



Universidad de Valladolid

Facultad de educación y trabajo social

Máster de Investigación Aplicada a la Educación

Trabajo de Fin de Máster

Reeducación Matemática y Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas: un estudio de caso intrínseco

Presentado por

Juan José Santa Engracia de Pedro

Director

José María Marbán Prieto

Codirectora

Belén Palop del Río

Valladolid, junio, 2021

RESUMEN

Las dificultades de aprendizaje en matemáticas no solo son una de las causas que se esconden detrás del fracaso escolar sino también en el origen de otras situaciones más graves como el aislamiento, la baja autoestima o la ansiedad matemática, entre otras. Identificar y comprender cómo afectan estas dificultades a los procesos de enseñanza-aprendizaje sigue siendo un tema en estudio con muchas preguntas abiertas. A través de este Trabajo de Fin de Máster se realiza una sencilla aproximación a esta cuestión a través de un estudio de caso intrínseco conformado por una única participante y caracterizado por una escolaridad poco lineal, con diversos cambios de entorno y pedagógicos, un dominio afectivo matemático particularmente dañado y síntomas de riesgo de discalculia. Desde este enfoque de investigación se ha abordado el caso creando un entorno de relación con el mismo a través de ciertos procesos de reeducación matemática, recurriendo a la observación sistemática y a la toma de notas en un cuaderno de campo con el objetivo principal de profundizar en las características del caso y obtener evidencias de la investigación que pudiesen contribuir a mejorar las condiciones de aprendizaje y de relación con las matemáticas de la participante. Entre los resultados se ha podido constatar cómo, a pesar de no disponer de un diagnóstico profesional de discalculia, la participante se ha beneficiado del diseño y desarrollo de procesos de reeducación matemáticos basados en este trastorno, al tiempo que la relación afectiva con las matemáticas ha sufrido también cambios muy positivos. La rápida evolución a lo largo del curso escolar en que se ha desarrollado el estudio del caso y el desarrollo de los procesos de reeducación matemática asociados al mismo hacen pensar que su peculiar historia académica ha tenido una fuerte influencia en sus dificultades con las matemáticas así como en el desarrollo de su perfil propio de dominio afectivo matemático.

ABSTRACT

Learning difficulties in mathematics are not only one of the causes behind school failure but also the origin of other more serious situations such as isolation, low self-esteem, or mathematical anxiety, among others. Identifying and understanding how these difficulties affect the teaching-learning processes continues to be a subject under study with many open questions. Through this Master's Thesis, a simple approach to this question is carried out through an intrinsic case study made up of a single participant and characterized by a

non-linear schooling, with various environmental and pedagogical changes, a mathematical affective domain particularly damaged and risk symptoms of dyscalculia. From this research approach, the case has been approached by creating an environment of relationship with it through certain processes of mathematical re-education, resorting to systematic observation and taking notes in a field notebook with the main objective of delving into the characteristics of the case and obtain evidence from the research that could contribute to improving the participant's learning conditions and relationship with mathematics. Among the results, it has been possible to verify how, despite not having a professional diagnosis of dyscalculia, the participant has benefited from the design and development of mathematical re-education processes based on this disorder, while the affective relationship with mathematics has also suffered very positive changes. The rapid evolution throughout the school year in which the case study was carried out and the development of the mathematical re-education processes associated with it suggest that its peculiar academic history has had a strong influence on its difficulties with mathematics as well as in the development of their own profile of mathematical affective domain.

PALABRAS CLAVE

Estudio de caso intrínseco, Discalculia, Dificultades de aprendizaje en matemáticas, proceso de reeducación, Matemáticas.

KEY WORDS

Intrinsic case study, Dyscalculia, Mathematical learning difficulties, reeducation process, mathematics.

Índice de contenidos

RESUMEN	2
ABSTRACT	2
PALABRAS CLAVE	3
KEY WORDS	3
RECONOCIMIENTOS	9
1. INTRODUCCIÓN	11
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
1.2 PROPÓSITO.....	13
2. MARCO TEÓRICO	15
2.1 DIFICULTADES DE APRENDIZAJE	16
2.1.1 Recorrido legislativo histórico de las DA en España	17
2.1.2 Situación actual de las dificultades de aprendizaje	19
2.1.3 Trastornos del aprendizaje.....	20
2.2 DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS	21
2.2.1 Conceptualización	22
2.3. LA DISCALCULIA	23
2.3.1 La discalculia como trastorno específico del aprendizaje	23
2.3.2. Situación actual de la discalculia.....	25
2.3.3 Una aproximación a la definición de discalculia.....	26
2.3.4 Dificultades encontradas en niños con discalculia	27
2.3.5. Diagnóstico de la discalculia	29
2.3.6 Comorbilidad de la discalculia	31
2.3.7 Intervención en personas con discalculia	32
2.3.7.1 Enfoques metodológicos y objetivos en el proceso de reeducación.....	33
2.3.7.2 Modelo CPA en reeducación de personas con discalculia	35
2.4 ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA	36
2.4.1 Competencia matemática.....	38
2.4.2 Desarrollo del sentido numérico.....	40
3. METODOLOGÍA	41

3.1 PARADIGMA DE INVESTIGACIÓN	41
3.1.1 El paradigma constructivista.....	42
3.2 ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN: ENFOQUE CUALITATIVO.....	43
3.3 DISEÑO METODOLÓGICO.....	46
3.3.1 El estudio de caso: conceptualización.....	46
3.3.2 Estudio de caso intrínseco	48
3.4 DISEÑO DEL CASO.....	49
3.4.1 Definición del caso.....	50
3.4.2 Límites y elección del caso.....	50
3.4.3 Diseño del caso.....	50
3.4.3.1 El diseño emergente.....	51
3.4.3.2 Preguntas de investigación	52
3.4.4 Elección de métodos.....	53
3.4.5 Relaciones en el campo y elección del rol.....	54
3.5 EVALUACIÓN INICIAL.....	54
3.5.1 Competencias matemáticas y procesos cognitivos.....	55
3.5.1.1 Primera semana.....	55
3.5.1.2 Segunda semana	56
3.5.1.3 Tercera semana.....	57
3.5.1.4 Cuarta semana.....	58
3.5.1.5 Valoración general de competencia matemática y procesos cognitivos..	58
3.5.2 Dominio afectivo de las matemáticas.....	59
3.5.3 Valoración previa de la discalculia (riesgo de discalculia)	61
3.6 PAUTAS DE TRABAJO Y PROCESO DE REEDUCACIÓN	64
3.6.1 Noviembre	65
3.6.2 Diciembre	66
3.6.3 Enero.....	67
3.6.4 Febrero.....	68
3.6.5 Marzo.....	69
3.6.6 Abril.....	70
3.6.7 Mayo.....	71
3.6.8 Junio.....	72
4. ANÁLISIS DE LOS DATOS	73

4.1 INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS.....	73
4.1.1 Factores del riesgo de discalculia.....	73
4.1.1.1 Déficits de memoria.....	74
4.1.1.2 Dificultades en el conteo y las operaciones básicas.....	76
4.1.1.3 Resolución de problemas.....	78
4.1.1.4 Tiempo de resolución.....	82
4.1.2 Juegos y motivación.....	83
4.1.3 Relación con las peculiaridades del caso.....	84
4.1.3.1 Dificultades de aprendizaje en matemáticas.....	84
4.1.3.2 Escolaridad y ámbito familiar.....	85
4.2 CAMBIOS OBSERVADOS A LO LARGO DEL PROCESO DE REEDUCACIÓN.....	86
4.2.1 Competencia matemática y procesos cognitivos.....	87
4.2.1.1 Prueba intermedia (marzo).....	87
4.2.1.2 Prueba final (junio).....	88
4.2.2 Dominio afectivo de las matemáticas.....	90
4.2.3 Evolución de las DAM.....	91
4.2.4 Riesgo de discalculia.....	94
5. CONCLUSIONES.....	97
5.1 RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	97
5.2 CONCLUSIONES GENERALES.....	98
6. RELEVANCIA, LIMITACIONES Y LÍNEAS DE TRABAJO FUTURAS.....	99
6.1 SIMILITUDES, DIFERENCIAS Y RELEVANCIA.....	100
6.2 LIMITACIONES DEL ESTUDIO.....	101
6.3 LÍNEAS DE TRABAJO FUTURO.....	102
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	105
8. ANEXOS.....	119
ANEXO 1: BATERÍAS DE PROBLEMAS.....	119
Prueba 1: Prueba de competencias y procesos cognitivos de 2019 de 3° de EP ...	120
Prueba 2: Prueba de competencias y procesos cognitivos de 2018 de 3° de EP ...	127
Prueba 3: Prueba de competencias y procesos cognitivos de 2019 de 6° de EP ...	136
ANEXO 2: IMÁGENES.....	145

Índice de figuras

Figura 1. Pensamiento en dificultades de aprendizaje. Fuente: fundación telefónica.	17
Figura 2. Pensamiento matemático erróneo. Fuente: Tocamates.	28
Figura 3. Regletas manipulativas. Fuente: Aprendiendo matemáticas.	35
Figura 4. Policubos usados para el aprendizaje de la suma. Fuente: Pasión por la educación.	38
Figura 5. Investigación cualitativa centrada en las personas. Fuente: ABACO en red. ...	44
Figura 6. Estudio de caso. Fuente: Clickpages.	48
Figura 7. Observación participante. Fuente: Redacción de Textos Científicos.	53
Figura 8. Matriz de evaluación 1º prueba. Fuente: elaboración propia.	58
Figura 9. Dominio afectivo matemático inicial. Fuente: elaboración propia.	60
Figura 10. Resultados del test de riesgo de discalculia de Smartick. Fuente: Smartick. .	63
Figura 11. Errores en la memoria de trabajo. Fuente: elaboración propia.	75
Figura 12. Errores en las operaciones básicas. Fuente: elaboración propia.	78
Figura 13. Competición de problemas. Fuente: elaboración propia.	79
Figura 14. Competición de problemas. Fuente: elaboración propia.	79
Figura 15. Competición de problemas. Fuente: elaboración propia.	80
Figura 16. Juego de la escoba. Fuente: Fournier.	83
Figura 17. Prueba de competencia matemática intermedia. Fuente: elaboración propia.	88
Figura 18. Prueba de competencia matemática final. Fuente: elaboración propia.	89

Figura 19. Dominio afectivo matemático inicio y final. Fuente: elaboración propia.....90

Índice de tablas

Tabla 1. Pruebas diagnósticas relacionadas con la discalculia. Fuente: elaboración propia a partir de Benedicto-López & Rodríguez-Cuadrado (2019)29

Tabla 2. Comparación de comorbilidades de la discalculia. Fuente: elaboración propia a partir de los trabajos que se mencionan en la tabla.32

Tabla 3. Factores de riesgo de la discalculia. Fuente: elaboración propia a partir de los autores mencionados.....61

Tabla 4. Factores de riesgo en la discalculia, comparación inicio-fin. Fuente: elaboración propia a partir de los autores mencionados.94

Reconocimientos

En primer lugar, quiero dar mi más sincero agradecimiento a Teresa y a su familia, los cuales me aceptaron desde el primer día en su casa, haciéndome sentir muy cómodo y apoyándome siempre en cualquier situación que surgiera. Sin ellos este trabajo no hubiera sido posible.

En segundo lugar, quiero agradecer su enorme ayuda tanto a mi tutor, José M^a Marbán como a mi cotutora, Belén Palop, por su infinita ayuda y por todos los consejos que me han dado para poder llevar a cabo este trabajo.

En tercer lugar, agradezco a mi familia y amigos el apoyo durante los días más duros de escritura y el bienestar que me han hecho sentir a su lado. Especialmente se lo agradezco a mis padres y hermano, a Raúl, a Nerea y a Jaby por estar en todo momento a mi lado.

1. Introducción

Una adecuada educación matemática temprana se convierte, de acuerdo con diferentes autores e investigaciones (véase, por ejemplo, Jordan et al. 2007), en un potente predictor de niveles de logro superiores en matemáticas en etapas escolares posteriores. En una sociedad en la que la información de carácter cuantitativo es tan abundante, una correcta alfabetización matemática, un desarrollado sentido numérico y una sólida capacidad de razonamiento sobre datos cuantitativos, resultan herramientas esenciales. Sin embargo, algunas personas presentan dificultades de aprendizaje en matemáticas o DAM, un conjunto de dificultades específicas del aprendizaje que impiden desarrollar de forma conveniente las competencias citadas, pudiendo provenir de una gran multitud de situaciones y siendo necesario poner especial atención en las personas que las tienen. La atención especializada dirigida hacia la corrección y superación estas dificultades no solo sirve para evitar un eventual fracaso en el área de matemáticas, sino también para evitar otros problemas derivados de las mismas, tales como un bajo dominio afectivo en el área afectada o un menor desempeño de las habilidades matemáticas en las situaciones cotidianas que requieran su uso.

Dentro del constructo general de las DAM existe un trastorno específico del aprendizaje que, aun siendo poco conocido, tiene una alta prevalencia en el alumnado: la discalculia. La discalculia afecta, entre otras, a la capacidad de estimar o de decir la hora, esenciales en el día a día de cualquiera de nosotros. Si bien estos efectos pueden ser atenuados o disimulados en la vida adulta, suponen una clara dificultad de aprendizaje en la vida escolar. De hecho, gran parte de los efectos de la discalculia chocan con la trayectoria académica en la asignatura de matemáticas, donde resultan especialmente relevantes el tiempo de respuesta, la memorización de hechos numéricos o la ejecución correcta de operaciones aritméticas básicas, todas ellas acciones cuya incapacidad de realización se asocia a los síntomas habituales de las personas con discalculia (Sans et al., 2012, 2013; Serra Grabulosa, 2014; Strang & Rourke, 1985).

Las valoraciones de discalculia en el momento en que empiezan a manifestarse los síntomas, realizadas por profesionales con competencias en este campo, son aún poco frecuentes, encontrando entre las causas que lo explican tanto el desconocimiento de la propia discalculia como la aceptación social de que un bajo rendimiento en matemáticas

es sencillamente asociable a una falta innata de habilidad (“se le da mal”), a la falta de concentración o esfuerzo o, sencillamente, a una supuesta dificultad intrínseca de las matemáticas.

1.1 Planteamiento del problema

Esta investigación arranca en el momento en el que una familia, ante los problemas que presenta su hija de 6º curso de Educación Primaria con la asignatura de matemáticas, solicita un apoyo extraescolar. Dado que las circunstancias académicas previas de la alumna son especialmente singulares, como se verá más adelante, presentamos este trabajo como un estudio de caso intrínseco desarrollado a lo largo de ocho meses y bajo la premisa inicial de una situación en la que una niña presenta dificultades de aprendizaje en matemáticas. Estas dificultades de aprendizaje, además, coinciden con síntomas o manifestaciones típicas de un trastorno de aprendizaje conocido como discalculia, por lo que se valora que Teresa pueda encontrarse en riesgo de tenerlo. Este riesgo no implica que la niña tenga discalculia, sino que existen indicios para valorarla, teniendo que ser precavidos ya que no existe un diagnóstico profesional.

En este caso en concreto, a pesar del conocimiento por parte de los padres de los síntomas de la discalculia y del posible riesgo de discalculia en el que se encuentra Teresa, el diagnóstico no ha sido posible todavía, dada la peculiar escolarización que ha llevado durante su vida (la cual se explicará más adelante) y la complejidad de realizar un diagnóstico, en el que se han de incluir numerosos factores como el cociente intelectual, la vida familiar y escolar, las habilidades matemáticas...

Así, en este trabajo, describimos por una parte la valoración inicial de las dificultades matemáticas de Teresa, el proceso de reeducación y los cambios de esta tras ocho meses de trabajo desarrollados bajo los principios educativos que propone la literatura específica en tema de dificultades de aprendizaje en matemáticas y de discalculia y, por otra, el proceso de investigación seguido, detallando tanto el diseño de investigación como los aspectos fundamentales del estudio de caso en base a lo expuesto por Simons (2011).

El proceso seguido para la toma de datos ha consistido en la observación participante y toma de notas durante las sesiones de refuerzo extraescolares, utilizando el cuaderno de campo como instrumento de recogida de información. Además, se han realizado otro tipo

de pruebas con el fin de tener datos sobre otros parámetros que pudieran resultar relevantes en la investigación (competencia matemática, competencias cognitivas, dominio afectivo de las matemáticas...), usando para este fin pruebas estandarizadas y cuestionarios validados que se verán más adelante.

1.2 Propósito

El propósito de este trabajo es comprender con profundidad un caso muy peculiar de una niña con DAM, a la que llamaremos Teresa durante el trabajo (nombre ficticio), que se encuentra en un entorno que se ha mostrado poco favorable en el tratamiento de dichas DAM y de la que se sospecha que podría estar en riesgo de discalculia. Para este fin se van a documentar de forma exhaustiva las actuaciones, problemas y soluciones que se han encontrado durante el proceso de reeducación con la niña. Las dificultades se tratarán de forma sistematizada, bajo las recomendaciones que emanan de la literatura científica y bajo un método de investigación determinado: el estudio de caso, que permitirá llevar a cabo la toma de datos y el análisis de estos con el rigor necesario que requiere una investigación.

Para la formulación de objetivos se han planteado tres tipos diferentes: los objetivos personales, los prácticos y los intelectuales, según los planteamientos de Maxwell (2008).

De acuerdo con este autor, los objetivos personales son aquellos que motivan al investigador a realizar el trabajo, se suelen referir a las motivaciones, los deseos de cambio, la curiosidad por diferentes fenómenos... Es muy relevante conocer los objetivos personales, puesto que guiarán la investigación y sería imprudente no tenerlos en cuenta, ya que podrían llegar a afectar a los análisis realizados o a las conclusiones extraídas.

Para este estudio los objetivos personales son:

1. Ser capaz de reconocer y detectar el riesgo de discalculia estableciendo relaciones entre lo aprendido y lo vivido.
2. Profundizar en un campo de conocimiento poco investigado.
3. Ser capaz de llevar a cabo una investigación sistemática y rigurosa basada en un proceso de reeducación especializado.

Por otra parte, los objetivos prácticos son los que buscan el cumplimiento de algo, el llegar al objetivo marcado o cubrir alguna necesidad. Este tipo de objetivos están orientados a ser útiles también para otras personas, entendiendo por ello que se referirán a los diseños y productos de una investigación. En este caso se plantean los siguientes:

1. Conocer y solventar los problemas relacionados con las matemáticas que presenta la persona con DAM.
2. Explorar los factores contextuales que rodean al caso y su efecto en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
3. Diseñar y llevar a cabo una práctica eficaz para reeducar matemáticamente a una persona con DAM.

Finalmente los objetivos intelectuales, según Maxwell (2008), se centran en el entendimiento y comprensión de los fenómenos estudiados. Están directamente relacionados con las preguntas de investigación, puesto que estos objetivos pretenden entender las respuestas que se buscan generar mediante dichas preguntas.

Para esta investigación, y siguiendo las recomendaciones del autor citado, se plantean los siguientes objetivos:

1. Profundizar en las implicaciones potenciales las DAM en una persona y cómo afectan otras variables del contexto.
2. Conocer el efecto que la escolaridad produce en las DAM.
3. Comprender el contexto concreto y las peculiaridades de Teresa para poder interpretar correctamente los datos.
4. Comprender por qué en el proceso de reeducación personalizada algunas metodologías tienen mejor efecto que otras en el desarrollo la competencia matemática y en la mejora de la afectividad.

2. Marco teórico

Una vez planteados los objetivos es necesario elaborar un marco referencial en el que basar la investigación. Este marco referencial, denominado marco teórico, es el lugar en el que se expone la teoría que permite respaldar la investigación y debe contar con las teorías, enfoques teóricos, investigaciones y antecedentes necesarios para encuadrar el estudio.

El marco teórico tratará, por tanto, tanto los antecedentes científicos del tema a tratar, dado que es imprescindible saber de dónde venimos para poder construir el conocimiento en base a ello, como los descubrimientos o investigaciones actuales, las cuales nos dan información sobre las actualizaciones del campo. Todo ello nos permitirá saber si el enfoque que estamos llevando a cabo es original o si, por el contrario, ya se ha realizado en numerosas ocasiones.

Además de los antecedentes, el marco teórico también sirve para fijar un marco conceptual en el que se expongan los constructos y las teorías relevantes para el estudio, mostrando la posición teórica que adopta el investigador ante el problema a investigar.

La teoría dentro de este marco ha de tratarse de forma ordenada y coherente, especificando qué autores o conceptos se van a utilizar y por qué. La finalidad es crear un cuerpo unificado de criterios que nos sirva para analizar el tema propuesto sabiendo que existe una teoría que respalda aquello que hacemos.

Por ello, podemos decir que la finalidad de este capítulo es orientar la investigación desde un punto de vista innovador y original, marcando las posibles diferencias con otros artículos, situar el problema de investigación dentro de un conjunto de definiciones y conocimientos y ofrecer conceptos de términos que serán empleados durante el análisis de nuestro tema de investigación.

Respecto a la organización de este capítulo, podemos decir que se dividirá en cuatro apartados que van de lo más general a lo más concreto, los cuales serán tratados a continuación, dando inicio al contenido del marco teórico:

1. En un primer lugar se encuentran las dificultades de aprendizaje, un marco teórico muy general que abarca una gran cantidad de información. Dentro de estas se encontrará también información sobre los trastornos de aprendizaje, un tipo específico de dificultades que tendrá relevancia para el trabajo.
2. En segundo lugar, se tratarán las dificultades de aprendizaje en matemáticas, ya que una vez expuestas las DA de forma general se hace necesario concretar en las DAM.
3. En tercer lugar, se expone el marco teórico de la discalculia, que será necesario para entender las decisiones tomadas en el proceso de reeducación y las interpretaciones de los datos.
4. Finalmente, encontramos la alfabetización matemática, donde se tanto expone el desarrollo típico de una persona dentro de esta área como los constructos que nos permiten saber concretar un proceso de reeducación para poder llevar a cabo dicho desarrollo, siendo estos la competencia matemática y el sentido numérico.

2.1 Dificultades de aprendizaje

En el año 1962 Kirk y Bateman utilizaron por primera vez el término “dificultades de aprendizaje” (DA de ahora en adelante), haciendo un compendio de aquellos trastornos que generaban alteraciones del aprendizaje en la lengua, las matemáticas, la habilidad visuoespacial y el razonamiento, siendo estas áreas las que pueden determinar si una persona tiene o no dificultades de aprendizaje. Según Kirk & Bateman (1962),

Una dificultad de aprendizaje se refiere al retraso, desorden o desarrollo retardado en uno o más de los procesos de habla, lenguaje, lectura, escritura, aritmética u otras asignaturas escolares como resultado de un hándicap psicológico causado por una posible disfunción cerebral y/o perturbaciones emocionales. No es el resultado de retraso mental, deprivación sensorial o cultural o factores instruccionales (p.73).

Figura 1. Pensamiento en dificultades de aprendizaje. Fuente: fundación telefónica.



La definición de DA, sin embargo, no fue consensuada hasta el año 1993 en el que la APA publicó el manual DSM-IV, llegando la versión española en 2002 (Asociación Americana de Psicología, 2002). El manual indica que las dificultades de aprendizaje pueden ser diagnosticadas siempre y cuando se cumplan las siguientes características:

- El rendimiento del individuo en lectura, cálculo o expresión escrita es sustancialmente inferior al esperado por edad, escolarización y nivel de inteligencia.
- Los problemas de aprendizaje interfieren significativamente en el rendimiento académico o las actividades de la vida cotidiana que requieren lectura, cálculo o escritura.
- Para establecer que una discrepancia es significativa pueden utilizarse distintos recursos estadísticos. Suele definirse como sustancialmente inferior una discrepancia de más de 2 desviaciones típicas entre rendimiento y CI.
- Si se presenta un déficit sensorial, las dificultades de aprendizaje deben exceder de las habitualmente asociadas al déficit en cuestión.

Es decir, las dificultades de aprendizaje implican una complicación en la adquisición de los conceptos y competencias básicas dentro de un proceso de Enseñanza-aprendizaje, afectando y dificultando dicho proceso.

2.1.1 Recorrido legislativo histórico de las DA en España

En 1970 se promulgó la Ley General de Educación (LGE), que junto al Plan Nacional de Educación Especial de 1977 pudieron dar respuesta a un problema existente en las aulas:

las necesidades especiales de aprendizaje. En esta ley no se hace ninguna mención explícita a las dificultades de aprendizaje, sino que, junto al plan mencionado y a otros servicios como los Servicios de Orientación Escolar y Vocacional (SOEV) y leyes como la Ley de Integración Social del Minusválido (LISMI), se pretendió dar una respuesta a estos problemas, realizando diagnósticos y llevando a cabo tratamientos dentro de las aulas (López Ruiz, 2013)

La primera vez que se nombró el concepto “dificultades de aprendizaje” en una ley educativa española fue en la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE), en 1990, haciendo referencia a un amplio espectro de necesidades educativas especiales (Jiménez González & Hernández Valle, 1999; Ortiz, 2004). Bajo esta ley, se consideraba que un alumno tenía DA si no era capaz de seguir el ritmo normal de la clase y el docente observaba una diferencia significativa entre dicha persona y sus compañeros en la adquisición de contenidos instrumentales (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992).

Esto implica que no se concibieran las DA como una condición diagnóstica específica, sino como problemas en el aprendizaje, independientemente de la causa. Además, dentro de esta misma ley, se situó a las DA junto a las NEE de carácter transitorio, asumiendo que no abarcan todo el ciclo vital y que rara vez necesitan un tratamiento específico, lo que es contrario a la evidencia empírica (Fidalgo & Robledo, 2010).

Posteriormente, en 2006, se aprobó la Ley Orgánica de Educación (LOE), donde las DA sufrieron un enorme cambio. En esta ley, si bien no existe una sección específica que haga referencia a los alumnos con DA, dentro del título II se establece que se deben seguir los siguientes principios: (1) Apoyar la detección temprana de las DA del alumnado y (2) la atención integral del alumnado con DA deberá cumplir los principios de inclusión e igualdad, garantizando para ello la disponibilidad de docentes, medios y recursos, así como garantizando las distintas adaptaciones que la persona pudiera requerir (Fidalgo & Robledo, 2010).

A pesar de no existir, como ya se dijo, una referencia concreta a este tipo de alumnado, al revisar la ley encontramos que se menciona el término en numerosas ocasiones, dándole una mayor importancia que las leyes anteriores y fijando los principios

mencionados anteriormente, suponiendo esto un gran avance en la calidad de la enseñanza para los alumnos con DA.

Finalmente, en la actual ley educativa, la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), promulgada en 2013, además de mantener los mismos principios que la ley anterior, añade un artículo (Capítulo I, título II, artículo 79 bis) en el que se incluyen medidas para la escolarización y la atención de estos alumnos. Teniendo en cuenta lo propuesto por la LOMCE (2013), y según lo expuesto en el Real Decreto 126/2014 los alumnos con DA están incluidos dentro de la categoría Alumnos con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (ACNEAE de ahora en adelante), categoría que incluye a los alumnos que:

- Presenten Necesidades Educativas Especiales (NEE).
- Presenten DA.
- Tengan Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH).
- Tengan altas capacidades intelectuales.
- Se hayan incorporado tarde al sistema educativo
- Presenten otras condiciones personales o de historia escolar.

No obstante, esta ley es duramente criticada por algunos autores (ver López Melero, 2016), puesto que se le acusa de ser una ley partidista que no respeta la atención a la diversidad. A esto se le añade que en la reformulación de los programas de diversificación curricular (PDC), ahora denominados programa de mejora del aprendizaje y rendimiento (PMAR), no se añade ninguna referencia a las DA, situándolas únicamente en el artículo antes mencionado (Peinado Rocamora, 2018).

2.1.2 Situación actual de las dificultades de aprendizaje

Como acabamos de ver, legislativamente las dificultades de aprendizaje poco a poco van siendo más citadas y tenidas en cuenta. Actualmente se está tramitando la nueva ley educativa, la Ley Orgánica de Modificación de la LOE (LOMLOE), de la cual ya existe un proyecto público. En esta nueva ley, continuando con la evolución vista en las anteriores leyes, se sigue aumentando la importancia dada a las DA, así como a otras situaciones que pudieran dificultar el aprendizaje. De igual forma que en la LOMCE, la LOMLOE dictamina que será necesario garantizar una educación inclusiva adaptada a

todo el alumnado y bajo los principios que marca la Convención Internacional sobre Derechos de las Personas con Discapacidad (Gómez, 2021).

Sin embargo, aunque legislativamente se les preste mucha más atención, siguen sin ser definidas de forma concreta. No solo los artículos especializados en el tema destacan la ambigüedad del término, existiendo diferencias fundamentales entre distintas definiciones, sino que los manuales técnicos como el DSM-V (American Psychiatric Association, 2013) tampoco son capaces de orientar a los profesionales que han de diagnosticar las DA, creando más confusión que orientación (Fiuza & Fernández, 2014; Molano, 2018)

Por un lado, la Asociación Americana de Psiquiatría (2013) defiende que las dificultades de aprendizaje pueden ser consideradas como tal cuando lo requerido en la escuela sobrepasa las capacidades del individuo, el cual se ve limitado e incapaz de abordar los conocimientos y competencias que se exigen para la realización de distintas tareas como deberes, exámenes, trabajos... Además, las dificultades de aprendizaje pueden tener diferentes grados de aceptación, definiéndose tres grados diferenciados.

Por otro lado, en el manual de Fiuza & Fernández (2014) no se hace una referencia tan explícita a las exigencias escolares y se centra en indicar que las DA son un conjunto heterogéneo de dificultades que se originan por diversas causas y que, habitualmente, hacen que los niños muestren problemas con el lenguaje, defectos en los procesos cognitivos de atención, memoria y percepción y bajo rendimiento en las materias instrumentales básicas (lengua y matemáticas).

Una vez vistas diferentes definiciones de dificultades de aprendizaje, es conveniente profundizar en un tipo concreto de ellas: los trastornos de aprendizaje, los cuales no solo generan dificultades, sino que suelen ser mucho más difíciles de tratar y menos conocidos por norma general.

2.1.3 Trastornos del aprendizaje

Los trastornos de aprendizaje son los trastornos del neurodesarrollo que más se presentan en la población, afectando entre un 5% y un 15% de las personas en edad escolar, motivo por el cual se suele hablar de un 10% de prevalencia aproximada en niños (Sans et al.,

2012). Las personas que tienen este tipo de trastornos tienden a mostrar una alta probabilidad de fracaso escolar, siendo la tasa de abandono o fracaso de un 40% para estos niños (Acuña-Alberto et al., 2004).

El término “trastornos de aprendizaje” fue definido por primera vez a finales del siglo XIX, a partir de un síndrome caracterizado por la distorsión de la capacidad lectora independiente de la capacidad intelectual, la enseñanza y la motivación por el aprendizaje (Carboni-Román et al., 2006).

Los trastornos de aprendizaje podrían considerarse una categoría dentro de las dificultades de aprendizaje, puesto que estas hacen referencia a un gran abanico de problemas que pueden presentar los alumnos en el proceso de Enseñanza-aprendizaje (Castejón & Navas, 2013). Los trastornos de aprendizaje hacen referencia a las funciones cerebrales deficitarias, dado que, habitualmente tienen una base neurológica. Esto implica que los TA, a pesar de que puedan modificarse ligeramente a lo largo de la escolaridad, sean persistentes en la persona a lo largo de la vida, lo cual los diferencia de nuevo de las DA, las cuales pueden ser transitorias (Sans, 2008; Sans et al., 2012). Como ejemplos de trastornos de aprendizaje podemos encontrar la dislexia, el TDAH, la disgrafía o la discalculia, de la cual se hablará en este documento.

Según su versión más reciente, el DSM-V (American Psychiatric Association, 2013) propone que el trastorno específico del aprendizaje está incluido dentro de la categoría de trastornos del desarrollo neurológico. La razón principal es la alta comorbilidad entre los trastornos de aprendizaje, que en la mayoría de ocasiones no existen aislados, sino interconectados entre sí, como veremos más adelante, destacando el caso de la alta comorbilidad del TDAH con otros trastornos (Brown, 2000; Martínez Zamora et al., 2009; Rodríguez Molinero et al., 2009).

2.2 Dificultades de aprendizaje en matemáticas

Las matemáticas son una de las áreas más problemáticas en cuanto al rendimiento de los alumnos, al menos así lo reflejan diferentes pruebas estandarizadas internacionales (ver Friz Carrillo et al., 2009). El fracaso del aprendizaje de las matemáticas, además, no está solo configurado por las habilidades matemáticas del alumnado, sino que otros factores

como los procesos lingüísticos entran en juego a la hora de responder correctamente a una pregunta o resolver un problema (Ramírez, 2018).

2.2.1 Conceptualización

Las dificultades de aprendizaje en matemáticas (DAM de ahora en adelante) pueden ser conceptualizadas de diferentes maneras. Autores clásicos comenzaron por conceptualizar las DAM bajo el término “mathematical disability”, evolucionando dicho término a “mathematical learning disabilities”, haciendo referencia a todas las situaciones en las que el aprendizaje de las matemáticas se ve dificultado (Geary, 1993, 2011). Por otro lado, también existen autores que proponen que las DAM se deben denominar bajo el término “developmental dyscalculia”, considerando esto como una discapacidad en el aprendizaje de las habilidades aritméticas (Kaufmann et al., 2013; Temple, 1997).

A la vista de las clasificaciones propuestas, se observan diferentes terminologías para hacer referencia a un mismo problema: las dificultades con las matemáticas. Para este trabajo nos acercamos más a la clasificación propuesta por Rubinsten & Henik (2009), quienes realizan una diferenciación entre discalculia del desarrollo (developmental dyscalculia) y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (mathematical learning disabilities), refiriéndose la discalculia, fundamentalmente, a las dificultades con las habilidades numéricas básicas y las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas a aquellos problemas relacionados con el déficit de capacidades cognitivas generales. En el siguiente apartado se conceptualizará la discalculia de forma más exhaustiva, por lo que ahora se comentará exclusivamente el marco referencial de las DAM.

