



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Física

**Estudio del Electromagnetismo en el rango
de Radiofrecuencia para las Ciencias de la Salud**

Autora: Lucía Echevarría Pastrana

Tutor/es: Carlos Torres Cabrera

Índice

1. Introducción	3
2. Propagación de ondas EM de radiofrecuencia en dieléctricos con pérdidas	5
2.1. Ondas planas	5
2.2. Ondas planas EM en dieléctricos con pérdidas	5
2.3. Condiciones de contorno	8
2.4. Transmisión y reflexión en incidencia sobre un medio dieléctrico con pérdidas	9
3. Caracterización de las propiedades electromagnéticas de tejidos biológicos	16
3.1. Medida de la permitividad relativa y conductividad efectiva de los materiales	16
3.1.1. Descripción del método	16
3.1.2. Material experimental y procedimiento	16
3.1.3. Permitividad en función de la frecuencia	20
3.1.4. Resultados obtenidos	21
4. Modelización del cuerpo humano	23
4.1. Campos y equipamiento utilizados	23
4.2. Obtención de la señal	25
4.3. Modelos 3D del cuerpo humano	31
5. Modelización matemática de la interacción EM en el cuerpo humano	35
5.1. Principios del método FDTD	35
5.2. Caracterización dieléctrica de voxels por medio de MRI	39
5.3. Base de datos de modelos de voxels	41
5.3.1. Modelo de NORMAN	41
5.3.2. Otros modelos	42
5.4. Phantom models	43
6. Dosimetría	45
6.1. Efecto de resonancia en el cuerpo humano	46
6.2. Modelización FDTD del SAR	47
6.3. Relación entre el SAR y el incremento de temperatura	50
6.4. Regulaciones de exposición a campos EM	52
7. Campos EM de radiofrecuencia en la vida cotidiana	54
8. Conclusiones	59

Resumen

El principal objetivo de este TFG será el de crear un nexo de unión entre la disciplina de Electromagnetismo, dentro de la Física, y el mundo de la Medicina. Se realizarán a lo largo del documento todos los pasos pertinentes para el estudio de la propagación de las ondas electromagnéticas en los tejidos biológicos, así como sus consecuencias en la salud humana. Para poder empezar con el análisis será necesaria una caracterización de las propiedades electromagnéticas de los tejidos, seguida de una modelización del cuerpo humano para conocer la estructura y disposición de los órganos dentro del cuerpo. Una vez conocida la morfología de los cuerpos a estudiar pasaremos a tratar las formas de simulación numérica básicas de los campos electromagnéticos en ellos. Como parte final del escrito y para terminar con el estudio general, trataremos uno de los temas que más conciernen a la hora de exponer humanos a estos campos: la dosimetría. Estableceremos los límites a estas radiaciones y estudiaremos la implantación de estos campos en nuestra vida cotidiana.

Abstract

The main objective of this TFG will be to create a link between the discipline of Electromagnetism, within Physics, and the world of Medicine. All the relevant steps for the study of the propagation of electromagnetic waves in biological tissues, as well as their consequences on human health, will be carried out throughout the document. In order to start with the analysis, a characterization of the electromagnetic properties of the tissues will be necessary, followed by a modelling of the human body to know the structure and arrangement of the organs within the body. Once the morphology of the bodies to be studied is known, we will proceed to deal with the basic numerical simulation forms of the electromagnetic fields in them. As a final part of the writing and to finish with the general study, we will deal with one of the topics that most concern when exposing humans to these fields: dosimetry. We will establish the limits to these radiations, and we will study the implantation of these fields in our daily lives.

1. Introducción

La física moderna comienza en 1864, año en el que James Clerk Maxwell, matemático, físico y astrónomo británico, publica “Una teoría del campo electromagnético” (*A dynamical theory of the electromagnetic field*) [1]. En el artículo se dan a conocer por primera vez las que hoy entenderemos como las cuatro ecuaciones fundamentales del Electromagnetismo.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

La primera de ellas es la Ley eléctrica de Gauss, que señala a las cargas como fuentes del campo eléctrico. La segunda, la Ley magnética de Gauss, nos indica que las líneas de campo magnético son cerradas. Por otro lado, la Ley de Faraday forja la relación entre los campos eléctricos y la velocidad de cambio de los campos magnéticos. Ya por último, se dará cuenta de la relación existente entre los campos magnéticos y las corrientes eléctricas en la Ley de Ampère. Las ecuaciones de Maxwell no solo fueron ampliamente extendidas y aceptadas por el enorme avance que suponían al sentar las bases del Electromagnetismo, sino por su innegable belleza. Y es que, las mejores teorías físicas deben ser bonitas en el lenguaje matemático. La búsqueda de esa belleza ha sido la fuente de inspiración para muchos científicos.

En este tratado, que constituye un hito en la historia de la ciencia, se mostraba también un estudio sobre la luz, relacionada con los fenómenos eléctricos y magnéticos, permitiendo desarrollar la teoría de las ondas electromagnéticas. Con ella se explicará el comportamiento de dichas ondas, entendidas como la combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes que se propagan a través del espacio, cómo se desplazan y cómo interactúan en los diferentes medios.

El estudio de la interacción de los campos eléctricos y magnéticos con el cuerpo humano da lugar a un nuevo campo de la Física, el Bioelectromagnetismo. Con el desarrollo industrial producido en los últimos siglos se ha implantado en nuestro entorno tecnologías que emiten radiación electromagnética: teléfonos móviles, redes inalámbricas, radares, líneas eléctricas y un largo etcétera. La exposición a este tipo de radiación por parte de los humanos pone de manifiesto el creciente interés por estudiar cómo pueden afectar estos a los seres humanos, cómo interaccionan dichos campos con nuestros tejidos y si suponen algún tipo de peligro para la salud. Además, las posibles alteraciones que estas radiaciones produzcan en nuestro organismo podrán ser estudiadas con fines científicos y terapéuticos. Para poder empezar con dicho estudio, deberemos distinguir entre dos tipos de radiaciones, en función de las frecuencias que presenten. Diferenciaremos entre radiaciones ionizantes, que son las que se encuentran en la zona del

espectro de frecuencias más altas, con energías suficientes como para arrancar electrones de los átomos y las no ionizantes, con frecuencias y energías más bajas.

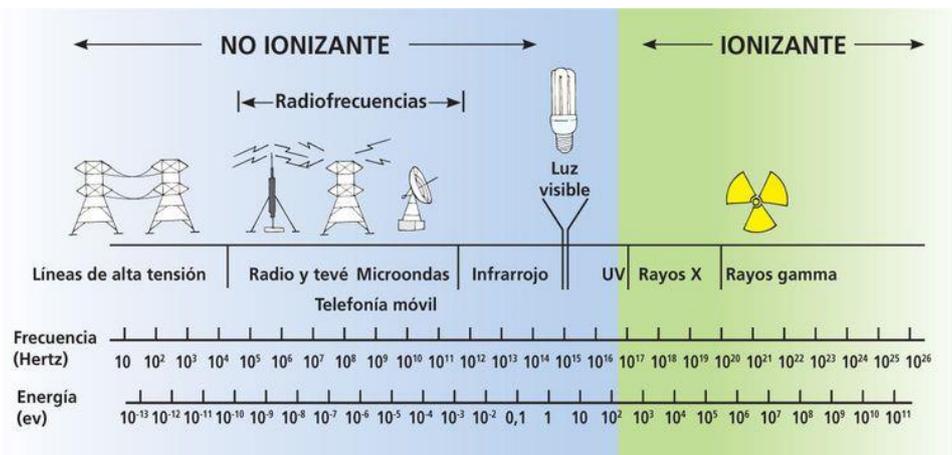


FIGURA 1. ESPECTRO DE FRECUENCIAS

Nos centraremos en una región de frecuencias concreta dentro de la radiación no ionizante: Las radiofrecuencias, comprendidas entre frecuencias de 1 KHz y 300 GHz. En esta sección la longitud de onda será de un tamaño comparable al de los objetos con los que pueden interactuar y por ello se deberá utilizar la denominada *Teoría de microondas* para su estudio.

