



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Propuesta de Metodología basada en  
contenidos audiovisuales

Trabajo Fin de Máster

Profesor en Educación Secundaria

Obligatoria y Bachillerato. Especialidad de  
Matemáticas.

Alumno: Alejandro Izquierdo Carrasco

Tutores: Philippe Giménez y Cesáreo Jesús González Fernández

Valladolid, julio 2021

1.	INTRODUCCIÓN.....	3
2.	OBJETIVOS.....	4
3.	INVESTIGACIONES PREVIAS.....	7
4.	PROPUESTA METODOLOGIA BASADA EN CONTENIDOS AUDIOVISUALES.....	20
	4.1 Planteamiento general.....	20
	4.2 YouTube y la Educación en matemáticas.....	20
	4.3 Descripción de la investigación.....	28
	4.4 Descripción de la metodología.....	29
	4.5 Requisitos para su implementación.....	32
	4.6 Modo de implementación.....	36
	4.7 Ejemplos de implantación.....	38
	4.8 Desarrollo e implantación.....	39
5.	BENEFICIOS Y VENTAJAS.....	70
6.	PROBLEMAS Y DIFICULTADES.....	71
7.	RECOMENDACIONES.....	72
8.	CONCLUSIONES.....	73
9.	BIBLIOGRAFIA.....	76

*Existe una gran cantidad de canales de divulgación dedicados a las Matemáticas donde grandes matemáticos muestran su faceta de divulgador para acercar las Matemáticas a la sociedad. Como ejemplo podemos citar al canal de YouTube Derivando del matemático y divulgador español Eduardo Sáenz de Cabezón, un canal en castellano exclusivamente dedicado a las Matemáticas y que cuenta con más de 1M de seguidores, algo impensable hace pocos años. El canal Numberphile (de EE.UU. pero con muchos vídeos subtítulos) es otro ejemplo. Éste cuenta con casi 3,5M de seguidores. El objetivo de este trabajo es estudiar las posibilidades que ofrecen estos canales de divulgación para acercar las Matemáticas a los alumnos de Secundaria ayudando a entender mejor en algunos temas del currículo a través de los contenidos de estos canales, esto es, los resultados de este TFM serán discutidos y analizados en términos de su incorporación y aportación al actual currículo de matemáticas en secundaria.*

*There are a lot of dissemination channels dedicated to Mathematics where great mathematicians show their facet of popularizer to bring Mathematics to society. As an example we can cite the YouTube channel Derivando created by Eduardo Sáenz de Cabezón, a channel in Spanish exclusively dedicated to Mathematics which has more than 1M followers, something unthinkable a few years ago. The Numberphile channel (from the US but with many subtitled videos) is another example. It has almost 3.5M followers. The objective of this work is to study the possibilities offered by these channels of dissemination to bring Mathematics to Secondary School Students helping to understand better in some topics of the curriculum through the contents of these channels, that is, the results of this work will be discussed and analyzed in terms of their incorporation and contribution to the current mathematics curriculum in high school.*

*A la memoria de Isabel Negueruela*

## 1. INTRODUCCIÓN

Los adolescentes de la segunda década del siglo XXI se han formado en un contexto social y tecnológico en el cual son capaces de interactuar de forma inmediata y constante. Donde domina la cultura participativa, con grupos de usuarios que adoptan un doble rol: el de generadores y el de consumidores de contenido. Tanto crear como demandar contenido digital forma ya parte de la vida cotidiana de estos jóvenes interconectados por múltiples pantallas y que desarrollan no solo habilidades digitales sino aprendizajes interactivos, animados, activos y sociales. Y la inmersión digital no termina ahí para algunos. La realidad nos muestra que, para muchos de ellos, un desafío de futuro es convertirse en *influencers*, es decir, vivir para tener seguidores en sus redes y transformar su modelo de relación en un espacio digital en el que interactuar con otras personas a través de comentarios, mensajes, o indicaciones de me gusta o no me gusta. Así descubrimos la realidad de una nueva cultura participativa, donde las tecnologías y los medios digitales han provocado cambios significativos en la vida de los ciudadanos.

Todo este contexto abre la puerta a un cambio que incide en el aprendizaje, la comunicación y los modelos pedagógicos metodológicos a emplear con los alumnos en las aulas. La capacidad de influir en los adolescentes está ahora más disputada que nunca en esta importante etapa de desarrollo intelectual de identidad personal. Por ello, es fundamental investigar este fenómeno para en primer lugar comprender su escala y tendencias, y en segundo lugar, tratar de tomar ventaja desde nuestra posición y perspectiva como educadores.



Sabemos que las matemáticas nos han permitido evolucionar como civilización y alcanzar logros en multitud de campos, ingeniería, medicina o economía, entre otros. Son por tanto una herramienta básica y fundamental para desarrollarnos como sociedad. Al mismo tiempo, las matemáticas también son una forma de expresión de la cual podemos disfrutar, sin más pretensiones.

El objetivo principal de este TFM es buscar esas vías para concienciar a los alumnos del primer punto -las matemáticas como ciencia y herramientas- y sugerir el segundo -las matemáticas como principio de belleza o arte-. Disfrutar de las matemáticas no entiende de edades y será la persona la que encuentre el momento adecuado o más propicio, si así lo desea.

Comenzaremos definiendo y acotando la investigación. Ésta podríamos enmarcarla dentro de la línea *Educación Matemática en la Era Digital (EMED)*. Pero antes de entrar a desarrollarla, recuperemos algunas cuestiones que nos hicieron llegar a plantearnos la misma. Tiempo atrás habían surgido algunas preguntas del tipo:

*-¿Cómo introducir los contenidos al inicio de cada UDD de forma que "enganchen" a los alumnos?*

*-¿Cómo podemos proporcionar una visión diferente -quizás transversal con otras materias o asignaturas- de los contenidos?*

*-¿Puede ser un "YouTuber" de ayuda para alterar la predisposición negativa que a menudo tienen los alumnos sobre las matemáticas y en particular sobre la materia específica que vamos a abordar?*

*-Por medio de vídeos, ¿Podemos proyectar de forma más directa los contenidos del currículo en situaciones reales de la vida cotidiana?*

*-Si optamos por introducir los vídeos en la clase, ¿Qué beneficios y problemas podremos encontrarnos?*

Y como resultado de las mismas nos planteamos el presente TFM, el cual persigue alcanzar varios objetivos. Éstos los podremos clasificar a diferentes niveles:

#### Personales

En primer lugar contrastar con experiencias y estudios previos de otros, la viabilidad y/o conveniencia de introducir los vídeos educativos en la clase. En caso positivo, buscar propuestas y material audiovisual que nos permitan impartir clases de secundaria de forma más dinámica y efectiva. Este objetivo surge de un problema real observado, tanto como alumno como futuro docente, en las aulas. En muchas ocasiones se detecta falta de cierto estímulo adicional para hacer conectar entre sí mundo real y académico. La edad que tienen los estudiantes de secundaria parece

que aconseja adaptar la educación a nuevos paradigmas y reconstruirla en línea con los nuevos tiempos. Por ejemplo, es un hecho constatado el poder de atracción que plataformas como YouTube tiene sobre los jóvenes. Y aprovechar dicho efecto como vía de aproximación puede adquirir sentido si se acomete de forma adecuada. Así, el empleo de canales de divulgación educativa pudiera conformar un extraordinario puente entre los alumnos y las matemáticas así como también entre el mundo real y la ciencia.

#### - Prácticos

Generar un conjunto de recursos específicos, agrupados por cursos y por materias, a partir de contenido publicado en YouTube con el cual guiar a docentes en el proceso de presentación y desarrollo de los temas pertenecientes al currículo de Secundaria. En el campo de la enseñanza de secundaria sabemos que existen diversas metodologías que se pueden emplear. No obstante, unas son demasiado específicas y dependientes de una tradición (como la metodología de clase magistral, estudio de casos, problemas...), y otras son demasiado complicadas de implementar en el aula (aprendizaje basado en proyectos, contrato de aprendizaje...) al encontrarse grandes barreras porque requerirán una importante implicación por parte de los alumnos o bien de unos medios que el docente y el centro no suelen disponer. Creo que los medios audiovisuales, sin ser en absoluto sustitutivos del resto, responden de forma efectiva como complemento.

#### -Intelectuales

Proponer un modelo de trabajo que aproxime las metodologías tradicionales (clase magistral, resolución de problemas en el aula) con las situaciones cotidianas de la vida real y permita al mismo tiempo interactuar de forma transversal con otras materias (física, economía, tecnología, inglés...)

Así pues, además de esbozar las líneas maestras de la investigación, pretendemos proponer un esquema básico y general de nuestra metodología teniendo presentes todos los objetivos mencionados. Todo ello en conjunto nos debería permitir poder acometer una programación didáctica en la cual las unidades, siempre que sea posible, estén sustentadas por contenidos audiovisuales obtenidos de la plataforma YouTube.

Ahora bien, antes de profundizar en nuestra propuesta, es importante aclarar que los planteamientos didácticos aquí indicados únicamente pueden ser considerados como un complemento y nunca como un sustitutivo al resto de recursos y metodologías. Y por encima de todo, la utilización de videos nunca podrá reemplazar en su totalidad al docente.



### 3. INVESTIGACIONES PREVIAS

A pesar del incremento de popularidad en la utilización de clases grabadas en video, todavía sabemos poco en relación a los diferentes estilos y estrategias que pueden ser empleados y como éstos pueden afectar en el aprendizaje de los alumnos. A este respecto, en relación a los antecedentes trabajos previos, debemos señalar que si bien se trata aún de un campo de la didáctica incipiente y por desarrollar, comienzan ya a ver la luz investigaciones que aportan conclusiones y resultados que pueden empezar a ser tenidos en cuenta.

Acudamos en primer lugar al artículo *Funciones sociales de los YouTubers<sup>2</sup> y su influencia en la adolescencia* un estudio<sup>3</sup> reciente que analiza la relación entre preadolescentes y YouTubers, para determinar cómo los primeros integran a los segundos como referentes de una nueva cultura digital juvenil. Los autores emplearon un diseño de investigación mixto. Por una parte un análisis cuantitativo a través de un cuestionario administrado a 1.406 estudiantes de institutos de Cataluña, y por otro lado un análisis cualitativo a partir de tres «focus group». Se llegó a interesantes conclusiones. Sobre las preferencias de adolescentes y las funciones de los YouTubers en la vida de los primeros, por un lado, se puede afirmar que lo que más atrae a los adolescentes es el entretenimiento y la sensación de formar parte de una cultura digital juvenil, que pueden compartir con sus iguales. Por otro lado, incluso reconociendo atracción por la notoriedad que ostentan los YouTubers, desconfían de esa fama y de los riesgos relacionados. Asimismo tienen reservas sobre ciertas actitudes y códigos que expresan los YouTubers. Respecto a la capacidad de los YouTubers para fomentar modelos de influencia, se observó que las características valoradas dependen en gran medida del YouTuber en particular. Los adolescentes valoran sobre todo el humor de los YouTubers, y en un lejano segundo lugar valoran la proximidad de los YouTubers a los propios intereses de los jóvenes. Es significativo que alguno de los YouTuber que recibió comentarios más favorables lo fuera por sus conocimientos, su buena relación con sus seguidores y su autenticidad. También resultó relevante comprobar que alguno de los ítems que obtuvieron una valoración más alta fueran por ejemplo la apariencia o la inteligencia de los YouTubers. Los participantes dijeron admirar más su vertiente cómica y sus conocimientos más que su aspecto físico o la imagen de marca que puedan representar. Podemos considerar que los YouTubers están incorporados en las prácticas de ocio de los adolescentes y que actúan ya como referentes de una cultura digital adolescente, pero no podemos referirnos propiamente a una integración de los modelos y valores propuestos por los YouTubers en tanto que «influencers», sobre todo dada la actitud crítica que los adolescentes manifiestan sobre ellos.

---

<sup>2</sup> El término *YouTuber* hace referencia a aquellas personas cuya principal o única plataforma son los canales de YouTube, subpáginas personalizadas de la plataforma para compartir videos de YouTube. En español se admite la forma en cursiva *YouTuber*

<sup>3</sup> Ver Bibliografía

Los participantes de nuestro estudio son conocedores de lo que conocemos como alfabetización mediática y son muy críticos con las actitudes ofensivas y discriminatorias. Por último, concluyen existe un sesgo de género no solo por la menor presencia de YouTubers mujeres, sino también en el hecho de que el triple de chicos tienen un canal de YouTube y casi cuatro veces más de ellos están interesados en un futuro profesional como YouTubers. Los autores precisan que se requerirían nuevas investigaciones que analicen las diferencias según el grupo de edad y si las redes sociales fomentan el desarrollo de características individuales y diferenciadas entre las nuevas generaciones. El estudio señala que sería recomendable aumentar la muestra de YouTubers -se basaron en el número de seguidores- utilizando criterios de selección que se basen en otros criterios y extender el análisis a blogs e Instagram. Plenamente incorporados en el ecosistema digital, los preadolescentes están a punto de dar el salto a la adolescencia en la cual pueden sentir más huérfanos de referentes. En este sentido, los autores consideran que deberían tener mayor protagonismo las propuestas de educomunicación en los centros docentes. Lo que enlaza exactamente con el objetivo del presente trabajo.

Continuemos con el artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers? Participatory Culture and STEM Competencies in Italian Secondary School Students*<sup>4</sup> un interesante estudio en el que analizaban la utilidad y conveniencia de YouTube en el proceso de aprendizaje. Aunque ese trata de un estudio realizado en Italia, podremos considerar perfectamente extrapolables las conclusiones a España si nos atenemos a la semejanza entre culturas y sistemas educativos. Es por ello que vamos a continuación a recopilar los principales aspectos y conclusiones del trabajo. Hay que precisar que el estudio no pretendía dar respuestas generales sobre el uso de las TIC en educación, sino de forma mucho más precisa tratar de justificar la conveniencia de la utilización de vídeos educativos, y específicamente YouTube, en los procesos de aprendizaje y adquisición de Ciencia, Tecnología, Ingeniería, y competencias en Matemáticas (STEM). La decisión de analizar el impacto de la influencia de la plataforma YouTube de la competencia matemática se debía a la dificultad que esta disciplina tradicionalmente conlleva en los procesos de aprendizaje en la etapa de bachillerato. La finalidad última de esta investigación era permitir a los profesores comprender mejor el mundo del aprendizaje digital, la competencia matemática en adolescentes y la influencia de las redes sociales en el apoyo al aprendizaje en contextos formales y no formales.

Así, los autores partían de la hipótesis inicial de que YouTube es una herramienta útil y eficaz en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, que aporta ventajas significativas a la enseñanza práctica en la adquisición de competencias STEM y que facilita el acceso a los estudiantes con dificultades de aprendizaje. En definitiva, todas estas nuevas oportunidades reflejan el valor de los nuevos canales de YouTube dedicados a la difusión del conocimiento y

---

<sup>4</sup>Ver Bibliografía

como éste puede considerarse ya un medio informal emergente de alfabetización científica, que transmite conocimiento a los adolescentes. Por lo tanto, los YouTubers se han convertido en un componente vital en la educación de los jóvenes estudiantes, y son valorados por los adolescentes en mejor medida que a sus profesores, aunque todavía prefieren interactuar con ellos en el aula. Para realizar el estudio los autores plantearon una metodología mixta basada en:

- Parte cuantitativa: la realización de un cuestionario entre adolescentes italianos.
- Parte cualitativa: análisis de doce entrevistas con profesores de secundaria italianos y de quince videos realizados por uno de los YouTuber más influyente entre adolescentes en Italia, Elia Bombardelli.

En cuanto al alcance del estudio se optó por limitarlo al campo de las matemáticas porque es una asignatura que tiene dificultades particulares y porque es una de las STEM (Ciencia, Competencias de Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) que se pretende promover en Europa y EE.UU. para fomentar economías competitivas en el futuro. De ahí que precisamente este estudio adquiriera mayor interés y relevancia para nosotros.

En cuanto al cuestionario, fue completado por 4.845 adolescentes residentes en Italia en un total de 75 de las 80 provincias. Según datos del Istituto Nazionale di Statistica [Instituto Nacional de Estadística de Italia], la población joven en Italia (entre 11 y 15 años) es de 2.854.720 para 2019, por lo que la muestra selección para este estudio supera el número requerido para obtener un nivel de confianza de los resultados  $\geq 99\%$ , con un margen de error de  $\pm 2\%$ , por lo que a partir de los datos recopilados, también teniendo en cuenta la distribución sería posible hacer inferencias descriptivas. El cuestionario fue elaborado siguiendo los criterios de la técnica de escala Likert, algunas preguntas con respuestas concretas, otras abiertas y otras con múltiples respuestas. Después de analizar las estadísticas de confiabilidad, el  $\alpha$  de Cronbach<sup>5</sup> ofreció resultados positivos con un valor de 0,802. Las variables definidas presentan una distribución que se asemeja a la campana de gauss, lo que confirma la normalidad de las variables. En cuanto a las doce entrevistas de profesores de las escuelas secundarias, éstos pertenecían a los mismos centros donde estudian los adolescentes de la muestra.

Para especificar el propósito del estudio, se plantearon las siguientes preguntas:

- ¿A quienes acuden los estudiantes cuando tienen inquietudes acerca de las matemáticas?
- ¿Cómo calificarían al profesor de matemáticas, y al YouTuber?
- Durante las clases de matemáticas, ¿los profesores utilizan recursos digitales?
- Los docentes, ¿tiene un blog, sitio web o canal de YouTube?
- ¿Cuáles son los recursos digitales más útiles, según los estudiantes, utilizado por los profesores durante las clases de matemáticas?

---

*5 En psicometría, el Alfa de Cronbach es un coeficiente que sirve para medir la fiabilidad de una escala de medida, y cuya denominación Alfa fue realizada por Cronbach en 1951*

-¿Tienen los adolescentes algún recurso digital que les ayude a entender las matemáticas?

-¿Tienen algún YouTuber en las redes sociales para aprender matemáticas? Si es así, ¿cuáles o quiénes son sus favoritos? ¿Cómo calificarían a su YouTuber?

-¿Tienen ellos mismo un blog, página web o canal de YouTube? ¿Cuántos seguidores tienen?

Preguntas que desembocaron en una serie de objetivos que concretaban la investigación:

- Objetivo 1: Diagnosticar la relación entre la cultura participativa de los adolescentes y los procesos de aprendizaje y adquisición de competencias STEM.
- Objetivo 2: Conocer los recursos digitales y redes sociales más utilizados por los adolescentes y sus docentes en su proceso de aprendizaje y adquisición de competencias STEM.
- Objetivo 3: Analizar el rol de los YouTubers como líderes de aprendizaje y apoyo en la formación de competencias STEM de los adolescentes.

La formulación de estos objetivos corresponde a un estudio que fue diseñado para aproximar fenómenos observables. Asimismo, se contrastaron y formularon las siguientes hipótesis utilizando un método hipotético-deductivo, relacionado con los objetivos del estudio:

Hipótesis (H1): Los adolescentes italianos crean sus espacios digitales y son usuarios principales de Instagram y consumidores de YouTube.

Hipótesis (H2): La interacción en las redes sociales de los adolescentes involucrados depende del rendimiento académico, edad y contexto escolar.

Hipótesis (H3): Los adolescentes italianos, a diferencia de los profesores, valoran los videos de YouTube como el recurso más útil en el proceso de aprendizaje y adquisición de habilidades STEM.

Hipótesis (H4): El uso de videos de YouTube como recurso en el aprendizaje y adquisición de competencias STEM no depende del género, la edad, el área rural / urbana, la región, el nivel de estudio familiar o el rendimiento académico, pero sí dependen del tipo de escuela.

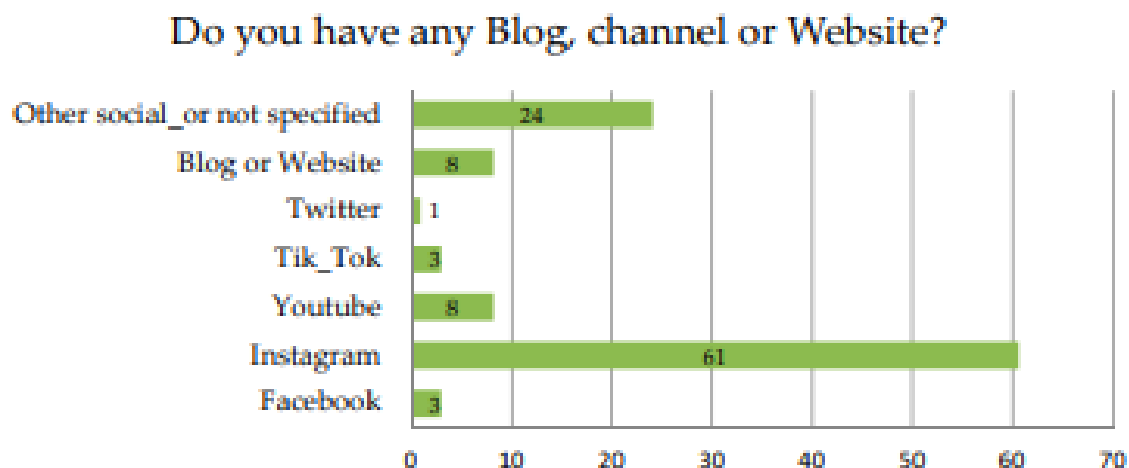
Hipótesis (H5): Los adolescentes italianos valoran a los YouTubers sobre los profesores.

Hipótesis (H6): Docentes y YouTubers juegan, en la enseñanza de las competencias STEM, las variables de claridad, variabilidad, entusiasmo, orientación a la tarea, oportunidades para que el alumno aprenda.