Para continuar con la conceptualización de las DAM se propone el enfoque teórico de Friz Carrillo et al. (2009), en el que se propone que las DAM implican un menor rendimiento en el área de matemáticas que lo que se esperaría por edad cronológica y desarrollo mental sin poder explicar estas dificultades por un bajo CI y teniendo una escolaridad regular.

Dentro de las DAM existen dificultades más recurrentes y otras que son más ocasionales. Según García (2001) Las dificultades que se muestran con mayor frecuencia suelen estar asociadas al dominio de la numeración, mostrando problemas a la hora de contar, de representar visualmente los datos y de codificar la información. También encontramos

que el principal obstáculo en la resolución de problemas es el lenguaje, ya que si existen problemas con la comprensión de términos y conceptos los problemas no serán comprendidos correctamente y, por tanto, no serán bien resueltos. Son recurrentes también los problemas de encolumnamiento, asociados típicamente a un bajo desarrollo de las habilidades visoespaciales. Con menor frecuencia encontramos dificultades asociadas a los trastornos por déficit de atención, los cuales hacen más complejo el proceso de reconocimiento de signos matemáticos y suponen problemas en el procesamiento auditivo.

Esto implica que en este trabajo se va a considerar que las DAM son un constructo muy amplio, en el que se incluyen todas aquellas variables que configuran las dificultades, incluyendo por tanto a la discalculia como una parte dentro de ellas.

2.3. La Discalculia

La discalculia es la gran desconocida dentro de los trastornos de aprendizaje característicos en la escuela. A pesar de tener una prevalencia similar a otros trastornos de aprendizaje como la dislexia y una alta comorbilidad con trastornos como la mencionada dislexia o el TDAH su detección y el conocimiento sobre ella no son comparables.

Es por eso que se ha querido elaborar un marco referencial que no solo sitúe la discalculia en lo que es hoy en día, sino que también muestre sus antecedentes y profundice en los aspectos más técnicos como el diagnóstico, los síntomas o el tratamiento, aspectos que aparecerán durante la investigación.

2.3.1 La discalculia como trastorno específico del aprendizaje

Los trastornos de aprendizaje, como se comentó anteriormente, fueron definidos a finales del siglo XIX, pero no fue hasta el año 1908 en el que Lewandowsky & Stadelmann (1908) hicieron una distinción entre los trastornos del cálculo y los del lenguaje.

Posteriormente, Henschen (1925), estableció una diferencia entre “kalkulia”, capacidad asociada a la habilidad para calcular y “akalkulia”, negación de la habilidad para calcular. Estos conceptos se definieron en base a términos médicos, asociando la acalculia a la pérdida de capacidad para hacer combinaciones numéricas en base a una disfunción

cerebral. En base a la definición de estos conceptos, un año más tarde Berger (1926) hacía una distinción entre “acalculia primaria” y “acalculia secundaria”, entendiendo la acalculia como una patología que afectaba tanto al cálculo como a otras habilidades, tales como alteraciones verbales, espaciales y de razonamiento.

En la década de los 40, Gerstmann (1940) entendía la discalculia como el resultado de una lesión cerebral que dificultaba las operaciones aritméticas (tanto simples como complejas), las operaciones con números y las conversiones numéricas de números complejos a números simples. Además, se añade la asociación con la agrafía y la desorientación lateral, encontrando las primeras comorbilidades del trastorno mediante la exploración cerebral.

Según avanzó el estudio se fueron sucediendo las definiciones del término bajo el nombre *developmental dyscalculia* (discalculia del desarrollo). Bakwin y Bakwin (1960) definían el término como “dificultad con el conteo”, Cohn (1961) lo definía como “fracaso en el reconocimiento o la manipulación de los números en una cultura avanzada”. Además de esto, otros autores relevantes también propusieron definiciones, tratando de completar y precisar la definición (ver Gerstmann, 1957 y Alexander & Money, 1966). Sin embargo, fue Kosc (1970) el primero que dio una definición completa, definiendo la discalculia como:

La discalculia del desarrollo es un desorden estructural de las habilidades matemáticas que tiene origen en un desorden genético o congénito de aquellas partes del cerebro que son el sustrato anatómico-fisiológico directo de la maduración de las habilidades matemáticas adecuadas a la edad, sin ningún desorden simultáneo del resto de las funciones mentales (p.192).

La diferencia fundamental entre las definiciones dadas por Cohn (1961), Bakwin y Bakwin (1960), Gerstmann (1957) y Alexander & Money (1966) y la que nos ofrece Kosc (1970) es la inclusión del aspecto genético y congénito. Mientras que los primeros autores la definen con base a dificultades matemáticas, Kosc incluye la procedencia, destacando que el problema tiene origen en el cerebro. Además, este autor, en 1974, establece una serie de categorías básicas en la discalculia:

- **Discalculia verbal:** la persona presenta dificultades a la hora de designar verbalmente términos y relaciones matemáticas, los nombres de las cantidades, las operaciones y los símbolos.
- **Discalculia practognóstica:** la persona presenta dificultades con la manipulación de objetos reales y con sus representaciones figurativas, así como con la enumeración, la comparación y la estimación de cantidades.
- **Discalculia léxica:** la persona presenta problemas a la hora de leer símbolos matemáticos como dígitos, signos y operaciones escritas, confundiendo habitualmente las posiciones (por ejemplo 34 y 43).
- **Discalculia gráfica:** la persona presenta problemas en la manipulación escrita de símbolos. Esta categoría suele darse cuando la persona además de tener discalculia también posee dislexia o disgrafía, impidiendo que pueda escribir números dictados.
- **Discalculia ideognóstica:** la persona tiene dificultades en la comprensión de los conceptos matemáticos y el cálculo mental, presentándose de forma clara cuando es muy difícil realizar cálculos simples.
- **Discalculia operacional:** la persona tiene un grave problema para llevar a cabo operaciones matemáticas, manifestándose cuando se realizan sumas en vez de restas, sumas en vez de multiplicaciones... Se anula la capacidad de llevar a cabo propiedades básicas de la suma como la propiedad conmutativa o la distributiva (Kosc, 1974).

2.3.2. Situación actual de la discalculia

Actualmente la discalculia es considerada un trastorno de aprendizaje específico de las matemáticas según el manual DSM-IV-TR (American Psychiatric Association, 2003). Dentro de nuestro país, la ley educativa actual (LOMCE, 2013) realiza una distinción entre alumnos con necesidades de apoyo educativo (abreviado como ACNEAE) y los alumnos con necesidades educativas especiales (abreviado como ACNEE). Aquellos que se encuentran dentro de la primera clasificación son los que necesitan una atención distinta a la ordinaria, ya sea por mostrar dificultades específicas en el aprendizaje como por tener altas capacidades. El segundo grupo engloba a aquellos alumnos que tienen necesidades educativas especiales provocadas por una discapacidad o trastornos de conducta. A la vista de estas dos clasificaciones, podemos decir que las personas con

discalculia, al igual que las personas con trastornos similares como la dislexia, se consideran dentro del grupo ACNEAE, puesto que este problema se trata como una dificultad específica del aprendizaje.

Como se comentó anteriormente, dentro de este tema predominan los artículos que exploran la discalculia desde el punto de vista psicológico o de la neuroeducación, los cuales se alejan de la educación matemática, de hecho, la mayoría de los artículos en los que aparece la discalculia suelen estar también relacionados con la dislexia y el TDAH, trastornos de aprendizaje con los que la discalculia tiene una alta comorbilidad, tal y como se verá después. Dentro de la educación matemática dominan los artículos sobre diagnóstico y etiología frente a los de medición de eficacia de una reeducación matemática. No obstante, existen autores que han tratado de profundizar en el concepto, conformando las actuales percepciones sobre este trastorno de aprendizaje.

2.3.3 Una aproximación a la definición de discalculia

A partir de los autores mencionados se sucedieron numerosas definiciones del término. El manual DSM-IV-TR (American Psychiatric Association, 2003) define la discalculia como un trastorno de aprendizaje en el que se muestra una capacidad aritmética muy por debajo de lo esperado por nivel de edad, escolarización y cociente intelectual.

Los estudios más recientes muestran que no hay una definición única y acordada por la comunidad de la discalculia, dado que la investigación en este campo es muy reducida y existen numerosos factores que la configuran.

Aun así, es posible hacer una aproximación al concepto. Las aproximaciones terminológicas más recientes definen la discalculia como un trastorno del aprendizaje que afecta a las capacidades aritméticas y matemáticas, que está basada en la neurología por lo que se considera un trastorno evolutivo y que, probablemente, tenga un componente genético (OMS, 2018; Benedicto-López & Rodríguez-Cuadrado, 2019; Sans et al., 2012).

Además de esto, con los conocimientos actuales podemos estimar que la prevalencia de este trastorno de aprendizaje se sitúa entre un 3% y un 6% (Price & Ansari, 2013). Estudios más recientes, en los que se ha realizado una revisión bibliográfica acerca de los estudios de prevalencia de la discalculia arrojan datos desde un 3.4% hasta más de un

20%, siendo lo más común un aproximado de entre el 5% y el 6% (Espina, Marbán y Maroto, en elaboración). Este rango tan grande de porcentajes es debido a la dificultad del diagnóstico, puesto que, como no existe ni una definición consensuada ni hay criterios diagnósticos estándar no es posible concretar más.

2.3.4 Dificultades encontradas en niños con discalculia

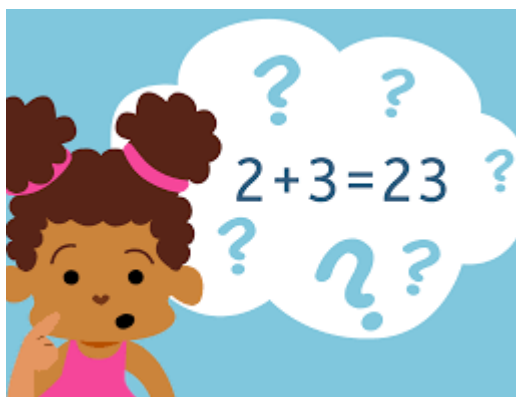
A pesar de no existir una definición concreta para el término, la investigación sí que ha sido capaz de establecer aquellas dificultades o problemas que presentan las personas con discalculia, tratando de establecer unos mínimos criterios para que sea más fácil realizar el diagnóstico.

A nivel general, es muy interesante tener en cuenta los criterios expuestos por Strang & Rourke (1985), ya que son los síntomas más característicos que se encontraron; no obstante, la investigación más reciente ha permitido profundizar más en ellos y discriminarlos mejor. Son los que se exponen a continuación:

- Mala organización espacial de cantidades.
- Baja atención visual.
- Errores en los procedimientos aritméticos
- Dificultades motoras y gráficas a la hora de escribir cantidades.
- Problemas de juicio y razonamiento numérico.
- Mala memoria relativa a las cantidades.
- Baja perseverancia en la resolución de operaciones y problemas.

No obstante, dado que la discalculia es un trastorno del desarrollo, los problemas de las personas con esta dificultad de aprendizaje dependerán en gran medida de la edad y del nivel de escolarización (Sans et al., 2012). Para el caso de la Educación Primaria, etapa en la que nos vamos a centrar, los problemas fundamentalmente se refieren a la numeración, pero existen otros muchos indicadores que pueden hacer pensar que una persona tiene este trastorno de aprendizaje

Figura 2. Pensamiento matemático erróneo. Fuente: Tocamates.



Los problemas que tiene una persona con discalculia en la etapa de Educación primaria son (Sans et al., 2012, 2013; Serra Grabulosa, 2014):

- Mala noción del concepto de cantidad.
- Ejecución incorrecta de ejercicios aritméticos.
- Falta de habilidad para contar.
- Incapacidad para decir la hora.
- Dificultad en la resolución de problemas.
- Poca habilidad para medir.
- Poca habilidad para reagrupar.
- Poca habilidad para estimar soluciones.
- Poca habilidad para ejecutar operaciones aritméticas básicas.
- Confusión en la lectoescritura de los números.
- Déficit en la recuperación de la información aprendida.
- Poca automatización de los hechos aritméticos.
- Uso incorrecto de signos.
- Olvidar el número llevado.
- Mala ubicación de los dígitos.
- Toma demasiado tiempo.
- Elige estrategias poco eficaces.
- Dificultades en el sistema de numeración posicional.

2.3.5. Diagnóstico de la discalculia

Dentro del diagnóstico de la discalculia siguen existiendo grandes problemas puesto que, a pesar de tener establecidos unos criterios más o menos claros sobre como diagnosticarla, siguen existiendo discrepancias en cuanto a la definición, lo que dificulta enormemente la detección y el tratamiento (Benedicto-López & Rodríguez-Cuadrado, 2019).

A pesar de que existen algunas pruebas diagnósticas específicas para este trastorno de aprendizaje no es común utilizarlas, dada la dificultad diagnóstica y la gran cantidad de factores a analizar.

Un diagnóstico de discalculia no solo se debe tener en cuenta la capacidad matemática de la persona evaluada, sino también los factores sociales y ambientales, así como los cognitivos (como cociente intelectual, procesos lectoescritores y procesos psicológicos básicos), con el fin de asegurar que los resultados en las operaciones de cálculo no se han visto afectadas por otros factores (Barrachina et al., 2014). Es por ello por lo que normalmente se utilizan subescalas para medir cada uno de los factores necesarios en el diagnóstico.

En la siguiente tabla se pueden apreciar las pruebas diagnósticas estandarizadas actuales, con las que es posible medir tanto las competencias matemáticas como el resto de las escalas que han de ser tenidas en cuenta en el diagnóstico de la discalculia.

Tabla 1. Pruebas diagnósticas relacionadas con la discalculia. Fuente: elaboración propia a partir de Benedicto-López & Rodríguez-Cuadrado (2019)

PRUEBA	DENOMINACIÓN	BAREMO	AUTORES
TEDI-MATH	Test para el diagnóstico de las Competencias Básicas en Matemáticas	2º ciclo de Infantil- 3º de Primaria	Grégoire, Noël, & Nieuwenhoven, 2015 (adaptado por Sueiro & Pereña, 2015)
TEMA-3	Test de Competencia Matemática Básica	3-8 años	Ginsburg & Baroody, 1983 (adaptado por Núñez & Lozano, 2007)

Prueba de Cálculo y Nivel Matemático		7-12 años	Palomino & Crespo, 2005
Prueba de Aptitud y Rendimiento Matemático		7-12 años	Olea, Ahumada & Líbano 1986
WPPSI-IV	Escala de Inteligencia de Weschler para Preescolar y Primaria	2-7 años	Weschler, 2012 (adaptado por el Dpto de I+D Pearson Clinical and Talent Assessment, 2014)
BADyG-R	Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales- Renovado	De Infantil a Bachillerato	Yuste, Martínez & Galve, 2005
LURIA-DNI	Batería de Diagnóstico Neuropsicológico Infanti	7-10 años	Manga & Ramos, 1991
CUMANÍN	Cuestionario de Madurez Neuropsicológica Infantil	3-6 años	Pérez, Arias & Mateos, 2000
CUMANES	Cuestionario de Madurez Neuropsicológica Escolar	7-12 años	Portellano, Mateos & Martínez- Arias, 2012
BAS II	Escalas de Aptitudes Intelectuales	2-17 años	Elliot, Smith & McCullouch, 1996
PMA	Test de Aptitudes Mentales Primarias	A partir de 10 años	Thurstone, 1938
TEA	Test de Aptitudes Escolares	8-18 años	Thurstone & Thurstone, 2004
BAT-7	Batería de Aptitudes de TEA	A partir de 12 años	Arribas, Santamaría, Sánchez-Sánchez & Fernández -Pinto, 2013

EFAI	Evaluación Factorial de las Aptitudes Intelectuales	A partir de 7 años	Santamaría, Arribas, Pereña & Seisdedos, 2005
BERDE	Batería para la Evaluación Rápida de la Discalculia Evolutiva	De 5 a 12 años	García-Orza, Contreras-Cuevas, Matas-Terrón y Estudillo-Hidalgo, (2014)
Test de riesgo de discalculia de Smartick.		De 6 a 10 años	Smartick, 2021
Dyscalculia Screener		De 6 a 14 años	Butterworth, 2014
EVADAC	Prueba analítica para la identificación y dimensionalización de las dificultades de aprendizaje aritmético	9-12 años	Coronado-Hijón, 2017
PREDISCAL.	Screening de Dificultades Lectoras y Matemáticas.	De 7 a 12 años	Pina-Paredes, Hernández-Pérez, Rabadán-Rubio, Hernández-Pallerés y Fenollar-Cortés (2020)

2.3.6 Comorbilidad de la discalculia

Concretando en los trastornos matemáticos y lingüísticos y partiendo desde los estudios más antiguos hasta los más recientes, encontramos que Badian (1999), a partir de una muestra de 1075 niños y niñas de entre 12 y 14 años, determinó que un 2.2% de ellos tenían dificultades exclusivamente matemáticas, el 6.6% tenía dificultades exclusivamente lectoras y el 3.4% tenían dificultades matemáticas y lectoras al mismo tiempo.

Posteriormente, Dirks et al. (2008), utilizando como criterio diagnóstico el percentil 10, establecieron que el 8% de los niños tenían problemas exclusivamente lectores, el 5.6% tenían dificultades exclusivamente matemáticas y el 1% compartían ambas dificultades.

Resulta interesante comparar este estudio con el realizado por Compton et al. (2012), en el que utilizando como criterio diagnóstico el percentil 15, obtuvieron los siguientes resultados: un 6.6% de los alumnos con problemas en lectura, un 10.1% con dificultades matemáticas y un 3.8% con dificultades en ambas áreas. En la siguiente tabla comparativa se puede apreciar una comparación entre los tres estudios.

Tabla 2. Comparación de comorbilidades de la discalculia. Fuente: elaboración propia a partir de los trabajos que se mencionan en la tabla.

	Badian, (1999)	Dirks et al., (2008)	Compton et al., (2012)
Dificultades en lectura	6.6%	8%	6.6%
Dificultades en matemáticas	2.2%	5.6%	10.1%
Comorbilidad entre lectura y matemáticas	3.4%	1%	3.8%

La comparación de estas tres medidas nos indica que, normalmente (a excepción del primer estudio), el porcentaje de personas que tienen comorbilidad entre ambas dificultades es sensiblemente menor que el porcentaje de las dificultades individuales. No obstante, los porcentajes encontrados en el diagnóstico de ambas patologías supera lo esperable por azar, lo que puede sugerir la existencia de una relación entre las dificultades (Dirks et al. 2008).

Recientemente se está realizando una búsqueda mucho más profunda acerca de la comorbilidad y de la prevalencia de la discalculia con otros trastornos de aprendizaje. Esta indagación llevada a cabo por Marbán, Espina y Maroto, (en elaboración) en un estudio de prevalencia de la discalculia en Castilla y León todavía no ha sido publicada, pero dará datos mucho más concretos y fiables que los presentados.

2.3.7 Intervención en personas con discalculia

La intervención en personas con discalculia aún a día de hoy genera discrepancias, lo cual implica que sea necesario remarcar nuestra posición como investigadores en este ámbito. Si bien es cierto que existen numerosas investigaciones y propuestas de intervención en este sentido (Carcaño, 2019; González Gago, 2020; Rojas et al., 2011), como se dijo previamente, como investigadores hemos de aportar nuestra visión de la realidad, por lo

que, basados en la literatura, se proponen los principios de actuación para la futura reeducación matemática.

2.3.7.1 Enfoques metodológicos y objetivos en el proceso de reeducación

Al igual que el resto de trastornos de aprendizaje, la discalculia debe tratar de detectarse de forma temprana, con el objetivo de prevenir el fracaso escolar del alumno (Millá, 2006). Desde este punto de vista, habrá que realizar un esfuerzo y fijarse en los indicadores anteriormente mencionados para poder diagnosticar a las personas con este trastorno del aprendizaje de cara a una reeducación temprana y eficaz.

La reeducación del alumnado con discalculia debe realizarse de forma individual, teniendo en cuenta que requiere una concentración en los síntomas concretos de cada niño, un mayor trabajo del sentido numérico y del sistema de numeración, lo cual será imprescindible para poder cumplir con los estándares curriculares consiguiendo que el alumno tenga más conocimientos y un mayor sentimiento de competencia (Sans et al., 2012; Serra Grabulosa, 2014).

Según Sans et al. (2017) Los programas de reeducación para personas con discalculia, además de trabajar lo anterior, deben estar enfocados en:

- Comprender el sistema numérico a través de diferentes representaciones, tales como los números arábigos, material no simbólico, fichas o flashcards con representaciones de cantidades...
- Afianzar la representación numérica en una línea mental, comenzando con cifras pequeñas y aumentándolas paulatinamente.
- Profundizar en el sistema de numeración decimal mediante los conceptos de unidad, decena y centena, utilizando para ello el conteo y la composición y descomposición de números.
- Trabajar la comprensión de las operaciones de suma y resta a través de distintos formatos numéricos.

Asimismo, los programas de reeducación de la discalculia deben estar basados en los principios de Ausubel (1968) y Vygotsky (1931), partiendo de los conocimientos previos y situando a los alumnos en su zona de desarrollo próximo.

Para llevar a cabo el trabajo de estos conceptos básicos, así como de los conceptos más avanzados según la evolución de la persona, han de tomarse una serie de consideraciones metodológicas. Sanguinetti & Serra Grabulosa (2015) proponen que las adaptaciones deberían fomentar el:

- Dar una cantidad mayor de tiempo para resolver ejercicios.
- Usar materiales y estrategias que permitan modelizar las matemáticas de forma menos abstracta.
- Priorizar el uso de manipulativos con los que se pueda experimentar, usando diferentes materiales para favorecer la multisensorialidad.
- Usar un formato cuadriculado para facilitar la ubicación espacial de los números.
- Modelizar o esquematizar los problemas para favorecer su resolución.
- Tratar de focalizar la atención en situaciones concretas, tratando de evitar las distracciones.
- Revisar los ejercicios para aprender de los errores.

Mediante el enfoque propuesto por Sans et al. (2017) y las directrices de Sanguinetti & Serra Grabulosa (2015) podemos abordar una serie de objetivos concretos a trabajar con las personas con discalculia. Estos objetivos son:

- 1) comprender el valor de cada número y su relación con los otros, 2) entender la composición/descomposición de los números, 3) contar de manera precisa y flexible, 4) entender el uso de múltiplos de 10, 5) automatizar los aprendizajes, 6) aumentar la confianza con los números y las matemáticas y 7) aplicar lo aprendido a la vida real (Benedicto-López & Rodríguez-Cuadrado, 2019).

A partir de las directrices y las consideraciones metodológicas propuestas es posible comenzar a elaborar la planificación de una propuesta de reeducación de la discalculia, siempre teniendo presente que no existe una propuesta única para todos los niños. Como hemos visto anteriormente, los síntomas presentados pueden ser múltiples y diversos, por lo que no puede haber una única forma de llevar a cabo la reeducación, sino que será fundamental trabajar los síntomas concretos que tiene cada niño bajo las consideraciones

metodológicas y los enfoques que se recomiendan en la literatura, siendo necesario un modelo matemático adecuado para poder llevarla a cabo.

2.3.7.2 Modelo CPA en reeducación de personas con discalculia

El modelo CPA o Concreto-Pictórico-Abstracto nace de las ideas de Jerome Bruner, que propuso que el docente debe ser capaz de crear situaciones didácticas en las que el alumnado fuera capaz de desarrollar los conceptos mediante la resolución de problemas, estimulando su pensamiento y favoreciendo las relaciones (Alonso Tello et al., 2013).

Zoltan Dienes abogaba por una educación matemática basada en el principio del dinamismo, que entiende que los conceptos abstractos que conforman las matemáticas parten de la experiencia. Además, defendía que las matemáticas deben ser tratadas como una actividad creativa, que los conceptos y estructuras deben relacionarse con los conjuntos cognitivos con los que tienen mejor transferencia y que las habilidades matemáticas están relacionadas con la habilidad para representar situaciones simbólicamente (Bart, 1970).

Figura 3. Regletas manipulativas. Fuente: Aprendiendo matemáticas.



De esta forma, el modelo CPA propone una metodología de trabajo en la que se busca tener un acercamiento al concepto mediante tres fases diferenciadas. En una primera fase, concreta, es necesario que exista un material tangible que sea el que represente el objeto matemático. En la segunda fase, pictórica, se representará el objeto matemático mediante un dibujo de este. En la tercera fase, abstracta, se utilizarán los símbolos y caracteres

numéricos que representan al objeto numérico en cuestión (Espinoza et al., 2016). Esta secuencia estará acompañada por el estudio de las relaciones numéricas, tratando de estimular un pensamiento profundo para lograr la comprensión del objeto matemático y de los algoritmos que se llevan a cabo, logrando un aprendizaje significativo mediante el entendimiento de las matemáticas y dejando de lado la mecanización y memorización (Fonseca et al., 2017; López, 2017).

Como se ha visto anteriormente, las personas con discalculia tienen grandes problemas a la hora de enfrentarse a conceptos abstractos, por lo que se debe partir con ellos desde modelos concretos, manipulativos, que les permitan tener una comprensión profunda del fenómeno matemático al que se están refiriendo. Por este motivo, el modelo CPA puede ser una herramienta metodológica muy adecuada en el proceso de reeducación y tratamiento de personas con discalculia. Además, el modelo CPA también permitirá llevar a cabo un trabajo multisensorial, en el que haya diferentes representaciones del mismo objeto matemático, lo cual es una de las adaptaciones propuestas por Sanguinetti & Serra Grabulosa (2015) para trabajar con estas personas.

2.4 Alfabetización matemática

Desde el nacimiento, los seres humanos empiezan a desarrollar una habilidad innata para el cálculo. La manipulación de cantidades concretas es una de las habilidades que primero se desarrollan en los niños, permitiendo reconocer y cuantificar lo que les rodea (Ardila & Rosselli, 2002; Sans et al., 2013). Tal es así, que podemos ver como niños de 4 meses de vida son capaces de reconocer y discriminar entre 3 y 6 artículos (Antell & Keating, 1983). La capacidad de reconocer ítems, así como otras capacidades cuantitativas innatas, tales como las competencias aritméticas, el pre-conteo, la numerosidad y la ordinalidad son competencias básicas atribuidas a los seres humanos, que posteriormente se desarrollan para formar los conceptos numéricos y permitir el conteo (Geary, 2004).

En la etapa de Educación infantil es en la que se da una mayor importancia al conteo, tanto por su utilidad en el día a día como por ser la base que sustentará las operaciones aritméticas posteriores (Arteaga & Macías, 2016; Cuida et al., 2019). El conteo, como hito en el desarrollo matemático del niño, ha sido categorizado por numerosos autores,

destacando entre ellos a Fuson & Hall (1992), que definieron las fases del conteo y a Gelman & Gallistel (1978), que establecieron los principios del conteo.

El desarrollo para la habilidad del cálculo continúa por la aritmética temprana, habilidad que se sustenta en el conteo y permite comenzar a realizar las operaciones básicas de suma y resta utilizando estrategias de conteo más avanzadas (Kilpatrick et al., 2001). Posteriormente, se añaden los esquemas parte todo, en los que se concibe el número como un todo divisible en partes más pequeñas que lo conforman, culminando este recorrido en otros conceptos más complejos como los de unidad, decena, centena... que permiten dar el paso al trabajo del sistema de numeración decimal (Cid et al., 2003; de Castro Hernández et al., 2015). Este trabajo suele realizarse en el último curso de Educación Infantil y en los primeros cursos de Educación Primaria.

Después de la aritmética temprana, en la que se tienen en cuenta las operaciones de suma y resta, se tiende a ampliar las competencias que debe adquirir el alumnado, tratando operaciones más complejas como la multiplicación y la división. Durante el desarrollo de estas competencias y hasta los trece años aproximadamente, se va reduciendo paulatinamente el conteo con los dedos, aunque se sigue utilizando el conteo en voz alta (Grafman, 1988; Siegler, 1987).

No obstante, el desarrollo de la habilidad para el cálculo de un niño no tiene por qué darse necesariamente de esta forma, aunque sea la trayectoria más común, puesto que habrá numerosos factores sociales, ambientales y genéticos que influyan. Un proceso de enseñanza-aprendizaje en el que no primen los materiales manipulativos en la etapa de educación primaria puede hacer que este desarrollo se vea dificultado, acarreando problemas en el desarrollo matemático del niño. Asimismo, la existencia de dificultades de aprendizaje tales como la discalculia o el TDAH pueden hacer que esta trayectoria de aprendizaje también se vea afectada.

Figura 4. Policubos usados para el aprendizaje de la suma. Fuente: Pasión por la educación.



Por estos motivos, además de conocer cuál es el camino común en la alfabetización matemática de un niño resulta necesario tener en cuenta otros constructos teóricos que den respuesta a los enfoques necesarios para abordar la alfabetización. No obstante, resulta relevante comentar que el constructo de “alfabetización matemática” cada vez tiene una mayor relevancia, figurando ya en las evaluaciones estandarizadas de TIMSS y PISA.

Así, encontramos que, actualmente, los marcos teóricos más utilizados y explorados que configuran lo que en este trabajo se entiende como alfabetización matemática son el de competencia matemática y el sentido numérico, los cuales nos servirán tanto para saber los principios que han de llevarse a cabo en un proceso de enseñanza-aprendizaje como la teoría que subyace todo aquello que nos encontraremos en la implementación de dicho proceso.

2.4.1 Competencia matemática

El concepto de competencia ha sido muy explorado en los últimos años en nuestro país, sobre todo desde que las leyes educativas han incluido las competencias básicas de la etapa de Educación Primaria dentro del currículum educativo. Sin embargo, el concepto de competencia no es algo novedoso, ya en 1950 el lingüista Chomsky definía la competencia lingüística bajo los principios de saber y saber hacer, es decir, de tener

conocimiento y saber aplicarlo, sentando las bases de lo que posteriormente comprendería el concepto de competencia (M. Ortiz et al., 2015).

En las múltiples definiciones que se han elaborado posteriormente se han incluido los constructos del conocimiento y de la aplicación del conocimiento, pero se han complementado con otros como la necesidad de aplicación de los conocimientos al entorno, proponiendo que ser competente en una materia no está relacionado únicamente con la posesión de los conocimientos y de su aplicabilidad, sino que también es necesario conocer lo que rodea a esos conocimientos (ver trabajos de Jonnaert et al., 2008; Mertens, 1996; Pavié, 2011).

Para este trabajo nos centraremos en la definición propuesta por la Orden ECD 65/2015, en la que se define la competencia tanto bajo los principios expuestos anteriormente como bajo otras variables relevantes como la motivación, los valores éticos y los componentes sociales (véase la orden ECD 65/2015).

Una vez conocido el concepto de competencia general se hace necesario centrar la atención en la competencia específica que se va a trabajar en este caso: la competencia matemática. Para Chamorro (2003), “ser competente matemáticamente debe relacionarse con ser capaz de realizar determinadas tareas matemáticas y comprender por qué pueden ser utilizadas algunas nociones y procesos para resolverlas, así como la posibilidad de argumentar la conveniencia de su uso”. Además, esta autora expone en su libro una serie de dimensiones que han de adquirirse para conseguir la competencia matemática, relacionadas con el desarrollo de destrezas y la comprensión conceptual de contenidos, así como unas consideraciones didácticas que deberían ser tenidas en cuenta a la hora de trabajar las matemáticas, basadas en el número, la numeración y los algoritmos.

Además de tener en cuenta la definición, dimensiones y consideraciones didácticas expuestas por Chamorro (2003), se tendrán en cuenta las ideas clave para la evaluación de la competencia matemática, teniendo especialmente en cuenta la evaluación del proceso por encima del resultado (véase Alsina 2018).

2.4.2 Desarrollo del sentido numérico

El sentido numérico es un concepto considerado moderno, cuya definición aún no está totalmente delimitada, dada la complejidad que entraña por el uso de la palabra “sentido”. No obstante, determinados autores establecen que el sentido numérico hace referencia a capacidades matemáticas relevantes, tales como el cálculo mental flexible, la estimación o el razonamiento cuantitativo (Godino et al., 2009; Greeno, 1991). El National Council of Teachers of Mathematics (1989) asoció el sentido numérico con cinco componentes, siendo los siguientes:

1. Significado del número
2. Relaciones numéricas
3. Tamaño de los números
4. Operaciones con los números
5. Referentes para los números y cantidades.

Es decir, el desarrollo del sentido numérico pasa por adquirir competencias relacionadas con el conocimiento profundo de los números y de las operaciones, reconociendo el objeto matemático y entendiéndolo.

Para este estudio es muy relevante el estudio de Berch (2005), quien realizó una lista de 30 ítems de los rasgos más característicos que configuran el sentido numérico. Al observar esa lista, nos percatamos que muchos de ellos, como por ejemplo las habilidades de estimar, comparar y descomponer o el entendimiento de los significados y relaciones numéricas coinciden con los síntomas de la discalculia descritos por Sans et al. (2012, 2013) y Serra Grabulosa (2014).

Esto deja entrever una posición teórica determinante en este trabajo, puesto que aquello por lo que se trabajará es por desarrollar el sentido numérico, trabajando aquellas facetas de este que se encuentren menos consolidadas usando la adquisición de competencias como vía para el trabajo del sentido numérico.

3. Metodología

En toda investigación resulta fundamental establecer una metodología, que será la que permita aportar un método fiable y replicable a la misma. Para esta investigación en concreto, se plantea un marco metodológico que comienza explorando el paradigma que se utilizará, continua con el enfoque de investigación y finaliza con el método concreto utilizado, quedando así expuesto desde lo más general a lo más particular.

3.1 Paradigma de investigación

Un paradigma de investigación es una concepción subjetiva sobre el mundo, sobre las relaciones que se establecen en él y sobre el lugar que ocupa el individuo, configurado por suposiciones interpretativas que sirven de base para abordar las problemáticas a investigar (Flores Fahara, 2004; Kuhn, 1962).

Definir un paradigma de investigación es fundamental para poder avanzar en el proceso investigador ya que, es necesario tener una percepción clara de las aproximaciones que pretende hacer el investigador hacia el objeto de estudio investigado de una forma legítima, válida y razonable, siendo el paradigma un prisma desde el que mirar la realidad de una forma determinada (Guba & Lincoln, 1994; Patton, 1990).

