



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Dpto. de Matemática Aplicada

**Estudio para hacer una programación
dinámica en orden a impartir
Matemáticas en Bachillerato con
especial atención a la diversidad de
los estudiantes**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación
Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y
Enseñanza de Idiomas. Especialidad de Matemáticas.**

**Alumno: María Blázquez
Hernández**

**Tutor: Cesáreo Jesús González
Fernández**

Valladolid, Junio 2021

ÍNDICE

JUSTIFICACIÓN	4
INTRODUCCIÓN	6
PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA	8
CONTEXTO.....	8
CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE.....	12
OBJETIVOS.....	18
OBJETIVOS GENERALES DE BACHILLERATO.....	18
OBJETIVOS DIDÁCTICOS DE MATEMÁTICAS II	18
CONTENIDOS, DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y SECUENCIACIÓN DE CONTENIDOS	21
CONTENIDOS	21
DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y SECUENCIACIÓN DE CONTENIDOS	26
DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y ESPACIAL DE LAS SESIONES	28
METODOLOGÍA.....	31
EVALUACIÓN	36
Evaluación final	39
Recuperación	41
Autoevaluación práctica docente	41
MEDIDAS DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	43
Medidas adoptadas	43
Medidas centradas en la práctica docente.....	44
Medidas de refuerzo	46
Medidas para estimular el interés y el hábito de la lectura	46
DESARROLLO UNIDADES DIDÁCTICAS	47
UNIDAD 7: PROBABILIDAD	47
Contribución a las competencias clave	48
Objetivos didácticos	50
Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	52
Metodología.....	59
Recursos	60
División en tiempos y espacios.....	61
Actividades de aprendizaje y enseñanza	63
Planes complementarios	75

ESTUDIO DE UNA PROGRAMACIÓN DINÁMICA DE MATEMÁTICAS II

Atención a la diversidad	78
Evaluación	78
Webgrafía	78
UNIDAD 8: ESTADÍSTICA.....	80
Contribución a las competencias clave	80
Objetivos didácticos	83
Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	84
Metodología.....	87
Recursos	88
Distribución en tiempos y espacios.....	88
Actividades de aprendizaje y enseñanza	90
Atención a la diversidad	96
Evaluación	97
Webgrafía	97
CONCLUSIONES	98
ANEXOS.....	99
I) Contenidos comunes a todo el curso	99
II) Prueba escrita de Probabilidad y Estadística.....	105
Referencias	109
Legislación	111

JUSTIFICACIÓN

Una programación didáctica es un documento que acompaña al docente en cada nueva experiencia docente y se encuentra en continuo cambio a lo largo del tiempo. Por ello, me ha parecido interesante enfocar este Trabajo con el propósito de aplicar todo aquello que he descubierto durante este Máster en las distintas asignaturas tanto del Módulo Genérico como del Módulo Específico.

Al mismo tiempo, he decidido detallar varias unidades didácticas del Bloque de Probabilidad y Estadística. El motivo de explicar solo estas unidades es la extensión excesiva en el caso de incorporar todas las unidades didácticas de un curso. Las unidades que detallo podrían haber sido escogidas de cualquiera de los otros bloques de Matemáticas de 2º de Bachillerato, pero la Probabilidad y Estadística han sido consideradas durante mucho tiempo en la Enseñanza Secundaria como el “segundo plato del menú”, restándole la importancia que conllevan. Por eso, deseo darle el lugar que merecen a través de este Trabajo de Fin de Máster. Además, en el mundo tecnológico en el que vivimos, rodeados de grandes cantidades de datos, se puede mostrar al alumnado el gran poder de aplicación que tienen la Probabilidad y la Estadística, y por tanto, el gran poder de aplicación de las Matemáticas.

“La probabilidad no se encarga de las excepciones, sino de la creencia en la existencia de un resultado, causa o motivo alternativo.”

- (Nicholas Taleb, 2006)

Inciendo en este aspecto de mostrar la aplicabilidad de las Matemáticas al contexto real, me parece oportuno plantear algunas ideas de Teoría de Juegos, que me llamaron la atención por su amplio rango de aplicación en la Matemática Aplicada. Descubrí esta Teoría durante el transcurso del grado de Matemáticas que cursé durante los años 2015-2019 y me pareció una oportunidad ideal de compartir las Matemáticas con aquellas personas que estuvieran más desconectadas de la vida matemática e incluso, que tengan una relación negativa con ella. Las primeras personas que se me ocurrieron a quienes podría interesar este tema, son precisamente alumnos y alumnas de Instituto, que perciben las Matemáticas desconectadas del mundo real y muchos sufren ansiedad matemática, que repercute en su rendimiento académico y en su bienestar, como se vio en algunos artículos (Pérez-Tyteca, J., & Castro, 2013; Hannula, 2002) durante la asignatura de *Iniciación a la Investigación Educativa en Matemáticas*.

Por último, me gustaría destacar que 2º de Bachillerato es una etapa educativa de la que se puede sacar mucho provecho debido a que el grado de conocimiento de Matemáticas que poseen es muy alto, y se puede utilizar para problemas más complejos, mucho más realistas que los que pueden estudiar a través de un libro de texto. Sin embargo, existe un gran inconveniente que es la Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU), que consiste en una prueba que debe realizar el alumnado que quiera acceder a la Universidad. Normalmente, el alumnado, el centro educativo y todo el profesorado se centran en esta prueba durante el curso de 2º de Bachillerato y se pierde de vista la componente de aprendizaje de conocimientos útiles para la vida real. El currículo tampoco ayuda ya que se tratan demasiados contenidos en un

tiempo limitado y todos ellos son considerados para esta prueba EBAU, luego es esencial que se trabajen porque supone el futuro del alumnado en la elección de la carrera universitaria que desean. Por este motivo, en esta propuesta didáctica se intentará seguir el ritmo y el calendario exigido para la preparación de la EBAU, a la vez que se introducen actividades orientadas a la aplicación de las Matemáticas a la vida real, al margen de la EBAU.

Siguiendo esta línea de protagonismo de la EBAU durante 2º de Bachillerato, no podemos olvidarnos de los objetivos que tiene el Bachillerato según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Entre ellos, podemos destacar:

- a) Ejercer la ciudadanía democrática, desde una perspectiva global, y adquirir una conciencia cívica responsable, inspirada por los valores de la Constitución española así como por los derechos humanos, que fomente la corresponsabilidad en la construcción de una sociedad justa y equitativa.
- b) Consolidar una madurez personal y social que les permita actuar de forma responsable y autónoma y desarrollar su espíritu crítico. Prever y resolver pacíficamente los conflictos personales, familiares y sociales. (p. 188)

Esto implica que no solo se deben centrar todos los esfuerzos en una prueba sino que se debe proporcionar una enseñanza completa para formar ciudadanos justos y críticos. La Teoría de Juegos esconde diversas situaciones de conflicto y cooperación que conlleva una reflexión sobre el comportamiento social ante estas situaciones y favorece el desarrollo de aspectos que se mencionan previamente como la resolución pacífica de conflictos personales, familiares y sociales.

INTRODUCCIÓN

Según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, se entiende por currículo “la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas y etapas educativas” (p. 171). El docente debe diseñar un instrumento pedagógico en el que se recoge el currículo diseñado por las Comunidades Autónomas y debe adaptarlo al contexto en el que se encuentra. Este instrumento corresponde con la programación didáctica del docente y permite organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, teniendo en cuenta las características del entorno y del alumnado.

La programación que se presenta en este trabajo, seguirá el esquema propuesto en la asignatura de *Diseño curricular* que se muestra a continuación:

- **Introducción contextual:** pretende asentar el contexto sobre el que se desarrollará la programación, presentando la descripción del entorno, el curso al que va dirigida, las características del grupo de alumnos, los contenidos previos, la vinculación con otras áreas.
- **Contribución a las competencias clave:** se describirán brevemente las competencias involucradas en la programación, así como la manera en que se desarrollarán.
- **Objetivos:** las metas que guiarán el proceso de enseñanza-aprendizaje, que marcarán el resto de aspectos de la programación como la metodología, la evaluación o las actividades.
- **Contenidos:** se determinarán los contenidos que se ajustan adecuadamente a los marcados en el Boletín Oficial de Castilla y León (BOCyL).
- **Distribución temporal y secuenciación de contenidos:** los contenidos se organizarán teniendo en cuenta el calendario oficial del curso 2020-2021.
- **Metodología:** la forma de transmitir los contenidos y cómo abordar las posibles dificultades que se puedan apreciar será una de las tareas más importantes, centrando el foco de atención en la diversidad del grupo de alumnos.
- **Evaluación:** se utilizarán los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje que marca la ley para la evaluación de los objetivos alcanzados y competencias desarrolladas, así como los distintos tipos de evaluación (sumativa y formativa) mediante distintos instrumentos.
- **Atención a la diversidad:** todos los ciudadanos merecen las mismas oportunidades educativas para lograr los objetivos marcados. Por esta razón, se llevarán a cabo adaptaciones dependiendo de las necesidades del alumnado.

Como bien se ha destacado en la justificación, en esta programación didáctica se detallarán además dos unidades didácticas a modo de ejemplo del resto de unidades. De esta forma, se pueden abarcar todos los conocimientos aprendidos durante este Máster y puede servir de inspiración para otros aspirantes a docentes.

Al ser una programación didáctica, algunas partes de este trabajo proceden directamente de leyes, como por ejemplo la ORDEN EDU/362/2015 y el Real Decreto 1105/2014, a la hora de expresar competencias clave, objetivos y contenidos. El resto del documento se considera un producto final basado en la lectura de artículos y extractos de libros, experiencias directas e indirectas de la autora y la creatividad e imaginación de la autora.

La estructura del trabajo quedaría organizada de la siguiente forma:

ESTUDIO DE UNA PROGRAMACIÓN DINÁMICA DE MATEMÁTICAS II

Primero se desarrollarán los conceptos descritos anteriormente de la programación didáctica. Después, se explicarán las unidades didácticas de Probabilidad y Estadística. Por último, se cerrará el trabajo con unas conclusiones y se acompañarán unos anexos complementarios referidos a contenidos comunes del curso y una prueba escrita de las unidades didácticas.

PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

CONTEXTO

El centro educativo en el que se plantea la programación didáctica es el IES Julián Marías, de titularidad pública dependiente de la Junta de Castilla y León, que se encuentra en el barrio de Parquesol en Valladolid y en el que se llevaron a cabo las prácticas correspondientes del Máster.

Parquesol es un barrio relativamente moderno que se formó en la década de 1980 debido al promotor Marcos Fernández. Desde su creación, ha experimentado un crecimiento considerable con un importante peso de la población joven y adulta y un reducido, pero en aumento, grupo de ancianos. Se prevé una caída de la escolarización procedente del entorno debido al envejecimiento progresivo del barrio como se observa en los datos comparados de 2010 a 2021 (el indicador de maternidad ha bajado de 17,3% en 2010 a 14,2% en 2021 y la tendencia también ha sufrido una considerable bajada, de 80,4% en 2010 a 41,4% en 2021)¹.

En cuanto a la actividad económica del barrio, el 84,4% de la población se concentra en el sector servicios, el 7,0% en la construcción, el 4,3% en la industria y únicamente un 0,6% en la agricultura. Es decir, se caracteriza por la presencia mayoritaria de clases medias. Dentro de la población extranjera, Parquesol concentra un porcentaje muy bajo (2,7%), procedente la mayor parte de Europa y América.

Instituto

El IES Julián Marías se encuentra en la calle Eusebio González Suárez 43 y el edificio fue construido en 1998. Actualmente consta de tres etapas educativas: ESO, Bachillerato y ciclos formativos (de grado medio y grado superior), en el que se pueden cursar doce estudios diferentes:

- Educación Secundaria Obligatoria correspondientes al 1º, 2º, 3º y 4º cursos de la ESO y se ofrece la opción bilingüe en asignaturas de todos los cursos de la ESO².
- Bachillerato de las modalidades de Ciencias y de Humanidades y Ciencias Sociales.
- Ciclos de Grado Básico de Electricidad y Electrónica de la Familia Profesional de Electricidad/Electrónica.
- Ciclos de Grado Medio, Instalaciones Eléctricas y Automáticas de la Familia Profesional de Electricidad/Electrónica y Cuidados Auxiliares de Enfermería de la Familia Profesional de Sanidad.
- Ciclos de Grado Superior, Sistemas Electrotécnicos y Automatizados y Automatización y Robótica Industrial, de la Familia Profesional de Electricidad/Electrónica, Desarrollo

¹ Datos procedentes de del portal estadístico de la página del ayuntamiento de Valladolid: http://portalestadistico.com/municipioencifras/pagina_servicio_externo_navegador.aspx?pn=valladolid&pc=MIT08&idp=900002&idpl=9000002&idioma=

² Para ver todas las asignaturas que se incluyen en el proyecto lingüístico, consultar la oferta educativa en la página web del instituto: <http://iesjulianmarias.centros.educa.jcyl.es/sitio/index.cgi>

ESTUDIO DE UNA PROGRAMACIÓN DINÁMICA DE MATEMÁTICAS II

de Aplicaciones Multiplataforma y Administración de Sistemas Informáticos en Red (presencial y a distancia), de la Familia Profesional de Informática, e Higiene Bucodental y Dietética, de la familia Profesional de Sanidad.

Además es uno de los pocos centros en Valladolid que ofrece como segunda lengua extranjera la opción de Francés o Alemán.

Ilustración 1

Centro educativo IES Julián Marías



Nota: Adaptado de la página web <https://www.parquesol.es/ies-julian-marias/>.

Alumnado

El alumnado del instituto procede principalmente de Parquesol y de Arroyo, La Flecha y La Vega. Por esta razón, se ofrece servicio de transporte escolar para aquellos alumnos que vivan en Arroyo, La Flecha y La Vega. Arroyo de la Encomienda es un municipio perteneciente a la provincia de Valladolid con características similares a las de Parquesol³.

La mayor parte de estos alumnos proceden de los Colegios Públicos de Parquesol “CEIP Marina Escobar”⁴ y “CEIP Profesor Tierno Galván”. A su vez, dentro del barrio Parquesol existen otros dos centros de Educación Secundaria, el IES “Parquesol” y el IES “José Jiménez Lozano”, que ofrecen escolarización en ESO y Bachilleratos pero no Ciclos Formativos, y otros dos Colegios Públicos, “Martín Baró” y “Francisco Pino”.

³ Esto significa que no existe mucha diversidad en cuanto a alumnado y no se van a detectar apenas problemas graves de comportamiento.

⁴ Se encuentra justo al lado del IES Julián Marías.

En total, el instituto alberga 1252 alumnos, de los cuales 603(48,16%) cursan Ciclos Formativos, 186 (14,85%) Bachillerato y 463 (36,98%) ESO. Es decir, el instituto concentra un gran número de alumnos, con horarios de mañana, tarde y a distancia.

En cuanto a la convivencia en un centro tan grande, no se encuentran problemas serios, siendo más habituales en cursos bajos de la ESO y FP Básica. Los comportamientos que dificultan la convivencia que más se detectan son retrasos sistemáticos a clase, ausencias injustificadas, disrupción en el aula durante las clases (hablar, levantarse del asiento), faltas de respeto hacia el profesorado, insultos a los compañeros, empujones, zancadillas, esconder material a los compañeros, pequeños hurtos y uso indebido del teléfono móvil⁵.

Departamento de Matemáticas

El Departamento de Matemáticas está formado por 8 profesores, entre los cuales se reparten 7 asignaturas de Bachillerato, 21 asignaturas de la ESO, 4 asignaturas de Conocimiento de Matemáticas de la ESO, 2 horas de profundización y 3 horas de refuerzo. Las asignaturas de Conocimiento de las Matemáticas son ofrecidas para aquellos alumnos que precisan una atención más personalizada⁶ y las horas de refuerzo se organizan en función del número de horas libres de las que dispone el Departamento. Además, en 2º de Bachillerato, se ofrece la opción de una hora de profundización a la semana para los alumnos de Matemáticas II con el objetivo de proporcionar una mayor preparación para la EBAU.

2º Bachillerato

Dentro de 2º de Bachillerato, existen 2 grupos que cursen Matemáticas II y un grupo que curse Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. Esta programación se va a centrar en la clase de 2º de Bachillerato D, que cursa Matemáticas II.

El curso pasado 2019-2020 estuvo caracterizado por la cuarentena provocada por la enfermedad de la COVID-19 en los meses de marzo, abril, mayo y junio y en muchos casos, contenidos vistos en el tercer trimestre no están asimilados. Entre ellos se encontraba el bloque de Probabilidad y Estadística de 1º de Bachillerato que consistía en distribuciones bidimensionales. Esto significa que en algunas partes el proceso de aprendizaje-enseñanza se verá ralentizado, priorizando todo aquello que sea indispensable para la EBAU.

Para el bloque de Probabilidad y Estadística de Matemáticas II se utilizarán más conceptos vistos en otros cursos como 4º de la ESO, por lo que esta parte no sufrirá gran desfase comparando con otros cursos “normales”⁷.

⁵ Para más información, consultar el Plan de Convivencia en la página del centro:

<http://iesjulianmarias.centros.educa.jcyl.es/sitio/index.cgi>

⁶ En 1º y 2º de la ESO, se ofrece para alumnos que hayan promocionado con la asignatura pendiente o que, habiéndola aprobado con dificultad, presentan serios problemas en algunos bloques de contenido. En 3º y 4º de la ESO, se ofrece para alumnos que no promocionen o promocionan sin superar la asignatura del curso anterior, o que sea de cuarto y haya cursado un programa de mejora del aprendizaje y del rendimiento.

⁷ Con “normales” me refiero a cualquier otro curso en que no haya habido una pandemia mundial que obligará a cerrar los centros educativos.

Además, al tratarse de 2º de Bachillerato, los alumnos poseen muchas herramientas matemáticas que pueden relacionar con conceptos de la realidad mucho más complejos como distribución de recursos a través de las matrices, arquitectura a través de la geometría en el espacio, estudio de situaciones de conflicto utilizando la probabilidad y la estadística, problemas de optimización utilizando derivadas, áreas de superficies complejas a través de integrales, etc.

El grupo de alumnos que compone la clase de 2º Bach D está formado por 26 alumnos sin ningún repetidor/a. Sin embargo, una gran proporción de alumnos han promocionado de 1º a 2º con unos conocimientos muy básicos de 1º y posiblemente en otras circunstancias no excepcionales, muchos de ellos no habrían llegado a 2º de Bachillerato⁸. Esto puede traer consecuencias a la hora de mantener un buen ritmo de trabajo y estudio y a su vez, se reflejará en las notas.

En el grupo, además, se encuentra una alumna con una discapacidad visual: miopía magna diagnosticada a los 5 años. Requiere material adaptado que puede aprovechar debido al resto visual, domina el braille y utiliza una lupa óptica. Además se requieren adaptaciones para el uso de las TIC. En el apartado de Medidas de Atención a la Diversidad se desarrollará en profundidad este caso.

⁸ El curso 2019-2020 proporcionó varias facilidades de promoción como consecuencia de la situación sanitaria que se vivió durante el tercer trimestre.

CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE

Las orientaciones de la Unión Europea insisten en la necesidad de la adquisición de las competencias clave por parte de la ciudadanía como condición indispensable para lograr que los individuos alcancen un pleno desarrollo personal, social y profesional que se ajuste a las demandas de un mundo globalizado y haga posible el desarrollo económico, vinculado al conocimiento⁹.

Según (DeSeCo, 2003), se entiende por competencias básicas a “la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz”.

El avance de incorporar las competencias básicas al currículo supone un mayor enfoque en los aprendizajes considerados imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. Es decir, las finalidades de incluir las competencias en el currículo, como se vio en la asignatura *Procesos y contextos educativos*, son:

- Integrar los diferentes aprendizajes, tanto los formales (incorporados a las diferentes materias) como los informales y no formales.
- Permitir a los estudiantes integrar sus aprendizajes, ponerlos en relación con distintos tipos de contenidos y utilizarlos de manera efectiva cuando sean necesarios en diversas situaciones.
- Orientar la enseñanza (identificar contenidos y criterios imprescindibles) e inspirar las distintas decisiones relativas al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las razones por las que se han elegido las competencias básicas recogidas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato, son diversas. Por una parte, deben estar al alcance de la mayoría, luego se busca una cultura común. También deben ser relevantes para una amplia variedad de ámbitos de la vida y las prácticas sociales vinculadas a ellos, es decir, suponen una aplicación a múltiples contextos. Por otro lado, deben contribuir al aprendizaje a lo largo de toda la vida en el sentido de que se puedan obtener resultados de alto valor personal y social.

Siguiendo todo esto, a continuación se presentan las competencias clave que se desarrollarán durante esta programación didáctica, según lo expuesto en la Orden ECD/65/2015 de 21 de enero.

⁹<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/competencias-clave.html>

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

La competencia matemática implica la capacidad de aplicar el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto¹⁰. Siendo esta una programación sobre Matemáticas II, la competencia matemática se va a desarrollar activamente.

Por una parte, se trabajarán continuamente los razonamientos lógico-deductivos, incluyendo en algunas partes incluso demostraciones de resultados importantes, como puede ser en el bloque de análisis. Así mismo, cobrará importancia la modelización de la realidad a través de las matemáticas como se estudiará en cada bloque de contenidos. En el bloque de análisis se reforzará la representación matemática, así como en el bloque de geometría. En todo momento, se prestará atención a la forma de resolver problemas, así como la detección de fallos y respuesta ante ellos. Además, al ser el último curso de Bachillerato, el uso adecuado del lenguaje matemático será indispensable.

Las competencias básicas en ciencia y tecnología son aquellas que proporcionan un acercamiento al mundo físico y a la interacción responsable con él desde acciones, tanto individuales como colectivas, orientadas a la conservación y mejora del medio natural, decisivas para la protección y mantenimiento de la calidad de vida y el progreso de los pueblos¹¹.

La parte de probabilidad y estadística jugará un papel importante en cuanto a desarrollo de competencias en ciencias debido a que se trabajarán ejemplos realistas en los que se tienen que tener en cuenta las relaciones con el mundo natural y social. Se tratará en general mostrar en toda la programación propuestas para formar ciudadanos más críticos con su entorno y maduros intelectualmente a través de las matemáticas y su relación con la realidad. Para ello, se reforzará la resolución de problemas realistas y se trabajarán temas que pueden preocupar a la sociedad.

Competencia para aprender a aprender (CPAA)

Fundamental para el aprendizaje permanente que se produce a lo largo de la vida y que tiene lugar en distintos contextos formales, no formales e informales. Supone la habilidad para iniciar, organizar y persistir en el aprendizaje¹².

Ilustración 2
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología



¹⁰<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/ciencias.html>

¹¹<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/ciencias.html>

Para reforzar esta competencia, es recomendable que cada estudiante sea consciente de su propio aprendizaje. Una manera que puede favorecer este aspecto es la utilización de autoevaluaciones acompañadas de reflexiones, sobre todo después de un periodo como puede ser un trimestre, y las posibles mejoras que puede llevar a cabo.

Otra parte muy importante es la motivación que puede ser fundamental a la hora de enfrentarse a posibles dificultades como se estudió en la asignatura de *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad*. En este caso, la historia puede provocar interés hacia los contenidos vistos en clase y lograr que se involucren en la asignatura. El cine también puede ser un recurso con el que atraer al alumnado como se vio en la asignatura *Ideas y conceptos matemáticos a través de la Historia*.

Competencia lingüística (CCL)

La competencia en comunicación lingüística es el resultado de la acción comunicativa dentro de prácticas sociales determinadas, en las cuales el individuo actúa con otros interlocutores y a través de textos en múltiples modalidades, formatos y soportes¹³.

Se tendrá en cuenta la correcta expresión tanto oral como escrita a la hora de explicar procedimientos, puntos de vista o respuestas a actividades generales, con especial atención de la gramática y la ortografía. A su vez, se favorecerá la coherencia en el discurso a través de pequeños coloquios en clase.

La comprensión de textos se trabajará durante todo el curso en la resolución de problemas, sobre todo en aquellos que puedan ser más realistas.

Ilustración 3

Competencia para aprender a aprender



Ilustración 4

Competencia lingüística



¹²<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/competencias-clave/aprende.html>

¹³<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/competencias-clave/linguistica.html>

Competencia Digital (CD)

La competencia digital es aquella que implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para alcanzar los objetivos relacionados con el trabajo, la empleabilidad, el aprendizaje, el uso del tiempo libre, la inclusión y participación en la sociedad¹⁴.

El uso de medios tecnológicos se regulará durante todo el curso, dando más importancia a las aplicaciones informáticas en bloques como la geometría y se promoverá su uso razonable. En cada bloque se proporcionarán páginas webs fiables donde encontrar más contenido de la asignatura si así lo desean, así como cuentas de YouTube de divulgación matemática.

Se mostrará el gran potencial del que pueden disponer en sus dispositivos electrónicos, explicando algunos mecanismos detrás y se insistirá en la explicación de todos los problemas que realicen, de tal manera que comprendan aquellos resultados que pueden obtener mediante una aplicación informática.

Dadas las medidas sanitarias frente a la enfermedad COVID-19, se desarrollará profundamente esta competencia, ya que ante un posible confinamiento, las clases se retomarán online y el alumnado (y el profesorado) debe estar preparado para ello. La plataforma Teams será el medio que se utilizará para la comunicación online con el alumnado y se aprovechará para comunicar anuncios, transmitir información de interés y compartir contenido complementario de la asignatura, independientemente de si existe confinamiento o no.

El tratamiento correcto de los datos será tema de debate durante todo el curso con el propósito de que el alumnado tome conciencia de la importancia que supone comprender bien la manipulación de la información a manos de terceras personas como pueden ser los medios de comunicación. Para ello se insistirán en los razonamientos matemáticos como herramienta principal y conceptos estadísticos básicos indispensables en la Sociedad del Conocimiento en la que estamos inmersos como se apreciaba en la asignatura de *Ideas y conceptos matemáticos a través de la Historia*.

Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE)

Ilustración 5
Competencia digital



¹⁴<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/competencias-clave/digital.html>

Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor para transformar las ideas en actos. La resolución de problemas puede ser un recurso que favorezca esta competencia ya que requiere una planificación, una gestión de estrategias y decisiones, una comunicación con el entorno si se realiza de manera grupal, etc. Además, se insistirá en el trabajo personal realizado diariamente reservando una parte de la evaluación al seguimiento de trabajo en casa y actitud en clase.

Otra forma de proporcionar responsabilidad al alumnado es permitiendo que los propios alumnos decidan cuándo desean realizar las pruebas objetivas de la evaluación, de tal manera que deben mantener una comunicación grupal y deben organizarse adecuadamente para poder realizar de forma exitosa todas las pruebas objetivas de todas las asignaturas. La corrección de estas pruebas objetivas por lo general, no se realizará con detalle en clase, dejando que cada alumno reflexione sobre sus puntos fuertes y débiles, ofreciendo la opción de consulta en los recreos si lo desean.

Ilustración 6

Competencia sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor



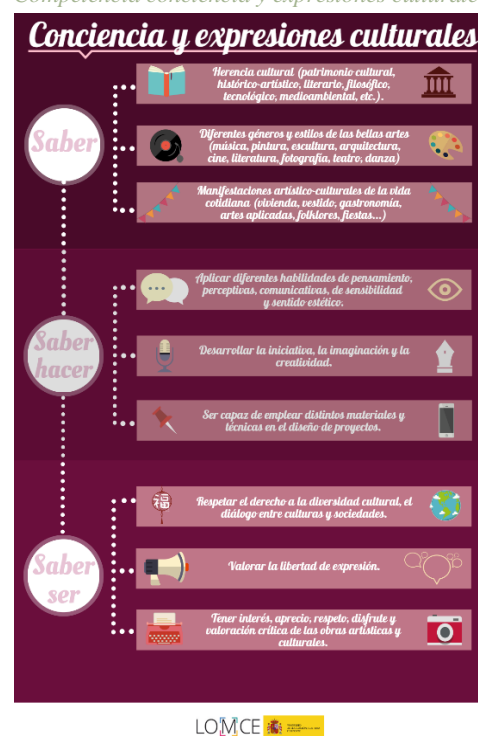
Conciencia y expresiones culturales (CEC)

La competencia en conciencia y expresiones culturales implica conocer, comprender, apreciar y valorar con espíritu crítico, con una actitud abierta y respetuosa, las diferentes manifestaciones culturales y artísticas, utilizarlas como fuente de enriquecimiento y disfrute personal y considerarlas como parte de la riqueza y patrimonio de los pueblos¹⁵.