Los principales resultados que obtuvieron los investigadores podemos agruparlos en tres categorías:

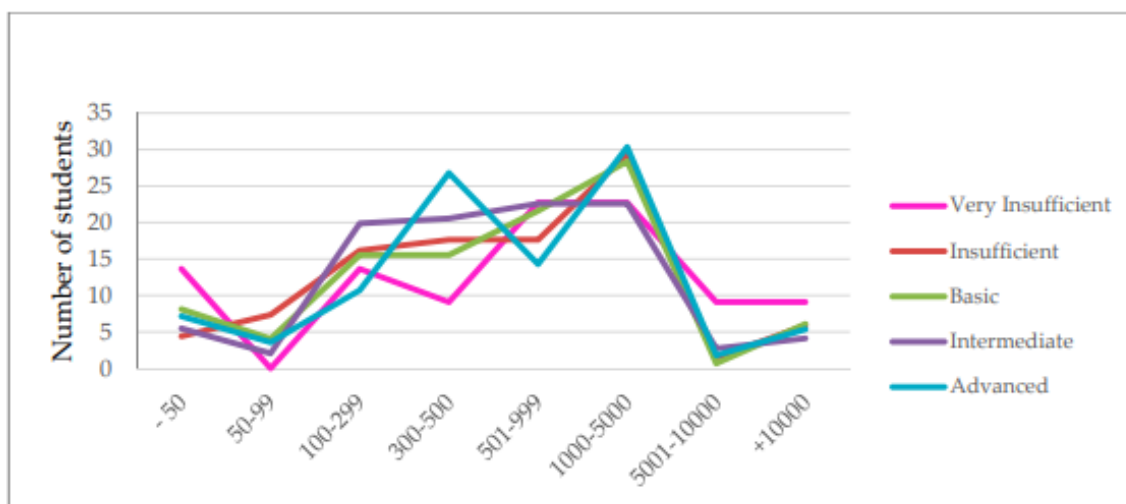
## 1. Relación entre la cultura digital participativa y el rendimiento en áreas STEM

El estudio muestra que los adolescentes administran un blog, una web o redes sociales con un elevado número de seguidores. Como se pudo comprobar (Figura 1), el 61% declara tener Instagram como su red social de referencia, pero solo el 8% tiene su propio canal de YouTube, un hecho notable por su amplio uso en los procesos de aprendizaje individual. Hoy por hoy, YouTube está posicionado como una red social que consumen los adolescentes pero que aún no se posiciona como la preferida para crear o producir contenido.



**Figura 1:** Propiedad de cuentas en redes sociales, blogs, webs, etc. entre los adolescentes italianos<sup>6</sup>

También es posible observar (Figura 2) el carácter emocional de las redes donde adolescentes con bajo rendimiento académico tienen en sus perfiles un espacio personal para la autorrealización. Como se puede observar, los adolescentes con más seguidores ( $\geq 5000$ ) son los que tienen un desempeño inferior en competencia matemática.



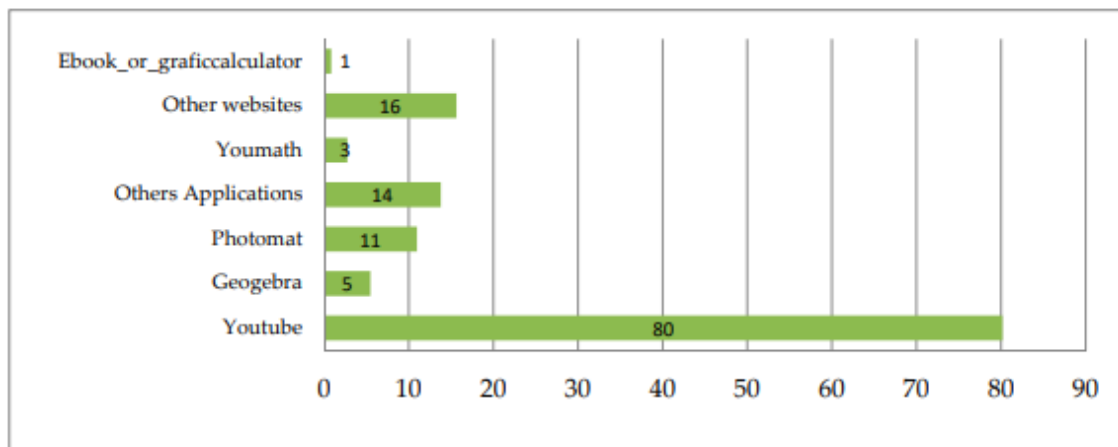
**Figura2:** Número de seguidores en relación con el rendimiento académico en matemáticas<sup>7</sup>

<sup>6</sup> Gráfico extraído del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*

<sup>7</sup> Gráfico extraído del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*

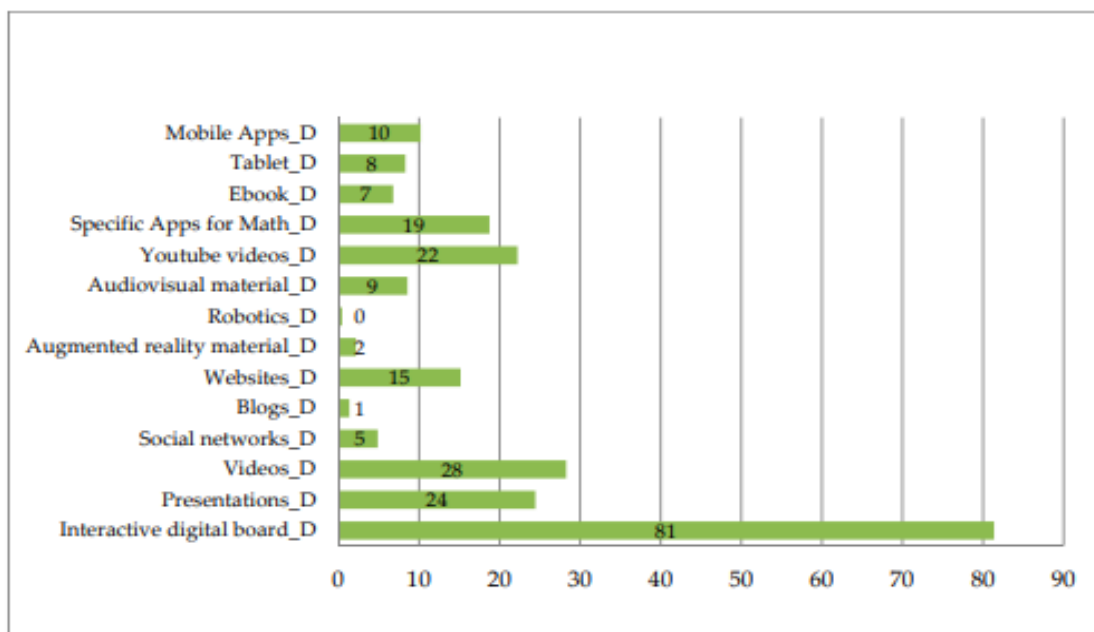
## 2. YouTube mejor recurso para las competencias STEM

Entre las redes sociales a las que pueden acceder los estudiantes para el desarrollo de competencias STEM, específicamente competencia matemática, YouTube se destaca como una red social líder, como se muestra en la Figura 3. Aunque el uso de aplicaciones (apps) se posiciona en la muestra en un 14%, y otros programas como Photomat (11%), Geogebra (5%) o Youmath (2%), YouTube es la plataforma preferida por el 80% de los estudiantes como medio de aprendizaje.



**Figura 3:** Recursos utilizados por los alumnos para aprender en casa<sup>8</sup>

En contraste, la siguiente gráfica (Figura 4) muestra que el mismo recurso es utilizado por solo el 22% de los profesores, según el alumno.



**Figura 4:** Recursos utilizados por los profesores para enseñar en clase<sup>9</sup>

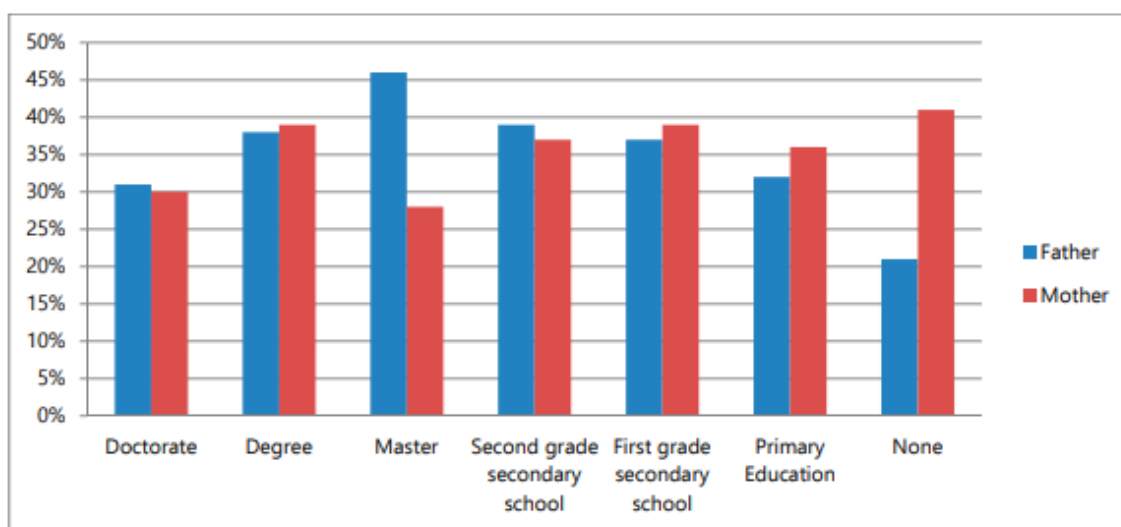
<sup>8</sup> Gráfico extraído del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*

<sup>9</sup> Gráfico extraído del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*

En este sentido, se confirma la presencia de YouTube como un recurso crítico en la adquisición de competencias STEM, aunque su espacio de interacción se comparte fuera del aula. Por otro lado, se muestra que el 24% de los profesores utiliza presentaciones y el 28% utiliza otro tipo de videos. Aunque el 81% de los profesores utilizan la pizarra interactiva pero se entiende que este recurso es complementario a los anteriores.

Así pues, comparado con las respuestas de los estudiantes, se pudo concluir que los recursos digitales más utilizados por el profesorado no son los que los estudiantes consideran más efectivos. Los recursos que los estudiantes consideran más efectivos, como los videos, elegidos por el 72% de los participantes, tienen una tasa de uso del 50%<sup>10</sup> por parte de los profesores. Específicamente, los videos de YouTube fueron elegidos como un recurso principal por el 35% de los adolescentes y el 22% de sus maestros.

El uso de videos de YouTube como recurso digital para aprender matemáticas tampoco depende del nivel de estudio de los padres. Tanto los adolescentes cuyos padres son graduados como los adolescentes cuyos padres solo asistieron a la escuela primaria usan YouTube como recurso (Figura 5)



**Figura 5:** *Uso de vídeos de YouTube en función del nivel de estudio de los padres<sup>11</sup>.*

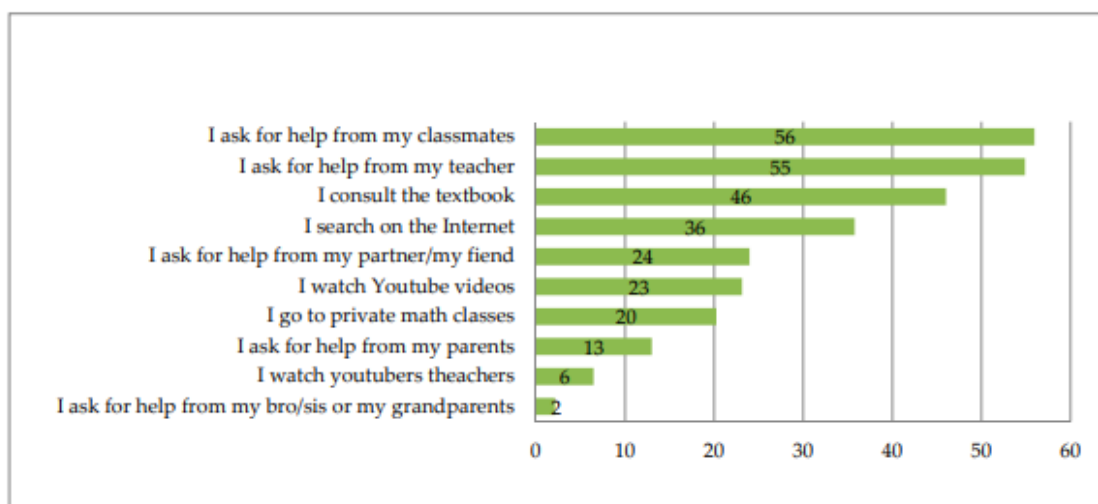
### 3. Líderes en aprendizaje: Preferencias de los adolescentes

La matemática es, dentro de las competencias STEM, la que presenta más dificultades en esta etapa del sistema educativo italiano. Partiendo de la promoción de una cultura participativa valorada en este estudio, es fundamental examinar el papel de las redes sociales, y especialmente de los YouTubers como líderes de aprendizaje.

<sup>10</sup> Resultado agregado de videos genéricos 28% más videos YouTube 22%

<sup>11</sup> Gráfico extraído del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*

En este sentido, se puede ver que cobra especial relevancia el papel de los YouTubers, que se proyectan como posibles 'sustitutos' del profesorado en esta disciplina en los próximos años. Aunque el 55% de los estudiantes aún prefieren preguntar a los profesores (respuestas múltiples) en entornos de aprendizaje cara a cara, el 36% busca respuestas en Internet, el 23% elige ver contenido en YouTube en general y el 6% confirma que, entre estos videos, ver los producidos por Youtubers. Así, Internet se presenta en un 36% de los casos como un entorno de aprendizaje, y YouTube ya se proyecta en un 29% de la muestra como la red social de preferencia para el desarrollo del aprendizaje individualizado de procesos basados en competencias STEM. El papel de la interacción con otros compañeros en el proceso de aprendizaje es significativo (tutoría entre pares), utilizando otras redes sociales en el proceso comunicativo, como se detalla en las entrevistas realizadas, el 56% pide ayuda a sus compañeros en la realización de las tareas escolares, utilizando las redes sociales como herramienta de comunicación. Esto muestra que las redes sociales están incursionando en el tiempo dedicado a estudiar en los hogares italianos, aunque el libro de texto todavía tiene fuerza, ocupando el 46% de los encuestados.



**Figura 6:** Preferencias de los alumnos a la hora de pedir ayuda durante el aprendizaje<sup>12</sup>

<sup>12</sup> Gráfico extraído del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*



Por último se analizó la relevancia y el peso específico que están ya adoptando los *influencers*. Para poder realizar la comparación se establecieron cinco variables que pueden cuantificar el hecho de ser un buen profesor: claridad, adaptabilidad, entusiasmo, orientación a la tarea y oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. El análisis consistió en preguntar a los profesores si, en su opinión, estas cinco variables formaban parte de su rol diario como docentes. Lo mismo se planteó con el YouTuber educativo más popular en Italia, Elia Bombardelli<sup>13</sup>, de quien se analizaron 15 videos propios.

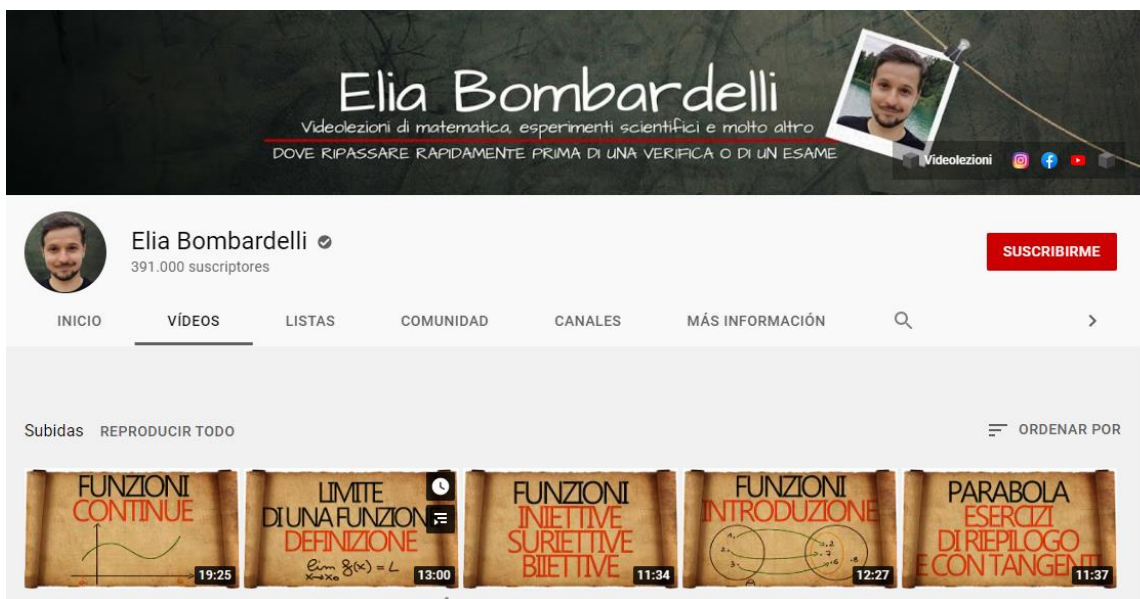


Figura7 Página en YouTube de Elia Bombardelli

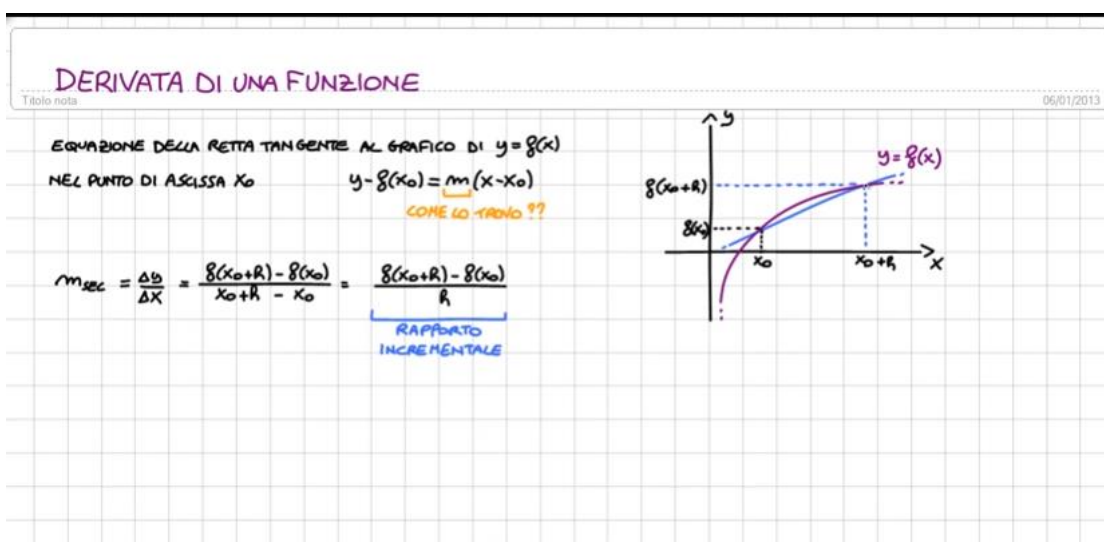


Figura 8: Imagen extraída de una de las clases magistrales del YouTuber Elia Bombardelli

<sup>13</sup> Enlace a la web personal de [Elia Bombardelli](#)

Elia Bombardelli:

Divulgador italiano que en 2018 fue incluido en la lista Forbes de los 100 jóvenes menores de 30 años más influyentes. Ofrece a través de su canal de YouTube una amplia selección de video de matemáticas, física y experimentos científicos. Las lecciones de este canal cubren en su mayoría temas de matemáticas cubiertos en la escuela secundaria y algunos temas que generalmente se ven en los cursos básicos de análisis matemático o álgebra lineal en el primer año de la universidad. También hay experimentos científicos, tutoriales y otros videos dedicados principalmente a los estudiantes.

En la actualidad su canal cuenta con 391K suscriptores y 73 M de visitas

Los resultados de la comparativa entre los docentes y el YouTuber se muestran a continuación (Figura 9)<sup>14</sup>. Casi todos los docentes entrevistados manifestaron poner en práctica estos cinco criterios. En cuanto al YouTuber, respecto a la valoración que pudo realizarse sobre sus vídeos, destacaron la claridad, entusiasmo y las oportunidades de aprendizaje. Pero no tiene adaptabilidad alguna al no estar cara a cara con los estudiantes. Su claridad se expresa a través de un tono de voz bajo, hablando despacio y ofreciendo a los estudiantes los pasos (reglas) a seguir para desarrollar una tipología de ejercicios. Se puede agregar que no explica algún “por qué” de lo que hace, presentando esta competencia como más práctica que teórica. En el análisis de sus producciones, se puede considerar que la automotivación es un proceso circular, siendo necesario que los alumnos empiecen a pensar que son “capaces de lograrlo”, para luego trabajar el “por qué” y el “dónde”. En cuanto a las oportunidades de aprendizaje que puede tener como *influencer*, estas provienen de la característica de una producción asincrónica, es decir, la posibilidad de escucharlo tantas veces como sea necesario, logrando de esta manera un mayor entendimiento en la adquisición de competencias STEM. Este último dato es importante porque ayuda a comprender a los alumnos con especial dificultad que, en las aulas, por el tema del aspecto emocional de su timidez, se resisten a preguntar si no han entendido algo durante la explicación del profesor frente a sus pares.

---

<sup>14</sup> extraída del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*

Average	Clarity	Enthusiasm	Variability	Opportunities to Learn	Task Orientation
$\bar{X}$ Teachers	5	4.58	5	4.75	5
$\bar{X}$ Elia	5	5	1 (o-)	5	-

**Figura 9:** Análisis sobre el YouTuber Elia y autoanálisis del profesorado de las 5 variables<sup>15</sup>

Sean o no académicamente exitosos, hombres o mujeres, viviendo en una región u otra, todos los adolescentes valoran los videos de YouTube como un recurso fundamental para mejorar su rendimiento académico. Esta perspectiva es valorada tanto por individuos cuya familia tiene un nivel medio de formación académica como aquellos que tienen un nivel alto. El uso de videos de YouTube no depende del género, la edad, el área rural/urbana, el nivel de estudio familiar o rendimiento académico, sino sobre el tipo de escuela y la región italiana en cuestión.

Y finalmente se plantea la pregunta ¿Profesores o YouTubers? El estudio concluye que los adolescentes italianos valoran de forma global a los YouTubers por encima de los profesores. Sin embargo, por otro lado, llama la atención que en los procesos de aprendizaje y adquisición de competencias STEM, prefieran interactuar con profesores en lugar de con YouTubers. Esta apreciación no se puede generalizar a toda Italia: la región de Cerdeña muestra una tendencia contraria a la nacional; es decir, los adolescentes prefieren los Youtubers al profesorado de las escuelas a la hora de interactuar. Esta investigación también muestra que el desempeño académico en la adquisición de competencia matemática en los estudiantes italianos se correlaciona moderadamente con la calificación que los estudiantes dan a los profesores. Sin embargo, dicha correlación es mucho más significativa cuando la calificación la establecen a su YouTuber preferido.

En lo que al contexto educativo se refiere, existe una correlación moderada entre desempeño en competencia matemática y la puntuación con la que los estudiantes han evaluado a los profesores como se indica en un estudio previo, que tuvo como objetivo conocer las principales dificultades en la enseñanza y aprendizaje de álgebra que un grupo de profesores de matemáticas informó tener. La dificultad que destaca esta investigación es la base inadecuada que los estudiantes traen de cursos anteriores.