La mayor dificultad a la hora de intentar evaluar cómo se propagan los campos electromagnéticos en el cuerpo humano se dará en la complejidad de los cálculos debida, entre muchas otras cosas, a la heterogeneidad de los tejidos y variación de los campos en el tiempo. Más adelante, mostraremos las técnicas numéricas más extendidas para realizar estos laboriosos cálculos. De momento, comenzaremos nuestro estudio con una aproximación a ondas planas de los campos electromagnéticos. Aunque poco realista, esto nos permitirá entender el estudio y sentar las bases en la propagación de ondas electromagnéticas en los tejidos biológicos.

2. Propagación de ondas EM de radiofrecuencia en dieléctricos con pérdidas

2.1. Ondas planas

El método para dar soluciones a las ecuaciones de Maxwell, que satisfagan una determinadas condiciones y describan el campo electromagnético, no siempre es intentar resolver directamente dichas ecuaciones. En la práctica, se propondrá una solución práctica que describa de la manera más adecuada la onda electromagnética [2]. En esta sección, y a lo largo de todo el documento, describiremos el campo EM como una **onda plana**.

Se trata de una onda de frecuencia constante cuyos frentes de onda son perpendiculares al vector director \vec{k} (solo se traslada en una dimensión), es decir, los campos eléctrico \vec{E} , magnético \vec{B} y el vector director \vec{k} son perpendiculares entre sí.

2.2. Ondas planas EM en dieléctricos con pérdidas

Volveremos a recordar las ecuaciones de Maxwell:

En el dominio del tiempo	En el dominio de la frecuencia
$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ (1.a)	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ (1.b)
$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ (2.a)	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ (2.b)
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (3.a)	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega \vec{B}$ (3.b)
$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \left(\vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ (4.a)	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu (\vec{J} + j\omega \epsilon \vec{E})$ (4.b)

Estudiaremos la ecuación de las ondas EM planas en un medio dieléctrico con pérdidas [3], esto quiere decir que tendremos una permitividad compleja $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ y una conductividad $\sigma \neq 0$. Las pérdidas en el material se darán tanto por la existencia de un número considerable de cargas libres (pérdidas óhmicas), así como por mecanismo de amortiguamiento de vibraciones (pérdida por amortiguamiento) debido a la oposición mostrada por cargas ligadas a mantener su frecuencia en fase con el campo aplicado [4]. Por otra parte, el cuerpo humano es tan débilmente magnético que podremos asumir que la permeabilidad magnética en los tejidos es similar a la del vacío y no produce pérdidas $\mu \approx \mu_0$ [5]. Los efectos magnéticos solo se pondrán de manifiesto cuando tratemos con campos muy intensos, como los utilizados en resonancia magnética, de los cuales hablaremos en el *apartado 4*.

Partiendo de las ecuaciones (3.a) y (4.a) podemos estudiar el rotacional de ambos campos. Si aplicamos de nuevo un rotacional sobre estas expresiones obtendremos:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(-\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \cdot \vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (5)$$

La primera parte de la ecuación se puede reescribir utilizando identidades vectoriales, de forma que:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (6)$$

Ahora, con el campo magnético operamos de forma análoga

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \times \left(\sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (7)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} = \sigma \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} + \varepsilon \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (8)$$

Obteniendo, para el campo magnético una expresión similar que para el eléctrico

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (9)$$

Estas ecuaciones las podremos transformar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, donde nos será mucho más cómodo operar:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = j\sigma(j\omega \vec{E}) + \mu \varepsilon (j\omega)^2 \vec{E} = j\omega \mu (\sigma + j\omega \varepsilon) \vec{E} \quad (10)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} = j\sigma(j\omega \vec{H}) + \mu \varepsilon (j\omega)^2 \vec{H} = j\omega \mu (\sigma + j\omega \varepsilon) \vec{H} \quad (11)$$

En la parte derecha de las ecuaciones podremos observar un término que multiplica a los campos \vec{E} y \vec{H} , respectivamente. Este término depende de la frecuencia, así como de las características propias del medio de propagación de la onda (permitividad, permeabilidad y conductividad). Esta es la constante de propagación del medio γ , de forma que:

$$\gamma^2 = j\omega \mu (\sigma + j\omega \varepsilon) \quad (12)$$

Es decir $\gamma = \sqrt{j\omega \mu (\sigma + j\omega \varepsilon)}$ será un parámetro con parte real y parte imaginaria $\gamma = \alpha + j\beta = j\omega \sqrt{\mu \varepsilon} \sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}}$ donde α es la constante de atenuación y β la constante de fase.

Al término del paréntesis lo definiremos como una nueva permitividad, que engloba las pérdidas óhmicas y de amortiguamiento ya mencionadas [4]:

$$\varepsilon^* = \sigma + j\omega\varepsilon \quad (13)$$

Obtenemos las siguientes ecuaciones para una onda EM plana:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 \vec{E} &= \gamma^2 \vec{E} \\ \vec{\nabla}^2 \vec{H} &= \gamma^2 \vec{H} \end{aligned} \quad (14)$$

Podemos observar que hemos deducido la ecuación de Helmholtz para medios dieléctricos con pérdidas, en el que el número de onda pasa de ser un valor real k a uno complejo k_c que se define como

$$\gamma = jk_c \quad (15)$$

Pudiendo escribir ya las **ecuaciones homogéneas de Helmholtz**:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 \vec{E} + k_c^2 \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla}^2 \vec{H} + k_c^2 \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Una vez entendidas las ecuaciones de propagación de ondas EM en medios dieléctricos con pérdidas pasaremos a analizar el caso particular de las **ondas planas EM** en dichos medios. Vamos a considerar una dirección de propagación a lo largo del eje Z (vector director unitario \hat{u}_z) y un campo eléctrico linealmente polarizado en la dirección del eje X (vector director unitario \hat{u}_x). Partiendo de la ecuación del campo eléctrico en ondas EM (14), podremos observar que solo el término $\partial^2/\partial z^2$ participará (el resto se hacen nulos) y nos quedamos con la ecuación:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \gamma^2 E_x = 0 \quad (17)$$

cuyas soluciones son de la forma

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} + E^- e^{\gamma z} = E^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + E^- e^{\alpha z} e^{j\beta z} \quad (18)$$

De igual forma operamos con el campo magnético

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \gamma^2 H_y = 0 \quad (19)$$

$$H_y(z) = H^+ e^{-\gamma z} + H^- e^{\gamma z} = H^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + H^- e^{\alpha z} e^{j\beta z} \quad (20)$$

