Véase marco cultural, legal, social...

1.2.2 Historia del *Aprendizaje Cooperativo*

Los hermanos David y Roger Johnson, ambos psicólogos sociales, se refieren al *Aprendizaje Cooperativo* situándolo históricamente en el origen mismo de la epistemología constructivista, como también hace Panitz por ejemplo (Johnson, Johnson, & Smith, 1991), (Johnson, Johnson, & Johnson Holubec, 1999). La definición que dan de la metodología es la de un vínculo social en el que el individuo "*sólo puede alcanzar sus objetivos si y sólo si los demás consiguen alcanzar los suyos*".

Consultando bibliografía sobre esta cuestión se pueden encontrar artículos como el de José Manuel Serrano González-Tejero y otros investigadores de la Universidad de Murcia (Serrano González-Tejero, Pons Parra, & Ruiz Llamas, 2007), en los que se indica incluso un origen en el Renacimiento, con la enseñanza mutua de Pestalozzi.

A finales del siglo XIX, en los orígenes de la Psicología Científica, los movimientos post-roussonianos derivan en el funcionalismo de Dewey. La Psicología Social aportaría lo suficiente para llegar a la concepción actual del *Aprendizaje Cooperativo*.

Piaget y Vygotsky llevaron a cabo la unificación de las teorías que recogían los métodos de aprendizaje cooperativo agrupándolas en una sola metodología.

Si realmente queremos potenciar al máximo las capacidades de un individuo hemos de intentar una reforma educativa que parta de nosotros mismos y que tenga a la cooperación y al proceso de interacción entre iguales como eje director de toda didáctica porque, como decía Gregorio Marañón “no sabrás todo lo que valgo hasta que no pueda ser, junto a ti, todo lo que soy”.

(Serrano González-Tejero, Pons Parra, & Ruiz Llamas, 2007)

1.2.3 Definición de *Aprendizaje Cooperativo*

Antes de profundizar en el *Aprendizaje Cooperativo* es importante destacar la diferencia entre dos conceptos que podrían confundirse y que técnicamente tienen significados diferentes.

La primera de las dualidades que se presentan, incluso en textos académicos del campo, es la de colaboración– cooperación. Muchos autores tienden a equiparar estos dos términos, como si fuesen homólogos, o sinónimos. Sin embargo, otros académicos consideran que hay una diferencia: el aprendizaje colaborativo se considera una acción sociocultural, mientras que el *Aprendizaje Cooperativo* respondería a un enfoque constructivista de la vertiente piagetiana, (Scagnolli, 2005). Otra forma de ver la diferencia sería la que describe (Panitz, 1999): aprender mediante la colaboración es un proceso que siguen los alumnos de manera autónoma, social, estableciendo las relaciones y las partes del trabajo entre ellos y sin intervención externa, mientras que la cooperación es un proceso impuesto por una autoridad, la del profesor en este caso, definiendo los objetivos y términos del trabajo, concretando y controlando los procesos de relación y resultados (Panitz, 1999).

A pesar de las características que los diferencian, se puede apreciar que ambos parten de un enfoque constructivista: el conocimiento descubierto por parte del alumnado se transforma en conceptos con los que se establecen relaciones. Después se reconstruyen y expanden a través de nuevas experiencias.

Podemos concluir esta distinción diciendo que estos dos enfoques, cooperación y colaboración, representan los dos extremos del proceso de enseñanza constructivista. En un extremo tenemos el trabajo altamente organizado y estructurado por parte del profesor (cooperación), y en el otro el de dejar la responsabilidad casi total en manos del alumno (colaboración).

Hay otra distinción de conceptos que es importante hacer: aprendizaje colaborativo y

cooperativo frente a “trabajo en grupo”. Un trabajo en grupo consiste simplemente en juntar un grupo de alumnos y hacerles trabajar de manera conjunta. Para poder calificar una experiencia de aprendizaje como colaborativa o cooperativa es preciso que se cumplan una serie de requisitos mínimos. Del mismo modo que sucedía con la Teoría del Contacto Intergrupál mencionada anteriormente, en el ámbito educativo también se exige que la metodología cuente con unas características específicas para que funcione. Se describirán en el siguiente apartado y guardan cierta relación con las condiciones que eran necesarias en el contacto intergrupál para resolver conflictos con éxito.

Concluyendo, podemos definir el *Aprendizaje Cooperativo*, como la metodología pedagógica en la que se explotan las relaciones sociales y las interacciones colectivas, para convertirlas en experiencias de aprendizaje, mediante la realización de tareas en grupo.

1.2.4 Principios del *Aprendizaje Cooperativo*

La Psicología social explicada, puede ayudar a concretar las metodologías activas que se desarrollaran en función del grupo clase y de la materia de estudio. Para empezar, es necesario matizar que el *Aprendizaje Cooperativo* se puede considerar no solo como una única metodología, sino como muchas. Es el resultado de combinar la forma de organizar al alumnado, en un grupo o varios, con la de definir la materia y la de decidir qué contenido y cómo impartirlo, posibilita un enfoque plural en metodologías.

Los pedagogos se refieren al *Aprendizaje Cooperativo* como una serie de procedimientos mediante los que se organiza a la clase en grupos heterogéneos y mixtos, para trabajar de manera conjunta y coordinada entre sí para resolver las tareas académicas planteadas, además de profundizar en su propio aprendizaje (Rué, s.f). Debemos destacar algunos términos y desarrollar todo lo que este enunciado encierra. En este apartado vamos a hablar de algunos conceptos importantes que fundamentan el *Aprendizaje Cooperativo*. Para ello, nos vamos a servir de los resúmenes hechos por la psicóloga Laura Ruiz Mitjana, presentes en la web [Psicología y Mente](#), (Ruiz Mitjana, s.f.) y de (Rué, s.f).

Incremento del rendimiento académico

Éste es uno de los objetivos finales del propio sistema educativo. El *Aprendizaje Cooperativo* no es el único camino para lograrlo, pero es uno de ellos. ¿Por qué el rendimiento

de los alumnos mejora cuando cooperan? Sencillamente porque la ayuda mutua, el compartir experiencias y conocimientos y socializando al mismo tiempo, nos ayuda a asimilar mejor, aprender más rápido y retener más.

Trabajo grupal

Apoyarse en el esfuerzo de los compañeros permite reducir el esfuerzo individual logrando el mismo rendimiento. No solo es importante la puesta en común de las ideas, también la reducción y reparto de las tareas.

Valor de las relaciones interpersonales

Hay conocimientos que requieren de habilidades sociales, eso es innegable. También los hay que se asimilan más y mejor trabajando en grupo que de manera individual. En el *Aprendizaje Cooperativo*, al tratarse de una manera de aprender basada en la socialización y las relaciones interpersonales, se logran esos entornos favorables para dichos conocimientos.

Socialización e integración

Mediante las metodologías basadas en *Aprendizaje Cooperativo* estamos facilitando la adquisición de competencias cívicas y sociales en cualquier materia y ámbito. También se mitigan las medidas necesarias en materia de atención a la diversidad.

1.2.5 Diferencia con el trabajo en grupo clásico

Para encontrar estas diferencias también acudimos al resumen que hace Laura Ruiz Mitjana (Ruiz Mitjana, s.f.).

Importancia de las relaciones interpersonales

La primera diferencia es que en el *Aprendizaje Cooperativo* se pone el foco de atención en las relaciones interpersonales que se crean, o que existían y se aprovechan, mientras que en el trabajo grupal clásico eso no era un requisito indispensable.

Aprendizaje por disequilibrio

Esto se refiere al hecho de que el aprendizaje se produce en el momento que los miembros del grupo presentan diferencias, fortalezas y debilidades, que se aprovechan, como en una balanza, para trasvasar conocimiento. Si todos los miembros del grupo lo saben todo, o no saben nada, el *Aprendizaje Cooperativo* pierde sentido. En los trabajos en grupo clásicos no se atiende este aspecto.

Teoría del conflicto sociocognitivo

La teoría del conflicto sociocognitivo estudia el proceso homónimo: el conflicto sociocognitivo es el proceso de resolución de conflictos entre dos personas. Consiste en abordar un problema, del tipo que sea, y descubrir que dos personas plantean dos soluciones distintas. Se resuelve mediante el diálogo entre las partes para consensuar una solución intermedia y combinada. La ventaja del proceso es doble: la solución del conflicto/problema y la reestructuración cognitiva de ambas partes.

El trabajo en grupo clásico no presta atención necesariamente a este tema, mientras que el *Aprendizaje Cooperativo* se basa en ello.

1.2.6 Características del Aprendizaje Cooperativo

En (Raffray, S. & Regueira, I., 2015) podemos encontrar los elementos necesarios en una actividad para que sea considerada *Aprendizaje Cooperativo*, son importantes para que tenga éxito:

Formación de grupos

Los alumnos se dividen en grupos, preferiblemente pequeños, y sobre todo heterogéneos y mixtos. Considerar a la clase al completo o dividirla en grupos muy grandes no sería considerada una buena práctica de *Aprendizaje Cooperativo*. Es importante fomentar la construcción de identidad de grupo. Los niveles de competencia deben ser diversos, para favorecer la “desequilibrio”. Entra en juego también la visión del docente, que conoce al alumnado y sabe valorar las características individuales de cada uno.

Interdependencia positiva

El grupo debe tomar como objetivo propio la realización de la tarea. La comunicación entre los miembros debe ser eficaz y adecuada.

Responsabilidad individual

Para evitar que algunos integrantes se desentiendan del trabajo, se deben tomar los objetivos del grupo como propios. Al final, con la presentación del trabajo, se apreciará que la consecuencia del proceso es la investigación individual de cada uno de los miembros.

Participación equitativa

El esfuerzo requerido para la realización de la tarea debe repartirse de forma equitativa entre los miembros del grupo. Habitualmente, en muchas de las actividades (o casi todas) que siguen esta metodología, se establecen al comienzo los roles de los integrantes.

Interacción simultánea

Para la resolución de la tarea será necesario consensuar y dialogar entre los miembros del grupo. Para facilitar esto, en muchas de las técnicas del *Aprendizaje Cooperativo* se establecen normas de turnos de palabra, diseño gamificado, etc. Al final se crea un marco más o menos rígido, como en las normas de un juego.

1.2.7 Técnicas seleccionadas para la clase de Matemáticas

El Equipo de Investigación Educativa IMECA, de la Universidad de Alcalá presenta en su página web un escrito con “54 técnicas de Aprendizaje Cooperativo” (Equipo de Investigación Educativa IMECA, 2016). Dicho escrito es un anexo del libro “*Alumnos con altas capacidades y Aprendizaje Cooperativo. Un modelo de respuesta educativa*”, coordinado por Juan Carlos Torrego. El anexo es obra de María Varas Mayoral y Francisco Zariquiey Biondi (Varas Mayoral & Zariquiey Biondi, 2011).

Varas y Zariquiey recopilan y esquematizan un total de 54 técnicas de *Aprendizaje Cooperativo* propuestas por diversos autores, cuya eficacia ha sido ya demostrada en las aplicaciones y metas para las que están diseñadas. Quedan agrupadas en dos grandes conjuntos:

las técnicas orientadas al *Aprendizaje Cooperativo* Informal y aquellas orientadas al *Aprendizaje Cooperativo* Formal. A su vez, dentro de las primeras desglosa un total de 20 categorías según las tareas o los procesos que permiten desarrollar:

- Promover la activación de conocimientos previos.
- Orientar hacia los contenidos.
- Presentar información.
- Promover la comprensión de las explicaciones.
- Promover la comprensión de las tareas.
- Promover la elaboración de planes de trabajo.
- Promover la lectura comprensiva.
- Realización conjunta de ejercicios o actividades.
- Promover la resolución de situaciones-problema.
- Generación y el contraste de ideas y respuestas.
- Promover la escritura de diversos tipos de textos.
- Promover la organización y elaboración de la información.
- Promover la investigación.
- Promover la aclaración de dudas y corrección de errores.
- Promover debates y controversias sobre los contenidos.
- Promover la síntesis y recapitulación de lo aprendido.
- Promover el estudio y repaso conjunto.
- Promover la reflexión sobre el propio aprendizaje.
- Promover la profundización en los contenidos.
- Promover la transferencia y aplicación de los aprendizajes.

Estos son sus nombres técnicos, pero también utilizan para referirse a ellas otras formas más atractivas para los estudiantes como, por ejemplo, “vamos a recordar juntos lo que aprendimos anteriormente” (promover la activación de conocimientos previos) o “vamos a pensar juntos cómo podemos seguir aprendiendo” (promover la profundización en los contenidos).

Las técnicas de *Aprendizaje Cooperativo* informal se caracterizan por tratarse de técnicas claramente estructuradas, indicando de forma concisa cada paso hacia la consecución de una meta muy concreta a corto plazo, por lo que su duración es reducida (desde unos pocos minutos hasta como máximo una sesión). Estas técnicas permiten poner en funcionamiento procesos cognitivos específicos y muy definidos y, al basarse en dinámicas tan estructuradas y diseñarse usualmente para agrupamientos reducidos, el nivel de interacciones a manejar por los estudiantes es limitado, requiriendo un nivel relativamente bajo de destrezas cooperativas.

Respecto a las técnicas de *Aprendizaje Cooperativo* formal, se trata de métodos de mayor complejidad que implican un nivel alto de destrezas cooperativas, debidas estas tanto a las propias tareas propuestas como al elevado grado necesario de autonomía y autorregulación. En el documento citado, los autores solamente presentan algunas de las más difundidas, entre

las que se encuentran las siguientes:

- Trabajo en Equipo – Logro Individual (TELI)
- Torneo de Juegos por Equipos (TJE)
- Rompecabezas II
- Enseñanza Acelerada por Equipos (EAE)
- Lectura y Escritura Integrada Cooperativa
- Aprender juntos
- Investigación Grupal

Resulta interesante la forma en la que los autores presentan cada técnica recopilada, al valerse para ello de sendas tablas que recogen, no solo la información identificativa de los autores creadores de la técnica (o, en su caso, de los autores originales y los adaptadores de esta), sino también la principal información descriptiva de la misma, incluyendo:

- Tamaño del grupo principal. Esto no elude la posible inclusión de tareas de trabajo individual o a realizar en agrupamientos de otro tamaño.
- Objetivos. Aunque, por lo general, estas técnicas pueden proponerse con finalidades diversas, de forma orientativa se proporcionan aquellas más evidentes.
- Pasos o secuencia ordenada de tareas a realizar en el desarrollo de la técnica.
- Variaciones o alternativas de desarrollo posibles.
- Recomendaciones prácticas basadas en la experiencia de los autores de la recopilación, para maximizar la eficacia de la técnica.
- Consideraciones posibles para su adecuación a las necesidades de alumnos con altas capacidades (A.A.C.).

El diseño de estas tablas resulta muy práctico y su utilización es muy recomendable para la recopilación de actividades de este tipo. A continuación, mostraremos dicho modelo de tabla:

Tabla 1

[Nombre de la técnica de aprendizaje cooperativo]			
Autor/es		Agrupamiento	
Objetivos			
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1°)			
2°)			
3°)			
...			
Variaciones			
Consejos			
Aplicación para A.A.C.			

Fuente: Equipo de Investigación Educativa IMECA, 2016.

Este diseño no es fijo y admite variaciones que sirvan para adaptarlo mejor a las necesidades particulares de presentación de cada técnica.

A pesar de la eficacia ya demostrada de las técnicas recopiladas, debe tenerse presente que en el documento citado se proponen para su aplicación en un nivel de Educación Primaria. Adicionalmente, no están enfocadas a la docencia particular de ninguna disciplina, sino a la generalidad de competencias que deben adquirirse durante esta etapa educativa. A pesar de ello, se puede prever que su aplicación será adecuada en Educación Secundaria y Bachillerato, más adelante presentaremos algunas que se consideran apropiadas para la docencia en Matemáticas en dicho nivel.

Por otro lado, en algunas fuentes de cierto alcance en el campo de la didáctica matemática, como en “Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas” (Arce Sánchez, Conejo Garrote, & Muñoz Escolano, 2019), el *Aprendizaje Cooperativo* no se contempla como metodología específica para las asignaturas de Matemáticas, cuando sí se habla de otras metodologías (como *ABP*, *flipped classroom*, etc.). Seguramente, no porque no sea una

metodología válida, sino porque quizás no es la más idónea para las peculiaridades de la materia.

Sin embargo, como se ha mencionado anteriormente, el *Aprendizaje Cooperativo* es un enfoque plurimetodológico. Se pueden plantear innumerables situaciones para las que organizar trabajos y tareas como *Aprendizaje Cooperativo* en Matemáticas. De hecho, en internet y en redes, se pueden encontrar diversos docentes que, a través de blogs o escritos en redes, recomiendan muchas de las citadas actividades precisamente para Matemáticas. Una muestra de ello son las enumeradas a continuación que serán aplicadas en la propuesta didáctica del capítulo 2:

Técnicas de Aprendizaje Cooperativo informal

Parejas de discusión enfocada introductoria

Técnica orientada a promover la activación de conocimientos previos o “vamos a recordar juntos lo que aprendimos anteriormente”. Se trata de una técnica adaptada del original diseñado por David y Roger Johnson.

Está pensada para trabajo en parejas y orientada hacia la activación de conocimientos previos, generación de respuestas diversas y favorecer el debate. Se desarrolla a partir del planteamiento de una serie de preguntas por el docente, sobre las que las parejas discuten buscando una solución, debiendo presentarlas ante la solicitud aleatoria por el profesor. Entre otros consejos, se recomienda mantener las preguntas visibles para el alumnado durante todo el desarrollo y plantearlas diferenciándolas por nivel para favorecer la implicación de los alumnos con altas capacidades.

Demostración silenciosa

Técnica orientada a presentar información o “vamos a aprender juntos nuevos contenidos”, diseñada por Mel Silberman.

Está pensada para realizarse en parejas y busca potenciar la atención, la concentración, la asimilación de procedimientos y destrezas, así como el procesamiento de información, analizando acciones y ordenando secuencias lógicas. Para ello, se parte de un procedimiento de múltiples etapas que se desee enseñar, el cual se desarrolla en una primera instancia sin explicaciones y pidiendo a los alumnos mera observación. Se repite por partes y los alumnos,

después de discutirlo en parejas, deben plantear qué es lo que han observado hacer, para después intentar reproducirlo. Es necesario estimular los intentos y las posibilidades de cometer errores.