Esta evaluación no solo justifica la fuerte correlación del rendimiento académico, sino que también podría explicar la puntuación más alta para los YouTubers. Este hecho es significativo porque referirse a la web social es hablar sobre la realidad expandida, donde los estudiantes tienen acceso en cualquier momento de su vida diaria. Incluso las producciones de los YouTubers pueden ser visualizadas por aquellos estudiantes que, por motivos de timidez o vergüenza, limite su participación en el aula.

<sup>15</sup> tabla extraída del artículo *Learning Leaders: Teachers or Youtubers?*

El rol de los YouTubers también está cobrando importancia en el desempeño de las tareas académicas en el hogar familiar, y, dentro de estos, también hay una proyección como *influencers* que tienen una incidencia más significativa impacto en los adolescentes. Aunque la mitad de los adolescentes considera que no recuerda el nombre del YouTuber que consultaron en sus consultas académicas, el resto considera que el YouTuber Elia Bombardelli se posiciona a sí mismo como influyente en esta área de competencias STEM, específicamente matemáticas.

Analizar el discurso desarrollado por el *influencer* y compararlo con el profesorado de educación secundaria, llegamos a la conclusión de que el profesorado y el *influencer* actúan, en la enseñanza de competencias STEM, las dimensiones de variabilidad, entusiasmo y oportunidad de los estudiantes para aprender. Por el contrario, la variable de orientación en la tarea no es desarrollada por el *influencer*. La presencia de procesos de enseñanza condiciona la única variable que distingue a los docentes y YouTubers.

El lenguaje utilizado por el YouTuber indicado anteriormente es muy simple y directo, teniendo en cuenta las particularidades de su audiencia, en la que se alternan términos específicos con otros más simples, lo que nos permite captar el concepto o comprender el proceso a seguir. Otro aspecto que permanece abierto a futuras investigaciones es analizar la calidad didáctica de las producciones bajo este formato y en base a preguntas como:

-¿Hasta qué punto se tratan correctamente los conceptos matemáticos?

-¿El YouTuber menciona todos los elementos de forma fluida?

-¿Cómo son los materiales, espaciales y recursos temporales organizados en la explicación?

-¿El video está adaptado para un tipo de educación concreta?

Para responder a esta última pregunta sería útil centrarse a su vez en los siguientes cinco criterios de evaluación:

- Curricular

- Técnico, estético, y expresivo

- Pedagógico

- Didáctica matemática

- Accesibilidad

A partir del hecho de que los adolescentes están integrados en una cultura participativa y colaborativa parece razonable apostar por un nuevo modelo en la educación en el que se unifiquen prácticas relacionadas con las nuevas tendencias y a través de las cuales desarrollar competencias STEM de un modo más efectivo. En este sentido YouTube reproduce un papel fundamental, y, dentro de esta red social, los Youtubers son un referente en el aprendizaje que deberemos tener en cuenta.

Así pues, en este panorama educativo, el estudio termina por plantear la pregunta definitiva: ¿docentes o Youtubers? Aunque los YouTubers e *influencers* están quitando el papel de los

profesores convencionales como líderes de aprendizaje en diferentes contextos, en el sistema educativo italiano actual, estudiantes de secundaria aún valoran positivamente el papel de los profesores tradicionales. En este sentido, es necesario advertir a los profesores acerca de estas conclusiones para que puedan desarrollar las habilidades comunicativas y pedagógicas que los alumnos valoran altamente de estos YouTubers, con el fin de mantener su rol de líderes de aprendizaje. Así pues, por estos y otros estudios, sabemos que existen evidencias claras y contrastadas de que la utilización de los contenidos audiovisuales puede generar un resultado positivo en los alumnos y por tanto que su empleo como complemento o herramienta de apoyo puede estar sobradamente justificado.

Ahora bien, como mostró el *estudio Student evaluations of the credibility and argumentation of online sources*<sup>16</sup>, la evaluación de la credibilidad y análisis del contenido argumentativo de dos fuentes comúnmente utilizadas entre los jóvenes en redes sociales—texto escrito en un blog y video de YouTube—no era realizada de forma correcta ni suficiente por muchos de los estudiantes. El hecho de que muchas de las principales decisiones de la vida se toman en base a la información adquirida de internet (Horrigan & Rainie, 2006) expone a muchas personas al riesgo de que estas decisiones sean probablemente tomadas en base a información inexacta o incluso defectuosa. Por lo tanto, llevado esto a nuestro campo de análisis, indica que se deberá enfatizar en las escuelas cada vez más en la evaluación crítica de la información para promover así nuevas habilidades en los estudiantes que les permitan diferenciar la información fiable de la inexacta y protegerles como futuros ciudadanos ante la desinformación que cada vez se encuentra más en Internet.

Antes de concluir, destacamos otro aspecto importante y novedoso que tiene como protagonista a los nativos digitales, y es el aspecto de la sostenibilidad. Los espacios digitales: E-books, redes sociales, y las plataformas educativas están alentando cada vez más a los estudiantes a consumir menos papel, reemplazándolo con regímenes de copresencia que reducen su huella ecológica. Con este fin, es deseable que los profesores también trabajen con materiales didácticos digitalizados para reemplazar el papel y garantizar la promoción de sustentable y prácticas ambientalmente responsables.

---

<sup>16</sup>Ver bibliografía

## **4. PROPUESTA DE METODOLOGIA BASADA EN CONTENIDOS AUDIOVISUALES**

### **4.1) Planteamiento General**

Desde sus inicios, las nuevas tecnologías han sido reconocidas como herramientas didácticas integrantes del entorno educativo. Está demostrado que los recursos audiovisuales y tecnológicos influyen sobre el aprendizaje y hacen más duradero el recuerdo de lo aprendido. El hecho de que existan diferentes estilos de aprendizaje es consecuencia de que cada persona recoge e interpreta la información que obtiene del exterior de forma diferente. Eso supone que no todos los alumnos aprendan de la misma manera. Por esa razón, el docente deberá seleccionar aquel tipo de educación que permita el desarrollo de todos los tipos de inteligencia. Para ello es importante ser capaz de ofrecer tareas y actividades diferenciadas a través de múltiples metodologías, y esto se puede lograr con la combinación de las nuevas tecnologías de la información y los medios audiovisuales. Además, las TIC y en concreto los elementos audiovisuales favorecen que el alumnado relacione la materia con el mundo real y pueda participar de forma activa en su propio aprendizaje. El hecho de que el alumno juegue e interactúe con el objeto de estudio es fundamental para aumentar su motivación y mantener el carácter de reto que implica la educación. Por lo tanto, la inclusión de los contenidos audiovisuales en la educación no sólo pretende ser una estrategia para incentivar la motivación del alumnado, sino que ofrece nuevos enfoques didácticos y una nueva metodología, más interdisciplinar, activa y participativa.

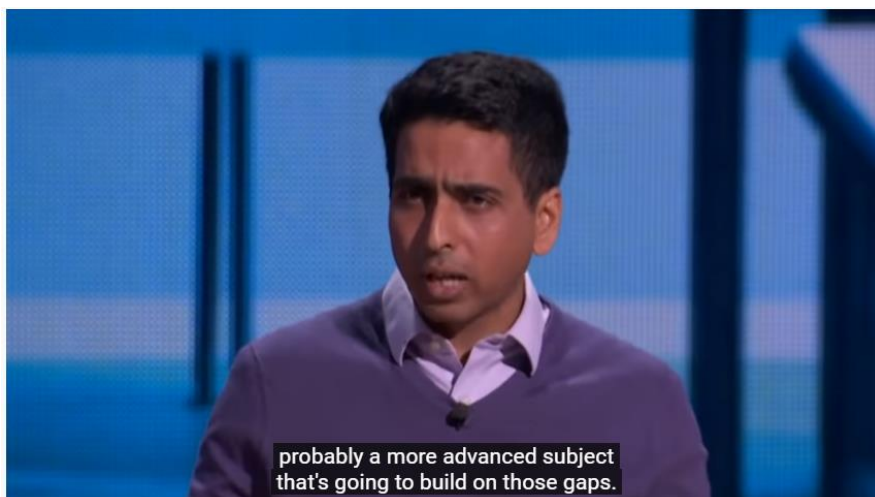
### **4.2) YouTube y la Educación en matemáticas.**

YouTube fue fundada como una plataforma de distribución de video en 2005 y es ya una de las páginas web más visitadas del mundo. Casi inmediatamente después de lanzarse, varias instituciones educativas como el MIT y sus cursos abiertos o bien TED, comenzaron a usar YouTube para distribuir su contenido. Y al poco tiempo numerosos creadores independientes comenzaron a experimentar con la educación basada en videos.

#### **4.2.1) Canales orientados para alumnos**

Los siguientes canales que presentamos están fundamentalmente dirigidos a los alumnos desde un punto de vista del nivel de los contenidos. Sin embargo pueden ser perfectamente empleados por los docentes para buscar explicaciones bien alternativas o bien originales por su enfoque. Sin lugar a duda uno de los más populares y tempranos educadores fue Salman Khan, que a través de su **Academia Khan**, una organización educativa sin ánimo de lucro creada el 16 de septiembre de 2006, terminaría por revolucionar el mundo de la educación virtual. Salman Khan, egresado del Instituto Tecnológico de Massachusetts y de la Universidad de Harvard, bajo su lema «proporcionar una educación gratuita de nivel mundial para cualquier persona, en

cualquier lugar» experimentó un crecimiento exponencial a nivel mundial durante la pasada década. Bajo un modelo de aprendizaje electrónico en línea y gratuita, basado en donaciones, cuenta con más de 4.300 vídeos dirigidos a escolares de enseñanza primaria y secundaria sobre diferentes áreas como matemáticas, biología, química, física, computación, humanidades, economía, finanzas e historia. Sus videos han sido traducidos a más de 50 idiomas y para entender la trascendencia global que ha tenido su movimiento baste recordar que recibió en 2019 el Premio Princesa de Asturias de Cooperación Internacional.



**Imagen 1:** *Salman Khan en Tedtalks*<sup>17</sup>

**RESUMEN:**

¿Elegiría construir una casa sobre unos cimientos sin terminar? Por supuesto que no. Entonces, ¿por qué apresuramos a los estudiantes en la educación cuando no siempre han comprendido los conceptos básicos? Sí, es complicado, pero el educador Salman Khan comparte su plan para convertir a los estudiantes con dificultades académicas ayudándolos a dominar los conceptos a su propio ritmo.

Por otra parte expone como la pirámide de la revolución industrial, en la base un gran número de personas que alimentan con su trabajo el sistema, en el medio un grupo que procesa, organiza y gestiona la información y en la parte alta los dueños del capital, los emprendedores y creadores. Pero según Khan, esta pirámide se podría estar invirtiendo con la revolución actual de la Información en la que estamos inmersos. Y, quizás de forma un tanto utópica, pero toda la gran base podría ahora ser emprendedora, creadora y en cierta forma dirigir el nuevo mundo. Y esto sería posible si el conocimiento se expande en la forma y el modo que el propio Khan propone con su modelo.

<sup>17</sup><https://youtu.be/-MTRxRO5SRA>

Todo comenzó cuando a finales de 2004, Khan ayudó a su prima Nadia por medio de una tutoría en matemáticas sobre conversión de unidades. Cuando familiares y amigos pidieron ayuda similar, decidió que sería más práctico distribuir los tutoriales en YouTube.

Después de empezar y publicar sus vídeos en YouTube, empezó a recibir cartas y peticiones de profesores manifestándole lo bien explicados que estaban los vídeos y mostrándole el progreso que habían tenido los estudiantes al ver los vídeos. Esto inspiró a Salman a continuar desarrollando contenido de este tipo. Por entonces ya tenía la idea de que la educación debía centrarse en que los estudiantes aprendieran a su propio ritmo y en el auto-aprendizaje, reflejado en ideas como que los estudiantes tuvieran acceso a toda la información incluso después de aprobar un examen; fue así como nació la idea de Khan Academy.

Posteriormente el modelo sería replicado por muchos otros creadores de contenido, que bajo modelos equivalentes comenzaron a generar sus propios videos desde todos los lugares del mundo. La facilidad de acceso por parte del público a los mismos, unido a la velocidad de difusión a través de las redes sociales, ha terminado convirtiendo virales a muchos de los vídeos, con millones de reproducciones en corto espacio de tiempo. El resultado final es un hecho único, un solo docente llegando a millones de alumnos simultáneamente. Algo impensable hace unos años. Vamos a continuación a señalar algunos, después de Khan, de los canales más relevantes dentro del ecosistema educativo en la actualidad:

[Eddie Woo](#) nos parece un ejemplo especialmente relevante para nuestro trabajo, puesto que está completamente centrado en las matemáticas de bachillerato y sus videos son directamente las clases magistrales grabadas en su aula. Su creador, Eddie Woo comenzó su carrera con un breve período como profesor de tecnología en el Fort Street High School en 2007, antes de mudarse a James Ruse Agricultural High School en 2008, donde ocupó el puesto de profesor de matemáticas y tecnología. Permaneció hasta 2013 antes de convertirse en profesor titular de matemáticas en Cherrybrook Technology High School. Woo permanece allí como profesor de secundaria, actividad que simultanea como líder del plan de estudios de matemáticas para el Departamento de Educación de Nueva Gales del Sur. A partir de 2018, ha estado enseñando matemáticas durante más de 10 años. Comenzó a filmar su clase en 2012 cuando grababa una clase para un estudiante enfermo. Su canal de YouTube tiene más de 1,2 millones de suscriptores y más de 82 millones de visitas en todo el mundo a mayo de 2021. En 2018, Woo presentó un programa llamado Teenage Boss en la ABC, que dio a los adolescentes el control de las decisiones financieras de su familia durante un mes. En junio de 2018, Woo pronunció una charla TEDx titulada "Las matemáticas son el sentido que nunca supiste que tenías".





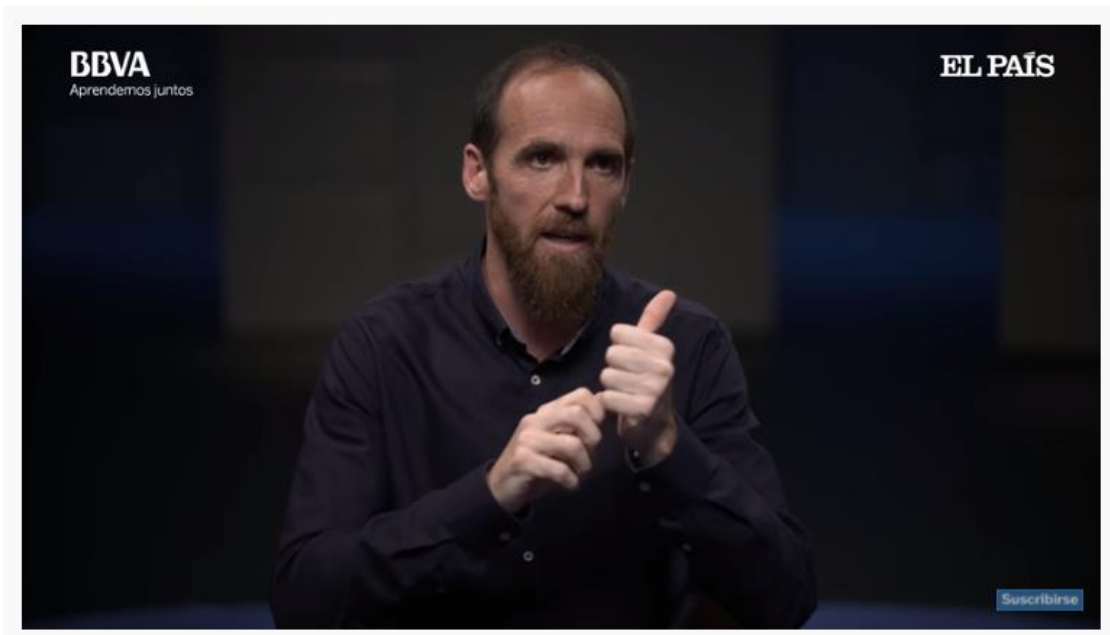
Imagen 2: Eddie Woo en Tedtalks<sup>18</sup>

RESUMEN:

En esta charla iluminadora, el profesor de matemáticas de secundaria y estrella de YouTube, Eddie Woo, comparte su pasión por las matemáticas, declarando que la matemática es un sentido, al igual que la vista y el tacto y uno que todos podemos abrazar. Usando ejemplos sorprendentes de geometría, anima a todos a buscar los patrones que nos rodean, para una forma completamente nueva de ver el mundo. Eddie cree que las matemáticas pueden ser aceptadas e incluso disfrutadas por absolutamente todo el mundo.

[Derivando](#) es el canal de YouTube matemático de Eduardo Sáenz de Cabezón quien creó en marzo de 2015 un canal de YouTube denominado Derivando. Actualmente cuenta con más de 1,14M de suscriptores, más de 138 vídeos subidos y más de 74 millones de visualizaciones. Además dispone de un sinfín de entrevistas y conferencias en muchísimos medios de comunicación a lo largo y ancho del Planeta. Asimismo es presentador del programa de divulgación científica *Órbita Laika* en TVE.

<sup>18</sup><https://youtu.be/PXwStduNw14>



**Imagen 3:** *Eduardo Cabezón en la charla BBVA aprendemos juntos*<sup>19</sup>

**RESUMEN:**

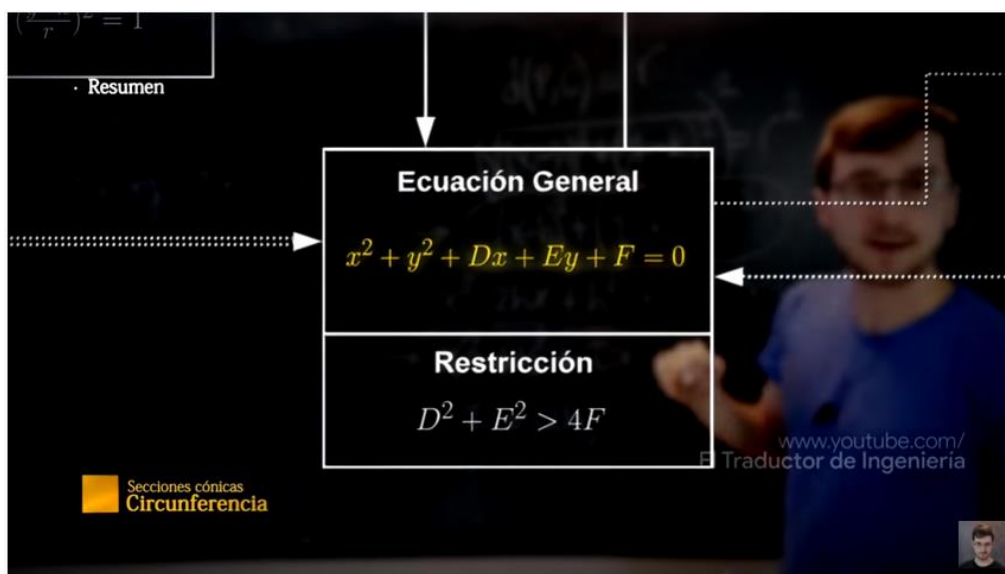
Desde un enfoque humanista, con humor y ejemplos prácticos, Eduardo Sáenz de Cabezón contagia en este video su emoción por las matemáticas en un encuentro con estudiantes y profesores. Aprender matemáticas nos convierte en “ciudadanos más libres, más difíciles de manipular...Sirven para comprender el mundo en el que estamos pero también para comprendernos a nosotros mismos”, sostiene este profesor y reconocido divulgador. Doctor en matemáticas por la Universidad de la Rioja, donde actualmente ejerce como profesor de Lenguajes y Sistemas Informáticos, Eduardo Sáenz de Cabezón realiza una intensa divulgación de las matemáticas como miembro y fundador del grupo de científicos e investigadores “Big Van Científicos sobre Ruedas”. Además, participa en conferencias y talleres por todo el mundo compartiendo su pasión por este “lenguaje de las ciencias”.

**El Traductor de Ingeniería.** Su creador, Damián Pedraza, ingeniero, graduado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata de Argentina, indica dos objetivos clave de su canal: 1.- El aprendizaje de fundamentos sobre temas de matemática e ingeniería. 2.- Mostrar que

---

<sup>19</sup><https://youtu.be/BbA5dpS4Ccl>

hacer docencia puede ser un arte de prestigio capaz de revolucionar la forma de pensar y de aprender. Siguiendo sus propias palabras busca provocar una ruptura con el sentido común en la enseñanza académica, así como mostrar que se puede enseñar diferente.



**Imagen 4:** Damián Pedraza en uno de sus videos<sup>20</sup>

[Math2me](#) es una organización educativa y sitio web creado en 2009 por el docente mexicano José Alejandro Andalón Estrada, egresado del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE). Es creadora de material educativo en función al estudio de la física y de las matemáticas básicas. Su función principal es crear contenido multimedia que permita que las personas puedan estudiar por su cuenta propia (autoaprendizaje), y de igual manera motivando a los estudiantes para desarrollar la lógica matemática y entender su importancia para el desempeño de cualquier actividad en la vida cotidiana. Es conocida por dar clases totalmente gratuitas así como reportajes relevantes que pueden ser de ayuda para docentes, asesores educativos y estudiantes, desde educación básica hasta educación universitaria. De igual manera es uno de 15 canales de educación más importantes de YouTube de habla hispana.