La relación entre las constantes E^+, H^+ y E^-, H^- se denomina impedancia característica del medio y viene definida como

$$\frac{E^+}{H^+} = \eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad \frac{E^-}{H^-} = -\eta = -\frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad (21)$$

Con esta relación podremos eliminar las constantes H^+, H^- y poner el campo magnético en función del eléctrico, obteniendo

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} - E^- e^{\gamma z} \quad (22)$$

$$H_y(z) = \frac{1}{\eta} (E^+ e^{-\gamma z} - E^- e^{\gamma z}) \quad (23)$$

Tanto los términos E^+ y E^- como η son números complejos y en forma fasorial presentan un desfase característico, que afectará a la fase los campos. Se producirá por tanto un desfase entre el campo eléctrico y magnético θ_n :

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} e^{j\theta^+} - E^- e^{\gamma z} e^{j\theta^-} \quad (24)$$

$$H_y(z) = \frac{1}{\eta} (E^+ e^{-\gamma z} e^{j\theta^+} e^{j\theta_n} - E^- e^{\gamma z} e^{j\theta^-} e^{j\theta_n}) \quad (25)$$

Simplemente cogiendo la parte real de estas dos últimas ecuaciones podremos obtener los campos en el dominio del tiempo[3]:

$$E_x(z) = E^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \theta^+) + E^- e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \theta^-) \quad (26)$$

$$H_y(z) = \frac{E^+}{\eta} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \theta^+ - \theta_n) + \frac{E^-}{\eta} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \theta^- - \theta_n) \quad (27)$$

2.3. Condiciones de contorno

Para el estudio de los campos EM en la superficie que separa dos medios, el primero aire y el segundo un material dieléctrico con $\sigma \neq 0$, deberemos estudiar las condiciones de frontera de los vectores de campo [6]. Se aplicarán las ecuaciones de Maxwell (1-4) en su forma integral y se restringirán a una pequeña región en la superficie de ambos medios [4].

Para las componentes normales se utiliza la forma integral de la divergencia de los campos eléctrico y magnético a un cilindro de altura despreciable cuya base inferior está en el medio 1 y base superior en el medio 2.

De la ley de Gauss para el campo eléctrico en forma integral

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V \rho \, dv \quad (28)$$

obtenemos la condición de contorno normal para el campo eléctrico

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (29)$$

Y de la ley de Gauss para el campo magnético

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (30)$$

obtenemos

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (31)$$

Para las componentes tangenciales aplicaremos la forma integral de la ecuación del rotacional a una trayectoria cerrada y plana en la frontera. En el caso del campo eléctrico

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (32)$$

Se obtendrá la condición de frontera tangencial para el campo eléctrico

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (33)$$

Utilizaremos un argumento similar para obtener la relación de componentes tangenciales a la superficie del campo magnético

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} \quad (34)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{j}_s \quad (35)$$

2.4. Transmisión y reflexión en incidencia sobre un medio dieléctrico con pérdidas

Como ya vimos en la *sección 2.2*, los campos eléctrico y magnético que obteníamos eran la suma de 2 ondas, una que se mueve en la dirección +z y otra en la dirección -z. Serán por tanto la suma de una onda incidente y una reflejada y, reescribiendo las ecuaciones (26) Y (27):

$$\vec{E} = [E_i e^{-\gamma z} + E_r e^{\gamma z}] \hat{u}_x \quad (36)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} [E_i e^{-\gamma z} + E_r e^{\gamma z}] \hat{u}_y \quad (37)$$

Para estudiar las ondas planas al pasar de un medio caracterizado por ϵ_1 , η_1 y σ_1 hasta otro con ϵ_2 , η_2 y σ_2 cuya superficie de separación es S [7] podemos distinguir dos casos:

- La superficie S es infinita y observaremos una onda incidente, otra reflejada y otra transmitida.
- La superficie es del orden de la longitud de onda λ y trataremos con un fenómeno de difracción.

Así mismo, según el ángulo que forme el vector de propagación de la onda plana \vec{k} con el vector normal a la superficie \hat{n} podremos tener dos tipos de incidencias: incidencia normal y oblicua. A continuación estudiaremos los dos casos.

Incidencia normal

Se da cuando \vec{k} y \hat{n} forman un ángulo de 0 grados. En este caso la onda que hacemos incidir sobre la superficie tendrá las componentes de los campos:

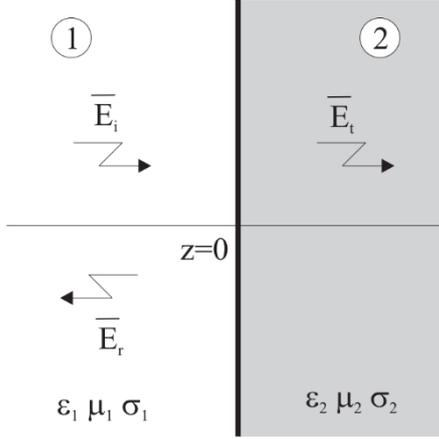


FIGURA 2. INCIDENCIA NORMAL

$$\vec{E}_i = E_0 e^{-\gamma_1 z} \hat{u}_x \quad (38)$$

$$\vec{H}_i = \frac{E_0}{\eta_1} e^{-\gamma_1 z} \hat{u}_y \quad (39)$$

Definiremos una onda reflejada y otra transmitida

$$\vec{E}_r = E_0 \Gamma e^{-\gamma_1 z} \hat{u}_x \quad (40)$$

$$\vec{H}_r = -\frac{E_0}{\eta_1} \Gamma e^{-\gamma_1 z} \hat{u}_y \quad (41)$$

$$\vec{E}_t = E_0 T e^{-\gamma_2 z} \hat{u}_x \quad (42)$$

$$\vec{H}_t = -\frac{E_0}{\eta_2} T e^{-\gamma_2 z} \hat{u}_y \quad (43)$$

Como podemos observar, la onda transmitida presenta una constante de propagación γ_2 , diferente que las ondas incidente y reflejada γ_1 . Como el primer medio será el aire, medio sin pérdidas ($\sigma_1 = 0$), la constante de propagación será:

$$\gamma_1 = j\beta_1 = jk_0 \sqrt{\mu_{r1} \epsilon_{r1}} = jk_0 \quad (44)$$

Siendo además $\eta_1 = \frac{j\omega\mu_1}{\gamma_1} = \frac{jck_0\mu_0}{\gamma_1} = c\mu_0$ un número real. El medio 2, esta vez con pérdidas

($\sigma_2 \neq 0$), sí que presentará una impedancia intrínseca compleja $\eta_2 = \frac{j\omega\mu_2}{\gamma_2} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1-j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}}$

Hemos introducido dos nuevos coeficientes, el coeficiente de reflexión Γ y el coeficiente de transmisión T . En el caso de incidencia normal, las componentes tangenciales a la superficie de los campos eléctrico y magnético corresponden a todo el campo. Utilizando las condiciones de contorno, que nos imponen que dichas componentes han de ser iguales en $z=0$ obtenemos:

$$E_0 e^{-\gamma_1 z} + E_0 \Gamma e^{-\gamma_1 z} = E_0 T e^{-\gamma_2 z} \quad (45)$$

$$\frac{E_0}{\eta_1} e^{-\gamma_1 z} + \frac{E_0}{\eta_1} \Gamma e^{-\gamma_1 z} = \frac{E_0}{\eta_2} T e^{-\gamma_2 z} \quad (46)$$