Actualmente, según Guba & Lincoln (1994) hay cuatro paradigmas en los que pueden basarse las investigaciones: positivismo, post-positivismo, constructivismo y teoría crítica. En este caso, para situarnos dentro de uno de los paradigmas propuestos, se responderá a las tres preguntas que Guba & Lincoln (1994) proponen para posicionarse dentro de un paradigma:

1. Pregunta ontológica: ¿Cuál es la forma y naturaleza de la realidad?
2. Pregunta epistemológica ¿Cuál es la naturaleza de la relación entre el conocedor o el posible conocedor y qué es aquello que puede ser conocido?
3. Pregunta metodológica ¿Cómo el investigador puede descubrir aquello que él cree puede ser conocido?

En nuestro caso, consideramos que la realidad es un entramado social donde no existe una verdad absoluta, sino que existen interacciones entre los distintos agentes que la

conforman, lo que al ser investigado puede ser descubierto. La investigación, por tanto, se basa en reflejar las distintas realidades parciales que conforman la sociedad y reflexionar sobre ellas bajo un marcado carácter filosófico. Para ello, el investigador tiene una relación cercana con lo investigado que, al ser de marcado carácter social, suelen ser personas; esto implica que el investigador y los investigados deben tener una relación de mutuo conocimiento, en la que ambas partes están implicadas.

La respuesta a las tres preguntas planteadas hace que nos situemos en un paradigma de forma muy clara: el paradigma constructivista.

3.1.1 El paradigma constructivista.

El paradigma constructivista aparece por la necesidad de realizar un contraste entre las ciencias naturales y las sociales. En las primeras tiende a considerarse la existencia de un conocimiento absoluto, mientras que en las segundas, las que el paradigma constructivista aborda, no existe una verdad universal, sino que se consideran los saberes como construcciones sociales en cambio continuo que pueden obtenerse mediante la exploración del interaccionismo social y la movilización de recursos representacionales y persuasivos (P. Berger & Luckman, 2003; Gergen, 2007; Ramos, 2015).

Según Garrido & Álvaro (2007), el constructivismo es el paradigma que rompe la clásica tradición de cuantificar una única realidad y critica las ontologías positivistas y post-positivistas mediante la reflexión epistemológica, dando lugar a la obtención de conocimiento a partir de los cambios filosóficos y sociológicos.

Según la este paradigma, la realidad se construye socialmente, mediante las interacciones de los distintos sujetos participantes en el proceso investigativo, lo que implica que los valores del investigador estarán presentes en la investigación; además, es un tipo de paradigma que arroja resultados no generalizables a otros contextos y tiempos (Hernández et al., 2010).

Para situarnos dentro de este paradigma hemos dado respuesta a las tres preguntas planteadas por Guba & Lincoln (1994). Las respuestas que sitúan a una investigación dentro de este paradigma, no obstante, deberían estar orientadas en las siguientes líneas:

1. La respuesta a la pregunta ontológica no debe estar orientada a tratar de predecir fenómenos o transformar el mundo real, sino a reconstruirlo, dentro de la concepción de que la realidad es dinámica y parte de las percepciones de cada individuo, implicando la existencia de numerosas interpretaciones de la realidad (Flores Fahara, 2004).
2. Dentro de la pregunta epistemológica encontramos que el sujeto o sujetos de estudio y el investigador deben estar relacionados puesto que, como la realidad es dinámica y subjetiva, la información se obtiene de la interacción subjetiva entre los componentes de la investigación, contemplando la figura del investigador como un miembro más de la realidad a investigar, igual de importante que el resto (Guba & Lincoln, 1994).
3. Finalmente, en el apartado metodológico, según el paradigma constructivista, dada la interacción constante entre los distintos agentes que intervienen en la investigación, será necesario realizar descripciones e interpretaciones de los fenómenos a investigar, teniendo en cuenta a los participantes, al investigador y a las relaciones establecidas entre ambos, pudiendo construir una realidad acordada (Flores Fahara, 2004).

3.2 Enfoque de investigación: enfoque cualitativo

Una vez establecido el paradigma se ha de establecer el enfoque de la investigación. Esta investigación, dado su enfoque ontológico, epistemológico y metodológico debería enmarcarse, tal y como se recomienda para un paradigma constructivista, dentro de un enfoque cualitativo, ya que, según Guba & Lincoln (1994), tanto el paradigma de teoría crítica como el paradigma constructivista sirven como fundamentación para un enfoque de investigación cualitativo.

El enfoque cualitativo es, fundamentalmente, expuesto y desarrollado de forma inicial por Max Weber, quien expone que en las Ciencias Sociales han de tenerse en cuenta tanto el contexto como los significados subjetivos de los fenómenos además de las mediciones objetivas que se hagan.

Este enfoque busca entender los fenómenos en su contexto, obteniendo información a partir de las descripciones de situaciones, lugares, textos, personas... por ello es el más

utilizado a la hora de descubrir y refinar preguntas de investigación (Cuenya & Ruetti, 2010).

Así, el enfoque de investigación cualitativo incluye investigaciones centradas en el lenguaje (interaccionismo simbólico y etnometodología e investigaciones etnográficas), en patrones (teoría fundamentada e investigación acción) y en significados de textos o actos (fenomenología, investigación participativa y hermenéutica), las cuales deberán ser trianguladas mediante la toma de datos, el realismo o el uso de software de análisis cualitativo (Hernández et al., 2010; Sautu, 2003).

Figura 5. Investigación cualitativa centrada en las personas. Fuente: ABACO en red.

INVESTIGACIÓN CUALITATIVA



El enfoque cualitativo ha recibido numerosas críticas a lo largo del tiempo debido a lo que se ha denominado “falta de validez externa”, puesto que los resultados que arroja este tipo de investigaciones no son generalizables dado que se busca entender los fenómenos dentro de su contexto. Sin embargo, es necesario destacar la alta validez interna de estos estudios, la cual se puede obtener mediante descripciones detalladas de los comportamientos e interacciones interpersonales o de los documentos y fuentes analizados (Cuenya & Ruetti, 2010).

Atendiendo a las características de un enfoque cualitativo, según el libro de Hernández et al. (2010) estas características son:

1. El investigador no tiene un proceso absolutamente cerrado, sino que el proceso se adapta para poder dar respuesta a la pregunta de investigación.

2. El enfoque cualitativo se usa primero para descubrir y después para refinar.
3. Las investigaciones cualitativas tienden a seguir procesos inductivos, en los que primero se da la acción, se explora y describe y posteriormente se puede llegar a producir una perspectiva teórica. Normalmente, la perspectiva teórica se fundamenta a partir de numerosos casos o estudios cualitativos.
4. Los estudios cualitativos no prueban ninguna hipótesis inicial, sino que se formulan y refinan durante el desarrollo del estudio a la vez que se obtienen los datos.
5. La recolección de datos se realiza mediante métodos no estandarizados, puesto que no es una recolección numérica, sino un compendio de testimonios, puntos de vista, interacciones, revisiones bibliográficas y otro tipo de fuentes de carácter verbal y no verbal. Podrían definirse los datos cualitativos como descripciones detalladas de todo lo enumerado anteriormente. Esto implica que el análisis de datos es inferencial y no estadístico.
6. Las técnicas de recolección de datos más comunes son la observación no estructurada, las entrevistas, la revisión bibliográfica, las discusiones y la evaluación de experiencias personales, vitales y de interacción.
7. El proceso investigativo es flexible y se compone tanto de los eventos que suceden y se recogen como de su interpretación. El propósito es reconstruir la realidad de forma holística, es decir, sin reducir la cantidad de información y abarcando todos los factores participantes.
8. La interpretación conforma la base que fundamenta el enfoque cualitativo, tratando de entender los comportamientos humanos.
9. El enfoque cualitativo define la realidad a partir de las interpretaciones de los distintos agentes que conforman la investigación, lo que implica la existencia de varias realidades simultáneas (la del investigador y la de los investigados) y dinámicas (que varían a lo largo del estudio). Estas realidades son las fuentes de datos que posteriormente habrá que interpretar.
10. El investigador está dentro del proceso de investigación para poder conocer las distintas realidades a interpretar y debe tener en cuenta que es un agente implicado en el proceso.

11. La investigación cualitativa no tiene por qué ser generalizable, ya que no se analiza estadísticamente, ni replicable, puesto que trata sobre contextos concretos en espacios de tiempo concretos.
12. El enfoque cualitativo tiene como características ser naturalista (estudia al ser humano en su contexto) e interpretativo (intenta dar significado a los fenómenos que suceden de forma inferencial).

El enfoque de investigación cualitativo, por tanto, tiene la finalidad de recoger y analizar inferencialmente los datos para mostrar realidades concretas y dinámicas que puedan aportar diferentes puntos de vista, con el fin de conocer las distintas casuísticas existentes y poder establecer relaciones teóricas al analizar numerosos casos o investigaciones similares.

3.3 Diseño metodológico

La situación planteada para esta investigación partió de la premisa expresada previamente de la necesidad de abordar la reeducación matemática de personas con discalculia personalizando la propuesta para cada caso abordado. De esta forma, una investigación orientada a comprender las características propias de una persona con discalculia para establecer una propuesta de reeducación matemática adaptativa y ajustada a estas características y necesidades debe enfrentarse a preguntas del tipo “cómo” y “por qué” en unas coordenadas muy concretas y especiales, lo cual parece sugerir como diseño metodológico óptimo el que plantean los estudios de caso (Stake, 1995; Yin, 1994).

3.3.1 El estudio de caso: conceptualización.

La metodología del estudio de casos ha sido muy explorada y definida en los últimos años, teniendo como referente de su estudio a Robert Stake. Este autor propone que “el estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stake, 1995).

Otros autores, definieron el estudio de caso como “el examen de un caso en acción” (Macdonald & Walker, 1975), haciendo hincapié en el concepto “caso”, entendiéndolo como una meta de generalización, comenzando por explorar lo particular, el “caso”, con

el fin de poder realizar una trayectoria inductiva, partiendo de lo particular y viajando hacia lo general.

Posteriormente, se empezó a concebir el estudio de caso como una búsqueda de fenómenos concretos dentro de sus contextos correspondientes, pudiendo considerarse como “casos” todos los objetos de estudio que presentasen cualidades únicas dentro de un contexto determinado (Yin, 1994).

Más recientemente, el estudio de caso se ha definido como:

Una investigación exhaustiva y desde múltiples perspectivas de la complejidad y unicidad de un determinado proyecto, política, institución, programa o sistema en un contexto “real”. Se basa en la investigación, integra diferentes métodos y se guía por las pruebas. La finalidad primordial es generar una comprensión exhaustiva de un tema determinado (por ejemplo, en una tesis), un programa, una política, una institución o un sistema, para generar conocimientos y/o informar el desarrollo de políticas, la práctica profesional y la acción civil o de la comunidad. (Simons, 2011, p. 42)

Todas estas definiciones tienen un eje común: el estudio de la particularidad. El estudio de casos tiene como finalidad estudiar un fenómeno determinado dentro de su entorno, con el fin de entender la naturaleza que hace que ese caso sea único y particular (Simons, 2011).

Figura 6. Estudio de caso. Fuente: Clickpages



Dentro de este estudio nos situaremos en el marco referencial de un estudio de caso cualitativo. Los estudios de caso con un enfoque de investigación cualitativo permiten al investigador valorar las distintas perspectivas existentes en el caso, pudiendo tener en cuenta el contexto que rodea la investigación (Simons, 2011). Asimismo, según la misma autora, este tipo de estudio nos permite tener una visión particular del mundo, que puede contrastarse con la visión de los sujetos investigados, alejándonos de los paradigmas de tradición positivista que presumen una realidad objetiva, lo que significa que nos situaremos en el paradigma constructivista ya explicado anteriormente.

No obstante, situarnos dentro de un enfoque cualitativo no impide la posibilidad de utilizar en determinados momentos métodos de obtención de datos cuantitativos, dado que lo que determina la metodología de “estudio de caso” es el hecho de estudiar la particularidad de una situación y no la forma en la que se obtienen la información de ese caso (Adelman et al., 1980; Stake, 1995; Yin, 1994).

3.3.2 Estudio de caso intrínseco

Una vez conceptualizado el estudio de caso como método de investigación es necesario determinar el tipo de estudio de caso que se va a realizar, ya que según el tipo escogido los métodos empleados serán diferentes. Según Stake (1995), existen tres tipos de estudios de caso:

1. Estudio de caso intrínseco: Es aquel que tiene interés por sí mismo, se estudia el caso por su propio interés intrínseco.
2. Estudio de caso instrumental: Es un estudio de caso en el que se busca responder a preguntas de investigación concretas de otros ámbitos y el caso se escoge para entender otra cosa.
3. Estudio de caso colectivo: En este tipo de estudio de caso se estudian varios casos con el fin de realizar una interpretación conjunta de los mismos.

En este caso concreto se utilizará el estudio de caso intrínseco, puesto que el caso a abordar tiene interés por sí mismo, constituye la fuente de investigación por su propio interés. Es el tipo de estudio de caso ideal si lo que se pretende es abordar un caso único, particular, y no se pretenden generalizar los resultados, sino tener un entendimiento completo de la situación bajo las preguntas de investigación planteadas y la fundamentación teórica recogida (Baxter & Jack, 2008; Stake, 1995).

Cabe preguntarse, entonces, el porqué de la elección del estudio de caso intrínseco para abordar esta investigación. Un estudio de caso intrínseco posee un valor o interés por sí mismo, es decir, es interesante explorarlo por las peculiaridades que posee. En nuestro caso, como se detallará más adelante, el caso a explorar es el de una niña que tiene dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, valorando incluso que pudiera tener discalculia, que ha asistido a dos colegios diferentes, uno con metodología libertaria y otro rural y que, por problemas personales, ha estado un año de su escolaridad alternando un aula hospitalaria y un aula domiciliaria. Por todos estos motivos, resulta de interés explorar si las dificultades o problemas que muestra Teresa obedecen a la presencia de DAM, han podido ser provocadas por la escolarización, por la posible discalculia o por cualquier otro componente no esperado, siendo por tanto un claro estudio de caso intrínseco con un gran interés.

3.4 Diseño del caso

En este apartado se expondrá la preparación previa del caso a estudiar, teniendo en cuenta la planificación y el diseño de este. Esta preparación previa se realizará bajo las directrices para planificar estudios de caso de (Simons, 2011).

3.4.1 Definición del caso

En la definición del caso, según Simons (2011), debe formularse específicamente aquello que va a ser investigado más allá de lo que la investigación sobre el tema aporta en general, es decir, se debe delimitar el “problema de investigación”.

En nuestro caso, el problema de investigación consiste en explorar los procesos de enseñanza-aprendizaje que mejor se adaptan a la reeducación de una persona con dificultades de aprendizaje en matemáticas tratando de conseguir una reeducación matemática eficaz y adaptada a un caso excepcional.

3.4.2 Límites y elección del caso

El caso sobre el que versa este estudio quedó constituido por una única participante: una niña de 12 años. El contexto familiar es favorable en todos los sentidos, tanto afectivos como académicos y socioeconómicos. El historial académico y personal es singular, dado que ha estado escolarizada en tres contextos diferentes. Desde el aula de 3 años en Educación Infantil hasta el tercer curso de Educación Primaria (ambos inclusive) asistió a un colegio con un enfoque pedagógico marcadamente libre en la que el ritmo del aprendizaje es definido mayoritariamente por la maduración e intereses del propio alumnado. Entre los 8 años y los 9 años fue atendida (intermitentemente) en un aula hospitalaria y en un “aula” domiciliaria. Desde los 9 años asiste a un centro ordinario en un aula de tamaño reducido (menos de 15 alumnos), donde está escolarizada en el año que le corresponde cronológicamente (6º curso de Educación Primaria).

Los límites del caso están claramente delimitados, puesto que al ser un caso único no se contará con ningún participante más, lo que significa que no existen subelementos ni casos particulares dentro de la selección.

3.4.3 Diseño del caso

Al diseñar un caso es tan importante el diseño emergente como las preguntas de investigación, ya que es de la conjunción de ambos factores de donde parte el investigador. Por un lado, el diseño emergente permite dar una aproximación inicial al investigador, acercándose al problema a investigar de una forma sistemática y rigurosa, y evolucionando a la vez que lo hace la investigación. Por el otro lado, las preguntas se

encargan de guiar y dar sentido a los actos llevados a cabo durante el proceso, ya que son los interrogantes que se pretenden responder.

Vemos, por tanto, que ambos se retroalimentan, ya que el diseño permitirá tener un plan que permita responder las preguntas y las preguntas serán las que influyan en el planeamiento del diseño.

3.4.3.1 El diseño emergente

El caso sobre el que estamos tratando ha sido conocido de forma básica de forma previa al proceso de reeducación, dado que los datos que se tenían sobre Teresa no eran los suficientes para poder diseñar todo el proceso de reeducación previamente. Por ese motivo, se realizó una evaluación inicial de competencias matemáticas y procesos cognitivos con el propósito de poder diseñar e individualizar la reeducación, así como una valoración del riesgo de discalculia, dado que Teresa no posee un diagnóstico profesional que lo avale.

Una vez se realizó la evaluación inicial se optó por realizar una estructura de sesión concreta (se detalla más adelante), con la finalidad de poder sistematizar la toma de datos. Asimismo, se definieron la metodología docente, los horarios de trabajo, las herramientas de toma de datos y las preguntas de investigación que se pretenden abordar, para poder orientar las sesiones de trabajo hacia la obtención de las respuestas de dichas preguntas.

Durante el desarrollo del proceso de reeducación se han realizado cambios y adaptaciones en la metodología de trabajo y en los horarios, adaptando el proceso de enseñanza-aprendizaje a lo requerido por la alumna con el fin de cumplir los objetivos prácticos establecidos. Hay que tener en cuenta que la reeducación no se realiza bajo los cánones clásicos de una investigación basada en un estudio de caso cuantitativo, en el que se realiza un pretest – intervención – posttest, sino que es la herramienta que nos ayuda a comprender mejor la realidad del caso y contribuir a resolver los problemas que presenta. El diseño detallado del caso se puede apreciar en el apartado 2.6. Pautas de trabajo y proceso de reeducación.

3.4.3.2 Preguntas de investigación

“La pregunta de investigación en los estudios cualitativos condensa aspectos teóricos, temáticos, metodológicos y empíricos, y constituye el eje transversal del proceso de indagación” (Hamui, 2016, p. 50).

Como es de esperar, las preguntas de investigación en estudios cuantitativos y en estudios cualitativos no son iguales. Mientras que en los primeros las preguntas suelen estar dirigidas hacia la obtención de resultados teóricos y empíricos replicables, las segundas suelen estar referidas a las cualidades de determinadas circunstancias. Así, las preguntas de investigación cualitativas pueden hacer alusión a los significados e interpretaciones de sucesos en distintos contextos, dinámicas sociales en entornos determinados, análisis de contenido de diferentes textos, significados otorgados por una determinada cultura... al fin y al cabo, en cualquier investigación se parte de un interés o curiosidad y para comprender la realidad que lo envuelve es necesario responder a las preguntas pertinentes que lo configuran (Janesick, 1994; Maxwell, 2012).

En las preguntas de investigación han de detallarse los problemas que serán tratados en la investigación y han de contener los aspectos teóricos básicos del tema a abordar. Además, las preguntas de investigación han de definir:

¿cuál es el fin de la investigación?, ¿qué temas o problemas abarca?, ¿cuáles son sus objetivos?, ¿qué alcance tiene el estudio?, ¿qué se incluye y qué se excluye?, ¿con qué grado de precisión se abordarán los temas?, ¿se trata de una investigación teórica o aplicada? (Hamui, 2016, p. 51).

Para este caso en concreto, las preguntas de investigación que se plantean son las siguientes:

- ¿En qué aspectos debe focalizarse el proceso de reeducación personalizado para producir mejoras en el ámbito matemático?
- ¿En qué medida las peculiaridades del caso intervienen en las dificultades de aprendizaje en matemáticas observadas?
- ¿Cómo afecta una reeducación matemática basada en abordar los síntomas de la discalculia en una persona que puede no tener este trastorno de aprendizaje?

- ¿Es el contexto escolar un factor relevante en las DAM mostradas en este caso?

Mediante estas cuatro preguntas de investigación se da respuesta a las cuestiones planteadas por Hamui (2016), pudiendo observar que el fin de la investigación es explorar las formas de reeducación matemática personalizada mediante un proceso de reeducación que tiene en cuenta factores personales y contextuales, los problemas abarcados son tanto las DAM (dentro de las cuales se contempla el riesgo de discalculia como una posible fuente de dificultades) como el diseño de la reeducación matemática personalizada, los objetivos son los que se plantearon anteriormente y están relacionados con las preguntas (especialmente los intelectuales), el alcance del estudio es de una sola persona y la investigación es aplicada puesto que se trata de un proceso de reeducación personalizado.

3.4.4 Elección de métodos

Para la obtención y análisis de los datos se ha utilizado el método de la observación participante con toma de notas en un instrumento: el cuaderno de campo. Además, como instrumentos adicionales de toma de datos se han utilizado las pruebas de competencia matemática y de dominios cognitivos, las pruebas de capacidades matemáticas (Panamath y test de riesgo de discalculia de Smartick) y la escala de dominio afectivo de las matemáticas “Maths and Me”.

Figura 7. Observación participante. Fuente: Redacción de Textos Científicos.



Dentro de estos procedimientos el método que mayor relevancia tendrá será la observación participante, puesto que de ella se obtendrán la mayoría de los datos que, posteriormente, se analizarán e interpretarán. Este procedimiento ha sido escogido por ser el más adecuado en el contexto en el que se está realizando la investigación, puesto que gracias a la observación participante y la toma de notas asociada es posible crear una

imagen completa del contexto y de lo sucedido, documentar los incidentes y momentos destacables del proceso de reeducación y poder tener un registro documentado de aquello que ha sucedido en las sesiones con el fin de interpretarlo posteriormente de forma global.

Cabe destacar que la observación en este caso se considera no estructurada, dado que el único diseño limitante en la misma es el propio diseño de las sesiones, lo cual no tiene por qué ser un impedimento para poder captar los datos con la naturalidad que caracteriza a las observaciones no estructuradas.

El resto de los datos obtenidos, de carácter más cuantitativo, servirán para realizar análisis concretos de determinados aspectos con el fin de conocer la situación concreta de Teresa, poder readaptar el proceso de reeducación si fuera necesario y complementar el análisis y la interpretación del caso.

3.4.5 Relaciones en el campo y elección del rol

Las relaciones en el campo de estudio fueron de vital importancia antes de comenzar el estudio. Los padres de Teresa dieron su consentimiento informado para realizar la reeducación y tuvieron la tarea de explicar a Teresa lo que iba a suceder. Por ese motivo, desde un primer momento las relaciones fueron buenas y permitieron que el estudio se desarrollase sin inconvenientes.

Por las características del caso, el rol que adopta el investigador en este caso es el de investigador-participante, puesto que la reeducación se basa en sesiones de refuerzo extraescolares y el investigador es el que actúa de maestro.

3.5 Evaluación inicial

Para poder evaluar el nivel de partida de Teresa se realizaron numerosas pruebas y test, con el fin de medir los distintos aspectos que entrarán en juego de cara a la reeducación matemática. En un inicio, se realizó la prueba de competencia matemática y procesos cognitivos y se usó la escala de dominio afectivo de las matemáticas, para comprobar el nivel matemático, afectivo y de razonamiento de Teresa. Este proceso estuvo acompañado de la ya mencionada observación participante, a partir de la cual también se extrajeron numerosos datos no reflejados en las pruebas (dudas, preguntas, latencia, razonamientos...).

Una vez realizadas las pruebas se valoró el riesgo de discalculia en Teresa, por lo que se decidió realizar un *checklist* con los síntomas más comunes según la literatura científica para comprobar cuáles mostraba y con qué frecuencia y se realizó la prueba de riesgo de discalculia de Smartick.

3.5.1 Competencias matemáticas y procesos cognitivos

Para evaluar el nivel de competencia matemática y los procesos cognitivos relacionados se optó por utilizar la prueba estandarizada de la Comunidad de Madrid. A pesar de que Teresa está cursando 6º de Educación Primaria, el curso que le corresponde por su edad, se decidió utilizar la prueba de competencias de 3º de EP para evitar frustración a la hora de resolver los problemas y poder apreciar los razonamientos que realizaba en cada actividad. La prueba realizada se encuentra situado en el Anexo 1

Para la realización completa de la prueba se utilizaron 4 sesiones, lo que abarca el mes de noviembre entero. Por este motivo, se realizará un análisis por semanas de lo sucedido al realizarla.

3.5.1.1 Primera semana

En la primera sesión en la que se realizó la prueba se resolvieron los ejercicios del uno al ocho, usando una hora y quince minutos para ello. A excepción del ejercicio uno, el cual realizó correctamente, no fue capaz de resolver ningún otro ejercicio. Se observó que ante un ejercicio que no era capaz de resolver la alumna tendía a frustrarse con facilidad, pidiendo si podía saltar de ejercicio, lo cual hizo que los ejercicios 2, 5 y 6 ni siquiera fueran intentados. Los ejercicios 3, 4, 7 y 8 sí que fueron intentados, pero mal resueltos desde su planteamiento, puesto que Teresa no era capaz de modelizar mentalmente ninguna de las situaciones que se presentaban.

En esta sesión se observó que Teresa realiza todos los problemas de forma abstracta, sin modelizar las cantidades de forma manipulativa ni figurativa (a pesar de tener siempre material manipulativo a su alcance). De la misma forma, realiza las operaciones con los algoritmos tradicionales de forma abstracta, pero si se le pregunta por qué los utiliza no sabe responder.

También se observa que el tiempo de respuesta es muy lento, teniendo que pensar cada problema durante un largo periodo, lo cual explica que la realización de la prueba tomara cuatro sesiones. Se midió el tiempo que tardaba en realizar operaciones simples como $12-4$ o $5+3$ y se observó que la latencia de respuesta era de, aproximadamente, unos diez segundos por operación.

Para tratar de explorar la capacidad de cálculo de Teresa se jugó a las “siete y media” con las cartas de la baraja española, lo cual, después de dos partidas, derivó en contar “cuánto suman todas las cartas de la baraja”. Este ejercicio permitió comprobar que la niña no tiene interiorizadas estrategias de cálculo, puesto que no fue capaz de agrupar las cartas de ninguna manera (ni por palos, ni todas las que tengan el mismo número...).

El conteo de la suma de todas las cartas de la baraja se realizó con ayuda de los dedos, una ayuda manipulativa que Teresa trataba de esconder a los ojos del investigador. Después de varios intentos que fracasaron muy pronto, puesto que Teresa se perdía contando, se propuso agrupar cartas y apuntar los resultados para evitar estos problemas, pero Teresa tampoco fue capaz de realizar el conteo completo, puesto que no se acordaba de por qué había escrito los números ni su significado.

En esta sesión se empezaron a intuir algunos de los problemas que se han visto anteriormente en la literatura académica, como el tiempo de respuesta elevado, los errores de razonamiento, la falta de sentido numérico y la dificultad en la recuperación de la información aprendida.

3.5.1.2 Segunda semana

En la segunda semana se continúa realizando la prueba, en esta ocasión los ejercicios del 9 al 13. A partir del último ejercicio realizado Teresa muestra un alto grado de frustración, por lo que se decide dejar de realizar la prueba durante ese día.

En los ejercicios realizados sucede lo mismo que en la semana anterior. Las respuestas siguen siendo erróneas por lo general, realizando razonamientos en silencio y de forma abstracta y el tiempo de respuesta es muy lento.

Durante la realización de los ejercicios la niña mostró un vocabulario matemático muy reducido, sustituyendo términos de vocabulario específico matemático por otros que ella

sí entiende, aunque no se correspondan (por ejemplo, cambia “perímetro” por “lo que hay”). El uso incorrecto de vocabulario matemático específico está unido al desconocimiento de los términos que se indican en los enunciados, por lo que pregunta continuamente el significado de conceptos como “medio kg”, “2 litros” o “tabla de datos”. Esta observación explica la no realización de ejercicios como el 5 del día anterior.

Este día Teresa pidió terminar la suma de todas las cartas de la baraja que comenzó el otro día, pero requirió ayuda para poder terminarlo. Por su actitud se dedujo que ella quiere aprender y es capaz de motivarse intrínsecamente con problemas de matemáticas, pero que se siente incapaz de realizarlos por sí misma, mostrando una baja autonomía. El trabajo conjunto con el investigador dio como resultado la creación de grupos en los que categorizar las cartas, pudiendo realizar la suma de forma organizada y llegando al objetivo, lo cual generó una gran ilusión.

3.5.1.3 Tercera semana

Este día Teresa comienza a realizar la prueba y después de 25 minutos en los que no consiguió hacer ningún problema (intentó varios) pidió parar porque sentía que ese día no iba a poder resolver nada. Aprovechando esta situación, el investigador entabló una conversación con la niña con el fin de conocer su “historia con las matemáticas”, lo cual dio mucha información acerca de su vida pasada y de los sucesos que han determinado la situación actual. Se aprovechó la charla sobre afectividad matemática para pasar la escala de dominio afectivo matemático “maths and me”, cuyos resultados se explican en el siguiente apartado.

Se jugó al tradicional juego de cartas “escoba”, consistente en sumar 15 con las cartas disponibles. Este juego era conocido por Teresa, aunque no había jugado demasiado; no obstante, el juego le motivó mucho, por lo que pidió jugar incluso más allá de la hora límite de clase. Dentro del juego, se apreció que no es capaz de realizar ninguna suma de forma rápida, ya que no hay cantidades subitizadas, por lo que para sumar realizaba conteo con los dedos comenzando desde el número más alto disponible. Se apreció que tampoco era capaz de sumar automáticamente una decena más unidades (por ejemplo $10+2$ o $10+5$), en esos casos también necesitaba realizar el conteo con los dedos.

3.5.1.4 Cuarta semana

En este último día se finalizó lo que restaba de prueba, dejando los ejercicios en los que consideraba que no podría hacer nada en blanco e intentando los que pensaba que podía resolver. Los problemas, al igual que sucedió en días anteriores, se realizaron de forma lenta y, en su mayor parte, errónea, mostrando un nivel de competencia matemática muy bajo. Al igual que el día anterior se jugó a juegos de mesa con cartas y se incluyó un juego que consiste en realizar multiplicaciones de las primeras tablas (multiplicando el resultado que sale en dos dados). A pesar de no saber apenas ninguna multiplicación el juego le motivó mucho, por lo que no hubo problema a la hora de pedir que razonara las multiplicaciones.

3.5.1.5 Valoración general de competencia matemática y procesos cognitivos

Una vez terminada la prueba entera se procedió a introducir los datos en la matriz de corrección asociada a dicha prueba. Esta matriz nos da información detallada sobre los bloques de contenidos y los procesos cognitivos en los que muestra mayor o menor competencia. Se puede ver en la figura 8 situada a continuación.

Figura 8. Matriz de evaluación 1º prueba. Fuente: elaboración propia.

Puntuación total 9/25 = 0.36			Bloques de contenido							
			Números 4/12= 0.33		Medida 2/6= 0.33		Geometría 1/4= 0.25		Incertidumbre y datos 2/3= 0.66	
			Cálculo 2/6=0.33	Resolución de problemas 2/6=0.33	Cálculo 1/3=0.33	Resolución de problemas 1/3=0.33	Cálculo 0/1=0	Resolución de problemas 1/3=0.33	Cálculo 0/1=0	Resolución de problemas 2/2=1
Procesos	Conocer y reproducir 3/9 = 0.33	Acceso e identificación 0/4 = 0	0	0	0			0		
		Comprensión 3/5 = 0.6	0	1			0			2
	Aplicar y analizar 6/11 = 0.54	Aplicación 2/6 = 0.33	1	1	0			0	0	
		Análisis 4/5 = 0.8	1	0	1	1		1		
	Razonar y reflexionar 0/5 = 0	Síntesis y creación 0/4 = 0	0	0				0		
		Juicio y valoración 0/1 = 0						0		

De esta matriz podemos obtener la siguiente información:

- De los 25 ítems 9 son correctos y 16 incorrectos. En una valoración del 0 al 10 la nota sería de 3.6.
- Los procesos en los que peor rendimiento se observa son acceso e identificación (0 puntos sobre 4), síntesis y creación (0 puntos sobre 4) y juicio y valoración (0

puntos sobre 1). Los procesos en los que mejor rendimiento muestra son análisis (4 puntos sobre 5), comprensión (3 puntos sobre 5) y aplicación (2 puntos sobre 5).

- Los bloques de contenido, ordenados de mayor competencia mostrada a menor son: Incertidumbre y datos (2 puntos sobre 5), números y medida (4 puntos sobre 12 y 2 puntos sobre 6 respectivamente) y geometría (1 punto sobre 4).

Además de la prueba realizada hay que tener en cuenta las observaciones y anotaciones que se han realizado durante las cuatro sesiones de valoración previa. De estas observaciones podemos deducir que Teresa tiene dificultades en los conceptos matemáticos básicos, tiende a utilizar el pensamiento abstracto a pesar de que sea mucho más costoso para ella, le da vergüenza utilizar apoyos manipulativos como los dedos, por lo que no los utiliza normalmente, su tiempo de respuesta es muy lento y no tiene miedo al fallo, lo cual le lleva a intentar cosas que, aunque crea que son difíciles, ve capaz de resolver.

Esta prueba no pretende ser un identificador de riesgo de discalculia, ya que tiene grandes limitaciones para ello. Por un lado, no es una prueba validada, sino una prueba estandarizada para medir el nivel de competencia matemática, lo cual nos indica que debemos tratar los resultados obtenidos con cautela. Por otro lado, esta prueba mide la competencia matemática y los procesos cognitivos, pero ni su estructura ni algunos de los ejercicios que aparecen en ella están relacionados directamente con la detección ni con los síntomas de la discalculia. Es por eso por lo que, además de los resultados numéricos de la prueba, toman una gran importancia las observaciones, en las que sí se han podido establecer relaciones directas con los síntomas de la discalculia.