[Educatina](#) es una plataforma digital personalizada para apoyo escolar en el aula y en el hogar, dirigida a alumnos de nivel secundario y docentes, que cuenta con más de 10.000 contenidos incluyendo videos y ejercicios de todas las materias. Fue creada por Denise Abulafia, Mariela Ioszpe y Cristian Ventura. En 2017 fue adquirida por Competir Edtech, empresa argentina IT líder en soluciones y contenidos de edutainment que también posee soluciones como Aula365, Los

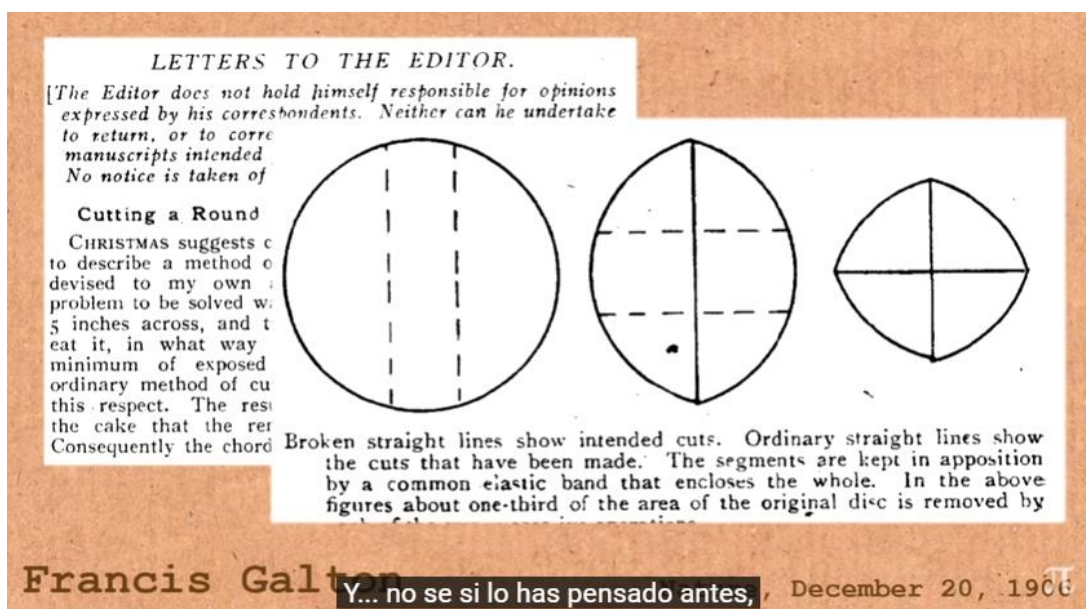
<sup>20</sup><https://youtu.be/LpyprokHF3k>

creadores, CreaKids, AulaYa y Kids News. En 2012 fue premiada por el programa Conectar Igualdad del Ministerio de Educación de la República Argentina. En junio de 2013, el canal YouTube de Educatina fue uno de los 15 ganadores del YouTube Next Latino, que viajaron a Los Ángeles para asistir a un campus de creadores en el YouTube Creator Space. En marzo de 2019, YouTube le entregó al canal el Golden Play Button (oro), otorgado a aquellos canales que superan un millón de suscriptores.

#### 4.2.2) Canales de divulgación

Pero no hay que olvidar aquellos canales que destacan en YouTube por su calidad en divulgación matemática y que creemos altamente recomendables para el profesorado puesto que pueden inspirarles con gran variedad de ideas y conceptos que eventualmente adaptar para cubrir las necesidades de sus alumnos. Entre estos canales destacar:

[Numberphile](#) es un canal con videos que exploran temas de una gran variedad de campos de las matemáticas. En los primeros días del canal, cada video se centraba en algunas cuestiones muy específicas, pero ha ido ampliado su alcance desde entonces, presentando videos sobre conceptos matemáticos más avanzados como el Último Teorema de Fermat y la hipótesis de Riemann. Los videos son producidos por Brady Haran, un ex periodista de video de la BBC y creador de Periodic Videos, Sixty Symbols y varios otros canales de YouTube. Los videos en el canal presentan a varios profesores universitarios, comunicadores de matemáticas y matemáticos famosos.



**Imagen 5:** Como cortar un pastel de una forma matemática<sup>21</sup>

<sup>21</sup><https://youtu.be/wBU9N35ZHIw>

**3Blue1Brown** es un canal de YouTube matemático creado por Grant Anderson, quien se graduó de la Universidad de Stanford en 2015 con una licenciatura en matemáticas. Trabajó para Khan Academy de 2015 a 2016 como parte de su programa de becas de contenido, produciendo videos y artículos sobre cálculo multivariable, después de lo cual comenzó a centrar toda su atención en 3Blue1Brown. El canal se centra en la enseñanza de las matemáticas superiores desde una perspectiva visual, y en el proceso de descubrimiento y aprendizaje basado en la investigación en matemáticas, que Sanderson llama "inventar matemáticas". Los temas cubiertos incluyen álgebra lineal, cálculo, redes neuronales artificiales, la hipótesis de Riemann, transformada de Fourier, cuaterniones y topología. Al 2 de junio de 2021, el canal tenía 3,72 millones de suscriptores.



**Imagen 6:** Grant Anderson<sup>22</sup>

**RESUMEN:**

Grant Sanderson, quien ha colaborado con muchos otros educadores en línea, como MinutePhysics, Smarter Every day, Ben Eater y más. Los temas cubiertos en el canal van desde matemáticas puras, como números primos y ocurrencias extrañas de pi, hasta temas más aplicados, como redes neuronales, física y cómo funcionan las criptomonedas, y desde temas que se ven comúnmente en la escuela, como cálculo, hasta temas externos. un plan de estudios tradicional, como la dimensión fractal.

<sup>22</sup>[https://youtu.be/s\\_L-fp8gDzY](https://youtu.be/s_L-fp8gDzY)

[Mathologer](#) Polster, su creador, obtuvo un doctorado de la Universidad de Erlangen-Nuremberg en 1993 bajo la supervisión de Karl Strambach. Actualmente trabaja como profesor asociado de matemáticas en la Universidad de Monash en Melbourne, Australia. Otras universidades a las que Polster ha estado afiliado, antes de unirse a Monash en 2000, incluyen la Universidad de Würzburg, la Universidad de Albany, la Universidad de Kiel, la Universidad de California, Berkeley, la Universidad de Canterbury y la Universidad de Adelaida. La investigación de Polster involucra temas en geometría, matemáticas recreativas y las matemáticas de la vida cotidiana, incluyendo cómo atar cordones de zapatos o estabilizar una mesa tambaleante.

#### **4.3) Descripción de la investigación**

Ya expusimos a modo de síntesis alguna investigación previa relacionada con YouTube. Ahora plantearemos como implementar nuestra metodología recomendamos implementar un plan de investigación que recoja y analice de forma apropiada los datos asociados antes/durante/después de la implementación de la metodología. Los resultados buscados serán traducidos por indicadores, escalas a los alumnos, etc. Para conducir la investigación podríamos proponer una metodología investigación-acción (IA) que constara de las siguientes fases:

-Fase de planificación: Se analiza el problema de investigación (buscamos artículos relacionados con la implementación de videos de YouTube en el aula) y se propone un plan de acción específico que detalle cómo vamos a implementar la fase de acción en nuestro grupo de 1ºBachillerato. Esta fase la desarrollaría durante todo el año previo (curso escolar año 0) pasando cuestionarios y escalas a alumnos de 1º de bachillerato -aunque con ellos no vaya a implementar el plan-

-Fase de acción: Se lleva a cabo e implementa el plan diseñado (curso escolar año 1) en los cursos de primero de bachillerato. Durante ese año iría recogiendo toda la información y datos asociados con dicha implementación.

-Fase de observación: Se recopila, organiza y analiza la información y datos recogidos en búsqueda de resultados asociados a la implementación. (Verano año 1)

-Fase de reflexión: Se reflexionan e interpretan los resultados obtenidos en el análisis, extrayendo conclusiones y adoptando decisiones a tener en cuenta en la planificación del siguiente ciclo (si lo hay) buscando la mejora del plan. (Inicio curso escolar año 2)

La información y recogida de datos se realizará a través de las siguientes técnicas:

-Escalas: Pasaré unas escalas al comienzo del curso para poder obtener la fotografía inicial del grupo y otras al final del curso, una vez concluida la intervención, para obtener la fotografía final. Si es posible, me basaré en escalas ya validadas por otros.

-Entrevista semiestructurada: Crearé una guía de temas específicamente relacionados con el objeto de mi línea de investigación (el uso de videos educativos de YouTube en el aula) pero con la idea incluir preguntas adicionales no directamente relacionadas con ello pero a través de las cuales podamos obtener de forma indirecta información útil para la investigación (por ejemplo; si preguntamos sobre aspectos motivacionales podemos obtener pistas sobre cuáles son sus intereses y a través de los mismos buscar vídeos con temáticas específicas relacionadas que podamos vincular con las matemáticas). Muy probablemente llegar a ese tipo de información personal por medio de otras técnicas no sería posible.

#### 4.4) Descripción de la metodología

##### 4.4.1) Cuestiones previas relativas a las metodologías complementarias empleadas.

La metodología basada en la utilización de videos y contenidos audiovisuales que desarrollaremos carece de sentido si quiere ser aplicada de forma individual o aislada. Siempre habrá que concebirla como una metodología complementaria a otras, véase la clase magistral o la clase invertida. En nuestra propuesta consideraremos estas dos metodologías como base de partida.

La clase magistral es una clase llevada a cabo en un aula a cargo del profesor quien es el protagonista de la enseñanza, es decir el docente interviene, el grupo de alumnos permanece a la escucha, y esporádicamente alguno de ellos interviene, preguntando o expresando algún comentario. Se trata de la escuela tradicional, enfrentada a las nuevas pedagogías que intentan cambiar el enfoque, buscando que el alumno sea el protagonista de su propio aprendizaje, y en ciertos casos asignando al maestro el rol de guía o acompañante.

El aula invertida, también conocida como *flipped classroom* es una metodología de aprendizaje semipresencial o mixto en el sentido de que busca utilizar dos estrategias, la presencial y la virtual escogiendo en cada momento lo mejor de ellas. Es un modelo pedagógico que transfiere parte del proceso de enseñanza y aprendizaje fuera de la clase con el fin de utilizar el tiempo en el aula para el desarrollo de procesos cognitivos de mayor complejidad y conseguir así favorecer el aprendizaje significativo. Otras aproximaciones lo definen como un enfoque pedagógico en el que la instrucción directa se traslada del ámbito del aprendizaje grupal al aprendizaje individual, convirtiéndose el espacio grupal en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo en el que el docente guía a los estudiantes en la aplicación de los conceptos y en su participación e involucración con el contenido del curso. En definitiva, el aula invertida asigna a los estudiantes textos, videos o contenidos adicionales para trabajar fuera del aula. Este modelo se ha visto muy favorecido por la irrupción de las potencialidades que la Web 2.0 ofrece. En concreto la búsqueda, creación, publicación y sistematización de los recursos a través de internet, abriendo así las posibilidades para el proceso de enseñanza-aprendizaje y alterando los roles tradicionales que docentes y estudiantes poseen.

De forma muy resumida podemos sintetizar ambas metodologías del siguiente modo (Figura 10)



**Figura 10:** Clase Tradicional Vs Clase Invertida<sup>23</sup>

#### 4.4.2) Cuestiones previas relativas a los videos

Los videos que empleemos deberían siempre estar relacionados con puntos concretos del currículo. Si bien, en algún momento, de forma excepcional y justificada, podrían ser ajenos por razones de tipo motivacional o bien porque vayan a servirnos como introducción para otros vídeos.

En cuanto a la duración preferiblemente será reducida, nunca más de 5 a 8 minutos, y en lo relativo al formato deberemos estar muy pendientes de las mejoras y novedades que surjan puesto que las técnicas y recursos audiovisuales se encuentran en continua evolución.

Para desarrollar la metodología, plantearemos dos tipos de videos:

**TIPO I:** Tienen una clara componente inspiradora y motivacional, con ellos tratamos de presentar conceptos a través de situaciones de la vida real en las que estén presentes las matemáticas. Estos videos son los que hacen pensar al alumno, plantearse interrogantes e inquietudes, y que de una forma amena e informal permitirán introducir o presentar el contenido académico que más adelante desarrollaremos. Es decir, buscamos en el video un nexo de unión entre el mundo en el que el alumno vive y el currículo académico que queremos desarrollar.

<sup>23</sup> figura extraída de <https://diarium.usal.es>



TIPO II: Son videos de apoyo a las clases magistrales que realiza el docente en el aula. En ocasiones un enfoque alternativo puede ser de ayuda para adquirir y afianzar mejor los contenidos. Pero realmente no son elementos diferenciadores del aprendizaje.

Es necesario señalar que los videos que proporcionan realmente valor añadido al alumno son los videos tipo I y son los videos que conforman el núcleo de la metodología aquí presentada. Los videos tipo II son satélites o meros elementos auxiliares de apoyo.

#### 4.4.3) La metodología

A continuación vamos a plantear el esquema que define nuestra propuesta. Partimos de las dos metodologías descritas previamente, la clase magistral y el aula invertida, a las que apoyaremos introduciendo el uso de los videos de forma sistemática y planificada durante todo el curso.

Partimos de la estructura habitual que estamos acostumbrados a encontrar en cualquier programación de secundaria. Esto es, un conjunto de unidades didácticas secuenciadas en el tiempo y clasificadas por bloques.

Veamos con el esquema siguiente como quedaría dividido el curso en función de las semanas y de las unidades que vamos a presentar a lo largo de todo el año académico. Para ello tendremos en cuenta los cuatro bloques fundamentales de contenidos que determina el currículo.

Se observa que se podrá alterar la secuenciación de bloques temáticos y de temas dentro de un bloque, así como modificar el tiempo de dedicación a cada unidad didáctica en beneficio de la adaptación al grupo.

Con los mencionados elementos podrían desarrollarse múltiples combinaciones. Nosotros nos quedaremos con dos:

- Metodología TIPO A: Combinación de los vídeos con la clase magistral (Figura 11)

Comenzaremos agrupando unidades didácticas afines entre sí. Por ejemplo que pertenezcan a un mismo bloque o bien a dos bloques. A continuación identificaremos alguna cuestión que conecte directamente con el mundo real o bien tendencias que puedan ser de interés del alumnado y que nos permitan introducir ciertas realidades fundamentadas o construidas a partir de las matemáticas. Buscaremos videos de tipo I que respondan a estos requerimientos con la idea de emplearlos a nivel sobre todo motivacional.

Al comienzo de cada bloque reservaremos una hora de clase para realizar los visionados en el aula, pero según avance el año académico podríamos pedirles que los vean en sus casas.

Dependiendo de las condiciones de contorno que encontremos en cada grupo deberemos ajustar el tipo de videos que proponemos (duración, enfoque más o menos formal, complejidad de los temas,...)

Deberemos ir midiendo y calibrando la respuesta de los alumnos. Tal vez por alguna razón quizás no logremos alcanzar el objetivo motivacional buscado y entonces debamos renunciar a la

metodología, o bien todo lo contrario, vemos que el efecto en el grupo es fuerte y nos podamos plantear reforzar o intensificar la misma.



**Figura 11:** Metodología A: Videos+Magistral<sup>24</sup>

Tras el visionado de los videos tipo I introductorios del bloque correspondiente procederemos con las clases magistrales con las que desarrollaremos el contenido del currículo.

Por último proporcionaremos una relación de vídeos tipo II a los alumnos para que puedan reforzar en casa lo explicado en clase.

- Metodología TIPO B: Combinación de los vídeos con la clase invertida (Figura 12)

Al igual que en el caso anterior comenzaremos agrupando unidades didácticas afines entre sí para identificar cuestiones que conecten directamente con el mundo real. Buscaremos videos de tipo I que respondan a estos requerimientos con la idea de emplearlos a nivel sobre todo motivacional. Pero a diferencia del caso anterior, al comienzo de cada bloque indicaremos a los alumnos la relación de videos propuesta para que ellos realicen los visionados en sus casas.

En este caso habrá que prestar especial seguimiento a los alumnos para que, por una parte nos aseguremos que han visionado los videos y por otra que han comprendido el objetivo que buscábamos. Al no existir la posibilidad de discutir y debatir los videos en el momento, deberemos estructurar la clase inmediata para durante 5-10 minutos compartir y discutir en grupo las principales ideas o conclusiones.

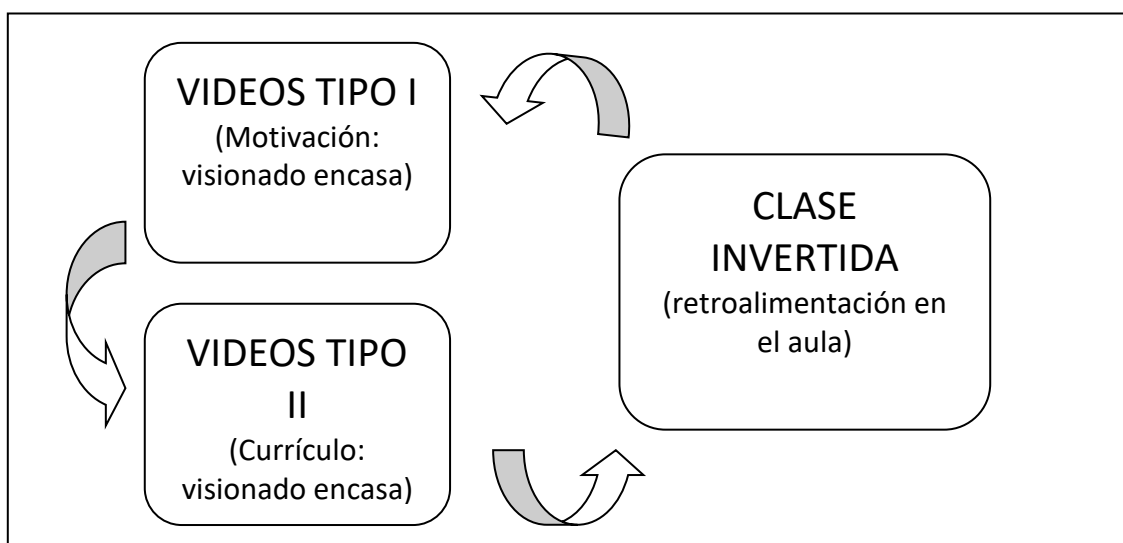
A continuación les entregaremos videos de tipo II para que visualizaran igualmente en sus casas. En estos vídeos deberemos incluir tanto contenido teórico como práctico. Deberemos prestar una gran y especial atención en el contenido, que sea preciso y de calidad. El docente deberá ser muy exigente en este punto. Es preferible no recomendar un video ante la mínima certeza de que existen errores. Para ello es muy recomendable que el docente realice varios visionados previos y en caso de encontrar algún tipo de error puntual poder advertir a los alumnos.

---

<sup>24</sup> elaboración propia

Por último llegaríamos al tercer paso, en el aula. Los alumnos han estudiado los conceptos en casa y en el aula vamos a centrarnos en practicarlos y analizarlos. Adicionalmente nos permite la posibilidad de volver con ellos sobre las bases que fundamentan las cuestiones propuestas en los videos Tipo I y cerrar en cierta forma el círculo.

Como ya comentamos en el caso anterior, dependiendo de las condiciones de contorno que encontremos en cada grupo deberemos ajustar la metodología. Implementar una metodología invertida es altamente demandante, tanto para el docente pero sobre todo para los alumnos. Exigirá un plus de disciplina y trabajo que no todos los alumnos podrán alcanzar.



**Figura 12:** Metodología B: Videos+Invertida<sup>25</sup>

#### **4.5) Requisitos para su implementación**

A continuación vamos a desarrollar aquellos requisitos que consideramos necesarios para la implementación de la metodología.

##### **4.5.1) Aula**

Se va a requerir un aula convencional pero que cumpla una serie de requisitos mínimos que nos permitan reproducir los vídeos en ella. Por ello deberá estar dotada, al menos, de:

- Proyector
- Pantalla
- Conexión Wifi

##### **4.5.2) Recursos**

Adicionalmente requeriremos que los alumnos dispongan de un ordenador, tablet o dispositivo móvil y acceso a internet en sus casas. Dependiendo del país de aplicación de la metodología este aspecto será más sencillo o difícil de garantizar. En el caso particular de España

---

<sup>25</sup> elaboración propia

recurrir a los datos del INE para comprobar que el acceso es ya casi completo. Según los últimos datos publicados en 2020, el 81,4% de los hogares con al menos un miembro de 16 a 74 años dispone de algún tipo de ordenador (de sobremesa, portátil, tablet...). Por tipo de dispositivo, el 76,2% cuenta con ordenadores de sobremesa o portátiles y el 58,4% con tablets. El teléfono móvil está presente en casi la totalidad de los hogares. En términos generales, a mayor población del municipio de residencia y a mayores ingresos, más equipamiento de TIC en los hogares (ordenadores, teléfono fijo o móvil).

### Equipamiento TIC en los hogares

Porcentaje de hogares con algún miembro de 16 a 74 años

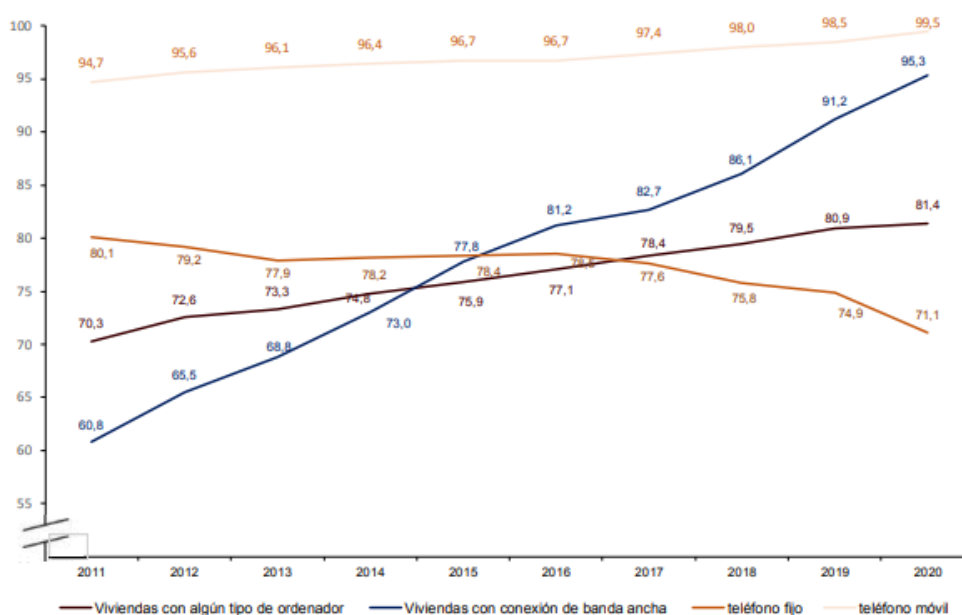


Figura 13: Equipamiento TIC en los hogares españoles<sup>26</sup>

El uso de TIC por los menores (de 10 a 15 años) La utilización de las nuevas tecnologías por parte de los menores se encuentra, en general, muy extendida. El uso de ordenador es muy elevado (91,5% de los menores frente al 89,7% en 2019) y aún más el uso de Internet (el 94,5%, el 92,9% en 2019). Por su parte, el 69,5% de la población de 10 a 15 años dispone de teléfono móvil frente al 66,0% de 2019. Por sexo, las niñas usan en mayor medida las nuevas tecnologías. Por edad, el uso de TIC crece a medida que aumentan los años de los menores, sobre todo a partir de los 13.