Dividiendo una ecuación entre la otra obtenemos el valor del coeficiente de reflexión:

$$\frac{E_0 e^{-\gamma_1 z} (1 + \Gamma)}{\frac{E_0}{\eta_1} e^{-\gamma_1 z} (1 - \Gamma)} = \frac{E_0 T e^{-\gamma_2 z}}{\frac{E_0}{\eta_2} T e^{-\gamma_2 z}} \quad (47)$$

$$\eta_1 \frac{(1 + \Gamma)}{(1 - \Gamma)} = \eta_2 \quad (48)$$

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_1 + \eta_2} \quad (49)$$

De forma similar calculamos el coeficiente de transmisión:

$$T = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \quad (50)$$

Ambos coeficientes incluyen tanto un término real como uno imaginario debido a que la impedancia característica del segundo medio η_2 es un número complejo (dieléctrico con pérdidas). Por ello, los coeficientes no solo introducirán un cambio en las magnitudes de los campos sino que también incluirán un cambio de fase.

Definiremos los dos parámetros complejos:

- ❖ $\hat{\Gamma}$: Coeficiente de reflexión del campo eléctrico. Se compone de una magnitud y una fase.

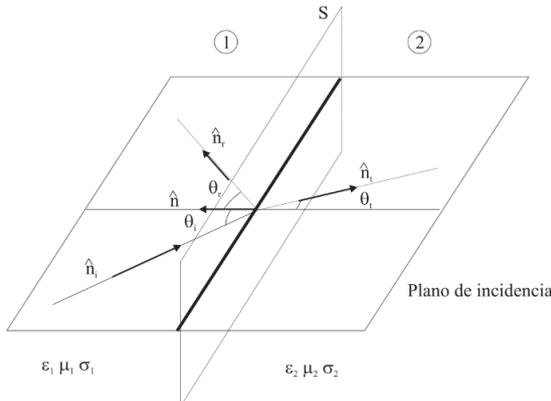
$$\hat{\Gamma} = \frac{\hat{\eta}_2 - \hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_1 + \hat{\eta}_2} = \Gamma \angle \theta_r \quad (51)$$

- ❖ \hat{T} : Coeficiente de transmisión del campo eléctrico. Se compone de magnitud y fase.

$$\hat{T} = \frac{2\hat{\eta}_2}{\hat{\eta}_1 + \hat{\eta}_2} = T \angle \theta_t \quad (52)$$

Incidencia oblicua

En este caso la dirección de propagación de la onda plana forma cierto ángulo con la perpendicular de la superficie. Al igual que con la incidencia normal postulamos la existencia de 3 ondas:



La incidente:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_0 e^{-\gamma_1 \vec{n}_i \vec{r}} \quad (53)$$

$$\vec{H}_i = \frac{1}{\eta_1} \vec{n}_i \times \vec{E}_i \quad (54)$$

La reflejada y transmitida:

$$\vec{E}_r = \vec{E}_2 e^{-\gamma_1 \vec{n}_r \vec{r}} \quad (55)$$

FIGURA 3. INCIDENCIA OBLICUA

$$\vec{H}_r = \frac{1}{\eta_1} \vec{n}_r \times \vec{E}_r \quad (56)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 e^{-\gamma_2 \vec{n}_t \vec{r}} \quad (57)$$

$$\vec{H}_t = \frac{1}{\eta_2} \vec{n}_t \times \vec{E}_t \quad (58)$$

Como la orientación de \vec{E}_i es arbitraria distinguiremos dos casos: \vec{E}_i paralela y perpendicular al plano de incidencia. Con el estudio de estos dos casos podremos estudiar cualquier campo pues podremos descomponerlo en

$$\vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp} \quad (59)$$

o Polarización paralela al plano de incidencia $\vec{E}_i = \vec{E}_{\parallel}$

El plano de incidencia es el plano XZ, por lo que el campo eléctrico solo podrá tener esas 2 componentes. Por otra parte, el campo magnético, perpendicular al vector de propagación y al campo eléctrico, solo tendrá componente Y.

$$\vec{E}_i = E_0 (\cos \theta_i \hat{u}_x - \sin \theta_i \hat{u}_z) e^{-j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} (x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (60)$$

$$\vec{H}_i = \frac{E_0}{\eta_1} \hat{u}_y e^{-j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} (x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (61)$$

Donde $\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = k_1$ es la constante de propagación del medio 1 (el vacío) y $\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ es la impedancia, de nuevo en el vacío. De la misma forma también describiremos las ondas reflejada y transmitida en función de los coeficientes de reflexión y trasmisión:

$$\vec{E}_r = E_0 \Gamma (\cos \theta_i \hat{u}_x + \sin \theta_i \hat{u}_z) e^{-j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} (x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)} \quad (62)$$

$$\vec{H}_r = -\frac{E_0}{\eta_1} \Gamma \hat{u}_y e^{-j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} (x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)} \quad (63)$$

$$\vec{E}_t = E_0 T (\cos \theta_i \hat{u}_x + \sin \theta_i \hat{u}_z) e^{-j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} \sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon}} (x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)} \quad (64)$$

$$\vec{H}_t = \frac{E_0}{\eta_2} T \hat{u}_y e^{-j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon}} (x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (65)$$

Nos fijamos en que en la onda transmitida tenemos que cambiarla constante de propagación a la k_2 y la impedancia del medio correspondiente (nuestro dieléctrico con pérdidas). Los ángulos de reflexión y transmisión son desconocidos, solo sabemos el ángulo con el que incide la onda plana sobre la superficie. Para hallarlos hacemos uso de las Leyes de Snell.

Leyes de Snell

Los exponentes de las ondas deben ser iguales a ambos lados de la superficie, lo que conlleva que todos los vectores de propagación han de estar en el mismo plano, será el llamado *plano de incidencia*.

- 1ª Ley de Snell

$$\sin \theta_i = \sin \theta_r \rightarrow \theta_i = \theta_r \quad (66)$$

- 2ª Ley de Snell

$$\gamma_1 \sin \theta_r = \gamma_2 \cos \theta_t \quad (67)$$

Para calcular los coeficientes de reflexión y transmisión debemos estudiar las condiciones de contorno, en concreto la continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético, es decir, E_x y H_y en $z=0$. Obtenemos por tanto las relaciones

$$\cos \theta_i e^{-jk_1 x \sin \theta_i} + \Gamma \cos \theta_r e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = T \cos \theta_t e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (68)$$

$$\frac{1}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_i} - \Gamma \frac{1}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_i} = \frac{T}{\eta_2} e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (69)$$

Utilizando las relaciones de Snell podremos obtener los coeficientes de reflexión y transmisión en función del ángulo de incidencia, el ángulo de transmisión y las impedancias de ambos medios. Dividimos las dos relaciones y obtenemos:

$$\frac{\cos \theta_i (1 + \Gamma) e^{-jk_1 x \sin \theta_i}}{\frac{1}{\eta_1} (1 - \Gamma) e^{-jk_1 x \sin \theta_i}} = \frac{T \cos \theta_t e^{-jk_2 x \sin \theta_t}}{\frac{T}{\eta_2} e^{-jk_2 x \sin \theta_t}} \quad (70)$$

$$\eta_1 \cos \theta_i \frac{(1 + \Gamma)}{(1 - \Gamma)} = \eta_2 \cos \theta_t \quad (71)$$