Parejas cooperativas de toma de apuntes

Técnica pensada para promover la comprensión de las explicaciones o “reflexionar juntos sobre lo que estamos aprendiendo”, diseñada por Pere Pujolàs.

Está pensada para grupos pequeños y busca la óptima comprensión de las explicaciones, a partir de la identificación de las ideas clave, procesamiento de la información y clarificación de conceptos. Se desarrolla durante pequeñas paradas (tres minutos) de la exposición del profesor, cuando los alumnos intentan resumir los conceptos explicados hasta ese momento y escriben dos preguntas sobre esa parte del contenido. Esas preguntas son lanzadas posteriormente por cada equipo al resto de grupos, tras lo cual se continúa con la explicación. Para evitar que la carga se concentre solo sobre algunos alumnos, conviene plantear una primera fase individual.

Parejas de ejercitación/revisión.

Esta técnica también queda agrupada en la tipología de las dos anteriores, en este caso diseñada por David y Roger Johnson.

Está planteada para parejas o pequeños grupos y sus objetivos son la respuesta a ejercicios y problemas, asegurando el adecuado procesamiento de la información a través del apoyo entre alumnos para la resolución de dudas y corrección de errores. Esencialmente, se basa en el trabajo individual sobre un conjunto de ejercicios o problemas propuestos por el profesor y el contraste de las respuestas para corregir errores. Se recomienda especialmente para trabajar contenidos nuevos.

Parejas cooperativas de investigación

Planteada para promover la investigación (“vamos a investigar juntos”). Pensada para trabajar en parejas, favorece la contextualización del aprendizaje, el desarrollo de la capacidad investigadora, la creatividad y la búsqueda de consenso. Parte de la exposición de una situación problemática, posteriormente se lleva a cabo la investigación siguiendo una estructura definida que se detallará en la segunda propuesta didáctica del capítulo 2.

Inventariar lo aprendido en clase

Está diseñada por Mel Silberman, con los objetivos de sintetizar y recapitular lo aprendido, utilizar técnicas de aprendizaje para recapitular la información e identificar las ideas principales en los contenidos trabajados.

Consiste en que los alumnos rellenen una ficha al final de la clase en la que se les pida rellenar un inventario de lo aprendido. Después deben ponerlo en común en pequeño grupo.

Técnicas de Aprendizaje Cooperativo formal

Trabajo en equipo logro individual (TELI)

Esta técnica pertenece ya a la siguiente categoría, de técnicas de *Aprendizaje Cooperativo* formal. En este caso, está diseñada por Robert Slavin para pequeños grupos.

Abarca todo un abanico de objetivos, desde la preparación para pruebas de evaluación, aclaración de dudas y corrección de errores, hasta fomentar el trabajo autónomo o interiorizar destrezas.

Se estructura en siete etapas, partiendo de la formación de equipos heterogéneos de cuatro miembros. Requiere de la presentación de contenidos por parte del profesor teniendo presente una hoja de ejercicios y respuestas que les facilitará para su trabajo en grupo. Tras la resolución de cada cuestión contrastan la respuesta y lo revisan, en caso de ser necesario. A la finalización de la hoja, el equipo debe estar seguro de que todos sus componentes están preparados para enfrentarse a la evaluación individual, la cual se correspondería con el tipo de ejercicios realizados. La posterior evaluación y calificación individual de cada alumno contemplaría el efecto de esta técnica, al recoger su comparación con rendimientos anteriores, además de repercutir en una recompensa común para el equipo.

1.2.8 El Aprendizaje Cooperativo y las competencias clave

Como nos indica Pujolàs (2008), la estructura cooperativa del aprendizaje en el aula es una buena forma de fomentar la competencia social y cívica en el alumnado que, según la LOMCE, consiste en:

- Comprender la realidad social, cooperar, convivir, ejercer la ciudadanía, comprometerse.
- Tomar decisiones.
- Resolver conflictos de intereses y valores dentro de la normalidad de la convivencia.
- Conocerse (y conocer a los demás), valorarse (y valorar a los demás), comunicarse, expresarse, tomar decisiones, valorar las diferencias, negociar, llegar a acuerdo.

Además, en el desarrollo de esta competencia se ejercitan habilidades que afectan a otras como la competencia lingüística (dado que es necesario comunicarse con los compañeros) y sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (dado que se requiere una toma de decisiones).

Entre las habilidades que tienen relación con esta competencia destacan: conocerse y valorarse; saber comunicarse en distintos contextos; expresar las propias ideas y escuchar las ajenas; ser capaz de ponerse en el lugar de otro; tomar decisiones en los distintos niveles de la vida comunitaria; valorar las diferencias y reconocer la igualdad de derechos entre los diferentes colectivos, en particular, entre hombres y mujeres; practicar el diálogo y la negociación para llegar a acuerdos como una forma de resolver conflictos, tanto en el ámbito individual como en el social. (Generalitat de Catalunya: anexo 1 al currículum de educación primaria y de educación secundaria obligatoria, Decret 143/2007. DOGC núm. 4915).

Todas ellas hacen referencia a habilidades relacionadas en mayor o menor medida con la cooperación y el trabajo en equipo, por ello, es cada vez más urgente contribuir a que los estudiantes tengan la oportunidad de desarrollarlo a lo largo de su escolarización (Pujolàs, 2008).

Por otro lado, esta metodología contribuye enormemente a la adquisición de la competencia matemática, como vemos a continuación:

El recurso didáctico tradicionalmente utilizado por los docentes de diferentes etapas educativas ha sido la clase magistral. Sin embargo, como señalan Herrada, R. I. y Baños, R. (2018), existen diversos estudios publicados que han cuestionado la eficacia de dicha metodología a la hora de fomentar entre los estudiantes la adquisición de habilidades y destrezas en materias complejas, entre las que se encontrarían las Matemáticas.

Las Matemáticas constituyen un conjunto de herramientas creadas para formalizar diferentes fenómenos que se dan en la naturaleza, estando presentes en todo lo que nos rodea.

Pero es, precisamente, la complejidad de dichos fenómenos lo que hace que las Matemáticas resulten difíciles y poco atractivas para la mayor parte de los estudiantes, como lo demuestran los resultados obtenidos por nuestro país en pruebas como PISA o TIMSS. Es por ello que los agentes educativos vienen prestando una mayor atención al aprendizaje de las Matemáticas por parte de los alumnos de diferentes niveles educativos (Herrada, R. I. y Baños, R., 2018). No hay que perder de vista que las asignaturas de Matemáticas favorecen el desarrollo intelectual, pues ayudan a los estudiantes a razonar de forma lógica y a preparar su mente para la crítica, así como para situaciones abstractas.

Teniendo en cuenta la complejidad de las Matemáticas, estos autores consideran imprescindible que los docentes pongan en marcha nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje que permitan aumentar los niveles de implicación de su alumnado, y con ello obtener no sólo mejoras en el rendimiento académico, sino también favorecer la adquisición de competencias generales y específicas. En este sentido, afirman que el *Aprendizaje Cooperativo* es una metodología activa de gran utilidad para que aquellos alumnos con mayores dificultades de aprendizaje se apoyen en aquellos otros que tengan mayores capacidades y conocimientos en la materia. También resaltan la mejora en la eficacia del *Aprendizaje Cooperativo* en este contexto cuando se aplica de forma coordinada con otras metodologías activas, tales como el *Aprendizaje Basado en Problemas*, ya que la resolución de problemas asociados a situaciones del mundo real siempre resulta más atractiva para los grupos cooperativos que el estudio teórico, fomentando con ello un mayor interés, participación y tasa de éxito por parte de los estudiantes.

Por otro lado, Herrada, R. I. y Baños, R. (2018) también destacan los beneficios del uso de las TIC dentro de las metodologías activas. La incorporación de las TIC no sólo favorece la comunicación y el acceso a la información por parte de profesores y alumnos, sino que también puede ayudar a organizar el tiempo de forma óptima.

Como conclusión de sus estudios estos autores establecen lo siguiente:

“El desarrollo en el aula de experiencias didácticas basadas en metodologías activas de enseñanza-aprendizaje (Aprendizaje Cooperativo en este caso) favorece de forma significativa que los estudiantes superen sus reticencias hacia el estudio de las Matemáticas, y sean plenamente conscientes de la importancia de dicha materia para su desarrollo laboral y personal futuro.”

2 Ejemplo práctico: propuesta didáctica

En este capítulo se van a presentar dos propuestas didácticas, con las que se pretende desarrollar las competencias clave, con especial énfasis en la competencia matemática y que los alumnos adquieran los conocimientos del bloque de Estadística de la asignatura de Matemáticas I de 1º de Bachillerato. Además, para fomentar la competencia digital, se buscará que los alumnos aprendan a diseñar bases de datos en hojas de cálculo y a desenvolverse con ellas a la hora de hacer cálculos estadísticos sencillos. Para llevar a cabo estas propuestas se utilizará una metodología innovadora en cada una: el *Aprendizaje Basado en Proyectos* y el *Aprendizaje Cooperativo*.

2.1 Unidad didáctica utilizando *Aprendizaje Basado en Proyectos*

En la propuesta de este apartado se pretende enfocar el aprendizaje de la Estadística desde un punto de vista práctico, tratando aspectos de interés para los alumnos, con el fin de mostrar a los alumnos la gran utilidad de la Estadística en el mundo real. Se les motivará para llevar a cabo su propia investigación y valerse de software de uso habitual para ellos, como son las hojas de cálculo, para diseñar su propia base de datos donde puedan introducir los datos de su investigación y puedan realizar una explotación Estadística adecuada. Se persigue que el alumnado consiga diseñar una base de datos desde el punto de vista funcional. Descubrirán la importancia de validar y depurar la información antes de realizar análisis. Para transmitir los contenidos, abordar las dificultades de aprendizaje de los distintos conceptos y procedimientos y motivar el aprendizaje se utilizará la metodología activa del *Aprendizaje Basado en Proyectos*.

2.1.1 Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos de la unidad son:

Objetivos generales del curso

1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema con el rigor y la precisión adecuados para mejorar expresión oral y comprensión de razonamientos matemáticos.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, a través de la realización de los cálculos necesarios y la comprobación de las soluciones obtenidas

- para demostrar un grado de entendimiento de la materia.
3. Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos para desarrollar capacidad de generalización y abstracción.
 4. Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas surgidas en la resolución de un problema o en una demostración, con el rigor y la precisión adecuados para practicar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos.
 5. Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado para manejar el método científico en el estudio de fenómenos del entorno.
 6. Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de la resolución de un problema y la profundización posterior, la generalización de propiedades y leyes matemáticas, la profundización en algún momento de la historia de las matemáticas, concretando todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.
 7. Elaborar un informe científico escrito para recoger el proceso de investigación realizado, con el rigor y la precisión adecuados.
 8. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad para practicar la aplicación de las matemáticas a la realidad y valorar su importancia.
 9. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o contruidos.
 10. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, entre otras.

11. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas para mostrar el valor de aprendizaje detrás de las dificultades.
12. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
13. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas para ayudar a comprender conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.
14. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

Objetivos específicos de la unidad didáctica

1. Elaborar tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico procedente de contextos de la vida cotidiana (científico, tecnológico, industrial, de salud, social, etc.), con variables discretas y continuas.
2. Calcular e interpretar los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando, la dependencia entre las variables.
3. Calcular las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros (media, varianza y desviación típica) mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo). Observar la importancia de acompañar siempre una medida de centralización de una medida de dispersión.
4. Decidir si dos variables estadísticas son o no dependientes a partir de sus distribuciones

condicionadas y marginales.

5. Usar adecuadamente medios tecnológicos para organizar y analizar datos desde el punto de vista estadístico, calcular parámetros y generar gráficos estadísticos.
6. Distinguir la dependencia funcional de la dependencia estocástica y estimar si dos variables son o no estadísticamente dependientes mediante la representación gráfica de un diagrama de dispersión o nube de puntos.
7. Cuantificar el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal de Pearson.
8. Calcular la mejor recta de regresión lineal simple que relaciona dos variables cuantitativas y valorar la calidad del ajuste mediante el coeficiente de determinación.
9. Utilizar el modelo de regresión obtenido para realizar predicciones. Evaluar la fiabilidad de las mismas
10. Evaluar la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal.
11. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la Estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones Estadísticas.

2.1.2 Metodología

La metodología que vamos a emplear en este apartado, es el *Aprendizaje Basado en Proyectos*.

El profesor explicará al alumnado que el tema sobre el que tratará el proyecto será *El impacto de las redes sociales en nuestras vidas en la época actual*. Tendrán que analizar cómo influye el uso de las redes sociales en nuestras vidas: cómo afecta a nuestros hábitos de trabajo y de ocio, a nuestros gustos, a nuestras relaciones personales, cuanto tiempo le dedicamos, etc. Es un tema cercano para el alumnado, que trata algo presente en su vida diaria y que, en general, cabe esperar que sea motivador para ellos. Al plantearse un tema tan abierto cada alumno puede

investigar en aquellos aspectos que le parezcan más relevantes y analizar su relación con otras facetas de la vida, por ejemplo, el rendimiento académico. Además, estas aplicaciones ofrecen multitud de datos de todo tipo para investigar, lo que enriquece el proyecto: tipos de redes sociales, número de seguidos o seguidores, horas de consumo (lo cual en muchos casos te lo indica la propia aplicación), etc.

El proyecto está planteado para que los alumnos trabajen en grupos colaborativos (esto se detallará más adelante), lo que fomentará la competencia social y cívica, y tendrán que presentar de un modo claro, visual y atractivo los resultados y conclusiones de su investigación al resto de compañeros. Para ello tendrán que hacer previamente un estudio estadístico en el que se manejarán todos los conceptos establecidos en el currículo para su nivel, trabajando así con las matemáticas de forma totalmente aplicada a la vida real, lo que permitirá potenciar en gran medida la competencia matemática.

Para recoger la información se utilizarán encuestas, para lo que el profesor les sugerirá la utilización de alguna herramienta informática, como por ejemplo *Google Forms*, que permite la elaboración de formularios. La forma de almacenar los datos recogidos será a través de la creación de una base de datos, para lo que se utilizarán hojas de cálculo. Los alumnos aprenderán a diseñarla y también técnicas para validarla y depurarla. Posteriormente se utilizarán las herramientas que ofrece Excel para realizar el estudio estadístico descriptivo básico: tablas de frecuencias, cálculo de medidas de posición y dispersión, análisis de regresión lineal simple, así como elaboración de los gráficos más idóneos en cada caso. Todo ello nos permitirá potenciar la competencia digital, y mostrar a los alumnos la gran utilidad de esta herramienta en la vida cotidiana.

A continuación, se detallarán los objetivos del proyecto, la estructura y organización de los grupos, el tipo de datos a recoger, unas primeras aclaraciones sobre la organización del proyecto y el papel del docente:

Objetivos del proyecto

En cuanto a los objetivos del proyecto vamos a distinguir entre objetivos vinculados al currículo y objetivos vinculados al método de trabajo:

- **Objetivos curriculares:** aprender a construir, validar y manejar bases de datos, elaborar y recoger los datos de una encuesta, crear y comprender tablas de contingencia,

entender lo que es una distribución conjunta y saber calcular las distribuciones marginales, calcular medias y desviaciones típicas marginales, entender y saber calcular distribuciones condicionadas, entender el concepto de independencia de variables Estadísticas, estudiar la dependencia de dos variables Estadísticas, entender y saber representar un diagrama de dispersión, entender el concepto de dependencia lineal de dos variables Estadísticas, conocer el significado de covarianza y correlación, saber calcular e interpretar el coeficiente de correlación lineal, entender y saber construir la recta de regresión lineal, hacer estimaciones y predicciones Estadísticas con ellas y analizar la fiabilidad de las mismas.

- **Objetivos metodológicos:** hacer uso de bibliografía y/o webgrafía para informarse sobre las herramientas que ofrece Excel, usar los medios de comunicación social y las TIC para obtener, interpretar, valorar y transmitir información, desarrollar habilidades para expresarse oralmente, adquirir habilidades de liderazgo en grupo, saber dar la opinión personal con asertividad, tener en cuenta la opiniones de los demás, organizar bien un grupo de trabajo, saber exponer con claridad, entender el papel del resto de compañeros dentro del grupo y usar estrategias y normas básicas en la producción de textos como son la planificación, la redacción del borrador, la evaluación y la revisión del texto con el objetivo de mejorarlo con ayuda del profesor y los compañeros.

Organización de los grupos

El alumnado se organizará en grupos de 4 o 5 miembros que trabajarán de forma colaborativa. Se buscará que exista heterogeneidad entre los perfiles de los miembros de cada grupo, de modo que cada uno pueda aportar sus fortalezas y ver cubiertas sus debilidades. La forma de adquirir los datos sobre los cuales realizarán el estudio será mediante la realización de un cuestionario, cada miembro del grupo será el responsable de encuestar a diez personas.

Tipo de datos a recoger

El profesor les indicará que entre las variables que recojan debe haber, al menos, dos variables cualitativas, dos cuantitativas discretas y una cuantitativa continua. Con ello se pretende que haya variedad en los tipos de datos con los que van a trabajar, lo que enriquece el aprendizaje. Con las variables que recojan deben construir su base de datos, validarla y depurarla. Esto les requerirá una fase de investigación para informarse sobre cómo hacerlo. Hay mucha webgrafía en internet, es sencillo y pueden hacerlo solos, lo que les permite desarrollar

la competencia digital y la competencia de aprender a aprender fundamentalmente.

Organización del proyecto

Los grupos deben explotar esta base de datos analizando la relación entre las variables y aplicando los contenidos del bloque de Estadística. Para ello redactarán una serie de cuestiones o preguntas a los que tratarán de dar respuesta y cuyas conclusiones mostrarán a sus compañeros durante la presentación. Esto les permitirá trabajar la Estadística, comprendiendo cada concepto y valorando su utilidad en contextos de la realidad cotidiana. Por otra parte, también será necesaria una fase de investigación por parte de los alumnos, ya que antes de utilizarlos deben conocer lo que significa cada concepto y cómo hacer los cálculos usando Excel.