<sup>26</sup> Figura extraída de la página oficial del INE

### Menores usuarios de TIC en los tres últimos meses. Año 2020

Porcentajes de población de 10 a 15 años

	Usuarios de ordenador en los últimos tres meses	Usuarios de internet en los últimos tres meses	Disposición de móvil en los últimos tres meses
<b>TOTAL</b>	91,5	94,5	69,5
<b>Por sexo</b>			
Hombres	90,8	93,4	67,8
Mujeres	92,3	95,7	71,3
<b>Por edad</b>			
10 años	81,5	86,7	22,1
11 años	88,9	92,4	41,4
12 años	91,5	92,8	68,8
13 años	93,4	95,9	88,1
14 años	95,9	99,1	92,8
15 años	96,3	99,2	95,7

Tabla 1: Usuarios ordenador e Internet grupo de edad 10-15 años<sup>27</sup>

#### 4.5.3) Alumnos

Deben estar altamente motivados y receptivos hacia la nueva metodología. Es fundamental que el profesor sea capaz de hacerles entender las ventajas y beneficios de la misma para que ellos mismos sean quienes, por propia iniciativa, terminen demandándola. Solo si el alumno percibe los videos como una ayuda, y no una tarea más adicional que afrontar, podremos asegurar el éxito de la metodología. Como ya pusimos de relieve al comienzo del trabajo en la sección en la que hicimos mención a algunas investigaciones previas, una vez que los adolescentes se encuentran plenamente incorporados en el ecosistema digital sería una buena oportunidad el hacerles partícipes de las muchas y buenas propuestas de educomunicación que existen ya actualmente.

#### 4.5.4) Curso académico

A la hora de elegir el curso o los cursos en los que emplear esta metodología será importante tener en cuenta una serie de condicionantes:

Alumnado: En función de la edad de los alumnos suele quedar determinado el grado de desarrollo psicosocial y la madurez de los mismos. Debemos por tanto tener en cuenta esta circunstancia para asegurar, que en el curso que la implementemos, tengamos mayores probabilidades de éxito al aplicar nuestra metodología. Por ejemplo los primeros cursos de la ESO es muy probable que el alumnado medio no sea capaces de mantener la atención y concentración y que si puedan tener los de bachillerato.

<sup>27</sup> Figura extraída de la página oficial del INE

Currículo: Ciertos contenidos de ciertos cursos probablemente sean más apropiados que otros a la hora de implementar la metodología. En concreto los contenidos de los últimos años de la secundaria permiten encontrar muchos más vídeos de tipo I.

Lengua: El idioma en que se impartan las clases puede influir en la elección del curso. Supongamos que nos encontramos en enseñanza bilingüe para ciertos cursos. Esto nos permitirá poder acceder a un abanico mucho más amplio de videos tanto de tipo I como II con los que plantear nuestra actividad docente.

Otros: Cualquier condicionantes que no recomiendan que experimentemos con metodologías novedosas. Por ejemplo, escoger 2º Bachillerato no parece que sea la mejor idea por las pruebas de acceso a la Universidad.

Así pues, teniendo en cuenta la mayor parte de los puntos planteados anteriormente, los cursos que parecen óptimos para desarrollar la metodología pueden ser 3º,4º ESO o 1º Bachillerato.

#### **4.6) Modo de implementación**

Al tratarse de una metodología flexible, su implementación podrá desarrollarse de forma continua a lo largo de todo el curso o bien ser empleada de forma puntual en algún trimestre o sesión específica.

##### 4.6. 1) La investigación y documentación previa

Como ya hemos indicado anteriormente, recurriremos a cuestiones o tendencias que conecten directamente con el mundo real. Por ello es fundamental que el docente, en caso de no tener un conocimiento profundo de los temas que va a utilizar como apoyo se documente y realice una investigación previa.

##### 4.6. 2) Relación del caso con los elementos del currículo

Es importante que exista una clara relación con los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En definitiva nuestro caso no deja de ser un elemento de apoyo para alcanzar nuestro fin último que es desarrollar los elementos del currículo, con lo que toda nuestra acción debe estar centrada en ajustarnos él en última instancia.

##### 4.6. 3) La contextualización

Siempre, antes de iniciar la acción deberemos poner en antecedentes e introducir apropiadamente el tema del caso que queremos utilizar. Los alumnos deben entender bien la situación, el caso y los motivos por los que lo introducimos en el aula.

##### 4.6.4) El caso en la vida real

Una vez contextualizado el caso es importante, en la medida que sea posible, mostrar a los alumnos que consecuencias o aplicaciones tiene en la vida real las matemáticas que empleamos.

#### 4.6. 5) Videos iniciales: presentación del caso

Antes de trabajar contenidos concretos del currículo siempre nos apoyaremos en una serie de vídeos iniciales con los que presentar algunos conceptos generales. Estos contenidos son introductorios y podemos aprovechar cualquier día en clase<sup>28</sup>, quizás los primeros 5 minutos que están más atentos o bien podemos optar por pedirles que los vean en casa<sup>29</sup>. El momento en el que los vean es indiferente<sup>30</sup>, en este punto nuestro único objetivo es que los videos creen y despierten curiosidad en ellos.

Siguiendo la clasificación ya presentada con anterioridad, los videos que utilizaremos serán los de tipo I, es decir videos con una componente inspiradora y motivacional, videos que hacen pensar al alumno, plantearse interrogantes e inquietudes.

#### 4.6. 6) Comprensión y desarrollo del caso: Análisis y debate

Comentaremos en clase los videos propuestos del tipo I, queremos comprobar que han entendido ellos, si han captado correctamente el significado y el contenido de esos videos iniciales. Desde nuestro rol de conductores de la metodología, en este punto, deberemos tomar las decisiones que creamos convenientes para asegurar la efectividad del método. Esto es, si es necesario volver sobre los videos, quizás visionarlos con ellos en clase<sup>31</sup>, pedirles que los repasen de nuevo en sus casas, etc....

Señalar que este paso es clave en la metodología. Si existieran indicios de que el propósito<sup>32</sup> para el que fueron seleccionados esos videos no se ha cumplido, deberemos tomar las acciones correctoras necesarias, realizar cambios y adaptaciones<sup>33</sup> que permitan reconducir nuestro trabajo. En este punto de la metodología es asimismo importante reforzar con los alumnos todos aquellos asuntos con los que buscamos trabajaremos la transversalidad, es decir buscar nexos de unión con otras asignaturas como Tecnología y Economía.

Podemos introducir la reflexión en cualquier momento del curso pero preferiblemente días después de que hayan visto los vídeos.

#### 4.6. 7) Desarrollo

Tiene lugar durante la totalidad del curso escolar. Por medio de videos de TIPO II que consideremos especialmente útiles vamos afianzarlos conceptos matemáticos del currículo de 1º Bachillerato y lo aprendido en clase durante las lecciones magistrales.

#### 4.6. 8) Conclusiones y retroalimentación

---

<sup>28</sup> Metodología A, apoyando a la clase magistral según expuesto en 4.4.3

<sup>29</sup> Metodología B, apoyando a la clase invertida según expuesto en 4.4.3

<sup>30</sup>El objetivo final del uso de los videos es independiente del tipo de metodología, A o B, que estemos empleando

<sup>31</sup> En el caso de que se haya utilizado la metodología B

<sup>32</sup> Motivación, interés, desempeño y rendimiento académico

<sup>33</sup> Modificar variables del video como duración, lenguaje (más o menos técnico), estilo (más o menos formal), etc.

Durante todo el proceso, de forma general el curso escolar, habremos obtenido un importante conjunto de datos y conclusiones que podrán resultar en fuente de retroalimentación para este o futuros grupos. Es decir todo lo aprendido en este ciclo podrá ser utilizado para futuros ciclos.

#### 4.7) Ejemplos de implementación

Teniendo en cuenta los cuatro bloques del currículo actual, podríamos proponer un caso que cubra contenidos de un bloque o bien un caso que cubra contenidos de varios bloques.

La primera opción nos llevaría a proponer un caso por cada uno de los bloques:

- i) Bloque II: Números y Álgebra → CASO 1: “Google”
- ii) Bloque III: Análisis → CASO 2: “Starship”
- iii) Bloque IV: Geometría → CASO 3 “Terraplanistas”
- iv) Bloque V: Estadística y Probabilidad → CASO 4 “Estadística y superstición”

De forma resumida y a modo de ejemplo obtendríamos una configuración como la siguiente (Tabla 2)

**Tabla 2.** Ejemplo de implementación de casos por bloque

CASO	Google	Starship (SpaceX)	Terraplanistas	Estadística y superstición
Descripción del caso	El algoritmo que revolucionó internet. Fundamentos básicos de su diseño y relación con las matemáticas	La nave que llevará al hombre a Marte. Las matemáticas involucradas en cálculos básicos	Las matemáticas que demuestran que la Tierra no puede ser plana. Cálculos y conceptos básicos	¿Hay más nacimientos en luna llena?/Comparación probabilidad de ganar diferentes juegos y premios de azar (lotería)
BLOQUE	II. Números y Álgebra	III. Análisis	IV. Geometría	V. Estadística y Probabilidad
Contenidos trabajados	Matrices	Máximos y Mínimos	Trigonometría	Independencia de variables estadísticas
	Teoría de grafos	Problemas de Optimización	Circunferencia y curvatura	Correlación lineal
	Diseño algoritmos	Derivadas		Probabilidad
Áreas transversales	Tecnología	Física	Geología y Ciencias naturales	Geografía



La segunda opción, que será la que ejemplifiquemos posteriormente en el trabajo, nos permitirá establecer un mismo hilo conductor durante todo el año lo que nos servirá para profundizar mucho más en el mismo al disponer de más tiempo para ello.

CASO	<i>BlockChain</i>	
Descripción del caso	El algoritmo que revolucionó internet	
BLOQUE	II. Números y Álgebra	III. Análisis
Contenidos trabajados	Concepto de sucesiones numéricas	Concepto de límite de una función
	Progresiones geométricas	Representación gráfica de una función
		Función logarítmica y función a trozos
Áreas transversales	Tecnología y Economía	Física

**Tabla 3.** *Ejemplo de implementación para un bloque concreto*

La primera opción tiene la ventaja de que permite a los alumnos abordar varios casos en un mismo año y por tanto para ellos resultará probablemente más dinámico y entretenido. Sin embargo es una opción mucho más costosa en tiempo (tendremos tantas introducciones, contextualizaciones, etc. como número de casos) y en esfuerzo de preparación para el profesor.

Sea cual sea la opción elegida deberemos asegurarnos que es del interés de los alumnos. De lo contrario la metodología podría ser contraproducente.

#### **4.8) Desarrollo e implementación de un caso concreto: La Blockchain y el Bitcoin**

Con el siguiente ejemplo no pretendemos realizar una exposición en profundidad de la metodología, sino una serie de ideas y ejemplos concretos de como propondríamos realizar la intervención. En este caso buscamos trabajar de forma específica alguno de los contenidos y estándares de aprendizaje correspondientes a los bloques II y III y para ello nos apoyamos en un ejemplo de la vida real, las cadenas de bloques y en concreto de su aplicación más popular, la criptomoneda Bitcoin.

A través de este ejemplo concreto vamos a poner de manifiesto numerosos conceptos matemáticos que tienen una aplicación concreta en el mundo real. En particular comprobaremos como gracias a los límites, las sucesiones geométricas, las funciones (logarítmicas, a trozos) y sus propiedades podemos crear y desarrollar aplicaciones tan reales y poderosas como puedan ser las

criptomonedas, un caso particular de la tecnología de cadena de bloques. Muy probablemente resulte extraordinariamente sorprendente para ellos el hecho de que las matemáticas estén tan presentes siendo las totales responsables de su concepción, diseño y desarrollo.

Además, comprobaremos cómo es posible relacionar las matemáticas, de forma transversal, con otras áreas del conocimiento como la Tecnología (significado técnico de una cadena de bloques) o la Economía (significado de escasez, de inflación y de modelos económicos descentralizados).

A continuación particularizaremos todos los pasos del método descritos anteriormente<sup>34</sup> para nuestro caso del Bitcoin.

#### 4.8.1 La investigación y documentación previa

Como ya hemos explicado es fundamental a la hora de aplicar esta metodología que el docente que la implementa tenga un profundo dominio del caso. En el presente ejemplo debería dominar las bases teóricas generales de la tecnología blockchain y tener una buena comprensión de la teoría general del Bitcoin. Y así, de esa forma, ser capaz de generar ejemplos concretos que estén ligados a los contenidos del currículo.

#### 4.8.2 Relación del caso con los elementos del Currículo

El caso tiene que estar directamente relacionado con los contenidos, criterios y estándares del currículo correspondiente al curso seleccionado. Es decir el currículo marcará los casos que vayamos a utilizar y nunca al contrario. Aunque el caso nos resulte muy interesante no podemos proponerlo si no responde, al menos parcialmente, al currículo del curso<sup>35</sup>

#### 4.8.3 La contextualización

Antes de entrar en los detalles matemáticos deberemos contextualizar muy bien nuestra acción ante el alumnado. ¿Quién está detrás de esta revolución tecnológico-financiera? Probablemente muchos de ellos barajen una respuesta muy diferente a la realidad. Y es que las criptomoneda son el fruto del trabajo de matemáticos y programadores, por ese orden. De las muchas formas de dinero que ha ido creando el ser humano en su historia, el Bitcoin (o aquellas criptomoneda que le sucedan) sea probablemente la forma más perfecta hasta ahora creada. Es cierto que su adopción llevará tiempo fundamentalmente por cuestiones regulatorias y gubernamentales pero todo apunta a que las cadenas de bloques son el futuro, no solo para las finanzas sino también para la industria, la medicina, el arte, las relaciones sociales, etc. Así, justo antes de abordar las unidades didácticas correspondientes al Bloque II Números y Álgebra y el

---

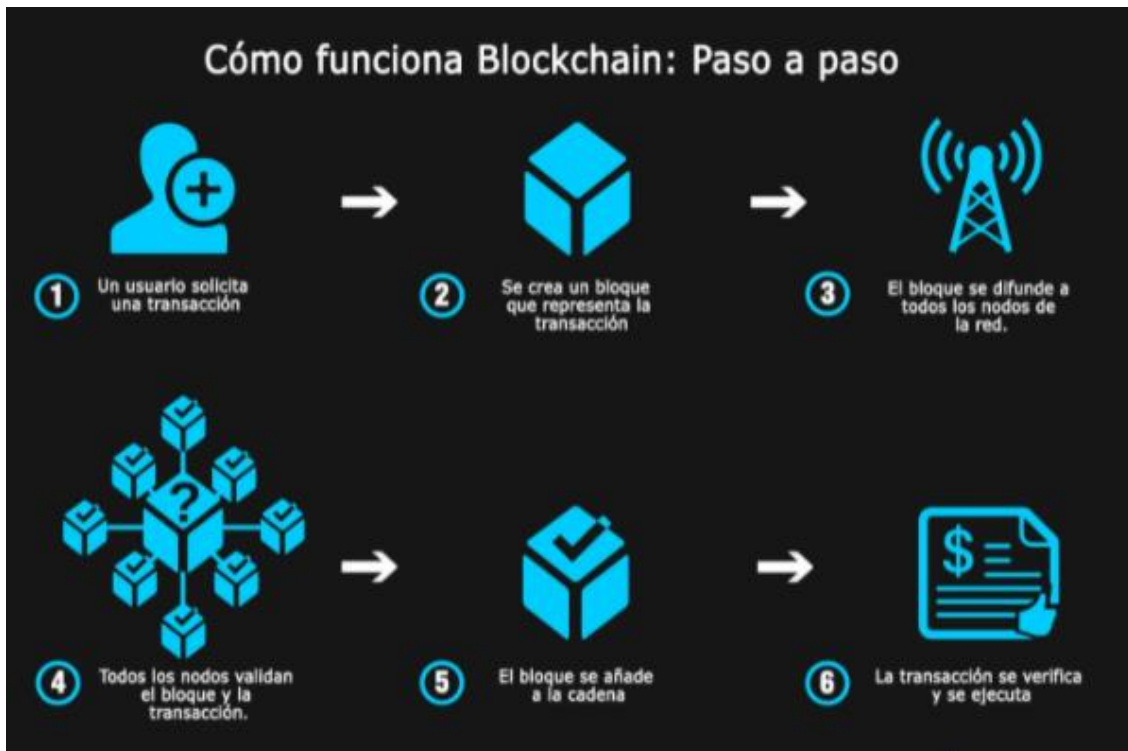
<sup>34</sup> Ver apartado 4.8

<sup>35</sup> Ver ejemplo Blockchain, apartado 4.8

III de Análisis, vamos a dedicar una sesión completa a explicar que es la tecnología de cadena de bloques, aquella llamada en el futuro a proveernos como sociedad de monedas digitales, contratos inteligentes, transacciones bancarias, almacenamiento de datos e historiales médicos, trazar la vida de los productos, comerciar con obras de arte digital o incluso votar,... y todo ello de una forma descentralizada, es decir podemos gestionar absolutamente todo al margen de instituciones o agentes centrales de los cuales depender estrictamente y segura. Todos los usuarios ven y validan la información al mismo tiempo, por lo que si un usuario intenta falsearla es prácticamente imposible no detectarlo. Así la tecnología blockchain permite crear una sociedad más transparente, más equitativa y más veraz.

En nuestro caso por ejemplo seguiríamos el siguiente esquema:

a) Origen y definición de la Blockchain o cadenas de bloque: La tecnología fue desarrollada en 1991 por Stuart Haber y W. Scott aunque no fue hasta 2007 – 2008 cuando se empezó a hablar de su aplicación más conocida y popular, las criptomonedas. La cadena de bloques como tal podemos definirla como un archivo en el que todas las transacciones quedan registradas. Y es en cada bloque de esa cadena donde se guarda la información quedando unos unidos a otros. La cadena completa queda registrada y guardada en cada nodo de la red, haciéndose una copia exacta a la que podrán tener acceso todos los participantes de la red. Cuando se crean nuevas transacciones (no tienen que ser de dinero) son verificadas y validadas por todos los nodos de la red y posteriormente añadidos a la cadena.



**Figura 14:** Esquema funcionamiento básico Blockchain<sup>36</sup>

<sup>36</sup> imagen tomada de <https://101blockchains.com>

- b) Ventajas de las cadenas de bloques. Podemos definir las siguientes:
- Seguridad máxima. Todos los usuarios de la cadena tienen la misma información y cualquiera de ellos puede detectar cualquier anomalía
  - No se puede alterar. Si alguien intenta alterar por su cuenta algún bloque de la cadena, los bloques no encajarán y el impostor será rápidamente detectado.
  - Información intocable. Los bloques de la cadena permanecen para siempre y no se pueden separar o destruir, tan solo añadir más.
  - Eliminación de intermediarios. Dejan de ser necesarios registros oficiales y notarios
  - Almacenamiento de información. La cadena de bloques permite almacenar información que nunca se perderá, modificará o se eliminará, quedando siempre un registro.
  - Firmas digitales. Permite la autenticación de la información, la cual queda asegurada.
- c) Las matemáticas detrás de la tecnología.

#### 4.8.4 Nuestro caso en la vida real

Veamos con los alumnos algunos ejemplos de aplicaciones concretas y específicas en la vida real:

a) Realizar una transferencia.

Supongamos que Pedro le quiere enviar 3.000 euros a Luis. A continuación comparemos dos formas equivalentes para hacerlo:

- Transferencia bancaria: Pedro le quiere enviar 3.000 euros a Luis, va a su portal de banca online y hace la transferencia (puede que con comisión incluida). Al cabo de 24h o 48h le llega el dinero a Luis.

- Transferencia con blockchain: Pedro entra en su *wallet*<sup>37</sup> y le envía los 3.000 euros a la billetera digital de Luis al momento y gratis. Luis puede disponer del dinero en segundos. El sistema blockchain ya se encarga de que compruebe que Pedro tiene dinero suficiente para poder realizar la transacción y ser capaz de procesarlo en segundos.

b) Autenticación de datos personales.

Supongamos que tienes que demostrar que has estudiado en un lugar concreto para poder acceder a un trabajo porque te piden que demuestres la información.

Manera tradicional: Busca el documento que acredita la información, pide hora, vete al centro donde estudiaste o notario, haz una copia compulsada y luego llévala a la empresa que te quiere contratar. Desplazamientos y colas.

---

<sup>37</sup> *cartera electrónica donde se almacenan las criptomonedas*

Sistema blockchain. Como la información está en el bloque correspondiente, y es 100% correcta y fidedigna, solo se tiene que enviar a la empresa interesada. Proceso de segundos gratuito.

Así pues, la conclusión principal es que el sistema blockchain se puede aplicar multitud de situaciones de la vida real. Nos permite comunicarnos realizar transacciones de todo tipo de manera segura, directa, rápida y muy importante, sin intermediarios.

#### 4.8.5 Videos iniciales. Presentación del caso

Después de esta introducción general, a nuestros alumnos les presentaremos la cadena de bloques probablemente más famosa y popular, el Bitcoin. El también conocido como *oro digital* está ya captando no solo la atención de particulares sino también de estados<sup>38</sup>, de grandes institucionales<sup>39</sup> o administraciones<sup>40</sup>. Los alumnos deben saber que existe toda una familia de criptoactivos, asociados a la tecnología de las cadenas de bloque, que están llamados a formar parte de su vida diaria. En nuestro caso queremos desarrollar el estímulo matemático a través de la blockchain.

A modo de ejemplo, con el objetivo de introducir la tecnología blockchain en concreto su aplicación más conocida y famosa, el Bitcoin, les plantaremos los cuatro videos<sup>41</sup> siguientes:

Video 1: ¿Qué es blockchain?

Video 2: ¿Cómo funciona blockchain?

Video 3: Las matemáticas de blockchain

Video 4: Como funciona Bitcoin

Los tres primeros generales que permiten realizar una introducción general de la tecnología un cuarto opcional y en lengua inglesa. El último lo recomendaremos para alumnos más aventajados y que muestren un especial interés por el caso.

Como veremos en detalle a continuación con estos videos se busca trabajar de forma específica contenidos del bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas, así como las siguientes competencias, relacionadas todas ellas a su vez con los contenidos:

Comunicación Lingüística (CCL): Será desarrollada gracias a la necesidad por parte de los alumnos de una correcta comprensión de los videos, así como de las respuestas y explicaciones que habrán de dar al comentarlos y discutirlos con el resto de alumnos y profesores. Además, es importante que los alumnos manejen con soltura la terminología específica, y sean capaces de referirse a los conceptos e ideas de forma inequívoca y clara. Esto potenciara su capacidad de expresión lingüística.