Y despejando, obtenemos el coeficiente de reflexión

$$\Gamma = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \quad (72)$$

Y el coeficiente de transmisión

$$T = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (73)$$

- Polarización perpendicular al plano de incidencia $\vec{E}_i = E_{\perp}$

En este caso el campo eléctrico solo tendrá componente en el eje Y y el campo magnético se encontrará en el plano XZ (el plano de incidencia). Los campos incidentes, reflejados y transmitidos serán:

$$\vec{E}_i = E_0 e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}(x \sin\theta_i + z \cos\theta_i)} \hat{u}_y \quad (74)$$

$$\vec{H}_i = \frac{E_0}{\eta_1} (-\cos\theta_i \hat{u}_x + \sin\theta_i \hat{u}_z) e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}(x \sin\theta_i + z \cos\theta_i)} \quad (75)$$

$$\vec{E}_r = E_0 \Gamma e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}(x \sin\theta_r - z \cos\theta_r)} \hat{u}_y \quad (76)$$

$$\vec{H}_r = \frac{E_0}{\eta_1} \Gamma (\cos\theta_r \hat{u}_x + \sin\theta_r \hat{u}_z) e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}(x \sin\theta_r - z \cos\theta_r)} \quad (77)$$

$$\vec{E}_t = E_0 T e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\sqrt{1-j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}(x \sin\theta_t + z \cos\theta_t)} \hat{u}_y \quad (78)$$

$$\vec{H}_t = \frac{E_0}{\eta_2} T (-\cos\theta_t \hat{u}_x + \sin\theta_t \hat{u}_z) e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\sqrt{1-j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}(x \sin\theta_t + z \cos\theta_t)} \quad (79)$$

De nuevo deberemos igualar las componentes tangenciales de los campos en la superficie y, utilizando de nuevo las leyes de Snell, daremos con los nuevos coeficientes de reflexión y transmisión para el caso de polarización perpendicular:

$$\Gamma = \frac{\eta_2 \cos\theta_i - \eta_1 \cos\theta_t}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t} \quad (80)$$

$$T = \frac{2 \eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t} \quad (81)$$

Una vez que hemos hallado los coeficientes de transmisión y reflexión podemos representar su dependencia con el ángulo de incidencia θ_i . Representaremos 2 situaciones, la primera de ellas donde la impedancia intrínseca del medio 2 es el doble que la del medio 1 ($\eta_2 > \eta_1$) y la segunda con una impedancia del medio 1 el doble que la del medio 2 ($\eta_1 > \eta_2$).

- Ángulo de Brewster

En el caso de la polarización paralela habrá un ángulo para el que $\Gamma = 0$ que denominaremos ángulo de Brewster:

$$\theta_b = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_1/\varepsilon_2}}$$

No encontraremos este ángulo para el caso de polarización perpendicular.

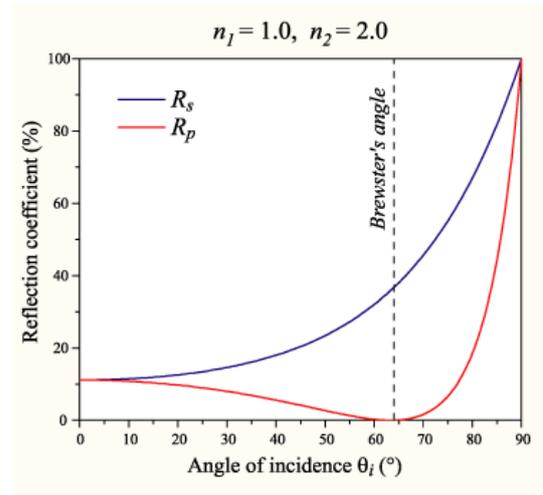
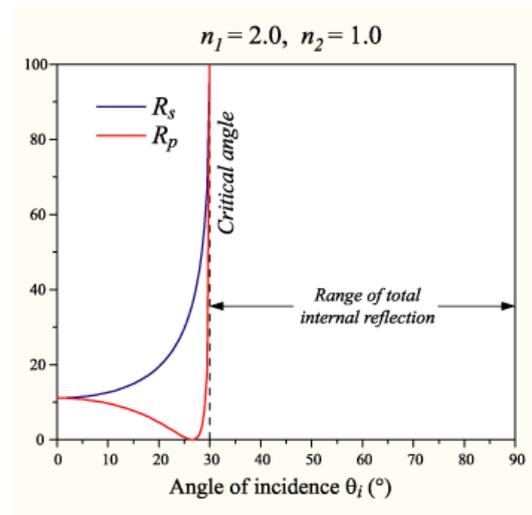


FIGURA 4. COEFICIENTE DE REFLEXIÓN CON $\eta_2 > \eta_1$

- Ángulo crítico

Tanto para el caso de polarización paralela como perpendicular encontraremos un ángulo en el que se produce la reflexión total siempre y cuando $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. Este ángulo se denominará ángulo crítico:

$$\theta_c = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$



3. Caracterización de las propiedades electromagnéticas de tejidos biológicos

Para poder estudiar el comportamiento de los campos EM en el cuerpo humano hemos de caracterizar los tipos de materiales que lo componen. En el caso de los tejidos biológicos nos encontraremos con materiales dieléctricos que presentan pérdidas de energía, esto quiere decir que su conductividad $\sigma \neq 0$. Por tanto, las ondas electromagnéticas que atraviesen dichos materiales se verán afectadas y depositarán parte de su energía en él, lo que conllevará un aumento de temperatura en el material.[5]

Para comenzar el estudio de la pérdida de energía en los materiales retrocederemos a la Ley de Ampère:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (82)$$

En el dominio de la frecuencia se transformará en $\left(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega\right)$ [8]

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_c + j\omega\vec{D} = \vec{J}_c + j\omega\varepsilon\vec{E}$$

Donde \vec{J}_c es la corriente de conducción $\vec{J}_c = \sigma_c\vec{E}$, siendo σ_c la conductividad que representa la movilidad de los electrones libres en el material, j es la unidad imaginaria $j = \sqrt{-1}$ y ε la permitividad. Si cambiamos la inducción magnética \vec{H} por el campo magnético \vec{B} obtendremos la ley de Ampère en términos de las características de nuestro material:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu(\sigma_c\vec{E} + j\omega\varepsilon\vec{E}) \quad (83)$$

Será el estudio de la permitividad, la conductividad y la permeabilidad de nuestros materiales lo que nos permitirá entender la propagación de las ondas EM en los tejidos biológicos.

- **Permitividad compleja relativa**

Para un dieléctrico ideal la permitividad es real pero en la práctica, para cualquier dieléctrico, su permitividad también tiene parte imaginaria, que da cuenta de las pérdidas energéticas.