Por todos los motivos expuestos se valora el riesgo de discalculia en Teresa, por lo que, una vez consultada la literatura específica sobre ese tema, se pone en marcha una evaluación de dicho riesgo, lo cual se mostrará en el apartado 3.5.3 Valoración previa de la discalculia (riesgo de discalculia).

3.5.2 Dominio afectivo de las matemáticas

Para medir el dominio afectivo de las matemáticas se ha utilizado el cuestionario Maths and Me de Adelson & McCoach (2011) traducido por Marbán, Maroto, & Palacios (en

elaboración). Este cuestionario, originalmente, está diseñado para medir tres escalas diferentes dentro del dominio afectivo de las matemáticas.

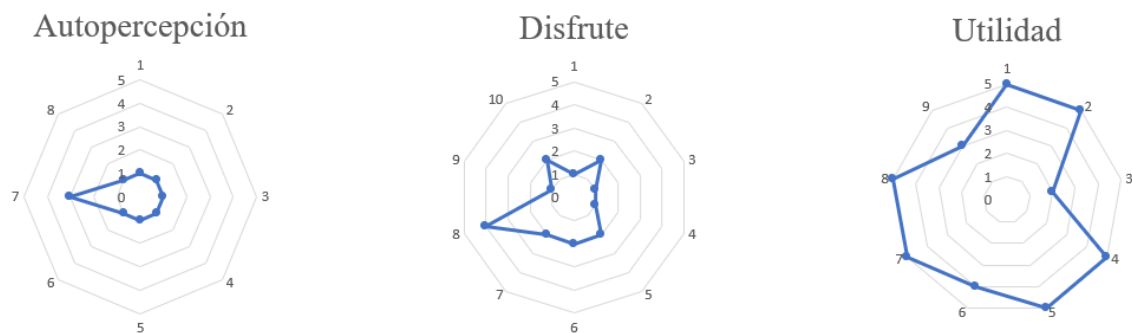
En un primer lugar el cuestionario mide las autopercepciones (Self-perception) del alumno, es decir, la imagen que tiene el alumno de sí mismo respecto a las matemáticas. En segundo lugar, mide el disfrute (Enjoyment), que se refiere al grado de aceptación y afinidad que tiene con las matemáticas. Finalmente, mide la percepción de utilidad (Perceived usefulness), escala en la que se refleja lo que la persona piensa respecto a la utilidad de las matemáticas.

Estas tres dimensiones fueron las propuestas en la escala original Adelson (2006), sin embargo, al realizar una medida más exhaustiva de las características psicométricas del cuestionario descartaron la escala de percepción de la utilidad, dejando únicamente las de autopercepción y disfrute (Adelson & McCoach, 2011).

Para este trabajo, se ha utilizado la escala original, que incluye las tres escalas, puesto que a pesar de que la escala de percepción de la utilidad no cumple las características necesarias de validez, puede suponer una fuente adicional de información a tener en cuenta, siempre y cuando se tomen esos datos con cautela y sabiendo que pueden no ser fiables, motivo por el cual los datos aparecerán en las gráficas que muestran los resultados, pero no serán comentados con profundidad.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos al realizar el cuestionario. En el gráfico se muestran valores del 1 al 5, representando el 1 un muy bajo afecto hacia las matemáticas y el 5 un dominio afectivo muy alto.

Figura 9. Dominio afectivo matemático inicial. Fuente: elaboración propia.



Como podemos observar, los resultados por lo general muestran un dominio afectivo de

las matemáticas problemático, con valores muy bajos en las dos escalas válidas, con algunos picos que se corresponden con respuestas puntuales que tienen un valor alto. Tanto el disfrute como la autopercepción de Teresa son malos, especialmente esta última, algo para tener en cuenta durante la investigación. La escala de utilidad, por su parte, muestra resultados bastante altos.

3.5.3 Valoración previa de la discalculia (riesgo de discalculia)

Teresa, como se ha indicado previamente, no dispone de un diagnóstico profesional que afirme que presenta discalculia, por lo que no es posible asegurar que así sea. No obstante, ante la sospecha del riesgo de padecer este trastorno del aprendizaje, se realizó una valoración previa con base en las recomendaciones que emanan de la literatura científica en este sentido.

La valoración consistió en comprobar, en un inicio, que Teresa no mostraba evidencias de problemas intelectuales, observando un vocabulario rico, un marcado gusto por la lectura y un desarrollo normal en el resto de las asignaturas; al mismo tiempo, se comprobó que no presentaba trastornos asociados al déficit de atención y que no se le habían diagnosticado otros trastornos que pudieran explicar las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas que presentaba.

No obstante, es necesario tener en cuenta la vida escolar tan peculiar de este caso, ya que su escolaridad podría, en algunos casos, justificar alguna de las dificultades que se mostrarán, lo que de nuevo apoya nuestra apuesta por considerar un enfoque propio de un estudio de caso intrínseco.

Para valorar el riesgo de discalculia se recogieron las dificultades y criterios de identificación expuestos por diferentes autores, valorando cuáles de ellos se observaban en Teresa. Se utilizó para ello un *checklist* elaborado *ad hoc* para el caso con una valoración cualitativa reflejando tres niveles para la frecuencia con la que se observaba cada uno de los elementos durante las sesiones de trabajo.

Tabla 3. Factores de riesgo de la discalculia. Fuente: elaboración propia a partir de los autores mencionados.

	Frecuencia de observación
--	---------------------------

Factores de riesgo en la discalculia (Sans et al., 2012, 2013; Serra Grabulosa, 2014; Strang & Rourke, 1985).	Nunca	En ocasiones	Habitualmente
Mala organización espacial de cantidades			X
Baja atención visual			X
Dificultades motoras y gráficas de escritura		X	
Problemas de juicio y razonamiento numérico	X		
Mala memoria relativa a las cantidades			X
Baja perseverancia en tareas matemáticas			X
Poca noción del concepto de cantidad		X	
Ejecución incorrecta de ejercicios aritméticos		X	
Falta de habilidad para contar			X
Incapacidad para decir la hora			X
Dificultad en la resolución de problemas			X
Poca habilidad para medir			X
Poca habilidad para reagrupar		X	
Poca habilidad para estimar soluciones			X
Poca habilidad para las operaciones aritméticas básicas		X	
Confusión en la lectoescritura de los números	X		
Déficit en la recuperación de la información aprendida			X
Poca automatización de los hechos aritméticos			X
Uso incorrecto de signos	X		
Olvidar el número llevado	X		
Mala ubicación de los dígitos	X		
Toma demasiado tiempo			X
Elige estrategias poco eficaces			X
Dificultades en el sistema de numeración posicional			X

En el cuestionario, que ha sido completado gracias a la observación y toma de notas llevadas a cabo durante las sesiones, podemos apreciar que hay una gran cantidad de síntomas que se manifiestan habitualmente (14 de 24), algunos que se manifiestan en ocasiones (5 de 24) y algunos que no se aprecian (5 de 24), es decir, el 79% de los síntomas típicos de la discalculia son mostrados habitualmente o en ocasiones.

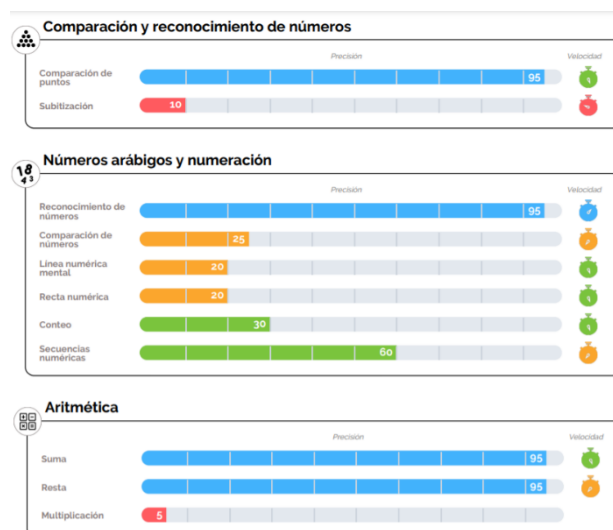
Para complementar el diagnóstico del riesgo de discalculia se realizó el test de Smartick de riesgo de discalculia. Este test ofrece una valoración de las capacidades matemáticas

del que lo realiza en diferentes aspectos. Para ver este test al completo, así como las propiedades psicométricas del mismo se puede visitar la página web: <https://www.smartick.es/dyscalculia.html>, en la que está disponible el test online gratuito y la explicación del informe y sus propiedades.

Como se puede ver en la figura 10, para cada habilidad existen dos medidas: por un lado, observamos la precisión en la prueba, expresada en percentiles (las distintas barras) y por otro el tiempo que ha tardado en realizar la tarea, también en percentiles. El informe completo se encuentra en el anexo 2: imágenes.

El test nos da como resultado que Teresa no tiene riesgo de discalculia, no obstante, hay que aclarar que la prueba realizada está diseñada para niños de 4º de EP y su validación va de 1º a 4º de EP, por lo que los resultados deben ser interpretados con cautela. Esto es porque, si bien la prueba puede dar falsos negativos, especialmente en niños cuyas edades no entran dentro del rango de aplicación, es muy raro que de falsos positivos y más aún en una niña de esta edad. Esta prueba, a pesar de no tener un carácter diagnóstico, nos da mucha información acerca de las áreas que más se han de trabajar (como se puede apreciar, las áreas en las que se trabaja la abstracción son en las que más dificultades existen).

Figura 10. Resultados del test de riesgo de discalculia de Smartick. Fuente: Smartick.



Balanceando los resultados de las pruebas realizadas y teniendo en cuenta lo observado, vemos que el riesgo de discalculia sigue presente y no se puede descartar la misma, por

lo que la reeducación matemática a realizar tratará el caso como si fuera una persona con este trastorno de aprendizaje, siguiendo las indicaciones que se proponen en la literatura específica sobre el tema.

3.6 Pautas de trabajo y proceso de reeducación

El proceso de reeducación comenzó en noviembre de 2020, realizando una sesión de dos horas de forma semanal. A partir de enero de 2021 se añadió otra sesión semanal de dos horas, teniendo por tanto 4 horas semanales divididas en dos días.

Las sesiones siguen una estructura determinada: se empieza la clase realizando una pequeña charla con preguntas acerca de la relación con las matemáticas y explicando lo que se va a realizar en ese día. Se continúa trabajando algún concepto o procedimiento matemático, habitualmente de forma manipulativa. Posteriormente se realiza un juego que implique operaciones matemáticas. Después, se plantean y resuelven problemas o retos que tienen relación con el concepto o procedimiento que se trabajó anteriormente. Se finaliza jugando de nuevo.

El proceso ha tenido una duración de 8 meses, desde noviembre de 2020 hasta junio de 2021 y durante este tiempo se han realizado numerosas actividades y se han tomado diferentes decisiones metodológicas para poder llevar a cabo la reeducación de una forma eficaz. A continuación, se detalla el cronograma original que se pretendía seguir y, acto seguido, se especifica lo realizado en cada uno de los meses, adaptando una y otra vez el cronograma a la situación particular y detallando las decisiones metodológicas tomadas y el porqué de estas.

En el cronograma que se muestra a continuación se detallan únicamente las competencias que se pretenden abordar en cada mes, puesto que no era posible elaborar un plan más detallado sin conocer a fondo los datos del caso. En un inicio se pretendía abordar cada mes una competencia diferente, yendo a un ritmo mucho más rápido del que finalmente se pudo llevar. Por este motivo, se podrá ver a lo largo del trabajo cómo este plan inicial ha cambiado radicalmente y apenas se ha podido cumplir, prolongando el trabajo de algunas competencias y descartando el trabajo de otras puesto que no suponían problemas para Teresa.

Noviembre	Evaluación inicial de competencias matemáticas. Trabajo del sistema de numeración posicional, del conteo, la suma y la resta.
Diciembre	Trabajo de la multiplicación.
Enero	Trabajo de la división.
Febrero	Trabajo del bloque de geometría.
Marzo	Trabajo del bloque de medida.
Abril	Trabajo del bloque de datos y probabilidad.
Mayo	Trabajo de las fracciones y los decimales
Junio	Evaluación final de competencias matemáticas

3.6.1 Noviembre

Las actividades realizadas en este mes consistieron, fundamentalmente, en realizar la prueba de competencias matemáticas y de dominios cognitivos de 3º de Educación Primaria de la Comunidad de Madrid con el fin de realizar una evaluación inicial. La realización de la prueba abarcó las cuatro sesiones del mes, puesto que Teresa toma mucho tiempo para resolver cada uno de los problemas y realizar los razonamientos y operaciones asociados, por lo que no se pudo trabajar con profundidad lo previsto. Además de la prueba, se realizaron algunos juegos que implicaban sumas y restas sencillas, usando juegos de mesa como las siete y media y la escoba.

En cuanto a metodología se decidió integrar el juego en las clases como un alivio a la carga teórica de la prueba; dado que las sesiones duran dos horas se consideró que no era viable usar todo el tiempo para realizar la prueba, por lo que se hicieron “descansos” en los que se jugó. Teresa expresó durante las sesiones su agrado por los juegos, los cuales le hacían sentir que “no estaba en matemáticas”, sino que estaba “como jugando con mis amigos”.

Los motivos por los que se realizó la prueba, así como las observaciones realizadas este mes se detallan en el apartado “evaluación inicial”, ya que dicha evaluación abarca todo el mes de noviembre.

3.6.2 Diciembre

A partir de la evaluación inicial se comprobaron los problemas existentes y se valoró el riesgo de discalculia, por lo que se determinó que era necesario comenzar la reeducación matemática prácticamente desde el inicio, es decir, comenzar a trabajar de nuevo el desarrollo de la habilidad para el cálculo. Dado que la única competencia matemática adquirida por Teresa era el conteo, se comenzó a trabajar por el sistema de numeración decimal, focalizando las clases en reforzar las competencias no adquiridas y trabajar los síntomas asociados al riesgo de discalculia presentados. Esto implica de nuevo cambios en el planing inicial, el cual ha quedado totalmente desfasado; a partir de aquí se reelabora el esquema continuamente, dependiendo del ritmo de trabajo de la niña, de sus necesidades y de lo observado en el proceso de reeducación.

Las actividades, en este sentido, tuvieron una gran carga teórica basada en el sistema de numeración decimal, haciendo hincapié en las unidades, decenas y centenas. Los juegos que se incluyeron en este mes siguieron en la línea del anterior, utilizando sumas y restas sencillas e incluyendo multiplicaciones de las tablas “fáciles”.

Metodológicamente se decidió utilizar en todo momento material manipulativo, dadas las recomendaciones que emanan de la literatura especializada, con el fin de favorecer la multisensorialidad. Para este fin, se usaron bloques de base 10 y regletas de Cuisenaire, así como apoyos figurativos que siempre se apoyaban con estos materiales. Se da mucha importancia al juego, usando números pequeños y observando que ganar una partida es una fuente de motivación muy grande para Teresa. Los juegos permiten realizar ejercicios de subitización de imágenes (dados) y operaciones (sumas y restas básicas de números pequeños y operaciones que forman el 10).

En este proceso, Teresa mostraba sentirse cómoda, el uso de manipulativos no solo no le incomodaba, sino que se sentía atraída hacia ellos, por lo que no existió problema en su uso. En ocasiones, cuando la niña no era capaz de entender algún concepto se sentía frustrada, pero mediante un parón en la sesión en el que se realizaban juegos para posteriormente retomar el contenido conceptual la frustración tendía a disminuir.

Gracias a las actividades de carga teórica es posible trabajar la competencia matemática, consiguiendo que Teresa razone aquello que se le presenta en vez de memorizarlo y

mecanizarlo. El uso de material manipulativo también favorece esta comprensión, puesto que le es posible representar todos los conceptos abstractos con los que se trabaja. Durante este mes se observó que la niña no estaba acostumbrada a trabajar de esta forma, lo cual implicaba una mayor lentitud, lo que se veía agravado por las dificultades típicas de la discalculia (olvido de cantidades, poca habilidad matemática...). Por estos motivos, Teresa mostró altos niveles de frustración con la tarea en aquellas ocasiones en las que no era capaz de resolverla, razón por la cual el investigador decidió dar todo el tiempo que fuera necesario para cada actividad y nunca penalizar el fallo, tratando de conseguir una mayor sensación de seguridad en ella.

Por otro lado, los juegos motivaron enormemente a la alumna. La finalidad de estos no fue solo realizar operaciones, sino también introducir un componente lúdico de las matemáticas, tratando de eliminar prejuicios preconcebidos sobre ellas. Se observó que a Teresa le encantaba jugar, a pesar de que lo hacía lento, pero bajo la premisa que aceptó de “el tiempo da igual”, no hubo ningún problema en ese sentido.

3.6.3 Enero

Una vez se estudió y entendió el sistema de numeración decimal las actividades estuvieron orientadas al trabajo comprensivo de la suma y la resta dentro de este sistema. También se trabajaron algunas técnicas de cálculo mental asociadas a estas operaciones. Los juegos realizados fueron los mismos.

Metodológicamente se continúa usando materiales manipulativos, en este caso para trabajar la composición y descomposición de números, tanto para sumas y restas como para las estrategias de cálculo mental.

Las actividades realizadas en la parte teórica fueron llevadas a cabo con la intención de reconstruir desde la base aquellos aspectos que “supuestamente” tenía adquiridos (por edad cronológica y curso de escolarización), pero en los que manifestaba claros problemas asociados a los síntomas del riesgo de discalculia. Se observó que tanto para las sumas como para las restas utilizaba continuamente los dedos (una vez se le dijo que no se escondiera para hacerlo, ya que en un inicio le daba vergüenza), se perdía constantemente al realizar las operaciones y se olvidaba de los números con los que estaba trabajando. A pesar de mostrar un gran interés por la materia dada y una alta capacidad

de comprensión, Teresa no era capaz de ejecutar aquello que mostraba haber entendido previamente, por ello se focalizan los esfuerzos en reforzar los problemas presentados. En este sentido, la frustración de la niña sigue existiendo, pero se aprecia que está aprendiendo a tolerarla y a gestionarla mejor.

Respecto a los juegos, se siguieron realizando los mismos dado su éxito, siendo sus favoritos la escoba y “los cuadrados” (juego de multiplicaciones con dados). Por este motivo, se utilizan los juegos como un refuerzo positivo, de forma que Teresa los concibe como una meta a conseguir por razonar bien el resto de las tareas (siempre se da un refuerzo positivo ante un razonamiento profundo, esté bien o mal razonado).

3.6.4 Febrero

Después de un mes trabajando en profundidad la suma y la resta se pasa a realizar lo mismo con la multiplicación. Además, este mes también se hace una introducción a la resolución de problemas y una sesión de introducción al bloque de azar y estadística.

Metodológicamente se continuó usando materiales manipulativos y aprendizaje por descubrimiento guiado. Se comenzó una “competición” de problemas con una compañera de clase que tiene un nivel de competencia matemática similar, con el fin de que se modelizaran y representaran los problemas. Se reduce un poco del tiempo de juego, pero se le sigue dando importancia.

Las actividades de la parte teórica tuvieron como foco la multiplicación y la resolución de problemas. Respecto a la multiplicación, igual que ocurrió con la suma y la resta, Teresa comprendió el concepto fácilmente y era capaz de explicarlo a otras personas, pero a la hora de resolver problemas que implicaran el concepto o realizar multiplicaciones tenía muchos problemas. La niña desconocía las tablas de multiplicar y le generaba ansiedad pensar que debía aprendérselas (en su vida escolar le exigieron que las memorizase y no fue capaz), motivo por el cual se permitió tenerlas en todo momento disponibles, pero requiriendo que las pensara siempre (contando de 2 en 2 o de 6 en 6) antes de consultar si su resultado era correcto. Respecto a la resolución de problemas también presentó serias dificultades, especialmente a la hora de discriminar datos, puesto que no entendía bien las relaciones entre ellos a pesar de comprender los problemas.

Teresa, durante este mes, muestra una evolución actitudinal muy grande, ya que deja de mostrar la enorme frustración que se apreciaba al principio y la sustituye por motivación. Esto se aprecia en aquellos momentos en los que no consigue entender o realizar algún razonamiento, puesto que esta situación en lugar de generar frustración en ella genera una respuesta motivacional, que la impulsa a intentarlo de otra manera para lograr el objetivo de entenderlo.

Además de estas dos partes teóricas se realizó una sesión de introducción al azar y a la probabilidad, usando materiales manipulativos y representaciones figurativas para el trabajo. Puesto que Teresa mostró que comprendía a la perfección las situaciones y sus razonamientos eran correctos se decidió focalizar la atención en otras partes en las que tuviera problemas, por lo que ese bloque no se volvió a trabajar.

Finalmente, se siguen utilizando los mismos juegos que antes, dando más importancia al juego de los cuadrados y, a partir de este mes, escribiendo las multiplicaciones en cada dibujo hecho, tal y como se puede ver en la imagen que hay debajo. Se observa que a final de mes es capaz de recordar algunas de las multiplicaciones que usa con mayor frecuencia.

3.6.5 Marzo

En el mes de marzo se continúa trabajando la multiplicación de forma comprensiva y se introducen dos sesiones de trabajo comprensivo de los bloques de geometría y medida relacionándolos entre sí. En este mes también se realiza una nueva evaluación de competencia matemática, usando el mismo instrumento que en la anterior ocasión, pero con distintos problemas (es decir, usando la prueba de 3º de EP de la Comunidad de Madrid de otro año) con el fin de realizar una pequeña evaluación y comprobar si existen mejoras en ese campo respecto al inicio. En esta ocasión la realización de la prueba solo abarca dos sesiones (la mitad que la vez anterior) y sus resultados son mejores (se verá con mayor detenimiento en el apartado de análisis de los datos).

Metodológicamente se introducen nuevos materiales manipulativos que sirven para el trabajo de la Medida y de la Geometría, siendo materiales específicos para ello (geoplano, cuerpos sólidos, polígonos...). Los juegos continúan de la misma forma que antes,

jugando fundamentalmente a la escoba y a los “cuadrados”, añadiendo de vez en cuando algún otro juego que implique multiplicaciones.

De nuevo, al igual que se introdujeron el azar y la probabilidad en el mes anterior, se introduce de forma comprensiva la geometría y la medida, obteniendo el mismo resultado: Teresa es capaz de comprender y explicar a la perfección lo que se le requiere si tiene un modelo manipulativo (y, normalmente, con uno figurativo también). Los razonamientos que realiza para calcular las áreas son muy acertados, aunque le cuesta ejecutar las operaciones, por lo que se interpreta que el problema sigue residiendo en las cifras y no en los bloques trabajados, motivo por el cual tampoco se vuelve a trabajar.

Los juegos siguen causando la misma sensación de recompensa, por lo que no se modifica su sentido. Se aprecia que Teresa cada vez domina más tablas de multiplicar debido a la práctica y a las representaciones manipulativas y figurativas que se realizan en cada partida.

3.6.6 Abril

Durante este mes se termina de profundizar en el tema de la multiplicación. Se trabaja, además del sentido de la multiplicación, cada una de las propiedades de esta. Además, se realizan problemas relacionados con esta operación. Metodológicamente se sigue utilizando material manipulativo para representar y modelizar las situaciones de los problemas, así como las propiedades de la multiplicación. Se utiliza mucho también el descubrimiento guiado, usándolo para “descubrir” las propiedades de la multiplicación.

Resulta destacable la falta de atención que muestra al realizar los problemas ya que, se pidió que verbalizase aquello que pensaba a la hora de resolverlos y se observó que tiene distracciones continuas, lo que hace que tome más tiempo para resolver cualquier situación. También se observa que a Teresa le sigue resultando complejo tanto modelizar problemas como crearlos.

Mediante juegos se siguen trabajando las tablas de multiplicar durante todo el mes, consiguiendo a mediados de mes que conozca todas las multiplicaciones que salen de los números de dos dados de seis caras y a final de mes casi todas las tablas. Para el estudio

de todas las tablas se utilizaron los mismos juegos, pero utilizando dados de 10 caras en vez de dados de seis caras.

En este mes también se explora la afectividad matemática de Teresa mediante preguntas directas, la cual, como veremos más adelante, es muy mala, teniendo la niña sentimientos de incapacidad hacia esta materia. Estas preguntas generan un diálogo entre el investigador y Teresa en el que se recoge información relativa a la escolaridad previa y al tratamiento de las matemáticas durante su vida.

3.6.7 Mayo

Una vez se terminó de entender la multiplicación se comenzó a estudiar la división, de nuevo con descubrimiento guiado. Para favorecer la comprensión y trabajar los síntomas del riesgo de discalculia se utilizó el sistema ABN para introducir la división, a pesar de que en el colegio utilizan el algoritmo tradicional.

Para comenzar, se utilizó el material manipulativo como representación de objetos a repartir entre “personas”, elaborando una tabla de registro para no perder la cuenta. Esta tabla evolucionó en poco tiempo a la tabla clásica de la división ABN y Teresa fue capaz de trabajar en ella sin problemas. Se observó que al darle muchas regletas para que “repartiera” tendía a agruparlas de 5 en 5 o de 10 en 10, con el fin de realizar el conteo total y el posterior reparto de una forma más sencilla para ella.

Durante este tiempo, una vez la división partitiva estuvo comprendida mediante el manipulativo se estudió también la división cuotativa, realizando grupos de tantos objetos como “personas” a las que hay que repartir.

Teresa mostró una capacidad de comprensión muy alta, tanto en este caso como en el anterior, por lo que se pasó a realizar las divisiones de forma pictórica, con lo que tampoco tuvo ningún problema más allá de los mostrados habitualmente (latencia muy baja, equivocaciones en el conteo, mala organización de cantidades...).

Posteriormente, dada la alta comprensión de la operación se trabajó de forma abstracta, paso que hubo que trabajar más pero que no resultó tan complejo como en otras ocasiones. Se observa que Teresa es capaz de realizar las divisiones entendiendo lo que hace, pero se confunde en operaciones (restas habitualmente) y en la escritura de los números en

casillas (a veces repite un paso porque se le olvidó que lo había realizado, coloca mal los números...)

Finalmente, se trató de convertir el algoritmo ABN en el algoritmo tradicional con el fin de conectar los conocimientos de clase con los del colegio y acostumbrar a Teresa a realizar divisiones con este método, puesto que le será útil en el futuro (divisiones en la ESO, divisiones de polinomios...). Para ello y habiendo comprendido la división ABN se trató de buscar en cada momento el número “más eficiente” para no realizar tantos pasos, realizando una transformación natural de un algoritmo a otro. En esta ocasión se observaron muchas más dificultades, especialmente en la parte de la estimación, donde muestra grandes problemas, por lo que se trabajó a fondo.

En este mes la evolución de la frustración comentada anteriormente se aprecia especialmente. La división es el primer contenido que ella apreciaba como “inalcanzable”, puesto que, a pesar de haberlo trabajado en el colegio, no había sido capaz de entender nada. Durante las sesiones mostró un enorme esfuerzo para poder abordar este tema y comprenderlo de forma profunda, lo que facilitó enormemente la reeducación.

3.6.8 Junio

Durante el poco tiempo que se tomaron datos en junio se realizó la prueba de competencias matemáticas y procesos cognitivos de 6º de EP de la comunidad de Madrid, con el fin de realizar una evaluación final que aporte más datos para el estudio de caso. Añadido a esta prueba, se realizaron también el test panamath y la escala de dominio afectivo de las matemáticas “Maths and Me”, de la misma forma que se hizo al principio.

Además de esto, se continuó jugando a juegos que implicaran multiplicaciones, dado que Teresa estaba a punto de conocer todas las tablas de multiplicar, lo que suponía una enorme motivación para ella.

En este último mes, la niña expresa que se ha sentido cómoda durante el proceso de reeducación y que las clases particulares le han hecho ver las matemáticas de otra forma diferente. Esto está en línea con lo que se comentará posteriormente acerca de su dominio afectivo de las matemáticas.

4. Análisis de los datos

En este apartado, bajo los principios propuestos por el paradigma constructivista, bajo el enfoque cualitativo y con una metodología de estudio de caso intrínseco, se procede a interpretar los datos que se han obtenido mediante la observación sistemática y la toma de notas en el cuaderno de campo.

Dado que las preguntas de investigación versan sobre una reeducación matemática de calidad y los aspectos en los que se debe focalizar esta misma, teniendo en cuenta el contexto y las DAM, en este apartado de análisis de los datos se detallarán cada uno de los puntos relevantes que se han llevado a cabo para tratar de hacer posible la reeducación matemática y las peculiaridades encontradas que han podido contribuir a las DAM. Así, encontraremos tanto los procesos matemáticos en los que nos hemos centrado, como una interpretación de las relaciones afectivas y familiares que han afectado al caso.

4.1 Interpretación de los datos

La interpretación de los datos obtenidos durante el proceso de investigación es lo que caracteriza a este estudio de caso. Por ese motivo, a continuación, se presenta una interpretación de las acciones y sucesos acontecidos durante el proceso de reeducación, ligados a los objetivos y a las preguntas de investigación, tratando de esclarecer en qué puntos las acciones realizadas han conseguido su objetivo y dando una primera aproximación a la respuesta de las preguntas de investigación.

Para cumplir estos propósitos, se ha estructurado el análisis de forma que se tengan en cuenta los distintos puntos en los que se ha focalizado el proceso de reeducación para dar respuesta al riesgo de discalculia y la relación de la reeducación con la literatura especializada del tema, relacionando por tanto las actividades realizadas, las decisiones tomadas y la evolución observada con lo expuesto en el marco teórico.

4.1.1 Factores del riesgo de discalculia

Uno de los puntos más relevantes de la investigación es explorar las formas en las que el riesgo de discalculia puede ser abordada. Desde el punto de vista del investigador participante se han realizado numerosas actividades para tratarla y se han seleccionado

varios puntos clave en los que Teresa ha mostrado más problemas, siendo estos puntos síntomas característicos del riesgo de discalculia.

Se presentan a continuación los distintos puntos en los que se ha centrado el proceso de reeducación con relación al riesgo de discalculia, evaluando las acciones tomadas, los comportamientos mostrados y la evolución de cada uno de los síntomas a analizar.

4.1.1.1 Déficits de memoria

El mayor reto enfrentado ha sido la lucha contra el déficit en la recuperación de la información aprendida. Si nos fijamos en los síntomas asociados a la discalculia este problema es uno de los más frecuentes, habiendo varios ítems que se refieren a la memoria siendo en este caso en particular el que más atención ha requerido.

Para ejemplificar las situaciones que mostraban este síntoma se escribe a continuación una transcripción en la que se puede apreciar el problema (conversación entre el investigador (I) y la alumna (A)):

I: ¿Puedes representar el número 34 con los bloques y explicármelo?

A: Sí, el 34 tiene tres decenas y cuatro unidades. – Utiliza 3 decenas y 4 unidades. – Ya está.

I: ¿Y 3 decenas cuántas unidades son?

A: 30 unidades, mira, si te fijas en cada barrita hay 10 cuadraditos, así que serían 10, 20 y 30 unidades, más las cuatro de antes, 34.

I: ¡Perfecto! ¿Puedes representarme ahora el 87 y explicármelo?

A: El 87 tiene 8 centenas y 7 unidades. - Usa 8 centenas y 7 unidades. –

I: ¿Y 8 centenas cuántas unidades son?

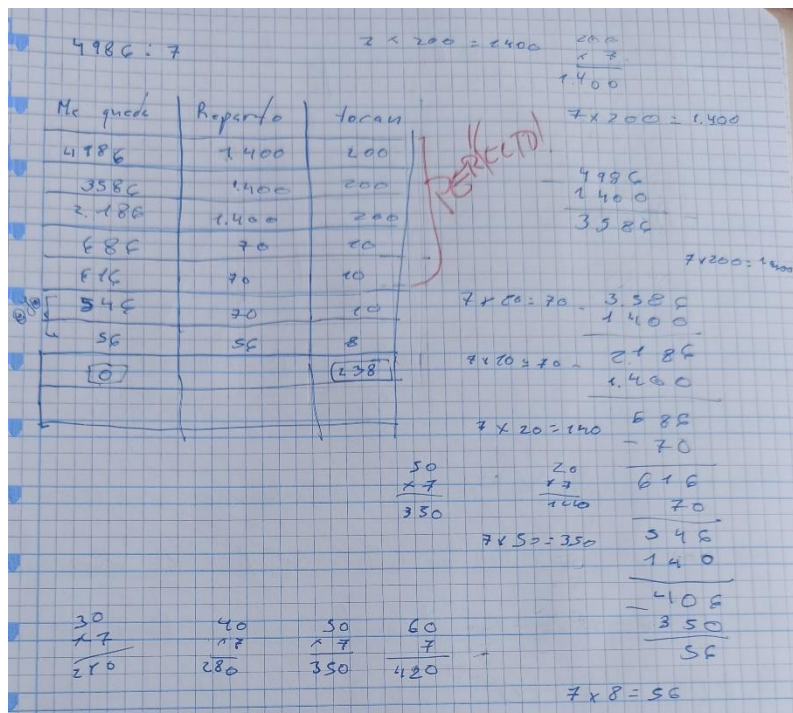
A: No sé, espera que las cuento. – Cuenta las 100 unidades que hay en una centena una a una y cuenta de 100 en 100 hasta el 800. – 8 centenas son 800 unidades.

I: ¿Y tú crees que eso es coherente? Vamos a comprobarlo

A: - Cuenta 87 unidades de una en una. – Claro, no puede ser, 87 es más pequeño que todas esas centenas, así que tiene que tener 80 decenas. – Intenta contar 80 decenas, pero no hay suficientes en la caja. – Espera, creo que no son 80 decenas, porque son muchas decenas, son 8 centenas. – Coge 8 centenas de la caja. – No puede ser, es mucho, pues no sé cuánto hay, creo que no se puede hacer este número.

En este fragmento de conversación se puede apreciar que Teresa realiza correctamente la primera representación (del número 34), explicando además a la perfección el procedimiento que ha utilizado y los motivos por los que lo ha hecho, por lo que da a entender que domina esa competencia. Sin embargo, se observa que la siguiente representación (del número 87), con una dificultad similar, no es capaz de realizarla y, además, tampoco es capaz de percatarse de los errores que está cometiendo, dando a entender que no es capaz de recuperar la información aprendida previamente para resolver esta tarea.