---

<sup>38</sup> *El Salvador se convirtió en junio de 2021 en ser el primer estado en aceptar el BTC como moneda de curso legal*

<sup>39</sup> *empresas como Tesla, Square o Microstrategy cuentan en sus balances con BTC*

<sup>40</sup> *Ciudad de Miami ha decidido adoptar el BTC para pago de tasas*

<sup>41</sup> *tipo I, según la definición propia presentada, ver 4.4.2*

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT): Aunque en estos primeros videos aún no vamos a entrar en cuestiones matemáticas específicas, los alumnos si comienzan a comprobar que las matemáticas están detrás en este caso del blockchain. Por otro lado la competencia se trabaja de forma específica en tanto en cuanto estamos presentando una tecnología que muchos de ellos no conocían antes pero que pronto será parte de su vida cotidiana.

Competencia digital (CD): Los alumnos están trabajando y desarrollando esta competencia desde el momento que les pedimos visualizar videos y formatos digitales.

Aprender a aprender (CAA): El uso y utilización de contenidos digitales les ayuda a entender que existen muchas otras formas o alternativas de aprender y lograr conocimiento. Además de los canales tradicionales los alumnos pueden averiguar que plataformas como YouTube, más allá de una fuente de contenidos de entretenimiento, también pueden significar un lugar nuevo donde aprender.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP): Comentar que les sugiere los videos, crear ellos sus propios videos y la participación activa en clase ayudará a desarrollar su espíritu de iniciativa y emprendedor.

## ¿Qué es blockchain?

Canal:PlayGround

Enlace:<https://youtu.be/Yn8>

WGaO\_\_ak



### RESUMEN:

El mundo necesita producir, almacenar y gestionar información certificada en cada momento. Gracias al Blockchain esta labor pasa de los humanos (despistados, perezosos, corruptibles, lentos) a los ordenadores (metódicos, incansables, incorruptibles, rápidos). La debilidad potencial y principal sería que fuera "hackeable". Pero la cadena de bloques lo evita por dos razones principales:

1. El Hash, un número único de cada bloque que se genera gracias a un algoritmo (el SHA256) dependiendo de la información. Si la información cambia el hash cambia y el impostor es detectado.
2. Todos los usuarios están mirando, hay muchos testigos en caso de que alguien intente alterar la información.

Los nuevos bloques se crean gracias a los mineros que resolviendo complejísimo algoritmos matemáticos

### CONTENIDOS:

Correspondientes al Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de realidad
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)

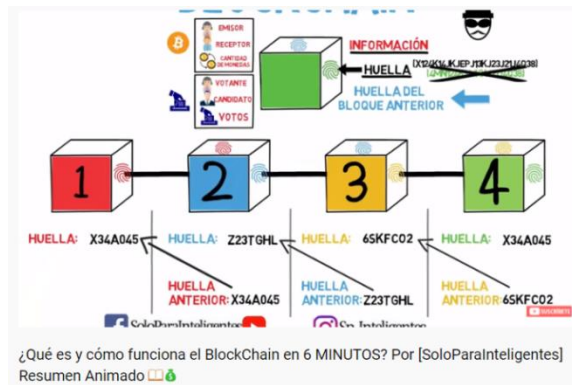
Aprender a aprender (CAA)

## ¿Cómo funciona blockchain?

Canal: Solo para inteligentes

Enlace: <https://youtu.be/C5NZnD12yjk>

ZnD12yjk



### RESUMEN:

Aunque existe debate aún al respecto cada vez va siendo más evidente que las criptomonedas no dejan de ser una nueva forma de dinero. En el caso del fiduciario por el poder las leyes económicas que las respaldan y en caso de las criptomonedas, por la tecnología que las respalda: la blockchain. Un registro digital inalterable, una hoja de registro contable al que cualquiera puede acceder pero no alterar. Una forma pública pero con identidades privadas (por estar encriptadas)

Pero la blockchain puede ser más que una forma de dinero, pensemos en aplicaciones diferentes, como podrían ser las votaciones. Sin alterar la identidad de los votantes se podría registrar de forma veraz y transparente el proceso. ¿Cómo? Cada bloque contiene los detalles del evento, en este caso las elecciones. Si alguien intentara alterar el sentido de la votación de algún participante, la "forma" del bloque o huella en el que intentaríamos cambiar un voto cambiaría y los siguientes bloques al no encajar con él darían la señal de alarma. Pero es que además existe la prueba de trabajo (PoW), que retrasa a propósito la creación de

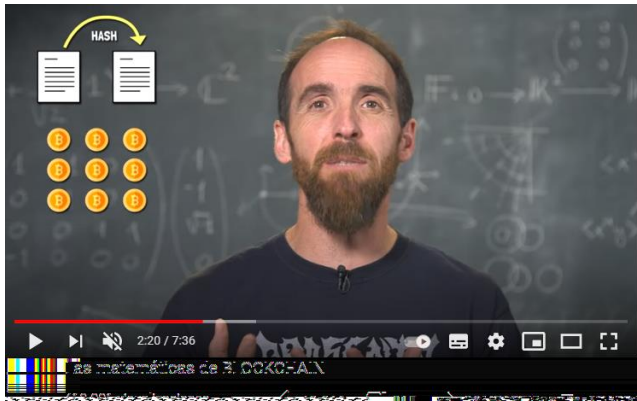
### CONTENIDOS:

- Correspondientes al Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad.
  - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de realidad (Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas)
  - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

- Comunicación Lingüística (CCL)
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- Competencia digital (CD)
- Aprender a aprender (CAA)





## Las matemáticas de blockchain

Canal: Derivano

Enlace: <https://youtu.be/b5dhq3dSG2k>

### RESUMEN:

Eduardo Cabezón nos explica que es Blockchain y las matemáticas que hay detrás de él.

Hash: información que cada bloque tiene del anterior

Descentralización: todo el mundo tiene copia de la información de todas las transacciones de la historia

Prueba de Trabajo:

Mineros: Son los encargados de añadir un nuevo bloque a la cadena

¿Cómo se añade un bloque?: Cuando hay información suficiente nueva se da la orden a los mineros de intentar resolver un complejo problema matemático. El protocolo ajusta la dificultad del trabajo para que resulte un bloque (o una solución) por cada diez minutos

### CONTENIDOS

Correspondientes al Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de realidad (Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas)
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

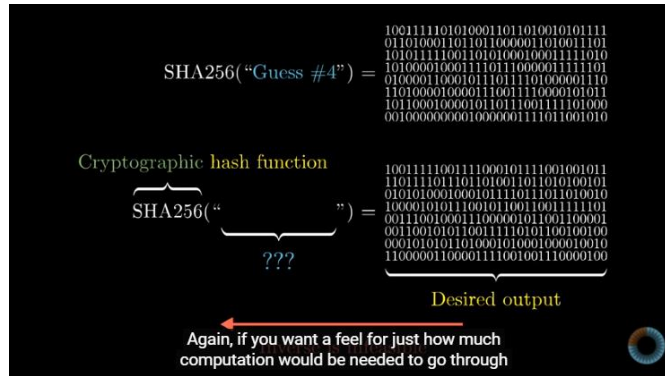
- Comunicación Lingüística (CCL)
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- Competencia digital (CD)
- Aprender a aprender (CAA)

## ¿Cómo funciona Bitcoin?

Canal: 3Blue1Brown

Enlace: <https://youtu.be/bB>

C-nXj3Ng4



### RESUMEN:

En este video, mucho más extenso (y que complementa a los anteriores) pueden ver en detalle cómo se resuelven los bloques que conforman la cadena. No es trivial, para ello es necesario una inmensa capacidad de cálculo computacional para resolver un problema criptográfico, asociado a una función, la SHA256, y aunque esto se escapa obviamente del alcance del currículo de Bachillerato, si les permite comprobar que se trata de un problema matemático de principio a fin.

### CONTENIDOS:

Correspondientes al Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

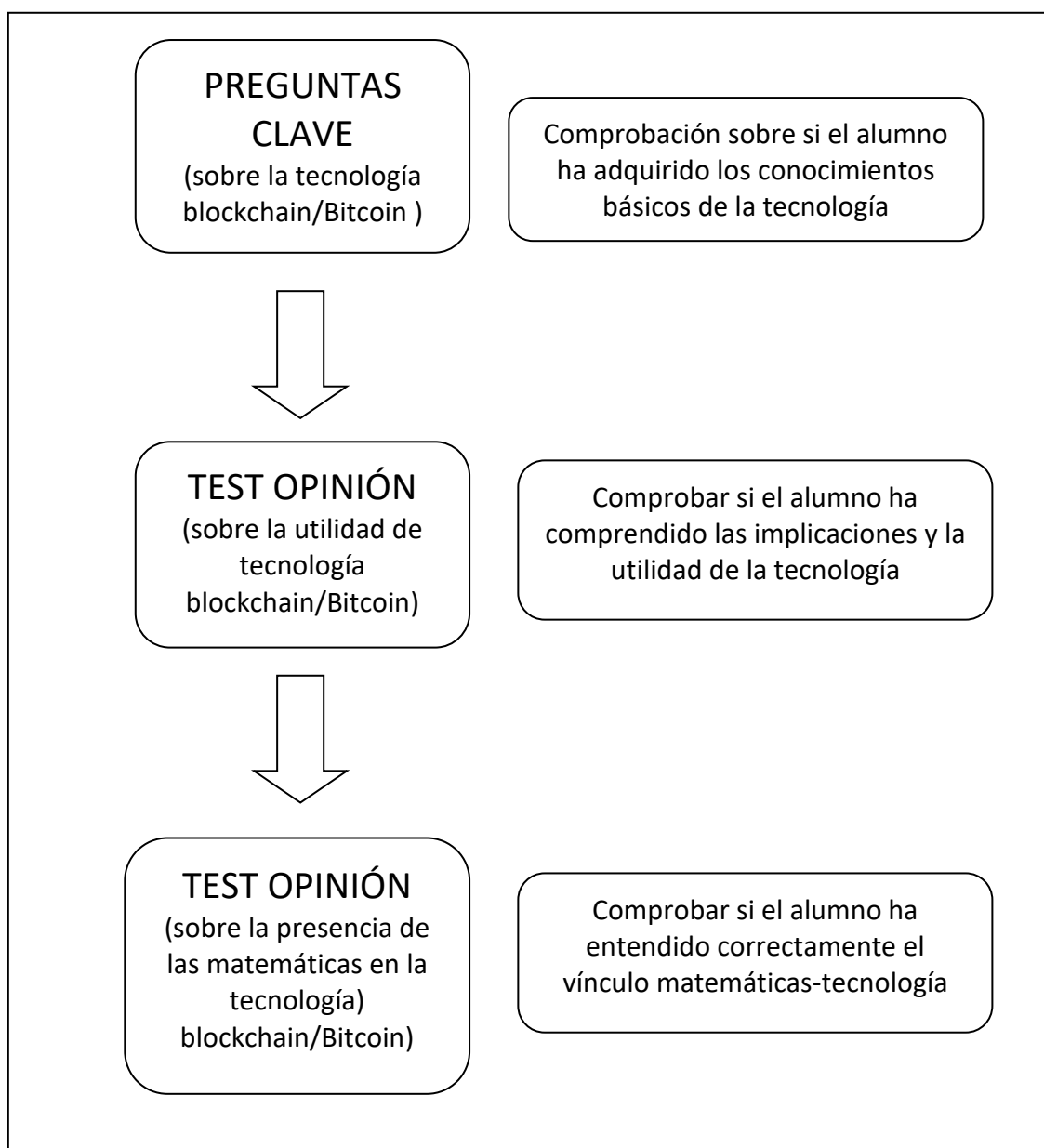
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de realidad (Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas)
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

- Comunicación Lingüística (CCL)
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- Competencia digital (CD)
- Aprender a aprender (CAA)
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP)

#### 4.8.6 Comprensión y desarrollo del caso: Análisis y debate

Podremos repasar con los alumnos a través de algunas preguntas clave que nos permitan conocer si han entendido adecuadamente los fundamentos principales de la tecnología de cadena de bloques. Podremos asimismo preguntarles su opinión sobre la tecnología y en qué medida ellos creen que es útil o que puedan sentirse identificados con la misma. Por último haremos que reflexionen sobre la importancia de las matemáticas en la vida real.



**Figura 15:** Análisis y resultados de la aplicación del caso<sup>42</sup>

<sup>42</sup> Elaboración propia

#### 4.8.7 Desarrollo de los contenidos del currículo

Ya hemos introducido el caso sobre el que nos queremos apoyar, el Bitcoin. Ahora vamos a utilizar vídeos tipo II<sup>43</sup> para ilustrar contenidos del currículo de 1º Bachillerato que están relacionados con el Bitcoin.

CASO	BITCOIN		
Descripción del caso	La criptomoneda que puede sustituir al Oro		
BLOQUE	I. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	II. Números y Álgebra	III. Análisis
Contenidos trabajados	Planificación del proceso de resolución de problemas	Sucesiones numéricas: término general, monotonía y acotación	Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Cálculo de límites. Comportamiento asintótico de una función: asíntotas y ramas infinitas.
	Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto		Representación gráfica de una función
Áreas transversales	Tecnología y Economía	Tecnología y Economía	Función logarítmica y función a trozos Tecnología y Economía

**Tabla 4 :** *Contenidos desarrollados para el caso del Bitcoin (1º Bachillerato)*

4.8.7.1. Revisión del concepto de planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana (bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas)

Como figura en el Bloque I de análisis<sup>44</sup> se indican como contenido del curso:

- Planificación del proceso de resolución de problemas

<sup>43</sup> Ver 4.4.2

<sup>44</sup> BoCyL Num86, 8 de mayo de 2015

-Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.

Comenzamos con un par de videos sugerentes a cerca de los problemas en el mundo real, como éstos están presentes en nuestra vida y como se pueden emplear las matemáticas para resolverlos. Estos videos concretos no son específico de Bitcoin pero si responden bien al carácter general.

En concreto seleccionamos los siguientes vídeos:

1. ¿Cómo se resuelve un problema? El ex participante en Olimpiadas matemáticas, Alejandro Candiotti, nos explica de forma amena y sencilla como enfrentarse a un problema en matemáticas.
2. Me gustan los problemas. El docente y divulgador matemático, José Ángel Murcia, describe el placer que supone para él enfrentarse a la resolución de los problemas, que no ejercicios. Como las soluciones no son únicas y como siempre hay lugar para la sorpresa.

Como veremos en detalle a continuación con estos videos se busca trabajar de forma específica contenidos del bloque II: Números y álgebra y III: Análisis, así como las siguientes competencias, relacionadas todas ellas a su vez con los contenidos:

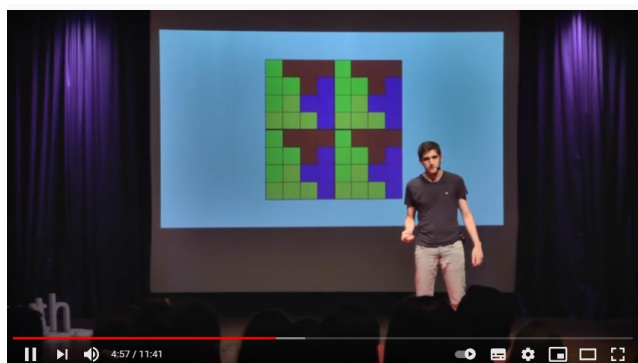
Comunicación Lingüística (CCL): Será desarrollada gracias a la necesidad por parte de los alumnos de una correcta comprensión de los videos, así como de las respuestas y explicaciones que habrán de dar al comentarlos y discutirlos con el resto de alumnos y profesores. Además, es importante que los alumnos manejen con soltura la terminología específica, y sean capaces de referirse a los conceptos e ideas de forma inequívoca y clara. Esto potenciara su capacidad de expresión lingüística.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT): Aunque en estos primeros videos aún no vamos a entrar en cuestiones matemáticas específicas, los alumnos si comienzan a comprobar que las matemáticas están detrás en este caso del blockchain. Por otro lado la competencia se trabaja de forma específica en tanto en cuanto estamos presentando una tecnología que muchos de ellos no conocían antes pero que pronto será parte de su vida cotidiana.

Competencia digital (CD): Los alumnos están trabajando y desarrollando esta competencia desde el momento que les pedimos visualizar videos y formatos digitales.

Aprender a aprender (CAA): El uso y utilización de contenidos digitales les ayuda a entender que existen muchas otras formas o alternativas de aprender y lograr conocimiento. Además de los canales tradicionales los alumnos pueden averiguar que plataformas como YouTube, más allá de una fuente de contenidos de entretenimiento, también pueden significar un lugar nuevo donde aprender.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP): Comentar que les sugiere los videos, crear ellos sus propios videos y la participación activa en clase ayudará a desarrollar su espíritu de iniciativa y emprendedor.



:Cómo se resuelve un problema? | Alejandro Candiotti | TEDxYouth@Posadas

## ¿Cómo se resuelve un problema?

Canal: TEDx Talks

Enlace: [https://youtu.be/mqWPS9L](https://youtu.be/mqWPS9LkFvo)

kFvo

### RESUMEN:

Alejandro Candiotti, antiguo participante de la Olimpiadas Matemáticas, expone que supone un problema de matemáticas, que estrategias podemos seguir para resolverlos y cómo comprobar que las ideas que empleamos para resolver problemas de matemáticas son en muchos casos útiles con situaciones de la vida real. Incide en una realidad que debemos cambiar, la matemática de la escuela está basada en la resolución de ejercicios que no de problemas. Los alumnos deben concienciarse que aprender a resolver problemas en su vida académica les hará ser mucho más capaces para resolver problemas de la vida diaria.

Asimismo da un consejo fundamental a los alumnos, ante un problema grande, nunca deberían intentar resolverlo directamente. Lo más probable es que fracasemos. Y un buen punto de partida puede ser resolver problemas pequeños del problema original.

### CONTENIDOS:

Correspondientes al Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- Planificación del proceso de resolución de problemas
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)

Aprender a aprender (CAA)

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP)



Me gustan los problemas | José Ángel Murcia | TEDxYouth@Murcia

## Me gustan los problemas

Canal: TEDx Talks

Enlace: <https://youtu.be/agiRtqE9>

WDk

### RESUMEN:

Jose Angel Murcia, docente y divulgador de Matemáticas expone que si bien estamos acostumbrados a resolver problemas en las aulas con una única solución, en la vida real éstos pueden tener varias.

El mensaje incide en todo aquello que las matemáticas, y en concreto la resolución de problemas, nos puede aportar como personas y profesionales futuros. En concreto, proporcionarnos herramientas, educar nuestra mente, hacernos mejores en cualquier actividad a la que nos dediquemos y entender mejor el mundo. Para llegar a la conclusión principal, las matemáticas nos pueden servir para cambiar nuestras vidas.

### CONTENIDOS:

Correspondientes al Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- Planificación del proceso de resolución de problemas
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)

Aprender a aprender (CAA)

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP)

#### 4.8.7.2. Revisión del concepto de Límite de una función en el infinito (bloque 3: Análisis)

Como figura en el Bloque 3 de análisis<sup>45</sup> se indican como contenidos del curso:

-Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Cálculo de límites.

Comportamiento asintótico de una función: asíntotas y ramas infinitas.

Antes de formalizar la definición clásica

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x - c| < \delta \implies |f(x) - L| < \varepsilon$$

Nos apoyamos con algunos vídeos sobre límites que podemos proponer a los alumnos tanto antes como después de presentar nosotros el concepto matemático de límite.

Les explicaremos que sin este concepto muy presente, la blockchain no podría haberse concebido.

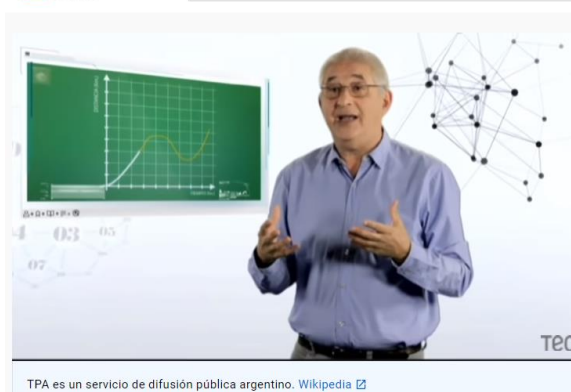
En concreto seleccionamos los siguientes vídeos:

1. Un repaso por la historia y el origen de los límites. El divulgador Adrián Paenza nos explica brillantemente como en el siglo XVII nació el concepto de límite como una necesidad concreta y específica que tenía la física para poder expresar el movimiento.
2. Un repaso del concepto y significado matemático de Límites: Para completar todo lo explicado en clase, nos permite ofrecer una aproximación alternativa al concepto. Una explicación de una tercera parte con la que buscamos complementar.
3. Un resumen y ejemplificación de cómo se resuelven los límites más básicos y principales. Nos van a permitir que los alumnos dispongan de una base de ejemplos resueltos mucho más amplia y que pueda detenerse en las tipologías que le hayan ofrecido mayor dificultad.

---

<sup>45</sup>BoCyL Num86, 8 de mayo de 2015





## La historia del concepto de límite

Canal: Canal TEcTv

Enlace:

[https://youtu.be/eCB\\_Jr\\_VKyg](https://youtu.be/eCB_Jr_VKyg)

### RESUMEN:

El divulgador Adrián Paenza nos explica brillantemente como en el siglo XVII nació el concepto de límite como una necesidad concreta y específica que tenía la física para poder expresar el movimiento.

Las matemáticas eran quietud y figuras estáticas, el cálculo llegó para definir el movimiento y aquel lugar inalcanzable que se define como límite, en el cero y en el infinito.

### CONTENIDOS QUE SE TRABAJAN:

Correspondientes al Bloque III: Análisis

- *Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Cálculo de límites. Comportamiento asintótico de una función: asíntotas y ramas infinitas*

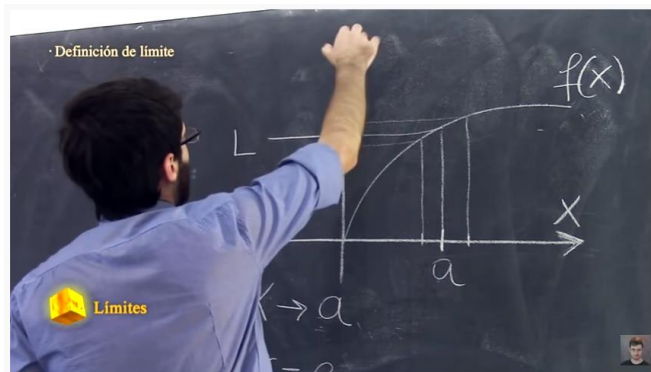
### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)

Aprender a aprender (CAA)



#Límites #ElTraductor  
LÍMITES - Clase Completa: Explicación desde Cero | El Traductor

## Tutorial completo de límites

Canal: El traductor

Enlace:

<https://youtu.be/pYVVPqphPS0>

### RESUMEN:

El divulgador Damián Pedraza hace un repaso completo, desde los aspectos más básicos e intuitivos del significado de límite hasta la definición formal y exacta de límite de una función en un punto.