Las asignaturas *Ideas y conceptos matemáticos a través de la Historia* y *Modelos matemáticos en Educación Secundaria* proporcionan numerosos recursos que se pueden utilizar con el objeto de favorecer esta competencia. Explicar un nuevo concepto matemático como la integral a través de la historia puede conectar al alumnado con la aplicación práctica de las matemáticas, al mismo tiempo que toma conciencia de los grandes logros que se han alcanzado a lo largo de todo este tiempo. Al mismo tiempo, existen diversas expresiones culturales relacionadas con las

Ilustración 7

Competencia conciencia y expresiones culturales



¹⁵<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/competencias-clave/cultura.html>

matemáticas en nuestras propias calles (Fernández Benito & Reyes Iglesias, 2019) y por el país que muestra la importancia del patrimonio cultural que tenemos en España.

Así mismo, se empujará al alumnado a investigar valores culturales más allá de nuestras fronteras con el propósito de favorecer la multiculturalidad.

Como bien se ha mencionado antes, el cine estará presente durante todo el curso, siempre desde el respeto y aprecio hacia este arte.

Competencias Sociales y cívicas (CSC)

Conllevan la habilidad y capacidad para utilizar los conocimientos y actitudes sobre la sociedad entendida desde las diferentes perspectivas, en su concepción dinámica, cambiante y compleja, para interpretar fenómenos y problemas sociales¹⁶.

Se valorará durante este curso el respeto entre los compañeros, así como hacia el docente, y el diálogo argumentado, aceptando los distintos puntos de vista. La colaboración se desarrollará de igual manera a través de la resolución conjunta de actividades y proyectos comunes. La participación activa se tendrá en cuenta positivamente y se fomentará el intercambio de opiniones.

Ilustración 8.

Competencias sociales y cívicas.



¹⁶<https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/lomce/curriculo/competencias-clave/competencias-clave/social-civica.html>

OBJETIVOS

OBJETIVOS GENERALES DE BACHILLERATO

Según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, los objetivos generales que se persiguen en Bachillerato consisten en que los alumnos y alumnas desarrollan capacidades que les permitan:

- a) Ejercer la ciudadanía democrática, desde una perspectiva global, y adquirir una conciencia cívica responsable, inspirada por los valores de la Constitución española así como por los derechos humanos, que fomente la corresponsabilidad en la construcción de una sociedad justa y equitativa.
- b) Consolidar una madurez personal y social que les permita actuar de forma responsable y autónoma y desarrollar su espíritu crítico. Prever y resolver pacíficamente los conflictos personales, familiares y sociales.
- c) Fomentar la igualdad efectiva de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres, analizar y valorar críticamente las desigualdades existentes e impulsar la igualdad real y la no discriminación de las personas con discapacidad.
- d) Afianzar los hábitos de lectura, estudio y disciplina, como condiciones necesarias para el eficaz aprovechamiento del aprendizaje, y como medio de desarrollo personal.
- e) Dominar, tanto en su expresión oral como escrita, la lengua castellana y, en su caso, la lengua cooficial de su Comunidad Autónoma.
- f) Expresarse con fluidez y corrección en una o más lenguas extranjeras.
- g) Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y la comunicación.
- h) Conocer y valorar críticamente las realidades del mundo contemporáneo, sus antecedentes históricos y los principales factores de su evolución. Participar de forma solidaria en el desarrollo y mejora de su entorno social.
- i) Acceder a los conocimientos científicos y tecnológicos fundamentales y dominar las habilidades básicas propias de la modalidad elegida.
- j) Comprender los elementos y procedimientos fundamentales de la investigación y de los métodos científicos. Conocer y valorar de forma crítica la contribución de la ciencia y la tecnología en el cambio de las condiciones de vida, así como afianzar la sensibilidad y el respeto hacia el medio ambiente.
- k) Afianzar el espíritu emprendedor con actitudes de creatividad, flexibilidad, iniciativa, trabajo en equipo, confianza en uno mismo y sentido crítico.
- l) Desarrollar la sensibilidad artística y literaria, así como el criterio estético, como fuentes de formación y enriquecimiento cultural.
- m) Utilizar la educación física y el deporte para favorecer el desarrollo personal y social.
- n) Afianzar actitudes de respeto y prevención en el ámbito de la seguridad vial.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS DE MATEMÁTICAS II

Tomando como referencia los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje según la ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León, se presentan a continuación los objetivos didácticos que se esperan alcanzar durante este curso:

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- 1) Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados para mejorar la expresión oral y comprensión de razonamientos matemáticos.
- 2) Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, a través de la realización de cálculos necesarios y la comprobación de las soluciones obtenidas para mostrar un grado de entendimiento de la materia.
- 3) Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos para desarrollar la capacidad de generalización y abstracción.
- 4) Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas procedentes de la resolución de un problema o de una demostración, con el rigor y la precisión adecuados para practicar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos.
- 5) Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado para manejar el método científico en el estudio de fenómenos del entorno.
- 6) Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de la resolución de un problema y la profundización posterior, la generalización de propiedades y leyes matemáticas y la profundización en algún momento de la historia de las matemáticas, concretando con todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos
- 7) Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad para practicar la aplicación de las matemáticas a la realidad y valorar su importancia.
- 8) Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, entre otras.
- 9) Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas para mostrar el valor de aprendizaje detrás de las dificultades.
- 10) Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
- 11) Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos o la resolución de problemas.
- 12) Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

Bloque 2. Números y álgebra

- 1) Utilizar el lenguaje matricial y las operaciones con matrices para describir e interpretar datos y relaciones en la resolución de problemas diversos.

- 2) Transcribir problemas expresados en lenguaje usual al lenguaje algebraico y resolverlos utilizando técnicas algebraicas determinadas (matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones), interpretando críticamente el significado de las soluciones.
- 3) Resolver ecuaciones matriciales sencillas.
- 4) Obtener el rango de una matriz y la matriz inversa (esta última hasta orden 3), tanto por el método de Gauss como usando determinantes.

Bloque 3. Análisis

- 1) Estudiar la continuidad de una función en un punto o en un intervalo, aplicando los resultados que se derivan de ello.
- 2) Aplicar el concepto de derivada de una función en un punto, su interpretación geométrica y cálculo de derivadas al estudio de fenómenos naturales, sociales o tecnológicos y a la resolución de problemas geométricos, de cálculo de límites, de representación de funciones y de optimización.
- 3) Calcular integrales de funciones sencillas aplicando las técnicas básicas para el cálculo de primitivas.
- 4) Aplicar el cálculo de integrales definidas en la medida de áreas de regiones planas limitadas por rectas y curvas sencillas que sean fácilmente representables y, en general, a la resolución de problemas.

Bloque 4. Geometría

- 1) Resolver problemas geométricos espaciales, utilizando vectores.
- 2) Estudiar la dependencia lineal de un conjunto de vectores, y decidir si forman una base.
- 3) Resolver problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos utilizando las distintas ecuaciones de la recta y del plano en el espacio.
- 4) Utilizar los distintos productos entre vectores para calcular ángulos, distancias, áreas y volúmenes, calculando su valor y teniendo en cuenta su significado geométrico.

Bloque 5. Estadística y Probabilidad

- 1) Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos, así como sucesos aleatorios condicionados en contextos relacionados con el mundo real.
- 2) Identificar los fenómenos que se pueden modelizar mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.
- 3) Utilizar el vocabulario y la notación adecuadas para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, en especial los relacionados con las ciencias y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.

CONTENIDOS, DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y SECUENCIACIÓN DE CONTENIDOS

CONTENIDOS

Los contenidos expuestos a continuación se corresponden al curso de 2º de Bachillerato de Matemáticas II según la ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León.

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- Planificación del proceso de resolución de problemas: observación del problema, recopilación de datos significativos, selección de estrategias de resolución, aplicación de estrategias adecuadas, reflexión sobre las soluciones y respuesta al problema.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.
- Soluciones y/o resultados obtenidos: coherencia de las soluciones con la situación, revisión sistemática del proceso, problemas parecidos, generalizaciones y particularizaciones interesantes.
- Iniciación a la demostración en matemáticas: métodos, razonamientos, lenguajes, etc.
- Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.
- Razonamiento deductivo e inductivo.
- Lenguaje gráfico, algebraico, otras formas de representación de argumentos.
- Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado matemático.
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos del mundo de las matemáticas.
- Elaboración y presentación de un informe científico sobre el proceso, resultados y conclusiones del proceso de investigación desarrollado.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
 - a) La recogida ordenada y la organización de datos;
 - b) La elaboración e interpretación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
 - c) Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
 - d) El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;
 - e) La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos.

- f) Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Bloque 2. Números y álgebra

1. Matrices

- Estudio de las matrices:
 - a) Herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos.
 - b) Conceptos básicos: vector fila, vector columna, dimensión, matriz cuadrada, traspuesta, simétrica, triangular...
- Operaciones con matrices: suma, producto por un número, producto entre matrices. Propiedades.
- Tipos de matrices. Matrices cuadradas. Matriz unidad.
- Matriz inversa de otra. Obtención de la inversa de una matriz por el método de Gauss.
- Ecuaciones matriciales. Aplicaciones a la resolución de problemas.
- Rango de una matriz.
 - a) Dependencia e independencia lineal de filas o columnas.
 - b) Combinación lineal de filas (o columnas).
 - c) Obtención del rango de una matriz por observación de sus elementos (en casos evidentes).
 - d) Cálculo del rango de una matriz por el método de Gauss.
 - e) Discusión del rango de una matriz dependiente de un parámetro.

2. Determinantes

- Determinantes de órdenes dos y tres. Regla de Sarrus.
- Determinantes de orden n :
 - a) Menor de una matriz. Menor complementario y adjunto de un elemento de una matriz cuadrada. Propiedades.
 - b) Desarrollo de un determinante por los elementos de una fila (o una columna).
 - c) Cálculo de un determinante “haciendo ceros” en una de sus filas (o columnas).
 - d) Aplicaciones de las propiedades de los determinantes en el cálculo de estos y en la comprobación de identidades.
- Rango de una matriz mediante determinantes:
 - a) El rango de una matriz como el máximo orden de sus menores no nulos.
 - b) Determinación del rango de una matriz a partir de sus menores.
- Cálculo de la inversa de una matriz
 - a) Expresión de la inversa de una matriz a partir de los adjuntos de sus elementos.
 - b) Cálculo de la inversa de una matriz mediante determinantes.

3. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales

- Sistemas de ecuaciones lineales. Discusión de un sistema. Interpretación geométrica de un sistema de ecuaciones con dos o tres incógnitas según sea compatible o incompatible, determinado o indeterminado.
- Expresión matricial de un sistema de ecuaciones.
- Estudio y resolución de sistemas por el método de Gauss.
- Teorema de Rouché. Aplicación a la discusión de sistemas de ecuaciones.
- Regla de Cramer. Aplicación a la resolución de sistemas.
- Sistemas homogéneos. Resolución.

- Discusión y resolución de sistemas dependientes de uno o más parámetros.
- Resolución de problemas mediante ecuaciones. Traducción a sistema de ecuaciones de un problema, resolución e interpretación de la solución.

Bloque 3. Análisis

9. Límites de funciones

- Límite de una función.
 - a) Límite de una función cuando $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$ o $x \rightarrow a$. Representación gráfica.
 - b) Límites laterales.
 - c) Operaciones con límites finitos.
- Expresiones infinitas. Operaciones con expresiones infinitas.
- Cálculo de límites.
 - a) Cálculo de límites inmediatos (operaciones con límites finitos evidentes o comparación de infinitos de distinto orden).
 - b) Indeterminación. Expresiones indeterminadas.
 - c) Cálculo de límites cuando $x \rightarrow +\infty$ o $x \rightarrow -\infty$:
 - Cociente de polinomios o de otras expresiones infinitas.
 - Diferencia de expresiones infinitas.
 - Potencia. Número e.
 - d) Cálculo de límites cuando $x \rightarrow a^-$, $x \rightarrow a^+$, $x \rightarrow a$:
 - Cocientes. Diferencias Potencias.

10. Continuidad y Derivabilidad

- Continuidad de una función en un punto. Tipos de discontinuidad. Continuidad en un intervalo.
- Teorema de Bolzano, Darboux y Weierstrass.
- Aplicación del teorema de Bolzano para detectar la existencia de raíces y para separarlas.
- Continuidad con parámetros.
- Derivada de una función en un punto. Interpretación. Derivadas laterales.
- Obtención de la derivada de una función en un punto a partir de la definición.
- Derivabilidad, relación con la continuidad.
- Función derivada. Derivadas sucesivas.
 - a) Reglas de derivación.
 - b) Reglas de derivación de las funciones elementales y de los resultados operativos.
 - c) Derivada de la función inversa de otra.
 - d) Derivada de una función implícita.
 - e) Derivación logarítmica.
- Concepto de diferencial de una función.
- Teoremas de Rolle, del valor medio de Lagrange, y de Cauchy.
- Regla de L'Hôpital. Cálculo de límites.

11. Aplicaciones de la derivada

- Aplicaciones de la primera derivada.

- a) Obtención de la tangente y normal a una curva en uno de sus puntos.
- b) Identificación de puntos o intervalos en los que la función es creciente o decreciente.
- c) Obtención de máximos y mínimos relativos.
- d) Resolución de problemas de optimización.
- Aplicaciones de la segunda derivada.
 - a) Identificación de puntos o intervalos en los que la función es cóncava o convexa.
 - b) Obtención de puntos de inflexión.

12. Estudio y representación de funciones

- Herramientas básicas para la construcción de curvas.
 - a) Dominio de definición, simetrías, periodicidad.
 - b) Ramas infinitas: asíntotas y ramas parabólicas.
 - c) Puntos singulares, puntos de inflexión, cortes con los ejes...
- Representación de funciones.
 - a) Representación de funciones polinómicas.
 - b) Representación de funciones racionales.
 - c) Representación de funciones irracionales, logarítmicas y exponenciales.
 - d) Representación de funciones trigonométricas.
 - e) Representación de funciones cualesquiera.

13. Cálculo de primitivas

- Primitiva de una función. Obtención de primitivas de funciones elementales.
- Integral indefinida. Integrales inmediatas.
- Métodos de integración.
 - a) Simplificación de expresiones para facilitar su integración.
 - b) Cambio de variables. Integración por sustitución.
 - c) Integración “por partes”.
 - d) Integración de una función racional, descomponiéndola en fracciones elementales.

14. La integral definida

- Integral indefinida.
 - a) Concepto de integral indefinida. Propiedades.
 - b) Expresión del área de una figura plana conocida mediante una integral.
- Relación de la integral con la derivada.
 - a) Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo.
 - b) Regla de Barrow.
- Cálculo de áreas mediante integrales.
 - a) Cálculo del área entre una curva y el eje X.
 - b) Cálculo del área delimitada entre varias curvas.

Bloque 4. Geometría

4. Vectores en el espacio

- Vectores en el espacio. Operaciones. Interpretación gráfica.
 - a) Combinación lineal. Dependencia e independencia lineal.
 - b) Bases. Coordenadas.
- Producto escalar. Propiedades. Expresión analítica.
 - a) Cálculo del módulo de un vector.
 - b) Obtención de un vector con la dirección de otro y módulo predeterminado.
 - c) Obtención del ángulo formado por dos vectores.
 - d) Identificación de la perpendicularidad de dos vectores.
 - e) Cálculo del vector y proyección de un vector sobre la dirección de otro.
- Producto vectorial de vectores. Propiedades. Expresión analítica.
 - a) Obtención de un vector perpendicular a otros dos.
 - b) Cálculo del área del paralelogramo o triángulo determinado por dos vectores.
- Producto mixto de tres vectores. Propiedades. Expresión analítica.
 - a) Cálculo del volumen de un paralelepípedo o un tetraedro determinado por tres vectores.
 - b) Identificación de independencia lineal de tres vectores mediante el producto mixto.

5. Puntos, rectas y planos en el espacio

- Sistemas de referencia en el espacio. Coordenadas de un punto. Representación de puntos en un sistema de referencia ortonormal.
- Aplicación de los vectores a problemas geométricos.
 - a) Punto que divide a un segmento en una razón dada.
 - b) Simétrico de un punto respecto a otro.
 - c) Comprobación de si tres o más puntos están alineados
- Ecuaciones de una recta.
 - a) Ecuaciones vectorial, paramétricas, continua e implícita de la recta.
 - b) Estudio de las posiciones relativas de dos rectas.
- Ecuaciones de un plano.
 - a) Ecuaciones vectorial, paramétricas e implícita de un plano. Vector normal.
 - b) Estudio de la posición relativa de dos o más planos.
 - c) Estudio de la posición relativa de un plano y una recta.

6. Problemas métricos en el espacio

- Ángulos entre rectas y planos.
 - a) Vector dirección de una recta y vector normal a un plano.
 - b) Obtención del ángulo entre dos rectas, entre dos planos o entre recta y plano.
- Distancia entre puntos, rectas y planos.
 - a) Cálculo de la distancia entre dos puntos.
 - b) Cálculo de la distancia de un punto a una recta.
 - c) Distancia de un punto a un plano.
 - d) Cálculo de la distancia entre dos rectas por diversos procedimientos.
- Área de un triángulo y volumen de un tetraedro.
 - a) Cálculo del área de un paralelogramo y de un triángulo.
 - b) Cálculo del volumen de un paralelepípedo y de un tetraedro.
- Lugares geométricos en el espacio.
 - a) Plano mediador de un segmento.

- b) Plano bisector de un ángulo diedro.
- c) La esfera como lugar geométrico.

Bloque 5. Estadística y Probabilidad

7. Probabilidad

- Combinatoria. Aplicaciones de la combinatoria al cálculo de probabilidades.
- Sucesos. Operaciones y propiedades. Propiedades de las operaciones con sucesos. Leyes de Morgan. Sucesos incompatibles.
- Frecuencia y probabilidad. Ley de los grandes números.
- Axiomática de Kolmogorov. Propiedades de la probabilidad.
- Ley de Laplace. Aplicación para el cálculo de probabilidades sencillas. Reconocimiento de experiencias en las que no se puede aplicar la ley de Laplace.
- Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de dos sucesos.
- Teorema de probabilidades totales.
- Fórmula de Bayes. Cálculo de probabilidades “a posteriori”.
- Tablas de contingencia y diagrama de árbol.

8. Estadística

- Distribuciones estadísticas
 - a) Tipos de variable. Representación gráfica y cálculo de parámetros.
 - b) Interpretación de tablas y gráficas estadísticas.
 - c) Obtención de la media y de la desviación típica de una distribución estadística.
- Distribución de probabilidad de variable discreta
 - a) Significado de los parámetros μ y σ .
 - b) Cálculo de los parámetros μ y σ en distribuciones de probabilidad de variable discreta dadas mediante una tabla o por un enunciado.
- Distribución binomial. Reconocimiento de distribuciones binomiales, cálculo de probabilidades y obtención de sus parámetros.
- Distribución de probabilidad de variable continua
 - a) Comprensión de sus peculiaridades.
 - b) Función de densidad.
 - c) Reconocimiento de distribuciones de variable continua.
 - d) Cálculo de probabilidades a partir de la función de densidad.
- Distribución normal. Cálculo de probabilidades utilizando las tablas de la $N(0,1)$.
- Identificación de distribuciones binomiales que se puedan considerar razonablemente próximas a distribuciones normales y cálculo de probabilidades en ellas por paso a la normal correspondiente. Corrección de Yates.

DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y SECUENCIACIÓN DE CONTENIDOS

Los contenidos presentados anteriormente se desarrollarán durante todo el curso y se dividirán en 14 unidades didácticas. La secuenciación de contenidos ha tenido en cuenta el parón

ESTUDIO DE UNA PROGRAMACIÓN DINÁMICA DE MATEMÁTICAS II

educativo que han sufrido los alumnos y alumnas en el curso 2019-2020 y por ello se ha optado por dejar la parte más extenuante (el bloque de análisis) para el tercer trimestre¹⁷.

En este curso académico 2020-2021, la asignatura Matemáticas II cuenta con 120 sesiones ordinarias de 50 minutos hasta el examen final en mayo, 23 sesiones de profundización y 7 sesiones de refuerzo entre el examen final de mayo y la EBAU. Dentro de estas sesiones ordinarias, se prevén 6 sesiones para la realización de pruebas escritas de menor peso. Los exámenes de evaluación, exámenes finales y de recuperación se desempeñarán por la tarde para proporcionar más tiempo al alumnado sin que interfiera con sesiones de otras asignaturas.

Sabiendo todo esto, los contenidos se distribuirán de la siguiente manera, teniendo en cuenta que las evaluaciones de 2º de Bachillerato son más cortas¹⁸:

Tabla 1

Contenidos del curso de Matemáticas II

Primer trimestre		
Bloque	Contenidos	Competencias
Números y Álgebra	1. Matrices	CMCT, CD, CPAA
	2. Determinantes	
	3. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales	
	4. Vectores en el espacio	
Segundo trimestre		
Bloque	Contenidos	Competencias
Geometría	5. Puntos, rectas y planos en el espacio	CMCT, CEC, CD
	6. Problemas métricos en el espacio	
Estadística y Probabilidad	7. Probabilidad	CMCT, CSC, CD, CCL, CPAA
	8. Distribuciones discretas y continuas	
Tercer trimestre		
Bloque	Contenidos	Competencias
	9. Límites de funciones	
	10. Continuidad y Derivabilidad	

¹⁷ El alumnado suele volver de las vacaciones de verano más descentrado y en esta situación, seguramente más. Por ello, se prefiere dejar esta parte para el final cuando ya hayan retomado un buen ritmo de estudio y trabajo. Además, los bloques de álgebra y geometría pueden asimilarse mejor al principio ya que los contenidos del curso anterior de estos bloques sí que fueron estudiados.

¹⁸ El curso de 2º de Bachillerato empieza el 14 de septiembre de 2020 y termina oficialmente el 4 de junio de 2021. Es decir, para el 4 de junio deben estar preparadas todas las notas de todos los alumnos, luego las sesiones de clases terminarán a finales de mayo.

Análisis	11. Aplicaciones de la derivada	CMCT, CPAA, CSC, SIEE, CD
	12. Estudio y representación de funciones	
	13. Cálculo de primitivas	
	14. La integral definida¹⁹	

DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y ESPACIAL DE LAS SESIONES

Se presenta en este apartado la idea general de la disposición de las clases, dejando siempre un margen de maniobra en el caso de que ocurran imprevistos o se requiera un mayor refuerzo en algún concepto concreto.

En primer lugar, todas las clases se llevarán a cabo en el aula debido a que existen restricciones sanitarias ocasionadas por la COVID-19 que hacen que el alumnado no pueda abandonar el aula con total libertad. Así mismo, a cada aula del centro educativo se le ha asignado un único grupo de alumnos con el propósito de que los estudiantes estén separados y en caso de brote, poder controlarlo a través del cierre del aula o aulas correspondientes. El aula de informática también se ha visto afectada y no es posible acceder a ella.

En general, cada sesión se organizará de la siguiente manera:

- Primero se realizará un repaso oral de los contenidos vistos en las sesiones anteriores, dejando que el alumnado intervenga y pregunte las dudas que puedan haber surgido. También se llevará a cabo la corrección en voz alta de las tareas para casa, proporcionando una mayor profundización en caso de que se hayan observado dificultades generalizadas²⁰. Tras esta corrección se mandarán nuevas tareas para casa cuyo contenido se trabajará durante la sesión. Se estima que este proceso dure entre 15-20 minutos.
- Luego se seguirá con el transcurso del contenido siguiendo diferentes metodologías en función del contenido, predominando la resolución de problemas. En todo momento se incluirá al alumnado de tal forma que sean ellos mismos quienes deduzcan los resultados para lograr un aprendizaje más significativo. Esta parte será el grueso de las sesiones y se prevé una duración de 30-35 minutos.
- En los últimos minutos de la sesión, se dejará que el alumnado comience sus tareas y de esta forma, el alumnado reflexiona y encuentra dudas que pueden ser consultadas con el docente y con el resto de la clase. Esta parte suele ser la más afectada en cuanto a tiempo de sesión y en algunas ocasiones se presupone que no dure más de 5 minutos.

Esta organización correspondería a sesiones de unidades didácticas que están en curso. Es decir, al inicio y al final de las unidades didácticas, la dinámica es probable que varíe:

¹⁹ Estos dos temas se estudiarán durante las sesiones de profundización, que empezarán por un repaso de la derivación y se centrarán después en la integral. Por tanto, aunque aquí aparecen como los últimos temas del curso, en realidad se desarrollarán durante todo el año.

²⁰ Se intentará desarrollar un aprendizaje más centrado en la comunicación oral para apoyar a la alumna con discapacidad visual, intercalando con recursos visuales que puedan ser adaptados al resto visual de la alumna.

ESTUDIO DE UNA PROGRAMACIÓN DINÁMICA DE MATEMÁTICAS II

- En el inicio, se optará por un tanteo de conocimientos previos de los contenidos de la unidad mediante preguntas y discusión abierta²¹. Además, al ser el principio de una unidad, el docente cobrará mayor importancia y se inclinará más por una metodología de tipo expositivo, procurando siempre una participación activa del alumnado. En algunos casos, se utilizarán recursos audiovisuales a modo de introducción para captar la atención de los estudiantes.
- A su vez, al comienzo de cada bloque de contenido se expondrá un esquema general del bloque, denotando cada una de las unidades didácticas en las que se divide y la duración aproximada que se espera.
- Las sesiones previas a pruebas escritas se centrarán principalmente en la resolución de dudas del alumnado. En caso de que no existan dudas, se procederá con la siguiente unidad didáctica ya que el tiempo durante este curso es ajustado.
- Las pruebas escritas de menor peso se realizarán generalmente al finalizar dos unidades didácticas o si la unidad es extensa, tras terminar la unidad.

A modo de llevar una mayor preparación para la EBAU, el centro educativo propone una sesión a la semana extra de profundización de Matemáticas II, centrada en la derivación y la integración. Esta sesión se ubicará cada jueves a las 14:15 y debe estar de acuerdo todo el grupo de alumnos. Las pruebas de evaluación de los contenidos expuestos en estas sesiones se llevarán a cabo en las sesiones ordinarias.

²¹ La discusión abierta puede ser una forma de explorar conocimientos previos mucho más enriquecedora, pero también requiere una mayor cantidad de tiempo, por lo que se utilizará en su justa medida.