Para el desarrollo del proyecto se les da gran libertad a cada grupo para que elija con qué variables quieren trabajar y qué aspectos quiere estudiar, el motivo de ello es el de seguir rigurosamente los principios de la metodología que se va a implementar (en la que el docente ejerce de guía de aprendizaje y deja que el alumnado trabaje sobre aquello que más le motive).

Por último, durante la presentación a sus compañeros deberán exponer los resultados de la forma más clara y gráfica posible, haciendo uso de herramientas tecnológicas. Todos ellos son aspectos que se tendrán en cuenta en la rúbrica de evaluación.

Papel del docente

El profesor se encargará de supervisar diariamente el trabajo realizado por cada uno de los grupos. Se preocupará de que el proyecto de investigación que lleve a cabo cada uno involucre todos los contenidos del bloque de Estadística (concretamente de la unidad didáctica que esté desarrollando en ese momento), así como que adquieran las competencias digitales correspondientes para poder manejar con soltura las bases de datos que se pretende que utilice el alumno.

2.1.3 Contribución a las competencias clave

El marco normativo a partir del cual se desarrolla el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria es el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. En el artículo 1 de este Real Decreto se establece que: “*las competencias son las capacidades para*

aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos”. En el artículo 2 se enumeran las competencias del currículo: “a efectos del presente real decreto, las competencias del currículo serán las siguientes:

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- g) Conciencia y expresiones culturales.”

La introducción de la metodología que se propone, el *Aprendizaje Basado en Proyectos*, así como la utilización de bases de datos y hojas de cálculo en Bachillerato, va a conseguir que el alumnado desarrolle muchas de las competencias clave. A continuación se va a concretar de qué forma se produce la contribución a cada competencia clave:

- **Competencia de comunicación lingüística (CCL)**

Ilustración 1



“Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional.”

El desarrollo de esta competencia, relacionada con interpretar el mundo y relacionarse con los demás, requiere de la adquisición de vocabulario, gramática, así como de las funciones y diferentes registros del lenguaje. A lo largo de todo el proyecto se favorecerá el desarrollo de esta competencia a través de la comunicación entre compañeros, la lectura de documentos, páginas web, etc. y mediante la exposición oral ante los demás del contenido de cada uno de los proyectos.

De forma más detallada, esta competencia se practicará a través de:

- Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados.
- Analizar y comprender el enunciado al resolver o demostrar datos, relaciones

entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.

- Usar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.
- Utilizar argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.
- Describir situaciones relacionadas con la Estadística utilizando un vocabulario adecuado.

• **Competencia matemática y científico-tecnológica (CMCT)**

Ilustración 2



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional.

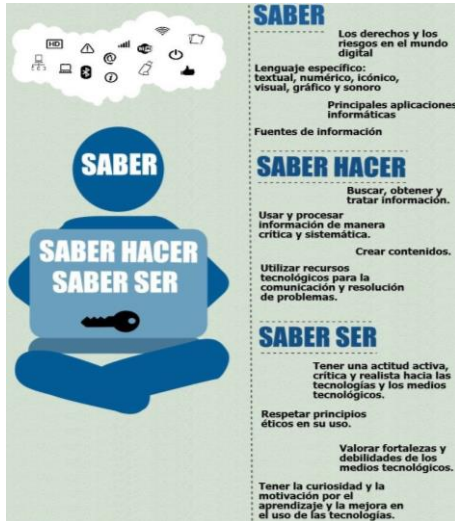
Esta competencia estará presente en todo momento a lo largo de la unidad didáctica, se trabajará a través de los siguientes aspectos:

- Elaborar tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas.
- Calcular e interpretar los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales.
- Calcular las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros (media, varianza y desviación típica).
- Decidir si dos variables Estadísticas son o no dependientes a partir de sus distribuciones condicionadas y marginales, usar adecuadamente medios tecnológicos para organizar y analizar datos desde el punto de vista estadístico.
- Calcular parámetros y generar gráficos estadísticos.
- Distinguir la dependencia funcional de la dependencia estocástica y averiguar si dos variables son o no Estadísticamente dependientes mediante la representación del diagrama de dispersión o nube de puntos.
- Cuantificar el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal de Pearson.
- Calcular la recta de regresión que mejor explica la relación entre dos variables cuantitativas y evaluar la calidad del ajuste mediante el coeficiente de determinación.
- Evaluar la capacidad predictiva del modelo.

- **Competencia digital (CD)**

La competencia digital se trabajará través de las siguientes acciones:

Ilustración 3



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional.

- Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema, situación a resolver, tanto en la búsqueda de resultados como para la mejora de la eficacia en la comunicación de las ideas matemáticas.
- Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema de investigación.
- Seleccionar herramientas tecnológicas adecuadas y utilizarlas para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.
- Utilizar medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones y extraer información sobre ellas.
- Elaborar documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y compartirlos para su discusión o difusión.
- Utilizar los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.
- Usar adecuadamente medios tecnológicos para organizar y analizar datos desde el punto de vista estadístico, calcular parámetros y generar gráficos estadísticos.

Además, durante la fase de investigación los alumnos tienen que buscar, obtener y tratar información de forma crítica y haciendo uso de las TIC. Por otro lado, en el proyecto se van a manejar bases de datos y hojas de cálculo lo que permite comprender las posibilidades que las tecnologías actuales nos ofrecen para analizar y gestionar datos.

- **Competencia de aprender a aprender (CAA)**

Ilustración 4



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional.

Esta competencia se trabajará a través de las siguientes acciones:

- Reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas.
 - Usar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.
 - Conocer la estructura del proceso de elaboración de una investigación matemática: problema de investigación, estado de la cuestión, objetivos, hipótesis, metodología, resultados, conclusiones, etc.
 - Consultar las fuentes de información adecuadas al problema de investigación.
- Reflexionar sobre el proceso de investigación y elaborar conclusiones sobre el nivel de:
a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos. Así mismo, plantear posibles continuaciones de la investigación; analizando los puntos fuertes y débiles del proceso y haciendo explícitas sus impresiones personales sobre la experiencia.
 - Usar, elaborar o construir modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.
 - Interpretar la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.
 - Plantear la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.
 - Desarrollar actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; revisar de forma crítica los resultados encontrados; etc.
 - Investigar de manera autónoma cómo elaborar tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas.
 - Conseguir calcular e interpretar los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales.
 - Aprender a construir distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros (media, varianza y desviación típica).

- Decidir si dos variables estadísticas son o no dependientes a partir de sus distribuciones condicionadas y marginales.
- Distinguir la dependencia funcional de la dependencia estadística y estimar si dos variables son o no estadísticamente dependientes mediante la representación de la nube de puntos.
- Cuantificar el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.
- Calcular las rectas de regresión de dos variables y obtener predicciones a partir de ellas.
- Evaluar la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal.

Esta es esencialmente la competencia que mejor permite trabajar el *ABP* en comparación con otras metodologías. El proyecto nos permite trabajar esta competencia y a la vez, ver en qué medida los alumnos son competentes en sus habilidades de aprendizaje individual y social. A través del trabajo en grupos heterogéneos en cuanto a actitudes, aptitudes e intereses, los alumnos tienen que aprender a ser conscientes de su propio proceso de aprendizaje y de sus necesidades y oportunidades.

- **Competencia social y cívica (CSC)**

Ilustración 5



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional.

En esta unidad, el alumno trabajará las competencias sociales y cívicas a través de las siguientes acciones:

- Transmitir certeza y seguridad en la comunicación de las ideas, así como dominio del tema de investigación.
- Establecer conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.
- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje y obtener conclusiones sobre los logros conseguidos, resultados mejorables, impresiones personales del proceso, etc.
- Desarrollar actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración,

autoanálisis continuo, autocrítica constante, etc.

Con la participación en el proyecto se trabajará el diálogo constructivo, expresando tolerancia, confianza y empatía, y se generarán situaciones de convivencia. Por otro lado, esta metodología permite fomentar el respeto a la diversidad de opiniones e ideas y el reconocimiento del valor que esconde esa diversidad. Durante todas las sesiones se procurará despertar el interés por el bienestar social, el diálogo y el respeto hacia el resto de las personas. Además, en esta unidad didáctica se buscará poner el foco en las opiniones de los alumnos sobre la Estadística y su utilidad en la vida real.

- **Competencia de conciencia y expresión culturales (CEC)**

Ilustración 6



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional.

La conciencia y expresiones culturales se practicarán a través de:

- Buscar conexiones entre contextos de la realidad y del mundo de las matemáticas (la historia de la humanidad y la historia de las matemáticas; tecnologías y matemáticas, economía y matemáticas, etc.) y entre contextos matemáticos (geométricos y probabilísticos, discretos y continuos, finitos e infinitos, etc.).
- Usar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto del problema de investigación.
- Reflexionar sobre los procesos desarrollados, tomando conciencia de sus estructuras; valorando la potencia, sencillez y belleza de los métodos e ideas utilizados; aprendiendo de ello para situaciones futuras; etc.

Además, el cuidado estético en las presentaciones y trabajos del proyecto permitirán poner práctica esta competencia.

- **Competencia del sentido de la iniciativa y espíritu de empresa (SIEE)**

Ilustración 7



Fuente: Ministerio de Educación y Formación Profesional.

El sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor se desarrollarán a través de:

- Valorar la información de un enunciado y la relación con el número de soluciones del problema.
- Realizar estimaciones y la elaboración de conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.
- Utilizar estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.
- Utilizar diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.
- Conocer la estructura del proceso de elaboración de una investigación matemática:

problema de investigación, estado de la cuestión, objetivos, hipótesis, metodología, resultados, conclusiones, etc.

- Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.
- Profundizar en la resolución de algunos problemas, planteando nuevas preguntas, generalizando la situación o los resultados, etc.
- Utilizar argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.
- Reflexionar sobre el proceso de investigación y la elaboración de conclusiones sobre el nivel de: a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos. Así mismo, el planteamiento de posibles continuaciones de la investigación; análisis de los puntos fuertes y débiles del proceso y la manifestación explícita de las impresiones personales sobre la experiencia.
- Identificar situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.
- Establecer conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.
- Realizar simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y

las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.

- Reflexionar sobre el proceso y obtener conclusiones sobre los logros conseguidos, resultados mejorables, impresiones personales del proceso, etc.
- Plantear la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.
- Desarrollar actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; revisar de forma crítica los resultados encontrados; etc.
- Tomar decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y utilidad.
- Reflexionar sobre los procesos desarrollados, tomando conciencia de sus estructuras; valorando la potencia, sencillez y belleza de los métodos e ideas utilizados; aprendiendo de ello para situaciones futuras; etc.

Esta competencia, basada en la habilidad para transformar las ideas en actos, también se trabaja con la elaboración de los proyectos. Al estar utilizando una metodología activa, son los alumnos, guiados por el profesor, los que adoptan las decisiones y las ponen en práctica. Para ello, es necesaria la utilización de capacidades como la gestión, organización, análisis, planificación, comunicación, liderazgo, etc.

2.1.4 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

A continuación, presentaremos los contenidos del bloque común y del bloque de Estadística del currículo junto con los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y competencias correspondientes:

Tabla 2: Contenidos comunes del curso

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	Competencias	
<p>Planificación del proceso de resolución de problemas.</p> <p>Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.</p> <p>Soluciones y/o resultados obtenidos: coherencia de las soluciones con la situación, revisión sistemática del proceso, otras formas de resolución, problemas parecidos, generalizaciones y particularizaciones interesantes.</p> <p>Iniciación a la demostración en matemáticas: métodos, razonamientos, lenguajes, etc.</p> <p>Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción,</p>	1. Razonar verbalmente los procedimientos utilizados en la resolución de problemas	1.1. Razona verbalmente con rigor y precisión el procedimiento utilizado en la resolución de un problema.	CMCT-CL	
	2. Usar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos y las comprobaciones necesarias de las soluciones obtenidas	2.1. Hacer un análisis para comprender el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios etc.)		CMCT-CL
		2.2. Analiza la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.		CMCT-SIEE
		2.3. Estima y lleva a cabo conjeturas sobre los resultados de los problemas planteados, valorando su utilidad y eficacia.		CMCT-SIEE
		2.4. Usa estrategias heurísticas y procesos de razonamiento para resolver los problemas.		CMCT-SIEE

<p>contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.</p> <p>Razonamiento deductivo e inductivo. Lenguaje gráfico, algebraico, otras formas de representación de argumentos.</p> <p>Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado matemático.</p> <p>Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas.</p> <p>Elaboración y presentación de un informe científico sobre el proceso, resultados y conclusiones del proceso de investigación desarrollado.</p> <p>Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.</p>		2.5. Reflexiona sobre los procedimientos para resolver problemas.	CMCT-AA	
	<p>3. Demostrar propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos propios del curso.</p>		3.1. Usa diferentes métodos de demostración dependiendo del contexto matemático.	CMCT-SIEE
			3.2. Realiza una reflexión sobre el proceso de demostración (estructura, método, lenguaje y símbolos, pasos clave, etc.).	CMCT-SIEE-CAA
	<p>4. Realizar informes científicos por escrito que sirvan para detallar y compartir las ideas matemáticas surgidas en la resolución de un problema o en una demostración, con el rigor y la precisión adecuados.</p>		4.1. Escoge el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación de cada momento.	CMCT-CL-CAA
			4.2. Argumenta, justifica, explica y razona de manera explícita y coherente.	CMCT-CL
			4.3. Utiliza herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema, situación a resolver o propiedad o teorema a demostrar, tanto para buscar resultados como para mejorar la eficacia en la transmisión de las ideas matemáticas.	CMCT-CD

<p>Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p> <p>Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:</p> <p>a) la recogida ordenada y la organización de datos;</p> <p>b) la elaboración e interpretación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;</p> <p>c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;</p> <p>d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;</p> <p>e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;</p>	<p>5. Organizar de forma adecuada el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en el que se desarrolla y el problema de investigación que se pretende resolver</p>	<p>5.1. Identificar la estructura que debe tener una investigación matemática; problema de investigación, estado de la cuestión, objetivos, hipótesis, metodología, resultados, conclusiones, etc.</p>	CMCT-SIEE-CAA
		<p>5.2. Organiza adecuadamente el proceso de investigación, considerando el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación que se desea resolver.</p>	CMCT-SIEE
		<p>5.3. Plantea nuevas cuestiones, generaliza resultados o situaciones para reflexionar en la resolución de ciertos problemas.</p>	CMCT-SIEE
	<p>6. Reflexionar y utilizar estrategias para generar investigaciones matemáticas, a partir de: la resolución de un problema; la generalización de propiedades y reglas matemáticas; la utilización en algún momento de la historia de las matemáticas; concretando todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos</p>	<p>6.1. Trabaja para generalizar y demostrar propiedades de contextos matemáticos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.</p>	CMCT-SIEE
		<p>6.2. Conecta el mundo matemático con el mundo de la vida cotidiana relacionando la historia de la humanidad y la historia de las matemáticas; arte y matemáticas; tecnologías y matemáticas, ciencias experimentales y matemáticas, economía y matemáticas, etc. Relaciona contextos matemáticos; numéricos y geométricos, geométricos y funcionales, geométricos y probabilísticos, discretos y continuos, finitos e infinitos, etc..</p>	CMCT-SIEE-CEC
	<p>7. Realizar informes científicos de manera escrita que recoja el proceso de investigación realizado, con el rigor y la precisión adecuados.</p>	<p>7.1. Sabe acudir y escoger las fuentes de información adecuadas al problema de investigación.</p>	CMCT-CAA
		<p>7.2. Utiliza el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto del problema de investigación.</p>	CMCT-CEC

f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.		7.3. Argumenta, justifica, explica y razona de manera explícita y coherente.	CMCT-SIEE
		7.4. Utiliza herramientas tecnológicas apropiadas con al tipo de problema de investigación.	CMCT-CD
		7.5. Comunica sus ideas de manera segura y con certeza y domina en su totalidad el tema de la investigación	CMCT-CS
		7.6. Saca conclusiones sobre el proceso de investigación y elabora conclusiones sobre el nivel de: a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos. Así mismo, plantea posibles continuaciones de la investigación; analiza los puntos fuertes y débiles del proceso y hace explícitas sus impresiones personales sobre la experiencia	CMCT-SIEE-AA
	8. Profundizar en los procesos de matematización relacionados con contextos de la realidad diaria (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad.	8.1. Sabe identificar situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.	CMCT-S
		8.2. Conecta el mundo matemático con el mundo de la vida cotidiana relacionando la historia de la humanidad identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.	CMCT-SIEE-CSC
		8.3. Utiliza y construye modelos matemáticos adecuados que permitan resolver problemas dentro del campo de las matemáticas.	CMCT-AA

		8.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad	CMCT-CAA
		8.5. Elabora simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.	CMCT-SIEE
	9. Examinar la modelización matemática como un recurso fiable para resolver problemas de la realidad diaria, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.	9.1. Sacar conclusiones sobre el proceso y obtener y evaluar los logros conseguidos, resultados que se pueden mejorar, impresiones personales del proceso, etc.	CMCT-SIEE-CSC
	10. Desarrollar y fomentar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.	10.1. Desarrolla buenas actitudes para un trabajo adecuado en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, etc.	CMCT-CSC
		10.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.	CMCT-SIEE-AA
		10.3. Desarrolla habilidades de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; ser críticos con los resultados encontrados; etc.	CMCT-SIEE-AA
	11. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.	11.1. Toma decisiones en la resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización analizando la sencillez, utilidad y las consecuencias de las mismas.	CMCT-SIEE
	12. Analizar las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares a las que se puede enfrentar en un futuro.	12.1. Reflexiona sobre los procesos desarrollados, tomando conciencia de sus estructuras; valorando la potencia, sencillez y belleza de los métodos e ideas utilizados; aprendiendo de ello para situaciones futuras; etc.	CMCT-SIEE-CEC