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (84)$$

Como nos resultará más fácil evitar las unidades de permitividad, trabajaremos a partir de ahora con la permitividad relativa:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0}\right) - j\left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_0}\right) = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' \quad (85)$$

ε_r' es la parte real, relacionada con el valor de campo que tiene dentro del material con el que tendría en ausencia de medio, mientras que ε_r'' es la parte imaginaria, relacionada con la pérdida de energía en el medio. ε_r se suele expresar en su forma vectorial, de forma que entre las partes real e imaginaria haya 90° de diferencia de fase. A su vez, la parte imaginaria se encontrará en

fase con el campo eléctrico aplicado, por lo que la parte real también estará a 90° del campo. En la Figura 1 se ven esquematizadas las dos componentes y su suma vectorial (ϵ_r), que formará un ángulo δ con el eje real. La tangente de este ángulo $\tan\delta = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}$ será un factor muy importante a la hora de caracterizar dieléctricos. [9]

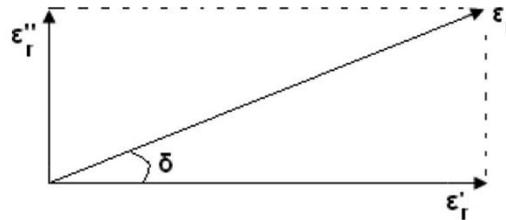
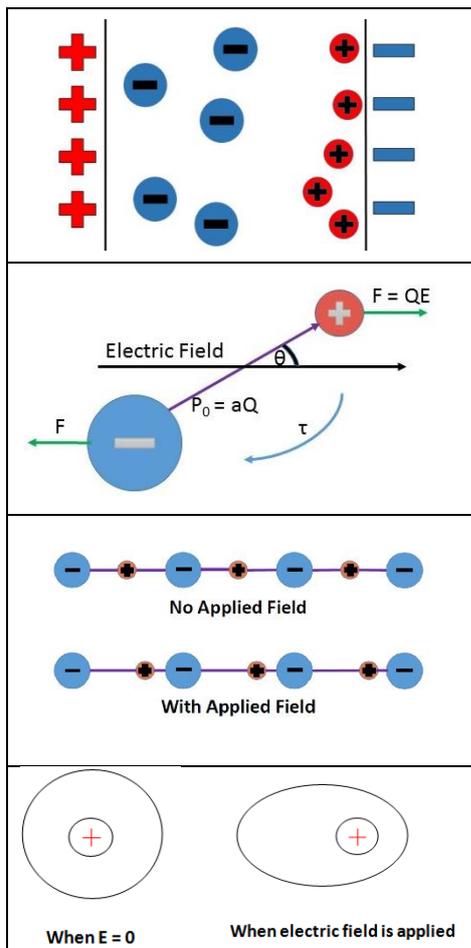


FIGURA 6. DIAGRAMA VECTORIAL DE LA PERMITIVIDAD COMPLEJA RELATIVA

La energía electromagnética absorbida por el dieléctrico se ve afectada por diferentes mecanismos de polarización que, en función de la frecuencia, serán predominantes unos frente a otros. Dicho de otra forma, la permitividad compleja variará sus componentes real e imaginaria a medida que se aumente o disminuya la frecuencia de nuestro campo electromagnético incidente. A continuación observaremos 2 figuras: En la Figura 2 se verán esquematizados los 4 mecanismos principales de polarización y en la Figura 3 la dependencia de las partes real e imaginaria de la permitividad con la frecuencia, indicando cuáles serán los mecanismos principales de polarización en cada rango.



Polarización interfacial: Afecta tanto a los electrones ligados como a las cargas libres. Asociada a la existencia de dos fases conductoras dentro del material. Se produce una acumulación de carga en la superficie entre dos materiales o dos regiones del mismo material por la acción de un campo eléctrico externo.

Polarización por orientación: Se refiere a la orientación de los dipolos permanentes preexistentes en el material, debido a la aplicación de un campo eléctrico externo.

Polarización iónica: Afectará a los iones del material. Cuando se aplica un campo eléctrico los cationes y aniones se verán desplazados en direcciones contrarias.

Polarización electrónica: La nube electrónica se orientará en sentido contrario al núcleo.

FIGURA 7. MECANISMOS DE POLARIZACIÓN

En este esquema se muestra la dependencia con la frecuencia de la parte real ϵ' e imaginaria ϵ'' de la permitividad compleja. En cada rango de frecuencias es predominante un tipo de mecanismo de polarización:

A bajas frecuencias todos los mecanismos están presentes. A medida que vamos aumentando hasta

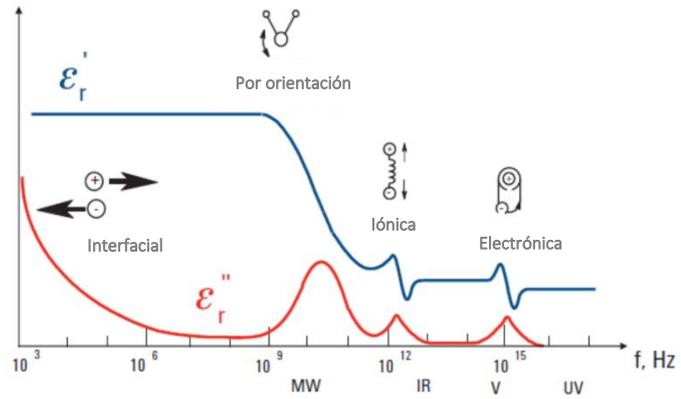


FIGURA 8. DEPENDENCIA DE ϵ CON LA FRECUENCIA

la zona de microondas la polarización por orientación irá cobrando fuerza

hasta que, que la frecuencia sea demasiado alta como para que los dipolos puedan seguir la variaciones de campo, por lo que este mecanismo dejará de contribuir. Esta polarización presenta pérdidas considerables, ello explica que se forme un pico en la permitividad imaginaria cuando su actuación es máxima. Los mecanismos iónico y electrónico son relativamente débiles y se muestran relativamente constantes en la zona de microondas. Cada mecanismo dieléctrico presenta una frecuencia de corte, a medida que la frecuencia aumenta estos cesan y dan paso a otros mecanismos. El factor de pérdida ϵ'' muestra picos en esas frecuencias para cada mecanismo, que son características de cada material. [10]

Una vez estudiada la naturaleza de las características dieléctricas de los materiales, podemos retomar la Ley de Ampère, esta vez con las componentes real e imaginaria de la permitividad compleja:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma_c \vec{E} + j\omega(\epsilon' - j\epsilon'')\vec{E} = (\sigma_c + \omega\epsilon'')\vec{E} + j\omega\epsilon'\vec{E}$$

Los dos sumandos de la parte derecha de la ecuación representan dos densidades de corrientes: La primera de ellas $(\sigma_c + \omega\epsilon'')\vec{E}$ es la corriente que da cuenta de la pérdida energética, denominada *densidad de corriente de conducción efectiva*. Es por ello por lo que el término $\sigma_c + \omega\epsilon'' = \sigma_{eff}$ pasará a ser la conductividad efectiva. La segunda $j\omega\epsilon'\vec{E}$ es la *densidad de corriente de desplazamiento*, asociada al movimiento oscilatorio de las cargas ligadas del material, sin pérdida energética.[5]