El esquema que sigue es: Concepto Intuitivo, Existencia de un límite, Casos de asíntotas verticales, Casos de asíntotas horizontales, Leyes de los límites, Teorema de la compresión, para terminar llegando a formalizar la definición de límite.

### CONTENIDOS QUE SE TRABAJAN:

*Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito.*

*Cálculo de límites.*

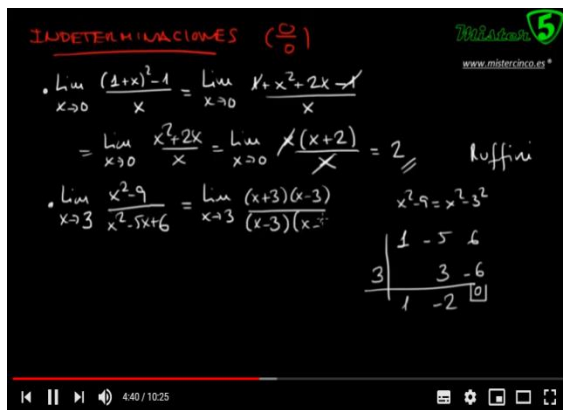
*Comportamiento asintótico de una función: asíntotas y ramas infinitas*

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)



LIMITE CERO PARTIDO CERO: APRENDER A RESOLVER LIMITES 2/10 Mistercinco

## Tutorial práctico de resolución de límites

Canal: Mistercinco

Enlace: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLDD704EED297B69>

65

### RESUMEN:

En este listado de reproducciones, Alejandro Izquierdo, en su canal de YouTube de MisterCinco, presenta ejemplos resueltos para cada tipo de límites de funciones

1. Introducción a los límites.
2. Indeterminaciones 0/0
3. Indeterminaciones Inf-Inf
4. Indeterminaciones Inf/Inf
5. Racionalización y Conjugado
6. Factorización
7. Límites Laterales
8. Indeterminación  $1^\infty$
9. L'Hopital (I)
10. L'Hopital (II)

### CONTENIDOS QUE SE TRABAJAN:

*-Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Cálculo de límites. Comportamiento asintótico de una función: asíntotas y ramas infinitas*

Estándares de aprendizaje:

- Comprende el concepto de límite, realiza las operaciones elementales de cálculo de los mismos, y aplica los procesos para resolver indeterminaciones.*
- Determina la continuidad de la función en un punto a partir del estudio de su límite y del valor de la función, para extraer conclusiones en situaciones*

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

- Comunicación Lingüística (CCL)
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- Competencia digital (CD)

A continuación vamos a intentar interrelacionar en clase todo lo que acaban de aprender sobre límites con nuestro ejemplo del Bitcoin. Queremos que comprueben por ellos mismos que los límites son parte de la vida real. Que están ahí.

Ellos ya tienen una idea de que es el Bitcoin. Les ha sorprendido y vamos a aprovecharnos del interés suscitado para reflexionar porque son necesarios los límites de funciones en la vida real. Ya se les ha explicado en los vídeos iniciales el sentido económico de escasez buscado (el oro digital) y que recurrimos a las matemáticas para crear de forma artificial dicha escasez. Pero, ¿Cómo? A través de una asíntota horizontal de ordenada 21 Millones (esto no es exacto porque como veremos más adelante en la realidad el algoritmo alcanza la cantidad exacta de 20999999,9769 millones de Bitcoins y no es capaz de acercarse por tanto más a 21 millones. Esto es debido a que la unidad mínima monetaria definida en el algoritmo es 0,00000001 BTC (podemos explicarles que al igual que nuestra unidad más pequeña es el céntimo de Euro). Esto va en contra de la definición matemática de asíntota horizontal donde podríamos acercarnos tanto como quisiéramos a 21 millones sin llegar nunca a él. Pero esto solo podría darse si fuera posible definir nuestra unidad económica tan pequeña como quisiéramos, lo que sabemos por la vida real que no es factible. Así pues, esta circunstancia, la mínima unidad económica nos va a permitir debatir con ellos por qué se llega a esa situación y porque la práctica del mundo real limita las matemáticas, o dicho de otra forma como estas últimas deben en ocasiones amoldarse o ser adaptadas a aquella.

En sus orígenes la moneda sería totalmente desconocida, y su valor prácticamente nulo. Luego su programador pensó que a corto plazo era necesario que las recompensas para quienes lo minasen fuesen altas y el minado sencillo, es decir sin apenas competencia, de esta forma se podría minar más rápido y con menos coste (el símil funciona perfectamente con el oro físico. En un principio era fácil, rápido y económico de extraer, para terminar siendo cada vez más lento y caro su extracción. Sin embargo, conforme avanzara el tiempo y aumentara el valor de la criptomoneda se podría reducir el montante de las recompensas o lo que es lo mismo el número de nuevos Bitcoins minados por unidad de tiempo. Pero a su vez, a largo plazo para que fuera escaso (como lo puede ser el oro o el dinero fiduciario en general) era necesario que su oferta estuviese limitada. Ahora bien, ¿cómo hacer y formalizar todo esto? La respuesta estaba en las matemáticas

Como se explica en los vídeos introductorios, los nuevos Bitcoins son creados cada vez que un usuario resuelve un bloque. El ritmo de creación de los mismos se actualiza cada 2016 bloques (auto regulando el algoritmo la dificultad para ser resuelto) con el objetivo de lograr un ajuste constante cada dos semanas (equivalente a 6 bloques a la hora). El número de Bitcoins generados por bloque está fijado para ir decreciendo de forma geométrica con una reducción del 50% cada 210.000 bloques (aproximadamente cada cuatro años, hecho conocido como *halving*). De esta manera conseguimos que el ritmo de crecimiento de la creación de Bitcoins sea cada vez

menor y que por tanto cada periodo equivalente de tiempo se creen menos. El resultado es que el número total final de Bitcoins nunca podrá superar los 21 millones. Acabamos de llegar al concepto de límite de una función (Oferta total de Bitcoins) cuando la variable independiente (tiempo) tiende a infinito...

Analíticamente, el número de Bitcoins (Eje Y) en circulación al final de cada periodo aproximado de cuatro años –momento en que se produce el *halving*- en función del periodo en el que nos encontramos (Eje X) se decide expresarse como:

$$\frac{\sum_{i=0}^{32} 210000 \left[ \frac{50 \cdot 10^8}{2^i} \right]}{10^8}$$

Donde i=0 es el periodo inicial 2009-2012, i=1 2013-2016, i=2 2017-2020...

Block	Reward Era	BTC/block	Start BTC	BTC Added	End BTC	BTC Increase	End BTC % of Limit
0	1	50.00000000	0.00000000	10500000.00000000	10500000.00000000	infinite	50.00000000%
210000	2	25.00000000	10500000.00000000	5250000.00000000	15750000.00000000	50.00000000%	75.00000000%
420000	3	12.50000000	15750000.00000000	2625000.00000000	18375000.00000000	16.66666667%	87.50000010%
630000	4	6.25000000	18375000.00000000	1312500.00000000	19687500.00000000	7.14285714%	93.75000010%
840000	5	3.12500000	19687500.00000000	656250.00000000	20343750.00000000	3.33333333%	95.87500011%
1050000	6	1.56250000	20343750.00000000	328125.00000000	20671875.00000000	1.61290323%	96.43750011%
1260000	7	0.78125000	20671875.00000000	164062.50000000	20835937.50000000	0.79365079%	96.21875011%
1470000	8	0.39062500	20835937.50000000	82031.25000000	20917968.75000000	0.39370079%	96.60937511%
1680000	9	0.19531250	20917968.75000000	41015.62500000	20958984.37500000	0.19607843%	96.80468761%
1890000	10	0.09765625	20958984.37500000	20507.81250000	20979492.18750000	0.09784736%	96.90234386%
2100000	11	0.04882812	20979492.18750000	10253.90625000	20989746.09270000	0.04887585%	96.95117198%
2310000	12	0.02441406	20989746.09270000	5126.95312500	20994873.04530000	0.02442599%	96.97558604%
2520000	13	0.01220703	20994873.04530000	2563.47630000	20997436.52160000	0.01221001%	96.98779307%
2730000	14	0.00610351	20997436.52160000	1281.73710000	20998718.25870000	0.00610426%	96.99389658%
2940000	15	0.00305175	20998718.25870000	640.86750000	20999359.12620000	0.00305194%	96.99694833%
3150000	16	0.00152587	20999359.12620000	320.43270000	20999679.55890000	0.00152592%	96.99847420%
3360000	17	0.00076293	20999679.55890000	160.21530000	20999839.77420000	0.00076294%	96.99923713%
3570000	18	0.00038146	20999839.77420000	80.10660000	20999919.88080000	0.00038146%	96.99961859%
3780000	19	0.00019073	20999919.88080000	40.05330000	20999959.93410000	0.00019073%	96.99980932%
3990000	20	0.00009536	20999959.93410000	20.02560000	20999979.95970000	0.00009536%	96.99990468%
4200000	21	0.00004768	20999979.95970000	10.01280000	20999989.97250000	0.00004768%	96.99995236%
4410000	22	0.00002384	20999989.97250000	5.00640000	20999994.97890000	0.00002384%	96.99997620%
4620000	23	0.00001192	20999994.97890000	2.50320000	20999997.48210000	0.00001192%	96.99998812%
4830000	24	0.00000596	20999997.48210000	1.25160000	20999998.73370000	0.00000596%	96.99999408%
5040000	25	0.00000298	20999998.73370000	0.62580000	20999999.35950000	0.00000298%	96.99999706%
5250000	26	0.00000149	20999999.35950000	0.31290000	20999999.67240000	0.00000149%	96.99999859%
5460000	27	0.00000074	20999999.67240000	0.15640000	20999999.82780000	0.00000074%	96.99999929%
5670000	28	0.00000037	20999999.82780000	0.07770000	20999999.90550000	0.00000037%	96.99999966%
5880000	29	0.00000018	20999999.90550000	0.03780000	20999999.94330000	0.00000018%	96.99999984%
6090000	30	0.00000009	20999999.94330000	0.01890000	20999999.96220000	0.00000009%	96.99999993%
6300000	31	0.00000004	20999999.96220000	0.00940000	20999999.97060000	0.00000004%	96.99999997%
6510000	32	0.00000002	20999999.97060000	0.00420000	20999999.97480000	0.00000002%	96.99999999%
6720000	33	0.00000001	20999999.97480000	0.00210000	20999999.97690000	0.00000001%	100.00000000%
6930000	34	0.00000000	20999999.97690000	0.00000000	20999999.97690000	0.00000000%	100.00000000%

**Tabla 5.** *Oferta y recompensas de BTC en función de los bloques creados*

#### 4.8.7.3. Revisión del concepto de sucesiones numéricas (bloque 2: Números y Algebra)

Como figura en el Bloque 2 de Números y Algebra<sup>46</sup>se indican como contenidos del curso:

-Sucesiones numéricas: término general, monotonía y acotación

En concreto seleccionamos los siguientes vídeos:

1. Concepto de sucesión numérica. Damián Pedraza nos explica que es una sucesión numérica, su significado matemático, como se originan y construyen las mismas.
2. Concepto de progresiones geométricas. En el canal Archimedestube además de deducir el término general de una progresión geométrica demuestra la fórmula para calcular la suma de los primeros  $n$  términos de estas progresiones.

---

<sup>46</sup>BoCyL Num86, 8 de mayo de 2015



## Concepto de sucesión numérica

Canal: El traductor

Enlace: [https://youtu.be/659uL\\_G1](https://youtu.be/659uL_G17rc)

7rc

### RESUMEN:

Para ilustrar el concepto de sucesión numérica podemos comenzar con el siguiente video en el que de forma muy simple e intuitiva se introduce el mismo.

El mismo queda estructurado de la siguiente forma:

- Definición y razonamiento.
- Idea de lista.
- Interpretación de expresión analítica de una sucesión

### CONTENIDOS QUE SE TRABAJAN:

Sucesiones numéricas: término general, monotonía y acotación

### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)

Y en el caso de la expresión del Bitcoin podemos observar que los 33 sumandos de la función de oferta del Bitcoin

$$\frac{\sum_{i=0}^{32} 210000 \left\lfloor \frac{50 \cdot 10^8}{2^i} \right\rfloor}{10^8}$$

no son otra cosa que elementos que se generan a partir de la siguiente sucesión numérica

$$\left\{ \frac{210000 \left\lfloor \frac{50 \cdot 10^8}{2^n} \right\rfloor}{10^8} \right\}$$

para  $n=0, n=1, n=2$

**PROGRESIONES GEOMÉTRICAS**

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a}{1-r}$   
Si  $|r| < 1$

$1/4 + 1/16 + 1/64 + 1/256 + \dots$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots$

EJEMPLO 4  $a = 1/4$   
 $r = 1/4 < 1$   $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3}$

Progresiones GEOMÉTRICAS - Explicadas con EJEMPLOS

**Concepto de progresiones geométricas**

Canal: ArchimedesTube

Enlace: <https://youtu.be/rN1cVPrLmQw>

**RESUMEN:**

Recordamos algo ya visto en 3°ESO. Una progresión geométrica es una sucesión de números en la que cada término se obtiene del anterior multiplicándolo por un número fijo llamado razón.

El mismo queda estructurado de la siguiente forma:

Introducción,

Definición Progresión Geométrica,

Término general de una Progresión geométrica,

Suma de los primeros n términos de una Progresión Geométrica,

Fórmula de la suma de una Progresión Geométrica,

Serie Geométrica,

Fórmula del límite de una Serie Geométrica,

Ejemplo de Serie Geométrica,

Demostración visual del Límite de una Serie Geométrica



CONTENIDOS QUE SE TRABAJAN:

*Sucesiones numéricas: término general, monotonía y acotación*

COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)  
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)  
Competencia digital (CD)

Y a continuación volvamos a nuestro ejemplo del Bitcoin. Como ya hemos indicado que analíticamente, el número de Bitcoins (Eje Y) en circulación al final de cada periodo aproximado de cuatro años –momento en que se produce el *halving*- en función del periodo en el que nos encontramos (Eje X) puede expresarse (por definición del creador del algoritmo) como:

$$\frac{\sum_{i=0}^{32} 210000 \left\lfloor \frac{50 \cdot 10^8}{2^i} \right\rfloor}{10^8}$$

Donde  $i=0$  es el periodo inicial 2009-2012,  $i=1$  2013-2016,  $i=2$  2017-2020...

Pero esto vemos que es la suma de todos los elementos de una progresión geométrica 1, 1/2, 1/4... de razón 1/2 y primer término 10.500.000. Podemos dejarles que comprueben que si limitamos a 33 sumandos el sumatorio (por la razón y expuesta de la unidad mínima de moneda establecida) el resultado es 20999999,9769y sin embargo recurriendo a la formula que calcula la suma de todos los infinitos términos el resultado al que llegarán será 21 Millones.

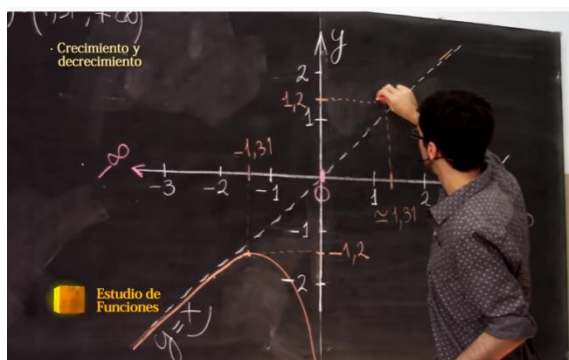
#### 4.8.7.4. Revisión del concepto de representación gráfica de una función (bloque 3: Análisis)

Como figura en el Bloque 3 de Análisis <sup>47</sup>se indican como contenidos del curso:

-Representación gráfica de una función

En concreto seleccionamos los siguientes vídeos:

1. Representación gráfica de una función. Damián Pedraza nos explica a través una introducción motivadora para comenzar a entender como procedemos para estudiar funciones de variable real a valores reales. ESTUDIO de Funciones: Dominio, Continuidad, Crecimiento, Concavidad



EstudioDeFunciones #ElTraductor #ESTRENO  
STUDIO de Funciones: Dominio, Continuidad, Crecimiento, Concavidad y más | El Traductor

#### **Representación gráfica de una función**

*Canal:* El traductor

*Enlace:* <https://youtu.be/glkyHFBR-1Y>

#### RESUMEN:

Video de apoyo muy completo para repasar todo lo relativo a la representación de funciones.

El mismo queda estructurado de la siguiente forma:

- Introducción al estudio de Funciones
- Dominio
- Continuidad
- Crecimiento
- Concavidad

<sup>47</sup>BoCyL Num86, 8 de mayo de 2015

#### CONTENIDOS QUE SE TRABAJAN:

- *Representación gráfica de funciones: dominio, recorrido, simetrías, monotonía, extremos relativos y absolutos, curvatura, puntos de inflexión, asíntotas y periodicidad*

y como estándares de aprendizaje:

- *Representa gráficamente funciones, después de un estudio completo de sus características mediante las herramientas básicas del análisis*

- *Utiliza medios tecnológicos adecuados para representar y analizar el comportamiento local y global de las funciones*

#### COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)

De hecho volviendo al ejemplo de las curvas presentadas del Bitcoin podremos trabajar con los alumnos multitud de conceptos aprendidos en clase sobre continuidad, crecimiento, concavidad, etc...En concreto, en el caso del Bitcoin, para tener una función aproximada lo que hacemos es unir por rectas (durante esos cuatro años se presupone se mina de forma lineal) esos puntos para resultar la siguiente gráfica:



Figura 15: Suministro de Bitcoin con el tiempo

Y el resultado podemos observar es ya el previsto y conocido, es decir una función cuyo límite en el infinito es constante y de valor 21 millones.

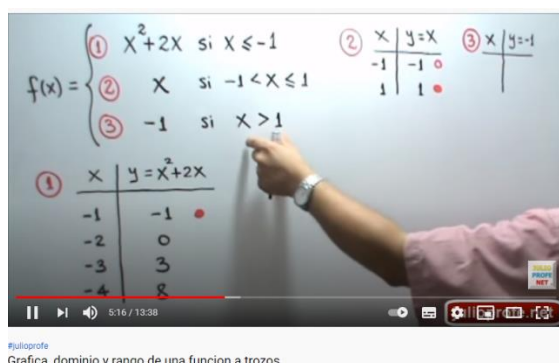
#### 4.8.7.5. Revisión del concepto de Función logarítmica y función a trozos(bloque 3: Análisis)

Como figura en el Bloque 3 de Análisis <sup>48</sup>se indican como contenidos del curso:

-Función logarítmica y función a trozos

En concreto seleccionamos los siguientes vídeos:

1. Función a trozos, gráfica, dominio y rango. En el canal Julio Profe



#julio PROFE  
Grafica, dominio y rango de una función a trozos

**Función a trozos, Grafica, Dominio y rango de una función a trozos**

Canal: JulioProfe

Enlace: [https://youtu.be/\\_D1pVY](https://youtu.be/_D1pVY)

LLgF0

#### RESUMEN:

Recordamos algo ya visto en 3ºESO. Una progresión geométrica es una sucesión de números en la que cada término se obtiene del anterior multiplicándolo por un número fijo llamado razón.

En este video, el edutuber Julio Ríos, explica cómo construir la gráfica y cómo determinar el dominio y el rango de una función a trozos o definida por partes.

#### CONTENIDOS QUE SE TRABAJAN:

*"Funciones reales de variable real...funciones exponenciales y logarítmicas...Funciones definidas a trozos"*

<sup>48</sup>BoCyL Num86, 8 de mayo de 2015

COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación Lingüística (CCL)

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Competencia digital (CD)

Podemos dar un paso más en nuestro ejemplo del Bitcoin y comprobar cómo las matemáticas nos sirven para crear un modelo deflacionario (conseguimos controlar la inflación, como sucede con el Oro).

*Tasa de inflación*

$$= \frac{\text{Recompensa por bloque} \cdot \text{N}^\circ \text{ de bloques/año}}{\text{N}^\circ \text{ de Bitcoins}}$$

A continuación proponemos un mapa interactivo para visualizar ambos efectos, tanto el número total de bitcoins en circulación como la inflación con el tiempo.

[http://bashco.github.io/Bitcoin\\_Monetary\\_Inflation/](http://bashco.github.io/Bitcoin_Monetary_Inflation/)

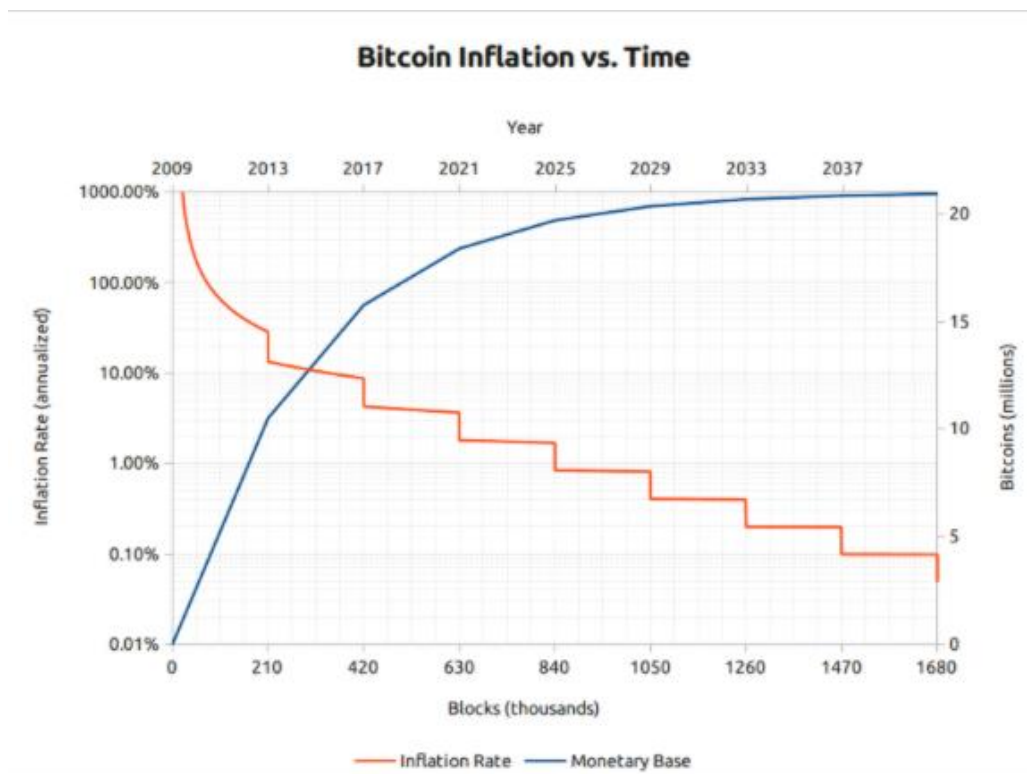


Figura 16: Tasa de inflación con el tiempo (número de bloques)<sup>49</sup>

<sup>49</sup> Figura extraída de [http://bashco.github.io/Bitcoin\\_Monetary\\_Inflation/](http://bashco.github.io/Bitcoin_Monetary_Inflation/)

Por tanto concluimos que necesitamos continuamente las representaciones gráficas para explicar visualmente cómo evoluciona la oferta de Bitcoins, la inflación, la predicción del precio, etc.