CALENDARIO ESCOLAR 2020-2021

SEPTIEMBRE				
L	M	X	J	V
	1	2	3	4
7	8	9	10	11
14	15	16	17	18
21	22	23	24	25
28	29	30		

OCTUBRE				
L	M	X	J	V
			1	2
5	6	7	8	9
12	13	14	15	16
19	20	21	22	23
26	27	28	29	30

NOVIEMBRE				
L	M	X	J	V
2	3	4	5	6
9	10	11	12	13
16	17	18	19	20
23	24	25	26	27
30				

DICIEMBRE				
L	M	X	J	V
	1	2	3	4
7	8	9	10	11
14	15	16	17	18
21	22	23	24	25
28	29	30	31	

ENERO				
L	M	X	J	V
				1
4	5	6	7	8
11	12	13	14	15
18	19	20	21	22
25	26	27	28	29

FEBRERO				
L	M	X	J	V
1	2	3	4	5
8	9	10	11	12
15	16	17	18	19
22	23	24	25	26

MARZO				
L	M	X	J	V
1	2	3	4	5
8	9	10	11	12
15	16	17	18	19
22	23	24	25	26
29	30	31		

ABRIL				
L	M	X	J	V
			1	2
5	6	7	8	9
12	13	14	15	16
19	20	21	22	23
26	27	28	29	30

MAYO				
L	M	X	J	V
3	4	5	6	7
10	11	12	13	14
17	18	19	20	21
24	25	26	27	28
31				

JUNIO				
L	M	X	J	V
	1	2	3	4
7	8	9	10	11
14	15	16	17	18
21	22	23	24	25
28	29	30		

	Días no lectivos (incluidas vacaciones escolares)
	Días en los que no se imparte materia
	Inicio y fin de curso
	1º Trimestre
	2º Trimestre
	3º Trimestre
	Examen global

METODOLOGÍA

Durante la experiencia vivida en este Máster, se ha podido percibir que un docente es mucho más que un transmisor de conocimientos como se recalcó en la asignatura de *Sociedad, Familia y Educación*. El dominio de la materia de matemáticas es necesario para la práctica docente en matemáticas, pero se deben tener en cuenta otros aspectos igual de importantes. Uno de estos aspectos es la metodología utilizada.

Según (Díaz-Barriga Arceo & Hernández Rojas, 2002), “la función central del docente consiste en orientar y guiar la actividad mental constructiva de sus alumnos, a quienes proporcionará una ayuda pedagógica ajustada a su competencia”. Es decir, el docente debe buscar situaciones de aprendizaje óptimas que les permitan a los alumnos construir su propio aprendizaje desde sus conocimientos previos, utilizando al docente como mediador en este proceso. Desde este enfoque constructivista, el alumnado es una parte activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje en un escenario preparado por el docente.

Sin embargo, el docente debe tener en cuenta todas las situaciones de enseñanza que se le presente y reflexionar sobre la manera en que se pueden abordar estas situaciones. Por ello, a continuación se mostrarán pautas variadas en las que el rol del docente en algunos casos encajará con el de mediador y en otros será más activo. En todas ellas, predominarán la actitud abierta del docente hacia las opiniones y propuestas del alumnado, el respeto mutuo, la tolerancia, la empatía, la comunicación fluida entre docente y alumnado (y no solo por parte del docente a modo de monólogo), la crítica constructiva de los errores...

Por otro lado, la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner se tendrá en cuenta a la hora de proporcionar actividades variadas, de tal manera que se puedan potenciar aquellas inteligencias predominantes en cada uno de ellos. En la misma línea, se intentarán crear diferentes situaciones de aprendizaje que se puedan acomodar a los distintos estilos de aprendizaje.

Siguiendo estas consideraciones, la metodología utilizada durante todo el curso seguirá las siguientes pautas:

Exploración de conocimientos previos

Al comienzo de cada nueva unidad didáctica, se llevará a cabo una evaluación inicial de contenidos previos de manera informal y oral con el objetivo de sentar las bases sobre las que después el alumnado construirá su conocimiento. De esta forma, el alumno entra en acción y mantiene la atención ya que es el protagonista de la historia. Además, al promover este tipo de diálogo abierto, se permite que los alumnos puedan expresarse libremente de manera adecuada y afianzando sus razonamientos frente a otros. Es decir, es una buena oportunidad para practicar competencias sociales y cívicas, al mismo tiempo que la competencia lingüística.

Exposición activa

En algunos casos, el docente optará por explicaciones de contenidos especialmente complicados a priori, cambiando el rol del alumnado a uno más pasivo. Aun así, estas explicaciones se orientarán hacia un diálogo constante con el alumnado a través de preguntas orales e

intercambio de opiniones²². Este ambiente de debate está pensado para que los alumnos no sientan ningún temor a la hora de reflejar las dudas que les puedan surgir. Una vez más, se continuarían practicando competencias sociales y cívicas al tratar de debatir entre todos respetuosa y educadamente, y la competencia lingüística al expresarse correctamente en las intervenciones.

Como se vio previamente, la exposición empezará con un tanteo de conocimientos previos de forma oral para posteriormente relacionar las explicaciones del contenido con lo mencionado anteriormente por parte del alumnado. Algunas técnicas que se utilizarán son la repetición de argumentos y conceptos clave, empezar las sesiones con un repaso de la sesión anterior, concluir las sesiones con un resumen oral de todo lo tratado durante la sesión e introducir alguna herramienta TIC para variar el ritmo de la exposición.

Resolución de problemas

La parte significativa de las Matemáticas es poder aplicarlas para resolver problemas, luego se trabajará activamente durante todo el curso la resolución de problemas. De esta forma, se puede insistir nuevamente en el poder de aplicación de las Matemáticas y así conectar al alumnado con el mundo que les rodea. Con ello, se desarrollará intensamente la competencia matemática y en ciencia y tecnología.

Además, si se proponen sesiones de resolución de problemas, se puede aprovechar para detectar dificultades individuales y alumnado con un dominio ya consolidado del tema, y con ello, el docente puede responder adecuadamente a las necesidades de cada alumno²³.

Durante la resolución de problemas, se insistirá en el planteamiento de los 4 pasos de Polya (Polya, 1945):

1. Entender el problema.
2. Configurar un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Mirar hacia atrás.

Cobrará importancia el último paso como forma de detectar errores y de comprensión del problema. Es preferible reconocer que existe un error desconocido que provoca un resultado incoherente con el enunciado del problema a dar por válidas soluciones totalmente erróneas en esencia.

La forma de proceder será, por una parte, realizar sesiones de resolución de problemas como se ha mencionado previamente, y por otra, los problemas se deberán realizar como tarea para casa con el propósito de que cada alumno pueda organizar su propio ritmo de resolución de los problemas e investigar las distintas estrategias de abordarlos correctamente. Las sesiones de resolución de problemas se llevarán a cabo de manera grupal siempre que las condiciones

²² Se insiste en métodos de enseñanza orales de tal forma que la alumna con discapacidad visual pueda aprovechar al máximo las clases y se pueda incluir del mismo modo en los diálogos abiertos.

²³ A su vez, estas sesiones pueden ayudar a la alumna con discapacidad visual en el sentido en que el docente puede proporcionar una atención más personalizada. Del mismo modo, el ambiente relajado de clase de resolución de problemas individual o grupal puede favorecer que se sienta en confianza de preguntar dudas al docente o a sus compañeros.

sanitarias lo permitan. Como consecuencia, los alumnos desarrollan las competencias de aprender a aprender y sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. Además, la corrección de los problemas se realizará en voz alta por parte de los alumnos, explicando el proceso llevado en la resolución y con ello, practicarán la competencia lingüística. En situaciones interesantes en las que existe contradicción de opiniones en cuanto a la resolución, se procederá a una corrección más detallada guiada por el docente.

Según lo visto en la asignatura de *Didáctica de las Matemáticas*, los ejercicios y problemas que se planteen serán diversos, teniendo en cuenta los niveles de demanda cognitiva de Smith-Stein (Smith & Stein, 1998). Los ejercicios de tipo repetitivos se evitarán en exceso, dando importancia a las tareas relacionadas con el contexto real, aunque también se incluirán actividades más teóricas, ya que se encuentran en un nivel educativo que les permite iniciarse en las Matemáticas teóricas y les permite desarrollar a su vez la competencia matemática.

Exámenes EBAU

Al comienzo de cada unidad didáctica, se entregará a los alumnos una recopilación de actividades de exámenes de EBAU y selectividad, generalmente de Castilla y León, relacionadas con la unidad didáctica. Esta práctica tiene como función la de proporcionar material de apoyo y referencia para la preparación de la EBAU²⁴.

Esta lista de actividades se realizará de manera progresiva según se vaya desarrollando la unidad didáctica y al finalizar, se deberá entregar la resolución. Se tendrá especial consideración en ciertas actividades que se consideren de una dificultad mayor, ofreciendo trucos y pistas para favorecer su resolución.

Uso de la calculadora

El uso de la calculadora es un tópico controvertido ya que en la EBAU existen restricciones severas. Luego se utilizará como modo de comprobación, insistiendo en la explicación detallada en la resolución de actividades²⁵.

Utilización de herramientas TIC

La educación debe adaptarse a los cambios tecnológicos que van surgiendo en esta sociedad del conocimiento, por lo que se planea utilizar diversos medios para apoyar la docencia. Las herramientas más usadas por su sencillez y alcance universal serán:

- Presentación PowerPoint y Excel: algunos conceptos serán introducidos a través de presentaciones aunque se evitará un uso recurrente ya que puede provocar rechazo y desinterés. El Excel puede ser una herramienta muy potente sobretodo en el bloque de

²⁴ Muchas veces los alumnos de 2º de Bachillerato sienten mucho temor y ansiedad hacia la EBAU y con esta opción, pueden comprobar el nivel al que se encuentran y lo que les espera. Por la experiencia vivida en las prácticas y como profesora particular, los alumnos se suelen relajar al ver los ejercicios concretos de la EBAU ya que se dan cuenta que son capaces de realizarlos.

²⁵ Por ejemplo, se enseñará que existe un modo de matrices en las calculadoras más modernas que permiten la mayor parte de las operaciones que se necesitan en este curso. Sin embargo, en las pruebas escritas se penalizará la ausencia de pasos necesarios en la resolución de ejercicios.

Probabilidad y Estadística. Además, estas dos herramientas se convertirán en un elemento imprescindible en su futuro tanto en la Universidad como en empleos.

- Calculadoras gráficas como GeoGebra o Wiris: estas herramientas cada vez proporcionan más ventajas y su uso se puede aprovechar en prácticamente todos los contenidos del curso.
- Actividades interactivas como Kahoot!: incluir este tipo de prácticas puede favorecer la motivación del alumnado al variar el ritmo de las clases, aunque no se puede caer en la sistematización de este tipo de recursos ya que puede provocar cansancio y monotonía.

No nos vamos a centrar en el uso de herramientas de gamificación como los únicos instrumentos a trabajar, sino que hay que realizar un análisis exhaustivo del proceso de aprendizaje y todo lo que lo rodea, para valorar por qué el alumnado tiene una baja motivación, del tipo que sea, y qué estrategia utilizar para romper con la monotonía del aprendizaje y, desde la innovación educativa, fomentar su motivación. (Gil Quintana & Prieto Jurado, 2019, p. 104)

- Buscador de Google: en algunas ocasiones, se utilizará este buscador para mostrar contenido de interés para el alumnado como puede ser información relativa a la EBAU que se suele publicar en el portal de educación online de la Junta de Castilla y León²⁶.

Plataforma Teams

Desde la cuarentena de los meses de marzo a junio de 2020 por la enfermedad de la COVID-19, las plataformas de comunicación y colaboración se han convertido en un medio indispensable en el sector educativo para poder dar respuesta a todo aquel que no pueda recibir una educación presencial por confinamiento. Sin embargo, algunas de estas plataformas como Microsoft Teams, ofrece más servicios que los de comunicación a distancia, proporcionando un medio de almacenamiento y colaboración de archivos. Por esta razón, la plataforma es un gran aliado para la educación ya que abre la opción de compartir más información significativa a distancia y se puede utilizar como medio de divulgación de las matemáticas a través de páginas webs, blogs, YouTube...²⁷

En esta programación didáctica, la plataforma Teams se utilizará de la siguiente manera:

- En primer lugar, todo aquel que esté confinado y no puede asistir presencialmente a clase, se le proporcionará la opción de seguir las clases online y a través del chat privado se mantendrá un seguimiento del alumno confinado y se atenderán las dudas que pueda tener. En cualquier caso, si el alumno necesita un refuerzo extra cuando termine su cuarentena, el docente estaría dispuesto a utilizar recreos para ello.
- En segundo lugar, se dejarán en la plataforma los criterios de calificación del curso y toda la información de la programación didáctica que deseen conocer.

²⁶<https://www.educa.jcyl.es/universidad/es/servicio-ensenanza-universitaria/acceso-universidades-publicas-castilla-leon/ebau-2021>

²⁷ Se pueden compartir entradas de interés dentro de la página de <http://www.divulgamat.net/>, canales de YouTube sobre divulgación de ciencia y matemáticas como *Derivando*; *Veritasium, an element of truth*; *Numberphile*...

- En tercer lugar, en cada unidad didáctica se subirán a la plataforma las actividades correspondientes, así como todo el material extra de carácter voluntario que necesiten²⁸.
- En cuarto lugar, todas aquellas páginas que se consulten en clase, se compartirán posteriormente en la plataforma, posibilitando la opción de repasar y ampliar contenidos de la clase. Una de las aplicaciones que estará presente todo el curso en la plataforma es la calculadora gráfica Wiris para que puedan investigar sobre los contenidos o comprobar resultados.
- Por último, todo lo que pueda suscitar interés por las matemáticas se expondrá en esta plataforma, desde noticias interesantes o alarmantes²⁹ hasta artículos sencillos sobre matemáticas.

Cada vez que se inserte nuevo material en la plataforma, se realizará al mismo tiempo un aviso general a todos los alumnos para que tengan constancia de esta novedad.

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

En la asignatura de *Metodología y Evaluación en Matemáticas* se estudiaron distintas metodologías activas y el ABP era una de ellas.

El ABP es una estrategia pedagógica en la que se presenta a los alumnos un problema iniciando un proceso de investigación que les llevará a buscar posibles soluciones a la situación planteada. Los alumnos para resolver el problema han de conseguir, además del aprendizaje de los contenidos que requiera la materia, ser capaces de elaborar un diagnóstico de sus propias necesidades de aprendizaje, reconocer qué saben y qué deben aprender, comprender la importancia de trabajar cooperativamente y desarrollar habilidades de análisis y síntesis de información. (Junta de Castilla y León)

El alumnado de 2º de Bachillerato ya posee una gran base matemática sobre la que puede concebir y construir elementos más complejos. Por ello, en algunos casos se les puede plantear una situación problemática que pueden desgranar y comprender profundamente, reflexionando sobre los conocimientos que ya poseen y sobre los conocimientos que necesitan para resolver ese problema. Además, al estar involucrado un ambiente cooperativo, se pueden mejorar las relaciones sociales entre el grupo de alumnos y serían ellos mismos quienes distribuyeran los recursos que poseen de la mejor manera posible. Es decir, se desarrollarían varias competencias, entre ellas, sociales y cívicas, digital y sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. Por otro lado, los alumnos utilizarían su propio conocimiento a favor de la resolución del problema e intentarían completarlo con todo aquello que necesiten, luego también desarrollan la competencia de aprender a aprender. La competencia matemática y en ciencia y tecnología también entraría en juego con la sucesión de razonamientos matemáticos y utilización de conceptos necesarios para resolver el problema que probablemente será encuadrado en un contexto científico.

²⁸ Dentro de este material extra, se encuentran actividades de refuerzo para aquellos que lo necesiten y actividades de ampliación y profundización para aquellos que tengan interés. Este material es de carácter voluntario y en todo caso, no entraría en la evaluación sumativa del alumnado.

²⁹ Noticias alarmantes en el sentido de que provocan una considerable preocupación a la población y tienen una explicación matemática detrás menos alarmante.

EVALUACIÓN

La evaluación es otra de las partes fundamentales de una programación didáctica y se puede resumir, desde el punto de vista constructivista como “el diálogo y la reflexión sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje” (Díaz-Barriga Arceo & Hernández Rojas, 2002, p. 351). Como se estudió en la asignatura *Metodología y Evaluación en Matemáticas*, la evaluación tiene como funciones esenciales la función acreditativa y la función reguladora, que dan lugar a varios tipos de evaluaciones según el momento del proceso de aprendizaje en el que se realizan (diagnóstica, formativa y sumativa).

Además de valorar la consecución de objetivos didácticos³⁰, la evaluación debe servir como reflexión sobre la práctica docente con el propósito de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Dentro de este proceso intervienen varias características del alumnado al margen de las académicas como puede ser la actitud, la motivación, el trato con los compañeros,... A su vez, la evaluación es una herramienta para detectar dificultades y tratar de solventarlas³¹.

Dependiendo de cada tipo de evaluación, se procederá a utilizar diversas técnicas e instrumentos de evaluación que se presentan a continuación:

- Evaluación diagnóstica: es aquella que se realiza al principio de una unidad, de un concepto o de una etapa y se distingue entre evaluación diagnóstica inicial y evaluación diagnóstica puntual. Para esta evaluación, se utilizará la observación y como instrumentos de recogida de evidencias registros anecdóticos y listas de cotejo.
- Evaluación formativa: es la que se lleva a cabo durante todo el el proceso de enseñanza-aprendizaje y tiene funciones de regulación y formadora. Se utilizarán:
 - La observación y registros anecdóticos, escalas y listas de cotejo.
 - Los trabajos realizados por los estudiantes que consistirán principalmente en la resolución de problemas.
 - Prueba escrita basada en los criterios, estándares de aprendizaje y competencias clave de la unidad didáctica.
 - Cuestionario como guía de autoevaluación a final de cada evaluación.
- Evaluación sumativa: es la que se realiza al final de una etapa y tiene funciones de calificación y acreditación, y de reflexión y balance del proceso de aprendizaje y enseñanza. Se usarán las pruebas escritas de final de evaluación que recogerán criterios, estándares y competencias de todo el trimestre y la prueba global que incluirá contenidos de todo el curso a modo de preparación para la EBAU.

Cada trimestre, se evaluará siguiendo las ponderaciones expuestas:

³⁰ Es decir, una evaluación sumativa que se realiza al final de una etapa.

³¹ En este caso, se trataría de una evaluación formativa con función de regulación del proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta regulación puede ser interactiva (entre profesor y alumno o entre alumnos), retroactiva (actividades de refuerzo) y proactiva (actividades de consolidación o ampliación).

Tabla 2

Ponderaciones de la nota del trimestre

Instrumento de evaluación		Ponderación (%)
Pruebas objetivas	Pruebas escritas unidades didácticas	25
	Prueba escrita de evaluación	50
	Trabajos	10
Actitud y participación en clase		5
Tareas para casa		5
Expresión verbal		5

Pruebas objetivas

Cada dos unidades didácticas (o una si es muy extensa) se realizará una prueba escrita con el propósito de regular el proceso de enseñanza-aprendizaje, que consistirá en una colección de actividades similares a las trabajadas durante las clases o como tarea para casa, de acuerdo con los estándares de aprendizaje y competencias clave correspondientes a las unidades. La distribución de los ejercicios de la prueba seguirán las ponderaciones aconsejadas de que el 60% se basen en estándares básicos, el 30% en estándares intermedios y el 10% en estándares avanzados (Ferrer Monedero & Montañana Gómez).

Estas pruebas se realizarán durante las sesiones de clase, por lo que tendrán una duración de 50 minutos. Dada esta limitación de tiempo, prevalecerán las actividades generales que permitan abarcar todas las unidades didácticas y se reservarán problemas de mayor complejidad y de carácter teórico para las pruebas de evaluación que se exponen a continuación.

Las pruebas escritas de evaluación o exámenes de evaluación son aquellos que se realizan al final de cada trimestre y recoge todo lo estudiado durante esta etapa. Dada la importancia de esta prueba al considerar todos los estándares y criterios de todo el trimestre, el centro educativo ha permitido que estas pruebas se realicen al margen de las sesiones ordinarias de clase y se llevarán a cabo por la tarde. De esta forma, la prueba puede recoger una mayor variedad de actividades al disponer de más tiempo (entre 2 y 3 horas) sin que interfiera con el resto de asignaturas.

Todas estas pruebas escritas serán adaptadas para alumnos con necesidades especiales que lo requieran (ver Medidas centradas en la práctica docente).

Dentro de trabajos realizados por los estudiantes se incluyen:

- Entrega de problemas realizados en casa: en el apartado METODOLOGÍA se ha introducido esta práctica. En ella se prestará atención a:
 - La resolución correcta de los problemas.
 - El planteamiento del problema a través de resumen de datos, gráficos, dibujos...
 - Explicaciones del proceso de resolución, con importancia de un buen uso del lenguaje matemático y una buena expresión.

- Coherencia durante todo el proceso aunque existan errores.
- Presentación ordenada, limpia y clara.
- Sesiones de resolución de problemas: también aparece en el apartado METODOLOGÍA y si las condiciones sanitarias lo permiten, se organizarán de tal manera que puedan trabajar en grupos dentro del aula. En ellas se valorarán los siguientes procesos y se tomarán datos a través de una escala de evaluación de funcionamiento de equipos de trabajo (Viles Diez, Zárraga- Rodríguez, & Jaca García, 2013):
 - La participación y toma de decisiones.
 - La gestión de conflictos.
 - La resolución de problemas.
 - La comunicación interna, respeto mutuo y confianza.
 - La comunicación externa y feedback.
 - La colaboración, cooperación y coordinación.
 - Liderazgo.

Actitud y participación en clase

Este apartado incluye varios aspectos como:

- Actitud en clase.
- Hábito de trabajo.
- Motivación e interés.
- Asistencia y participación.
- Respeto hacia todos los miembros de la comunidad educativa.

Tareas para casa

El ritmo de estudio continuo a lo largo de todo el curso es fundamental para la buena comprensión y asimilación de los conceptos matemáticos. Además, tener un hábito de estudio y trabajo favorece el desarrollo de la competencia de aprender a aprender que les va a acompañar durante toda su vida y será fundamental para adaptarse a este mundo en constante cambio. Por ello, se reserva una parte de la calificación del alumnado a las tareas para casa, dando importancia a la realización de las mismas aunque no se lleguen a resultados correctos o no se hayan podido terminar. En este apartado, también se valorará el uso responsable de las TIC al mismo tiempo que se practicará la búsqueda inteligente de la información, promoviendo de esta forma la competencia digital.

Expresión verbal

Durante las sesiones de clase, se ha primado una metodología ante todo centrada en la comunicación con el alumnado, por lo que la forma en que intervenga el alumnado se tendrá en cuenta. Además, para promover de nuevo el trabajo y estudio regular, durante la parte de las sesiones que se reserven para repaso de sesiones anteriores, se realizarán preguntas básicas que en caso de no mostrar esfuerzo por responder a ellas³², se valorará negativamente. Para seguir

³² Respuestas del tipo “no sé” o inventarse razonamientos erróneos, son los que se valorarán negativamente. Un alumno puede no saber exactamente la respuesta, pero con sus conocimientos previos y las herramientas que posee, se puede defender y eso es lo que realmente cuenta en este apartado.

una continuidad y que todos ellos tengan la oportunidad de responder, se recogerán todos estos datos en el cuaderno del docente a modo de registro anecdótico.

Evaluación final

Existe una prueba escrita global que se realizará a finales de mayo y tendrá un peso del 25% sobre la nota final de la asignatura. Es decir, la nota final del alumnado se puede considerar dividida en cuatro partes, de las cuales 3 corresponderían con la nota de cada evaluación con un peso del 25% cada una, y la cuarta parte sería la nota de este examen final³³. Además, para promover la participación en el Canguro Matemático, a la calificación de la tercera evaluación se le añadirá el resultado de dividir la puntuación de la prueba entre 100 cuando se hayan obtenido más de 50 puntos. Análogamente, los estudiantes que se clasifiquen para las fases regional o nacional de la Olimpiada Matemática se les añadirán 0,5 puntos a su calificación final³⁴. También los alumnos realizarán un cuestionario de autoevaluación al final de cada trimestre con el objetivo de reflexionar sobre su propio proceso de enseñanza-aprendizaje y de qué maneras se podría mejorar.

³³ Esta distribución de la nota está recogida en los criterios de calificación del Departamento de Matemáticas del IES Julián Marías.

³⁴ Es otro criterio de calificación del Departamento de Matemáticas del IES Julián Marías que bajo mi punto de vista, favorece el interés por las matemáticas y puede estimular a personas que no sientan la suficiente confianza como para presentarse por sí solas.

Tabla 3

Ejemplo de autoevaluación del alumnado

AUTOEVALUACIÓN ALUMNO			
¿Cómo calificarías tu rendimiento en este periodo de tiempo?	Alto	Medio	Bajo
¿Por qué?			
¿Cuáles han sido las mayores dificultades que has tenido?			
¿A qué se deben estas dificultades?	No entiendo las explicaciones.	Me falta base.	No tengo interés.
	No atiendo en clase.	Trabajo poco.	Estudio de memoria.
	Me cuesta razonar.	Me cuesta comprender los textos.	No entiendo el vocabulario.
	Otros:		
¿En qué aspectos has mejorado?			
	¿Por qué?		
¿Te sientes satisfecho/a con el trabajo que has realizado en esta etapa?			
¿Ha habido algo que influyera positivamente?			
¿Ha habido algo que influyera negativamente?			
Si te surge alguna duda en clase o fuera de clase, ¿te sientes en confianza de preguntar a tu profesor/a?	Sí.	No	
	¿Por qué?		
¿Cuánto tiempo de estudio y trabajo (de media) has dedicado a diario?	¿Lo consideras suficiente?		
	¿Lo has modificado?		
¿Has tenido algún problema personal que te haya perjudicado en tus estudios?	Sí.	No.	
	En caso afirmativo, ¿quieres contarlo?		
¿Qué crees que podrías hacer para mejorar en la siguiente etapa?			
¿Qué crees que se podría mejorar durante las clases?			

Recuperación

En cada evaluación, se realizará una prueba escrita de recuperación para aquellos alumnos cuya nota media sea inferior a 5. Esta prueba de recuperación tendrá un peso del 85%, es decir, se correspondería con el peso de las pruebas objetivas ya que el 15% restante no existe opción de recuperar. La prueba será de las mismas características que la prueba de evaluación y la fecha se dejará a cargo del alumnado con recomendaciones del docente. Además, el docente estará dispuesto a proporcionar todo aquello necesario para que estos alumnos refuercen las partes que deseen, a través de material en la plataforma Teams y planteamiento de dudas en horas fuera de clase (al final o al principio de la clase, recreos).

La prueba global es obligatoria para todos y al ser una parte más de la nota final, no constituye una recuperación del curso. Es decir, si la media entre la nota de los tres trimestres y el examen global es inferior de 5, el alumno deberá presentarse a una prueba extraordinaria que representará todos los bloques de contenidos del curso. Si la prueba extraordinaria es inferior a 5, el alumno no podrá obtener el título de Bachillerato y no podrá presentarse a la EBAU, recibiendo además un informe con los objetivos didácticos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y contenidos no alcanzados.

Autoevaluación práctica docente

El proceso de enseñanza-aprendizaje también incluye al docente y su práctica docente, es decir, también se debe revisar, evaluar, modificar, adaptar regularmente. Para ello, al finalizar cada trimestre, el docente llevará a cabo una reflexión con vistas a mejorar cualquier aspecto de la programación que así lo requiera.

Esta autoevaluación se basará en un cuestionario que se centra en los siguientes apartados:

- La organización y aprovechamiento de los recursos del Departamento.
- Las relaciones entre los miembros de la comunidad educativa.
- La aplicación de los criterios de evaluación del aprendizaje.
- Las medidas de refuerzo y apoyo empleadas.
- La metodología y materiales empleados.
- La adaptación adecuada proporcionada a los alumnos con necesidades educativas especiales.
- La relación con los padres o representantes legales.
- La adecuación de la distribución de espacios y tiempos.
- El clima de aula y centro.

Tabla 4

Ejemplo de autoevaluación docente

AUTOEVALUACIÓN DOCENTE		
Aspectos a evaluar	Aspectos destacados	Propuestas de mejora
Distribución temporal.		
Desarrollo de competencias.		
Consecución de objetivos didácticos.		
Metodología didáctica programada.		
Procedimientos de evaluación.		
Medidas de atención a la diversidad.		
Medidas de refuerzo.		
Dificultades de aprendizaje.		
Medidas para estimular el interés y el hábito de la lectura y la capacidad de expresión.		
Materiales y recursos.		
Actividades complementarias y extraescolares.		