- **Permeabilidad compleja magnética**

La relación que existe entre el campo magnético \vec{B} y la inducción magnética \vec{H} es el parámetro μ , característico de cada material y dependiente de la frecuencia del campo magnético. Este parámetro, al igual que vimos con la permitividad, se puede escribir en su forma compleja:

$$\mu = \mu' - j\mu''$$

La parte real, denominada permeabilidad elástica, está relacionada con la energía almacenada en el material, mientras que la parte imaginaria se relaciona con las pérdidas energéticas debidas a histéresis, viscosidad magnética del material, etc. Sin embargo, la mayor parte de los tejidos del cuerpo humano son muy débilmente magnéticos por lo que podemos aproximar el valor al de la permeabilidad magnética en el vacío $\mu = \mu' - j\mu'' = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$. [11]

3.1. Medida de la permitividad relativa y conductividad efectiva de los materiales

Una de las principales barreras a la hora de la caracterización de los materiales biológicos era el estudio sobre los tejidos *in vivo*. Esto es debido a que dichos materiales no presentan las mismas características dieléctricas si se extraían del cuerpo humano. En esta sección describiremos un método muy efectivo a la hora de llevar a cabo estas medidas: La caracterización dieléctrica por sonda coaxial de extremo abierto. Este tipo de experimentos han sido realizados por numerosos científicos a lo largo del siglo XIX, Burdette et al (1980), Stuchly et al (1981), Athey et al (1982) o Camelia Gabriel (1986). El artículo de este último experimento será la base bibliográfica que expondremos para nuestro estudio dieléctrico.

3.1.1. Descripción del método

Este método está basado en el estudio del campo eléctrico en el extremo de la sonda coaxial y su perturbación por un material dieléctrico de permitividad desconocida. Hasta 1996, los sensores coaxiales habían sido usados casi exclusivamente para medidas en el dominio de la frecuencia. Gracias a este experimento, se puede concluir con que se pueden llegar a resultados igual de satisfactorios en el dominio del tiempo. El rango de frecuencia de este estudio será el de frecuencias intermedias, se harán medidas desde 1 MHz hasta 10 GHz.[12]

3.1.2. Material experimental y procedimiento

Como ya mencionamos anteriormente, el equipo experimental para la toma de medidas será una **sonda coaxial de extremo abierto**. Hay otros muchos métodos para la medida de permitividad en dieléctricos, sin embargo se ha escogido este porque presenta numerosas ventajas, como es la banda ancha de frecuencias a las que se puede operar o el carácter no destructivo de las medidas. Además, para otros métodos es necesario cortar una muestra del material para poder realizar una medición mientras que este método nos permite medir directamente en contacto con el tejido a analizar, especialmente importante para realizar mediciones *in vivo*.

El esquema de funcionamiento de la sonda es sencillo, entre el conductor interno (parte central) y el conductor externo se producirá un campo eléctrico radial a la vez que un campo magnético azimutal, como se indica en la Figura 9: [13]

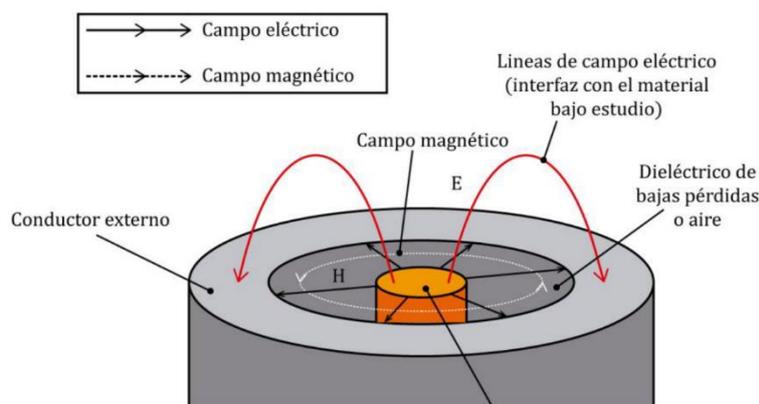


FIGURA 9. GEOMETRÍA DE LOS CAMPOS ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO DE UNA SONDA COAXIAL DE EXTREMO ABIERTO

A su vez, esta sonda se encuentra conectada con un Software que traduce los cambios de permitividad que habrá entre un material de calibración con permitividad conocida y el tejido biológico a partir del cambio en el coeficiente de reflexión.

Circuito equivalente del sensor: Para el estudio del coeficiente de reflexión nos basaremos en el Modelo capacitivo, utilizando un circuito equivalente formado por un condensador de pérdida $C(\varepsilon) = C_0\varepsilon$ (con C_0 la capacidad en el aire), un condensador C_f que da cuenta del campo en el borde y G , una conductancia que da cuenta de las pérdidas por radiación. Como las dimensiones de nuestra sonda serán de unos pocos milímetros y por tanto pequeñas comparadas con las dimensiones de las ondas a las frecuencias de trabajo, podremos despreciar el término de radiación. Tendremos un circuito equivalente con dos condensadores únicamente: [14]

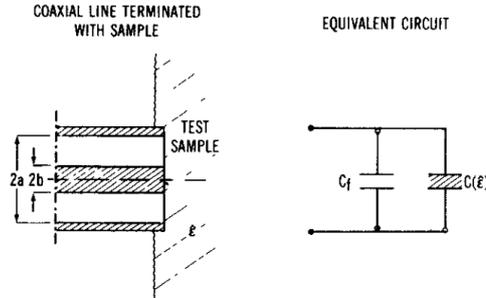


FIGURA 10. CIRCUITO EQUIVALENTE

El coeficiente de reflexión es el parámetro que nos indica qué porcentaje de la onda ha sido transmitida y reflejada mediante la comparación de la amplitud de la onda incidente y reflejada. El coeficiente de reflexión en el plano de discontinuidad de la impedancia será:

$$\hat{\Gamma} = \Gamma e^{j\phi} = \frac{1 - j\omega Z_0 [C(\varepsilon) + C_f]}{1 + j\omega Z_0 [C(\varepsilon) + C_f]} \quad (86)$$

que, resolviendo para la permitividad dará:

$$\varepsilon = \frac{1 - \hat{\Gamma}}{j\omega Z_0 C_0 (1 + \hat{\Gamma})} - \frac{C_f}{C_0} \quad (87)$$

Para resolver de forma analítica esta última ecuación se puede despreciar la contribución de C_f , lo que introduciría un error de C_f/C_0 (menor de 0,2) que en la mayor parte de tejidos biológicos es mucho más pequeño que el valor de ε' a frecuencias intermedias. El circuito equivalente en este caso se convertiría en un único condensador C_0 . A pesar de la validez de esta aproximación para el experimento se utilizó un método de resolución más general en el que se tienen en cuenta tanto los efectos de C_f como los de G añadiendo al coeficiente de reflexión un término F , dependiente de la frecuencia: [12]

$$\Gamma_m = \Gamma(p, \varepsilon) + F(p, \varepsilon, c_f, G) \quad (88)$$

3.1.3. Permitividad en función de la frecuencia

Uno de los principales objetivos de este estudio es hallar la dependencia de la permitividad con la frecuencia sin tener que medir cada una de las frecuencias en las que se quiere trabajar. Es decir, esperamos derivar una dependencia con la frecuencia estudiando diferentes parámetros característicos de cada tejido biológico. [15]