#### 4.8.8 Conclusiones y retroalimentación

El último paso nos lleva a revisar los resultados obtenidos con la metodología basada en la utilización de contenidos audiovisuales. Si no somos capaces de cuantificar los efectos de la metodología no sabremos si ésta es o no efectiva.

Para valorar los resultados tomaremos dos grupos de alumnos:

1. Grupo de Control: Se trata de un grupo de primero de bachillerato de académicas sobre el que no aplicaremos la metodología

2. Grupo Experimental: Será otro grupo de primero de bachillerato sobre el que sí aplicaremos la metodología.

Utilizaremos principalmente dos instrumentos de recogida de datos, los test y las entrevistas:

##### 1. Tests

a) Momento de realización. Realizaremos unos Pretests al comienzo del curso para poder obtener la fotografía inicial del grupo y unos Postests al final del curso, una vez concluida la intervención, para obtener la fotografía final.

##### b) Tipos de Tests:

- Conocimiento. Valoran el grado de aprendizaje sobre los contenidos desarrollados.
- Dominio afectivo. Valoran la predisposición y factores motivacionales de los alumnos ante las matemáticas.

##### 2. Entrevistas Semiestructurada

Crearé una guía de temas específicamente relacionados con el objeto de mi línea de investigación (el uso de videos educativos de YouTube en el aula) pero con la idea incluir preguntas adicionales no directamente relacionadas pero a través de las cuales podamos obtener de forma indirecta información útil para la investigación (por ejemplo; si preguntamos sobre aspectos motivacionales podemos obtener pistas sobre cuáles son sus intereses y a través de los mismos buscar vídeos con temáticas específicas relacionadas que podamos vincular con las matemáticas)

Lo que me permitirá obtener información valiosa para retroalimentar la metodología de cara a próximos cursos

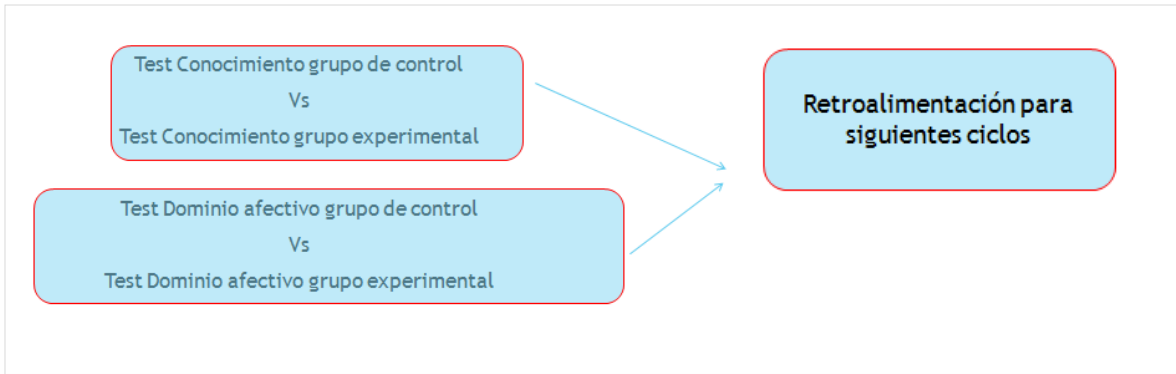


Figura 17. Test realizados: conocimiento y afectivo<sup>50</sup>

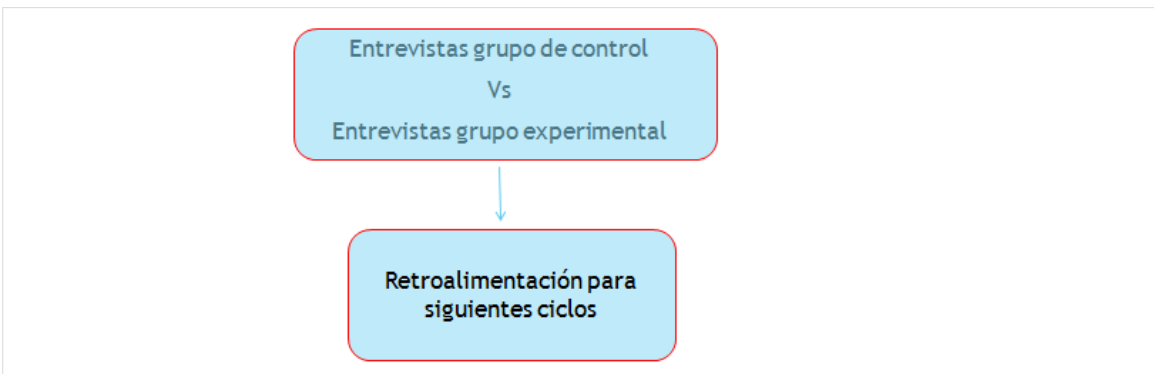


Figura18. Entrevistas semiestructuradas<sup>51</sup>

Y podríamos plantear un esquema del análisis en un marco temporal de tres cursos escolar

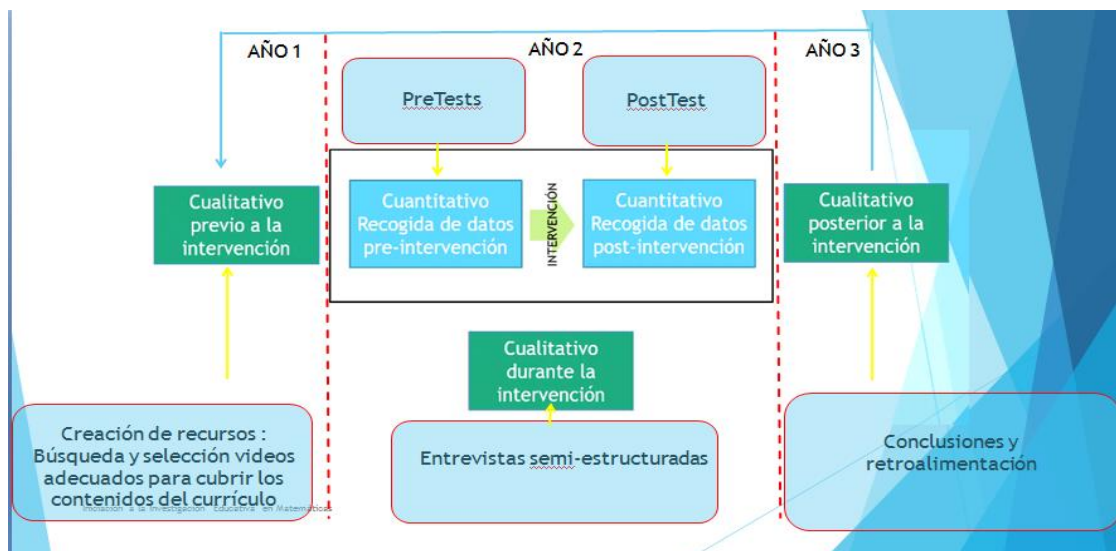


Figura 19. Esquema temporal de la investigación<sup>52</sup>

<sup>50</sup> Elaboración propia

<sup>51</sup> idem

<sup>52</sup> idem

## 5. BENEFICIOS Y VENTAJAS

La metodología tiene una ventaja importante en el sentido que vamos a emplear un canal de comunicación habitual para los alumnos. La plataforma de videos YouTube, integrada en Google, es una de las aplicaciones más conocidas y empleadas de forma habitual por los jóvenes en su día a día.

Es importante también destacar que en los últimos diez años tanto el número de editores de contenido educativo matemático como la calidad del mismo. En la actualidad es posible encontrar una gran oferta de vídeos que cubren la totalidad de los contenidos de los cursos de secundaria. Esto nos permite poder elegir aquellos que consideremos más convenientes como docentes entre un amplio abanico:

- Familiaridad: del alumno con la plataforma YouTube. Los alumnos de secundaria consideran esta plataforma como parte de su vida ya que les ha acompañado desde niños.

- Afinidad: con el formato, YouTube es una de las aplicaciones más utilizadas por los jóvenes. Por tanto para ellos es

- Creadores: Existe una gran variedad de YouTubers, cada uno con su estilo propio y características particulares.

- Contenidos: Gran variedad de contenidos disponibles, para todos los niveles.

- Acceso: Posibilidad de que el alumno acceda al contenido desde multitud de dispositivos y localizaciones

- Repetitividad: Posibilidad de que el alumno repase el contenido tantas veces necesite dependiendo de su capacidad de asimilación de los contenidos. Esto en el aula real no es posible. Si un alumno no ha seguido, o lo ha hecho con dificultades, una explicación ésta de forma general no se repite. Sin embargo los contenidos audiovisuales presentan la gran ventaja de poder ser repetidos tantas veces requiera el alumno.

- Diversidad: Permite modular la profundidad del contenido trabajado en función del alumno y sus ritmos de aprendizaje. Podríamos por tanto plantear de una forma sencilla diferentes materiales audiovisuales en función de la clase y a su vez dentro de una misma aula diferenciar por grupo de alumnos.



## 6. PROBLEMAS Y DIFICULTADES

Al igual que existen numerosas ventajas debemos ser conscientes de las dificultades e inconvenientes que podrán surgir. En concreto destacar:

- Esfuerzo personal del docente: Se trata de una metodología muy demandante para el docente. El docente antes de implementar una acción de este tipo deberá ser plenamente consciente del tiempo y dedicación que le requerirá.

- Cantidad y calidad de recursos audiovisuales: La disponibilidad de contenidos en lengua castellana es todavía limitada. En concreto, no resulta sencillo encontrar videos de tipo I con unos requisitos mínimos de calidad. Aunque si hay muchos de tipo II. Hay que destacar que si la metodología se implementa en un centro bilingüe resultará mucho más sencillo disponer de contenido y de mayor calidad.

- Disponibilidad de tiempo: La falta de tiempo en calendario escolar para implementar la metodología puede ser un efecto claramente limitante para poder desarrollar la metodología.

- Dedicación y disposición del alumnado: Podremos encontrarnos con grupos que sean incapaces de asumir el trabajo adicional que representa la metodología (visionados en casa).

- Brecha generacional: La diferencia de edades entre docentes y alumnos, trasladada al ámbito tecnológico, puede hacer que fracase la metodología al no ser unos y otros capaces de acomodar convenientemente el uso de los recursos.

- Disciplina: Es necesaria una disciplina por parte de los alumnos para seguir la dinámica. No solo en el aula sino en sus casas siempre que se opte porque visualicen los contenidos por su cuenta

- Disponibilidad de los recursos: Se requiere una dotación de recursos específicos en el aula (ordenador, proyector, altavoces) o en las casas de la cual no siempre disponen los centros y las familias respectivamente

- Gestión de múltiples variables: Encontrar un equilibrio entre la calidad, la duración y el contenido no siempre es sencillo. Los videos disponibles son muchos pero los que cumplan con todas nuestras necesidades probablemente no tantos.

- Publicidad: Los videos suelen incorporar publicidad que puede resultar molesta o inconveniente.

- Tiempo de preparación: En ocasiones resultará muy costoso en tiempo el localizar y detectar las mejores opciones para un contenido y edad determinada.

## 7. RECOMENDACIONES

A continuación vamos a realizar una serie de matizaciones y recomendaciones que deberemos tener en cuenta a la hora de implementar la metodología:

- Perfil del docente: Se requiere un profesor entusiasta, proactivo y apasionado que haga de sus inquietudes y dudas las del alumnado. Deberá estar actualizado y al día del mundo en el que vive, de forma que pueda conectar el currículo con la realidad de forma apropiada.

- Detección de errores e incorrecciones: Revisar por nuestra parte con antelación los vídeos para detectar posibles incorrecciones o errores conceptuales que pudieran aparecer. Así mismo valorar cualquier otro tipo de inconveniente que pudiéramos encontrar.

- Adecuación del contenido al curso y currículo: Asegurarnos que el video es acorde con la edad de nuestros alumnos.

- Ritmo de aprendizaje: Se deberá ser cuidadoso a la hora de adaptar el ritmo de introducción de los contenidos en función de las capacidades de la clase.

- Interacción y retroalimentación: Pausar el video en los momentos que consideremos importantes para poder interactuar con los alumnos.

- Disciplina: Es necesaria una disciplina por parte de los alumnos para seguir la dinámica. No solo en el aula sino en sus casas siempre que se opte porque visualicen los contenidos por su cuenta.

- Recursos: Se requiere una dotación de recursos específicos en el aula (ordenador, proyector, altavoces)...de la cual no siempre disponen los centros.

## 8. CONCLUSIONES

En la última década hemos asistido a una auténtica revolución en las tecnologías de la información y comunicación. Los formatos bajo los cuales hoy nos relacionamos se caracterizan por una mucha mayor rapidez, transparencia, eficacia y globalidad. Surge entonces así un nuevo paradigma ante el cual los docentes no pueden permanecer ajenos y es estratégico para la comunidad educativa adaptarse a estos nuevos aspectos lo antes posible con la idea de aprovechar todos sus beneficios y ventajas para desarrollar así una educación de mayor calidad, universal e integradora.

Uno de los principales resultados del trabajo ha sido constatar como las nuevas tecnologías y los medios audiovisuales se erigen hoy por hoy en una herramienta fundamental en el ámbito escolar para la mejora de la calidad de los procesos educativos. Así, a lo largo de este trabajo hemos expuesto las numerosas ventajas que su utilización puede ofrecernos. En nuestra opinión mucho mayores que los inconvenientes asociados, y como en definitiva constituyen un elemento diferenciador a la hora de aportar valor añadido al día a día en las aulas. Estamos convencidos que los contenidos educativos audiovisuales terminaran revolucionando la educación dentro y fuera de las aulas. Aunque aún se encuentran en un estado incipiente y en desarrollo, es altamente probable que terminen marcando un antes y un después, no solo en la forma de aprender de los alumnos sino también en la que éstos se relacionen con sus educadores. Negar la influencia que plataformas audiovisuales como YouTube tendrán en la educación del futuro sería equivalente a negar la influencia que tuvo en su día el propio internet para revolucionar la forma de almacenar, compartir y transmitir el conocimiento.

A día de hoy, por tanto, no creemos sea objeto de debate el hecho de considerar o no a YouTube como una de las más poderosas y fuertes herramientas para la transmisión del conocimiento sino el cómo utilizar esta herramienta de la forma más correcta e idónea. En concreto, como docentes, nos deberá preocupar especialmente cómo identificar los contenidos de calidad por una parte y entre éstos seleccionar aquellos más apropiados para la edad o desarrollo académico de nuestros alumnos.

Otra importante conclusión es señalar que dichas tecnologías no vienen sino a democratizar la educación. Desde el momento en que la práctica totalidad de las familias ya cuentan con dispositivos móviles, el acceso directo a contenidos educativos queda habilitado. Surge entonces la posibilidad de aprovechar tal circunstancia para llevar la educación un nivel más allá. Debemos aspirar a que la población, de forma universal y gratuita, tenga acceso a una educación de calidad. En cierta forma, es un hecho que plataformas como YouTube son los primeros vehículos en la historia de la humanidad en conseguir semejante hito. Es indudable que aún quedan muchos

obstáculos por salvar para completar la digitalización de la educación a escala global. La mayor parte estarán centrados en perfeccionar la calidad de los contenidos y sobre todo en posibilitar la interacción y retroalimentación con el alumno.

Por otro lado, para poder hacer posible el cambio en nuestras aulas, existe la necesidad imperiosa tanto de concienciar y orientar a la comunidad educativa como cuidar la formación técnica del profesorado. De lo contrario, llevar a cabo con éxito la introducción de estas nuevas herramientas metodológicas y pedagógicas será un objetivo de difícil consecución.

Asimismo, es preciso notar que si bien en el presente trabajo nos hemos centrado en el uso de YouTube, existen ya hoy en día otras muchas plataformas, con gran adopción, que pueden ser utilizadas de forma análoga y equivalente. El potencial último del conjunto de estas herramientas, y todas aquellas que a buen seguro les sucederán en un futuro próximo, es hoy por hoy ilimitado y desconocido.

Finalmente, por último pero no menos importante, no debemos olvidar quizás la reflexión clave que subyace a lo largo de todo el trabajo. Más allá de la gran utilidad que podamos encontrar en este tipo de recursos, deberemos ser plenamente conscientes de que nunca podrán ser sustitutivos perfectos del profesor. En el aula, o fuera de ella, siempre necesitaremos generadores de contenido en sus nuevas formas y actualizaciones. Además, al menos a corto plazo, sabemos que los alumnos no estarían preparados para tan drástica conversión. Pero por otro lado no hay que olvidar la función que tiene la educación en el aula. El ser humano es sociable por naturaleza, y la experiencia de grupo en el día a día, su formación como persona junto a profesores y otros compañeros, bajo el paraguas de unas normas comunes, será a buen seguro insustituible por cualquier tipo de tecnología presente y futura.

## 9. BIBLIOGRAFIA

- Aran-Ramspott S.; Fedele M.; Tarragó A.; Funciones sociales de los YouTubers y su influencia en la adolescencia. *Revista Científica de Educomunicación* nº 57, v. XXVI, 2018
- Gil Quintana, J.; Malvasi, V.; Castillo-Abdul, B.; Romero-Rodriguez, LM Learning Leaders: Teachers or YouTubers? Participatory Culture and STEM Competencies in Italian Secondary School Students. 2020; pp. 2–18
- Marttunen, M.; Salminen T.; Utriainen J. Student evaluations of the credibility and argumentation of online sources. May 2021
- Prensky, M. Homo sapiens digital: De los inmigrantes y nativos digitales a la sabiduría digital. In *Conectados en el Ciberespacio*; Aparici, R., Ed.; UNED: Madrid, Spain, 2010; pp. 93–106.
- Gil-Quintana, J. El empoderamiento del alumnado a través de las TRIC. Creaciones narrativas a través de ‘stop motion’ en educación primaria. *IndexComun.* 2018, 8, 189–210.
- Rocha, T.; Martins, J.; Branco, F.; Gonçalves, R. Evaluating Youtube Platform Usability by People with Intellectual Disabilities (A User Experience Case Study Performed in a Six-Month Period). *J. Inf. Syst. Eng. Manag.* 2017, 2, 1–9. [CrossRef]
- Vizcaíno-Verdú, A.; De-Casas-Moreno, P.; Contreras-Pulido, P. Scientific dissemination on youtube and its reliability for university professors. *Educación XX1* 2020, 23, 283–306.
- Romero-Rodríguez, L.M.; Aguaded, I. Consumption of information and digital competencies of journalism Students from Colombia, Peru and Venezuela. *Converg. Rev. Cienc. Soc.* 2016, 70, 1–20.
- Murillo Torrecilla, F.J. *Cuestionarios y Escalas de Actitudes*; Universidad Autónoma de Madrid: Madrid, Spain, 2006. *Sustainability* 2020, 12, 7466 18 of 18
- Gibbs, G. *El Análisis de Datos Cualitativos en Investigación Cualitativa*; Morata: Madrid, Spain, 2012. 10. Igartua, J.J.; Humanes, M.L. *Teoría e Investigación en Comunicación Social*; Síntesis: Madrid, Spain, 2010.

- Stake, R.E. *Investigación con Estudio de Casos*; Morata: Madrid, Spain, 2007.
- Johnson, R.; Onwuegbuzie, A.J. *Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come*. *Educ. Res.* 2004, 33, 14–26.
- Rosenshine, B.; Furst, N. *Research on teacher performance criteria*. In *Research in Teacher Education: A Symposium*; Smith, B.O., Ed.; Prentice Hall: Englewood Cliffs, NJ, USA, 1971; pp. 37–72.
- Invalsi. *Rapporto Prove Invalsi 2019. Rapporto Nazionale*. Available online: [https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/Rapporto\\_prove\\_INVALSI\\_2019.pdf](https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/Rapporto_prove_INVALSI_2019.pdf) (accessed on 11 March 2020).
- Gil-Quintana, J. *Interconectados apostando por la construcción colectiva del conocimiento. Aprendizaje móvil en Educación Infantil y Primaria*. *Pixel-Bit Rev. Medios Educ.* 2019, 54, 185–203.
- Navarro, S.M.B.; Lesmes, C.d.C.Z.; Cruz, Y.V.P.; Benítez, I.P.S.; Jaraba, C.P.P.; Ledesma, E.M.; Muñoz, E.T.; Gaviria, F.J.Z.; Jiménez, I.L.; De La Hoz Del Villar, R.C.; et al. *Acogiendo la Diversidad en Educación Superior a Través de la Co-Creación de Recursos Educativos Abiertos*; Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco: Cartagena, Colombia, 2019.
- Llunen, A.; Alonso, J. *Programa Videos Youtube para Desarrollar la Comprensión Oral (speaking) con Estudiantes de Secundaria en la Institución Educativa San Miguel—Cajamarca, Universidad César Vallejo, Perú*. Available online: <http://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/41757> (accessed on 9 December 2019).
- Pineda, M.D.; López, B.E. *Innovación en matemáticas: Videos de álgebra lineal para estudiantes*. *100cias@uned New Epoch* 2017, 10, 286–289.
- Santos-Mellado, J.A.; Acuña-Soto, C.M.; Blasco-Blasco, O.; Liern, V. *Use of Maths Video Tutorials. What are the users looking for?* In *Proceedings of the 9th Annual International Conference on Education and New Learning Technologies*, Barcelona, Spain, 3–5 July 2017.
- Romero-Tena, R.; Ríos-Vázquez, A.; Román-Graván, P. *Youtube: Evaluación de un catálogo social de vídeos didácticos de matemáticas de calidad*. *Prism. Soc.* 2017, 18, 515–539.

-García-Pajares, R. En busca de la inclusión educativa Una propuesta de aula a partir del Aprendizaje Cooperativo y las TIC. Rev. Ens. Pedagógicos 2019, 14, 151–172.

-Osuna-Acedo, S.; Gil-Quintana, J.; Marta-Lazo, C. Aprendizaje Más Allá de las Aulas. Didácticas Específicas en Contextos no Formales; Tirant Lo Blanch: Valencia, Spain, 2020