Figura 11. Errores en la memoria de trabajo. Fuente: elaboración propia.



Otro ejemplo es el que se puede apreciar en la figura 11, en la que se muestra una imagen de una división mediante el algoritmo ABN, cuyo proceso es correcto desde el punto de

vista conceptual pero que tiene errores de memoria de trabajo. Se ve que en el algoritmo ha escrito que a 546 le va a quitar 70, mientras que la operación que realiza a la derecha es $546 - 140$ (ya que, seguramente, se percató de que de esa forma terminaría la división más rápido). Pero el error no queda ahí, ya que a pesar de que continúa restando a la cantidad anterior múltiplos de 7 hallados previamente, no lo refleja en la tabla en ningún momento, por lo que se pasa de tener 546 en la columna “me queda” a tener 56, habiendo repartido única y erróneamente 70. Esto ejemplifica perfectamente que, si bien Teresa conoce el procedimiento y es capaz de realizarlo de una forma razonada y coherente, tiene déficits en la memoria de trabajo, lo que conlleva a la aparición de este tipo de errores.

Para trabajar el problema del déficit en la recuperación de la información aprendida se ha trabajado la multisensorialidad, tal y como recomiendan Sanguinetti & Serra Grabulosa (2015). Este trabajo ha consistido en usar diferentes representaciones del objeto matemático, tanto en forma manipulativa como pictórica, con el fin de que Teresa pudiera tener diferentes referencias mentales a las que acceder para recordar aquello que necesitaba.

Respecto al problema de la memoria de trabajo, dado que es un problema difícilmente corregible desde el punto de vista de la discalculia, se ha optado por instar a Teresa a realizar pruebas periódicas de las operaciones que está realizando, comprobando cada pocos pasos si los resultados que está obteniendo son coherentes o si por el contrario se ha confundido en alguno de ellos.

4.1.1.2 Dificultades en el conteo y las operaciones básicas

Las dificultades en el conteo, así como en las operaciones de suma y resta con las cuales el conteo está directamente relacionado, también son un síntoma típico del riesgo de discalculia. En nuestro caso, desde el principio del proceso, Teresa mostró que contaba con los dedos (aunque al principio trataba de esconderlo), lo que dio lugar a pensar que no era capaz de realizar conteos abstractos.

A la hora de realizar sumas y restas, no solo aparecía el problema memorístico, por el cual se olvidaba frecuentemente de las cantidades con las que estaba operando, sino que también presentaba dificultades al operar en abstracto, ya que no era capaz de realizar un conteo mental correcto en la mayoría de las ocasiones. Unido a esto, la capacidad de

estimación es muy baja, lo que implica que no es capaz de vaticinar una aproximación del resultado, por lo que se dan situaciones en las que, por ejemplo, ante la suma $12+15$ puede responder 65 sin extrañarse.

Uno de los indicadores más claros de este problema se detectó al jugar a escoba (juego de cartas con la baraja española en el que hay que sumar 15). Después de varios meses jugando en todas las sesiones, puesto que es su juego favorito, ha conseguido automatizar la suma de la mayoría de parejas que suman 15, sin embargo, si se encuentra ante una situación que no da ese resultado, calcula con dificultades. Es decir, ante la suma $8+7$ Teresa responde 15 automáticamente, ha subitizado esa suma, pero no es capaz de realizar las operaciones $7+7$ u $8+8$ con una soltura similar a pesar de diferenciarse únicamente en una unidad, necesitando realizar un conteo para calcularlas.

Para poder abordar este problema se utilizaron referencias reales y objetos manipulativos, tratando que Teresa realizara asociaciones numéricas a ellos e intentando que, poco a poco, fuera dejándolos de usar. Esto se complementó con los juegos de suma y resta, en los que siempre se suma una cantidad fija (10 para el Pig 10, 15 para la escoba...), consiguiendo así que la niña subitizara determinadas sumas que resultan útiles a la hora de realizar otro tipo de cálculos. Esta subitización tardó mucho en llegar, pero después de 8 meses de trabajo con ella ha conseguido memorizar las sumas del 10 y, gracias a la multisensorialidad con la que se han trabajado, normalmente las recuerda.

Estos errores se pueden apreciar en la figura 12, en la que se muestra una imagen de una división mediante el algoritmo ABN, cuyo proceso es correcto pero que tiene errores en las operaciones básicas. Se ve que ante la resta $292-36$ su resultado es 156, lo cual no es solo un error de cálculo, sino que implica que la estimación del resultado también es errónea, dado que Teresa no se percató del error instantáneamente.

Figura 12. Errores en las operaciones básicas.
Fuente: elaboración propia

Me quedan	repa b	bcau
28	36	3
292	84	3
156	36	3
120	36	3
84	36	3
48	48	9
0		21

Se intentó abordar también la estimación durante las sesiones de suma, resta y multiplicación, trabajando con la base decimal estudiada previamente, pero no se han conseguido mejoras notables en ese aspecto, por lo que siguen apareciendo resultados poco coherentes en las operaciones.

4.1.1.3 Resolución de problemas

A la hora de resolver problemas, Teresa, que tiene una alta comprensión lectora, tuvo serias dificultades asociadas con la representación de cantidades y con el conocimiento del proceso a realizar. Las dificultades asociadas al riesgo de discalculia que afectaron a la resolución de problemas fueron fundamentalmente las que se relacionan con la abstracción, con la elección de estrategias y con la estimación.

Para tratar de solventar este problema se trabajó un sistema de representación figurativo, mediante el cual Teresa pudiera modelizar los datos de los problemas, ayudándose de material manipulativo al principio si no era capaz de hacerlo directamente en forma pictórica.

También se utilizó una actividad que fue muy motivadora para ella: la “competición de problemas” que realizó con una compañera de clase con el mismo nivel de matemáticas. En esta “competición” se escribían problemas mutuamente, tratando que fueran lo más complejos posible, puesto que, si la otra no era capaz de resolver el problema, la que lo

había escrito ganaba puntos. La única norma que tenían esos problemas es que, quien los escribía, debía poder resolverlo antes de enviarlo. Gracias a esta actividad se realizaron numerosos problemas adaptados a su nivel, incluyendo en muchas ocasiones los nuevos conceptos que había aprendido en las clases o en el colegio.

En un inicio los problemas escritos solían mostrar una estructura aditiva y la “dificultad” residía en la cantidad de datos mostrados, ya que eso es lo que ellas consideraban que hacía más complejo un problema. En las figuras 13, 14 y 15 se pueden ver tres de estos problemas.

Figura 14. Competición de problemas. Fuente: elaboración propia.

Figura 13. Competición de problemas. Fuente: elaboración propia.

Figura 14 (Left Page):

Mireia compra en la tienda de ropa cada mes. Su madre sólo le deja gastar 90€ cada mes. Ella quiere comprar un jersey blanco y negro (cuesta 5€), unos pantalones vaqueros cortos (6€), un bañador azul, rojo y blanco (30€), unos vaqueros largos y finos (6€), unos deportivos de Nike (20€), unos chanclos (5€) y una chupa de cuero negra (60€). ¿Podrá comprarse todo? ¿Si quibus o pudiese una prueba le donia justo? ¿Cuánto valdría esa prueba que quibus o pare? ¿Cuánto se gastó en la prueba que le compró a su hermano?

$90 - 10 + 12 = 92 \text{ €}$

$$\begin{array}{r} 112 \\ - 60 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ - 20 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ - 10 \\ \hline 102 \end{array}$$

7/10

Solución 1 no podía ✓
 Solución 2 no le haría ✓
 Solución 3 no se ✓
 Solución 4 no se puede ✓
 saber

De discipria: Buena suerte, ~~se desgracia~~ chiquis de Cambridge ☺ XD

Figura 13 (Right Page):

En una frutería hay 8 tipos de frutas: manzanas, peras, plátanos, naranjas, uvas, fresas, melocotones y kiwis. En total son 3.589 piezas de fruta. Viendo 13 personas, de ellas compran, cada una, una pera, 3 se llaman 1 manzana cada una y 30 se llaman una naranja cada una.

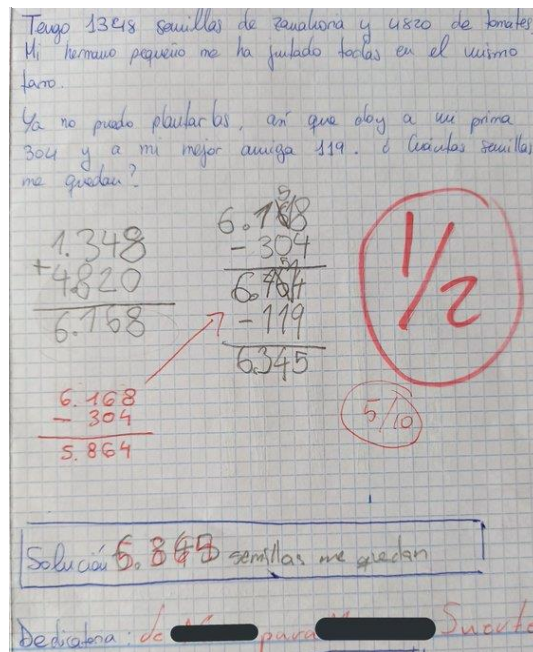
¿Cuántas piezas de fruta quedan en total?
 ¿Y cuántas frutas de cada tipo que no se han llevado quedan?

$$\begin{array}{r} 3.589 \\ - 43 \\ \hline 3.543 \\ - 3 \\ \hline 3.543 \\ - 30 \\ \hline 3.513 \end{array}$$

9/10

Solución 1 → 3.513
 Solución 2 → No tiene sentido porque no pone cuántas piezas hay de cada una.
 Sol. correcta: ~~Cuando~~ buena Suerte

Figura 15. Competición de problemas.
Fuente: elaboración propia.



Como se aprecia en los problemas, existen numerosos datos, siendo los problemas bastante extensos y con varias preguntas. Estas preguntas suelen responderse de forma encadenada, necesitando la anterior para resolver la siguiente, y todas se pueden resolver mediante una operación simple (suma o resta). Otro factor muy importante que se trabajó previamente en clase y que las niñas incluyeron en los problemas son las “preguntas trampa”, las cuales también se pueden apreciar en estos dos problemas. Estas preguntas no pueden resolverse mediante los datos del problema, por lo que no tienen solución, lo que implica la necesidad de llevar a cabo lecturas comprensivas del problema y de los datos.

Como se ha dicho, Teresa consideraba que la dificultad residía en la longitud del problema y la cantidad de datos, por lo que solía escribir problemas muy largos para que fueran más complicados de resolver. En la imagen situada justo debajo se transcriben dos problemas escritos por ella para dicha competición. Los problemas originales pueden encontrarse en el anexo 2: imágenes.

“hoy es el cumpleaños de Maria si quiere invitar a todos sus amigos y amigas a su fiesta ¿Cuántas tarjetas necesita comprar si tiene 28 amigos 32 amigas y 10 tienen hermanos pequeños y 2 hermanas mayores? ¿y cuantos padres vendrán?

si su casa tiene 6 metros de lado y la habitación de sus padres es de 3x3 y la suya de 2x2 y luego tiene un baño de 1x1 ¿Cabrán todos sus invitados en su casa? y si a cada uno les va a dar una bolsa de caramelos que contiene lo siguiente: un paquete de gusanitos, tres bombones, cuatro chupachuses y tres gominolas. ¿Cuanto tiene que comprar? ¿Cuanto le cuesta si un bonbon cuesta 3 euros, los chupachuses cuestan 1 euro cada uno y lo demás 5 euros? haz los calculos necesarios.”

“A valentina le han dicho que tiene que mejorar las matemáticas y la lengua a sí que le han dado un diccionario en blanco y lo tiene que rellenar. le han dado algunas pistas que son las siguientes: 1º en el diccionario tienen que caber en total 8 751 194 palabras y las paginas tienen de envergadura 22000 mm y ancho 15 m (pásalo a cm). 2º en cada pagina tiene que haber 19 palabras. 3º tiene 240 paginas. ¿Cabran todas las palabras? ¿Qué datos no se necesitan? ¿Se puede resolver el problema? ¿Sobrarán palabras o paginas o ninguna?”

Se puede ver a simple vista la gran longitud de ambos problemas, en los que se dan numerosos datos y se hacen varias preguntas. Destaca también el uso del lenguaje, puesto que, a pesar de las faltas de ortografía y de la ausencia de tildes, Teresa elabora un relato bien construido y utiliza palabras impropias para su edad como “envergadura”.

Si nos centramos en los datos podemos observar que muchos de ellos carecen de una representación real (páginas con 15 metros de ancho o diccionarios con casi 9 millones de palabras), no tienen asociadas unidades de medida para trabajar con ellos (baños de 1x1, pero no se especifica la unidad) y parecen ser una lista interminable de ítems con el único fin de hacer más largo el problema.

Al revisar las preguntas se aprecia que algunas de ellas no pueden resolverse, ya que no hay datos suficientes para ello (ante la pregunta ¿Cabrán todos en su casa? no podemos dar un sí o un no puesto que no se nos especifica cuánto ocupa una persona). Estas preguntas no están escritas con la intención de ser preguntas trampa, las cuales veíamos antes, sino que Teresa no ha sido capaz de imaginar su resolución antes de plantear el problema, por lo que hasta que no intente resolverlo no será capaz de ver la incoherencia.

Para trabajar este tipo de dificultades se trató de realizar un proceso de escritura acompañado de la resolución del problema según se escribía, puesto que así Teresa se daría cuenta de la coherencia o incoherencia de datos y preguntas. Esto conlleva a que se use aún más tiempo de lo normal para escribir los problemas, pero también consigue que se hagan mejor.

Actualmente Teresa sigue teniendo problemas de representación, aunque parece haber mejorado respecto al inicio. Además, sigue mostrando dificultades en la abstracción de cantidades y la estimación, por lo que si se enfrenta a un problema nuevo no suele poder resolverlo satisfactoriamente. Sin embargo, su afectividad hacia los problemas ha mejorado notablemente, ya que los considera como un reto divertido a resolver, por lo que no le importa usar mucho tiempo en su resolución, buscando diferentes estrategias para poder solucionarlo.

4.1.1.4 Tiempo de resolución

Uno de los puntos que más caracterizan a la discalculia es el tiempo que toman las personas que tienen este trastorno para resolver tareas matemáticas sencillas. Como se ha comentado, al inicio del proceso Teresa utilizaba mucho tiempo para realizar operaciones sencillas (unos 10 segundos para operaciones como $5+3$), llegando a necesitar minutos para operaciones un poco más complejas.

El tiempo de resolución está directamente relacionado con la automatización de hechos numéricos, otro de los síntomas que presenta esta persona. Esto es debido a que, si no es capaz de realizar automáticamente algunos cálculos que se suelen tener subitizados (por ejemplo, $5+5=10$), ella debe realizar esas operaciones siempre.

Otro síntoma del riesgo de discalculia que se presenta en este caso y afecta al tiempo de respuesta es la elección de estrategias poco eficaces. Ante una operación aritmética como $12 + 35$ existen numerosas estrategias para resolverla; nos encontramos en este caso que la única estrategia que es capaz de adoptar Teresa para realizar esta operación de forma mental es realizar un conteo desde el 35 sumando 12 unidades, lo cual implica una gran lentitud, a lo que se le añaden otros problemas como los déficits de memoria y los problemas atencionales, que convierten esta operación en una tarea con una complejidad muy elevada para ella, la cual consigue resolver tomando bastante tiempo.

Para lidiar con estos problemas se han realizado las actividades de subitización comentadas antes, tratando de que automatizara hechos numéricos que le ayudaran a agilizar determinados cálculos. Además, se han propuesto numerosas referencias reales en las que apoyarse al realizar las operaciones, insistiendo en la escritura de las cantidades para paliar los déficits de memoria y ayudar en el camino a la abstracción.

4.1.2 Juegos y motivación

Dentro de las opciones para poder llevar a cabo un proceso de reeducación exitoso con una persona con riesgo de discalculia se consideraron los juegos como una actividad que podría aportar muchos beneficios.

Los juegos permiten focalizar el trabajo en los síntomas cuyo trabajo puede resultar más rutinario. Por ejemplo, para mejorar el tiempo de respuesta, es necesario trabajar antes la automatización de hechos numéricos, síntoma que puede ser abordado mediante la subitización de cantidades. Puesto que dar una lista de sumas, restas o multiplicaciones para memorizar es algo absurdo, y más para una persona con estas características, podemos aprovechar los juegos para que, poco a poco y mediante numerosas representaciones, se adquiera dicha automatización de una forma lúdica y paulatina.

Figura 16. Juego de la escoba. Fuente: Fournier.



Así, las sumas y restas hasta el 10 pudieron ser trabajadas con el juego de los 10 cerditos, las sumas del 15 mediante la escoba y las multiplicaciones mediante el juego de los cuadrados, siendo estos tres los juegos más relevantes durante la reeducación, existiendo,

por supuesto, muchos otros, con la idea de reforzar la multisensorialidad, usando materiales manipulativos y figurativos de forma constante.

Además, los juegos fueron una enorme fuente de motivación, que comenzaron aportando una motivación extrínseca y poco a poco se convirtieron en una motivación intrínseca, lo que implica que Teresa era más proclive a aprender con ellos, ya que la motivación intrínseca es la que logra aprendizajes significativos (ver Farias & Pérez, 2010; Naranjo Pereira, 2009). Esto sucedió al utilizar los juegos como un refuerzo positivo, provocando la situación de que Teresa quisiera realizar el resto de las tareas de forma correcta para poder llegar al momento de juego.

4.1.3 Relación con las peculiaridades del caso

Además de recoger e interpretar datos sobre el riesgo de discalculia, dado que no existe un diagnóstico, también se han recogido otros problemas que pudieran configurar las DAM, teniendo en cuenta la posibilidad de que este caso no se trate de una discalculia sino de un problema más genérico englobado dentro de dicha categoría. Por este motivo, se interpretan a continuación tanto las dificultades matemáticas que no están asociadas a la discalculia, pero sí que se consideran DAM, como las variables contextuales que han podido favorecer o dificultar la aparición de las DAM.

4.1.3.1 Dificultades de aprendizaje en matemáticas

Tal y como se comentó en el marco teórico las DAM engloban un gran conjunto de variables que pueden influir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En nuestro caso concreto, en el mes de mayo, Teresa fue diagnosticada con dislexia, lo cual podría suponer una fuente de DAM, ya que este problema genera dificultades en la lectura y entendimiento de los problemas, haciendo más compleja su resolución.

No se observan problemas graves de déficit de atención. Teresa en ocasiones se distrae y olvida la tarea, pero este hecho no sucede de forma continuada ni es persistente, sino que depende del día, por lo que se interpreta que no se pueden asociar las DAM al déficit de atención.

El resto de las habilidades matemáticas afectadas consideradas dentro de las DAM también están descritas dentro del marco de la discalculia y ya han sido comentadas e interpretadas en este apartado, por lo que se observa que el único factor de los considerados dentro de las DAM que podría afectar a las matemáticas es la dislexia.

4.1.3.2 Escolaridad y ámbito familiar

La escolaridad en este caso ha sido muy peculiar, ya que Teresa durante su vida ha pasado por tres escuelas diferentes, siendo una de ellas un aula hospitalaria. Durante las sesiones Teresa ha expresado en varias ocasiones que, tanto en su primer colegio, como en el actual, las matemáticas no se enseñan bien y que eso le hizo tener un rechazo hacia ellas, siendo en el aula hospitalaria el único acercamiento real a las matemáticas con un profesor que a ella le gustaba. Esto implica que, de sus seis años de educación primaria, ha cursado durante cinco clases de matemáticas que le han desmotivado y le han hecho generar un rechazo hacia las matemáticas.

Es muy importante destacar también la influencia de la pedagogía libertaria en su escolaridad temprana (Educación Infantil y los tres primeros años de Educación Primaria). Según expresa Teresa, siempre existía la posibilidad de “saltarse la clase de matemáticas” o “no hacer nada sin que se dieran cuenta”. A la vista de estas declaraciones, según dice Teresa, en sus primeros años de vida las matemáticas no solo fueron rechazadas, sino que no fueron aprendidas.

Si unimos estos hechos a lo expuesto en el marco teórico en relación con la educación temprana de las matemáticas y su influencia en el desarrollo posterior de la competencia matemática y del sentido numérico, podemos observar que este podría ser un caso de subdesarrollo por la escolaridad llevada en su vida, lo cual podría explicar bastantes de las DAM presentadas en la actualidad, por lo que este ha de ser un factor imprescindible a tener en cuenta a la hora de valorar de nuevo en el siguiente apartado el riesgo de discalculia.

El ámbito familiar, al contrario que la escolaridad, ha tenido influencias positivas en todo momento. Los padres de Teresa siempre se han preocupado por su educación matemática, llegando a tomar cursos de didáctica de las matemáticas para poder ayudar en su correcta educación. Esto ha hecho que, durante el proceso de reeducación, el investigador haya

podido tener el mismo planteamiento didáctico que los padres, por lo que la niña ha podido observar que las matemáticas que se usan en sus clases particulares y las que usa en su día a día con su familia son las mismas, apreciando una utilidad y una continuidad en las mismas.

4.2 Cambios observados a lo largo del proceso de reeducación

A la hora de hablar de cambios y teniendo en cuenta que estamos en una investigación de corte cualitativo se hace necesario hablar de la situación a la que nos han llevado las decisiones tomadas durante el proceso. Mientras que en el apartado de interpretación de los datos se exponen y se da sentido a la información obtenida en este se analizan las repercusiones que ha tenido la reeducación en Teresa y la forma en la que las peculiaridades que configuran el estudio de caso intrínseco aparecen e influyen.

Por este motivo, en este apartado se comentará la situación actual de la niña, teniendo en cuenta tanto lo expuesto en el apartado de datos como los datos obtenidos de las pruebas que se han realizado al final del proceso de reeducación, que son las mismas que se realizaron al inicio, pudiendo comparar ambos resultados con el fin de obtener un análisis más profundo y completo de la situación.

Tal y como se hizo en la ocasión anterior, se valora la competencia matemática y los procesos cognitivos, teniendo en cuenta una evaluación final con la prueba de 6º de EP de la comunidad de Madrid y una evaluación intermedia realizada en el mes de marzo, teniendo en cuenta tanto el resultado de la prueba como la observación sistemática del proceso. Añadido a esto, también se valora el dominio afectivo de las matemáticas con la escala Math and Me de la misma forma que al principio y se realiza una nueva valoración del riesgo de discalculia, comprobando su evolución y si existen cambios respecto al inicio.

Todos estos datos no han de ser tomados como pruebas objetivas que pretenden medir la efectividad de una intervención con una estructura pretest-intervención-postest, sino como pruebas complementarias que suponen una fuente adicional de información para responder a las preguntas de investigación asociadas a este estudio de caso intrínseco basado en un proceso de reeducación. Es por ese motivo que además conocer del resultado de las pruebas resulta muy valioso tener en cuenta los procesos de realización de estas.

4.2.1 Competencia matemática y procesos cognitivos

Para poder tener una referencia del cambio experimentado por Teresa en competencias matemáticas y procesos cognitivos se realizó una prueba diagnóstica similar a la utilizada en el inicio durante el mes de marzo. Además, al finalizar el proceso de reeducación, en el mes de junio, se realizó una nueva evaluación utilizando en esta ocasión la prueba diagnóstica de 6º de EP, ya que, como veremos a continuación, la de 3º de EP ya no serviría.

Si bien es cierto que las competencias trabajadas no son las necesarias para poder completar exitosamente la prueba de competencias de 6º de EP, al igual que con la primera prueba realizada, se tiene muy en cuenta para la descripción del caso el proceso de resolución de los problemas, por lo que en este caso los resultados, aunque puedan dar mucha información, ha de ser interpretada bajo las peculiaridades existentes.

4.2.1.1 Prueba intermedia (marzo)

De la misma forma que al iniciar la investigación se realiza una valoración mediante la prueba de competencia matemática de 3º de Educación Primaria de la Comunidad de Madrid, en este caso la de 2018, y se continúa la toma de datos mediante la observación sistemática y la anotación en el cuaderno de campo. La prueba se puede ver en el Anexo 1.

En esta ocasión se obtiene un resultado de 21/25 (un 8.4 sobre 10), constatando una mejora tanto en los procesos cognitivos como en la competencia de los bloques curriculares. De la misma forma que antes, utilizando la matriz de evaluación asociada a la prueba (que se puede ver en la figura 17) obtenemos los siguientes datos:

- Los procesos en los que peor rendimiento se observa son juicio y valoración (0 puntos sobre 2), análisis (3 puntos sobre 4) y aplicación (4 puntos sobre 5). Los procesos en los que mejor rendimiento muestra son acceso e identificación (4 puntos sobre 4), comprensión (7 puntos sobre 7) y síntesis y creación (3 puntos sobre 3).

- Los bloques de contenido, ordenados de mayor competencia mostrada a menor son: geometría (4 puntos sobre 4), números (11 puntos sobre 12), Incertidumbre y datos (3 puntos sobre 4), y medida (3 puntos sobre 5).

Figura 17. Prueba de competencia matemática intermedia. Fuente: elaboración propia.

Puntuación total 21/25 = 0.84			Bloques de contenido							
			Números 11/12 = 0.92		Medida 3/5 = 0.6		Geometría 4/4 = 1		Incertidumbre y datos 3/4 = 0.75	
			Cálculo 6/7=0.86	Resolución de problemas 5/5=1	Cálculo ½=0.5	Resolución de problemas 2/3=0.66	Cálculo 1/1=1	Resolución de problemas 3/3=1	Cálculo 2/2=1	Resolución de problemas 1/2=0.5
Procesos	Conocer y reproducir 11/11 = 1	Acceso e identificación 4/4 = 1	1		1	1		1		
		Comprensión 7/7 = 1	2	2			1	1	1	
	Aplicar y analizar 7/9 = 0.77	Aplicación 4/5 = 0.8			0	1		1	1	1
		Análisis 3/4 = 0.75	1	2						0
	Razonar y reflexionar 3/5 = 0.6	Síntesis y creación 3/3 = 1	2	1						
		Juicio y valoración 0/2 = 0	0			0				

La prueba se realizó en solo dos sesiones, la mitad que en la primera, lo que nos indica que Teresa ha sido capaz de automatizar ciertos hechos numéricos y ha mejorado la latencia a la hora de dar respuesta a los problemas.

Durante la realización de esta prueba se observó que el conteo con los dedos sigue existiendo, aunque se ha reducido respecto al inicio, los problemas suelen ser representados antes de ser resueltos y se tiene claro el procedimiento a seguir para resolverlos en casi todos.

Aun así, la situación sigue siendo problemática, no hemos de olvidar que esta prueba está diseñada para 3º de EP, mientras que Teresa está en 6º de EP, el tiempo tomado sigue siendo muy elevado y las operaciones básicas no siempre son resueltas, lo que da a entender que los problemas asociados al posible trastorno de aprendizaje son persistentes.

4.2.1.2 Prueba final (junio)

Para la prueba final se optó por usar la prueba de competencias de la comunidad de Madrid para 6º de EP a pesar de saber que Teresa no conoce muchos de los conceptos y no domina muchas de las competencias que se requieren para realizar satisfactoriamente la prueba. La prueba se puede ver en el Anexo 1.

En esta ocasión encontramos que Teresa ha obtenido una valoración de 14/31 (un 4.5 sobre 10). Al completar la matriz de corrección de esta prueba (se puede ver en la figura 18) observamos lo siguiente:

- Los procesos cognitivos en los que se demuestra un menor dominio son aquellos relacionados con razonar y reflexionar (puntuación de 0.27 en el global). En los procesos de conocer y reproducir y de aplicar y analizar se obtiene un resultado prácticamente similar (0.55 y 0.54 respectivamente).
- Respecto a las competencias observamos que los bloques en los que peor competencia muestra son el de medida (0.16) y el de números (0.27), los cuales tienen unas puntuaciones muy bajas. Por el contrario, tanto el bloque de geometría como el de incertidumbre y datos tienen una puntuación de 0.71, muy alta si lo comparamos con los otros dos.

Figura 18. Prueba de competencia matemática final. Fuente: elaboración propia.

Puntuación total 14/31 = 0.45			Bloques de contenido			
			Números 3/11 = 0.27	Medida 1/6 = 0.16	Geometría 5/7 = 0.71	Incertidumbre y datos 5/7 = 0.71
Procesos	Conocer y reproducir 5/9 = 0.55	Acceso e identificación 3/5 = 0.6	1	0	2	
		Comprensión 2/4 = 0.5	1	0	1	
	Aplicar y analizar 6/11 = 0.54	Aplicación 3/5 = 0.6	0	1	1	1
		Análisis 3/6 = 0.5	0	0	1	2
	Razonar y reflexionar 3/11 = 0.27	Síntesis y creación 2/6 = 0.33	1	0	0	1
		Juicio y valoración 1/5 = 0.2	0	0		1

Durante el desarrollo de esta prueba, la cual también abarcó dos sesiones completas de dos horas (lo que nos indica que desde marzo no ha habido una evolución respecto al tiempo de resolución), de nuevo se apreció una disminución en el conteo con los dedos y una mayor tendencia a realizar operaciones y razonamientos de forma abstracta. Aunque esto pudiera parecer una mejoría no lo es en la práctica, puesto que, aunque Teresa trataba de realizar en abstracto los razonamientos habitualmente fallaba en ellos, por lo que tenía que repetirlos de forma manipulativa o pictórica.

Los resultados obtenidos tanto el bloque de medida como en el de números pueden ser explicados por el desconocimiento de los contenidos matemáticos requeridos, lo que implica la imposibilidad de realizar los problemas. A pesar de no conocer bien ni los

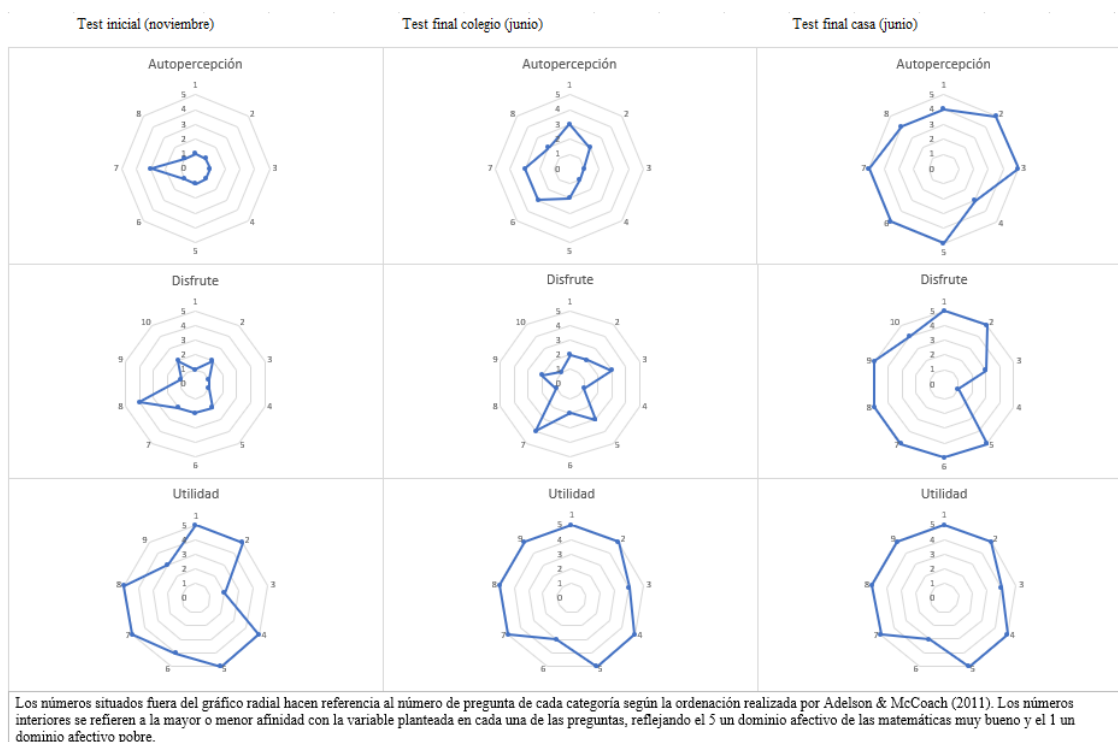
términos ni el proceso, Teresa ha intentado resolver los problemas, tratando de modelizar la situación, mostrando buenos razonamientos, pero siendo incapaz de dar con la respuesta correcta.

Se observa también que síntomas asociados a la discalculia siguen presentes, destacando de nuevo el tiempo de resolución y respuesta, la incapacidad para trabajar con las horas, y los problemas de abstracción. Añadido a esto y con el reciente conocimiento del diagnóstico de dislexia se pidió que Teresa tras leer cada problema explicara al investigador lo que pedía el enunciado, con el fin de comprobar su entendimiento. En este sentido la niña no tuvo ningún problema, mostrando una buena comprensión lectora.

4.2.2 Dominio afectivo de las matemáticas

Para comprobar el dominio afectivo de las matemáticas se volvió a utilizar el mismo cuestionario que la primera vez, con el fin de comparar ambos. Sin embargo, en esta ocasión, al realizar el cuestionario, Teresa expresó que tenía que hacer una diferencia entre “las mates del colegio” y “las mates de casa”, dentro de las cuales incluyó las matemáticas realizadas en las clases y las que realiza con su familia. El investigador permitió a la niña diferenciar ambos contextos, obteniendo los siguientes resultados:

Figura 19. Dominio afectivo matemático inicio y final. Fuente: elaboración propia.



Como se puede observar, existen cambios respecto al inicio en el ámbito escolar y grandes cambios en el ámbito personal.