	<p>13. Usar diferentes herramientas tecnológicas, de manera autónoma, para realizar cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas. Todo ello teniendo en cuenta el curso.</p>	<p>13.1. Elige las herramientas tecnológicas que mejor se adapten a cada situación y utilizarlas para realizar cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.</p>	<p>CMCT-CD</p>
<p>13.2. Usa diferentes medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y obtener información de ellas.</p>		<p>CMCT-CD</p>	
<p>13.3. Elabora, utilizando herramientas tecnológicas, las representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas.</p>		<p>CMCT-CD</p>	
<p>13.4. Simula entornos y objetos geométricos mediante herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades de las figuras geométricas.</p>		<p>CMCT-CD</p>	

	14. Usar tecnologías de la información y la comunicación (TIC) de manera habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información que sea fiable y relevante perteneciente a Internet o a otras fuentes, haciendo informes propios, elaborando exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.	14.1. Realiza búsqueda de información, analiza dicha información y selecciona la más relevante, posteriormente, elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda.	CMCT-CD
		14.2. Usa los diferentes recursos creados como pilares de una exposición oral de su investigación.	CMCT-CL
		14.3. Utiliza de manera adecuada la tecnología para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando los beneficios e inconvenientes de su proceso académico y estableciendo propuestas para mejorar.	CMCT-C

Tabla 3: Contenidos específicos de la unidad didáctica

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	Competencias
<p>Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Medias y desviaciones típicas marginales. Distribuciones condicionadas. Independencia de variables estadísticas. Estudio de la dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos. Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Recta de regresión. Estimación. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas.</p>	<p>1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, tomados de contextos de la realidad cotidiana (científico, tecnológico, industrial, de salud, social, etc.) y obtener los parámetros estadísticos más usuales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando, la dependencia entre las variables.</p>	<p>1.1. Construir tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos procedentes de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas</p>	<p>CMCT-AA</p>
		<p>1.2. Calcula y comprende los parámetros estadísticos más frecuentes en variables bidimensionales.</p>	<p>CMCT-AA</p>
		<p>1.3. Mediante el uso de una tabla de contingencia obtiene las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas, así como sus parámetros (media, varianza, desviación típica)</p>	<p>CMCT-AA</p>
		<p>1.4. Analiza si dos variables estadísticas son o no dependientes usando sus distribuciones condicionadas y marginales.</p>	<p>CMCT-AA</p>
		<p>1.5. Utiliza adecuadamente medios tecnológicos para ordenar y analizar datos desde el punto de vista estadístico, obtener el valor de parámetros y representar gráficos estadísticos.</p>	<p>CMCT-CD</p>

	<p>2. Analizar la posible relación entre dos variables numéricas y cuantificar la relación lineal entre ellas utilizando el coeficiente de correlación, analizando la conveniencia de ajustar una recta de regresión y, en su caso, la pertinencia de realizar predicciones, comprobando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos científicos.</p>	<p>2.1. Diferencia la dependencia funcional de la dependencia estadística y distingue si dos variables son o no estadísticamente dependientes a partir de la representación de la nube de puntos.</p>	CMCT-AA
		<p>2.2. Valora el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables a partir del cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal</p>	CMCT-AA
		<p>2.3. Obtiene las rectas de regresión de dos variables y las utiliza para predecir valores</p>	CMCT-AA
		<p>2.4. Analiza la fiabilidad de las predicciones obtenidas mediante la recta de regresión a partir del coeficiente de determinación lineal.</p>	CMCT-AA
	<p>3. Usa el vocabulario adecuado para explicar situaciones relacionadas con la estadística, evaluando un conjunto de datos o analizando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>	<p>3.1. Detalla situaciones relacionadas con la estadística haciendo uso de un vocabulario adecuado.</p>	CMCT-CL

2.1.5 División en tiempos y espacios

Esta es una propuesta didáctica flexible en cuanto a la distribución de tiempos y espacios, cada profesor puede adaptarlo a las características de su grupo de alumnos, a la evolución del temario, etc. No obstante, para poder llevar a cabo correctamente todas sus fases será necesario emplear alrededor de 14 sesiones de 50 minutos de duración. En 1º de Bachillerato hay 4 horas semanales de matemáticas por lo que se destinarán en torno a 4 semanas a esta propuesta didáctica. En cuanto a la elección de los espacios donde llevarla a cabo, si alguno de los alumnos no dispone de ordenador portátil será necesario acudir a algún aula de ordenadores del centro.

Sesión 1: *el alumnado ante el proyecto.*

En esta sesión inicial se le explicará al alumnado en qué consiste el *Aprendizaje Basado en Proyectos* y todo lo que puede aportarles, el papel del profesor, el tema central del proyecto que tendrán que desarrollar y los objetivos del mismo. En el último cuarto de hora de la sesión se procederá a la formación de grupos.

En esta sesión los alumnos deberán escuchar con atención e interés las explicaciones del profesor e intervenir si lo consideran oportuno, por lo tanto, se trabajará la competencia lingüística. Al explicarles el *ABP* y como se llevará a cabo, los alumnos descubren un método de aprendizaje innovador que despertará su motivación y curiosidad por aprender, con ello se trabajará la competencia aprender a aprender. Para lograr un clima de aprendizaje y respeto hacia el profesor y los compañeros los alumnos tendrán que aplicar códigos de conducta aceptados en nuestra sociedad y por lo tanto se fomentará también la competencia cívica y social.

Sesión 2: *lluvia de ideas inicial.*

En esta sesión tendrá lugar la fase de *lluvia de ideas inicial* en la que durante toda la sesión los miembros de cada grupo, de forma ordenada y respetando el turno de palabra, darán su opinión sobre cómo abordar el proyecto, identificando los aspectos clave (los 16 primeros minutos), exponiendo los conocimientos previos (los 16 minutos siguientes) y comenzando a pensar en la planificación del proyecto (los últimos 16 minutos). Como ya mencionábamos en

el apartado *Fases del ABP*, en esta sesión los alumnos identificarán lo que saben, lo que no saben y lo que necesitan saber para la realización del proyecto, los llamados “temas de aprendizaje”. En parte, algunos de estos temas coincidirán con los objetivos del proyecto, no obstante, si alguno no sale de forma espontánea el profesor, que pasará por los grupos supervisando que todos trabajen correctamente, podrá sugerírselo.

En esta fase se contribuye en gran medida a la competencia lingüística ya que la “lluvia de ideas” da lugar a múltiples situaciones comunicativas en las que los alumnos deben expresarse de forma oral y escuchar con atención e interés, a la vez que se fomenta el diálogo crítico y constructivo.

También se fomenta la competencia aprender a aprender ya que tienen que analizar su conocimiento sobre el tema e identificar lo que saben, lo que desconocen y los aspectos clave. Además, deben empezar a pensar las estrategias para afrontar el proyecto y asumir un papel protagonista en su proceso de aprendizaje. Por otra parte, se fomenta la competencia social y cívica al requerirse una comunicación constructiva y tolerancia hacia las ideas de los demás. Por último, también se potencia la iniciativa y espíritu emprendedor ya que deben pensar la planificación del proyecto.

Sesión 3: *fase de investigación independiente, elecciones de variables.*

En los primeros 15 minutos de esta sesión tendrá lugar la secuenciación del proyecto por parte de los alumnos. Posteriormente investigarán sobre los tipos de variables estadísticas y procederán a elegir las de su interés para el estudio. Para ello los alumnos podrán utilizar el libro de texto y buscar en páginas web. A esta parte se dedicarán 20 minutos. También pensarán cuales son las preguntas que quieren incluir en la encuesta para extraer la información sobre esas variables, para lo cual se emplearán los últimos 15 minutos de la sesión.

Como consecuencia de la secuenciación del proyecto se pondrá en práctica la capacidad del alumnado de diseñar e implementar un plan, habilidades asociadas al sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor. Por lo tanto, se fomentará esta competencia.

La comprensión de distintos textos, la búsqueda, recopilación y procesamiento de la información permiten fomentar la competencia lingüística. Por otro lado, al investigar sobre conceptos matemáticos como son las variables estadísticas se fomentará la competencia matemática. También se trabajará la competencia digital ya que para consultar algunas fuentes

se hará uso de las TIC.

Por otra parte, el alumno tendrá que tomar conciencia de lo que sabe y lo que desconoce, así como de las estrategias que va a llevar a cabo para adquirir la información y para implementar el proyecto. Esto contribuirá a desarrollar la competencia aprender a aprender.

Sesión 4: *fase de investigación independiente, elaboración del cuestionario.*

En esta sesión los alumnos investigarán sobre la aplicación informática que hayan elegido para crear los formularios (se les sugerirá *Google Forms* aunque pueden utilizar la que deseen), los crearán y tras esta sesión realizarán las encuestas para recabar la información.

Si los alumnos no saben utilizar la aplicación elegida para elaborar los cuestionarios tendrán que investigar sobre su funcionamiento, lo que les llevará de nuevo a comprender distintos textos, buscar y recopilar información. Con ello se fomentará la competencia lingüística. Además, aprenderán a manejar nuevas herramientas informáticas por lo que se contribuirá a la competencia digital. También se contribuirá a la competencia aprender a aprender, ya que la búsqueda e intercambio de información grupal que surge del proceso de investigación les mostrará un gran beneficio del trabajo en equipo colaborativo: en menor tiempo se pueden obtener resultados de mayor calidad que trabajando individualmente.

Sesión 5: *fase de investigación independiente, investigación de los conceptos.*

En esta sesión los alumnos elaborarán las cuestiones a las que pretenderán dar respuesta con su estudio estadístico y en las que utilizarán la información recogida a través de las encuestas. Esto conllevará una fase de investigación previa de todos los conceptos estadísticos implicados. Para ello los alumnos dispondrán del libro de texto y de las páginas web y otras fuentes que les sugiera el profesor. Si alguno de los contenidos del currículo no aparece reflejado en estas cuestiones, el docente les orientará para que incluyan alguna en la cual se utilice. Lo hará mediante preguntas para que sean los propios alumnos los que se den cuenta de por dónde han de seguir investigando.

En el apartado *Actividades de aprendizaje y enseñanza* se muestran ejemplos de posibles cuestiones que podrían plantear los alumnos en su estudio estadístico.

Como en las otras sesiones de investigación se fomentará la competencia lingüística ya que los alumnos tendrán que comprender distintos textos, buscar y recopilar información. De nuevo se consultarán diversas fuentes, empleando las TIC por lo que se pondrá en práctica la competencia digital. Al investigar sobre diferentes conceptos estadísticos y elaborar cuestiones en los que ponerlos en práctica se contribuirá también a la competencia matemática. Como en las otras sesiones en las que hay una parte de investigación se fomentará la competencia aprender a aprender.

Sesión 6: *fase de investigación independiente, investigación sobre bases de datos.*

En esta sesión los alumnos crearán la base de datos con la información recogida a través de las encuestas. Para ello deberán investigar previamente cómo diseñar, validar y depurar una base de datos. Durante esta sesión el profesor les hará sugerencias, preguntas y les dará pistas para contribuir a su aprendizaje, por ejemplo: ¿Qué pasa si en una celda de notas meto una cifra superior a 10?, ¿cómo evito ese error? Además, les indicará bibliografía y/o webgrafía para que busquen la información.

Al igual que en otras sesiones en las que había una parte dedicada la investigación se trabajará, mediante la búsqueda, recopilación y procesamiento de la información, empleando herramientas tecnológicas, las competencias lingüística y digital. Esta segunda será especialmente importante en esta ocasión ya que se emplearán las TIC no solo para buscar información sino también para crear la base de datos mediante hojas de cálculo. Al igual que en las sesiones anteriores y por los mismos motivos se fomentará también la competencia aprender a aprender.

Sesión 7, sesión 8 y sesión 9: *fase de investigación independiente, investigación sobre herramientas de Excel.*

En estas sesiones los alumnos procederán a resolver las cuestiones planteadas utilizando la base de datos creada con Excel. Esto los llevará a investigar sobre las diferentes herramientas que ofrece Excel para hacer cálculos estadísticos y obtener gráficos, según vayan planteando las actividades y viendo los conocimientos que necesitan los irán investigando. De nuevo, el profesor les sugerirá algunas fuentes donde encontrar la información: podrá ser en formato texto, manuales, pdf, etc. para que lean sobre el tema o en formato de vídeo para que vean de forma práctica cómo llevarlo a cabo.

Al igual que en otras sesiones en las que había una parte dedicada a la investigación se trabajará, mediante la búsqueda, recopilación y procesamiento de la información, empleando herramientas tecnológicas, las competencias lingüística y digital. Esta segunda será especialmente importante ya que no solo se emplearán las herramientas TIC para buscar información sino también para la obtención de gráficos y realizar los cálculos estadísticos oportunos, con las hojas de cálculo. Debido a las tareas de investigación que los alumnos deben llevar a cabo y al igual que sucedía en las sesiones anteriores se fomentará la competencia aprender a aprender.

Sesión 10, sesión 11: *fase de investigación independiente, elaboración del informe de investigación*

Estas sesiones se dedicarán a que los grupos redacten el informe de investigación, reuniendo todos los resultados, indicando las fuentes consultadas y explicando el proceso seguido, los cálculos realizados y las conclusiones obtenidas.

En estas sesiones los alumnos tendrán que mostrar su capacidad de expresión escrita y por ello se trabajará la competencia lingüística. Este informe se elaborará a ordenador, por lo que se trabajará también la competencia digital. Además, los alumnos deben explicar cómo han desarrollado el proyecto, lo que les llevará a reflexionar sobre su proceso de aprendizaje, por lo tanto se trabajará también la competencia aprender a aprender.

Sesión 12: *puesta en común en el aula*

En esta sesión el profesor ya cuenta con el informe de cada grupo además de contar con la experiencia de haber observado y seguido su trabajo diario. La clase se dedicará a lanzar preguntas a miembros de cada grupo para que reflexionen sobre lo que han hecho, lo que han aprendido, a justificar sus acciones, comprobar la eficacia o no de sus hipótesis de partida, etc.

Esta fase permite desarrollar la competencia lingüística y la iniciativa y espíritu emprendedor, ya que los alumnos, al reflexionar y comunicar lo que han hecho y por qué lo han hecho y analizar los resultados obtenidos, trabajarán tanto habilidades comunicativas y de persuasión, como destrezas de análisis y de toma de decisiones.

Sesión 13, sesión 14: *presentación del producto final y evaluación*

En estas sesiones cada grupo expondrá durante 15 minutos, y ante sus compañeros, los resultados de su investigación y las conclusiones obtenidas. Tendrá lugar también la coevaluación, mediante una rúbrica de evaluación los propios alumnos valorarán el trabajo de sus compañeros. Después de cada intervención cada grupo podrá valorar todo su trabajo, no solo la presentación, mediante una rúbrica de autoevaluación. El profesor teniendo en cuenta tanto el informe como la presentación completará también una rúbrica (heteroevaluación).

Por último, el profesor realizará preguntas al alumnado para conocer su opinión sobre esta experiencia y reflexionar entre todos sobre ello.

Mediante la exposición de los proyectos los alumnos se expresan oralmente ante el público y hacen uso de un estilo del lenguaje formal, con ello se trabaja la competencia lingüística. Además, para la presentación se emplearán recursos tecnológicos, por lo tanto también se contribuye a la competencia digital. Por otra parte, la elaboración de la presentación permite a los alumnos desarrollar la iniciativa, la imaginación y la creatividad, así como emplear distintos materiales y técnicas en el diseño de las mismas. Gracias a ello, se desarrolla la competencia de conciencia y expresiones culturales. Por otra parte, respondiendo a las rúbricas de evaluación los alumnos reflexionan sobre el proceso de aprendizaje y con ello se trabaja la competencia aprender a aprender.

2.1.6 Recursos

Los materiales utilizados en esta unidad didáctica serán los siguientes:

- El libro de texto aprobado por el Departamento de Matemáticas.
- La plataforma *Teams* como medio para enviar documentos y bibliografía relacionados con la Estadística, Excel y bases de datos.
- Cuaderno o bloc de hojas para que los alumnos puedan utilizarlo como borrador y hacer sus anotaciones, escribir todas las propuestas de cada miembro del grupo etc.
- Pizarra de tiza o digital: podrá ser usado como material de apoyo tanto para el profesor como para los alumnos durante las exposiciones.
- Ordenador y cañón de proyección, utilizados para:
 - El uso de PowerPoint para presentar los resultados de los estudios durante las conferencias.
 - Mostrar documentos, videos o alguna página de internet que sirva de

ayuda a los grupos si se da una situación del bloqueo y el profesor les tiene que ayudar a encontrar información, hacer alguna aclaración sobre conceptos de Estadística o explicar cómo utilizar alguna de las herramientas de Excel.

- Será necesario al menos un ordenador por cada grupo ya que es un elemento indispensable en el desarrollo de los proyectos: para hacer los cuestionarios, para crear y utilizar la base de datos, para buscar información, para hacer la presentación etc. Para ello se contará con los de la sala de ordenadores y si algún alumno lo desea puede usar su portátil personal.

2.1.1 Actividades de aprendizaje y enseñanza

En este apartado se van a mostrar ejemplos de posibles preguntas a responder por el alumnado en el proyecto. De este modo se pretende ilustrar de forma más concreta el tipo de actividades que tendrían que responder y cómo se vería involucrada la comprensión de los diferentes conceptos de los contenidos del bloque.

La encuesta sería realizada por cada miembro del grupo a diez conocidos y las variables a recoger podrían ser las siguientes:

- ❖ Sexo
- ❖ Edad
- ❖ Tiempo de uso de cada red social cada día de la semana (se considerarán Facebook, Whatsapp, Instagram y Twitter) y red social favorita.
- ❖ Número de seguidores en Instagram
- ❖ Número de seguidos en Instagram
- ❖ Estudiante (sí o no): en caso de que sí nota media y número de suspensos del último curso.

Algunas posibles cuestiones que se podrían analizar en el estudio o que podría plantearles el profesor durante la elaboración del proyecto, son las siguientes:

1. *¿Qué pasa si, por ejemplo, al rellenar el formulario para completar la base de datos metes por error un valor superior a 24 horas?, ¿Cómo evitas ese tipo de errores?*

Esta pregunta no sería de las que incluyesen los alumnos en el estudio, sino que sería una posible pregunta que hiciera el profesor para guiarles en el aprendizaje de técnicas de validación de la base de datos.