MEDIDAS DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

En el primer apartado del documento, CONTEXTO, se describió al grupo de alumnos y se destacó el caso de una alumna con necesidades educativas especiales. Se trata de una chica de 17 años que pertenece al grupo de 2º D de Bachillerato y cursa Matemáticas II. Presenta una discapacidad visual: Miopía Magna³⁵, diagnosticada a los 5 años y con resto visual. Domina el Braille y además, debido al resto visual que posee, puede detectar imágenes y leer frases aumentadas. Según su historial académico, se trata de una alumna con buen rendimiento, CI medio-alto y no presenta ningún otro tipo de discapacidad.

Desde que fue diagnosticada en Educación Infantil, la alumna ha recibido apoyo por parte de la Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE) y el Equipo de Orientación de los correspondientes centros educativos. Durante todo su transcurso escolar, también ha recibido el apoyo de un profesor proporcionado por la ONCE, el cual visitaba la clase una vez a la semana, aconsejando al equipo docente y a la alumna, y acompañaba a la alumna dos días a la semana por la tarde. Sin embargo, dado su progreso académico favorable, este año no recibe el apoyo de este profesor fuera del horario escolar. Luego, se espera que la alumna se sienta abrumada al principio del curso. La familia está en constante comunicación con el centro educativo, compartiendo toda la información que pueda ser necesaria y mostrando su comprensión sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Medidas adoptadas

- El Departamento de Orientación llevará un seguimiento regular de la alumna, especialmente al finalizar cada trimestre y será el encargado de tramitar todas aquellas adaptaciones necesarias para la EBAU.
- Se llevará a cabo un informe al terminar el curso académico sobre todo lo que ha ocurrido durante el mismo y las propuestas de mejora de las medidas ordinarias, extraordinarias y especializadas.
- La ONCE proporcionará profesionales al centro educativo para instruir en el manejo correcto de los recursos y materiales específicos que se necesiten. Del mismo modo, la ONCE suministrará dichos materiales a la alumna y al centro educativo (Rodríguez Galindo, 2014). También se cuenta con un profesor de apoyo de la ONCE que realizará visitas periódicas al centro para apoyar al equipo docente y participar en el seguimiento de la alumna.
- Se señalarán escaleras, bordillos y cambios abruptos en el suelo mediante indicadores como cambios de relieve o textura del suelo, cintas adhesivas, realces o pinturas especiales, para facilitar la orientación y movilidad de la alumna.
- La evaluación se adaptará acorde a las características de la alumna, proporcionando, entre otras cosas, más tiempo para la realización de las pruebas escritas.
- Se permitirá que la alumna lleve un portátil personal a clase, de forma que los recursos digitales utilizados por el profesor se puedan adaptar más fácilmente.

³⁵ Se considera miopía magna cuando se superan las 6 dioptrías. Desde que se detecta en la infancia, va progresando hasta la vida adulta, aumentando en ocasiones también durante esta. Se considera discapacidad cuando la agudeza visual es menor que 0,1 (siendo 1 visión normal y 0,05 ceguera legal) habiendo aplicado la mayor mejora posible a través del uso de gafas u otros elementos correctores. En 2020, el número de afiliados a la ONCE con miopía magna era del 21,3% de la población española.

- Ante todo, se promoverá una educación inclusiva a través de actividades pensadas para suponer el mismo nivel de dificultad entre todos los alumnos, favoreciendo así la adaptación e integración de la alumna.

Medidas centradas en la práctica docente

Dada esta situación, el docente debe prever modificar o adaptar la programación del curso con el propósito de ofrecer las mismas oportunidades a la alumna con discapacidad visual que al resto de sus compañeros, desde unos principios de educación inclusiva. Sobre todo, se seguirá una observación y seguimiento de la alumna para que estas medidas se apliquen de forma adecuada. Las medidas que llevará a cabo el docente, se dividirán en varias partes:

- 1) Medidas que afectan a la organización de tiempos y espacios en el aula:
 - Los primeros días de clase, se le proporcionará un recorrido por el aula de tal forma que se familiarice con el espacio y reconozca los puntos donde se sitúan los geles hidroalcohólicos y el papel.
 - Se le comunicará cualquier cambio en la distribución del aula (por ejemplo, algún cambio de pupitre, una baldosa rota...).
 - Se posicionará a la alumna en un sitio que favorezca su resto visual (cerca de la pizarra y con buena iluminación), sin llegar al extremo de aislamiento del resto de sus compañeros.
 - Se tendrá en cuenta el ritmo más lento en la lectura de la alumna a la hora de la realización de actividades en clase, proporcionando más tiempo.
 - Se tendrá especial cuidado en cuanto a la escritura en la pizarra, asegurándose de que el contraste y la iluminación sean correctas y escribiendo con una letra grande y clara. Cada anotación o explicación en pizarra irá acompañada de una descripción y explicación verbal³⁶.
- 2) Medidas sobre recursos específicos necesarios (Rodríguez Galindo, 2014):
 - Dado que la alumna domina el braille, si lo desea, puede obtener los documentos entregados por el docente en lenguaje braille, mediante una impresora braille prestada por la ONCE. El libro de texto de la alumna también estará en formato braille.
 - Se dispone de un horno fúser³⁷ (prestado también por la ONCE) para realizar láminas en relieve.
 - Se utilizarán lupas en caso de requerir una mayor precisión de visión de documentos examinados en clase. Para corregir la postura corporal de la alumna, se le otorgará un atril para evitar que se incline excesivamente sobre la mesa.
 - La alumna cuenta con un software de reconocimiento de caracteres y reproductor de voz (sistema Galileo) en su portátil para la lectura rápida de documentos, y también cuenta con un revisor de pantalla que le permite identificar los elementos que se presentan en pantalla mediante indicaciones sonoras(Job Access With

³⁶ Además de ayudar a la alumna con discapacidad visual, estas estrategias pueden favorecer a aquellos alumnos que se coloquen en las últimas filas, ya que dado el número de alumnos y el espacio del aula, son lugares con visión difícil de la pizarra.

³⁷ Ver <http://ares.cnice.mec.es/informes/17/contenido/13.htm>

Speech, JAWS³⁸). Además, dispone de un magnificador de pantalla que le permite aumentar la pantalla del portátil a modo de lupa³⁹.

- La alumna utilizará una calculadora científica que se ajuste a sus necesidades y grado de visión.
- 3) Medidas que afectan a la metodología:
- Se proporcionará material adaptado a través del aumento del tamaño de letra o del contraste y el empleo de fuentes y formas de resaltado claras y fácilmente identificables (Rodríguez Galindo, 2014).
 - Por otro lado, los gráficos y mapas se pueden producir en relieve a través de un horno fúser.
 - También se puede emplear “papel mate para evitar reflejos, o papel pautado que ayude a guiar la visión de la alumna, además de fomentar el uso de marcas claramente visibles para la organización de sus apuntes o ejercicios escritos, usando rotuladores, subrayados, etc.” (Rodríguez Galindo, 2014, p. 24).
 - Siempre que se proyecte algún contenido en la pantalla, se compartirá pantalla con la alumna a través de la plataforma Teams, de manera que pueda adaptar la pantalla a sus necesidades. Además, se seguirán las mismas pautas descritas anteriormente en cuanto a orden, claridad, contraste a la hora de realizar PowerPoints, o cualquier otro tipo de presentación. De la misma forma, los vídeos que se proyecten, se buscarán de tal manera que sean lo más explicativo posibles y deteniéndolo en las partes clave para poder acompañarlo de una explicación por parte del docente (Coma Ferrer, Durán Labrador, Muñoz Carenas, & Villar Pérez, 2020).
 - En general, se dará preferencia a los materiales de audio y kinestésicos.
 - Las clases se centrarán en el diálogo calmado y respetuoso entre todos los alumnos, promoviendo la participación de todos ellos. Debido a que las habilidades sociales se pueden afectar por la discapacidad visual, se impulsará el compañerismo, el equilibrio emocional, la comunicación constante...⁴⁰
 - Cuando el docente se dirija a la alumna, se avisará llamándole por su nombre.
 - Se tratará que las explicaciones sean claras, con una pronunciación y vocalización correcta por parte del docente y del grupo de alumnos, ya que la expresión verbal es un elemento fundamental de la evaluación continua.
 - Se preguntará a la alumna al final de clase si tiene alguna duda y si necesita alguna aclaración extra.
- 4) Medidas que afectan a la evaluación:
- Como se mencionó anteriormente, se le proporcionará más tiempo durante la realización de las pruebas escritas debido a que su lectura y escritura es más lenta. Para las pruebas de evaluación, no existe ningún problema ya que se realizarán por

³⁸ Ver <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/fr/cajon-de-sastre/38-cajon-de-sastre/317-herramientas-tiflotecnicas-y-su-funcion-en-la-escuela>

³⁹ Ver <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/fr/cajon-de-sastre/38-cajon-de-sastre/317-herramientas-tiflotecnicas-y-su-funcion-en-la-escuela>

⁴⁰ Desde la ONCE, la alumna dispone de programas de Habilidades Sociales que pueden favorecer las interacciones sociales de la alumna. Al fin y al cabo, las personas videntes se relacionan inconscientemente a través de expresiones de la comunicación no verbal como la mirada, gestos, posturas, que la alumna no puede percibir debido a su deficiencia visual. Por ello, es esencial crear un clima de clase tolerante y abierto, en el que la alumna pueda preguntar cualquier consulta, tanto académica como de carácter social, para reforzar su autoestima y seguridad.

la tarde y se dispone de más tiempo. Sin embargo, las pruebas durante las sesiones ordinarias necesitarán que sean programadas para coincidir con un recreo o a última hora, y aun así, se deberá hablar con el profesor de la asignatura de la sesión siguiente, informándole sobre el retraso justificado de la alumna.

- Las pruebas escritas se diseñarán siguiendo un “formato adecuado a la visión de la alumna, con un tamaño y fuente (Arial/Verdana) apropiadas, buscando la mayor nitidez y el mejor contraste” (Coma Ferrer, Durán Labrador, Muñoz Carenas, & Villar Pérez, 2020, p. 5).
- Se le permitirá el uso de la lupa y el atril durante la realización de las pruebas escritas.

Medidas de refuerzo

Previamente se mencionó la existencia de una sesión a la semana de profundización. El Departamento de Matemáticas aprobó estas sesiones extra para una mejor preparación de la EBAU. Principalmente, el contenido de estas sesiones se centrará en el bloque de análisis, más concretamente en un repaso de derivadas y un desarrollo de las integrales. De esta forma, cuando empiece el bloque de análisis en el tercer trimestre, los alumnos ya poseerán una base sólida en estos contenidos, con lo que se podrá avanzar más rápidamente.

Por otro lado, para aquellos alumnos que necesiten un mayor refuerzo de algunos contenidos, se pondrá a su disposición actividades de carácter voluntario y tutorías durante algunos recreos. Para aquellos alumnos que tengan más curiosidad o que deseen un conocimiento más profundo sobre alguno de los conceptos estudiados, también se les proporcionarán problemas de dificultad mayor de carácter voluntario e información sobre lo que tengan curiosidad.

Medidas para estimular el interés y el hábito de la lectura

Por un lado, se fomentará el manejo de información procedente de la prensa, libros, artículos digitales, etc. Este curso, se trabajará en algunas unidades directamente sobre noticias de medios de comunicación. Además, se insistirá en la importancia de la comprensión de la prensa escrita como método de desarrollo de un razonamiento crítico con vistas a evitar manipulaciones o interpretaciones erróneas de la realidad.

Por otro lado, se recomendarán diversos capítulos del libro *Un viaje a las ideas, 33 historias matemáticas asombrosas* (Navas, 2017), con el propósito de compartir fragmentos de la historia de las matemáticas con el alumnado y favorecer su conocimiento sobre la cultura matemática, desarrollando así la competencia de conciencia y expresiones culturales.

DESARROLLO UNIDADES DIDÁCTICAS

UNIDAD 7: PROBABILIDAD

Según la ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León, la unidad didáctica probabilidad corresponde con el bloque 5 de Estadística y Probabilidad.

El bloque de Estadística y Probabilidad ha experimentado una mayor importancia durante estos últimos años, consiguiendo que sea considerado como contenido del examen de EBAU. Esto refleja, por un lado, la necesidad de saber manejar conceptos básicos de Probabilidad y Estadística, como las reglas básicas para calcular probabilidades o elementos fundamentales de la Estadística descriptiva, y por otro lado, la preparación de una base sólida para futuras carreras universitarias en las que se desarrollarán más herramientas de modelización y análisis cuantitativo.

En concreto, esta unidad de Probabilidad empezará por un recordatorio de la Combinatoria y sus aplicaciones en la Probabilidad. Luego se seguirá con un tratamiento de la Probabilidad desde un punto de vista más conjuntista, con el manejo de sucesos, operaciones y propiedades.

Después, se recordarán conceptos de frecuencias y probabilidad, ultimando con la Ley de los grandes números. Como novedad, se introducirá la axiomática de Kolmogorov y se recordará la Ley de Laplace para cálculo de probabilidades sencillas. A continuación, se trabajará la probabilidad condicionada y la dependencia e independencia de sucesos. Se estudiarán también dos teoremas esenciales, el Teorema de probabilidad total y el Teorema de Bayes. Para ello, se utilizarán tablas de contingencia y diagramas de árbol.

En 1º de Bachillerato, no aparecen contenidos de Probabilidad y se centra más en Estadística. Por tanto, el alumnado se debe remontar a los contenidos de 3º y 4º de ESO. Durante estos cursos, se estudió el cálculo de probabilidades a través de la regla de Laplace y se centraba, sobre todo, en técnicas de recuento. También deberían conocer los conceptos básicos de combinatoria, el significado de probabilidad condicionada y el manejo de tablas de contingencia y diagramas de árbol. Es decir, una buena parte de la unidad es conocida, aunque es muy probable que se necesite un buen repaso, ya que ha pasado más de un año desde que lo estudiaron.

Contribución a las competencias clave

Como se introdujo en el apartado de competencias de la programación general, la organización de esta unidad didáctica también se va a centrar en el desarrollo de competencias. A continuación, se muestra de qué manera se puede llevar a cabo esta unidad en torno a competencias.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

En esta unidad, la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología se trabajarán a través de los siguientes aspectos:

- Relacionar situaciones de la vida cotidiana del alumnado con la probabilidad.
- Tomar decisiones basadas en el estudio científico y la probabilidad.
- Dominar el lenguaje matemático que se utiliza en la probabilidad.
- Incluir conocimientos de diferentes áreas para la elección, aplicación y mejora de distintas estrategias para la resolución de problemas.
- Usar razonamientos matemáticos para comprender operaciones y propiedades de la probabilidad.

Estas competencias se trabajarán activamente durante todas las sesiones y, sobre todo, se insistirá en la conexión y la utilidad de las matemáticas con la realidad. Referido a este último aspecto, se reservará alguna sesión para hablar de la Teoría de Juegos, de manera que el alumnado puede comprobar diversas aplicaciones de las Matemáticas.

Competencia para aprender a aprender

Esta competencia se trabajará en este caso de la siguiente manera:

- Utilizando diferentes recursos educativos y explicaciones variadas para una mayor adaptación al estilo de aprendizaje de cada alumno.
- Permitiendo la discusión de diferentes estrategias de resolución de problemas.
- Compartiendo anécdotas y hechos curiosos sobre la probabilidad para motivar al alumnado y promover su curiosidad.
- Aplicando el refuerzo positivo para mejorar la autoestima y la seguridad del alumnado.
- Incluyendo al alumnado en el proceso de evaluación a través de las autoevaluaciones.
- Siendo coherentes con los errores y mostrando el aprendizaje que existe detrás de cada error.
- Reflexionando al final de la sesión sobre todo aquello de lo que son capaces los alumnos.

Cabe destacar que el alumnado del que se trata, está en su último curso de Bachillerato, por lo que esta competencia marcará el aprendizaje del resto de su vida. Por ello, se insistirá en la riqueza del conocimiento y la importancia de explorar y comprender los conflictos y situaciones a las que se enfrentan en la vida cotidiana. El espíritu crítico y la reflexión se convertirán en los mejores aliados a favor de esta competencia.

Competencia lingüística

La competencia lingüística se practicará a través de:

- La expresión oral adecuada durante las sesiones de clase.
- La comprensión de textos y enunciados a través de la búsqueda, recopilación y el procesamiento de la información.
- La expresión escrita en la resolución de problemas y pruebas escritas, con importancia de la explicación de los procesos llevados a cabo.
- La comprensión de las expresiones orales tales como indicaciones, relatos, bromas, órdenes...
- La buena disposición al diálogo crítico y constructivo.
- La utilización del diálogo como herramienta fundamental de la convivencia.
- El reconocimiento de la gran importancia del lenguaje, a través de sus funciones, propiedades, gramática, vocabulario, etc.

Como bien se ha ido indicando a lo largo de este documento, el diálogo y las explicaciones serán las piezas clave sobre las que se asentará el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por una parte, favorecerá la comprensión de la alumna con discapacidad visual sobre las situaciones que le rodean. Por otra, el debate, la discusión respetuosa, el contraste de opiniones promoverán un alumnado empático y razonable, capaz de defender su postura con argumentos sólidos.

Competencia digital

La competencia digital se trabajará mediante:

- El manejo adecuado de distintas fuentes de información y aplicaciones informáticas.
- La actitud activa, crítica y realista frente a las tecnologías y medios tecnológicos. En este aspecto, se recomendará al alumnado la visualización del documental de Netflix *The Social Dilemma* para que sea consciente de la peligrosa influencia de las redes sociales.
- La valoración de las fortalezas y debilidades de los medios tecnológicos.
- El respeto de los principios éticos en el uso de medios tecnológicos.
- La aplicación del manejo de los medios tecnológicos en su vida cotidiana.

Cobrará importancia en esta unidad la actitud crítica frente a los medios de comunicación y redes sociales, a través del cálculo de probabilidades en situaciones como efectos secundarios de vacunas o validez de pruebas diagnósticas.

Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor

Esta competencia se desarrollará trabajando los siguientes aspectos:

- La discusión de oportunidades académicas y profesionales.
- La capacidad de solicitar ayuda frente a dificultades.
- La planificación, el análisis, la organización y gestión de recursos de los que dispone el alumnado.
- La adaptación a situaciones adversas y la actitud frente a la resolución de los problemas.

- La comunicación y negociación entre todos los alumnos del grupo a la hora de decidir fechas de pruebas escritas.
- La creatividad e imaginación a la hora de resolver problemas.

En esta unidad, se llevarán a cabo actividades grupales en las que el alumnado debe planificar y organizar las estrategias que seguirán. Además, se plantearán a los alumnos que reflexionen sobre situaciones en las que la probabilidad puede ser útil, valorando la originalidad y la creatividad.

Conciencia y expresiones culturales

La conciencia y expresiones culturales se practicarán a través de:

- La apreciación y el respeto hacia la herencia cultural (patrimonio cultural, histórico-artístico, literario, filosófico, tecnológico, medioambiental, etc.).
- La valoración del cine.
- La apreciación de manifestaciones artísticas en el entorno del alumnado.
- El cuidado estético en las presentaciones y trabajos.

Durante la unidad, se indicarán diversos acontecimientos históricos y personajes relevantes dentro de la Probabilidad con el propósito de humanizar las matemáticas. En algunas ocasiones, para aligerar el ritmo de la clase, se mostrarán fragmentos de películas donde la probabilidad juega un papel importante (Cerdeiriña del Tío, 2017).

Competencias sociales y cívicas

En esta unidad, las competencias sociales y cívicas se trabajarán a través de:

- El diálogo constructivo durante las sesiones de trabajo y en las situaciones de convivencia.
- La participación activa en clase.
- El respeto a la diversidad de opiniones e ideas y el reconocimiento del valor que esconde esa diversidad.
- El interés por el desarrollo socioeconómico y el bienestar social.

Como se viene exponiendo en todo el trabajo, el diálogo y el respeto hacia el resto de personas se promoverán a lo largo de todo el curso. En esta unidad, en concreto, las opiniones respecto a la probabilidad y su utilidad en la vida real marcarán el ritmo de las sesiones. A favor de explorar en educación en valores, se reservará alguna sesión para el estudio de conceptos básicos de la Teoría de juegos como oportunidad de reflexionar sobre el comportamiento humano y el debate entre el conflicto y la cooperación.

Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos de la unidad didáctica son:

Objetivos comunes del curso

1. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados para mejorar la expresión oral y comprensión de razonamientos matemáticos.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, a través de la realización de cálculos necesarios y la comprobación de las soluciones obtenidas para mostrar un grado de entendimiento de la materia.
3. Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos para desarrollar la capacidad de generalización y abstracción.
4. Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas procedentes de la resolución de un problema o de una demostración, con el rigor y la precisión adecuados para practicar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos.
5. Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado para manejar el método científico en el estudio de fenómenos del entorno.
6. Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de la resolución de un problema y la profundización posterior, la generalización de propiedades y leyes matemáticas y la profundización en algún momento de la historia de las matemáticas, concretando con todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos
7. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad para practicar la aplicación de las matemáticas a la realidad y valorar su importancia.
8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, entre otras.
9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas para mostrar el valor de aprendizaje detrás de las dificultades.
10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos o la resolución de problemas.
12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

Objetivos específicos de la unidad didáctica

1. Conocer la terminología utilizada en probabilidad (experimento aleatorio, sucesos, espacio muestral).
2. Manejar las operaciones y propiedades de los sucesos.

3. Dominar el cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento.
4. Identificar sucesos independientes y dependientes a través de la probabilidad condicionada.
5. Calcular probabilidades finales utilizando la fórmula de Bayes.
6. Manejar las tablas de contingencia y diagramas de árbol.

Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

A continuación, se presentan los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje que se tratarán en esta unidad didáctica, procedentes de la ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, relacionados con las competencias clave:

Tabla 5

Contenidos comunes a todo el curso

Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje evaluables	Competencias	
Planificación del proceso de resolución de problemas: análisis de la situación, selección y relación entre los datos, selección y relación entre los datos, selección y aplicación de las estrategias de resolución adecuadas, análisis de las soluciones y, en su caso, ampliación del problema inicial. Elección de las estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico básico, etc.) y de una buena notación; construcción de una figura, un esquema o un diagrama; experimentación mediante el método ensayo-error; búsqueda de analogías y de problemas semejantes o isomorfos; reformulación del problema, resolución de	1. Expresar verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados.	CCL, CMCT	
	2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	2.1. Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).	2.1. Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).	CCL, CMCT, CPAA
		2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.	2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.	CMCT, CD
		2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	CMCT, SIE
		2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.	2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.	CMCT
		2.5. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas.	2.5. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas.	CMCT, CPAA
	3. Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a		3.1. Utiliza diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.	CMCT, CPAA
3.2. Reflexiona sobre el proceso de			CMCT, CPAA	

<p>subproblemas dividiendo el problema en partes; recuento exhaustivo, comienzo por casos particulares sencillos, búsqueda de regularidades y leyes; introducción de elementos auxiliares y complementarios; trabajo hacia atrás, suponiendo el problema resuelto; etc. Expresión verbal y escrita en Matemáticas. Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias de la materia y del trabajo científico. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para: a) la recogida ordenada y la organización de datos; b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales y estadísticos; c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de</p>	<p>contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.</p>	<p>demostración (estructura, método, lenguaje y símbolos, pasos clave, etc.).</p>	
	<p>4. Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas surgidas en la resolución de un problema o en una demostración, con el rigor y la precisión adecuados.</p>	<p>4.1. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.</p>	<p>CMCT, CCL</p>
		<p>4.2. Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.</p>	<p>CMCT, CCL</p>
		<p>4.3. Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema, situación a resolver o propiedad o teorema a demostrar, tanto en la búsqueda de resultados como para la mejora de la eficacia en la comunicación de las ideas matemáticas.</p>	<p>CD, CMCT</p>
	<p>5. Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.</p>	<p>5.1. Conoce la estructura del proceso de elaboración de una investigación matemática: problema de investigación, estado de la cuestión, objetivos, hipótesis, metodología, resultados, conclusiones, etc.</p>	<p>CMCT, CPAA</p>
		<p>5.2. Planifica adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.</p>	<p>CMCT</p>
		<p>5.3. Profundiza en la resolución de algunos problemas, planteando nuevas preguntas, generalizando la situación o los resultados, etc.</p>	<p>CMCT, CPAA, SIE</p>
	<p>6. Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de: a) la resolución de un problema y la profundización posterior; b) la generalización de propiedades y leyes matemáticas; c) la</p>	<p>6.1. Generaliza y demuestra propiedades de contextos matemáticos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.</p>	<p>CMCT, CPAA</p>
		<p>6.2. Busca conexiones entre contextos de la realidad y del mundo de las matemáticas (la historia de la humanidad y la historia de las matemáticas; arte y matemáticas; tecnologías y matemáticas, ciencias</p>	<p>CEC</p>

<p>tipo numérico, algebraico o estadístico; d) el diseño de simulaciones sencillas y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas; e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.</p>	<p>profundización en algún momento de la historia de las matemáticas; concretando todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.</p>	<p>experimentales y matemáticas, economía y matemáticas, etc.) y entre contextos matemáticos (numéricos y geométricos, geométricos y funcionales, geométricos y probabilísticos, discretos y continuos, finitos e infinitos, etc.).</p>		
	<p>7. Elaborar un informe científico escrito que recoja el proceso de investigación realizado, con el rigor y la precisión adecuados.</p>	<p>7.1. Consulta las fuentes de información adecuadas al problema de investigación.</p>		<p>CD, CMCT, CPAA, CSC</p>
		<p>7.2. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto del problema de investigación.</p>		<p>CMCT, CCL</p>
		<p>7.3. Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.</p>		<p>CCL, CMCT</p>
		<p>7.4. Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema de investigación.</p>		<p>CD</p>
		<p>7.5. Transmite certeza y seguridad en la comunicación de la ideas, así como dominio del tema de investigación.</p>		<p>CMCT, SIE</p>
		<p>7.6. Reflexiona sobre el proceso de investigación y elabora conclusiones sobre el nivel de: a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos. Así mismo, plantea posibles continuaciones de la investigación; analiza los puntos fuertes y débiles del proceso y hace explícitas sus impresiones personales sobre la experiencia.</p>		<p>CMCT, CPAA, SIE</p>
	<p>8. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a</p>	<p>8.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p>		<p>CSC</p>
		<p>8.2. Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el</p>		<p>CSC, CEC</p>

	partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad.	problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.	
		8.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.	CMCT, CPAA, SIE
		8.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.	CMCT, CSC, CEC
		8.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.	CMCT, SIE
	9. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.	9.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre los logros conseguidos, resultados mejorables, impresiones personales del proceso, etc.	CMCT, CPAA, SIE
	10. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.	10.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, etc.	CMCT, CPAA, SIE
		10.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.	CMCT, SIE, CPAA
		10.3. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; revisar de forma crítica los resultados	CPAA, CMCT, SIE

		encontrados; etc.	
	11. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.	11.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y utilidad.	CMCT, CPAA, SIE
	12. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.	12.1. Reflexiona sobre los procesos desarrollados, tomando conciencia de sus estructuras; valorando la potencia, sencillez y belleza de los métodos e ideas utilizados; aprendiendo de ello para situaciones futuras; etc.	CMCT, CPAA, CEC
	13. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.	13.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlo manualmente.	CD, CMCT
		13.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.	CD, CMCT
		13.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.	CD, CMCT
		13.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.	CD, CMCT, CEC

	14. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.	14.1. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, vídeo, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y lo comparte para su discusión o difusión.	CD, SIE, CMCT
		14.2. Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.	CD, SIE
		14.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.	CPAA, CMCT

Tabla 6

Contenidos específicos de la unidad didáctica

Contenido	Criterios de Evaluación	Estándares de aprendizaje	Competencias
Experimento aleatorio. Espacio muestral. Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Axiomática de Kolmogorov. Aplicación de la combinatoria al cálculo de	1. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos (utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad), así como a sucesos	1.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento.	CMCT

probabilidades. Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos. Teoremas de la probabilidad total y de Bayes. Probabilidades iniciales y finales y verosimilitud de un suceso.	aleatorios condicionados (Teorema de Bayes), en contextos relacionados con el mundo real.	1.2. Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral.	CMCT
		1.3. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.	CMCT
	3. Utilizar el vocabulario y la notación adecuados para la descripción de situaciones relacionadas con el azar.	3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.	CMCT, CCL

Estos contenidos se van a distribuir en 9 apartados:

1. Combinatoria: se llevará a cabo un repaso de los contenidos previos de combinatoria y se practicará su aplicación al cálculo de probabilidades.
2. Sucesos: se estudiarán sus operaciones y propiedades, junto con las leyes de Morgan y sucesos incompatibles.
3. Probabilidades: se repasará la asignación de probabilidades a través de frecuencias y se concluirá con la Ley de los grandes números.
4. Probabilidad a partir de Kolmogorov: se tratará la definición axiomática de Kolmogorov y sus propiedades.
5. Cálculo de probabilidades: se recordará la ley de Laplace para el cálculo de probabilidades sencillas y se estudiarán experiencias donde es necesaria la definición de Kolmogorov.
6. Probabilidad condicionada: se explorarán el concepto de probabilidad condicionada y los sucesos dependientes e independientes.
7. Teorema de probabilidad total.
8. Teorema de Bayes.
9. Tablas de contingencia y diagramas de árbol: herramientas para ordenar los datos.