Refiriéndonos al ámbito escolar, podemos ver que hay ligeras mejorías en las tres subescalas del cuestionario, siendo las más destacables las mejoras en la autopercepción, en la que se pasa de un 0 en casi todas las cuestiones a únicamente un 0, primando los unos y doses. Si observamos detenidamente la escala del disfrute vemos que existen cambios en muchas de las preguntas, pero no todos son buenos, lo que da a entender que, si bien el disfrute ha mejorado ligeramente en las matemáticas asociadas al colegio, no lo han hecho de forma global, sino puntual en determinados aspectos.

Si nos referimos al ámbito personal, en el que se incluyen las clases y las matemáticas hechas con sus familiares, observamos un enorme cambio tanto en autopercepción como en disfrute de las matemáticas. En ambas escalas se obtienen valores muy altos para prácticamente todas las preguntas, lo cual nos indica que Teresa ha creado una disociación entre las matemáticas escolares y las personales, pensando que son dos tipos de matemáticas diferentes.

Esto se ha reflejado numerosas veces durante la reeducación, en momentos en los que Teresa ha expresado que en las clases sabe resolver muchas tareas que en clase no puede, añadiendo que en el colegio siente mucha presión, dispone de poco tiempo y le da miedo fallar. Estos tres aspectos que hacen que el dominio afectivo de las matemáticas se vea afectado han tratado de ser corregidos durante la reeducación bajo las recomendaciones de la literatura científica al respecto, lo cual ha conseguido cambiar la visión de las matemáticas, pero solo de aquellas en las que se han aplicado los cambios. Es por estos motivos que, actualmente, Teresa está ilusionada y motivada hacia las matemáticas que se dan en clases y las que trabaja con sus familiares, pero sigue mostrando rechazo a las matemáticas escolares.

4.2.3 Evolución de las DAM

En este apartado se hará referencia a todas las dificultades matemáticas expresadas por Teresa, tanto las asociadas a la discalculia como las asociadas al contexto (que son, esencialmente, provenientes de la escolarización). Por ese motivo se seguirá el mismo

orden que se ha llevado en el análisis e interpretación de datos, comentando la situación actual de cada uno de los puntos que ya se han analizado.

Los problemas memorísticos son persistentes a día de hoy, especialmente a la hora de abordar una nueva competencia, pero a través de los planteamientos expuestos está siendo posible disminuir los efectos. Esto implica que, aunque que se requiere más tiempo para trabajar una competencia concreta, ya que hay que usar muchas representaciones y se utiliza más tiempo para comprobar los resultados, al final Teresa es capaz de recordar con mayor facilidad determinados datos o procedimientos que antes no podía, obteniendo resultados correctos con una mayor frecuencia.

En las dificultades asociadas al conteo y a las operaciones básicas se observa que, al realizar operaciones como multiplicaciones y divisiones, los fallos más comunes se dan en las sumas y restas, operaciones en las que suele fallar por realizar mal el conteo, o por olvidarse de “las llevadas”. El conteo se realiza con los dedos en aquellas ocasiones en las que Teresa no tiene memorizada la suma y no puede aplicarla automáticamente y, teniendo en cuenta que solo ha subitizado las sumas de 10, 15 y alguna más de forma esporádica suele realizar este tipo de conteo a menudo, aunque trata de llevar a cabo estrategias de descomposición de números básicos para alcanzar las sumas del 10 y del 15 con mayor facilidad.

El tiempo de respuesta es uno de los aspectos en los que más evolución se ha apreciado. Mientras que al principio tomaba casi un minuto hacer una operación simple actualmente ese tiempo se ha reducido a pocos segundos (siempre dependiendo de la subitización de las cantidades que se operan). En otros aspectos como la resolución de problemas o la respuesta a preguntas que realiza el investigador también se ha podido apreciar esta mejoría, respondiendo de forma más ágil con el mismo ratio de errores y fallos que tenía anteriormente. Esto es relevante puesto que no solo es capaz de hacer las tareas de forma más veloz, sino que hacerlas así no implica más fallos, dando a entender que ha mejorado su velocidad de procesamiento de la información. Aún así, el tiempo que toma para realizar las diferentes actividades matemáticas sigue siendo bastante superior al esperado por su edad cronológica y nivel de escolarización, haciéndose esto notar en el colegio, donde no es capaz de terminar los exámenes de matemáticas por falta de tiempo (al no tener un diagnóstico validado en el colegio no le realizan este tipo de adaptaciones).

La dislexia diagnosticada en mayo que podría ser otra fuente de DAM no ha tenido repercusiones visibles durante el proceso de reeducación. Este trastorno del aprendizaje podría explicar las faltas de ortografía vistas en los problemas y algunas formas de redacción que se habían asociado a la edad, lo cual solo implicaría alguna dificultad a la hora de redactar el enunciado de los problemas.

Finalmente, la escolarización ha sido un factor especialmente relevante, tanto de forma previa a la reeducación como durante la misma. Como ya se comentó, en la escolarización pasada de Teresa, las matemáticas no fueron trabajadas de una forma adecuada según asevera ella, lo cual habría podido llevar a esta situación si sus percepciones sobre el colegio son acertadas. Además, de acuerdo con la información dada tanto por la familia como por otras familias de la misma clase que Teresa, la forma en la que se trabajan las matemáticas a día de hoy en su aula tampoco es nada favorable para ella, puesto que según los datos a los que ha podido acceder el investigador, la escuela lleva a cabo un proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas igual para todos los niños, sin pararse en aquellos que tienen dificultades y avanzando en el temario a pesar de que no se haya comprendido lo anterior. Esto ha generado un gran rechazo a las matemáticas de la escuela y es el motivo principal por el que Teresa decidió realizar dos veces el cuestionario de domino afectivo al ver sus preguntas, ya que ha disociado completamente las matemáticas escolares y las matemáticas extraescolares.

Este problema ha sido abordado tanto por parte del investigador como por sus padres, tratando de mejorar la situación e intentando crear nexos y relaciones entre la escuela y las clases, pero no se ha conseguido ningún avance en el dominio afectivo y Teresa sigue distinguiendo entre dos tipos de matemáticas. Es evidente que esta situación es una importante fuente de DAM, ya que al abordar e intentar trabajar una nueva competencia su única referencia es lo que ya trabajó en el colegio, lo cual hace que siempre se muestre reticente a comenzar un nuevo tema, consiguiendo que los primeros días de trabajo sean mucho menos productivos que los siguientes, en los que ha conseguido disociar la competencia trabajada del colegio. Esto implica que la niña siente un rechazo enorme hacia todo aquello que trabaja en las matemáticas escolares y trata de evitar enfrentarse a ello, lo que hace necesario un gran esfuerzo para reeducar a Teresa e intentar reconducir el dominio afectivo.

4.2.4 Riesgo de discalculia

Para comenzar hablando del riesgo de discalculia de Teresa es necesario completar de nuevo el *checklist* elaborado para este caso, con el fin de comprobar si existen cambios respecto al inicio. Para poder apreciar la comparación se mantendrán las cruces en negro de la ocasión anterior y se añadirán cruces rojas para visualizar el presente.

Tabla 4. Factores de riesgo en la discalculia, comparación inicio-fin. Fuente: elaboración propia a partir de los autores mencionados.

Factores de riesgo en la discalculia (Sans et al., 2012, 2013; Serra Grabulosa, 2014; Strang & Rourke, 1985)	Frecuencia de observación		
	Nunca	En ocasiones	Habitualmente
Mala organización espacial de cantidades			X X
Baja atención visual		X	X
Dificultades motoras y gráficas de escritura		X X	
Problemas de juicio y razonamiento numérico	X X		
Mala memoria relativa a las cantidades		X	X
Baja perseverancia en tareas matemáticas		X	X
Poca noción del concepto de cantidad		X X	
Ejecución incorrecta de ejercicios aritméticos		X X	
Falta de habilidad para contar		X	X
Incapacidad para decir la hora			X X
Dificultad en la resolución de problemas			X X
Poca habilidad para medir			X X
Poca habilidad para reagrupar	X	X	
Poca habilidad para estimar soluciones			X X
Poca habilidad para las operaciones aritméticas básicas		X X	
Confusión en la lectoescritura de los números	X X		
Déficit en la recuperación de la información aprendida		X	X
Poca automatización de los hechos aritméticos		X	X
Uso incorrecto de signos	X X		
Olvidar el número llevado	X X		
Mala ubicación de los dígitos	X X		
Toma demasiado tiempo		X	X
Elige estrategias poco eficaces			X X

Dificultades en el sistema de numeración posicional	X		X
---	---	--	---

A la vista de estos resultados podemos apreciar que Teresa ha mejorado en algunos aspectos como la memoria y el tiempo empleado, por ejemplo, aunque en la mayoría de los síntomas muestra un valor parecido al del inicio. Es destacable, además, que ninguno de los síntomas se ha manifestado con más frecuencia que en el inicio.

Dado que la discalculia es un trastorno del aprendizaje con origen neurológico y sus efectos son persistentes en la persona estos resultados necesitan ser interpretados, puesto que no es normal que exista una mejora de estas características en una persona con esta condición. Por ese motivo, se presentan a continuación diferentes hipótesis que proponen tanto que la persona siga en riesgo de discalculia como que la persona no tenga este TA.

La primera hipótesis podría formularse en torno al marco teórico de los trastornos de aprendizaje. Como hemos dicho, la discalculia es un trastorno persistente en una persona, por lo que la no manifestación de algunos síntomas de este trastorno después de un proceso de reeducación puede hacer pensar que Teresa no tiene esta dificultad. Esto implicaría, por tanto, que la niña ha tenido una escolaridad con la que no se ha sentido cómoda, durante la que no se han tratado de forma adecuada las DAM y que muchas de ellas han coincidido con los síntomas típicos de la discalculia. Por tanto, lo que esta niña presenta en conjunto son dificultades de aprendizaje en matemáticas y no discalculia, a pesar de que en un inicio mostrase los síntomas del trastorno de aprendizaje, pudiendo ser explicados estas DAM por otros factores como una posible baja competencia y una escolaridad en la que no se trabajaron bien las matemáticas.

La segunda hipótesis puede formularse en torno al riesgo de discalculia y ha de tomar muchos más datos para la interpretación. Para comenzar, hay que tener en cuenta que Teresa ha mostrado una evolución positiva en los síntomas y ha sido capaz de aprender a un ritmo mucho mayor del esperado al inicio. Para esta hipótesis también se tendrá en cuenta el dominio afectivo de las matemáticas, el cual se ha comprobado que ha evolucionado enormemente durante la reeducación, pero solo en el ámbito extraescolar, ya que en la escuela sigue mostrando un dominio afectivo muy parecido al inicial. Además, se tiene en cuenta el reciente diagnóstico de dislexia (que tiene una alta comorbilidad con la discalculia), el cual sorprendió tanto a la familia como al investigador, puesto que la niña no había presentado en ninguna etapa de su vida

problemas ni síntomas asociados a este TA. A la vista de todos estos datos podría elaborarse una hipótesis pensando lo contrario a la anterior: que Teresa tenga un alto nivel de competencia. Esta competencia tan alta podría explicar que los síntomas de la dislexia hayan podido ser ocultados durante toda su escolaridad, haciendo parecer que no la tiene. Si unimos este supuesto con la mala escolaridad, la discalculia y el dominio afectivo de las matemáticas podríamos deducir que Teresa sigue estando en riesgo de discalculia, puesto que manifiesta muchos de los síntomas asociados, pero que en un inicio los síntomas eran mucho más notables debido al tratamiento de las matemáticas en el colegio y al mal dominio afectivo. Por tanto, una vez se han trabajado las matemáticas desde un enfoque focalizado en las dificultades de la niña y que ha mejorado significativamente el dominio afectivo los síntomas de la discalculia se han visto disminuidos, aunque no del todo, ya que es una condición persistente en Teresa.

La segunda hipótesis, entonces, teoriza que la discalculia sigue pudiendo existir, manifestándose en los síntomas ahora descritos, que serían los que la niña hubiera tenido desde un inicio si su escolaridad y dominio afectivo hubieran sido percibidos de una forma más positiva.

La evolución es clara: Teresa ha mejorado en todos los aspectos que se han trabajado, pero es necesario realizar estas hipótesis para dar respuesta a las preguntas de investigación teniendo en cuenta las peculiaridades que hacen que este sea un estudio de caso intrínseco.

5. Conclusiones

Las conclusiones de este trabajo han de ser capaces de responder a las preguntas de investigación planteadas en el inicio, así como tener en cuenta los objetivos marcados en la investigación. Por este motivo, se hará un primer apartado en el que se reflejen tanto los niveles de consecución de los objetivos como las respuestas encontradas a las preguntas de investigación. Posteriormente, se mostrarán las conclusiones extraídas del análisis de datos y de la evolución observada durante la investigación.

5.1 Relación con los objetivos y preguntas de investigación

Comenzando por los objetivos personales, podemos decir que los tres planteados se han cumplido. El objetivo relacionado con la discalculia ha sido trabajado mediante la continua distinción que se ha hecho entre DAM y discalculia, teniendo que profundizar mucho en ambos temas para poder establecer hipótesis coherentes sobre la situación de Teresa. Esto hace que también se haya profundizado en el campo de la discalculia, cumpliendo el segundo objetivo. Finalmente, gracias al marco metodológico planteado ha sido posible llevar a cabo una investigación rigurosa y fundamentada.

Respecto a los objetivos prácticos también podemos afirmar que se han cumplido los tres, ya que se han explorado los factores implicados en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se ha diseñado un proceso de reeducación, se ha aplicado con resultados exitosos y gracias a eso se han podido conocer con profundidad las DAM de Teresa.

Finalmente, los objetivos intelectuales también han sido conseguidos mediante la investigación, puesto que se ha explorado el efecto de las DAM en una persona, como afecta un tipo de reeducación concreta y el papel que tiene la escolaridad en este caso tan particular, ligado por supuesto a las dificultades mencionadas.

Al hablar de las preguntas de investigación hemos de tener en cuenta que sus respuestas provienen de la interpretación de los datos y de los resultados obtenidos en las diferentes pruebas realizadas. Dado que este trabajo es de corte cualitativo, está amparado en un paradigma constructivista y su muestra es de una única persona, los resultados no son

generalizables, sino propios de este estudio de caso, por lo que se da la respuesta a las preguntas para este caso concreto.

El proceso de reeducación se ha focalizado, fundamentalmente, en trabajar las matemáticas atendiendo a los síntomas asociados a la discalculia que Teresa ha presentado. Además, se ha hecho mediante una metodología que se podría considerar similar al descubrimiento guiado en la que se ha usado el enfoque CPA para introducir nuevos contenidos. Esta focalización ha resultado exitosa, puesto que se han conseguido grandes avances tanto en la adquisición de las competencias que no había adquirido previamente como en el dominio afectivo de las matemáticas, ámbito que también estaba muy afectado. Por tanto, se concluye que, a pesar de que la niña pueda no tener discalculia, focalizarse en los síntomas asociados a este trastorno de aprendizaje es igualmente útil, ya que se trabajarían de igual manera las DAM específicas que está presentando.

Por otro lado, hemos visto como los factores externos han sido muy relevantes en el caso. Primero tenemos el ámbito familiar, favorable en todos los sentidos, el cual ha favorecido el éxito de la reeducación matemática de Teresa. Sin embargo, también tenemos el colegio, que ha tenido el efecto diametralmente opuesto a la familia. La escolarización ha conseguido, en este caso, que la niña haya desarrollado unas DAM que en otras condiciones en las que hubieran sido mejor tratadas no hubiera tenido, por lo que, a partir de lo expuesto en el apartado de evolución, se concluye que ha sido el factor que más ha influido en el desarrollo de las DAM mostradas desde el inicio del caso.

5.2 Conclusiones generales

Una vez se ha hablado de la consecución de objetivos y se ha dado respuesta a las preguntas de investigación se elaboran las siguientes conclusiones a partir de los datos y resultados obtenidos en las pruebas realizadas:

1. Teresa ha mejorado significativamente su nivel de competencia matemática y ha mostrado una menor prevalencia de los síntomas asociados a la discalculia con la reeducación realizada, comprobando la efectividad de realizar un proceso de reeducación que se focalice en los problemas concretos que muestra.

2. Las recomendaciones metodológicas para trabajar con personas con discalculia, tales como dar una mayor cantidad de tiempo y fomentar la multisensorialidad han tenido una repercusión muy buena en Teresa. Esto significa que, a pesar de que finalmente la niña no tenga discalculia sino DAM, estas recomendaciones también hubieran servido para este caso.
3. Dada la mala percepción del proceso de enseñanza aprendizaje en matemáticas que ha vivido Teresa durante su escolarización se han disociado las matemáticas del colegio y las matemáticas extraescolares, lo cual ha hecho que variables como el dominio afectivo en matemáticas se muestren muy diferentes si ella piensa en unas o en otras.
4. Los juegos han supuesto una fuente fundamental de motivación y recursos para trabajar durante el proceso de reeducación, no solo proporcionando diversión sino también trabajando competencias mediante ellos, por lo que se constata su utilidad para este caso.
5. A la espera de un diagnóstico profesional se sigue sin poder afirmar que Teresa tenga discalculia, ya que, a pesar de seguir presentando síntomas, estos podrían ser explicados por otros motivos que se enmarcan en las DAM, pero tampoco se ha de descartar esta primera opción, ya que existen indicadores que muestran que podría tener dicho trastorno de aprendizaje.
6. El contexto que rodea al participante ha resultado fundamental para entender tanto las DAM que se han mostrado como las pautas que había de seguir el proceso de reeducación desde el inicio, por lo que la elección del estudio de caso intrínseco como metodología de trabajo ha sido acertada.

6. Relevancia, limitaciones y líneas de trabajo futuras

En este estudio de caso hemos podido apreciar una gran evolución en el nivel de competencia matemática de Teresa. Como se ha reiterado en numerosas ocasiones, no podemos afirmar que Teresa tenga discalculia, puesto que no existe un diagnóstico que lo confirme; no obstante, mediante los datos obtenidos, tanto al inicio como al final de la investigación, hemos elaborado dos hipótesis en las cuales se contempla que los problemas vengan del riesgo de discalculia o sean producidos por DAM. Es por este motivo, que en este apartado se realizará una comparación con otros estudios de caso en

personas que muestran los mismos síntomas, los cuales sí suelen estar diagnosticados bajo la etiqueta de discalculia. Mediante esta comparación será posible establecer las diferencias entre este estudio y otros similares, con el fin de destacar lo que hace original y relevante a este estudio.

Además de esto, también se explorarán las limitaciones del estudio, para dejar claro cuáles son las posibles fuentes de mejora y las maneras en las que no es posible interpretar los datos. Finalmente, se propondrán líneas de investigación relacionadas con el tema tratado que podrían surgir a la vista de este trabajo.

6.1 Similitudes, diferencias y relevancia

En un inicio, es fundamental comentar lo que hace a este estudio único, que es el mismo motivo por el que se decidió utilizar el método del estudio de caso intrínseco: las peculiaridades de Teresa. La escolarización en diferentes colegios, los problemas de salud y el entorno son algunos de los detonantes de la situación inicial, y son los que hacen que este estudio pueda tener relevancia al ser único.

No obstante, y teniendo en cuenta las peculiaridades, podemos comparar la reeducación llevada a cabo con otras parecidas, comprobando las similitudes y diferencias existentes entre ellas.

Se observa que en muchas de las intervenciones llevadas a cabo se utilizan materiales manipulativos y representaciones figurativas del objeto matemático con el fin de favorecer la comprensión. Se defiende, además, que mediante estas representaciones se favorece la comprensión, trabajando así la discalculia (ver trabajos de Arnal & Batres, 2020; Carcaño, 2019; González Gago, 2020; Heredia, 2012; Rojas et al., 2011; Valencia, s. f.)

De entre los trabajos anteriormente citados, únicamente en el trabajo de González Gago (2020) menciona el uso de materiales manipulativos con el fin de favorecer la multisensorialidad, como también hemos abogado en esta investigación

En cuanto a la finalidad de la intervención, presenta este trabajo un enfoque singular al buscarse una reeducación matemática de Teresa, en lugar de su educación matemática.

No se busca con el proceso que adquiriera el mismo conocimiento matemático que sus compañeros adaptándose a las características de Teresa, sino una reeducación matemática completa e individualizada, en la misma línea que González Gago (2020)

En segundo lugar, destaca como elemento singular de este trabajo el enfoque fuertemente apoyado en el modelo CPA. Partiendo de la psicología del desarrollo y bajo el enfoque metodológico que trabaja cada uno de los conceptos matemático con los tres modelos: concreto, pictórico y abstracto, se reconstruye paso a paso el recorrido matemático de una persona normativa durante la reeducación realizada.

En tercer lugar, y alineado con un enfoque universal o alineado con los principios del DUA, se ha intervenido sobre los síntomas de discalculia que Teresa presentaba. Si bien no se dispone de un diagnóstico cerrado de esta, una atención a los mismos y un trabajo explícito y consciente sobre ellos nos ha permitido distinguir aquellos que, incluso tras la reeducación, siguen presentes en cierta medida, de los que han disminuido su frecuencia.

6.2 Limitaciones del estudio

Este trabajo muestra un estudio de caso, en el que el caso a estudiar está compuesto únicamente por una persona con unas características muy peculiares. Si bien estas peculiaridades pueden ser una ventaja, haciendo del caso algo relevante, también pueden convertirse en una debilidad, dado que el caso raramente será replicable. Dado que las condiciones específicas del caso son, prácticamente, irreplicables, este estudio no puede tener como finalidad ser generalizable, siendo esta, por tanto, una de las limitaciones más importantes del estudio. No obstante, es necesario puntualizar que, si bien esta podría ser una limitación del estudio, este estudio en ningún momento busca ser generalizable, sino que es un estudio de caso intrínseco mediante el cual lo que se busca es la comprensión de un fenómeno concreto, en este caso de Teresa y de sus DAM.

Otra limitación relevante, normalmente asociada a los estudios cualitativos, es la posible subjetividad que conlleva la interpretación de los datos obtenidos. Como se detalló en el apartado de diseño metodológico, un investigador siempre actúa bajo un paradigma, es decir, tiene unas ideas preconcebidas que sistematiza bajo una serie de principios consiguiendo una visión subjetiva de la realidad a investigar. Por este motivo, a pesar de realizar la toma de datos de forma sistemática y tratar de analizarlos de forma objetiva,

es imposible deshacerse completamente del punto de vista del investigador, lo cual puede tener como consecuencia la existencia de sesgos o errores de interpretación en los datos. Para tratar de aminorar los efectos de esta limitación se ha tratado de triangular los datos obtenidos con el tutor y la cotutora del trabajo, comentando y analizando con ellos continuamente la información que se recogía durante las sesiones para evitar interpretaciones y valoraciones personales del investigador.

Finalmente, la última limitación vendría por parte del desconocimiento del diagnóstico de Teresa. A pesar de que en el mes de mayo se obtuvo un diagnóstico de dislexia, todavía no ha sido posible realizarle el de discalculia ni pruebas de CI, lo que hace que no sea posible aseverar ninguna afirmación en relación con los trastornos de aprendizaje. Esta limitación ha sido parcialmente eliminada mediante el enfoque llevado a cabo en el trabajo, puesto que en lugar de centrar la atención en el riesgo de discalculia se ha centrado en lo que es seguro: las dificultades de aprendizaje en matemáticas, incluyendo dentro de ellas a la discalculia como una posibilidad a contemplar y llevando a cabo la reeducación bajo sus principios. No obstante, la limitación sigue presente, puesto que no ha sido posible elaborar un estudio centrado exclusivamente en el trastorno de aprendizaje, el cual hubiera sido más original y relevante dados los pocos estudios similares que hay.

6.3 Líneas de trabajo futuro

Respecto al caso que se ha analizado, parece claro que existen una serie de líneas de trabajo que resultan imprescindibles para continuar con la investigación que se está llevando a cabo. Podríamos destacar las siguientes:

- Resulta fundamental llevar a cabo un diagnóstico del posible trastorno de aprendizaje, realizando tanto pruebas de competencia matemática como de sentido numérico y de cociente intelectual, con el fin de determinar si Teresa, finalmente, tiene o no discalculia, pudiendo así individualizar aún más el proceso de reeducación mediante la comprensión de los fenómenos que la rodean. A partir de este punto podemos decir que existe la necesidad de investigar más acerca del diagnóstico profesional de la discalculia, una línea de investigación muy

relevante para poder llevar a cabo procesos de reeducación que sean más eficaces basados en los principios de detección temprana.

- También resulta muy importante comprobar si la dislexia ya diagnosticada tiene alguna comorbilidad con otros trastornos de aprendizaje con los que suele estar relacionada como el TDAH o la propia discalculia.
- Además de la exploración de los trastornos de aprendizaje, sería de gran relevancia profundizar en el dominio afectivo de las matemáticas, ya que, como se ha visto en esta investigación, está muy dañado. El dominio afectivo de las matemáticas es un pilar imprescindible en el proceso de alfabetización matemática, y es por ello que se debería prestar una gran atención en el trabajo futuro con la niña.
- Por último, resulta de gran importancia que el colegio (o más bien el instituto en el que cursará 1º de ESO al año que viene) conozca con profundidad la situación de Teresa, pudiendo aplicar ciertos aspectos que le favorecen en gran medida, como es el enfoque CPA adoptado durante el proceso de reeducación.

Finalmente, respecto a las investigaciones sobre el tema relacionadas con este trabajo se proponen como posibles líneas de investigación de interés las siguientes:

- El uso de enfoques matemáticos “inclusivos” o diseño universal de aprendizaje. En relación con la evolución mostrada por Teresa y documentada en este trabajo, en los que se ha comprobado cómo un enfoque CPA puede ayudar al participante investigado, sería muy interesante comprobar si la aplicación de dicho enfoque en el aula ordinaria beneficia a las personas con DAM sin suponer un perjuicio para las personas que no las tienen.
- Creación de recursos tecnológicos para la discalculia. En relación con lo expresado en otros trabajos y lo que las familias de personas con discalculia manifiestan, se requieren recursos tecnológicos que puedan ayudar a los niños con este trastorno de aprendizaje. La creación de estos recursos, además, no tiene por qué estar solo orientada a los niños, sino que también podrían crearse para los maestros de escuela, ayudándolos ante una situación que, a día de hoy, sigue siendo bastante desconocida en las aulas.
- La formación del profesorado en DAM y, en concreto, en discalculia. Como se acaba de mencionar, la discalculia es un trastorno de aprendizaje poco conocido

en las aulas, por lo que resultaría de gran valor realizar un trabajo acerca de la formación actual del profesorado de Educación Infantil, Primaria y Secundaria en el tema de discalculia, así como una posible mejora de dicha formación si fuera necesario.

- Aspectos teóricos en relación con la discalculia. Al ser este un trastorno de aprendizaje que se puede tratar desde múltiples campos (educación, matemáticas, neurología, psicología...), aún no existen estudios muy exhaustivos, con muestras grandes y representativas que permitan conocer datos como la prevalencia, la comorbilidad... por lo que resultaría de gran importancia realizar aportes teóricos a este campo.

Se consideran estas cuatro líneas de trabajo propuestas como las más relevantes actualmente para investigar este trastorno de aprendizaje, con el fin de que pase de ser el gran olvidado dentro de los trastornos neurológicos a un trastorno conocido, que se sepa abordar y para el que existan recursos e información suficiente, facilitando así la vida de las numerosas personas que lo padezcan.

7. Referencias bibliográficas

- Acuña-Alberto, D. A., Chimal-Morales, D. I., Oliva-Martínez, D. Á. R., & Aguayo-Magaña, D. G. (2004). Análisis del ambiente familiar en niños con trastornos de aprendizaje. *Revista Neurología, Neurocirugía y Psiquiatría*, 37(1), 6-13.
- Adelman, C., Kemmis, S., & Jenkins, D. (1980). Rethinking case study: Notes from the second Cambridge conference. En H. Simons (Ed.), *Towards a Science of the singular: Essays about Case Study in Educational Research and Evaluation* (pp. 47-61). University of East Anglia.
- Adelson, J. L. (2006). *Math and Me Survey*. Unpublished instrument.
- Adelson, J. L., & McCoach, D. B. (2011). Development and Psychometric Properties of the Math and Me Survey: Measuring Third Through Sixth Graders' Attitudes Toward Mathematics. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 44(4), 225-247.
- Alexander, D., & Money, J. (1966). Turner's syndrome and Gertsman's syndrome: Neuropsychologic comparisons. *Neuropsychologica*, 4, 265-273.
- Alonso Tello, C., López Barriga, P., & de la Cruz Vicente, O. (2013). Creer tocando. *Tendencias Pedagógicas*, 21, 249-262.
- Alsina, Á. (2018). La evaluación de la competencia matemática: Ideas clave y recursos para el aula. *Revista Épsilon*, 98, 7-23.
- American Psychiatric Association. (2003). *DSM-IV-TR. Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales*. Masson.

- American Psychiatric Association. (2013). *DSM-5. Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales*. Editorial Médica Panamericana.
- Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development*, 54(3), 695-701. <https://doi.org/10.2307/1130057>
- Ardila, A., & Rosselli, M. (2002). Acalculia and Dyscalculia. *Neuropsychology Review*, 12(4), 179-231. <https://doi.org/10.1023/A:1021343508573>
- Arnal, M., & Batres, A. (2020). LA DISCALCULIA EN LA EDUCACIÓN INFANTIL: UN ESTUDIO DE CASO. *Revista Varela*, 20(57), 366-380.
- Arteaga, B., & Macías, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en educación infantil*. UNIR.
- Asociación Americana de Psicología. (2002). *Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales (DSM-IV-TR)*. Masson.
- Ausubel, D. P. (1968). *The Psychology of Meaningful Learning; an Introduction to School Learning*. Grune and Stratton.
- Badian, N. A. (1999). Persistent arithmetic, reading, or arithmetic and reading disability. *Annals of Dyslexia*, 49, 43-70.
- Bakwin, H., & Bakwin, R. M. (1960). *Clinical management of behavior disorders in children*. Saunders.
- Barrachina, L. A., Serra Grabulosa, J. M., Soler Vilageliu, O., & Tolchinsky, L. (2014). *Trastornos de aprendizaje de la escritura y las matemáticas*. UOC.

- Bart, W. M. (1970). Mathematics Education: The Views of Zoltan Dienes. *The School Review*, 78(3), 355-372.
- Baxter, P., & Jack, S. (2008). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The Qualitative Report*, 13(4), 544-559.
<https://doi.org/10.46743/2160-3715/2008.1573>
- Benedicto-López, P., & Rodríguez-Cuadrado, S. (2019). Discalculia: Manifestaciones clínicas, evaluación y diagnóstico. Perspectivas actuales de intervención educativa. *RELIEVE - Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 25(1). <https://doi.org/10.7203/relieve.25.1.10125>
- Berch, D. B. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children With Mathematical Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333-339.
<https://doi.org/10.1177/00222194050380040901>
- Berger, H. (1926). Über Rechenstörungen bei Herderkrankungen des Großhirns. *Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten*, 78(1), 238-263.
<https://doi.org/10.1007/BF01996620>
- Berger, P., & Luckman, T. (2003). *La construcción social de la realidad*. Amorrortu.
- Brown, T. E. (2000). *Attention-deficit disorders and comorbidities in children, adolescents, and adults*. American Psychiatric Publishing, Inc.
- Carboni-Román, A., del Río, D., Capilla, A., Maestú, F., & Ortiz, T. (2006). *Bases neurobiológicas de las dificultades de aprendizaje*. 42(2), 171-175.
- Carcaño, C. D. (2019, septiembre 27). El juego educativo como tratamiento para la discalculia. *IX Congreso Estudiantil y IV Congreso internacional de investigación*

en *Psicología*. IX Congreso Estudiantil y IV Congreso internacional de investigación en Psicología.

<http://cuved.unam.mx/divulgacion/index.php/ceciip/ceciipix/paper/view/622>

Castejón, J. L., & Navas, L. (2013). *Dificultades y trastornos del aprendizaje y del desarrollo en infantil y primaria*. Editorial Club Universitario.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Pearson.

Cid, E., Godino, J. D., & Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada.

Cohn, R. (1961). Dyscalculia. *Archives of Neurology & Psychiatry*, 4, 301-307.

Compton, D. L., Fuchs, L. S., Fuchs, D., Lambert, W., & Hamlett, C. (2012). The Cognitive and Academic Profiles of Reading and Mathematics Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 45(1), 79-95.
<https://doi.org/10.1177/0022219410393012>

Cuenya, L., & Ruetti, E. (2010). *Controversias epistemológicas y metodológicas entre el paradigma cualitativo y cuantitativo en psicología*. 19(2), 271-277.

Cuida, A., Sanz, A. M., & Nieto, T. (2019). El papel de los dedos en el desarrollo de las habilidades lógico-matemáticas en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(2), 77-91.

De Castro Hernández, C., Flecha López, G., & Ramírez García, M. (2015). Matemáticas con dos años: Buscando teorías para interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 26, 89-108.

- Dirks, E., Spyer, G., van Lieshout, E. C. D. M., & de Sonnevill, L. (2008). Prevalence of Combined Reading and Arithmetic Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 41*(5), 460-473. <https://doi.org/10.1177/0022219408321128>
- Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J., & Márquez, F. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: Evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad en la educación, 45*, 90-131. <https://doi.org/10.4067/S0718-45652016000200004>
- Farias, D., & Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación universitaria, 3*(6), 33-40. <https://doi.org/10.4067/S0718-50062010000600005>
- Fidalgo, R., & Robledo, P. (2010). EL ÁMBITO DE LAS DIFICULTADES ESPECÍFICAS DE APRENDIZAJE EN ESPAÑA A PARTIR DE LA LEY ORGÁNICA DE EDUCACIÓN. *Papeles del Psicólogo, 31*(2), 171-182.
- Fiuza, M. J., & Fernández, M. P. (2014). *Dificultades de aprendizaje y trastornos del desarrollo—Manual didáctico*. Pirámide.
- Flores Fahara, M. (2004). Implicaciones de los paradigmas de investigación en la práctica educativa. *Revista Digital Universitaria, 5*(1), 2-9.
- Fonseca, R., Hernández, R. V., & Mariño, L. F. (2017). Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático. *Encuentro Internacional en Educación Matemática, 2*, 78-88.