2. *¿Cuánto tiempo pasa conectada una persona a Instagram cada día de la semana?, ¿y de media en toda la semana?, ¿qué día es en el que se hace un mayor uso de Instagram?*

La primera pregunta permite a los alumnos reflexionar sobre si es mejor tener en cuenta el número total de horas, la media, la mediana, la moda etc. Una forma que les podría sugerir el profesor es creando una tabla con las variables *días de la semana* e *individuos encuestados*, los valores de la tabla serían el tiempo dedicado por cada uno cada día de la semana a esta red social. Las otras dos preguntas se responden haciendo cálculos sobre esta tabla.

Esto les permitiría trabajar la construcción de una tabla en Excel y la obtención de promedios.

3. *¿Cuál es la edad media de las personas que has encuestado?, ¿hay más variabilidad en las horas de uso o en la edad de los encuestados?*

En este caso los alumnos aprenderán a obtener la media y la desviación típica para dos variables cuantitativas de la base de datos. Para comparar la variabilidad de dos variables medidas en distintas unidades (años y horas de uso), verán la necesidad de utilizar una medida dispersión adimensional como, el coeficiente de variación.

4. *¿Cuál es el tiempo de consumo redes sociales en una semana según sexo y franja de edad?, ¿en qué franja de edad es mayor este consumo?*

Con esta cuestión los alumnos podrían practicar la creación de una tabla bidimensional con el tiempo medio semanal de consumo de redes sociales según las variables *sexo* y *franja de edad* y el cálculo de las medias condicionadas.

5. *¿Cuál es relación entre el número de suspensos y el número de horas semanales*

dedicados a las redes sociales?, ¿cuál es la media de horas de dedicación semanales a las redes sociales para 5 suspensos?, ¿hay más variabilidad para 0 o para 5 suspensos?

Si necesitasen ayuda, el profesor podría sugerirles que una buena forma de mostrarlo es mediante una tabla con las variables *horas semanales dedicados a las redes sociales* y *número de suspensos*. Sobre ella el alumno puede calcular las medias y desviaciones típicas condicionadas para responder a las dos últimas preguntas.

6. *¿Cuántos individuos usan cada red social y cuánto tiempo a la semana?, ¿tiempo medio semanal de dedicación a cada una?*

Una buena forma de representarlo es con una tabla donde las variables sean *el tiempo* dividido en intervalos y la otra *las redes sociales*. Como en el resto de las cuestiones el profesor podría hacerles sugerencias o darles pistas en este sentido si fuera necesario. Para la segunda pregunta basta con utilizar las herramientas que ofrece Excel para calcular promedios.

7. *¿Cómo podemos cuantificar la relación entre el número de suspensos y el número de horas semanales dedicados a las redes sociales? ¿existe una fuerte dependencia entre estas dos variables?, ¿cómo podemos reflejar gráficamente esta relación?*

Con la resolución de estas cuestiones quedaría reflejada la comprensión de los conceptos de coeficiente de correlación lineal de Pearson, y diagrama de dispersión o nube de puntos.

Si una persona dedica 10 horas semanales a las redes sociales, ¿cuántas asignaturas cabe esperar que suspenda?, ¿cómo de fiable es esta estimación?

Con la resolución de estas cuestiones quedaría reflejada la comprensión de los conceptos de recta de regresión y cómo utilizar el modelo lineal hallado para realizar predicciones.

8. *En vista a los datos recogidos, ¿cabe pensar que existe una correlación entre*

el número de seguidores y el número de seguidos en Instagram? Si seguimos a 600 personas en Instagram, ¿cuántos seguidores cabría esperar que tuviéramos?, ¿y si seguimos a 20000?. ¿Qué tal se ajusta el modelo lineal utilizado a los datos?, ¿qué porcentaje de variabilidad en el número de seguidores viene explicado por el modelo de regresión?

Con esta cuestión los alumnos podrían trabajar los conceptos de coeficiente de correlación lineal de Pearson, recta de regresión y coeficiente de determinación.

2.1.2 Evaluación

La nota de cada alumno se obtendrá a partir de las siguientes ponderaciones:

- Observación del profesor (cómo ha funcionado el trabajo en grupo, actitud, si lo han dejado todo para el último momento, si han necesitado mucho o poco la ayuda del profesor, etc.): 10%
- Rúbrica del profesor: 60%
- Rúbrica de autoevaluación: 15%
- Rúbrica de coevaluación: 15%

A continuación, se presenta la rúbrica del profesor:

Tabla 4: Rúbrica de heteroevaluación

<ul style="list-style-type: none"> Los apartados del bloque de Estadística tienen una ponderación del séptuple que el resto de los apartados, es decir, una valoración máxima de 21 puntos cada uno. De este modo el total máximo de puntos es de 75 puntos y el máximo de puntos en el bloque de Estadística es de 42 puntos. 				
		Muy bien (3 puntos)	Bien (2 puntos)	Insuficiente (1 punto)
	1. Variables del estudio	Ha utilizado más de 2 variables cualitativas, 2 cuantitativas discretas y 1 cuantitativa continua.	Ha utilizado 2 variables cualitativas, 2 cuantitativas discretas y 1 cuantitativa continua.	Ha utilizado menos de 2 variables cualitativas, 2 cuantitativas discretas y 1 cuantitativa continua.
	2. Bases de datos	Se han aplicado correctamente las técnicas de validación y depuración oportunas.	Se han aplicado correctamente las técnicas de validación oportunas.	La BBDD está creada correctamente, pero no se han aplicado técnicas de validación y depuración.
Estadística	3. Utiliza y comprende los siguientes conceptos: tablas de contingencia, distribuciones conjuntas y marginales, medias y distribuciones marginales, distribuciones condicionadas.	Se utilizan todos los conceptos con corrección y se aprecia una buena comprensión de todos ellos	Se utilizan todos los conceptos en el estudio, pero algunos están mal aplicados o se aprecia una falta de comprensión sobre ellos	No se utiliza alguno de los conceptos. ¹
	4. Utiliza y comprende los siguientes conceptos: dependencia e independencia de variables estadísticas, diagramas de dispersión, covarianza y correlación, coeficiente de correlación, recta de regresión,	Se utilizan todos los conceptos con corrección y se aprecia una buena comprensión de todos ellos	Se utilizan todos los conceptos en el estudio, pero algunos están mal aplicados o se aprecia una falta de comprensión sobre ellos	No se utiliza alguno de los conceptos. ²

¹ Si apenas se aplican o en absoluto se aplican estos conceptos se considerará que la valoración de este apartado es 0 puntos.

² Si apenas se aplican o en absoluto se aplican estos conceptos se considerará que la valoración de este apartado es 0 puntos.

	estimaciones y predicciones y analiza la calidad del ajuste.			
Trabajo grupal	5. Toma de decisiones y respeto a los compañeros	Respeto a sus compañeros, valora sus aportaciones y ejerce funciones de liderazgo, gestión y organización del grupo	Participa en la toma de decisiones, respeta a sus compañeros y valora sus aportaciones.	No participa o no respeta a los compañeros, no tiene en cuenta su opinión etc.
	6. Compañerismo	Promueve el bienestar de todos los miembros del grupo y se pone a disposición de los demás para ayudar.	No crea mal ambiente en el grupo, pero tampoco se preocupa ni presta ayuda o se interesa por el trabajo de los demás.	Crea mal ambiente en el grupo, se muestra crítico con sus compañeros y nunca propone soluciones.
	7. Distribución de las tareas	Se ha realizado un reparto equitativo de las tareas.	Algunos miembros del grupo han trabajado más que otros.	La mayor parte del trabajo ha recaído sobre una sola persona.
	8. Organización del grupo	Se aprecia una buena organización del grupo y planificación del proyecto, todos entendían el papel que desempeñaba cada uno, se ha realizado una revisión exhaustiva de los resultados, redacción del informe y presentación del proyecto, etc.	Se aprecia una organización dentro del grupo, todo el mundo entendía el papel que desempeñaba cada uno, se ha llevado a cabo alguna revisión de los resultados, la redacción del informe y la presentación del proyecto, etc.	No se aprecia una buena organización del grupo y planificación del proyecto, no estaba claro el papel de cada persona, no se han llevado a cabo tareas de revisión del proyecto, etc.
Presentación	9. Uso de gráficos	Se han usado gráficos con frecuencia para ilustrar los resultados y la información expuesta.	Se han usado algunos gráficos para ilustrar los resultados y la información que se exponían en la presentación	Apenas se han usado gráficos en la presentación.
	10. Utilización adecuada del vocabulario	Se aprecia una utilización adecuada del vocabulario y una expresión fluida con lenguaje formal	Se aprecia una utilización adecuada del vocabulario	No se aprecia una adecuada utilización del vocabulario

	11. Claridad de la exposición	La exposición ha resultado atractiva e interesante.	La exposición ha resultado interesante pero la forma de llevarla a cabo no ha sido muy atractiva, ha resultado monótona o difícilmente comprensible en algunos apartados	La exposición no ha sido clara, ha resultado aburrida o parecía totalmente improvisada.
	12. Organización de la información	La información está bien organizada, de forma clara y lógica.	La mayor parte de la información se organiza de forma clara y lógica, pero requiere modificaciones múltiples para facilitar su comprensión.	La información aparece dispersa y poco organizada.
	13. Uso de bibliografía/webgrafía	Se han usado más de 4 fuentes.	Se han usado entre 2 y 4 fuentes.	Se han usado 2 o menos fuentes

Para la autoevaluación se pasará esta misma rúbrica tan solo con los bloques de *Trabajo grupal* y *Presentación* a cada alumno.

Tabla 5: rúbrica de autoevaluación

		Muy bien (3 puntos)	Bien (2 puntos)	Deficiente (1 punto)
Trabajo grupal	1. Toma de decisiones y respeto a los compañeros	Respeto a sus compañeros, valora sus aportaciones y ejerce funciones de liderazgo, gestión y organización del grupo	Participa en la toma de decisiones, respeta a sus compañeros y valora sus aportaciones.	No participa o no respeta a los compañeros, no tiene en cuenta su opinión etc.
	2. Compañerismo	Promueve el bienestar de todos los miembros del grupo y se pone a disposición de los demás para ayudar.	No crea mal ambiente en el grupo, pero tampoco se preocupa ni presta ayuda o se interesa por el trabajo de los demás.	Crea mal ambiente en el grupo, se muestra crítico con sus compañeros y nunca propone soluciones.
	3. Distribución de las tareas	Se ha realizado un reparto equitativo de las tareas.	Algunos miembros del grupo han trabajado más que otros.	La mayor parte del trabajo ha recaído sobre una sola persona.
	4. Organización del grupo	Se aprecia una buena organización del grupo y planificación del proyecto, todos entendían el papel que desempeñaba cada uno, se ha realizado una revisión exhaustiva de los resultados, redacción del informe y presentación del proyecto, etc.	Se aprecia una organización dentro del grupo, todo el mundo entendía el papel que desempeñaba cada uno, se ha llevado a cabo alguna revisión de los resultados, la redacción del informe y la presentación del proyecto, etc.	No se aprecia una buena organización del grupo y planificación del proyecto, no estaba claro el papel de cada persona, no se han llevado a cabo tareas de revisión del proyecto, etc.
Presentación	5. Uso de gráficos	Se han usado gráficos con frecuencia para ilustrar los resultados y la información expuesta.	Se han usado algunos gráficos para ilustrar los resultados y la información que se exponían en la presentación	Apenas se han usado gráficos en la presentación.
	6. Utilización adecuada del vocabulario	Se aprecia una utilización adecuada del vocabulario y una expresión fluida con lenguaje formal	Se aprecia una utilización adecuada del vocabulario	No se aprecia una adecuada utilización del vocabulario
	7. Claridad de la exposición	La exposición ha resultado atractiva e interesante.	La exposición ha resultado interesante pero la forma de llevarla a cabo no ha sido muy atractiva, ha resultado	La exposición no ha sido clara, ha resultado aburrida o parecía totalmente improvisada.

			monótona o difícilmente comprensible en algunos apartados	
	8. Organización de la información	La información está bien organizada, de forma clara y lógica.	La mayor parte de la información se organiza de forma clara y lógica, pero requiere modificaciones múltiples para facilitar su comprensión.	La información aparece dispersa y poco organizada.

Para la coevaluación se pasará esta rúbrica tan solo con el apartado *Presentación* a los compañeros del resto de grupos. Valorarán la exposición del grupo en conjunto, se obtendrá el promedio de estas calificaciones y esta será la nota que recibirá en este apartado cada alumno del grupo evaluado. Si hubiera algún alumno disruptivo en alguno de los grupos y el resto de los compañeros tuvieran que hacer todo el trabajo, se utilizará el 10% asignado a la observación del profesor para penalizar a ese alumno y compensar al resto.

Tabla 6: rúbrica de coevaluación

		Muy bien (3 puntos)	Bien (2 puntos)	Deficiente (1 punto)
Presentación	1. Uso de gráficos	Se han usado gráficos con frecuencia para ilustrar los resultados y la información expuesta.	Se han usado algunos gráficos para ilustrar los resultados y la información que se exponían en la presentación	Apenas se han usado gráficos en la presentación.
	2. Utilización adecuada del vocabulario	Se aprecia una utilización adecuada del vocabulario y una expresión fluida con lenguaje formal	Se aprecia una utilización adecuada del vocabulario	No se aprecia una adecuada utilización del vocabulario
	3. Claridad de la exposición	La exposición ha resultado atractiva e interesante.	La exposición ha resultado interesante pero la forma de llevarla a cabo no ha sido muy atractiva, ha resultado monótona o difícilmente comprensible en algunos apartados	La exposición no ha sido clara, ha resultado aburrida o parecía totalmente improvisada.

	4. Organización de la información	La información está bien organizada, de forma clara y lógica.	La mayor parte de la información se organiza de forma clara y lógica, pero requiere modificaciones múltiples para facilitar su comprensión.	La información aparece dispersa y poco organizada.
--	-----------------------------------	---	---	--

2.2 Unidad didáctica utilizando *Aprendizaje Cooperativo*.

En este apartado se va a presentar una propuesta didáctica en la que se pretende enfocar el aprendizaje de la Estadística desde un punto de vista práctico, conectándolo con el diseño de bases de datos y la realización de cálculos estadísticos sencillos en Excel y empleando para ello una metodología basada en un conjunto de técnicas de *Aprendizaje Cooperativo*, aunque no se renunciará del todo a métodos más tradicionales como la lección magistral. El profesor dará explicaciones y mandará hacer ejercicios en clase pero para llevar a cabo estas tareas se utilizarán técnicas del *Aprendizaje Cooperativo*, es decir, ambas metodologías se complementarán la una a la otra. Como parte de esta metodología se planteará un pequeño proyecto de investigación que implicará la puesta en práctica de todos los conocimientos que se pretende adquieran. El encaje de esta propuesta didáctica en el aula se mostrará al lector a través de una serie de apartados característicos de una unidad didáctica.

2.2.1 Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos son los mismos que los de la unidad didáctica en la que se aplicaba la metodología del *ABP*, dado que está basado en el mismo bloque de la asignatura Matemáticas I del currículo de bachillerato recogido en la *ORDEN EDU/363 de 2015, de 4 de mayo de 2015*, por lo tanto, para poder leerlos sugiero al lector acudir al subapartado *Objetivos didácticos* de la metodología anterior.

2.2.2 Metodología

“El trabajo en equipo no es sólo un método para aprender mejor, sino también un contenido más, algo que debemos enseñar de forma sistemática, igual que se enseñan otros contenidos curriculares” (Pujolàs, 2008, p. 217)

En este apartado se reunirán una serie de técnicas de las presentadas por (Varas Mayoral & Zariquiey Biondi, 2011) mediante las cuales se impartirá, con apoyo de la lección magistral, la unidad didáctica. Según su función estas técnicas se dividirán en siete grupos: aprendizaje de nuevos contenidos, activación de conocimientos previos, realización de ejercicios, reflexión sobre lo aprendido, recapitulación de lo aprendido, investigación y evaluación.

Estos siete grupos estructurarán nuestra metodología, definiendo cada una de sus partes. Para presentar estas técnicas se utilizarán las tablas propuestas por Varas Mayoral y Zariquiey

Biondi:

Activación de conocimientos previos

Se muestra a continuación una técnica de *Aprendizaje Cooperativo* que permite trabajar la recuperación de conocimientos previos que, quizás, no sean recordados con claridad por los alumnos. Se utilizará en las sesiones iniciales de nuestra propuesta, (aparecerá detallado en el apartado *División en tiempos y espacios* al igual que se hará con el resto de las técnicas que se mencionan en este apartado).

Tabla 7

Parejas de discusión enfocada introductoria			
Autor/es	Adaptado de David y Roger Johnson	Agrupamiento	Parejas
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Activar conocimientos previos. • Generar diversas respuestas. • Fomentar el diálogo, la controversia y el consenso. 		
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1º)	El profesor plantea una serie de preguntas que se responderán a lo largo de la sesión.		
2º)	Los alumnos se agrupan en parejas		
3º)	Las parejas discuten sobre las preguntas y buscan una solución.		
4º)	El profesor pide al azar algunas de las respuestas de las parejas.		
Consejos	<ul style="list-style-type: none"> • Las preguntas podrían anotarse en la pizarra, de cara a que los alumnos las tengan siempre presentes. • Para promover la implicación de todos los alumnos en la actividad, se puede pedir a las parejas que escriban sus conclusiones en un papel y las entreguen al profesor. 		
Aplicación para A.A.C.	<ul style="list-style-type: none"> • Asegurar que, en ocasiones, tenga la oportunidad de desarrollar esta técnica con compañeros de nivel alto. • Plantear preguntas diferenciadas en función del nivel. 		

“Fuente: Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011, p. 5)”

Aprendizaje de nuevos contenidos

En esta ocasión se presenta una técnica que sirve para que los alumnos trabajen y aprendan nuevos contenidos. Será utilizada para enseñar al alumnado a diseñar bases de datos con hojas de cálculo.