Además, se plantearán algunos contenidos de Teoría de Juegos:

- Juegos estáticos con información completa: definición, elementos del juego, equilibrio de Nash, formas de representación, estrategias, ejemplos.

En **contenidos mínimos** de esta unidad, se encuentran los contenidos comunes y los contenidos de Probabilidad divididos en las 9 partes anteriores. La razón de que todos ellos sean mínimos es que son considerados contenidos indispensables para la realización de la EBAU.

Como **contenidos a destacar**, se deben reforzar los dos teoremas nuevos (Teorema de la probabilidad total y Teorema de Bayes) y el cálculo de probabilidades utilizando la definición axiomática de Kolmogorov.

Dentro de **contenidos de ampliación**, estarían todos los conceptos de Teoría de Juegos.

Metodología

En esta unidad didáctica, se seguirán las mismas pautas descritas en el apartado de METODOLOGÍA de la programación general, que se basan en la armonía entre la comunicación fluida entre el alumnado y el docente, profundizando en el aprendizaje de tipo emocional, y la consideración de las distintas inteligencias y potencialidades de cada alumno.

Como bien se recalcó en el apartado anterior, se parte de grandes ventajas en esta unidad, debido a que una buena parte de los contenidos ya han sido estudiados. Luego se puede trabajar más activamente con el alumnado, iluminando aquellos recuerdos que posean de la probabilidad que trabajaron en su momento. Es decir, las exposiciones del docente pueden acaparar menos protagonismo y optar por la participación del alumnado como medio de desarrollo de la unidad.

Sin embargo, en algunas partes se necesitará una mayor intervención del docente al tratarse de contenidos nuevos, relacionados con la matemática teórica. Estas partes se refieren a la axiomática de Kolmogorov y los teoremas de la probabilidad total y de Bayes. En ellos, cobran importancia la notación matemática, el manejo de expresiones matemáticas y el razonamiento lógico. Por tanto, la competencia matemática se trabajará activamente en estos apartados.

Teniendo en cuenta las limitaciones de la alumna con discapacidad visual, el proyector se utilizará regularmente, de manera que la alumna pueda disponer de este contenido visual en su portátil y lo pueda adaptar de acuerdo a sus necesidades. En otros aspectos, se utilizará el proyector para:

- Visualización de vídeos relacionados con la probabilidad. También entraría aquí los fragmentos de películas que se compartirá con el alumnado en algunas actividades.
- Utilización de medios tecnológicos como la calculadora gráfica Wiris.
- Visualización de noticias o recursos digitales que puedan propiciar un debate sobre la probabilidad en la vida cotidiana del alumnado.

Exploración de conocimientos previos

Como se venía diciendo, la exploración de conocimientos previos marcará la unidad didáctica a través de la participación del alumnado mediante preguntas, diálogos, anécdotas, etc., fomentado de esta forma las competencias sociales y cívicas y lingüísticas. Además, se utilizarán actividades relacionadas con el cine a modo de introducción de algunos conceptos.

Exposición activa

La exposición por parte del docente, en este caso, se llevará a cabo en los contenidos descritos anteriormente. Aun así, se fomentará la participación del alumnado como forma de facilitar la comprensión de estos razonamientos nuevos para el alumnado.

Resolución de problemas

La resolución de problemas será la parte más importante de esta unidad. A parte de las actividades de EBAU que poseen, en todas las sesiones se resolverán actividades de diferente nivel de demanda cognitiva. Como se planteó en la programación general, se realizarán algunas sesiones destinadas únicamente a la resolución de problemas de manera grupal o individual.

Aprendizaje basado en problemas

Para abordar algunos contenidos de esta unidad, se llevará a cabo una metodología ABP. La forma de proceder será la planteada en el artículo (Espinoza Melo & Sánchez Soto, 2014): se definirán unos grupos de trabajo⁴¹ y se presentará un problema que pueda resultar interesante para el alumnado. Para ello, primero se explorarán los conocimientos previos del alumnado y se proporcionará material al alumnado para la búsqueda de información (libro de texto, apuntes, páginas web...). Después, se llevará a cabo una discusión sobre el enunciado, de tal forma que se asegure una buena comprensión del mismo, se establece el conocimiento del que parte el alumnado y se recalcan las metas que deben alcanzar. Durante las sesiones, cada grupo debe debatir sobre el problema propuesto y se plantearán diversas actividades que pueden favorecer la resolución del problema principal. Con esta metodología, se desarrollan diversas competencias al mismo tiempo, como la competencia de aprender a aprender, competencias sociales y cívicas, competencia digital, entre otras.

Recursos

En esta unidad didáctica, se van a utilizar los siguientes recursos:

- El libro de texto aprobado por el Departamento de Matemáticas.
- La plataforma Teams como medio de comunicación de avisos y transmisión de documentos y páginas de interés.
- Fotocopias de actividades realizadas en clase.
- Lista de recopilación de actividades de EBAU/selectividad.
- Cuaderno o bloc de hojas: los alumnos necesitan tener un soporte físico donde anotar las actividades, la teoría dada en clase, las tareas para casa, etc.
- Calculadora: se promoverá un uso responsable de la calculadora, mostrando las funciones que pueden utilizar en cada momento, aunque se insistirá en los razonamientos a la hora de realizar actividades.
- Pizarra de tiza: es la que se presenta en el aula y se utilizará como apoyo para la resolución de ejercicios, explicaciones teóricas y dibujos complementarios, siempre acompañándolo de descripciones y explicaciones verbales como se indicó en el apartado de MEDIDAS DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.
- Ordenador y cañón de proyección, que se utilizará para:
 - Presentaciones PowerPoint.
 - Vídeos relacionados con la unidad didáctica.
 - Páginas web de interés.

⁴¹ Debido a la separación entre cada alumno de 1,5m como medida de prevención contra la COVID-19, los grupos se organizarán de 4 en 4 según la proximidad en la clase. Como en total hay 26 alumnos, se realizarán 5 grupos de 4 alumnos y 2 grupos de 3 alumnos.

- Materiales caseros para la fabricación de bolas de colores de distintas texturas para mejorar la comprensión de algunos conceptos probabilísticos⁴². Dentro de estos materiales, se tiene: globos de arroz y harina⁴³. Se pedirá al alumnado que construya estas bolas, rellenas de arroz unas y harina otras, en casa y también se pedirá que traigan un dado de 6 caras.
- Teléfono móvil o portátil: durante las sesiones de ABP, se realizarán actividades de búsqueda de información a través del uso de un dispositivo con conexión a internet, sin que sirva como pretexto para la utilización de este dispositivo durante todas las sesiones⁴⁴.
- Cuaderno del docente, donde estarán recogidos los nombres de todos los alumnos y anotaciones de cada uno de ellos, relevantes para la evaluación continua.
- Recursos específicos para la atención a la diversidad (ver página 44).

División en tiempos y espacios

La unidad didáctica de Probabilidad se situará en el segundo trimestre, después del bloque de Geometría y antes de la unidad didáctica de Estadística. El número de sesiones que se corresponden con esta unidad es 10, de las cuales, la última de ellas se reservará como introducción de conceptos de Teoría de Juegos. Todas las sesiones se llevarán a cabo en el aula ordinaria por la razón argumentada en el apartado de DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y ESPACIAL DE LAS SESIONES.

En cuanto al funcionamiento de las sesiones, se seguirá el esquema descrito en el apartado DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y ESPACIAL DE LAS SESIONES como se muestra a continuación:

1ª sesión: introducción del nuevo bloque de contenidos

La sesión empezará con un recorrido simplificado de todo el bloque de Estadística y Probabilidad, mostrando el examen de junio EBAU de 2020 de Castilla y León, como ejemplo de actividades que serán capaces de resolver tras las sesiones. Después se comenzará con una introducción de una situación que propiciará una metodología ABP durante las próximas 3 sesiones aproximadamente.

Los contenidos que se pretenden abarcar coinciden con los primeros 3 apartados mencionados en la página 58: combinatoria, sucesos y probabilidades. De tarea para casa, dispondrán de actividades relacionadas con estos contenidos.

2ª sesión: continuación ABP

La siguiente sesión comenzará por una corrección en voz alta de las tareas para casa y supondrán un avance para las situaciones planteadas durante esta sesión. Estas situaciones

⁴² Una opción es proyectar en pantalla urnas con bolas de colores y realizar las actividades. Sin embargo, teniendo en cuenta las limitaciones de la alumna con discapacidad visual, se ha optado por utilizar material que el alumnado pueda tocar para proporcionar una experiencia más completa a esta alumna.

⁴³ El arroz y la harina se han escogido para realizar bolas de distinta textura.

⁴⁴ En general, el uso de dispositivos electrónicos está restringido en el instituto. Luego sin el permiso del docente, el alumno no puede utilizarlos. La alumna con discapacidad visual sí que tiene permitido utilizar su portátil personal.

consistirán en varias actividades relacionadas con el problema planteado en la primera sesión. Como tarea para casa, el alumnado deberá reflexionar sobre más tareas planteadas por el docente.

3ª sesión: solución del problema planteado

Se seguirá la misma rutina de corrección en voz alta de los deberes y se terminarán las cuestiones para responder al problema principal. La sesión concluirá con la Ley de los grandes números y una nueva definición de la probabilidad: la axiomática de Kolmogorov y se detallarán las tareas para casa relacionadas con los nuevos contenidos.

4ª sesión: cálculo de probabilidades

Al principio, se continuará con la rutina de corrección de deberes y se reservará esta sesión para la realización de problemas de cálculo de probabilidades de manera grupal a través de la axiomática de Kolmogorov y la regla de Laplace. Todo lo que no se termine en la sesión, será mandado como tarea para casa. Además, se avisará que, para la siguiente sesión, los alumnos deben llevar a clase 10 globos rellenos de arroz y otros 10 globos de harina para la realización de algunas actividades.

5ª sesión: probabilidad condicionada

Se empezará corrigiendo los deberes de manera oral y se llevará a cabo una actividad diferente relacionada con el cine, a modo de introducción de la probabilidad condicional (Cerdeiriña del Tío, 2017). Durante esta sesión, se utilizarán los globos preparados por los alumnos para reflexionar sobre la probabilidad condicionada y utilizarlos como apoyo en el resto de actividades. Al final de la sesión se empezarán a introducir diagramas de árbol y se mandarán actividades de repaso.

6ª sesión: Teorema de la probabilidad total

La sesión comenzará con una corrección en voz alta de las tareas para casa y se hará un repaso verbal de todo lo que ya se ha trabajado en la Probabilidad. Se completarán los contenidos de la sesión anterior, estudiando la diferencia entre sucesos dependientes e independientes y se emplearán tablas de contingencia y diagramas de árbol como forma de ordenar los datos. A continuación, se introducirá el Teorema de la probabilidad total. Como recomendación, se sugirió al grupo que mantuvieran los globos de arroz y harina como herramienta para comprender el resto de la unidad. La sesión continuará con problemas relacionados con este teorema y se terminarán los problemas en casa.

7ª sesión: Teorema de Bayes

Se corregirán los deberes al principio en voz alta y la exposición del docente continuará con el Teorema de Bayes de manera análoga al Teorema de la probabilidad total. El resto de la sesión se llevará a cabo de la misma forma que la sesión anterior, terminando con una serie de problemas como tareas para casa.

8ª sesión: Resolución de problemas

En esta sesión, se empezará corrigiendo los deberes y después se organizará el alumnado en varios grupos, de tal manera que durante la sesión se resolverán diversos problemas de forma cooperativa. Para la sesión siguiente, el alumnado deberá reflexionar sobre la probabilidad en su entorno y deberá plantear, por lo menos, un problema para resolver.

9ª sesión: Problemas de la vida cotidiana

Durante esta sesión, se preguntará al alumnado sobre los problemas de la probabilidad en la vida cotidiana, resolviendo todos aquellos que sean posibles. Esta es una manera de favorecer el debate y el intercambio de opiniones entre el alumnado, así como un modo de conectar el aprendizaje del alumnado con su realidad. Al final de la sesión, se preguntará si existen dudas sobre algún contenido o alguna actividad de la lista de EBAU/selectividad.

10ª sesión: Teoría de juegos

Esta sesión se dedicará para la introducción de conceptos de la teoría de juegos. En primer lugar, se empezará por una lluvia de ideas sobre los juegos. A partir de esta lluvia, se escogerá un juego en el que se pueda definir claramente los elementos de un juego estático con información completa como el juego *pedra, papel o tijeras*. Después, se mostrarán dos formas de representar el juego (forma estratégica y forma extensiva) y se planteará otro ejemplo: *el dilema del prisionero*. Mediante este juego, los alumnos deben reconocer todos los elementos y se deducirá la solución del juego vista en el sentido de equilibrio de Nash. A partir de esta solución, se abrirá un debate sobre el comportamiento humano y las condiciones que se deberían dar para favorecer la cooperación. Al finalizar esta sesión, se recomendará al alumnado asistir al taller de Teoría de Juegos voluntario que se realizará durante dos tardes en el instituto, que se tendrá en cuenta de manera positiva para la evaluación.

Actividades de aprendizaje y enseñanza

Por un lado, en esta programación se encuentran ejercicios y problemas, organizados según el nivel de demanda cognitiva según (Smith & Stein, 1998):

- Tareas de memorización: son aquellas que implican la reproducción de fórmulas, reglas o definiciones; no pueden resolverse usando procedimientos; existe poca ambigüedad entre lo que se debe hacer y cómo hacerlo; no hay conexión con los conceptos.
- Tareas de procedimientos sin conexión: son aquellas algorítmicas; con poca ambigüedad entre lo que se necesita hacer y cómo hacerlo; el objetivo es producir respuestas correctas más que desarrollar comprensión; no se conectan con los conceptos o significados implicados.
- Tareas de procedimientos con conexión: son aquellas que utilizan procedimientos para aumentar la comprensión de conceptos; se necesitan relacionar distintas representaciones de los conceptos; se requiere algún grado de esfuerzo cognitivo.
- Tareas de “hacer matemáticas”: son aquellas que requieren implícita o explícitamente un pensamiento no algorítmico y complejo; exigen comprender los conceptos, los procedimientos y las relaciones matemáticas; los estudiantes necesitan tener acceso a conocimiento relevante y hacer un uso apropiado de éste en la resolución; deben ser analizadas atentamente; se requiere un considerable esfuerzo cognitivo.

En la resolución de problemas, el docente expresará los objetivos que se persiguen y las habilidades que pueden desarrollar con esta práctica. Además, para una mejor adaptación a los distintos estilos de aprendizaje, se compartirán distintos procedimientos de resolución si son posibles.

Por otro lado, se llevarán a cabo otro tipo de actividades reflexivas que perseguirán objetivos más generales del curso y buscarán un desarrollo competencial profundo.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de actividades que se han nombrado anteriormente:

Aprendizaje basado en problemas

Para la realización de este tipo de metodología, se han consultado diferentes libros y trabajos, entre los cuales se encuentran el trabajo de fin de máster de (Martín Martín, 2020), el trabajo de fin de máster de (Ayoví Vanegas, 2017) y el libro de (García Sevilla, 2008). A continuación se presenta una ficha completa del problema en cuestión:

Tabla 7

Ficha de aprendizaje basado en problemas

Problema	<p>Eduardo es un chico de 17 años que cursa actualmente 2º de Bachillerato. Desde que era pequeño, le gustaba mucho cuidar de las personas y siempre le ha interesado la rama de la salud. Por eso, desea estudiar el grado de enfermería. Pero, Eduardo no tiene una lámpara mágica a la cual pedir deseos y que hace que se cumplan automáticamente. Eduardo tiene que trabajar un poco más durante este último curso, ya que la nota de corte de Enfermería es ligeramente alta y el curso pasado (2019-2020) se alcanzó la nota de corte de 11,348 en Valladolid. Además, en el instituto le han explicado que debe realizar una preinscripción antes de saber su nota definitiva para solicitar plaza en las universidades en las que esté interesado. Le han recalcado que esta elección es muy importante, ya que si, por ejemplo, es admitido en su preferencia número 3, no podrá matricularse en las opciones posteriores.</p> <p>A su vez, Eduardo deberá realizar una preinscripción distinta por cada comunidad autónoma en la que esté interesado en estudiar y las universidades privadas tienen formularios propios de solicitud. Sin embargo, la familia de Eduardo prefiere que Eduardo estudie en Castilla y León y en una universidad pública ya que su nivel socioeconómico es medio-bajo.</p> <p>¿Cómo realizarías la lista de preferencias de Eduardo? Razona tu respuesta.</p>
Objetivos (ver p. 50)	<ul style="list-style-type: none"> • Comunes: 1), 2), 4), 5), 7), 8), 9), 10), 11), 12). • Específicos: 1), 2).
Competencias clave	CMCT, CCL, CPAA, CSC, CD, SIE.
	<ul style="list-style-type: none"> • Planificación del proceso de resolución de problemas.

Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> • Elección de las estrategias y procedimientos puestos en prácticas. • Expresión verbal y escrita en Matemáticas. • Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. • Utilización de medios tecnológicos. • Combinatoria, sucesos y cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.
Organización	5 grupos de 4 personas y 2 grupos de 3 personas según la disposición en el aula.
Recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Libro de texto. • Páginas web: Página oficial del Ministerio de Educación y Formación Profesional, apartado Acceso a la Universidad: http://www.educacionyfp.gob.es/gl/servicios-al-ciudadano/normativa/educacion/acceso-universidad.html Página de la Junta de Castilla y León, Portal de Educación, EBAU 2021: https://www.educa.jcyl.es/universidad/es/servicio-ensenanza-universitaria/acceso-universidades-publicas-castilla-leon/ebau-2021 Página de la Junta de Castilla y León, Portal de Educación, Preinscripción para enseñanzas universitarias oficiales de grado en las universidades públicas de Castilla y León 2021-2022: https://www.educa.jcyl.es/universidad/es/servicio-ensenanza-universitaria/admision-enseñanzas-universitarias-oficiales-grado-un#:~:text=Castilla%20y%20Le%C3%B3n-Preinscripci%C3%B3n%20para%2 Página oficial del Ministerio de Universidades del Gobierno de España, apartado Estadísticas: https://www.universidades.gob.es/portal/site/universidades/menuitem.m.78fe777017742d34e0acc310026041a0/?vgnnextoid=b93dd58bc3350710VgnVCM1000002006140aRCRD
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Dentro del porcentaje de trabajos en la evaluación, se tendrá en cuenta la resolución del problema, valorando la argumentación, la relación con otros conceptos y actividades, la creatividad, la expresión escrita.... • Dentro del porcentaje de actitud y participación en clase en la evaluación, se utilizarán registros anecdóticos y escalas durante el desarrollo del problema, observando el comportamiento del grupo y de cada miembro del grupo (ver Tabla 8). • Dentro del porcentaje de expresión verbal, las escalas de valoración recogerán información relevante del alumnado (ver Tabla 9). Las actividades mandadas como deberes, se tendrán en cuenta dentro del porcentaje de tareas para casa de todo el trimestre.

Tabla 8

Escala trabajo en grupo

	Siempre (5)	A menudo (4)	Regularmente (3)	Ocasionalmente (2)	Nada (1)
Toma decisiones teniendo en cuenta al resto de sus compañeros.					
Promueve el bienestar de todos los miembros del grupo.					
Respeto a sus compañeros en sus intervenciones.					
Sabe reaccionar ante contratiempos.					
Aporta información o sugiere ideas al resto de compañeros.					
Anima la participación del resto.					
Acepta el consenso del grupo (sugerencias, opiniones,...)					

Tabla 9

Escala de expresión verbal

	Siempre (5)	A menudo (4)	Regularmente (3)	Ocasionalmente (2)	Nada (1)
Utiliza vocabulario pertinente a la temática.					
Usa lenguaje formal para comunicar sus ideas.					
Capta la atención de la audiencia con el volumen adecuado de					

su voz.					
Se expresa con fluidez verbal.					
Respeto el turno de palabra.					

Después deben responder un cuestionario con las siguientes preguntas:

¿Comprendes todo lo mencionado en el texto?

¿Qué sabes de las listas de preinscripción para enseñanzas universitarias oficiales de grado en las universidades públicas de Castilla y León?

¿Cuántas opciones se pueden rellenar?

¿Qué necesitarías para decidir la elaboración de esta lista?

¿Qué herramientas matemáticas podrías utilizar para llevar a cabo esta decisión?

Tras el cuestionario, cada grupo deberá identificar qué metas de aprendizaje se pueden ajustar al problema.

Una vez resueltas estas cuestiones, se procederá a su discusión en común entre toda la clase y se concluirá con unos contenidos previos conocidos y unas metas que se deben conseguir para la resolución del problema.

Desde este punto de partida, cada grupo se organizará para la búsqueda de información necesaria a través de los recursos proporcionados por el docente. A su vez, se les proporcionarán distintas actividades como guías de los contenidos que pueden favorecer la resolución del problema:

Actividades de exploración de combinatoria⁴⁵

- 1) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8 y 9 sin que se repita ninguna cifra?
- 2) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8 y 9 pudiéndose repetir las cifras?
- 3) ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 1, 2, 3,4 y 5? ¿De cuántas formas distintas se pueden escribir las letras de la palabra MATES (tenga o no tenga sentido el resultado)?
- 4) Para aprobar un examen de 5 preguntas, es necesario contestar bien a tres de ellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir las tres preguntas?

Actividades de introducción de sucesos

- 1) Escribe el conjunto de posibles resultados del experimento aleatorio: “Escribir en cinco tarjetas cada una de las vocales y sacar una al azar”. (Miranda, 2015, p. 4)

⁴⁵ Estas actividades proceden de los apuntes de la asignatura *Complementos de Matemáticas*.

- 2) Al sacar una carta de una baraja española, llamamos B al suceso sacar un as y A al suceso sacar una figura. Escribe los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$ y $A - B$. (Miranda, 2015, p. 4)
- 3) En el experimento aleatorio, sacar una carta de una baraja española, escribe tres sucesos incompatibles con el suceso “sacar un as”. (Miranda, 2015, p. 5)
- 4) Considera un diagrama de Venn con solo dos conjuntos, y representa en él la siguiente situación: Se sabe que en un grupo de trabajo de 35 personas, hay 15 personas que toman té, 27 que toman café y 2 personas no toman ninguna bebida.
 - a) ¿Suman más de 35? Eso es porque hay personas que toman té y café, ¿cuántas?
 - b) ¿Cuántas personas solo toman té y cuántas toman solo café?
 - c) Vamos a llamar A al conjunto de las personas que toman té, y B al de las que toman café. Nombra con letras a los conjuntos siguientes e indica de cuántas personas están formados: i) Toman café y té. ii) No toman ni café ni té. iii) Toman té o bien toman café. iv) Toman té y no toman café. (Miranda, 2015, p. 5)

Actividades de probabilidades

- 1) Calcula la probabilidad de que al sacar una carta de la baraja sea una espada. (Miranda, 2015, p. 7)
- 2) Se escriben en tarjetas los números del 1 al 50 y se saca al azar una de ellas. Calcula la probabilidad de:
 - a) Obtener un múltiplo de 5.
 - b) Obtener un número par.
 - c) Obtener un múltiplo de 13. (Zúñiga Topete, Zúñiga Topete, & Zúñiga Topete, 2017, p. 158)
- 3) Un juego consiste en lanzar tres monedas al aire. Si salen 3 caras o 3 cruces el jugador gana 7 puntos; en caso contrario, el jugador pierde 2 puntos.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar en la primera tirada?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de perder las dos primeras tiradas y ganar la tercera?
 - c) ¿Es un juego equitativo? (Martínez Mediano, MATEMÁTICAS II, p. 2)

Actividades de síntesis


Reflexiona sobre los conceptos vistos en las actividades anteriores para la resolución del problema original.

Actividad de cine

Como se observó en la asignatura *Ideas y conceptos matemáticos a través de la Historia*, se plantea introducir la probabilidad condicionada a través de una actividad apoyada sobre una escena de una película. En este caso, la película es *Casino Royale* y la ficha para la realización de la misma proviene del trabajo de fin de máster de (Cerdeiriña del Tío, 2017). Esta actividad comenzará con la visualización de las escenas, seguida de la realización de una actividad sobre el cálculo de probabilidades condicionadas y una actividad de reflexión sobre la probabilidad y las escenas de la película. Se podría decir que esta actividad entraría dentro de tareas de procedimiento con conexión ya que deben establecer vínculos entre lo que perciben en la escena y la probabilidad condicionada.

Tabla 10

Ficha de la actividad de cine de la película *Casino Royale*

Título	Casino Royale.	
Año	2006	
Director/es	Martin Campbell.	
Nivel	Secundaria. Bachillerato.	
Escena	Escena 1: 01:10 a 01:01:30. Escena 2: 01:02:00 a 01:02:15.	
Enlace	http://cinemathsparadise.blogspot.com/2015/05/poker-007-matematicas.html#more	
Sinopsis	James Bond tiene que detener a un banquero de los terroristas de todo el mundo y desmantelar la red terrorista que dirige. Bond debe derrotarlo en una arriesgada partida de póquer en el Casino Royale.	
Contenido	Probabilidad de las jugadas. Probabilidad condicionada. Toma de decisiones.	
Actividades de experiencia	<i>En una partida se han repartido ya 15 cartas, donde la tercera parte son "rojas". En la mesa hay tres cartas "rojas". ¿Cuál es la probabilidad de que las dos siguientes sean cartas rojas?</i>	
Actividades de reflexión	<p><i>¿Qué quiere decir: La probabilidad era de veintitrés contra uno?</i></p> <p>a) <i>Conseguir la jugada ganadora era veintitrés veces más fácil.</i></p> <p>b) <i>Conseguir la jugada ganadora era del 4%.</i></p> <p>c) <i>Conseguir la jugada ganadora era del 23%.</i></p> <p>d) <i>Conseguir la jugada ganadora del 1%.</i></p>	
Transcripción	<p>Escena 1 (Le Chiffre está jugando una partida de póker con un contrincante) Le Chiffre- El resto-apuesta todo- tengo doble pareja y tú un diecisiete coma cuatro por ciento de tener escalera. (Se miran mutuamente evaluándose durante unos segundos. El contrincante termina por retirarse, deja sus cartas encima de la mesa).</p> <p>Escena 2 (James Bond está tomando un cóctel con Vesper Lynd y</p>	

René Mathis, su adversario en la partida de póker- en el bar del casino)
 J.B., probando el cóctel- No está mal. Tendré que ponerle un nombre a esto. Valía la pena por descubrir su cante- dirigiéndose a R. M.
 R. M.- ¿A qué se refiere?
 J.B.- Al tic que revela que se marca un farol.
 V. L.- ¿Farol? Tenía la mejor mano.
 J. B.- Que consiguió con la última carta. La probabilidad era de veintitrés contra uno, y él lo sabía, envidó sin nada. Ha ganado por pura suerte.