<https://ww2.ufps.edu.co/oferta-academica/i-encuentro-internacional-en-educacion-matematica/1109>

Friz Carrillo, M., Sanhueza Henríquez, S., & Sánchez Bravo, A. (2009). CONOCIMIENTO QUE POSEEN LOS ESTUDIANTES DE PEDAGOGIA EN DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS (DAM). *Estudios pedagógicos*, 35(1), 47-62. <https://doi.org/10.4067/S0718-07052009000100003>

Fuson, K. C., & Hall, J. (1992). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107). Academic Press.

García, J. (2001). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica*. Ariel.

Garrido, A., & Álvaro, J. (2007). *Psicología Social*. Mc Graw Hill.

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114(2), 345-362. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.114.2.345>

Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4-15. <https://doi.org/10.1177/00222194040370010201>

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics: JDBP*, 32(3), 250-263. <https://doi.org/10.1097/DBP.0b013e318209edef>

- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press.
- Gergen, K. (2007). La ciencia psicológica en el contexto posmoderno. En A. Estrada & Z. Días (Eds.), *Construccionismo Social. Aportes para el debate y la práctica*. Universidad de los Andes.
- Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia and acalculia: Local diagnostic value. *Archives of Neurology & Psychiatry*, 44(2), 398-408.
<https://doi.org/10.1001/archneurpsyc.1940.02280080158009>
- Gerstmann, J. (1957). Some Notes on the Gerstmann Syndrome. *Neurology*, 7(12), 866-866. <https://doi.org/10.1212/WNL.7.12.866>
- Godino, J. D., font, V., konic, P., Wilhelmi, M. R., Cardeñoso, J. M., & Peñas, M. (2009). EL SENTIDO NUMÉRICO COMO ARTICULACIÓN FLEXIBLE DE LOS SIGNIFICADOS PARCIALES DE LOS NÚMEROS. En *Investigación en el aula de Matemáticas. Sentido Numérico* (pp. 117-184). SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gómez, Ó. (2021). La atención a la diversidad en España: De la Ley General de Educación a la LOMLOE. *Revista Inclusiones*, 8(Número especial), 463-480.
- González Gago, Y. (2020). *Reeducando matemáticamente desde la discalculia: Un estudio de caso* [Trabajo fin de grado, Universidad de Valladolid]. <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/42957>

- Grafman, J. (1988). Acalculia. En F. Boller, J. Grafman, G. Rizzolatti, & H. Goodglass (Eds.), *Handbook of Neuropsychology* (pp. 121-136). Elsevier.
- Greeno, J. G. (1991). Number Sense as Situated Knowing in a Conceptual Domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218.
<https://doi.org/10.2307/749074>
- Guba, E., & Lincoln, Y. (1994). Paradigmas en pugna en la investigación cualitativa. En N. Denzin & I. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 105-117). Sage.
- Hamui, A. (2016). La pregunta de investigación en los estudios cualitativos. *Investigación en Educación Médica*, 5(17), 49-54.
- Henschen, S. E. (1925). Clinical and anatomical contributions on brain pathology. *Archives of Neurology & Psychiatry*, 13(2), 226-249.
<https://doi.org/10.1001/archneurpsyc.1925.02200080073006>
- Heredia, Y. F. (2012). *Plan de Intervención psicopedagógico sobre discalculia, dirigido a dos niños que se encuentran entre los 7 y 8 años de edad, que cursan el tercer año de Educación básica de la Escuela Fiscal Mixta de Atenas del Ecuador* [Trabajo fin de grado]. Universidad del Azuay.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. McGraw-HILL / Interamericana Editores, S.A. de C.V.
- Janesick, V. (1994). The choreography of qualitative research design. En N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (Sage, pp. 379-399).

- Jimenez González, J. E., & Hernandez Valle, I. (1999). A Spanish Perspective on LD. *Journal of Learning Disabilities*, 32(3), 267-275.
<https://doi.org/10.1177/002221949903200308>
- Jonnaert, P., Barrette, J., Masciotra, D., & Yaya, M. (2008). La competencia como organizadora de los programas de formación: Hacia un desempeño competente. *Profesorado: revista de currículum y formación del profesorado*, 13(3).
- Jordan, N., Kaplan, D., Locuniak, M., & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 36-46.
- Kaufmann, L., Mazzocco, M., Dowker, A., Aster, M., Göbel, S., Grabner, R., & Rubinsten, O. (2013). Dyscalculia from a differential perspective. *Frontiers in psychology*, 4, 1-5.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up*. National Research Council.
- Kirk, S. A., & Bateman, B. (1962). Diagnosis and Remediation of Learning Disabilities. *Exceptional Children*, 29(2), 73-78.
<https://doi.org/10.1177/001440296202900204>
- Kosc, L. (1970). Psychology and psychopathology of mathematical abilities. *Studia psychologica*, 12, 159-162.
- Kosc, L. (1974). Developmental Dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7(3), 164-177. <https://doi.org/10.1177/002221947400700309>
- Kuhn, T. (1962). *The structure of scientific revolutions*. Chicago University.

- Lewandowsky, M., & Stadelmann, E. (1908). Ueber einen bemerkenswerten Fall von Himblutung und uber Rechenstorungen bei Herderkrankung des Gehirns. *J. Psycol Neurol*, 11, 249-265.
- López, I. A. (2017). Utilizando TouchMath para enseñar nociones de Aritmética a un niño con TEA. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 62-74.
- López Melero, M. (2016). La LOMCE, un cuadro tenebroso que no responde a la diversidad. *Revista Educación, política y sociedad*, 1(2), 163-182.
- López Ruiz, E. T. (2013). LA ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN LA FUTURA LOMCE. *Investigación e Innovación Educativa*, 218-224.
- Macdonald, B., & Walker, R. (1975). Case-study and the Social Philosophy of Educational Research. *Cambridge Journal of Education*, 5(1), 2-11.
<https://doi.org/10.1080/0305764750050101>
- Marbán, J.M., Maroto, A., & Palacios, A. (en elaboración) Adaptación al español y validación de la escala Maths and Me.
- Martínez Zamora, M. M., Henao López, G. C., & Gómez, L. Á. (2009). Comorbilidad del trastorno por déficit de atención e hiperactividad con los trastornos específicos del aprendizaje. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 38(1), 178-194.
- Maxwell, J. A. (2008). Designing a qualitative study. En L. Bickman & D. J. Rog (Eds.), *Handbook of Applied Social Science Research Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Maxwell, J. A. (2012). *Qualitative Research Design: An Interactive Approach*. SAGE Publications.

- Mertens, L. (1996). *Competencia laboral: Sistemas, surgimientos y modelos*. Cintefor/OIT.
- Millá, M. G. (2006). Atención temprana de las dificultades de aprendizaje. *Revista de neurología*, 42(2), 153-156.
- Ministerio de Educación y Ciencia. (1992). *Cajas rojas. Educación Primaria. Adaptaciones Curriculares*. MEC.
- Molano, G. (2018). Dificultades de aprendizaje y su incidencia en la adolescencia. *Prisma Social: revista de investigación social*, 23, 366-387.
- Naranjo Pereira, M. L. (2009). Motivación: Perspectivas teóricas y algunas consideraciones de su importancia en el ámbito educativo. *Revista Educación*, 33(2), 153-170. <https://doi.org/10.15517/revedu.v33i2.510>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM.
- Ortiz, M. R. (2004). *Manual de Dificultades de Aprendizaje*. Pirámide.
- Ortiz, M., Vicedo, A., González, S., & Recino, U. (2015). Las múltiples definiciones del término «competencia» y la aplicabilidad de su enfoque en ciencias médicas. *EDUMECENTRO*, 7(3), 20-31.
- Patton, M. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. Sage.
- Pavié, A. (2011). Formación docente: Hacia una definición del concepto de competencia profesional docente. *REIFOP*, 14(1), 67-80.

- Peinado Rocamora, P. (2018). *La clase invertida: Una experiencia con alumnos con dificultades de aprendizaje* [Universidad de Murcia].
<https://digitum.um.es/digitum/handle/10201/63299>
- Price, G. R., & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, Causes, and Treatments. *Numeracy*, 6(1), 1-16. <https://doi.org/10.5038/1936-4660.6.1.2>
- Ramírez, M. J. (2018). PERFIL DE RENDIMIENTO DE CHILE EN LA SUBESCALA DE REPRESENTACION DE DATOS TIMSS 1999. *Estudios Pedagógicos*, 28, 69-88. <https://doi.org/10.4067/S0718-07052002000100004>
- Ramos, C. A. (2015). Los paradigmas de la investigación científica. *Avances en Psicología*, 23(1), 9-17. <https://doi.org/10.33539/avpsicol.2015.v23n1.167>
- Rodríguez Molinero, L., López Villalobos, J. A., Garrido Redondo, M., Sacristán Martín, A. M., Martínez Rivera, M. T., & Ruiz Sanz, F. (2009). Estudio psicométrico-clínico de prevalencia y comorbilidad del trastorno por déficit de atención con hiperactividad en Castilla y León (España). *Pediatría Atención Primaria*, 11(42), 251-270.
- Rojas, A. C., Contreras, A. P., & Arévalo, M. A. (2011). Intervención didáctica para promover el aprendizaje de las matemáticas, en niños con discalculia. *Respuestas*, 16(2), 5-13.
- Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: Heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends in Cognitive Sciences*, 13(2), 92-99. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2008.11.002>

- Sanguinetti, A., & Serra Grabulosa, J. M. (2015). Discalculia. Cuando 2+2 no son 4. En M. Arnedo, J. Bembibre, A. Montes, & M. Triviño (Eds.), *Neuropsicología infantil a través de casos clínicos*. Editorial Médica Panamericana.
- Sans, A. (2008). *¿Por qué me cuesta tanto aprender?* Edebé.
- Sans, A., Boix, C., Colomé, R., López-Sala, A., & Sanguinetti, A. (2012). Trastornos del aprendizaje. *Pediatría Integral*, 16(9), 691-699.
- Sans, A., Boix, C., Colomé, R., López-Sala, A., & Sanguinetti, A. (2013). Trastornos del aprendizaje. En *Curso de actualización pediátrica* (pp. 37-47). Exlibris Ediciones.
- Sans, A., Boix, C., Colomé, R., López-Sala, A., & Sanguinetti, A. (2017). Trastornos del aprendizaje. *Pediatría Integral*, 21(1), 23-31.
- Sautu, R. (2003). *Todo es teoría. Objetivos y métodos de investigación*. Lumiere.
- Serra Grabulosa, J. M. (2014). La discalculia. En A. Barrachina (Ed.), *Trastorno de aprendizaje de la escritura y las matemáticas* (pp. 185-277). UOC.
- Siegler, R. S. (1987). Strategy choices in subtraction. En J. A. Sloboda & D. Rogers (Eds.), *Cognitive Processes in Mathematics*. Clarendon Press.
- Simons, H. (2011). *Estudio de caso: Teoría y práctica*. Morata.
- Stake, R. E. (1995). *The Art of Case Study Research*. SAGE.
- Strang, J. D., & Rourke, B. P. (1985). Arithmetic disabilities subtypes: The neuropsychological significance of specific arithmetic impairment in childhood. En *Neuropsychology of Learning Disabilities* (pp. 87-101). Guilford Press.

Temple, C. M. (1997). *Developmental Cognitive Neuropsychology*. Psychology Press.

Valencia, M. C. T. (s. f.). *Dificultad de aprendizaje específica* [Trabajo fin de grado].
Universidad Piloto de Colombia.

Vygotsky, L. (1931). Desarrollo de las funciones mnemónicas y mnemotécnicas. *Lev Vygotsky Obras Escogidas*, 3, 247-264.

Yin, R. K. (1994). Discovering the future of the case study method in evaluation research. *Evaluation Practice*, 15, 283-290.

8. Anexos

Anexo 1: Baterías de problemas

En este anexo se muestran las tres pruebas realizadas, siendo originales de la comunidad de Madrid. Se exponen también las matrices de evaluación correspondientes a cada prueba. Todas las pruebas se han obtenido de la página oficial de la comunidad de Madrid y pueden ser consultadas en el siguiente enlace:
<https://www.comunidad.madrid/servicios/educacion>

Prueba 1: Prueba de competencias y procesos cognitivos de 2019 de 3º de EP

EL CUMPLEAÑOS DE MI TÍA LOLA

Dentro de una semana será el cumpleaños de mi tía Lola. Es la hermana pequeña de mi padre. Juega en un equipo local de veteranas de fútbol y es súper divertida. Nos juntaremos todos en casa de los abuelos para celebrarlo.



1. A mi tía Lola le encantan los pasteles de chocolate. Yo quiero darle una sorpresa haciendo uno de chocolate naranja y nueces. Tengo ahorrados 12 €. Los precios de cada producto que necesito para elaborar la tarta son: Naranjas = 2€, Nueces = 2€, Tableta de chocolate = 1€. **¿Cuánto dinero me sobrará?**

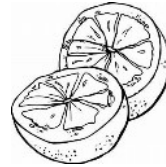
- A. 5€
- B. No me sobra nada.
- C. 7€
- D. 2€

2. Mi tía cumple 40 años y un paquete de 10 velas cuesta 3€, **¿cuántos paquetes necesito?**

Necesito _____ paquetes de velas.

3. Sabiendo que en 1kg entran 4 naranjas, y que para hacer el pastel necesito 6 naranjas. **¿Tendré suficiente con 2kg de naranjas?**

- A. No, porque en 2kg entran menos de 6 naranjas.
- B. Sí, porque en 1kg entran 5 naranjas.
- C. Sí, porque en 2 Kg entran 8 naranjas.
- D. No, porque una naranja pesa 1Kg



4. Para preparar la fiesta vamos a una tienda de artículos de fiesta y en la lista de precios encontramos:

- 1 sombrero de papel, que cuesta 1€
- 1 guirnalda de colores, que cuesta 2€
- 2 paquetes de serpentinas, que cuestan 1€



¿Cuánto nos gastaremos si necesitamos 12 sombreros de papel, 3 guirnaldas de colores y 4 paquetes de serpentinas?

- A. 9 €
- B. 5 €
- C. 20 €
- D. 22 €

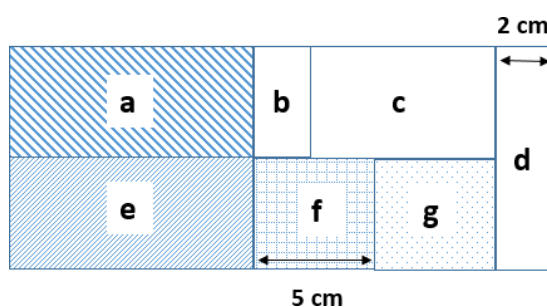
1. A mi abuela le encanta preparar la mesa en las celebraciones. Ha pensado en doblar las servilletas en forma de distintas figuras geométricas. **Relaciona cada letra con su forma.**



- _____ tiene forma de triángulo equilátero.
- _____ tiene forma de pentágono.
- _____ tiene forma de triángulo rectángulo.
- _____ tiene forma de triángulo isósceles.

2. Como a mi tía Lola le gustan mucho los retos matemáticos, mis abuelos le han regalado un juego que consiste en realizar la siguiente figura con diferentes piezas. Una vez realizada, **quieren conocer su perímetro**. Lee muy bien la información y mira la imagen para poder resolverlo.

- Los cuadrados **f** y **g** son iguales.
- Los rectángulos **a** y **e** son iguales.
- El rectángulo **e** es igual a la suma de los cuadrados **f** y **g**.



¿Cuál es el perímetro?

Rodea la respuesta correcta

- A. El perímetro es de 62 cm.
- B. El perímetro es de 64 cm.
- C. El perímetro es de 44 cm.
- D. El perímetro es de 48 cm.

3. Completa los espacios en blanco con las **unidades de edad, longitud, dinero y peso que se han utilizado en las preguntas anteriores** de esta prueba:

MAGNITUDES	Edad	Longitud	Dinero	Peso
Unidades utilizadas				

ACOMPAÑO A MIS ABUELOS AL SUPERMERCADO

Me gusta ir los sábados con mis abuelos a comprar al supermercado de su barrio. Mis abuelos dicen que les viene bien mi ayuda y que aprendo mucho.

4. Como era sábado por la tarde, mis abuelos aprovecharon para hacer la compra de la semana. Estuvimos media hora en la carnicería, 20 minutos en la frutería y, por último, en la caja estuvimos 10 minutos. Si entramos a las 16h 30m, **¿sabes a qué hora salimos?**

Rodea la respuesta correcta.

- A. 17:30
- B. 17:40
- C. 18:00
- D. 18:10



1. Mira la siguiente lista de precios:

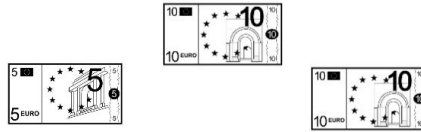
- ✓ Tartaleta rellena de nata = 2€
- ✓ Coca Cola de 2 litros = 3€
- ✓ Refresco de naranja = 1 €
- ✓ 1kg de fresas = 4€

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

AFIRMACIÓN	VERDADERA	FALSA
El precio de 3 tartaletas rellenas de nata es 8€		
Medio Kg de fresas cuestan 2€		
Con 10€ compro 5 Coca Colas de 2 litros		

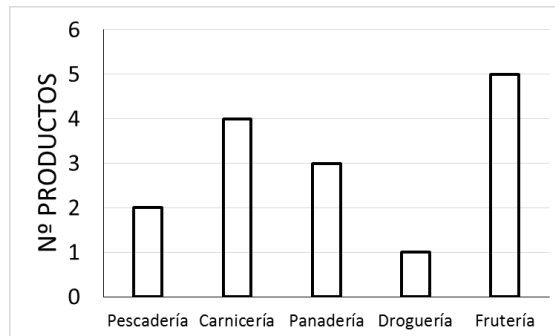
2. En la caja del supermercado, mi abuela pagó con un billete de 5 € y con dos billetes de 10€. Le devolvieron dos monedas de 2€. **¿Cuánto costó la compra total que hicimos?**

- A. 35€
- B. 21€
- C. 20€
- D. 24€



3. Utiliza la siguiente gráfica que representa el número de productos que hemos comprado en cada tienda del supermercado para **completar la tabla de datos**.

TIENDA	Nº de PRODUCTOS
Pescadería	
Carnicería	
Panadería	
Droguería	
Frutería	



4. Ordena de más caro a más barato los precios de estos productos:

- A. Detergente de lavadora = 12,55 €
- B. Servilletas = 1,90 €
- C. Papel higiénico = 4,70 €
- D. Pañales = 19,90 €
- E. Aceite oliva virgen extra = 6,20 €
- F. Lata de sardinas = 2,30 €

19,90 > _____ > _____ > _____ > _____ > _____

LA BIBLIOTECA DE MI COLEGIO

En mi colegio hay una biblioteca muy grande y luminosa.
 Hay muchos libros de todos los tipos.
 En ella se organizan actividades y las reuniones con madres y padres.



13. A mí me encantan los libros de aventuras. La colección que me gusta tiene 20 ejemplares pero en la biblioteca del colegio solo tenemos 5 y nos gustaría completar la colección. Si cada libro cuesta 10€, **¿cuánto costaría comprar los libros que faltan para tener toda la colección completa?**

- A. 125 €
- B. 140 €
- C. 150 €
- D. 200 €

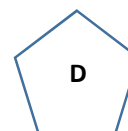
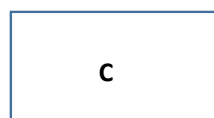
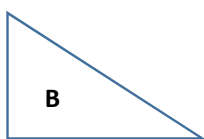
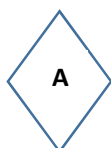
14. Han encargado a un alumno que mida diferentes elementos que hay en la biblioteca, pero se le ha olvidado poner las unidades. Indica las unidades que corresponden a cada medición, metros (m) o centímetros (cm):

Elementos medidos	m	cm
La bibliotecaria mide 1,65		
La altura de la biblioteca es 2,70		
El ancho de un libro mide 25		

15. En la biblioteca del colegio hay 282 libros para prestar a los alumnos de los 6 cursos de primaria. Si queremos dar a cada curso el mismo número de libros, **¿cuántos libros le correspondería a cada curso?**

- A. 37 libros por grupo
- B. 41 libros por grupo
- C. 47 libros por grupo
- D. 31 libros por grupo

16. En la zona de Infantil hay cuatro alfombras, con distintas figuras geométricas planas, para poder leer en el suelo.



Escribe la letra que identifica a cada figura:

13. La bibliotecaria del colegio ha colgado en la puerta una tabla con el número de libros que cada grupo tiene en sus clases.

Grupos	Infantil	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	Sexto
Número de libros	190	178	235	307	278	305	299

Ordena los grupos, desde el que menos libros tiene, al que más libros tiene.

Primero < _____ < _____ < _____ < _____ < _____ < _____

14. Estoy leyendo un libro que me encanta. Leo al día 10 páginas. Voy por la página 60 y el libro tiene 120 páginas.

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

AFIRMACIONES	VERDADERA	FALSA
Ya he leído $\frac{1}{4}$ del libro.		
Me queda por leer la mitad del libro.		
Me acabaré el libro en 10 días.		

UNA PELÍCULA ESTUPENDA

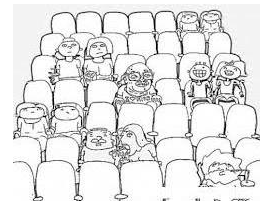
Mañana domingo iremos a ver una película toda la familia. A mí me gusta mucho ir al cine. Cuando sea mayor creo que seré directora de cine. Me gusta contar historias increíbles que parezcan verdad.

15. Entramos en la sala a las 15:50 m. Hubo 10 minutos de anuncios hasta que empezó la película. Duró 1 hora y 30 minutos. **¿A qué hora salimos del cine?**

- A. A las 18.30 h.
- B. A las 17:30 h.
- C. A las 17:00 h.
- D. A las 17:10 h.

16. En la sala en la que se proyectaba nuestra película había 32 filas de butacas y en cada fila había 10 butacas, si habían vendido 220 entradas y no faltó nadie, **¿Cuántas butacas quedaron libres?**

- A. 130 butacas.
- B. 120 butacas.
- C. 100 butacas.
- D. 520 butacas.



13. Al comprar las palomitas y una botella de agua nos regalaron una tarjeta con la que nos descontaban 3€ si encontrábamos el número escondido con la siguiente pista:

El número es par, mayor que 530 y menor que 798

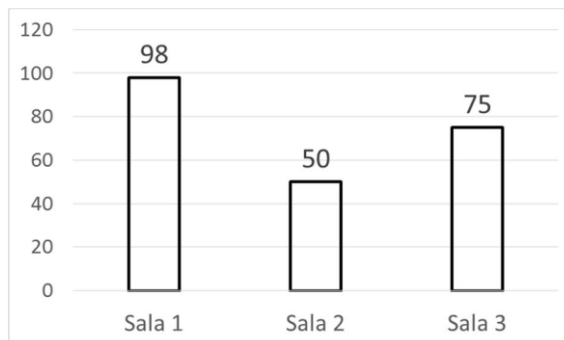
180	320	741	48
1.180	890	87	610

El número escondido es: _____

14. El lunes en el colegio mi amiga Luisa García me dijo que ella fue a ver la misma película con su padre y sus dos hermanas el día del espectador, costándoles solo 32€. ¡¡Qué suerte tuvo!! **Indica lo que SÍ necesitas saber y lo que NO necesitas saber para calcular cuánto se ahorró en cada entrada:**

AFIRMACIONES	SÍ necesitas saber	NO necesitas saber
A. Lo que les cuesta la entrada un día normal		
B. Lo que cuesta la entrada el día del espectador.		
C. La hora a la que entramos para ver la película.		
D. El precio de las palomitas que compra.		

15. A la gente le gusta el cine, pero no ve las mismas películas. La gráfica nos muestra cuantas personas estuvieron el sábado en las distintas salas a las 5 de la tarde.



¿Cuántos espectadores había en total en la sesión de las cinco?

16. El parking del cine es muy divertido porque han pintado en las plazas distintas figuras geométricas.

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

AFIRMACIONES	VERDADERAS	FALSAS
A. Todos los ángulos de un rectángulo son rectos		
B. Los ángulos de un triángulo son obtusos		
C. Los cinco ángulos de un pentágono son agudos		

MATRIZ DE ESPECIFICACIONES

		Bloques de contenido								Nº de ítems % en la prueba	Porcentaje previsto en el marco de evaluación			
		Números		Medida		Geometría		Incertidumbre y datos						
		Cálculo	Resolución de problemas	Cálculo	Resolución de problemas	Cálculo	Resolución de problemas	Cálculo	Resolución de problemas					
Procesos	Conocer y reproducir	Acceso e identificación	3CM04	3CM15	3CM07			3CM05			4	16%	20%	40%
		Comprensión	3CM02	3CM21			3CM06			3CM11A 3CM11B	5	20%	20%	
	Aplicar y analizar	Aplicación	3CM12 3CM18	3CM01	3CM19			3CM24	3CM23		6	24%	20%	40%
		Análisis	3CM17	3CM09	3CM03	3CM14		3CM16			5	20%	20%	
	Razonar y reflexionar	Síntesis y creación	3CM13	3CM10 3CM20		3CM08					4	16%	15%	20%
		Juicio y valoración				3CM22					1	4%	5%	
	Nº de ítems		6	6	3	3	1	3	1	2	25 ítems			
	% en la prueba		24%	24%	12%	12%	4%	12%	4%	8%	100%			
	Porcentaje previsto en el marco de evaluación		25%	25%	10%	10%	5%	15%	5%	5%	100%			
			50%		20%		20%		10%					

Prueba 2: Prueba de competencias y procesos cognitivos de 2018 de 3º de EP

Visita al Zoológico.



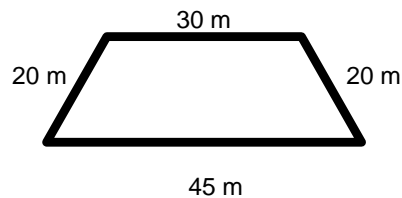
¡Estoy muy impaciente porque mi tutora ha dicho que mi clase va a ir al Zoo-Aquarium de Madrid en este curso!

Hemos leído que es uno de los parques zoológicos más antiguos del mundo, que está dividido en zonas por continentes, y que los recintos de los animales tienen formas geométricas diferentes.

Queremos asistir a las distintas actividades con animales: exhibiciones de delfines, focas, leones marinos, aves rapaces y papagayos. Para ello tendremos que elegir muy bien el día que vamos y preparar todas las actividades para poder aprovechar la visita.

1. Mirando un mapa del zoo vemos que el recinto de las jirafas tiene la forma que nos muestra el dibujo. Si damos un paseo alrededor del mismo, **¿cuántos metros recorreríamos?**

- A. 95 metros
- B. 105 metros
- C. 115 metros
- D. 125 metros



2. Queremos elegir un día que no haya muchos visitantes. Para ello miramos el número de entradas vendidas cada día de la última semana en el Zoológico:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
189	496	604	581	435	1.352	562

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

AFIRMACIÓN	VERDADERA	FALSA
El número 496 tiene un 9 en las decenas.		
El número 562 tiene un 5 en las centenas.		
El número 1.352 tiene un 1 en las unidades de mil.		
Ordenados de mayor a menor sería: $1.352 > 604 > 581 > 562 > 435 > 496 > 189$		

1. El horario de las exhibiciones de aves, focas y delfines es el siguiente:

Como cada exhibición dura 30 minutos y para ir de un lugar a otro se necesitan 15 minutos más.

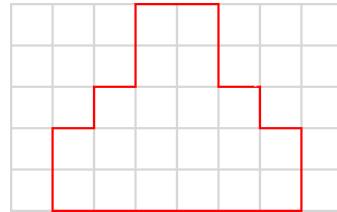
¿Cuál es el pase que nos permitirá ver las tres exhibiciones?

Exhibición	Pase 1.º	Pase 2.º	Pase 3.º
Aves	11:15 h.	17:30 h.	19:00 h.
Focas	11:30 h.	18:15 h.	19:30 h.
Delfines	12:30 h.	19:00 h.	20:30 h.

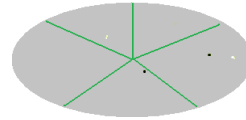
- A. Pase 1.º
- B. Pase 2.º
- C. Pase 3.º
- D. Ninguno de ellos

2. Al llegar al Zoo hemos visto un grupo de voluntarios con macetas para colocar en el jardín de los osos panda. Si cada maceta tiene la forma de un cuadrado pequeño del dibujo, **¿cuántas macetas necesitarán para rellenar la figura?**

- A. 16 macetas
- B. 18 macetas
- C. 20 macetas
- D. 22 macetas



3. Los animales están repartidos por toda la instalación en 5 grupos, según su continente de procedencia. Hemos visitado uno de ellos y nos quedan 4 grupos por ver.



Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

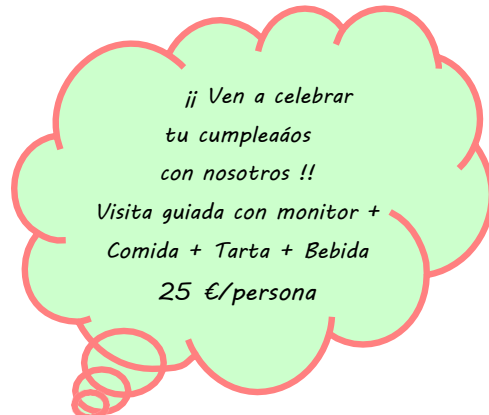
AFIRMACIÓN	VERDADERA	FALSA
Hemos visitado $\frac{1}{4}$ del Zoológico.		
Hemos visitado $\frac{1}{5}$ del Zoológico.		
Nos queda por visitar $\frac{4}{5}$ del Zoo.		
Nos queda por visitar $\frac{2}{5}$ del Zoo.		

4. A la hora de comer fuimos a uno de los restaurantes que hay allí y vi este cartel: ↓

Este año me gustaría ir con mis 9 amigos de clase a celebrar mi cumpleaños al zoo.

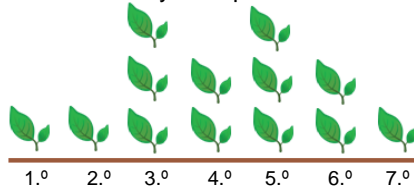
Si tengo 260 € para celebrarlo, ¿crees que podré hacerlo?

- A) No, me faltarían 20 €.
- B) Sí y me quedaría sin dinero.
- C) No, porque necesitaría 270 €.
- D) Sí, y me sobrarían 10 €.



1. Nos mostraron la gráfica con los grupos de voluntarios que han colaborado en el Zoo a lo largo de los 7 primeros meses del año.

Si cada grupo está formado por 10 voluntarios y se representa con una hoja como esta:



¿Cuántos voluntarios han colaborado con el Zoo en estos siete primeros meses del año?

- A. 100 voluntarios
- B. 120 voluntarios
- C. 130 voluntarios
- D. 150 voluntarios

¿A qué jugaban mis padres?

En nuestro colegio se ha organizado una jornada dedicada a los juegos tradicionales, aquellos a los que jugaban nuestros padres y abuelos.



Nuestro grupo de tercero de primaria decidió organizar el juego de bolos; los de la clase de mi hermano pequeño, el corro, y los de cuarto, las chapas, etc

2. En el colegio hay 12 clases de primaria con 23 alumnos en cada una de ellas. Todos los alumnos del colegio han participado en la jornada de juegos tradicionales.

Indica si las afirmaciones son correctas o no:

AFIRMACIONES	CORRECTAS	INCORRECTAS
Participaron casi 280 alumnos.		
Participaron más de 300 alumnos.		
Participaron más de 200 alumnos.		
Participaron menos de 300 alumnos.		

3. Para jugar al "Corro" se hicieron grupos de 26 alumnos. Cada grupo participó alrededor de 20 minutos en el juego. Al final del día habían participado 9 grupos de alumnos.

¿Cuántos minutos se jugó al "Corro"?

- A) 90 minutos
- B) 180 minutos
- C) 234 minutos
- D) 520 minutos



1. Con nuestra tutora construimos los bolos utilizando botellas de leche vacías, que llenamos de agua y en las que pintamos dos franjas rojas. ¡Parecían bolos auténticos! Pintamos con tiza una zona del patio para que todos pudieran jugar.

Elige la unidad correcta para cada medida:

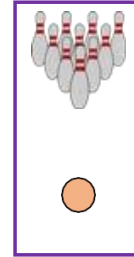
NÚMERO DE BOLOS = 10 bolos.

MASA DE LA BOLA = 1 _____ (metro / kilogramo)

PISTA = 5 _____ DE LARGO (metros / kilogramos)

ZONA DE BOLOS = 3 _____ DE PERÍMETRO (metros / litros)

AGUA DENTRO DE CADA BOLO = 1 _____ DE AGUA (metro / litro)



2. En la clase de 4.º A hay 23 alumnos. Para el juego de “Las chapas” cada alumno aportó 10 chapas. Un alumno de 3.º B también colaboró con 40 chapas, porque su padre trabaja en un restaurante.

¿Cuántas chapas había al empezar a jugar?:

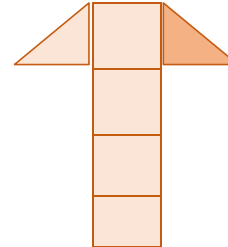
- A. 330 chapas
- B. 230 chapas
- C. 173 chapas
- D. 270 chapas



3. En un rincón del suelo del patio del recreo, los alumnos de 5.º dibujaron la silueta de un “avión” para jugar a la “Rayuela”. Cada una de las alas de este avión tiene forma de triángulo.

Elige la respuesta correcta:

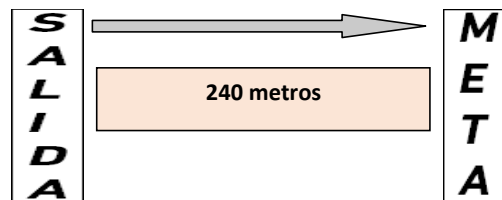
- A. Cada ala tiene dos ángulos rectos.
- B. Cada ala tiene dos ángulos obtusos.
- C. Cada ala tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos.
- D. Cada ala tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.