Tabla 8

Demostración silenciosa			
Autor/es	Mel Silberman	Agrupamiento	Parejas
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Favorecer la atención y concentración. • Interiorizar destrezas, procedimientos, rutinas. • Analizar acciones y ordenar secuencias lógicas. • Aumentar el nivel de procesamiento de la información. 		
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1º)	Escoger un procedimiento de múltiples etapas que quiera enseñar a sus alumnos.		
2º)	Pedir a los alumnos que observen mientras el docente realiza todo el procedimiento. Hacerlo sin dar explicaciones ni hacer comentarios. Dar un vistazo de la imagen total de toda la tarea. No esperar que los estudiantes lo retengan. Por el momento, sólo se los prepara para el aprendizaje.		
3º)	Formar parejas. Demostrar la primera parte del procedimiento, nuevamente sin hacer comentarios. Pedir a las parejas que conversen sobre lo que observaron hacer. Solicitar un voluntario que explique lo que ha visto. Resaltar las observaciones correctas.		
4º)	Indicar a las parejas que practiquen la primera parte del procedimiento. Cuando lo hayan dominado, proceder con una demostración silenciosa de las siguientes partes y continuar con la práctica en parejas.		
5º)	Finalizar la clase pidiendo a los alumnos que realicen todo el procedimiento sin ninguna ayuda.		
Consejos	<ul style="list-style-type: none"> • Si es posible, brinde a los alumnos una tarea inicial para intentar el procedimiento antes de ver la demostración. Estimular los ensayos y la posibilidad de cometer errores. De este modo, se consigue la atención inmediata de los alumnos. 		
Aplicación para A.A.C.	<ul style="list-style-type: none"> • Si es un procedimiento que domina, convertirlo en un “demostrador” silencioso. 		

“Fuente: Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011, p. 8)”

Realización de ejercicios

Para la realización de ejercicios durante las sesiones utilizando *Aprendizaje Cooperativo* contamos con las siguientes técnicas:

Tabla 9

Parejas de ejercitación/revisión			
Autor/es	David y Roger Johnson	Agrupamiento	Parejas/Pequeño grupo
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Responder preguntas, ejercicios y problemas. • Asegurar el procesamiento de la información. • Promover la ayuda y el apoyo entre alumnos. • Aclarar dudas y corregir errores. 		
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1º)	El profesor propone algunos ejercicios o problemas (o ejercicios con varios apartados).		
2º)	Los alumnos se agrupan en parejas para resolverlos.		
3º)	El alumno A lee el problema y explica paso a paso cómo resolverlo. El alumno B verifica la precisión de la solución.		
4º)	Realizan el ejercicio (o apartado) individualmente y luego contrastan sus respuestas y corrigen los errores.		
5º)	Pasan al siguiente problema y se intercambian los roles.		
6º)	Cuando terminan todos los ejercicios o problemas, verifican sus respuestas con otra pareja. Si no están de acuerdo, revisan el proceso hasta llegar a un consenso sobre la respuesta.		
7º)	El profesor recoge el cuaderno de uno de los miembros del grupo para corregirlo. Si es correcto, los cuatro reciben la recompensa.		
Consejos	Esta técnica es especialmente adecuada para trabajar sobre contenidos nuevos.		
Aplicación para A.A.C.	Si el alumno trabaja sobre actividades diferenciadas, podríamos variar la dinámica, haciendo que trabaje de forma individual, pero prestando ayuda a sus compañeros cada vez que se la soliciten.		

“Fuente: Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011, p. 19)”

Para aprender a realizar en Excel los cálculos estadísticos de las actividades que se irán proponiendo a lo largo de la unidad didáctica, los alumnos deberán investigar por su cuenta, consultando en internet y en otras fuentes que les facilite el profesor.

Reflexión sobre lo aprendido

Una parte clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje es la reflexión sobre lo aprendido y el *Aprendizaje Cooperativo* también ofrece algunas técnicas para ello, entre las que se ha elegido esta:

Tabla 10

Parejas cooperativas de toma de apuntes			
Autor/es	David y Roger Johnson	Agrupamiento	Parejas
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Promover la comprensión de las exposiciones. • Ejercitar la toma de apuntes. • Completar y corregir los apuntes. • Resolver dudas y aclarar conceptos. 		
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1º)	El docente forma parejas heterogéneas de toma de apuntes, con el objetivo de que ambos generen una gran cantidad de notas precisas que les permitan aprender y repasar los contenidos tratados.		
2º)	Cada 10 ó 15 minutos, el profesor detiene la exposición y pide a las parejas que comparen sus notas: el alumno A resume sus notas para B y viceversa.		
3º)	Cada alumno debe tomar algo de las notas de su compañero para mejorar las propias.		
Consejos	<ul style="list-style-type: none"> • Si los alumnos no están preparados para tomar apuntes de forma autónoma, crear una ficha de seguimiento de la exposición, en la que se recojan: ... preguntas a responder; ...textos incompletos; ...esquemas mudos. 		
Aplicación para A.A.C.	<ul style="list-style-type: none"> • Asegurar que, en ocasiones, trabaje con un compañero que maneje bien la toma de apuntes 		

“Fuente: Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011, p. 37)”

Recapitulación de lo aprendido

El bloque de Estadística es denso y al añadir los aprendizajes sobre bases de datos y manejo de hojas de cálculo al final los alumnos contarán con un volumen importante de información, por ello es necesario el uso de alguna técnica que permita recapitular lo aprendido como, por ejemplo, la siguiente:

Tabla 11

Inventariar lo aprendido en clase			
Autor/es	Mel Silberman	Agrupamiento	Pequeño grupo
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Sintetizar y recapitular lo aprendido. • Utilizar técnicas de aprendizaje para recapitular la información. • Identificar las ideas principales en los contenidos trabajados. 		
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1º)	Al finalizar la clase o tras un conjunto de clases, el profesor pide a los alumnos que realicen un inventario de lo aprendido		
2º)	Una vez realizado de forma individual, se pone en común dentro del grupo, de cara a obtener un inventario más exhaustivo.		
Consejos	<ul style="list-style-type: none"> • Recoger las fichas de cara a valorar el nivel de comprensión de los alumnos respecto a los contenidos trabajados. 		
Aplicación para A.A.C.	<ul style="list-style-type: none"> • Adecuar la ficha a su nivel, incluyendo otros aspectos como: ¿Cuáles fueron los principales temas que hemos examinado? ¿Con qué otros aprendizajes se relacionan? ¿Para qué me sirve lo que he aprendido? ¿Qué ideas o sugerencias me llevo de esta clase? 		

“Fuente: Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011, p. 32)”

Investigación

Dentro de nuestra metodología se pedirá a los alumnos un pequeño proyecto de investigación que les permitirá trabajar todo lo aprendido sobre Estadística, bases de datos y hojas de cálculo. Es por ello por lo que se presenta la siguiente técnica:

Tabla 12

Parejas cooperativas de investigación			
Autor/es	Susana García, Elvira Castro, Alfonso Torralbo, María Rosa Albert y Blanca Esteban. ³	Agrupamiento	Pequeño grupo/parejas
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar trabajos o proyectos de investigación. • Realizar hipótesis. • Diseñar y ejecutar planes de trabajo. • Utilizar diversas estrategias para organizar y elaborar la información. • Llegar a conclusiones y comunicarlas. • Promover la ayuda y apoyo mutuos. 		
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1º)	Se propone a los alumnos que realicen un trabajo o proyecto de investigación		
2º)	FASE 1: Plantear el tema. <ul style="list-style-type: none"> • El profesor plantea el tema a investigar, partiendo de una situación problemática que requiere una respuesta. • Los alumnos, dentro de sus equipos-base, discuten el tema planteado, asegurándose que todos lo comprenden. 		
3º)	FASE 2: Formular una hipótesis. <ul style="list-style-type: none"> • Los alumnos, de forma individual, articulan una respuesta personal a la cuestión planteada, partiendo de su intuición y sus conocimientos previos sobre el tema. • A continuación, se ponen en común dentro del equipo base las distintas hipótesis de sus miembros, buscando consensuar una, que será puesta a prueba en la investigación. 		
4º)	FASE 3: Elegir y diseñar un plan <ul style="list-style-type: none"> • El equipo elabora un plan para comprobar la hipótesis, estableciendo la secuencia de acciones que desarrollarán. • Cuando han diseñado el plan, se aseguran de que todos lo comprenden. 		
5º)	FASE 4: Ejecutar el plan. <ul style="list-style-type: none"> • El equipo se subdivide en parejas para desarrollar el plan elaborado. 		
6º)	FASE 5: Elaborar las conclusiones. <ul style="list-style-type: none"> • Tras ejecutar el plan, cada pareja escribe sus conclusiones. • A continuación, la contrastan con la otra pareja del equipo, buscando un consenso. 		
7º)	FASE 6: Comprobar la hipótesis. <ul style="list-style-type: none"> • Finalmente, el equipo-base contrasta sus conclusiones con la hipótesis planteada anteriormente. 		
Consejos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar previamente con los alumnos las distintas fases del modelo de investigación. 		

³ Miembros del equipo del **área competencial de interacción con el mundo físico del colegio Ártica**. Cooperativa de Enseñanza José Ramón Otero

	<ul style="list-style-type: none"> • Ofrecer a las parejas una guía (ficha, cartel...) para que puedan seguir las distintas fases de forma ordenada. • Elegir un tema de investigación que tenga conexión con la vida cotidiana de los alumnos.
Aplicación para A.A.C.	<ul style="list-style-type: none"> • Asegurarnos que el tema de investigación le resulta atractivo. Si hace falta, podemos dejarle que lo elija. • Adecuar los criterios de exigencia de la investigación a su nivel. • Pedirle que genere al menos dos hipótesis distintas. • Poner el énfasis en que interiorice el modelo de investigación que se propone, de cara a que, en el futuro, pueda utilizarlo de forma autónoma y generalizarlo a nuevas situaciones. • Asegurar que, en ocasiones, tenga la oportunidad de desarrollar esta técnica con compañeros de nivel alto.

“Fuente: Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011, p. 27)”

Evaluación

Por último, al haber utilizado a lo largo de toda la unidad la metodología del *Aprendizaje Cooperativo* tiene sentido examinar a los alumnos siguiendo esa misma mecánica de trabajo. Con este fin presentamos la siguiente técnica (en este caso formal, a diferencia de las anteriores):

Tabla 13

Trabajo en Equipo – Logro Individual (TELI)			
Autor/es	Robert Slavin	Agrupamiento	Pequeño grupo
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Preparar pruebas orales o escritas. • Aclarar dudas, realizar correcciones, contrastar respuestas. • Asegurar el procesamiento de la información. • Fomentar el trabajo autónomo y la autorregulación. • Interiorizar destrezas, procedimientos, rutinas. • Promover el apoyo y la ayuda mutua. • Responder preguntas, ejercicios y problemas. 		
Desarrollo:	Los pasos a seguir son:		
1º)	Los alumnos se agrupan en equipos heterogéneos de cuatro miembros.		
2º)	El profesor presenta los contenidos y los cuestionarios con los que trabajarán los alumnos.		
3º)	Los grupos trabajan sobre el tema sirviéndose de una hoja de ejercicios y otra de respuestas facilitada por el docente. Los alumnos van ejercicio a ejercicio discutiendo sobre cómo solucionarlos, comparando sus respuestas y corrigiendo los errores que puedan cometer los compañeros. Una vez acordada una solución, la comparan con la hoja de respuestas que posee cada grupo. Si la respuesta es correcta, siguen adelante. Si no, vuelven sobre el ejercicio hasta conseguir resolverla.		

4º)	Cuando todos han respondido a la hoja de ejercicio, el grupo debe asegurarse que todos sus componentes están preparados para la evaluación individual, que será muy similar a la hoja de ejercicios.
5º)	Una vez que el equipo ha decidido que está listo, cada alumno realiza una prueba o control individual sobre los contenidos trabajados en la unidad.
6º)	El resultado de la prueba individual sirve tanto para la calificación de cada alumno (que puede seguir los cauces tradicionales de la evaluación), como para la asignación de una serie de puntos por superación, que no dependen tanto de la calificación obtenida por el alumno, sino de su comparación con el rendimiento anterior. Para establecer los puntos por superación, se compara la calificación de la prueba individual del estudiante con un “puntaje base” obtenido a partir del promedio de sus últimas evaluaciones individuales o de sus resultados en el curso anterior. De ese modo, cualquier alumno puede obtener el máximo de puntos por superación, siempre y cuando mejore su trabajo anterior.
7º)	Finalmente, se reparten las recompensas a los equipos, en función de si el promedio de los puntos por superación de sus integrantes alcanza o no un criterio previamente establecido.
Consejos	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar la técnica cuando los alumnos cuentan ya con un cierto nivel de autonomía y destrezas cooperativas. • Explicar muy claramente las distintas fases de la técnica. • Explicar los criterios de éxito y las recompensas. • Establecer roles para asegurar un funcionamiento eficaz del grupo: alguien que dirija el trabajo, alguien que se encargue de preguntar al profesor cuando ningún miembro del equipo sabe cómo responder a una pregunta, alguien para verificar la corrección de la respuesta, etc. • Compartir los puntajes base con los equipos, de cara a que puedan concretar sus metas con respecto a cada uno de sus miembros. • Asegurar el apoyo y ayuda mutuos estableciendo la siguiente consigna: “No podemos pasar al ejercicio siguiente hasta que todo el grupo no haya comprendido el anterior”.
Aplicación para A.A.C.	<ul style="list-style-type: none"> • Adecuar la hoja de ejercicios a las necesidades del alumno. Si es necesario, puede trabajar con una ficha diferenciada, con la consigna de que si le piden ayuda, debe ofrecerla. • Asegurar que, en ocasiones, tenga la oportunidad de desarrollar esta técnica con compañeros de nivel alto.

“Fuente: Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011, p. 38)”

2.2.3 Contribución a las competencias

En este apartado nos centraremos en el modo en que el *Aprendizaje Cooperativo* contribuye al desarrollo y adquisición de las competencias clave.

Competencia lingüística

Las técnicas de *Aprendizaje Cooperativo* fomentan uso de la diversidad del lenguaje, utilizando un registro informal con los compañeros de grupo y formal con el profesor y durante las exposiciones en público. Por otro lado, esta metodología les sirve para acostumbrarse a trabajar con un lenguaje técnico y vocabulario matemático adecuado.

Por otra parte, este conjunto de técnicas lleva al alumnado a trabajar de forma coordinada con los compañeros y esto implica dar razonamientos y explicaciones a los demás por lo que se ven obligados a expresarse de forma oral y escrita en múltiples situaciones comunicativas. Esta forma de trabajo implica también ejercitar la escucha activa, con atención e interés, controlando y adaptando su respuesta a los requisitos de la situación.

En lo que respecta a la búsqueda de información, en algunas de estas técnicas hay una fase de investigación por lo que tienen que buscarla, recopilarla y procesarla. Por todo ello podemos afirmar que la competencia lingüística se ve muy potenciada con esta metodología.

Competencia matemática y científico tecnológica

Al estar trabajando con un bloque de la asignatura de Matemáticas I, es evidente que habrá una gran contribución a esta competencia. El *Aprendizaje Cooperativo*, al ser una metodología basada en el trabajo y la comunicación entre compañeros, fomentará el uso por parte del alumnado de lenguaje científico propio de las Matemáticas y el manejo de términos y conceptos matemáticos. Por otra parte, el uso de hojas de cálculo y manejo de bases de datos implicará el uso continuado de sistemas tecnológicos y se fomentará, siempre que sea posible, el uso de éstos para obtener representaciones gráficas de conceptos matemáticos.

Por otro lado, se fomentará la aplicación de principios y procesos de la Estadística a contextos de la realidad cotidiana a través de ejemplos y casos prácticos. Durante toda la unidad didáctica los gráficos creados por medios tecnológicos serán analizados por los alumnos y se interpretarán de forma grupal los resultados matemáticos. Además, se usarán datos y procesos

científicos de los que se obtendrán pruebas y argumentos para la toma de decisiones en los problemas que se planteen. El debate entre compañeros propio del *Aprendizaje Cooperativo* servirá para enriquecer este aspecto.

Competencia digital

En esta propuesta didáctica se trabajará la competencia digital gracias al uso de aplicaciones informáticas como son las hojas de cálculo, el uso de internet para buscar, obtener y tratar información, la utilización de recursos tecnológicos para la comunicación y resolución de problemas. Todo ello desde el trabajo cooperativo entre los miembros del grupo y, en algunos casos, orientado a la exposición de la información y los resultados ante otros compañeros.

Competencia aprender a aprender

Gracias al aprendizaje por disequilibrio y a la Teoría del Conflicto Sociocognitivo los alumnos pueden mejorar su comprensión de los procesos implicados en el aprendizaje (cómo se aprende), les sirve también para darse cuenta de lo que uno sabe y desconoce y poder aprender de sus compañeros distintas estrategias posibles para afrontar tareas.

Por otro lado, también permite al alumno aprender estrategias de supervisión de las acciones que otro compañero está desarrollando, así como estrategias de evaluación del resultado y del proceso que se ha llevado a cabo.

El ser humano es un “ser social”, por tanto, el trabajo en grupos cooperativos contribuye a incrementar la motivación del alumno y despertar su curiosidad por aprender. Además, la valoración por parte de sus compañeros del trabajo bien hecho les permite mejorar la percepción que tienen sobre su autoeficacia y confianza en si mismos.

Competencia social y cívica

Este tipo de trabajo en grupo les permitirá comprender y valorar los códigos de conducta y entender la riqueza que ofrece la diversidad. También sirve para fomentar la comunicación constructiva y la tolerancia hacia los demás. Por otro lado, el uso de ejemplos y casos prácticos les permitirá conocer el impacto de la Estadística y las herramientas digitales en nuestra sociedad. Además, estas técnicas también contribuirán al aprendizaje de la planificación y el

reparto de tareas.

Competencia de conciencia y expresiones culturales

La contribución a esta competencia se observará en la elaboración ordenada y cuidado estético de las actividades propuestas. Esto permitirá a los alumnos aprender a utilizar los diferentes diseños, estilos y formatos que ofrecen los recursos tecnológicos y a hacer presentaciones cuidando la estética y la claridad, buscando la mejor forma de visualizar la información. Todo ello se verá potenciado por la ayuda que se puedan prestar unos compañeros a otros tanto a la hora de intercambiar criterios estéticos como a la de mostrar a los demás nuevas opciones de estilos y diseños para presentar la información.