Nota: Adaptado del trabajo de fin de máster *Cine para la enseñanza de la Probabilidad y Estadística* (p. 61), por I. D. Cerdeiriña del Tío, 2017, Universidad de Cantabria.

Actividades con recursos manuales

Son aquellas que se realizan con los globos de distintos colores y texturas para favorecer una mejor comprensión de la probabilidad condicionada. Estas actividades aparecen en numerosos libros de textos y apuntes como los de (Martínez Mediano, MATEMÁTICAS II) y al principio pueden considerarse tareas de procedimiento con conexión, aunque después de la realización de algunos, se convierten en tareas de procedimiento sin conexión:

- 1) Sobre una mesa hay dos bolsas iguales opacas. Una de ellas contiene 2 bolas de arroz y 3 de harina; la otra, 4 bolas de arroz y 1 de harina.
 - a) Si se elije una bolsa al azar y se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea de harina?
 - b) Si se elije una bolsa al azar y se extraen dos bolas, ¿cuál es la probabilidad de que las bolas sean de distinta material?
- 2) Se dispone de un dado cúbico equilibrado y dos urnas A y B. La urna A contiene 3 bolas de arroz y 1 de harina; la urna B contiene 3 de arroz y 2 de harina. Se lanza el dado: si el número obtenido es par, se extrae una bola de la urna A; en caso contrario, se extrae una bola de la urna B.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola de arroz?
 - b) Si la bola extraída es de arroz, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

Actividades relacionadas con la teoría

Se trata de aquellos que tratan sobre la axiomática de Kolmogorov, las propiedades y operaciones de los sucesos y conceptos de probabilidad condicionada. Como antes, estas actividades se pueden considerar tareas de procedimiento con conexión al principio, pero una vez que han estudiado un par de ejercicios, se convierten en tareas de procedimiento sin conexión. Algunas actividades de este tipo son:

- 1) Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio. Sabiendo que $P(A)=1/3$, $P(B)=1/5$ y $P(A \cup B)=7/15$, hallar:
 - a) La probabilidad de que se verifique A y B.
 - b) La probabilidad de que se verifique A y no B.
 - c) La probabilidad de que no se verifique ni A ni B.

- d) La probabilidad de que no se verifique A, si no se ha verificado B. (Miranda, 2015, p. 12)
- 2) Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades: $P(A)=0,4$; $P(B)=0,2$ y $P(A\cup B)=0,5$.
- ¿Son los sucesos A y B incompatibles? Razona la respuesta.
 - ¿Son sucesos independientes? Razona la respuesta. (Martínez Mediano, MATEMÁTICAS II, p. 5)
- 3) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, de los que se conocen las probabilidades $P(A)=0,65$ y $P(B)=0,30$. Determina las probabilidades que deben asignarse a los sucesos $A\cup B$ y $A\cap B$ en cada uno de los siguientes supuestos:
- Si A y B fuesen incompatibles.
 - Si A y B fuesen independientes.
 - Si $P(A/B)=0,40$. (Martínez Mediano, MATEMÁTICAS II, p. 7)

En estas actividades, se refuerza la importancia de estudiar teoría en matemáticas ya que sin ese aspecto, estos ejercicios pueden llegar a convertirse en grandes problemas para el alumnado. Además, es una manera de practicar operaciones entre conjuntos que posteriormente deberán aplicar en problemas.

Resolución de problemas

Una de las grandes dificultades del alumnado, es traducir la información de los problemas a sucesos correctamente. Más concretamente, muchas veces falla la definición que se le da al suceso⁴⁶. Por ello, la sesión de resolución de problemas se centrará en problemas relacionados con este aspecto. Estos problemas se pueden clasificar en tareas de procedimiento con conexión e incluso para algunos alumnos, pueden llegar a ser tareas de “hacer matemáticas”. Algunos ejemplos de estos problemas son:

- En un supermercado, se ha estudiado el número de clientes que compran tres productos A, B y C. Del estudio se ha obtenido que un 14% de los clientes compra el producto A y un 12% compra el producto B. Además, un 4% compra A y B, un 2% compra A y C y ningún cliente que compre C compra también B.
 - ¿Cuántos clientes compran únicamente el producto B?
 - Sabiendo que un cliente ha comprado A, ¿cuál es la probabilidad de que también haya comprado C pero no B? (Miranda, 2015, p. 12)
- Antonio, Juan y Jorge tienen una prueba de natación. Antonio y Juan tienen la misma probabilidad de ganar, y doble a la probabilidad de Jorge. Calcular la probabilidad de que gane Juan o Jorge.

Esta actividad parece sencilla pero esconde conceptos esenciales de la probabilidad:

- Por una parte, el alumnado debe saber plantear las relaciones entre las probabilidades de ganar cada uno de ellos.
 $P(\text{“gana Antonio”})=P(\text{“gana Juan”})$; $P(\text{“gana Antonio”})=2P(\text{“gana Jorge”})$.
- Por otro lado, el alumnado debe darse cuenta de que solo existe un ganador, es decir, los sucesos “gana Antonio”, “gana Juan” y “gana Jorge” son

⁴⁶ Estas dificultades se han podido comprobar durante clases particulares y durante el periodo de prácticas, diversos profesores han compartido estas opiniones.

incompatibles. Si, además, el problema no explicita que existan más nadadores, estos tres sucesos formarán todo el espacio muestral. Por tanto,
 $P(\text{"gana Antonio"})+P(\text{"gana Juan"})+P(\text{"gana Jorge"})=1$.

- Por último, utilizando la relación $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, siendo A y B incompatibles, se puede resolver el problema.
- 3) Tenemos un dado trucado de forma que los números impares tienen una probabilidad doble a la de los números pares. Calcular las probabilidades de:
- a) Salga un número impar.
 - b) Salga un número primo.
 - c) Salga un número primo impar.
 - d) Salga un número que sea primo o sea impar.

Problemas de la vida cotidiana

Uno de los problemas que más ha preocupado a la sociedad durante el 2020, es la veracidad de las pruebas diagnósticas. Es decir, la confianza en que un resultado positivo en una prueba, signifique realmente tener el virus SARS-Cov2 en el sistema y un resultado negativo signifique realmente no tener el virus. Se puede estudiar esta confianza a través de la probabilidad. Para ello, se utilizará la información de un blog de estadística y ciencia⁴⁷, recomendado en la asignatura de *Ideas y conceptos de las matemáticas a través de la Historia*.

El problema consistirá en una comparación entre pruebas diagnósticas del VIH y SARS-Cov2, partiendo de una incidencia distinta de las enfermedades que producen:

La sensibilidad de cierta prueba para detectar VIH en seres humanos es del 99,9% y su especificidad del 99,99%; el SIDA tiene una incidencia de 10 personas por cada 100.000 habitantes. Por otro lado, la sensibilidad de cierta prueba para detectar SARS-Cov2 es del 70% y la especificidad del 99,99%; la COVID-19 tiene una incidencia en España de 250 casos por 100.000 habitantes.

Entonces, sabiendo que la prueba de SIDA es más sensible que la de COVID-19, si un individuo obtiene positivo en VIH y otro individuo obtiene positivo en SARS-Cov2, ¿quién tiene más probabilidades de tener un diagnóstico correcto? (Es decir, quién tiene más probabilidades de estar realmente enfermo habiendo dado positivo en la prueba).

Lo primero que se debe realizar es comprender el enunciado, practicando de esta forma la competencia lingüística. Para ello, el alumnado deberá preguntar o investigar sobre las definiciones de sensibilidad y especificidad de una prueba:

- La sensibilidad de una prueba representa la probabilidad de que un sujeto enfermo tenga un resultado positivo en la prueba.
- La especificidad de una prueba representa la probabilidad de que un sujeto sano tenga un resultado negativo en la prueba.

Una vez comprendido el enunciado, lo siguiente será ordenar los datos en diagramas de árbol:

⁴⁷<https://lacienciaysusdemonios.com/2020/10/02/estadistica-para-negacionistas-ii/>

Ilustración 9

Diagrama de árbol prueba VIH

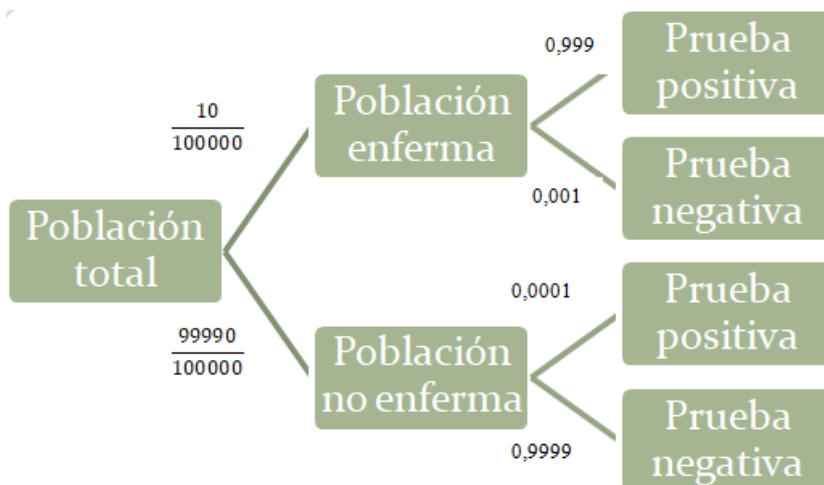
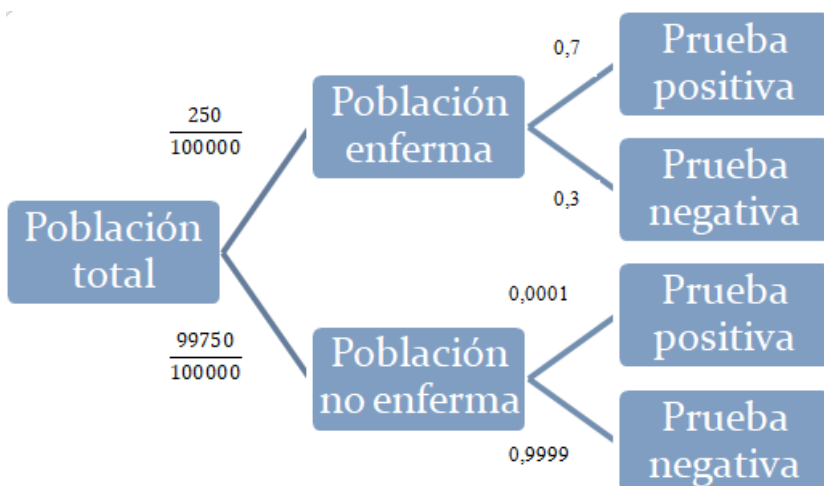


Ilustración 10

Diagrama de árbol prueba SARS-Cov2



Después, se definirán los sucesos implicados en el problema:

ES= “población enferma SIDA”; EC= “población enferma COVID-19”; A= “prueba diagnóstica da positivo”.

En ese momento, se deberían identificar las probabilidades del diagrama con probabilidades de los sucesos definidos:

$$P(ES)=\frac{10}{100000}; P(A/ES)= 0,999; P(\bar{A}/\bar{E}\bar{S})= 0,9999.$$

$$P(EC)=\frac{250}{100000}; P(A/EC)= 0,7; P(\bar{A}/\bar{E}\bar{C})=0,9999.$$

Ordenados ya todos estos datos, el problema pregunta por $P(ES/A)$ y $P(EC/A)$. Por tanto, utilizando el Teorema de Bayes, se calcularán estas dos probabilidades:

$$P(ES/A) = \frac{P(A/ES) \cdot P(ES)}{P(A/ES) \cdot P(ES) + P(A/\overline{ES}) \cdot P(\overline{ES})} = 0,5$$

$$P(EC/A) = \frac{P(A/EC) \cdot P(EC)}{P(A/EC) \cdot P(EC) + P(A/\overline{EC}) \cdot P(\overline{EC})} = 0,946$$

Luego la probabilidad de que un individuo que haya dado positivo en la prueba de VIH, tenga SIDA es aproximadamente del 50%, mientras que en el caso de la prueba de SARS-Cov2, la probabilidad de que tenga COVID-19 habiendo dado positivo es del 94,6%. Es decir, el individuo con positivo en SARS-Cov2 tiene más probabilidades de tener un diagnóstico correcto.

Al final del problema, se procederá a la visualización de un vídeo en YouTube del canal *Derivando*⁴⁸, que muestra el significado de los falsos positivos a través de una prueba diagnóstica de cáncer a una población extensa.

Con este tipo de problemas, que podría considerarse tareas de procedimiento con conexión, se desarrollan varias competencias a la vez como la competencia matemática al utilizar los diagramas para entender los datos del problema y el teorema de Bayes para resolverlo; la competencia en ciencia y tecnología al relacionar la probabilidad y el funcionamiento de las pruebas diagnósticas; la competencia lingüística al comprender correctamente el enunciado del problema y utilizar medios adecuados para la aclaración de términos desconocidos; el sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor al adaptar el problema a situaciones conocidas por el alumnado y planificar el modo de abordarlo, teniendo en cuenta los recursos de los que dispone. Además, si se utiliza un medio tecnológico para la resolución del problema, también se desarrollará la competencia digital.

Con este tipo de actividades, se pretender alcanzar diversos objetivos didácticos, sobre todo los clasificados como comunes a todo el curso. Por ejemplo, el objetivo 1) de expresar verbalmente, de forma razonada, los procesos seguidos en la resolución del problema, con el rigor y la precisión adecuados para mejorar la expresión oral y comprensión de razonamientos matemáticos, se persigue activamente. Los demás objetivos didácticos de esta actividad están recogidos en la Tabla 11.

Tabla 11

Objetivos didácticos de los problemas de la vida cotidiana

Objetivos comunes (ver página 51)	1), 2), 7), 8), 9), 10), 11), 12).
Objetivos específicos (ver página 52)	1), 2), 5), 6).

Actividades EBAU

En todas las unidades didácticas, el alumnado dispondrá de una lista de problemas de EBAU, los cuales algunos se realizarán durante las sesiones de resolución de problemas, otros serán tratados como tareas para casa y otros se podrán realizar voluntariamente. Algunos ejemplos de estos problemas son:

⁴⁸<https://www.youtube.com/watch?v=xfz7Gfbd2Bg>

- 1) (EBAU CyL 2018) a) Se tira una monea tres veces. Calcula la probabilidad de que, sin tener en cuenta el orden, salgan una cara y dos cruces. (1 punto)
- b) Una persona elige al azar, sin verlas, dos cartas de una baraja española (de 40 cartas, de las cuales 10 son de cada uno de los 4 palos: oro, copas, espadas y bastos). Calcula la probabilidad de que ninguna de las dos cartas elegidas sea de copas. (1 punto)
- 2) (EBAU CyL 2019) En una competición de tiro olímpico hay 10 rifles, 4 con visor telescópico y 6 sin él. La probabilidad de que un tirador haga blanco con un rifle con visor telescópico es 0,95 y sin él es de 0,65.
- a) Halla la probabilidad de hacer blanco escogiendo un rifle al azar. (1 punto)
- b) Si el tirador hace blanco. ¿Es más probable que haya disparado con un rifle con visor telescópico o sin él? (1 punto)
- 3) (EBAU CyL 2019) En una empresa de alquiler de vehículos con conductor:
- Trabajan 50 conductores de menos de 45 años, de los cuales 15 hablan inglés.
 - Trabajan 30 conductores de entre 45 y 55 años, de los cuales 6 hablan inglés.
 - Trabajan 20 conductores de más de 55 años, de los cuales 3 hablan inglés.

Considerando los sucesos: A= “tener menos de 45 años”, B= “tener entre 45 y 55 años”, C= “tener más de 55 años” e I= “hablar inglés”:

- a) Calcula $P(I/A)$, $P(I/B)$ y $P(I/C)$. (0,9 puntos)
- b) Si se elige al azar un conductor, y éste habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 45 años? (1,1 puntos)

Se insistirá en la elaboración de diagramas de árbol o tablas de contingencia para estos problemas y la explicación de todo el proceso de resolución del problema. Además, se destacará la importancia de responder a aquello que pregunta el problema.

Planes complementarios

Taller de Teoría de Juegos

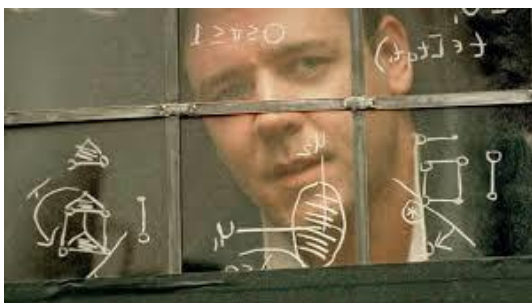
Este taller seguirá la línea de la última sesión de la unidad didáctica de Probabilidad, donde se introdujeron algunos conceptos de Teoría de juegos junto con ejemplos. Los departamentos de Matemáticas y Economía son los encargados de organizar este taller que será destinado para alumnado de 2º de Bachillerato y se llevará a cabo durante dos tardes, al final del trimestre. El objetivo es acercar las matemáticas a la realidad del alumnado, mostrando su importancia al margen de pruebas escritas como los exámenes de evaluación o la EBAU. Al ser la economía un campo donde se ha aplicado en gran medida esta teoría, se aprovechará para explicar diversos ejemplos y ampliar los conocimientos del mundo económico que les rodea. De la misma forma que se planteó en la unidad didáctica, los ejemplos de los que se trate, proporcionarán una oportunidad para entablar discusiones sobre aspectos del comportamiento humano, de la sociedad, de la contaminación, de la política, etc.

El motivo de realizarlo por la tarde, es la disponibilidad de aulas espaciadas y de esta forma, se proporcionará la oportunidad de asistir a todo aquel alumno que lo desee. En principio, se llevará a cabo en la biblioteca del Instituto, siguiendo todas las medidas COVID aconsejadas por la Junta de Castilla y León. Las sesiones se organizarán de la siguiente manera:

1ª SESIÓN

Ilustración 11

Fotografía de la película *Una mente maravillosa*



Se comenzará con una introducción de todo lo que se tratará en el taller y a continuación, se expondrá una escena de la película *Una mente maravillosa*⁴⁹, explicando brevemente la historia de John Nash y su importancia en la Teoría de Juegos. Después se comentarán más ejemplos similares al dilema del prisionero (Tudelo Serrano, 2018). Uno de estos ejemplos será el de estudiar el problema de la contaminación entre países a través del dilema del prisionero, con unos costes aproximados de lo que supondría reducir o seguir contaminando. Gracias a este ejemplo, se discutirán posibles alternativas o medidas que se podrían implantar para revertir la situación del dilema:

Tabla 12

Problema de la contaminación

		País 2	
		Reducir	Contaminar
País 1	Reducir	4,4	-2,6
	Contaminar	6,-2	0,0

Tabla 13

Problema de la contaminación con multa de 3 u. m. a los países que no reduzcan contaminación

		País 2	
		Reducir	Contaminar
País 1	Reducir	4,4	-2,3
	Contaminar	3,-2	-3,-3

Para finalizar la clase, se sugerirá visionar la película *El caballero oscuro* de Christopher Nolan como actividad de reflexión de estrategias que lleva a cabo el personaje del Joker. A modo de

⁴⁹ Se utilizará el blog *Cinemaths Paradise. Descubriendo los vínculos entre el Cine y las Matemáticas* <http://cinemathsparadise.blogspot.com/2015/02/aprende-ligar-con-john-nash.html>

introducción, se expondrá una primera escena de esta película donde el Joker lleva a cabo un atraco de un modo peculiar⁵⁰.

2ª SESIÓN

En esta sesión, se introducirá la idea de estrategias mixtas a través de juegos que no tienen equilibrios de Nash en estrategias puras. En estos casos, se deberá elegir una estrategia en función de la asignación de unas probabilidades. Para lograr una mejor comprensión se utilizará un ejemplo.

El juego de las monedas (matching pennies)

En el libro de (Pérez, Jimeno, & Cerdá, 2013), aparece este ejemplo que consiste en 2 jugadores que tiran una moneda de un euro simultáneamente y dependiendo del resultado, cada jugador recibe unas ganancias:

- Si el resultado son dos caras o dos cruces, el jugador 1 recibe los dos euros.
- Si el resultado es una cara y una cruz, el jugador 2 recibe los dos euros.

Tabla 14

Juego de las monedas en forma normal

		Jugador 2	
		Cara	Cruz
Jugador 1	Cara	1,-1	-1,1
	Cruz	-1,1	1,-1

Nota: Adaptado de *Teoría de Juegos* (p. 100), por J. Pérez, J. L. Jimeno y E. Cerdá, 2013, Garceta.

En este ejemplo, no existen equilibrios de Nash en estrategias puras. Luego se utilizarán probabilidades para calcular la ganancia esperada por cada jugador para averiguar un equilibrio de Nash en estrategias mixtas.

La sesión continuará con la visualización de un vídeo de *Numberphile*⁵¹, el cual trata de un estudio sobre el juego piedra-papel-tijeras. En un momento dado, se dice que si una persona juega con un ordenador al juego, el ordenador escogerá cada una de las acciones con una probabilidad exacta de $\frac{1}{3}$. En este momento, se preguntará que razonen esta afirmación y con ello, se trabajarán de nuevo los equilibrios de Nash en estrategias mixtas. Para terminar, se

⁵⁰ Existen numerosas referencias de esta película y la teoría de juegos:
<https://mindyourdecisions.com/blog/2008/08/19/game-theory-in-the-dark-knight-a-critical-review-of-the-opening-scene-spoilers/>

https://www.youtube.com/watch?v=xFW9rk15_Tg

<https://www.youtube.com/watch?v=P7Mh-R0eSDA&t=29s>

⁵¹<https://www.youtube.com/watch?v=rudzYPHuewc>

mostrará un vídeo de la serie *The Big Bang Theory*⁵² en el que se propone una modificación de este juego (piedra-papel-tijeras-lagarto-spock) y se propondrá que los estudiantes reflexionen sobre equilibrios de Nash en esta variante.

Atención a la diversidad

Se seguirán las medidas propuestas en el apartado MEDIDAS DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD de la programación general para proporcionar la mejor atención a la alumna con discapacidad visual, sin necesidad de añadir más medidas. En cuanto al resto de alumnado, esta unidad se considera bastante activa, por lo que el alumnado se sentirá considerado en el proceso de aprendizaje-enseñanza y mediante las sesiones de resolución de problemas, se podrán atender todas aquellas dudas más personalizadas. Además, el uso de actividades de reflexión propiciará una mayor conexión entre las matemáticas y otras asignaturas, como puede ser la Biología, la Historia, la Filosofía....

Medidas para estimular el interés y el hábito de la lectura

En algunas sesiones, se hará referencia al libro de (Navas, 2017) que se recomendó al alumnado para todo el curso. Más concretamente, se hablará de algún apunte histórico de la probabilidad que recoge el capítulo 27 de este libro. En este capítulo, se empieza explicando el origen de algunas palabras como el azar y su relación con las matemáticas y continúa realizando un recorrido rápido de la probabilidad a lo largo de la historia.

Evaluación

El sistema de evaluación de esta unidad seguirá las pautas marcadas en el apartado de la programación general EVALUACIÓN:

- Existirá una prueba escrita de las unidades Probabilidad y Estadística con una ponderación del 10% de la nota de todo el trimestre.
- Dentro del 10% de trabajos de la nota del trimestre, se considerará el trabajo escrito del alumnado durante la metodología ABP.
- La actitud y participación en clase se tendrá en cuenta durante toda la unidad, con especial atención durante la metodología ABP. El mismo tratamiento se seguirá con las tareas para casa y la expresión verbal.
- Para promover la participación en actividades complementarias, se valorará positivamente la participación en ellas.

Webgrafía

La webgrafía específica de esta unidad didáctica se muestra a continuación:

- Blog de cine que se utilizará para la actividad de cine planeada para introducir la probabilidad condicionada y para el taller de Teoría de Juegos.
<http://cinemathsparadise.blogspot.com/2015/05/poker-007-matematicas.html#more>
<http://cinemathsparadise.blogspot.com/2015/02/aprende-ligar-con-john-nash.html>

⁵²<https://www.youtube.com/watch?v=tsy4q9ibAE>

- Blog sobre ciencia que se utilizará para realizar una actividad sobre las pruebas diagnósticas:
<https://lacienciaysusdemonios.com/2020/10/02/estadistica-para-negacionistas-ii/>
- Vídeo de YouTube del canal *Derivando* sobre las pruebas diagnósticas:
<https://www.youtube.com/watch?v=xfz7Gfbd2Bg>
- Vídeos de YouTube y enlaces de interés sobre la Teoría de Juegos y la película *El caballero oscuro* de Christopher Nolan.
<https://mindyourdecisions.com/blog/2008/08/19/game-theory-in-the-dark-knight-a-critical-review-of-the-opening-scene-spoilers/>
https://www.youtube.com/watch?v=xFW9rk15_Tg
<https://www.youtube.com/watch?v=P7Mh-R0eSDA&t=29s>
- Vídeo de YouTube del canal *Numberphile* sobre el juego *pedra-papel-tijeras*.
<https://www.youtube.com/watch?v=rudzYPHuewc>
- Vídeo de YouTube sobre la serie *The Big Bang Theory* y el juego *pedra-papel-tijeras-lagarto-spock*.
https://www.youtube.com/watch?v=_tsy4q9ibAE

UNIDAD 8: ESTADÍSTICA

Esta unidad didáctica corresponde al bloque de Estadística y Probabilidad, según la ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León.

En particular, la unidad comprenderá contenidos sobre distribuciones discretas y continuas. Se empezará por una introducción sobre el significado de distribuciones estadísticas, distinguiendo el tipo de variable, la representación gráfica y el cálculo de parámetros. Después, se estudiarán características de las distribuciones de variable discreta, comprendiendo el significado de los parámetros media, varianza y desviación típica. A continuación, se trabajará la distribución binomial, debiendo reconocer situaciones en las que se puede aplicar esta distribución y calculando probabilidades u otros parámetros. De manera análoga, se presentarán las características de las distribuciones de variable continua y se estudiará la distribución normal. Una vez vistas estas dos distribuciones concretas, se estudiará el cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.

En 1º de Bachillerato, el alumnado debería haber estudiado los conceptos básicos de distribuciones bidimensionales, tales como tablas de contingencias, distribuciones marginales, distribuciones condicionadas, independencia o dependencia de variables estadísticas, correlación y recta de regresión... Sin embargo, estos contenidos coincidieron con la cuarentena general de los meses de marzo, abril, mayo y junio de 2020 ocasionada por la enfermedad COVID-19 y no se puede asegurar que todos los alumnos hayan trabajado estos contenidos ni a qué nivel de profundidad. La parte positiva es que los contenidos básicos de esta unidad didáctica se trabajaron también en 3º y 4º de la ESO⁵³. Luego se podría decir que la mayor parte de los contenidos de esta unidad es contenido nuevo para el alumnado.