4. Los mayores organizaron la “Carrera de relevos” con un recorrido igual al representado en el dibujo. El recorrido estaba dividido en 3 tramos iguales para que cada participante le pasara el relevo al siguiente.

¿Cuánto medía cada tramo?

- A. 70 metros
- B. 80 centímetros
- C. 80 metros
- D. 100 centímetros



Taller de cocina.



En el colegio se ha organizado un “Taller de Cocina” en el que se va a enseñar a los alumnos a “comer sano y comer bien”, y a elaborar algunos platos sencillos.

También se dará información acerca de cómo funciona el comedor escolar. Contaremos para ello con Rosana, la cocinera del centro.

Estamos muy contentos porque conoceremos y probaremos comidas típicas de otros países y de otras culturas.

¡Que aproveche!



14. Todos los meses vamos a elaborar una tarta diferente. Este mes toca la tarta de queso y los ingredientes que necesitamos son:

2 paquetes de galletas	100 g de mantequilla
100 g de azúcar	½ l de nata líquida
500 g de queso de untar	2 sobres de cuajada

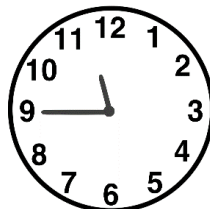
Señala tu respuesta:

PREGUNTA	SÍ	NO
A ¿Necesitaremos comprar más azúcar si tenemos 1 Kg?		
B ¿Necesitaremos más nata líquida si tenemos 1 l?		
C ¿Necesitaremos más mantequilla si tenemos 50 g?		
D ¿Necesitaremos más queso de untar si tenemos 2 envases de 200 g?		

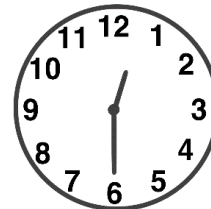
15. Cuando mi clase entra en el comedor del colegio para realizar el “Taller de cocina”, el reloj de la pared está como en el dibujo número 1; y cuando salimos del comedor está como en el dibujo número 2. ¿Cuánto tiempo estamos en el comedor? **Elige la respuesta correcta.**

- A) Estamos en el comedor 1 hora.
- B) Estamos en el comedor 15 minutos.
- C) Estamos en el comedor 45 minutos.
- D) Estamos en el comedor 60 minutos.

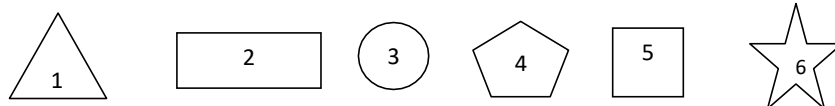
Número 1



Número 2



16. Esta semana vamos a hacer galletas de jengibre en el "Taller de cocina" y para darles forma utilizamos unos moldes como los del dibujo.



Completa las frases con el número del molde adecuado:

Ejemplo: Queremos galletas con forma de estrella, utilizaremos los moldes 6.

- A. Queremos galletas con forma de triángulo, utilizaremos los moldes ____
- B. Queremos que las galletas sean cuadradas, utilizaremos los moldes ____
- C. Queremos que las galletas sean circulares, utilizaremos los moldes ____
- D. Queremos que las galletas tengan sólo 5 lados, utilizaremos los moldes ____

17. Para merendar nos prepararemos un bocadillo. Cada bocadillo lleva un pan de 150 gramos y 85 gramos de jamón serrano. ¿Cuánto pesa cada bocadillo?

- A. 150 kg
- B. 235 g
- C. 235 kg
- D. 150 g



18. Rosana, la cocinera, nos ha dicho que todas las semanas hace un pedido de pan, fruta y lácteos (flanes, natillas...) para el postre. En junio se quedan en el colegio a comer menos alumnos, por lo que el pedido se reduce a la mitad.

Revisa si el pedido de junio es el correcto:

PEDIDO MAYO	
ARTÍCULOS	CANTIDAD
Barras de pan	920
Piezas de fruta	2.640
Lácteos	880

PEDIDO JUNIO	
ARTÍCULOS	CANTIDAD
Barras de pan	460
Piezas de fruta	1.320
Lácteos	440

- A. El pedido de Junio es correcto.
- B. El pedido de Junio es incorrecto.

19. En el mes de febrero dedicamos cada semana a conocer y probar la comida típica de un país o de una cultura diferente:

- 1.ª semana ----- Comida italiana. 2.ª semana ----- Comida china.
- 3.ª semana ----- Comida árabe. 4.ª semana ----- Comida española.



Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

AFIRMACIÓN	VERDADERA	FALSA
Hemos dedicado un cuarto del mes a la comida italiana.		
Un tercio del mes se ha dedicado a la comida china.		
Hemos dedicado la mitad del mes a la comida española.		
Tres cuartos del mes se han dedicado a comida diferente a la comida española.		

La videoteca cercana.



Una mañana los alumnos de 3º de primaria fuimos a visitar una biblioteca cercana al colegio, que tiene zona de videoteca.

Nos explicaron que una videoteca es una recopilación de videos organizados de forma física y digital.

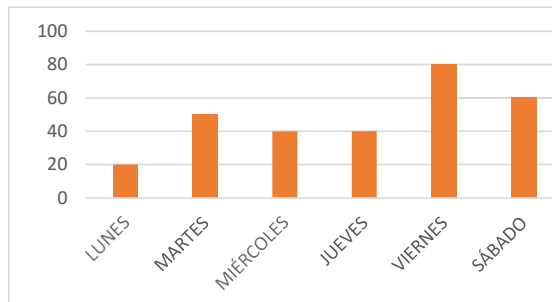


Si queremos llevarnos un video a casa en calidad de préstamo, lo buscaremos en el ordenador y, con su clave, quedará registrado quién se lo lleva, su título y la fecha de devolución.

20. Sonia quiere ir a la videoteca el día de la semana en el que menos préstamos se hagan. Esta gráfica recoge el número de préstamos realizados durante los días de la semana pasada:

¿Qué día debería escoger Sonia?

- A. lunes
- B. viernes
- C. martes
- D. miércoles o el jueves



21. En el archivo de películas de la videoteca se recoge el número de películas prestadas cada mes; estas son las que corresponden a los seis primeros meses del año pasado:

ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
2.321	1.120	1.586	2.200	1.842	2.728

Ordena los meses empezando por aquel en el que más películas se prestaron:

JUNIO -----

22. Nos informan que una de las normas de la videoteca es: por cada día de retraso en la devolución de una película, hay que pagar 1 € de penalización.

Sabiendo que me he pasado 5 días, marca Sí o No en cada una de las siguientes opciones:



OPCIÓN	SÍ	NO
A. Debo pagar 5 € de penalización.		
B. Si llevo dos monedas de 2 €, puedo pagar.		
C. Pagando con un billete de 5 €, me devolverán 2 €.		
D. Llevando un billete de 10 €, puedo pagar la penalización.		

21. En la videoteca las películas están clasificadas en 2 salas diferentes: Sala Infantil y Sala de adultos. En cada una de las salas hay 5 estanterías con 4 estantes cada una, y en cada estante hay 32 películas.



¿Cuántas películas hay en la Sala Infantil?

- A. No lo podemos saber.
- B. 20 películas
- C. 288 películas
- D. 640 películas

22. Hoy en la Sala Infantil proyectan una película. Asistiremos 30 alumnos de 3º. Después de ver la película nos agruparán de 5 en 5, para comentarla.

¿Cuántos grupos podrán formarse?

- A. 5 grupos
- B. 6 grupos
- C. 30 grupos
- D. 3 grupos

23. En la videoteca vemos un cartel que informa de la calificación para las películas en España por edades:

- **A** autorizada para todas las edades.
- **7** no recomendada para menores de 7 años.
- **12** no recomendada para menores de 12 años.
- **16** no recomendada para menores de 15 o 16 años.
- **18** no recomendada para menores de 18 años.

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

AFIRMACIÓN	VERDADERA	FALSA
A. Lucas, de 6 años, solo podrá ver las películas calificadas con A		
B. María, de 13 años, podrá ver las películas calificadas con 16		
C. Felipe, de 53 años, podrá ver cualquier película		
D. Cristina, de 17 años, podrá ver las películas calificadas con 16 pero no las calificadas con 8		

¡BUEN TRABAJO! 😊

MATRIZ DE ESPECIFICACIONES

		Bloques de contenido								Nº de ítems % en la prueba	Porcentaje previsto en el marco de evaluación			
		Números		Medida		Geometría		Incertidumbre y datos						
		Cálculo	Resolución de problemas	Cálculo	Resolución de problemas	Cálculo	Resolución de problemas	Cálculo	Resolución de problemas					
Procesos	Conocer y reproducir	Acceso e identificación	3CM24		3CM17	3CM10		3CM16			4	16%	20%	40%
		Comprensión	3CM02 3CM23	3CM05 3CM19			3CM04	3CM01	3CM20		7	28%	20%	
	Aplicar y analizar	Aplicación			3CM15	3CM13		3CM12	3CM18	3CM07	5	20%	20%	40%
		Análisis	3CM08	3CM06 3CM22						3CM25	4	16%	20%	
	Razonar y reflexionar	Síntesis y creación	3CM14 3CM21	3CM11							3	12%	15%	20%
		Juicio y valoración	3CM09			3CM03					2	8%	5%	
	Nº de ítems		7	5	2	3	1	3	2	2	25 ítems			
	% en la prueba		28%	20%	8%	12%	4%	12%	8%	8%	100%			
	Porcentaje previsto en el marco de evaluación		25%	25%	10%	10%	5%	15%	5%	5%	100%			
			50%		20%		20%		10%					

Prueba 3: Prueba de competencias y procesos cognitivos de 2019 de 6° de EP

Visita al Parque de Bomberos

Los alumnos de sexto de primaria visitan el Parque de Bomberos de la localidad para ver las instalaciones, el equipamiento, los diferentes vehículos que tienen para actuar ante las distintas situaciones de emergencias y sobre todo aprender consejos básicos y medidas de prevención. Durante la visita, Pablo, será el responsable de enseñarnos las instalaciones y nos pedirá ayuda para resolver algunas preguntas.



1. En la entrada principal nos encontramos con una placa conmemorativa con el escudo de los bomberos y su lema "Salus Populi Suprema Lex" en la cual está grabado en números romanos el año de la creación del cuerpo de bomberos. **(MCMLXVII)**
Puedes ayudar al grupo de Juan y María a responder la siguiente pregunta.

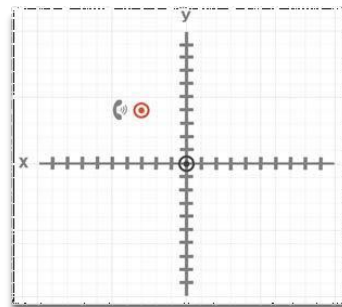
¿En qué año se creó el Cuerpo de Bomberos?

Rellena con cifras:



2. Mientras estamos en el centro de control reciben una llamada de emergencia, es un incendio cerca de una fábrica. En la pantalla aparece la siguiente imagen: el símbolo de la llamada con un punto, pero no se ven las coordenadas. Si el parque de bomberos está situado en la coordenada (0,0), **podrías averiguar en qué coordenadas es la emergencia.**

- A. (-3, 4) C. (3, 4)
- B. (-3, -4) D. (4, 3)



3. Pablo quiere calcular el tiempo que han tardado, desde que recibieron la llamada en el centro de control hasta que llegaron sus compañeros, al lugar de la incidencia. La llamada se recibió a las 9:56. Sus compañeros tardaron 57 segundos en ponerse el equipamiento y montarse en el vehículo, más 243 segundos en llegar al lugar de la incidencia. **¿A qué hora llegaron?**

- A. 9:59
B. 10:00
C. 10:01
D. 10:05



1. Los litros de agua que han necesitado para apagar los incendios en este trimestre han sido de 6,5 millones. **¿Cómo se escribiría el número en forma de potencia 10?**

- A. $6,5 \times 10^2$
- B. $6,5 \times 10^3$
- C. $6,5 \times 10^5$
- D. $6,5 \times 10^6$

2. Hoy han coincidido Pablo y Antonio de guardia, si Pablo realiza las guardias cada 3 días y Antonio cada 5 días. **¿Cuántos días tardarán como mínimo en volver a coincidir?** .Rellena con cifra.

____ días

3. Dos bomberos van a llenar otro camión cisterna de capacidad de 6.500 litros porque tiene el depósito vacío y para hacerlo más rápido van a utilizar dos mangueras. Por una de ella sale $1,3 \text{ m}^3$ por hora y por la otra $1,95 \text{ m}^3$ por hora. Si ambas mangueras se abren a la vez, **¿cuánto tardará en llenarse el depósito al completo?**

- A. 6,5 minutos
- B. 12 minutos
- C. 65 minutos
- D. 120 minutos

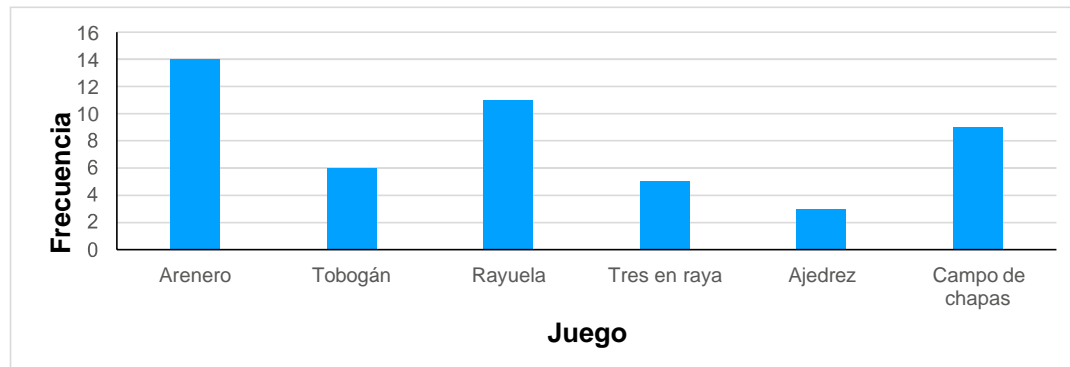


El patio de mi cole es particular







Durante la Semana Cultural se van a crear distintos espacios en el patio del colegio. Para elegir los juegos que más les gusten, se ha realizado una encuesta entre el alumnado del colegio.



En el siguiente gráfico se representa el resultado de la encuesta realizada a 48 alumnos.



1. Podrías ayudar a María a completar los datos que faltan en la siguiente tabla de frecuencias, teniendo en cuenta el gráfico anterior. **¿Cuál sería el valor de A y de B?**

Juego favorito	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
 Arenero	14	$\frac{7}{24}$
 Tobogán	A. <input type="text"/>	$\frac{1}{8}$
 Rayuela	11	B. <input type="text"/>
 Tres en raya	5	$\frac{5}{48}$
 Ajedrez	3	$\frac{1}{16}$
 Campo de chapas	9	$\frac{3}{16}$

2. Teniendo en cuenta la encuesta, se construye en primer lugar arenero de forma cuadrada. Para delimitar su perímetro se utiliza unos listones de madera de 2,5 metros de longitud. Si el perímetro del arenero es de 140 dm de longitud. **¿Cuántos listones tenemos que utilizar como mínimo?**

- A. 4 listones
- B. 5 listones
- C. 6 listones
- D. 7 listones



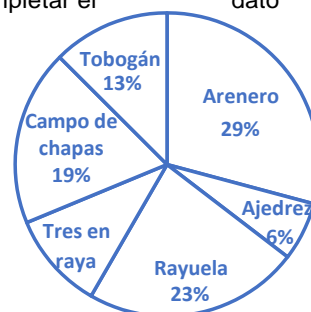
3. Ya tenemos la estructura del arenero, solo nos falta la arena. Para llenarlo necesitamos 200 kg de arena. Vamos a la ferretería próxima al colegio y ¡qué suerte!, todos los productos tienen un 15% de descuento. Si cada saco de arena contiene 25 kg y cuesta 6,95 euros. **¿Cuánto tendremos que pagar por llenar el arenero hoy?**

- A. 8,35 €
- B. 47,26 €
- C. 55,60 €
- D. 87,22 €



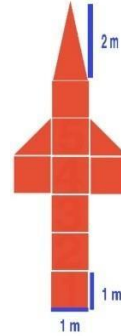
4. A María no le gustan los gráficos de barra y prefiere enseñar a sus compañeros los datos de la encuesta en un diagrama de sectores. Pero se le ha olvidado completar el dato del porcentaje de las tres en raya, **¿cuál será?**

- A. 10%
- B. 15%
- C. 16%
- D. 18%



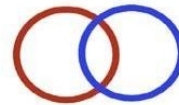
1. El juego de la rayuela le vamos a dar forma de avión, y necesitamos dibujarlo en el patio. Teniendo en cuenta el esquema en el que podemos ver su forma y dimensiones, **¿cuánto espacio ocupará el avión?**

- A. $8,5 m^2$
- B. $9 m^2$
- C. $10 m^2$
- D. $18 m^2$



2. María quiere formar los aros olímpicos y coloca los dos primeros. **¿Cómo son entre si estas circunferencias según en la posición en las que las ha situado María?**

- A. Secantes.
- B. Tangentes.
- C. Concéntricas.
- D. Ninguna de las opciones es correcta.

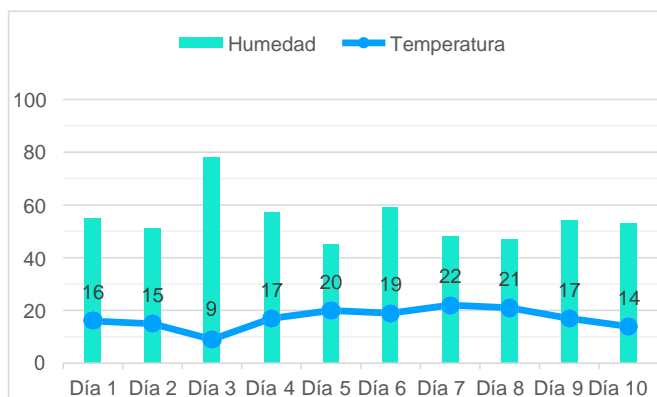


Huerto escolar

Al ser los mayores del cole, los alumnos de sexto son los responsables del huerto. Por ello, en clase de ciencias naturales han dedicado algunas sesiones a conocer las plantas idóneas para cada estación del año y como se deben plantar y abonar para que su crecimiento sea más efectivo.

Y, además, este curso contará con la ayuda de una estación meteorológica para controlar la temperatura, la humedad, la cantidad de lluvia y la velocidad y dirección del viento. Para empezar la tarea solo les hace falta semillas, tierra, abono y macetas.

Los datos de la estación meteorológica los recogen cada semana dos alumnos y realizan un gráfico, que cuelgan en la pared de su clase, para que todos los vean.



1. Fátima y Juan son los encargados de apuntar diariamente los datos esta semana y han completado la tabla con las temperaturas de los últimos diez días. Puedes ayudarles a contestar las siguientes afirmaciones.

16 °C	9 °C	20 °C	22 °C	17 °C
15 °C	17 °C	19 °C	21 °C	14 °C

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

AFIRMACIONES	VERDADERO <input type="checkbox"/>	FALSO <input type="checkbox"/>
A. La media es de 17 °C.		
B. La moda es 19 °C y la mediana es 17 °C.		
C. La mediana y la media son 16 °C.		
D. El resultado de la media, de la mediana y de la moda es de 17 °C.		

2. En una caja hay 10 sobres de semillas: 4 sobres son de semillas de perejil, 3 de albahaca, 2 de hierbabuena y 1 de menta. Si Juan saca un sobre al azar, ¿qué probabilidad tiene de que ese sobre sea de perejil?

Expresa el resultado en una fracción irreducible.



3. Los sobres de las semillas tienen distintas formas. Elige cuáles son paralelogramos.

- A. Los sobres A y C.
- B. Los sobres A y D.
- C. Los sobres B y C.
- D. Todos los sobres.



4. Si un sobre de semillas de 15 g de perejil contiene 6.750 semillas y otro de semillas orégano de 0,5 gramos contienen 375 semillas. ¿Qué semillas pesan menos, las de perejil o las de orégano?



1. Se van a plantar en el huerto 1.400 semillas de hierbas aromáticas de acuerdo a los porcentajes expresados en la tabla. ¿Cuál sería el porcentaje de la salvia? ¿Cuántas semillas de salvia vamos a plantar?

Hierbas aromáticas	Semillas
Perejil	30 %
Hierbabuena	12 %
Orégano	5 %
Menta	21 %
Tomillo	18 %
Salvia	? %

A. _____% de salvia

B. _____ semillas de salvia

2. Para contribuir al mantenimiento y a las mejoras en el huerto hemos decidido vender plantas aromáticas. El coste de cada una de ellas 1 €, y lo vendemos a 1,50 €. Si al vender todas las plantas hemos sacado 65 € de beneficio, ¿cuántas plantas hemos vendido?

- A. 96 plantas
- B. 100 plantas
- C. 130 plantas
- D. 169 plantas



Viaje de fin de curso a Londres

Este año dejamos el cole y para despedirnos vamos a realizar un viaje de fin de curso a Londres. Y por ello hemos pedido presupuesto a varias agencias de viaje y hemos organizado los datos en la siguiente tabla.



	Agencia "Travel"	Agencia "Veloz"	Agencia "Iberius"
Transporte	150 €	80 €	100 €
Alojamiento y Comidas	250 €	300 €	280 €
Seguro	45 €	30 €	60 €
Descuentos	15 %	Nos regalan el seguro	10 %

3. Teniendo en cuenta los datos de la tabla, ¿con qué agencia nos interesa reservar el viaje para conseguir el precio más barato?

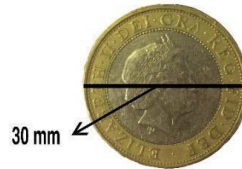
- A. En la agencia "Travel".
- B. En la agencia "Veloz".
- C. En la agencia "Iberius".
- D. Sale igual de precio en las tres agencias.

1. Las visitas a los museos nos cuestan 70 libras esterlinas (£) por persona. Si una libra esterlina equivale a 1,13 € **¿cuántos euros nos costarían las visitas?**

- A. 61,60 €
- B. 79,10 €
- C. 79,54 €
- D. 80,43 €

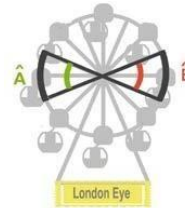
2. La profesora de inglés nos ha enseñado una moneda de dos libras esterlinas. El diámetro de la moneda 30 mm. **¿Cuál es el perímetro de la moneda?** Ten en cuenta que el **valor de $\pi = 3,14$**

- A. 92,2 mm
- B. 93,4 mm
- C. 94,2 mm
- D. 100,5 mm



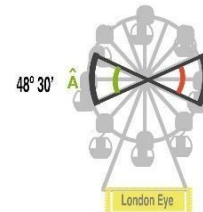
3. Una de las excursiones que tenemos prevista es visitar London Eye, también conocido como Millennium Wheel, es una noria-mirador de 135 m de altura. Fíjate en los ángulos señalados en el dibujo, **¿cómo son los ángulos A y B?**

- A. Adyacentes.
- B. Opuestos por el vértice.
- C. Consecutivos.
- D. Ninguna de las anteriores es correcta.



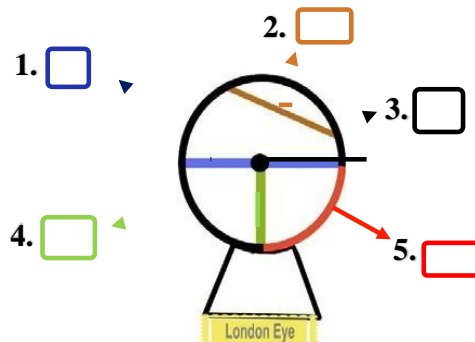
4. Sabiendo que el ángulo \hat{A} mide $48^\circ 30'$. **¿A cuántos minutos equivale?**

- A. 2.728 minutos
- B. 2.880 minutos
- C. 2.910 minutos
- D. 3.015 minutos

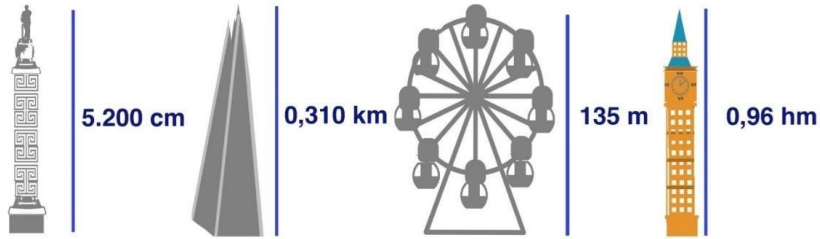


5. Al ver la foto de London Eye, Laura recuerda las partes de una circunferencia que aprendieron en la clase de matemáticas. **Identifica** cada una de ellas con la letra correspondiente.

- A. Centro
- B. Radio
- C. Diámetro
- D. Cuerda
- E. Arco



1. **Ordena de menor a mayor** la altura de cada uno de los monumentos que vamos a visitar en nuestro viaje.



A. Estatua de Nelson

B. Torre The Shard

C. London Eye

D. Big Ben

< < <

2. Para que el viaje sea más económico van a realizar una rifa. A cada alumno se le va a entregar para vender la misma cantidad de papeletas. María ha vendido un $\frac{2}{8}$ del total, Nuria $\frac{1}{3}$ del total,

Juan $\frac{1}{6}$ del total y Ana $\frac{1}{12}$ del total. **¿Quién ha vendido más papeletas?**

- A. María
- B. Nuria
- C. Juan
- D. Ana

3. Se va a sortear una mochila entre los cuatro alumnos que más papeletas han vendido: María, Nuria, Juan y Ana. **¿Qué es más probable que la mochila le toque a un niño o a una niña?**

- A. A un niño.
- B. A una niña.
- C. Tienen la misma probabilidad.
- D. Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.



4. Con el dinero obtenido en la venta de las papeletas el precio del viaje se reduce a 350 €. Para realizar la reserva hemos entregado una señal del 20% del precio y el resto lo tendremos que pagaren 4 mensualidades iguales. **¿Cuál será el importe de cada mensualidad?**

- A. 70 euros
- B. 73,5 euros
- C. 75 euros
- D. 82,5 euros

¡BUEN TRABAJO! 😊

MATRIZ DE ESPECIFICACIONES CM 6EP 2018

		Bloques de contenido				N° de ítems % en la prueba	Porcentaje previsto en el marco de evaluación			
		Números	Medida	Geometría	Incertidumbre y datos					
Procesos	Conocer y reproducir	Acceso e identificación	6CM104	6CM123	6CM112 6CM122 6CM124	5	16,1%	15%	30%	
		Comprensión	6CM101 6CM105	6CM103	6CM102	4		12,9%		15%
	Aplicar y analizar	Aplicación	6CM126	6CM120	6CM121	6CM107a 6CM107b	5	16,1%	20%	40%
		Análisis	6CM109	6CM125	6CM115	6CM113a 6CM113b 6CM114	6		12,9%	
	Razonar y reflexionar	Síntesis y creación	6CM116 6CM117a 6CM117b	6CM106	6CM111	6CM127	6	19,4%	15%	30%
		Juicio y valoración	6CM118 6CM119 6CM128	6CM108		6CM110	5		16,1%	
	N° de ítems		11	6	7	7				
	% en la prueba		35,5%	19,4%	22,6%	22,6%			100%	
	Porcentaje previsto en el marco de evaluación		35%	20%	20%	25%				

Anexo 2: Imágenes

1 hoy es el cumpleaños de María si quiere invitar a todos sus amigos y amigas a su fiesta ¿Cuántas tarjetas necesita comprar si tiene 28 amigos 32 amigas y 10 tienen hermanos pequeños y 2 hermanas mayores? ¿y cuántos padres vendrán?

si su casa tiene 6 metros de lado. ~~tiene un perímetro de 6x6 lados~~

y la habitación de sus padre es de 3×3 y la suya de 2×2 y luego tiene un baño de 1×1 ¿Cabrá todos sus invitados en su casa? y si a cada uno les va a dar una bolsa de caramelos que contiene lo siguiente: un paquete de gusanitos, tres bombones, cuatro chupachuses y tres gomitos.

¿Cuánto tiene que comprar? ¿Cuánto le cuesta si un bombon cuesta 3€, los chupachuses cuestan 1€ cada uno y lo demás 5€?

haz los cálculos necesarios.

A Valentina le han dicho que tiene que mejorar las matemáticas y la lengua a sí que le han dado un diccionario en blanco y lo tiene que rellenar.

Le han dado algunas pistas que son las siguientes:

1° en el diccionario tienen que caber en total 8.751.194 palabras y las páginas tienen de anchura 22000mm y ancho 19mm (pasalo a cm).

2° en cada página tiene que haber 19 palabras.

3° tiene 240 páginas.

¿Cabran todas las palabras?

¿Que datos no se necesitan?

¿Se puede resolver el problema?

{Sobrarán palabras o páginas o ninguna?}

Resultado del Test de Discalculia

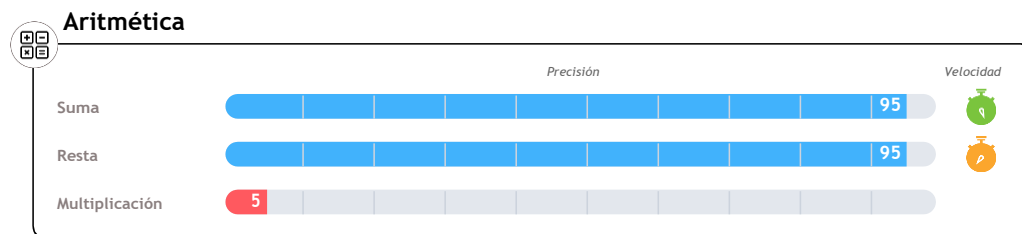
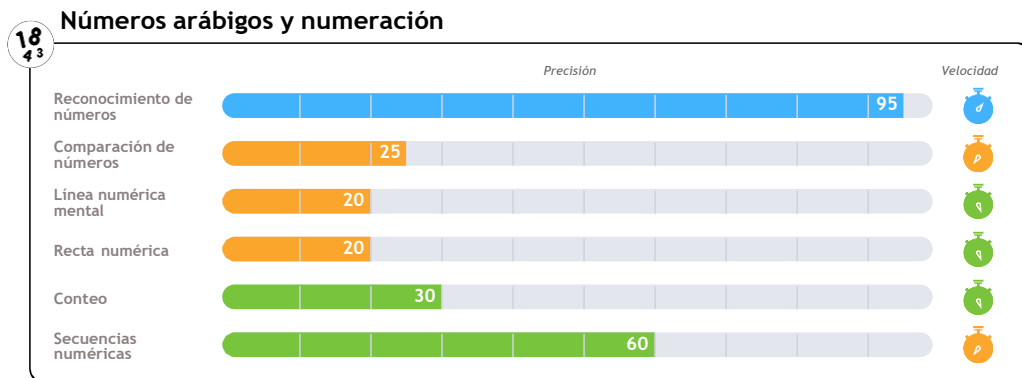
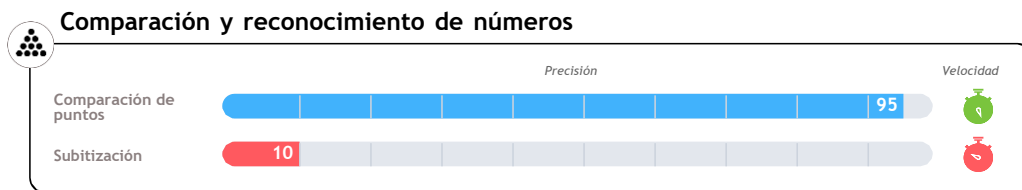
Desarrollado por
Smartix

Sin riesgo

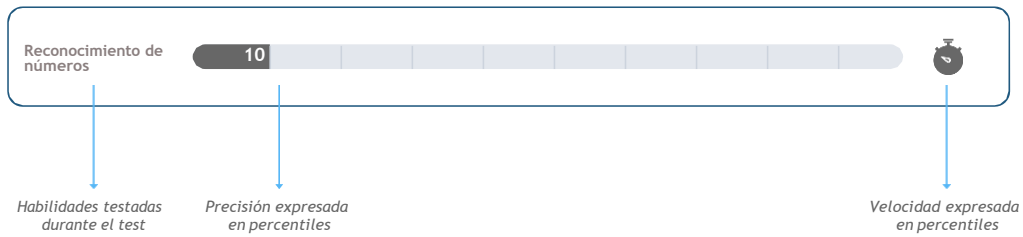
Aunque se han detectado dificultades en algunas de las pruebas realizadas, no son suficientes para considerar que el niño se encuentre en riesgo de sufrir discalculia. Recomendamos volver a realizar el test dentro de 6 meses.

Este test no realiza un diagnóstico de discalculia, es un test de cribado que ofrece indicadores válidos del riesgo de tener discalculia. Sugerimos derivar a un profesional para una evaluación completa en el caso de haber sido identificado como alumno con Riesgo.

Perfil detallado



Cómo interpretar los resultados?



Los percentiles indican el porcentaje de casos que figuran por debajo de la puntuación de un individuo en una distribución.

Habilidades

Subitización	Evalúa la capacidad para reconocer a primera vista el cardinal de pequeños conjuntos, sin contar.
Reconocimiento de números	Evalúa la capacidad de atribuir una etiqueta verbal a un número escrito.
Comparación de números	Evalúa la capacidad de identificar el número mayor entre dos números.
Línea numérica mental	Evalúa la capacidad para estimar la distancia entre números en la recta numérica.
Recta numérica	Evalúa la capacidad para posicionar números en una recta numérica 1-100 sin marcas.
Conteo	Evalúa la capacidad para contar conjuntos de elementos.
Secuencias numéricas	Evalúa la capacidad para encontrar la regla necesaria para completar series de números ordenados.
Suma	Evalúa la capacidad para realizar operaciones básicas de suma.
Resta	Evalúa la capacidad para realizar operaciones básicas de resta.
Multiplicación	Evalúa la capacidad para realizar operaciones básicas de multiplicación.

Percentiles por precisión y velocidad