Por otra parte, las técnicas de *Aprendizaje Cooperativo* les van a permitir desarrollar la iniciativa, la imaginación y la creatividad gracias a las sugerencias de los otros compañeros.

Por último y no menos importante, podrán observar el peso que ejerce la Estadística en nuestra cultura actual.

Competencia del sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor

Las técnicas de *Aprendizaje Cooperativo* fomentan en los alumnos aprender a diseñar e implementar un plan, ejercitar la capacidad de análisis, organización y gestión y de resolución de problemas. Al trabajar con otros compañeros, los alumnos se ven también en la necesidad de comunicar y negociar las posibles soluciones y de evaluar las decisiones tomadas. Todo ello contribuye al desarrollo del sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor.

Por otra parte, como ya se ha comentado antes, la socialización es importante para el ser humano y por ello, el trabajo cooperativo con otras personas ayuda a despertar el interés y la proactividad.

2.2.4 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Al igual que sucedía con los objetivos didácticos, la relación entre contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y competencias es la misma para el caso del *Aprendizaje Basado en Proyectos*. Por ello, si se quiere observar esta relación, basta con acudir al subapartado *Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje* de la unidad en

la que se aplica el *ABP*.

2.2.5 División en tiempos y espacios

Si alguno de los alumnos no dispone de ordenador portátil será necesario acudir a algún aula de ordenadores. Todos aquellos que dispongan de uno podrán utilizarlo en lugar de utilizar los del centro si así lo desean.

Para aprender a realizar en Excel los cálculos estadísticos de las actividades que se irán proponiendo a lo largo de la unidad didáctica, los alumnos deberán investigar por su cuenta, consultando en internet y en otras fuentes que les facilite el profesor. De este modo se consigue potenciar la competencia lingüística y la competencia digital. Además, estas pequeñas investigaciones en las que se busca la información necesaria para resolver un problema les hace ser protagonistas de su aprendizaje y desarrollar habilidades para aprender de forma autónoma, por lo que permiten potenciar también la competencia de aprender a aprender.

Sesión 1: *repaso de los conocimientos previos de Estadística*

En esta primera sesión se llevará a cabo un repaso de la Estadística especialmente del concepto de media y desviación típica. Para ello se utilizará la técnica de *Parejas de discusión enfocada introductoria* que, como ya se ha mencionado en el apartado *Metodología*, sirve para la activación de conocimientos previos. Para el desarrollo de esta técnica se utilizará la actividad 2 del apartado *Actividades de aprendizaje y enseñanza*.

Sesión 2: *estadística descriptiva bidimensional, tablas de contingencia, distribuciones condicionadas*

En esta sesión el profesor explicará los contenidos relativos a estadística descriptiva bidimensional, tablas de contingencia y distribuciones condicionadas. Los alumnos deberán tomar apuntes mediante la técnica *Parejas cooperativas de toma de apuntes*. Posteriormente cuando se haya acabado de explicar estos contenidos el profesor les pedirá que realicen la actividad 3 del apartado *Actividades de aprendizaje y enseñanza* mediante la técnica *Parejas de ejercitación*.

Sesión 3: *medias y desviaciones típicas marginales, diagrama de dispersión o nube de*

puntos, covarianza y correlación.

En esta sesión el profesor explicará los contenidos relativos a medias y desviaciones típicas marginales, diagrama de dispersión o de nube de puntos, covarianza y correlación. Para la toma de apuntes se usará la técnica *Parejas cooperativas de toma de apuntes*. Para poner en práctica lo aprendido se pedirá a los alumnos que realicen la actividad 4 del apartado *Actividades de aprendizaje y enseñanza* mediante la técnica *Parejas de ejercitación*.

Sesión 4: *recapitulación*

Cuando llegue esta sesión ya se habrán dado en clase bastantes contenidos y por ello será conveniente hacer una recapitulación de lo aprendido. Esto se llevará a cabo mediante la utilización de la técnica *Inventariar lo aprendido en clase*. Siguiendo los consejos de los autores para esta técnica (que aparecen en la tabla de la misma, presente en el apartado *Metodología*) se pedirá a los alumnos la elaboración de una ficha en la que no solo tendrán que nombrar los contenidos aprendidos sino también hacer una breve explicación y poner un ejemplo. Esta ficha será recogida posteriormente por el profesor para su evaluación.

Sesión 5: *tablas dinámicas*

En esta sesión se enseñará a los alumnos a crear y manejar una tabla dinámica. Para ello se utilizará la técnica de la *Demostración silenciosa*. El profesor les expondrá cómo hacerlo y les pedirá que lo pongan en práctica realizando la actividad 5 del apartado *Actividades de aprendizaje y enseñanza*.

Sesión 6: *dependencia lineal, cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal de Pearson*

En esta sesión el profesor profundizará en los conceptos de dependencia lineal y cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal de Pearson. Como es habitual se usará la técnica *Parejas cooperativas de toma de apuntes* para la toma de notas. Posteriormente se realizará la actividad 6 del apartado *Actividades de aprendizaje y enseñanza* mediante la técnica *Parejas de ejercitación y revisión*.

Sesión 7: *regresión lineal, recta de regresión, estimación, predicciones*

En esta sesión el profesor explicará los contenidos relativos a regresión lineal, rectas de regresión, estimación y predicciones. La toma de notas por parte de los alumnos se llevará a cabo siguiendo las pautas de la técnica *Parejas cooperativas de toma de apuntes*. Posteriormente se realizará la actividad 7 del apartado *Actividades de enseñanza y aprendizaje* siguiendo la técnica *Parejas de ejercitación y revisión*.

Sesión 8: *estimaciones, predicciones y fiabilidad de las mismas.*

En esta sesión se comenzará explicando el coeficiente de determinación. Los alumnos, como es habitual, tomarán notas siguiendo la técnica de *Parejas cooperativas de toma de apuntes*. Más tarde, se realizará el ejercicio 8 del apartado *Actividades de enseñanza y aprendizaje* siguiendo la técnica de *Parejas de ejercitación*.

Sesión 9 *taller sobre bases de datos*

En esta sesión se enseñará a los alumnos a crear, validar y depurar una base de datos. Para ello se usará la técnica de la *Demostración silenciosa*. El profesor les explicará cómo hacerlo y para la fase en la que son los alumnos los que tienen que repetir el procedimiento se les pedirá que lo apliquen a la actividad 1 del apartado *Actividades de aprendizaje y enseñanza*.

Sesión 10: *inicio del proyecto de investigación*

En esta sesión se les presentará a los alumnos el proyecto de investigación, se les dividirá en pequeños grupos mixtos y heterogéneos y se les explicará en qué consiste la técnica *Parejas cooperativas de investigación* la cual será la empleada para llevar a cabo el proyecto. En el tiempo restante de clase los alumnos empezarán a trabajar en el proyecto. De esta manera los alumnos ya sabrán que van a necesitar recolectar información de los alumnos del centro para llevarlo a cabo y podrán organizarse para hacerlo antes de la siguiente sesión.

Sesión 11 y sesión 12: *proyecto de investigación*

Durante estas dos sesiones los grupos trabajarán en el proyecto de investigación.

Sesión 13, sesión 14: *exposición de los proyectos de investigación*

Estas sesiones serán utilizadas para que cada grupo exponga su proyecto mediante una presentación en clase. El tiempo de ambas sesiones será distribuido equitativamente entre los grupos. Para esta exposición se usarán medios informáticos y se valorará positivamente el uso de gráficos siempre que sea posible.

Sesión 15 y sesión 16: prueba de evaluación

A lo largo de toda la unidad didáctica los alumnos han estado trabajando de forma cooperativa, por ello resulta conveniente que la forma de evaluar siga esta misma metodología. Los alumnos se sentirán más cómodos y será más fácil para ellos mostrar lo que saben ya que podrán utilizar todas las habilidades que han ido adquiriendo y trabajando. En consecuencia, se propone utilizar la técnica *Trabajo en equipo-Logro individual*. Como cuenta con dos fases (la de comprensión grupal de una serie de ejercicios y la de las pruebas individuales) se destinarán dos sesiones a la prueba de evaluación.

2.2.6 Recursos

En esta unidad didáctica, se utilizarán los siguientes materiales:

- El libro de texto aprobado por el Departamento de Matemáticas, como material de consulta.
- La plataforma *Teams* como medio para enviar documentos y bibliografía relacionados con la Estadística, Excel y bases de datos.
- Cuaderno o bloc de hojas para que los alumnos puedan utilizarlo como borrador y hacer sus anotaciones, escribir todas las propuestas de cada miembro del grupo, etc.
- Pizarra de tiza: podrá ser usado como material de apoyo para el profesor en sus explicaciones.
- Ordenador y cañón de proyección, utilizados para:
 - El uso de PowerPoint para las actividades que incluyan una presentación.
 - Mostrar documentos, videos o alguna página de internet que sirva de ayuda a los grupos, hacer alguna aclaración sobre conceptos de Estadística.
 - Será necesario para que los alumnos trabajen con hojas de cálculo. Podrá utilizarse los que hay en sala de ordenadores o el portátil personal

de cada uno.

2.2.7 Actividades de aprendizaje y enseñanza

Las actividades que se proponen para trabajar los contenidos de esta unidad didáctica han sido pensadas para ser resueltas con hojas de cálculo y se han obtenido de la página web de Antonio Roldán Martínez <http://hojamat.es/estadistica/iniestad.htm> (salvo la primera):

1. Crea una base de datos en Excel en la que recopiles los siguientes datos de los compañeros de clase: sexo, altura, notas de las asignaturas troncales, asignaturas optativas elegidas, horas de estudio a la semana y número de asignaturas suspensas. ¿Qué sucede si por error se introduce en alguna asignatura una nota con valor superior a 10?, ¿cómo se podría evitar ese error?, ¿qué sucede si se introducen dos veces los valores de una misma persona (valores duplicados)?, ¿cómo evitar este error?

El resultado que debes obtener para la base de datos debe ser similar a este:

Ilustración 8

Sexo	Altura (cm)	Lengua	Inglés	Filosofía	Educación Física	Matemáticas	Física y Química	Optativa 1	Optativa 2	Optativa 3	Horas de estudio	Suspensos
M	164	5	4	4	8	5	3	B	E	R	16	3
H	171	4	5	6	8	3	4	D	E	T	15	3
H	186	5	5	3	8	4	3	D	T	T	11	3
H	178	5	4	5	8	4	4	B	E	R	10	3
M	166	5	5	6	8	4	4	B	A	T	17	2
H	172	4	4	6	9	3	3	B	A	R	5	4
M	178	5	4	5	7	3	3	B	E	R	12	3
H	176	6	5	6	9	7	6	D	T	T	19	0
M	160	6	5	6	7	5	4	B	E	F	18	1
H	162	5	4	3	9	5	4	D	T	T	15	3
H	181	10	10	9	10	10	10	B	A	F	24	0
H	177	8	5	8	8	4	3	D	E	F	12	2
H	188	7	4	6	7	8	6	B	E	R	18	1
M	161	7	6	9	6	7	7	B	A	F	21	0
M	152	6	5	6	9	6	6	B	A	F	15	0
M	173	8	7	9	7	8	8	B	E	F	15	0
M	161	5	6	6	6	7	6	B	E	R	15	0
H	166	5	6	5	5	5	5	D	T	T	10	0
M	158	6	6	9	7	5	6	B	A	F	12	0
M	176	5	5	8	9	2	3	B	A	F	10	2
M	168	5	8	6	8	4	2	D	T	T	6	2
M	164	6	5	7	8	5	5	B	A	T	14	0
H	192	4	2	4	7	5	4	D	T	T	5	4
M	162	6	8	7	8	9	7	D	T	F	17	0
H	185	6	5	5	7	4	4	B	A	T	24	2
M	181	5	6	6	8	6	5	D	T	T	10	0
M	161	6	4	4	4	3	5	B	E	R	10	4
H	178	6	5	7	7	7	7	D	T	T	18	0
M	166	7	9	6	6	3	4	B	E	F	15	2
M	173	8	8	9	8	9	9	B	A	F	18	0
H	180	4	6	6	8	5	4	D	T	T	10	2
M	158	4	5	4	6	3	2	B	A	R	4	4
H	175	8	6	7	7	9	8	D	E	F	24	0
M	160	5	7	6	8	4	4	B	A	F	5	2

La base de datos obtenida será empleada para realizar los ejercicios de la primera fase del método TELI en la sesión previa a la prueba de evaluación.

2. Una profesora de idiomas decide cambiar el método de enseñanza del vocabulario. Pasa a sus alumnos una prueba que produce una calificación del 0 al 5. Establece en sus clases el nuevo método durante dos meses y vuelve a pasar una prueba de dificultad proporcionada al nuevo aprendizaje. Después de corregirla desea saber si ha subido el nivel de clase y si el nuevo método ha acercado los niveles de los alumnos o si, por contra, los ha dispersado.

Los resultados de ambas pruebas, ordenados de 0 a 5 (no por alumnos) han sido los siguientes:

Ilustración 9

Antes del cambio de método	0 0 0 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 5 5
Después del cambio	0 0 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 4 5 5 5

Fuente: Roldán (2018)

Para estudiar diferencias que no se aprecian por simple inspección de las tablas (en el ejemplo parece que el nivel ha subido algo, pero no se tiene la seguridad) debemos calcular los *estadísticos* de la muestra. Llamamos estadísticos a todas las medidas realizadas sobre el conjunto (muestra) que se estudia, y que pueden resumir algunos aspectos interesantes del mismo: **medidas de tendencia central** (*mediana, media, moda*), **medidas de dispersión** (*desviación típica, rango, coeficiente de variación...*), **medidas de asimetría y apuntamiento**.

Responde a las siguientes cuestiones:

- a. ¿Se puede afirmar que el método ha servido para subir el nivel del grupo?
- b. ¿El nuevo método ha servido para agrupar los rendimientos de los alumnos o los ha dispersado?

Cuando se comparan conjuntos de medias muy distintas (como podrían ser los diámetros de los planetas y la altura de mis alumnos) no sirve de nada comparar las distintas variabilidades. Entre las dos desviaciones típicas existiría una diferencia enorme en magnitud. Por ello, se suele corregir la desviación típica dividiéndola entre su media. De esta forma obtenemos una medida relativa de la variabilidad, que permite comparaciones: $CV = \frac{\bar{x}}{s}$

No es este el caso, pero por practicar, calcula el coeficiente de variación del conjunto de notas de antes y el conjunto de notas de después.

3. La Directora de un centro está preocupada por el incremento de faltas graves que se ha producido en los primeros meses del año. Tiene a su cargo tres niveles de enseñanza A, B y C, y el seguimiento de las faltas graves lo ha resumido en la siguiente tabla:

Ilustración 10

Meses Niveles	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
A	4	6	7	8	8
B	3	3	6	5	9
C	9	7	7	13	14

Fuente: Roldán (2018)

¿Cómo se analizarían estos datos?, ¿son independientes la distribución de faltas, el nivel de enseñanza y los meses?, ¿qué medidas se podrían utilizar?

- Calcula las frecuencias marginales
 - Calcula las frecuencias condicionadas
 - Representa los resultados del apartado anterior con un gráfico.
4. A los alumnos y alumnas de un grupo de Bachillerato se les ha medido su nivel de autoestima mediante una escala del 0 al 10, y se les ha pasado un test sobre Inteligencia Emocional que da una puntuación en una escala de 0 a 50. Estos son los resultados:

Ilustración 11

Núm. del alumno/a	Autoestima	I. Emocional
1	2	45
2	3	50
3	2	60
4	7	65
5	6	66
6	5	48
7	4	32
8	7	55
9	7	15
10	6	20
11	2	32
12	1	50
13	6	54
14	5	72
15	8	60
16	2	42
17	4	58
18	3	50
19	4	24
20	5	70

Fuente: Roldán (2018)

- a) Con estos datos crea una tabla bidimensional y calcula la media y la desviación típica de cada variable. Ahora estamos interesados en el grado de asociación o paralelismo que presentan estas dos variables en el conjunto que estamos estudiando. Esto se consigue con la covarianza y el coeficiente de correlación.

- b) Calcula el coeficiente de correlación, ¿qué conclusión se extrae? Terminar el apartado creando un diagrama de dispersión.

5. En esta práctica aprenderán a usar las Tablas dinámicas. El objetivo es convertir una tabla simple de frecuencias, quizás algo desordenada, en otra más estructurada.

Estas tablas son muy útiles para estructurar datos que se presentan en bruto. Por ejemplo, supongamos que hemos realizado con unos grupos de alumnos y alumnas de un centro dos actividades para celebrar un Centenario. Pasamos unas encuestas anónimas de valoración de las dos actividades, Teatro y Exposición y disponemos de los datos correspondientes en dos columnas (en la tabla de al lado), clasificados según los dos grupos que han respondido: 2º A y 3º D.

Construir primero dos tablas dinámicas una para los resultados de 2ºA y otro para los de 3ºD. Posteriormente crear una con los resultados de las dos. Para acabar representar los resultados con un gráfico de barras apiladas.

Ilustración 12

Curso	Teatro	Exposición
2º A	2	2
2º A	2	3
2º A	4	4
2º A	3	3
2º A	3	3
2º A	4	3
2º A	3	3
2º A	5	2
2º A	2	5
2º A	2	4
2º A	3	3
2º A	3	3
2º A	5	4
2º A	1	2
2º A	1	1
2º A	2	1
2º A	2	3
2º A	3	3
3ºD	3	4
3ºD	4	5
3ºD	2	4
3ºD	5	3
3ºD	3	3
3ºD	4	2
3ºD	2	4
3ºD	4	4
3ºD	3	3
3ºD	3	3
3ºD	5	5
3ºD	3	2
3ºD	2	2
3ºD	1	2
3ºD	2	1
3ºD	3	4
3ºD	4	3
3ºD	4	3
3ºD	3	4
3ºD	3	3
3ºD	4	3
3ºD	2	3

Fuente: Roldán (2018)

6. Un grupo de alumnos de Psicología han obtenido estas calificaciones en dos asignaturas:

Ilustración 13

Psicología Evolutiva	1	4	3	5	6	6	5	7	7	7	8	8
Psicología Matemática II	0	1	2	2	4	5	5	5	6	6	6	6

Fuente: Roldán (2018)

- Encontrar el valor del Coeficiente de Correlación de Pearson.
 - Obtener la nube de puntos y comentarla. Cambiar algunos datos de X o de Y hasta conseguir que el coeficiente de correlación sea menor que 0,7. ¿Qué ha ocurrido con la nube de puntos?
7. Un grupo de Enseñanza Secundaria ha elaborado una encuesta sobre las horas diarias que emplean en el estudio y la calificación obtenida en Matemáticas en el último examen.