Contribución a las competencias clave

En sintonía con lo indicado en la unidad de Probabilidad y con el resto de la programación, la unidad de Estadística también tendrá como eje central el desarrollo competencial del alumnado. La forma en la que se trabajarán cada una de las competencias recogidas según la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato, se presenta a continuación:

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

La competencia matemática y las competencias básicas en ciencia y tecnología se trabajarán en esta unidad de la siguiente manera:

- Relacionando situaciones de la vida cotidiana del alumno con la estadística.
- Construyendo argumentos sólidos basados en el estudio científico y la estadística.
- Utilizando un lenguaje matemático apropiado.

⁵³ Estos contenidos básicos se refieren a los tipos de variables estadísticas, las gráficas estadísticas y medidas de centralización y dispersión.

- Relacionando conocimientos de diferentes áreas para la elección, aplicación y mejora de distintas estrategias en la resolución de problemas.
- Manejando razonamientos matemáticos para comprender las características y propiedades de cada distribución.

La estadística es una ciencia que cada vez está cobrando más protagonismo en el entorno del alumnado y por ello, estas competencias se trabajarán mediante la conexión de las experiencias del alumnado con la estadística. Sobre todo, se insistirá en la comprensión adecuada de los conceptos estadísticos tales como media y varianza de una distribución con el fin de que el alumnado adquiera una actitud crítica.

Competencia para aprender a aprender

La competencia para aprender a aprender se practicará de la misma forma que se planteó en la unidad de Probabilidad:

- Utilizando diferentes recursos educativos y explicaciones variadas para una mayor adaptación al estilo de aprendizaje de cada alumno.
- Permitiendo la discusión de diferentes estrategias de resolución de problemas.
- Compartiendo anécdotas y hechos curiosos sobre la estadística para motivar al alumnado y promover su curiosidad.
- Aplicando el refuerzo positivo para mejorar la autoestima y la seguridad del alumnado.
- Incluyendo al alumnado en el proceso de evaluación a través de las autoevaluaciones.
- Siendo coherentes con los errores y mostrando el aprendizaje que existe detrás de cada error.
- Reflexionando al final de la sesión sobre todo aquello de lo que son capaces los alumnos.

La reflexión sobre la estadística que nos rodea y el uso que se hace de ella, guiará toda la unidad, destacando la importancia de mantener un aprendizaje continuo a lo largo de la vida para poder adaptarse a los cambios que se suceden tan rápido en esta sociedad de la información.

Competencia lingüística

Como en la unidad de Probabilidad, esta competencia se practicará a través de:

- La expresión oral adecuada durante las sesiones de clase.
- La comprensión de textos y enunciados a través de la búsqueda, recopilación y procesamiento de la información.
- La expresión escrita en la resolución de problemas y pruebas escritas, con importancia de la explicación de los procesos llevados a cabo.
- La comprensión de las expresiones orales tales como indicaciones, relatos, bromas, órdenes...
- La buena disposición al diálogo crítico y constructivo.
- La utilización del diálogo como herramienta fundamental de la convivencia.

- El reconocimiento de la gran importancia del lenguaje, a través de sus funciones, propiedades, gramática, vocabulario, etc.

El debate y el contraste de opiniones seguirán siendo piezas esenciales en esta unidad, a través de la discusión de noticias incorrectas sobre la estadística que aparecen con frecuencia en los medios de comunicación. Siguiendo esta línea, se recomendarán artículos sobre la importancia de la estadística con lo que se promoverá la comprensión de textos.

Competencia digital

La competencia digital se trabajará a través de:

- El manejo adecuado de distintas fuentes de información y aplicaciones informáticas.
- La actitud activa, crítica y realista frente a las tecnologías y medios tecnológicos.
- La valoración de las fortalezas y debilidades de los medios tecnológicos.
- El respeto de los principios éticos en el uso de medios tecnológicos.
- La aplicación del manejo de los medios tecnológicos en su vida cotidiana.

Como se ha recalcado anteriormente, la actitud crítica frente a los medios de comunicación será uno de los aspectos sobre los que se desarrollará esta unidad didáctica. Del mismo modo, se destacará la contrastación de la información a través de fuentes oficiales.

Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor

Esta competencia se trabajará mediante:

- La discusión de oportunidades académicas y profesionales.
- La capacidad de pedir ayuda frente a obstáculos.
- La planificación, el análisis, la organización y gestión de recursos de los que dispone el alumnado.
- La adaptación a situaciones adversas y la actitud frente a la resolución de los problemas.
- La comunicación y negociación entre todos los alumnos del grupo a la hora de decidir fechas de pruebas escritas.
- La creatividad e imaginación a la hora de resolver problemas.

En las actividades grupales que el alumnado realice, deberá planificar las estrategias y gestionar los recursos de los que dispone. Además, se animará al alumnado a buscar en las redes sociales y medios de comunicación noticias sobre estadística, razonando si la interpretación de esas noticias es adecuada, valorando la creatividad y originalidad de los argumentos.

Conciencia y expresiones culturales

La conciencia y expresiones culturales se desarrollarán a través de:

- La apreciación y el respeto hacia la herencia cultural (patrimonio cultural, histórico-artístico, literario, filosófico, tecnológico, medioambiental, etc.).
- La valoración del cine.
- La apreciación de manifestaciones artísticas en el entorno del alumnado.
- El cuidado estético en las presentaciones y trabajos.

Durante esta unidad, se recomendarán diversas películas sobre la estadística como la película *Money Monster* de Jodie Foster. En algunos momentos, se visualizarán algunos fragmentos de películas o series como forma de aligerar el ritmo de la clase.

Competencias sociales y cívicas

Al igual que en la unidad de Probabilidad, las competencias sociales y cívicas se trabajarán mediante:

- El diálogo constructivo durante las sesiones de trabajo y en las situaciones de convivencia.
- La participación activa en clase.
- El respeto a la diversidad de opiniones e ideas y el reconocimiento del valor que esconde esa diversidad.
- El interés por el desarrollo socioeconómico y el bienestar social.

Las noticias y actividades sobre estadística propiciarán en algunos casos una discusión abierta entre el alumnado sobre asuntos no necesariamente matemáticos, como puede ser la organización irregular de los exámenes de EBAU en el territorio español. En todo momento, se mantendrá un diálogo argumentado y respetuoso entre el alumnado y el docente.

Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos de la unidad didáctica son:

Objetivos comunes del curso

1. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados para mejorar la expresión oral y comprensión de razonamientos matemáticos.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, a través de la realización de cálculos necesarios y la comprobación de las soluciones obtenidas para mostrar un grado de entendimiento de la materia.
3. Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos para desarrollar la capacidad de generalización y abstracción.
4. Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las ideas matemáticas procedentes de la resolución de un problema o de una demostración, con el rigor y la precisión adecuados para practicar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos.
5. Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado para manejar el método científico en el estudio de fenómenos del entorno.
6. Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de la resolución de un problema y la profundización posterior, la generalización de propiedades y leyes matemáticas y la profundización en algún momento de la historia de las matemáticas, concretando con todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos

7. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad para practicar la aplicación de las matemáticas a la realidad y valorar su importancia.
8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, entre otras.
9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas para mostrar el valor de aprendizaje detrás de las dificultades.
10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.
11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos o la resolución de problemas.
12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

Objetivos específicos de la unidad didáctica

1. Saber diferenciar distribuciones estadísticas en función del tipo de variable.
2. Identificar situaciones de la realidad que se pueden modelizar a través de la distribución binomial, obteniendo además sus parámetros y calculando su media y desviación típica.
3. Calcular probabilidades en una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, tabla de distribución o una herramienta tecnológica (calculadora, hoja de cálculo...).
4. Reconocer las características de la distribución normal y su importancia en el mundo científico.
5. Calcular probabilidades en una distribución normal a partir de la tabla de distribución de la normal estándar o una herramienta tecnológica (calculadora, hoja de cálculo...).
6. Calcular probabilidades en distribuciones binomiales a partir de su aproximación por la normal, valorando si es factible utilizar esta aproximación.

Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Se presentan los contenidos comunes junto con los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje correspondientes en el anexo I), ya que han sido vistos en la unidad de Probabilidad. En cuanto a los contenidos específicos de la unidad, se disponen a continuación junto con los criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y competencias correspondientes.

Tabla 15

Contenidos específicos de la unidad didáctica

Contenido	Criterios de Evaluación	Estándares de aprendizaje	Competencias
Variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Parámetros: media, varianza y desviación típica. Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Tabla de la distribución binomial. Cálculo de probabilidades. Distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Tabla de la función de distribución normal estándar. Asignación de probabilidades en una distribución normal. Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.	2. Identificar los fenómenos que se pueden modelizar mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.	2.1. Identifica fenómenos que se pueden modelizar mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica.	CMCT, CSC
		2.2. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante una herramienta tecnológica como la calculadora.	CMCT, CD
		2.3. Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico.	CMCT, CSC
		2.4. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que se pueden modelizar mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante una herramienta tecnológica como la calculadora.	CMCT, CD
		2.5. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que se pueden modelizar mediante la distribución binomial a partir de su aproximación por la normal valorando si se dan las condiciones necesarias para que sea válida.	CMCT, CPAA
	3. Utilizar el vocabulario y la notación adecuados para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando	3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.	CMCT, CCL

	<p>un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, en especial los relacionados con las ciencias y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>		
--	--	--	--

Estos contenidos se van a distribuir en 6 apartados:

1. Distribuciones estadísticas.
 - a) Tipos de variable, representación gráfica y cálculo de parámetros.
 - b) Interpretación de tablas y gráficas estadísticas.
 - c) Obtención de la media y de la desviación típica de una distribución estadística.
2. Distribución de probabilidad de variable discreta.
 - a) Significado de los parámetros μ y σ .
 - b) Cálculo de los parámetros μ y σ en distribuciones de probabilidad de variable discreta dadas mediante una tabla o por un enunciado.
3. Distribución binomial. Reconocimiento de distribuciones binomiales, cálculo de probabilidades y obtención de sus parámetros.
4. Distribución de probabilidad de variable continua.
 - a) Comprensión de sus peculiaridades.
 - b) Función de densidad.
 - c) Reconocimiento de distribuciones de variable continua.
 - d) Cálculo de probabilidades a partir de la función de densidad.
5. Distribución normal. Cálculo de probabilidades utilizando las tablas de la $N(0,1)$.
6. Identificación de distribuciones binomiales que se puedan considerar razonablemente próximas a distribuciones normales y cálculo de probabilidades en ellas por paso a la normal correspondiente. Corrección de Yates.

En **contenidos mínimos** de esta unidad, se encuentran los contenidos comunes y los contenidos de Estadística repartidos en los 6 apartados anteriores. Aunque algunos de esos contenidos no aparecen explícitamente en el BOCyL, se consideran indispensables para una comprensión completa de los contenidos explícitos.

Como **contenidos a destacar**, se debe apreciar la importancia de la distribución normal en el mundo científico y la comprensión de las distintas distribuciones que pueden existir dependiendo del tipo de variable.

Metodología

Las líneas metodológicas de esta unidad didáctica se basarán en los aspectos desarrollados en la programación general. Sin embargo, a diferencia de la unidad didáctica de Probabilidad, los contenidos de la unidad de Estadística pueden considerarse en gran parte nuevos para el alumnado. Por ello, la exposición del docente ocupará un mayor espacio en esta unidad, intercalada con resolución de problemas.

Durante toda la unidad, se mantendrá también el diálogo activo entre docente y alumnado, ya que es fundamental para conocer el grado en el que se encuentra el alumnado. Al mismo tiempo, se utilizarán recursos audiovisuales para romper la rutina de exposición y aumentar la motivación del alumnado.

Como bien se ha anotado en el apartado de Contribución a las competencias clave, las noticias de medios de comunicación, estudiando los gazapos que se encuentran en ellas, englobarán en gran medida esta unidad, favoreciendo las competencias digital, matemática y en ciencia y tecnología, lingüística, entre otras. Además, se destacará la importancia que ha tenido y sigue teniendo la Estadística durante la pandemia de la enfermedad de la COVID-19, mediante la lectura de artículos y reflexión de los mismos.

Al igual que se indicó en la unidad de Probabilidad, el proyector se utilizará con frecuencia para que la alumna con discapacidad visual pueda adecuar el contenido a la pantalla de su portátil. En particular, el proyector se usará para:

- Visualización de vídeos que apoyen los conceptos de Estadística necesarios. También se incluyen las escenas de películas que se presenten.
- Utilización de herramientas tecnológicas.
- Visualización de artículos o noticias sobre los que se comentarán conceptos estadísticos y que propiciarán un debate más allá de las matemáticas.

Exploración de conocimientos previos

Al principio de la unidad didáctica, la exploración de conocimientos previos cobrará gran importancia al ser la base sobre la que se construirá el resto de la unidad. Se realizará sobre todo a través de preguntas y de ejemplos concretos. Según vaya avanzando la unidad, se utilizará la exploración de conocimientos previos para recordar conocimientos del principio de la unidad o de la unidad de Probabilidad.

Exposición activa

Como se ha indicado previamente, la exposición se utilizará regularmente durante esta unidad didáctica, partiendo de un diálogo con el alumnado e introduciendo recursos TIC para variar el ritmo de la exposición.

Resolución de problemas

Al igual que se ha destacado durante toda la programación, la resolución de problemas será una de las piezas esenciales en esta unidad didáctica. Se realizarán varias sesiones de resolución de problemas y en cada sesión ordinaria, existirá un tiempo reservado también para ello. Como

material extra, el alumnado posee la recopilación de actividades de EBAU, las cuales se llevarán a cabo en las sesiones de resolución de problemas, como tarea para casa o de forma voluntaria.

Recursos

En esta unidad didáctica, se utilizarán los siguientes materiales:

- El libro de texto aprobado por el Departamento de Matemáticas.
- La plataforma Teams como medio de comunicación de avisos y transmisión de documentos y artículos relacionados con la Estadística.
- Fotocopias de actividades de clase.
- Lista de recopilación de actividades de EBAU/selectividad.
- Cuaderno o bloc de hojas para que el alumnado tenga un soporte físico donde realizar las actividades y tomar las anotaciones necesarias.
- Calculadora: se presentarán sus funcionalidades en la Estadística, valorando el entendimiento y la argumentación del proceso de resolución en las actividades.
- Pizarra de tiza: es la que presenta el aula y se usará como apoyo para la resolución de ejercicios, explicaciones teóricas y dibujos complementarios, junto con descripciones y explicaciones verbales para favorecer la comprensión de la alumna con discapacidad visual.
- Ordenador y cañón de proyección, utilizados para:
 - Presentaciones PowerPoint sobre conceptos estadísticos o noticias reseñables de medios de comunicación.
 - Vídeos relacionados con la unidad, incluyendo los fragmentos de películas que se mostrarán.
 - Páginas web de interés como el blog de divulgación matemática de José María Sorando *Matemáticas en tu mundo*⁵⁴.
- Teléfono móvil o portátil: en una de las sesiones, se llevará a cabo un Kahoot! a modo de repaso de los contenidos estudiados.
- Cuaderno del docente que incluirá toda la información necesaria del alumnado, así como elementos relevante de su evaluación.
- Recursos específicos para la atención a la diversidad (ver página 44).

Distribución en tiempos y espacios

La unidad didáctica de Estadística se desarrollará al final del segundo trimestre, después de la unidad de Probabilidad. Al igual que en la unidad anterior, se disponen de 10 sesiones, de las cuales, la última estará reservada para una prueba escrita de las unidades didácticas de Probabilidad y Estadística. Las sesiones tendrán lugar en el aula habitual por la razón expuesta en el apartado de DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y ESPACIAL DE LAS SESIONES.

La dinámica de las sesiones perseguirá las ideas descritas en el apartado DISTRIBUCIÓN TEMPORAL Y ESPACIAL DE LAS SESIONES como se expone a continuación:

1ª sesión: Introducción de la unidad didáctica

⁵⁴<https://matematicasentumundo.es/index.htm>

La sesión empezará con una lluvia de ideas sobre la Estadística, basada en la pregunta “¿Qué crees que es la Estadística?”. Tras esta introducción, se plantearán los conceptos de distribuciones estadísticas, junto con los distintos tipos de variables, gráficos y parámetros. Para cerrar esta sesión, se mostrarán algunos gráficos de noticias reales que pueden resultar confusos, con el propósito de que los alumnos razonen sobre estas confusiones y tomen conciencia de su entorno y el papel que desempeña la Estadística.

2ª sesión: Distribución de variable discreta

La siguiente sesión comenzará con un repaso oral de los contenidos previos y se desarrollarán las características de las distribuciones de variable discreta a través de un ejemplo concreto, de tal forma que el alumnado puede intuir esas características progresivamente. Como tarea para casa, se mandarán actividades de distribuciones de variable discreta y se pedirá que lleven una moneda para la próxima sesión.

3ª sesión: Distribución binomial

Se empezará la sesión corrigiendo los deberes de la sesión anterior de forma oral y, se estudiarán las características principales de esta distribución con la ayuda de la moneda pedida el día anterior. A continuación, se mandarán algunas actividades de tarea para casa y se llevará a cabo una actividad de cine⁵⁵ relacionada la distribución binomial.

4ª sesión: Distribución de variable continua

Como antes, la sesión comenzará con la corrección de las tareas para casa y se mandarán más actividades sobre la distribución binomial como deberes. La sesión continuará con la teoría, estudiando distribuciones de variable continua. Dado que el alumnado ya conoce el concepto de integral como área bajo una curva debido a las sesiones de profundización, se puede incluir activamente al alumnado en la explicación.

5ª sesión: Distribución normal

Se corregirán los deberes de la sesión anterior y se visualizará un vídeo⁵⁶ de YouTube del canal *En ruta con la ciencia* sobre aplicaciones de la distribución normal, para después entrar en detalles y que el alumnado sienta curiosidad por esta distribución. Al finalizar la clase, se mandarán más actividades basadas en casos reales en los que se puede aplicar la distribución normal y que propiciarán una reflexión sobre la Estadística y el entorno que rodea al alumnado.

6ª sesión: Resolución de problemas

La sesión comenzará con la corrección de los deberes y después, se organizará al alumnado en grupos, de manera similar a lo realizado en la unidad de probabilidad, y se llevarán a cabo unos problemas de manera grupal de contenidos estudiados en la unidad. Para las próximas sesiones, se pedirá al alumnado que lea dos artículos sobre la Probabilidad y la Estadística de entre una serie de artículos que estarán disponibles en la plataforma Teams.

⁵⁵<https://cinemathparadise.blogspot.com/2019/08/la-binomial-de-spiderman.html>

⁵⁶https://www.youtube.com/watch?v=IBKmy7_WaVw

7ª sesión: Aproximación de la distribución binomial por la normal

La sesión comenzará con una ronda de dudas sobre lo estudiado hasta el momento y problemas relacionados con la EBAU. Posteriormente, se completarán los contenidos de la unidad con la aproximación de la binomial por la normal y la corrección de Yates. Para favorecer una mejor comprensión de esta aproximación se llevarán a cabo actividades en las que se comparará la utilización de las dos distribuciones y se mandarán más tareas para casa.

8ª sesión: Reflexión artículos

La sesión se centrará en el debate y la reflexión de la utilización de la Estadística en los artículos sugeridos en las sesiones anteriores. Además, para la siguiente sesión se propondrá una búsqueda de conceptos estadísticos o probabilísticos en los medios de comunicación, distinguiendo gazapos si así existieran.

9ª sesión: Repaso general

La sesión empezará con una actividad de un Kahoot! a modo de repaso de todos los contenidos de las unidades de Probabilidad y Estadística. Después se procederá a la corrección de las tareas para casa pendientes y se resolverán todas las dudas que puedan haber surgido. En la parte final de la sesión, se seguirá la dinámica de la sesión anterior, comentando conceptos de Estadística o Probabilidad detectados en los medios de comunicación por parte del alumnado.

10ª sesión: examen unidades didácticas

En la última sesión se llevará a cabo una prueba escrita de las dos unidades didácticas del bloque Estadística y Probabilidad.

Actividades de aprendizaje y enseñanza

Las actividades de esta unidad didáctica se organizarán de la misma forma que en la unidad de Probabilidad, según el nivel de demanda cognitiva según (Smith & Stein, 1998). Sobre todo predominarán actividades de comprensión de textos y en buena parte de las actividades, se reflejará cierto nivel de reflexión. En todo momento, se expresarán los objetivos que se pretenden alcanzar con los problemas que se realicen y se buscará un desarrollo competencial lo más completo posible.

Algunos ejemplos de las actividades propuestas para esta unidad son:

Actividades sobre teoría

Con motivo de que el alumnado comprenda adecuadamente los fundamentos de las distribuciones, son necesarias actividades con un carácter más teórico, que favorece un mayor razonamiento matemático y manejo de expresiones y explicaciones matemáticas, lo cual promueve el desarrollo de la competencia matemática. En algunos casos, estas actividades podrían clasificarse dentro de tareas de procedimiento con conexión o incluso de hacer matemáticas, aunque una vez que las han resuelto se pueden convertir en tareas de procedimiento sin conexión. A continuación, se muestran algunos ejemplos:

- 1) Sea X una variable aleatoria cuya media es \bar{X} y su varianza S^2 . Consideramos la variable Y que resulta de multiplicar los valores de X por una constante c . Calcula la media y la varianza de Y ⁵⁷.
- 2) Dada $f(x) = \begin{cases} x^2 + kx, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$, ¿puede ser $f(x)$ función de densidad de una variable aleatoria continua para algún valor de k ?

(Martínez Mediano, MATEMÁTICAS II, p. 3)

- 3) Si $p(x)$ es la probabilidad de tener x éxitos en una distribución binomial $B(n, p)$, y $p(x + 1)$ es la de obtener $x + 1$ éxitos, comprueba que se verifica la siguiente relación recurrente:

$$p(x + 1) = \frac{p(x)}{x + 1} (n - x) \frac{p}{q}$$

(Miranda, 2015, p. 26)

Actividades sobre las que explicar conceptos

En algunos momentos, se utilizarán ejemplos a modo de apoyo de las explicaciones del docente. Sobre todo al principio de la unidad que trata de conceptos estudiados con anterioridad, los ejemplos pueden provocar que el alumnado recuerde todo lo que sabe. Dado este contexto, se podría decir que estas actividades se consideran tareas de procedimiento con conexión. Como actividades de referencia, se muestran las siguientes:

Actividad para introducir distribución de variable discreta

- 1) Una variable aleatoria discreta X se distribuye como se indica en la siguiente tabla:

X	1	2	3	4	5
$P(X = x_i) = p_i$	0,20	0,30	0,25	m	0,15

- a) Halla el valor de m .
- b) Calcula la media y la desviación típica de la variable.

(Martínez Mediano, MATEMÁTICAS II, p. 1)

Actividad para explicar distribución binomial

Se lanza una moneda 3 veces. Llamamos “éxito” a que salga cara. Escribe la distribución de probabilidad. (Miranda, 2015, p. 7)


Actividad de cine

Al igual que se propuso en la unidad de Probabilidad, en esta unidad también se plantea consolidar conceptos de la distribución binomial a través de una película, en este caso, *Spider-Man: Un nuevo universo*. La actividad empezará con un breve resumen de la película para poner en contexto al alumnado, y posteriormente se visualizará una escena concreta, que trata sobre la distribución binomial en un examen. A continuación, se llevarán a cabo actividades de la distribución binomial y de reflexión sobre la escena. Según la clasificación de tareas de (Smith & Stein, 1998), esta actividad encajaría con una tarea de procedimiento con conexión, ya que requieren una comprensión de la distribución para poder entender el problema que se aprecia en la escena.

⁵⁷ Se trata de una actividad procedente de los apuntes de la asignatura de *Complementos de Matemáticas*.

Tabla 16

Ficha de la actividad de cine de la película *Spider-Man: Un nuevo universo*

Título	Spider-Man: Un nuevo universo	
Año	2018	
Director/es	Bob Persichetti, Peter Ramsey, Rodney Rothman.	
Nivel	Bachillerato.	
Escena	00:08:15 a 00:08:53	
Enlace	https://cinemathsparadise.blogspot.com/2019/08/la-binomial-de-spiderman.html	
Sinopsis	<p>En un universo paralelo donde Peter Parker ha muerto, un joven de secundaria llamado Miles Morales es el nuevo Spider-Man. Sin embargo, cuando el líder mafioso Wilson Fisk construye el “Súper Colisionador” trae a una versión alternativa de Peter Parker que tratará de enseñarle a Miles cómo ser un mejor Spider-Man. Pero no será el único Spider-Man en entrar en este universo, 4 versiones alternas de Spider-Man aparecerán y buscarán regresar a su universo antes de que toda la realidad se colapse.</p>	
Contenido	Distribución binomial	
Actividades de experiencia	<p><i>En un examen de verdadero-falso de 100 preguntas, ¿cuál es la probabilidad de no acertar ninguna pregunta?</i></p>	
Actividades de reflexión	<p><i>A la pregunta “Si una persona con los ojos vendados eligiera las respuestas de un test verdadero-falso, qué puntuación sacaría”, el protagonista responde “Un 50%”. ¿Por qué Miles responde de esta forma?</i></p>	
Transcripción	<p>(Miles entra en el aula para hablar con la profesora de matemáticas sobre su último examen)</p> <p>Miles- ¿Un cero? ¿Qué? Unos cuantos más así y seguro que tendrá que echarme de aquí, ¿eh?</p> <p>Miles- Tal vez no soy apto para este instituto.</p> <p>Profesora- Si una persona con los ojos vendados eligiera las respuestas de un test tipo verdadero-falso, ¿sabe qué puntuación sacaría?</p> <p>Miles- ¿Un 50%?</p> <p>Profesora- ¡Exacto!</p> <p>Miles- ¡Eh! Espere...</p>	

Profesora- La única forma de poner las respuestas mal es sabiendo cuáles son las correctas. Usted intenta abandonar y no le voy a dejar. Le voy a encargar un ensayo personal. No es sobre física, sino sobre usted y la clase de persona que quiere ser...

Actividad de crítica hacia medios de comunicación

Como se anotó anteriormente, en algunas ocasiones se llevará a cabo una crítica conjunta a los gazapos mostrados en los medios de comunicación, propiciando un debate entre la manipulación de los datos o la ignorancia estadística general. El blog de José María Sorando *Matemáticas en tu mundo* (<https://matematicasentumundo.es/>) incorpora varias entradas relacionadas con este aspecto. Un ejemplo es el que aparece a continuación:

En la entrada *¿Gazapo o engaño?* (Sorando Muzás J. M.), se muestran dos gráficos estadísticos incorrectos que fueron retransmitidos por televisión en La Sexta Noticias y el Telediario de La1, el 24 de enero de 2021 y el 1 de octubre de 2010 respectivamente. Como actividad, se mostrarán los gráficos de la Ilustración 12 y la Ilustración 13, y se pedirá al alumnado que reflexione sobre ellos.

Después, se dejará que ellos mismos detecten los errores para que desarrollen unos propios mecanismos de análisis, y tras esto, se preguntará sobre las posibles razones de tales errores, justificando razonadamente cada una de las opiniones. De esta forma, el alumnado desarrolla una actitud crítica y practica la expresión de opiniones de manera argumentada, con lo cual desarrolla la competencia digital, las competencias sociales y cívicas y la competencia lingüística.

Ilustración 12

Gráfico de La Sexta



Nota: Adaptado del blog *Matemáticas en tu mundo*, por J. M. Sorando, 2021, (https://matematicasentumundo.es/SOCIEDAD/sociedad_gazapo_enga%C3%B1o.htm).

Ilustración 13

Gráfico de Lal



Nota: Adaptado del blog *Matemáticas en tu mundo*, por J. M. Sorando, 2021, (https://matematicasentumundo.es/SOCIEDAD/sociedad_gazapo_enga%C3%B1o.htm).

Actividad de reflexión

La importancia de la Estadística y la Probabilidad se considera indispensable en la sociedad actual, como se puede apreciar en el artículo de Javier Jiménez (Jiménez, 2019). Al mismo tiempo, la comprensión lectora es fundamental para que el alumnado continúe un aprendizaje autónomo a lo largo de la vida. Por estas razones, se plantea la lectura de varios artículos referidos a la Estadística y la Probabilidad junto con una actividad de reflexión.

A continuación se expone un ejemplo de esta práctica:

- Lectura de un artículo: *Estadística para negacionistas (y III)* (J.M., 2020).
- Actividades de reflexión:
 - ¿Qué conceptos estadísticos trata el artículo? ¿Los conoces?
 - En un momento dado, en el artículo se destaca el uso incorrecto o confuso de algunos conceptos estadísticos y se indica un ejemplo, donde según algunas personas, que la mitad de las Comunidades Autónomas estén por encima de la media en número de contagios de la COVID-19 es un hecho desastroso. ¿Qué opinas al respecto?
 - Responde razonadamente a la pregunta que se plantea en el artículo: “¿qué sería peor *a priori*, tener 7 comunidades por encima de la media o solamente una?” (J.M., 2020).
- Actividad de experiencia:
 - Supongamos que se toman los ejemplos del artículo de la altura de los árboles de la plantación, la cual sigue una distribución normal. Con los datos que aparecen en el artículo, ¿qué tipo de distribución normal seguiría cada una de las series? ¿Cuál sería la probabilidad de que un árbol midiera más de 260 cm en cada uno de los casos?

Con este tipo de actividades, el alumnado practicará la comprensión de textos y la expresión oral al tratar de transmitir una opinión sobre el artículo leído, con lo que desarrollará la competencia lingüística. No es la única competencia que se desarrollará, ya que el alumnado deberá relacionar situaciones del artículo con la Estadística y más concretamente, con la distribución normal, por lo que se trabajará también la competencia matemática y en ciencia y tecnología. Además, al tratarse de una actividad realizada conjuntamente, se convertirá en un diálogo entre el alumnado y el docente, y con ello, se desarrollarán competencias sociales y cívicas. Por otro lado, al reflexionar sobre la Estadística que se puede encontrar en la naturaleza, el alumnado desarrollará la competencia de aprender a aprender al ser consciente de la importancia de comprender conceptos básicos de Estadística.

En cuanto a objetivos didácticos que se alcanzan, se recogen en la siguiente tabla:

Tabla 17

Objetivos alcanzados en la actividad de lectura de un artículo

Objetivos comunes (ver página 83)	1), 2), 7), 8), 9), 10), 11), 12).
Objetivos específicos (ver página 84)	4), 5).

Actividades basadas en la realidad

En esta unidad, se apuesta por conectar al alumnado con su entorno y por otra, se pretende desarrollar una habilidad de búsqueda de datos fiables. Por ello, algunas actividades tendrán su base en la realidad y se requerirá la utilización de contenidos vistos en la unidad. Un ejemplo de esta práctica es la siguiente:

En primer lugar, se anuncia al alumnado que va a realizar una tarea de análisis de la población de Valladolid y se comparará con otra población de otra provincia, por ejemplo, Ourense. Esta tarea se centra en la estructura de la población de cada una de las provincias, junto con una reflexión de las posibles causas de esta estructura. Las actividades que deberán completar los estudiantes son:

- Busca en la página del Instituto Nacional de Estadística (INE), en el apartado *Demografía/ Fenómenos demográficos/ Indicadores demográficos básicos*, los indicadores de Estructura de la Población⁵⁸ y anota la edad media de la población de Valladolid y de Ourense. Anota también el porcentaje de habitantes de más de 65 años de cada una de las dos provincias.
- Sabiendo que la edad de los habitantes de una población sigue una distribución normal, ¿cuál es la media de edad en cada provincia? ¿Cuál es la desviación típica de edad en cada provincia?
- ¿Cuál es el porcentaje de habitantes con menos de 35 años en cada provincia?
- Trata de explicar las razones por las que se estructura de esta forma la población de estas dos provincias.

⁵⁸<https://www.ine.es/dynt3/inebase/index.htm?padre=2077&capsel=2077>

Con esta actividad, se practicará la búsqueda de información en fuentes fiables, por lo que se desarrollará la competencia digital. Evidentemente, la competencia matemática y en ciencia y tecnología se practicará activamente también, así como las competencias sociales y cívicas, al tratar de comprender y argumentar adecuadamente las diferencias que se observan entre las poblaciones, y la competencia lingüística al comprender la actividad y expresar opiniones razonadas del asunto.

Actividades EBAU

Como se mostró en la unidad de Probabilidad, en esta unidad el alumnado también poseerá una lista de problemas de EBAU sobre Estadística, que se realizarán en sesiones de resolución de problemas, en casa como deberes o en casa como trabajo voluntario. Algunos de estos problemas permitirán una reflexión sobre temas de actualidad, como puede ser el porcentaje bajo de estudiantes de Medicina en Castilla y León que proceden de Castilla y León⁵⁹. Uno de los problemas en cuestión es el siguiente, de la EBAU de Castilla y León de 2020:

Los estudiantes, que comienzan los estudios de Medicina, en el conjunto formado por las comunidades autónomas de Andalucía, Baleares y Castilla y León, se distribuyen de la siguiente forma: un 50% de Andalucía, un 15% de Baleares y un 35% provienen de Castilla y León. Los porcentajes de dichos estudiantes que no consiguen el título de Médico son los siguientes: 15% de Andalucía, 10% de Baleares y 5% de Castilla y León.

- a) Calcular la probabilidad de que uno de dichos estudiantes, elegido al azar, no consiga el título de Licenciado en Medicina. (1 punto)
- b) Si un alumno no consigue el título de Licenciado en Medicina, ¿es más probable que provenga de Andalucía o de Castilla y León? (1 punto)

(Exámenes de Pau, p. 2)

Atención a la diversidad

La atención a la diversidad seguirá las medidas descritas en la programación general en el apartado MEDIDAS DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD. La alumna con discapacidad visual no requerirá medidas adicionales respecto de las propuestas anteriormente y el resto del alumnado también tendrá a su disposición recursos adicionales de así necesitarlos. Además, relacionar los contenidos de la unidad con la realidad del alumnado puede favorecer su interés por la asignatura, además de su curiosidad por los fenómenos de su entorno.

Medidas para estimular el interés y el hábito de la lectura

Como bien se ha destacado en esta unidad, la lectura y comprensión de textos se practicarán a través de la lectura de artículos. Con ello, se desarrollarán varias competencias como la competencia lingüística y competencia matemática y competencias en ciencia y tecnología.

⁵⁹https://www.abc.es/espana/castilla-leon/abci-estudiantes-castilla-y-leon-solo-15-por-ciento-admitidos-medicina-201707311307_noticia.html

Evaluación

Se seguirán las líneas de evaluación definidas en la programación general. En la última sesión de esta unidad, se llevará a cabo una prueba escrita de las unidades de Probabilidad y Estadística de duración 50 minutos y contará un 10% de la nota del trimestre. Se sugerirá al alumnado que escojan la fecha de esta prueba de tal forma que puedan juntar la sesión con un recreo o con el final de las clases, pudiendo así utilizar unos minutos extra en caso de que lo necesiten. Como máximo, se les permitirán 15 minutos adicionales⁶⁰. En el anexo II), se encuentra un ejemplo de esta prueba escrita.

Webgrafía

La webgrafía específica de esta unidad didáctica se expone a continuación:

- Blog de contenido matemático y educación de José María Sorando *Matemáticas en tu mundo*.
<https://matematicasentumundo.es/index.htm>
- Blog de cine que se utilizará en una actividad de la distribución binomial.
<https://cinemathsparadise.blogspot.com/2019/08/la-binomial-de-spiderman.html>
- Vídeo de YouTube del canal *En ruta con la ciencia* para introducir la distribución normal.
https://www.youtube.com/watch?v=IBKmy7_WaVw
- Blog sobre ciencia llamado *La Ciencia y sus Demonios* que se utilizará para la lectura de un artículo y una reflexión posterior.
<https://lacienciaysusdemonios.com/2020/10/11/estadistica-para-negacionistas-y-iii/>
- Página oficial del Instituto Nacional de Estadística para la realización de actividades.
<https://www.ine.es/dynt3/inebase/index.htm?padre=2077&capsel=2077>

⁶⁰ A la alumna con discapacidad visual se le concederán más minutos debido a que necesita mucho más tiempo para leer las preguntas de la prueba y responder a ellas.

CONCLUSIONES

Este Trabajo Fin de Máster reúne los principales conceptos educativos descubiertos durante todo el transcurso del Máster, destacando la importancia de atender adecuadamente la diversidad que presenta un grupo de alumnos y cómo adaptar los mecanismos de los que se dispone para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de todos y cada uno de los alumnos. Dentro del grupo de alumnos descrito, existía una alumna con discapacidad visual que conservaba un resto visual pero se debía tener en cuenta durante toda la programación.

En todo momento, la aplicación de la materia a la vida cotidiana del alumnado ha jugado un papel central. Por este motivo, se planteó un plan complementario sobre Teoría de Juegos para mostrar algunas de las muchas aplicaciones que tiene en las ciencias y en el mundo, así como propiciar un ambiente donde debatir sobre la condición humana.

Por otro lado, se han propuesto diversas metodologías con motivo de proporcionar variedad en cuanto a la presentación de contenidos. En algunos casos, se ha abogado a que el alumnado descubra su propio conocimiento en vez de exponer los contenidos al estilo de la lección magistral. Sin embargo, la lección magistral ha seguido ocupando una posición importante en algunos contenidos debido a su naturaleza más compleja, incluyendo siempre al alumnado a través de diálogos, preguntas, debates, etc.

Se podría decir que otro aspecto destacado en esta programación, ha sido la práctica de argumentos razonados para defender posturas o puntos de vista. De esta forma, el alumnado puede desarrollar competencias lingüísticas y sociales y cívicas. Desde mi punto de vista, la exposición frente a un público cada vez cobra más importancia y se debería practicar y guiar a lo largo de toda la enseñanza.

A su vez, la evaluación ha tenido en cuenta diferentes características de las producciones del alumnado, desde sus pruebas escritas, su actitud en clase, su forma de argumentar o su compromiso con la asignatura. Puede llamar la atención la alta ponderación que se concede a las pruebas escritas. Esto se debe a que al final de este curso, el alumnado deberá someterse a una prueba escrita objetiva, la EBAU, que no considerará otros aspectos también influyentes en la formación del alumnado. Luego el alumnado debe estar preparado para la realización de esta prueba.

Por otro lado, se considera oportuno recalcar la importancia de la comunicación entre el docente y el entorno, empezando por el alumnado, el Departamento de Matemáticas y el Departamento de Orientación. Del mismo modo, se debe tener en cuenta también el funcionamiento del centro educativo, así como las familias para el buen transcurso del proceso de enseñanza-aprendizaje, como bien se observó durante el periodo de prácticas.

Por último, se recalca la importancia de que el docente tenga la disposición de abrir su mente ante los grandes cambios que están ocurriendo en la sociedad y adapte su trabajo conforme a ello. Para ello, las reflexiones y la autoevaluación tras la práctica docente son fundamentales para evolucionar y mejorar el sistema educativo.

ANEXOS

I) Contenidos comunes a todo el curso

Tabla 18

Contenidos comunes a todo el curso

Contenidos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje evaluables	Competencias
<p>Planificación del proceso de resolución de problemas: análisis de la situación, selección y relación entre los datos, selección y relación entre los datos, selección y aplicación de las estrategias de resolución adecuadas, análisis de las soluciones y, en su caso, ampliación del problema inicial.</p> <p>Elección de las estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico básico, etc.) y de una buena notación; construcción de una figura, un esquema o un diagrama; experimentación mediante el método ensayo-error; búsqueda de analogías y de problemas semejantes o isomorfos; reformulación del problema, resolución de subproblemas dividiendo el problema en partes; recuento exhaustivo, comienzo por casos particulares sencillos, búsqueda de regularidades y leyes; introducción de</p>	1. Expresar verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados.	CCL, CMCT
	2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	2.1. Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).	CCL, CMCT, CPAA
		2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.	CMCT, CD
		2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	CMCT, SIE
		2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.	CMCT
		2.5. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas.	CMCT, CPAA
	3. Realizar demostraciones sencillas de propiedades o teoremas relativos a contenidos algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.	3.1. Utiliza diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.	CMCT, CPAA
		3.2. Reflexiona sobre el proceso de demostración (estructura, método, lenguaje y símbolos, pasos clave, etc.).	CMCT, CPAA
	4. Elaborar un informe científico escrito que sirva para comunicar las	4.1. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.	CMCT, CCL

<p>elementos auxiliares y complementarios; trabajo hacia atrás, suponiendo el problema resuelto; etc. Expresión verbal y escrita en Matemáticas. Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias de la materia y del trabajo científico. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para: a) la recogida ordenada y la organización de datos; b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales y estadísticos; c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico; d) el diseño de simulaciones sencillas y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas; e) la elaboración de informes y</p>	ideas matemáticas surgidas en la resolución de un problema o en una demostración, con el rigor y la precisión adecuados.	4.2. Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.	CMCT, CCL	
			4.3. Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema, situación a resolver o propiedad o teorema a demostrar, tanto en la búsqueda de resultados como para la mejora de la eficacia en la comunicación de las ideas matemáticas.	CD, CMCT
	5. Planificar adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.	5.1. Conoce la estructura del proceso de elaboración de una investigación matemática: problema de investigación, estado de la cuestión, objetivos, hipótesis, metodología, resultados, conclusiones, etc.	CMCT, CPAA	
		5.2. Planifica adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado.	CMCT	
		5.3. Profundiza en la resolución de algunos problemas, planteando nuevas preguntas, generalizando la situación o los resultados, etc.	CMCT, CPAA, SIE	
	6. Practicar estrategias para la generación de investigaciones matemáticas, a partir de:	6.1. Generaliza y demuestra propiedades de contextos matemáticos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.	CMCT, CPAA	
	a) la resolución de un problema y la profundización posterior; b) la generalización de propiedades y leyes matemáticas; c) la profundización en algún momento de la historia de las matemáticas; concretando todo ello en contextos numéricos, algebraicos, geométricos,	6.2. Busca conexiones entre contextos de la realidad y del mundo de las matemáticas (la historia de la humanidad y la historia de las matemáticas; arte y matemáticas; tecnologías y matemáticas, ciencias experimentales y matemáticas, economía y matemáticas, etc.) y entre contextos matemáticos (numéricos y geométricos, geométricos y funcionales, geométricos y probabilísticos, discretos y continuos, finitos e	CEC	

documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.	funcionales, estadísticos o probabilísticos.	infinitos, etc.).		
	7. Elaborar un informe científico escrito que recoja el proceso de investigación realizado, con el rigor y la precisión adecuados.	7.1. Consulta las fuentes de información adecuadas al problema de investigación.		CD, CMCT, CPAA, CSC
		7.2. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto del problema de investigación.		CMCT, CCL
		7.3. Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.		CCL, CMCT
		7.4. Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema de investigación.		CD
		7.5. Transmite certeza y seguridad en la comunicación de la ideas, así como dominio del tema de investigación.		CMCT, SIE
		7.6. Reflexiona sobre el proceso de investigación y elabora conclusiones sobre el nivel de: a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos. Así mismo, plantea posibles continuaciones de la investigación; analiza los puntos fuertes y débiles del proceso y hace explícitas sus impresiones personales sobre la experiencia.		CMCT, CPAA, SIE
	8. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones de la realidad.	8.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.		CSC
		8.2. Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.		CSC, CEC
		8.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema		CMCT, CPAA, SIE

		o problemas dentro del campo de las matemáticas.	
		8.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.	CMCT, CSC, CEC
		8.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.	CMCT, SIE
	9. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.	9.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre los logros conseguidos, resultados mejorables, impresiones personales del proceso, etc.	CMCT, CPAA, SIE
	10. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.	10.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, etc.	CMCT, CPAA, SIE
		10.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.	CMCT, SIE, CPAA
		10.3. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; revisar de forma crítica los resultados encontrados; etc.	CPAA, CMCT, SIE
	11. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.	11.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y	CMCT, CPAA, SIE

		utilidad.	
	12. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, valorando su eficacia y aprendiendo de ellas para situaciones similares futuras.	12.1. Reflexiona sobre los procesos desarrollados, tomando conciencia de sus estructuras; valorando la potencia, sencillez y belleza de los métodos e ideas utilizados; aprendiendo de ello para situaciones futuras; etc.	CMCT, CPAA, CEC
	13. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.	13.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlo manualmente.	CD, CMCT
		13.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.	CD, CMCT
		13.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.	CD, CMCT
		13.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.	CD, CMCT, CEC
	14. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante	14.1. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, vídeo, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y lo comparte para su discusión o difusión.	CD, SIE, CMCT

	en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.	14.2. Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.	CD, SIE
		14.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.	CPAA, CMCT

II) Prueba escrita de Probabilidad y Estadística

A continuación, se muestra un ejemplo de una prueba escrita de las unidades didácticas tratadas, junto con los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables específicos que se utilizarán en cada una de las actividades.

- 1) En una cierta empresa se ha elaborado un informe sobre las actividades que realizan los empleados en su tiempo libre. Dicho análisis arroja, entre otros, los siguientes resultados: el 30% de los trabajadores practica algún deporte, el 25% dedica varias horas semanales a la lectura y únicamente el 10% tiene ambas aficiones.
 - a) Determina el porcentaje de trabajadores que solo practican deporte en sus ratos de ocio.
 - b) Calcula el porcentaje de empleados que ni leen ni realizan actividades deportivas.

Claramente, en esta actividad el alumnado deberá calcular probabilidades de sucesos a partir de la axiomática de Kolmogorov y deberá tener en cuenta los sucesos que forman el espacio muestral.

Tabla 19

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje utilizados en esta actividad

Criterios de evaluación específicos de las unidades didácticas:
1. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos en contextos relacionados con el mundo real. 3. Utilizar el vocabulario y la notación adecuados para la descripción de situaciones relacionadas con el azar.
Estándares aprendizaje evaluables específicos de las unidades didácticas:
1.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov. 1.2. Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral. 3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

- 2) Un test rápido sobre el contenido alcohólico en la sangre de un conductor, realizado por la policía en la carretera, es fiable en el 80% de las ocasiones. Los conductores que dan positivo son sometidos por un médico a un test más preciso, que nunca falla en un conductor sobrio, pero que tiene un 10% de error en los embriagados. Sabiendo que el 5% de los conductores detenidos por la policía está embriagado:
 - a) ¿Qué proporción de conductores detenidos será sometida a un segundo test?
 - b) Un conductor dio negativo en el segundo test. ¿Cuál es la probabilidad de que condujese con un contenido de alcohol en sangre mayor del legal?

Para esta actividad, es necesaria la utilización de los teoremas de la probabilidad total y de Bayes. Además, aparecerá una complicación añadida al comprender adecuadamente

el funcionamiento del doble test y al relacionarlo con la probabilidad a través del Teorema de Bayes.

Tabla 20

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje utilizados en esta actividad

Criterios de evaluación específicos de las unidades didácticas:
1. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos, así como a sucesos aleatorios condicionados, en contextos relacionados con el mundo real. 3. Utilizar el vocabulario y la notación adecuados para la descripción de situaciones relacionadas con el azar.
Estándares aprendizaje evaluables específicos de las unidades didácticas:
1.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov. 1.2. Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral. 1.3. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes. 3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

- 3) El departamento de control de calidad sabe que la producción de cierto artículo presenta una proporción de defectuosos del 5%. Si estos artículos se venden en cajas de 10 unidades, calcula la probabilidad de que una caja contenga:
- Ninguna unidad defectuosa.
 - Entre 2 y 4 unidades defectuosas.
 - ¿Cuál es el número más probable de unidades defectuosas por caja?

Esta actividad se centra en la identificación de la distribución binomial y el cálculo de probabilidades a partir de la función de probabilidad.

Tabla 21

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje utilizados en esta actividad

Criterios de evaluación específicos de las unidades didácticas:
2. Identificar los fenómenos que se pueden modelizar mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados. 3. Utilizar el vocabulario y la notación adecuados para la descripción de situaciones relacionadas con el azar.
Estándares aprendizaje evaluables específicos de las unidades didácticas:
2.1. Identifica fenómenos que se pueden modelizar mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica. 2.2. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad. 3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

- 4) A una prueba de acceso específica de una Universidad se han presentado 4446 aspirantes para 360 plazas. Una vez efectuados los exámenes, las calificaciones tienen una distribución Normal de media 7,34 y varianza 2,05. Calcula la nota de corte para los admitidos.

La importancia de esta actividad es el manejo de la distribución normal mediante la tipificación de la variable y su conexión con el entorno del alumnado.

Tabla 22

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje utilizados en esta actividad

Criterios de evaluación específicos de las unidades didácticas:
2. Identificar los fenómenos que se pueden modelizar mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.
3. Utilizar el vocabulario y la notación adecuados para la descripción de situaciones relacionadas con el azar.
Estándares aprendizaje evaluables específicos de las unidades didácticas:
2.3. Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico.
2.4. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que se pueden modelizar mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución.
3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

Referencias

- Ayoví Vanegas, M. A. (2017). *La enseñanza de las matemáticas basado en la resolución de problemas como fundamento del aprendizaje significativo de las funciones exponenciales* [Trabajo de fin de máster, Escuela Superior Politécnica del Litoral]. <https://www.dspace.espol.edu.ec/retrieve/98800/D-CD102526.pdf>
- Cerdeiriña del Tío, I. D. (2017). *Cine para la enseñanza de la Probabilidad y la Estadística* [Trabajo de fin de máster, Universidad de Cantabria]. Repositorio Abierto de la Universidad de Cantabria.
- Coma Ferrer, R., Durán Labrador, M. V., Muñoz Carenas, J., & Villar Pérez, J. M. (2020). *Orientaciones Didácticas de las Ciencias Experimentales para Alumnos con Discapacidad Visual* [Seminario de Especialistas de Ciencias-ONCE]. ONCE. Recuperado de <https://educacion.once.es/recursos-educativos>.
- DeSeCo. (2003). *Definición y selección de competencias*. OCDE.
- Díaz-Barriga Arceo, F., & Hernández Rojas, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. Mc Graw Hill.
- Espinoza Melo, C. C., & Sánchez Soto, I. R. (2014). Aprendizaje basado en problemas para enseñar y aprender estadística y probabilidad. *PARADIGMA* , 25(1), 103-128.
- Exámenes de Pau, 2015-2021. (s.f.). Recuperado el 1 de Junio de 2021, de <https://www.examenespau.com/files/examen/XO3tBI/>
- Fernández Benito, I., & Reyes Iglesias, M. E. (2019). *Periplo por la geometría de Valladolid*. Valladolid: Área de Cultura, Empleo y Bienestar social.
- Ferrer Monedero, F., & Montañana Gómez, R. (s.f.) *Manual básico de evaluación. Educación Primaria y Educación Secundaria*. Albacete: Dirección Provincial de Educación, Cultura y Deportes . <http://evalua.eu/docs/ManualEvaluacion.pdf>
- García Sevilla, J. (2008). *El aprendizaje basado en problemas en la enseñanza universitaria*. Universidad de Murcia, Servicio de Publicaciones.
- Gil Quintana, J., & Prieto Jurado, E. (2019). Juego y gamificación: Innovación educativa en una sociedad en continuo cambio. *Ensayos Pedagógicos*, 14(1), 91-121. <https://doi.org/10.15359/rep.14-1.5>
- Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 25-46.

- J.M. (11 de Octubre de 2020). Estadística para negacionistas (y III). *La Ciencia y sus Demonios*.
<https://lacienciaysusdemonios.com/2020/10/11/estadistica-para-negacionistas-y-iii/>
- Jiménez, J. (15 de Junio de 2019). Por qué la estadística es la gran asignatura del siglo XXI.
xataka. <https://www.xataka.com/otros/por-que-la-estadistica-es-la-gran-asignatura-del-siglo-xxi>
- Junta de Castilla y León. (s.f.). *Fichas-resumen de metodologías activas*.
<https://www.educa.jcyl.es/profesorado/es/formacion-profesorado/proyectos-relacionados-formacion-permanente-profesorado/inclusion-cambio-metodologico/documentacion/fichas-resumen-metodologias-activas>
- Martín Martín, R. (2020). *Metodología de aprendizaje basado en problemas para matemáticas en educación secundaria* [Trabajo de fin de máster, Universidad Politécnica de Madrid]. Archivo Digital UPM.
- Martínez Mediano, J. M. (s.f.). *MATEMÁTICAS II (BACHILLERATO DE CIENCIAS)*.
 Recuperado el 20 de mayo de 2021 de:
<https://static1.squarespace.com/static/526e85b4e4b09c47421bd159/t/5d45c1db46f3930001ee1c5e/1564852701522/T12ESPROBPR+Probabilidad+Problemas+resueltos.pdf>
- Martínez Mediano, J. M. (s.f.). *MATEMÁTICAS II (BACHILLERATO DE CIENCIAS)*.
 Recuperado el 29 de Mayo de 2021 de:
<https://static1.squarespace.com/static/526e85b4e4b09c47421bd159/t/5d2df017a9c3a60001beb74a/1563291673840/T13ESDISTPR+Distribuciones+de+Probabilidad+Problemas+19.pdf>
- Miranda, D. (2015). Matemáticas II. 2º Bachillerato. Capítulo 11: Probabilidad y combinatoria. En Marea Verde, *Matemáticas II. 2ª de Bachillerato* (pp. 411-469). Textos Marea Verde.
- Navas, A. (2017). *Un viaje a las ideas. 33 historias matemáticas asombrosas*. Planeta.
- Pérez, J., Jimeno, J. L., & Cerdá, E. (2013). *Teoría de Juegos*. IBERGARCETA PUBLICACIONES.
- Pérez-Tyteca, P., J., M., & Castro, E. (2013). Afecto y matemáticas. Diseño de una entrevista para acceder a los sentimientos de alumnos adolescentes. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 4, 65-82.
- Polya, G. (1945). *How To Solve It*. Princeton University Press.
- Rodríguez Galindo, V. (2014). *Medidas de atención a la diversidad para el alumnado con discapacidad visual. Respuesta a sus necesidades en la etapa de la educación secundaria* [Trabajo de fin de máster, Universidad de Cantabria].
<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/5517/RodriguezGalindoVictor.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 44-50.

- Sorando Muzás, J. M. (s.f.). ¿Gazapo o engaño? *Matemáticas en tu mundo*.
https://matematicasentumundo.es/SOCIEDAD/sociedad_gazapo_enga%C3%B1o.htm
- Tudelo Serrano, Á. (2018). *El Dilema del Prisionero en la Teoría de Juegos* [Trabajo de fin de grado, Universidad de Valladolid]. Repositorio Documental-Universidad de Valladolid.
- Viles Diez, E., Zárraga- Rodríguez, M., & Jaca García, C. (2013). Herramienta para evaluar el funcionamiento de los equipos de trabajo en entornos docentes. *Intangible Capital*, 9(1), 281-304.
- Zúñiga Topete, J. A., Zúñiga Topete, E., & Zúñiga Topete, H. I. (2017). *Matemáticas II: serie basada en competencias y valores*. IURE editores.

Legislación

- Orden ECD/65/2015 [Ministerio de Educación, Cultura y Deporte]. Por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. 21 de enero.
<https://www.boe.es/eli/es/o/2015/01/21/ecd65>
- ORDEN EDU/363 de 2015 [Consejería de Educación]. Por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León. 4 de mayo de 2015. <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/orden-edu-363-2015-4-mayo-establece-curriculo-regula-implan>
- Real Decreto 1105/2014 [Ministerio de Educación, Cultura y Deporte]. Por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. 3 de Enero de 2015. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2014/12/26/1105>