Han recogido los resultados en la siguiente tabla:

Ilustración 14

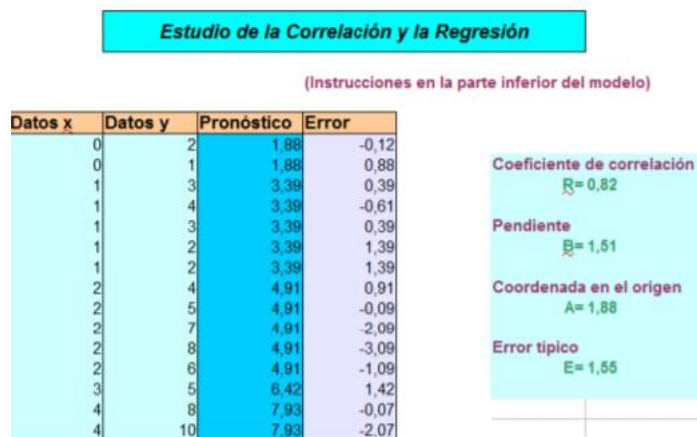
Horas de estudio	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	4	4	5
Calificación	2	1	3	4	3	2	2	4	5	7	8	6	5	8	10	7

Fuente: Roldán (2018)

Determinar el grado de paralelismo que existe entre ambas variables, representar la nube de puntos. Además de estudiar el grado de asociación entre las dos variables mediante el coeficiente de correlación, nos puede interesar hacer pronósticos: *¿Qué nota puedo esperar si estudio 2 horas y meda?* Para realizar esos pronósticos usaremos las técnicas de Regresión.

- En este ejercicio partirás de una hoja de cálculo en blanco, y deberás construir sobre ella un modelo para estudiar la regresión entre dos variables estadísticas similar al siguiente:

Ilustración 15



Fuente: Roldán (2018)

Obtén el diagrama de dispersión, el coeficiente de correlación y la recta de regresión. Resuelve la siguiente cuestión: *¿Cuánto tengo que estudiar para sacar notable?* Según la tabla de pronósticos del ejemplo, entre 3 y 4 horas. Si quisiéramos concretar más deberíamos usar la fórmula de la recta de regresión, *¿cómo de fiable es esta estimación?*

- Una empresa de electrónica ha lanzado un producto nuevo, que como todos los de su clase, presenta la llamada "enfermedad infantil", ya que en los primeros envíos suelen abundar los pequeños problemas hasta que la producción se estabiliza. Para estudiar las incidencias, se ha recogido en una tabla el número de llamadas realizadas al servicio técnico de una zona elegida al azar por averías en el nuevo producto, durante 6 meses. Los datos se recogen en la tabla siguiente:

Ilustración 16

		Seis primeros meses					
		1	2	3	4	5	6
Llamadas por día	0	0	1	3	5	6	9
	1	0	5	3	5	12	9
	2	2	3	6	7	2	0
	3	1	8	6	3	0	4
	4	7	4	3	2	2	1
	5	6	4	0	1	0	1
	6	6	2	3	1	1	1
	7	1	0	1	0	0	0
	8	1	0	0	1	0	0

Fuente: Roldán (2018)

La variable X corresponde a los seis meses de recogida de datos, y la Y el número de llamadas habidas en un día. Las frecuencias interiores representan el número de días en los que se han recibido las llamadas representadas por la variable Y. A continuación, resuelve las siguientes cuestiones:

- Representa los datos utilizando gráficos y responde las siguientes preguntas:
 ¿En qué meses y para qué número de llamadas se presenta la zona de máximos?
 ¿Qué significado tiene esto para el seguimiento de las averías?
- A la vista de la distribución de medias condicionadas de Y, que evidentemente posee una tendencia decreciente (observa la gráfica marginal de Y), ¿podemos afirmar que el número de llamadas se va concentrando alrededor de la media con el transcurso de los meses?
- Calcula los pronósticos para averiguar en qué mes las averías dejarían de ser un problema importante. ¿Cómo de fiables son estos pronósticos?

Proyecto de investigación

En esta unidad didáctica se propone el siguiente proyecto, sacado del libro de texto Matemáticas I de Editex (2012), para desarrollar siguiendo la técnica *Parejas cooperativas de investigación* explicada en el apartado *Metodología*:

¿Influye el mes de nacimiento en el rendimiento escolar? Investiga esta situación en tu centro de enseñanza y compara los resultados obtenidos con datos nacionales o europeos, si existen. Investiga cómo tratan este posible problema los distintos sistemas educativos.

Está pensado para ser realizado en grupos cooperativos y permite manejar los

conocimientos de Excel, bases de datos y de Estadística que los alumnos habrán ido adquiriendo a lo largo de la unidad didáctica. De forma resumida (porque ya se han explicado de forma más extensa en el apartado *Contribución a las competencias clave*) podemos decir que permite poner en práctica la competencia cívica y social (trabajo en grupos cooperativos), la competencia matemática (se trabaja la comprensión de varios conceptos estadísticos), la lingüística (dado que es necesario la comunicación entre compañeros en diferentes situaciones comunicativas) y, como no podía ser de otra manera, la digital (dado que se manejan aplicaciones informáticas como las hojas de cálculo).

El desarrollo del mismo tendrá lugar en sesiones de clase (se especifica en el apartado *División en tiempos y espacios*) salvo la fase en la que será necesario recoger datos relativos a los alumnos del centro.

2.2.8 Evaluación

Para la evaluación, los aspectos a tener en cuenta y su ponderación son las siguientes:

- Implicación del alumno en las actividades de *Aprendizaje Cooperativo* propuestas (valoración realizada a través de la observación del profesor durante las clases): 10%
- Actividades hechas en clase (nota media de todas ellas): 10%
- Ficha-resumen de la sesión 6: 10%
- Proyecto de investigación: 30%
- Prueba de evaluación: 40%

3 Conclusiones

Este trabajo me ha permitido visualizar el encaje de las metodologías activas en el aula, a la vez que se fomenta la competencia digital. De esta forma he podido comprender todas las posibilidades que esta combinación ofrece para la docencia, sobre todo, teniendo en cuenta la creciente presencia de las TIC en nuestra sociedad. En mi caso he elegido el *ABP* y el *Aprendizaje Cooperativo*, pero hay otras muchas que se podrían explotar.

Ambas metodologías están recibiendo mucha atención por parte de la comunidad educativa, lo que hace posible encontrar una gran cantidad de información sobre ellas. No obstante, me ha llamado la atención que esta abundancia de información es, a veces, solo aparente ya que frecuentemente la información que podemos encontrar son solo datos generales que tienden a repetirse en la mayoría de los documentos, siendo difícil hallar información específica sobre su uso en cada área didáctica. Podemos hallar numerosas experiencias y publicaciones pero en particular, en Estadística, es difícil encontrar autores que estudien cómo los principios generales de estas metodologías se trasladan a la didáctica de este campo y cuál es la mejor forma de llevarlo a cabo.

Centrándonos en el *ABP*, con la elaboración de la unidad didáctica he podido constatar que el *ABP* no es una metodología fácil de usar, requiere mucho tiempo y es complicado de conjugar con el extenso currículo de algunos cursos de ESO y Bachillerato. También presenta una cierta complejidad diseñar un proyecto que permita a los alumnos poner en práctica todos los contenidos del currículo, coordinar simultáneamente el trabajo de varios grupos de alumnos o definir unas herramientas de evaluación que permitan valorar el conocimiento adquirido por los alumnos y que esté en consonancia con los métodos de aprendizaje aplicados.

A pesar de todo ello, esta metodología ofrece un gran beneficio, y es que permite adaptarse a cada alumno, en lugar de que cada alumno se adapte a las exigencias educativas. Se consigue despertar el interés del alumnado, captar su atención y que trabajen a través de problemas eminentemente prácticos que les resultan más amenos y motivadores. Esta forma de aprender, en la que son esenciales la motivación, el aprendizaje individualizado y trabajar aplicando los conceptos (y no simplemente memorizando o viendo cómo se resuelve un problema), permite que el alumnado alcance un aprendizaje profundo de los contenidos.

Otro gran beneficio que ofrece el *ABP* es que no solo propicia el aprendizaje de los contenidos del currículo, sino también la adquisición y potenciación de las competencias clave

y de todo un conjunto de habilidades. Algunas de estas últimas son la búsqueda de información de manera eficiente, su análisis para proponer soluciones, el trabajo de forma efectiva en equipo y la creatividad. Además, constituyen aprendizajes permanentes, que no se olvidan y que acompañarán a los alumnos toda la vida y les serán cada vez más útiles según vayan creciendo y asumiendo más responsabilidades académicas y personales. En último término, este debe ser el principal objetivo de la educación obligatoria y, por ello, el *ABP* me parece una metodología interesante, innovadora y una buena opción para favorecer el aprendizaje en esta etapa.

Si nos centramos en el campo de las Matemáticas y, más en concreto, de la Estadística nos ofrece multitud de aplicaciones. Como hemos visto en este trabajo se puede utilizar para combinar el aprendizaje de los conocimientos propios de esta disciplina con las habilidades investigadoras, muy importantes en la rama científico-tecnológica, y con el aprendizaje de herramientas informáticas como las hojas de cálculo.

En cuanto al *Aprendizaje Cooperativo*, la primera de sus grandes ventajas reside en que despierta también la motivación del alumnado. Al establecer un objetivo común al colectivo, el individuo se ve más interesado en la realización de la tarea, ya que percibe que se benefician todos de los logros. La segunda es que fomenta una actitud de implicación e iniciativa, al verse motivados tanto el alumno como el resto de los integrantes del grupo, existe un refuerzo positivo entre ellos, les hace buscar la aceptación de los demás en el compromiso del trabajo. Por último, permite alcanzar un dominio de los procedimientos y conceptos superior a otros métodos más tradicionales, ya que los alumnos se acostumbran a confrontar ideas, resolver conflictos, responsabilizarse de la exigencia que el grupo deposita en ellos, etc. Se interiorizan actuaciones como turnos de palabra, debatir desde el respeto, argumentar a la hora de confrontar conceptos, etc. Se trata de una metodología muy versátil que puede ser utilizada perfectamente para el aprendizaje de las Matemáticas, y en particular de la Estadística. En la unidad didáctica se puede observar como la variedad de técnicas que nos ofrece permite adaptarlo a cualquier área didáctica y la Estadística no iba a ser menos. Incluso permite adaptarlo a aspectos más concretos como los proyectos de investigación, la evaluación, etc. Esta versatilidad hace que sea posible también introducir elementos como el aprendizaje de herramientas informáticas, como se muestra en la unidad didáctica.

Sin embargo, no se pretender dar la impresión de que es una metodología “perfecta”, también presenta algunos inconvenientes. Si los objetivos de la actividad están poco claros o dudosos, pueden desencadenar debates y desacuerdos. Es un defecto de la metodología en sí, que a diferencia de otras exige una imposición externa de la tarea. En este aspecto son mejores

otras metodologías, por ejemplo, el *ABP*. Por otro lado, la práctica demuestra que es muy difícil que el profesor pueda brindar una atención detallada a todos los grupos. Esto puede desembocar en que los alumnos se pierdan, las dudas no se resuelvan, o lo hagan tarde, y finalmente que el ambiente de la clase empeore. Si las tareas son complejas o ambiguas no es recomendable aplicar el *Aprendizaje Cooperativo*. Las metodologías más individuales salvan este inconveniente como, por ejemplo, el *ABP*. Es por todos estos motivos por los que los profesores son algo reacios a aplicarlo en las aulas.

En conclusión, podemos afirmar que los beneficios que obtiene a nivel competencial el alumnado superan con creces las dificultades en la aplicación de estas técnicas y les permite adquirir habilidades y destrezas que les serán de gran utilidad tanto para su desarrollo académico como profesional. En último lugar, cabe destacar que una opción muy interesante sería combinar las dos metodologías empleadas en este trabajo, aunque resultaría un poco más complicado, sin duda permitiría mejorar enormemente el resultado.

4 Bibliografía

- Allport, G. (1954). *The Nature of Prejudice*. Addison-Wesley.
- Arce Sánchez, M., Conejo Garrote, L., & Muñoz Escolano, J. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Síntesis.
- Barrows, H., & Tamblyn, R. (1980). En *Problem-based Learning: An approach to Medical Education* (Vol. 1, p. 18). Springer.
- DeSeCo. (2003). Definición y selección de competencias. OCDE.
- Docher, F., Segers, M., Van den Bossche, M., & Gijbels, D. (2003). Effects of problem based learning: a meta-analysis. *Learning and Instruction*. 13, 533-568.
- Docher, F., Segers, M., Van den Bossche, M., & Gijbels, D. (2005). Effects of problema based learning: a meta-analysis from the angle of assessment. *Review of Educational Research*, 75(1), 27–63.
- Equipo de Investigación Educativa IMECA. (4 de 5 de 2016). *54 técnicas de Aprendizaje Cooperativo: desarrollo y consejos para su aplicación en el aula*. Recuperado el 18 de 6 de 2020, de Universidad de Alcalá:
<http://www3.uah.es/convivenciayaprendizajecooperativo/54- tecnicas-de-aprendizaje-cooperativo/>
- Escamilla, L. (2008). *Las competencias básicas. Claves y propuestas para su desarrollo en los Centros*. Graó.
- Griffin, P., & Care, E. (2014). *Assessment and Teaching of 21st Century Skills*. Springer.
- Johnson, D., Johnson, R., & Smith, K. (1991). *Active Learning: Cooperation in the College Classroom*. Interaction Book Company.
- Johnson, R., Johnson, D., & Johnson Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Paidós.
- Herrada, R. I. y Baños, R. (2018). Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas. *Espiral. Cuadernos del Profesorado*, 11(23), 99-108.

Matemáticas I. (2012). Editex.

Metodologías activas: qué son y cómo aplicarlas en el aula. (2017). Inspiratics.

<https://inspiratics.org/recursos-educativos/metodologias-activas-que-son-y-como-aplicarlas-en-el-aula/>

Piaget, J. (1978). *La equilibración de las estructuras cognoscitivas. Problema central del desarrollo.* Siglo Veintiuno.

Prieto Navarro, L. (2008). *La enseñanza universitaria centrada en el aprendizaje. Estrategias útiles para el profesorado.* Octaedro/ ICE de la Universidad de Barcelona.

Panitz, T. (1999). Collaborative versus Cooperative Learning: A Comparison of the Two Concepts Which Will Help Us Understand the Underlying Nature of Interactive Learning.

Pujolàs, P. (2008). *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo.* Graó.

Raffray, S., & Regueira, I. (2015). *Aprendizaje Cooperativo, Manual Estratégico para Docentes, Entre Pares.* <http://www.vicariaeducacion.cl>.

http://www.vicariaeducacion.cl/profesoresreligion/img_noticias/docu4586ebc47073e305012017_636pm.pdf

Roldán, A. (2018). *Portada Estadística.* Aprender y divertirse con la Hoja de Cálculo.

<http://hojamat.es/estadistica/iniestad.htm>

Rué, J. (s.f.). *¿Qué es Aprendizaje Cooperativo?* Recuperado el 16 de 6 de 2021, de ¿Qué es Aprendizaje Cooperativo?: <https://www.upc.edu/rima/es/grupos/giac-grupo-de-interes-en-aprendizaje-cooperativo/bfque-es-aprendizaje-cooperativo>

Ruiz Mitjana, L. (s.f.). Aprendizaje cooperativo: características e implicaciones educativas. Recuperado el 16 de 6 de 2020, de Psicología y Mente:

<https://psicologiaymente.com/psicologia/aprendizaje-cooperativo>

Scagnolli, Norma I. (2005). *El Aprendizaje Colaborativo.* Universidad de Aguascalientes.

Serrano González-Tejero, J., Pons Parra, R., & Ruiz Llamas, M. (2007). Perspectiva histórica del aprendizaje cooperativo: un largo y tortuoso camino a través de cuatro siglos. *Revista Española de Pedagogía* (236), 125-138.

Trujillo, F. (2016). *Aprendizaje basado en proyectos. Infantil, Primaria y Secundaria*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte-Área de Educación.

Varas Mayoral, M., & Zariquiey Biondi, F. (2011). Anexo 1: Técnicas Formales e Informales de Aprendizaje Cooperativo. En J. C. al, *Alumnos con altas capacidades y aprendizaje cooperativo* (págs. 505 - 560). Fundación SM.

Vergara, J. (s. f.). *Aprendizaje Basado en Proyectos: cómo construir una aventura para el aprendizaje*. Inspiratics. Recuperado 11 de julio de 2021, de <https://inspiratics.org/es/recursos-educativos/aprendizaje-basado-en-proyectos-como-construir-una-aventura-para-el-aprendizaje/>

Legislación

“Decret 143/2007, pel qual s’estableix el currículum de l’educació secundària obligatòria”. Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya, 4915.

Orden ECD/65/2015 [Ministerio de Educación, Cultura y Deporte]. Por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. 21 de enero de 2015. <https://www.boe.es/eli/es/o/2015/01/21/ecd65>

ORDEN EDU/363 de 2015 [Consejería de Educación]. Por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León. 4 de mayo de 2015. <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/ordenedu-363-2015-4-mayo-establece-curriculo-regula-implan>

Real Decreto 1105/2014[Ministerio de Educación, Cultura y Deporte]. Por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. 3 de Enero de 2015. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2014/12/26/1105>