Como ya habíamos comentado, el mecanismo de polarización principal a frecuencias de microondas era el de orientación. Para dipolos ideales la relajación dieléctrica puede ser descrita por el modelo de relajación de Debye, que relaciona la permitividad compleja del material de estudio con la frecuencia del campo eléctrico aplicado:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + j\omega\tau} + j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \quad (89)$$

- $\varepsilon_{\infty} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varepsilon(\omega)$: Permitividad a frecuencias altas
- $\varepsilon_s = \lim_{\omega \rightarrow 0} \varepsilon(\omega)$: Permitividad estática
- τ : Tiempo de relajación del dipolo

En 1941, los hermanos Kenneth y Robert Cole desarrollaron una variante del modelo de Debye apodada como ecuación Cole-Cole: [16]

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}} + j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \quad (90)$$

Como se puede observar, este nuevo modelo incluye un parámetro α que puede variar entre 0 y 1, y nos indica la amplitud de distribución del tiempo de relajación. Cuando el exponente se hace más pequeño la distribución del tiempo de relajación se hace más amplia. Esto significa que la transición entre los valores de frecuencia bajos y altos se hace más ancha y el pico en la parte imaginaria del espectro también. El modelo de Cole-Cole se puede considerar como una superposición de múltiples modelos de Debye.

3.1.4. Resultados obtenidos

Una vez finalizado el experimento se ha podido recopilar una base de datos de los parámetros característicos de numerosos tejidos biológicos en el rango de frecuencias entre 1 MHz y 20 GHz. A continuación mostraremos dos de las gráficas obtenidas en la medición de la permitividad y conductividad en función de la frecuencia sobre piel *in vivo*, comparándose con otros experimentos anteriores. Se han podido observar discrepancias con otras medidas realizadas años atrás por otros científicos con piel *in vitro*, por lo que se ha demostrado la importancia del desarrollo de métodos de medida que permitan realizar mediciones sobre los tejidos vivos. [15]

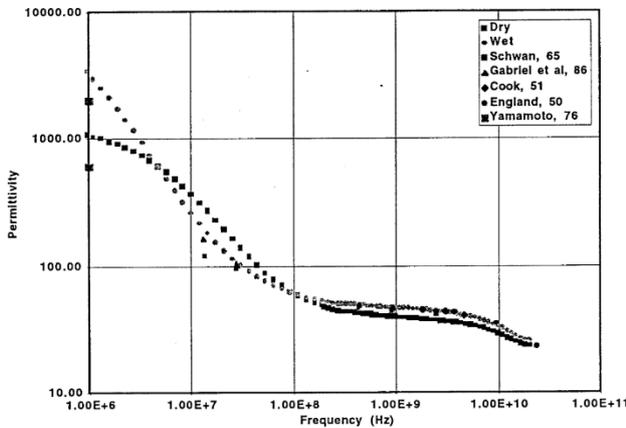


FIGURA 11. PERMITIVIDAD EN FUNCIÓN DE LA FRECUENCIA

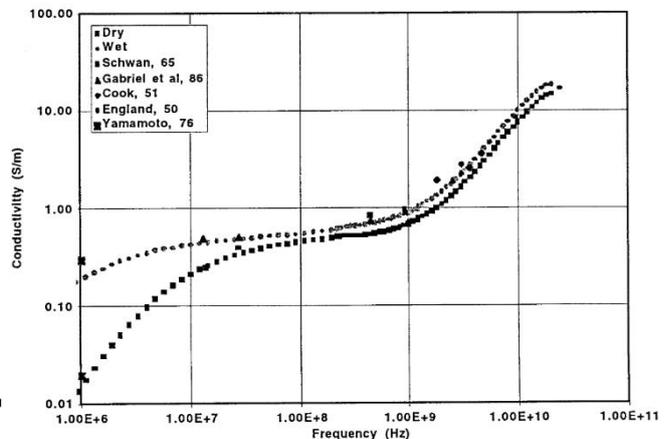


FIGURA 12. CONDUCTIVIDAD EN FUNCIÓN DE LA FRECUENCIA

Tejido	ϵ_s	$\Delta\epsilon_s$	$\epsilon_s(\text{ps})$	$\Delta\tau(\text{ps})$	ϵ_s	$\Delta\alpha$	ϵ_s	$\Delta\sigma(\text{Sm}^{-1})$
Hueso (córteX)	14,9	0,16	13,8	0,48	0,26	0,01	0,092	0,005
Hueso (Sección)	22,1	0,17	14,4	0,33	0,22	0,01	0,208	0,005
Cartilago	43,6	0,63	12,8	0,55	0,27	0,02	0,58	0,02
Cornea	53,0	0,45	8,72	0,17	0,13	0,01	1,05	0,02
Cristalino (córteX)	52,1	0,32	9,18	0,16	0,11	0,01	0,72	0,01
Cristalino (Núcleo)	38,1	0,26	11,3	0,22	0,20	0,01	0,33	0,01
Retina	67,3	0,33	7,25	0,08	0,05	0,01	1,42	0,02
Cerebro (Materia gris)	55,5	0,50	7,76	0,15	0,12	0,02	1,03	0,02
Cerebro (Materia blanca)	37,0	0,29	8,04	0,21	0,24	0,01	0,47	0,01
Cerebelo	50,2	0,41	8,52	0,21	0,09	0,02	0,89	0,02
Cerebro (Duramadre)	49,2	0,46	9,63	0,26	0,14	0,02	0,77	0,02
Tronco encefálico	34,6	0,26	8,45	0,21	0,20	0,01	0,47	0,01
Lengua (<i>in vivo</i>)	57,7	0,43	9,12	0,20	0,08	0,01	0,63	0,02
Humor acuoso	74,2	0,30	6,81	0,08	0,01	0,01	1,83	0,01
Agua	74,1		6,2		0,0		>0,001	

TABLA 1. PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE DIFERENTES TEJIDOS [15]

Una vez obtenidos los parámetros característicos no tenemos más que resolver la ecuación del modelo de Cole-Cole para la frecuencia a la que queramos operar. Para mostrar un ejemplo de esta aplicación mostraremos la permitividad relativa y conductividad efectiva de un amplio número de tejidos a una frecuencia muy típica en la industria de aplicación médica, 433 MHz.

Tejido	ϵ_r	$\sigma_{eff} (S/m)$	Tejido	ϵ_r	$\sigma_{eff} (S/m)$
Aire (Vacío)	1	0	Cristalino (córteX)	52,75	0,6742
Aorta	49,15	0,7395	Cristalino (núcleo)	38,76	0,38
Vejiga	17,67	0,3128	Hígado	50,34	0,68
Sangre	57,3	1,72	Pulmón deshinchado	52,83	0,7147
Hueso trabecular	21,08	0,02275	Pulmón hinchado	21,58	0,3561
Hueso (córteX)	13,77	0,1032	Músculo	64,21	0,9695
Médula ósea	5,137	0,03575	2/3 músculo	42,81	0,6463
Grasa pectoral	5,62	0,04953	Nervio	35,7	0,500
Cartilago	43,64	0,65	Ovario	51,55	1,033
Cerebelo	52,9	0,91	Piel seca	42,48	0,5495
Fluido cerebrospinal	68,97	2,32	Piel húmeda	51,31	0,72
Cérvix	44,17	1,020	Intestino delgado	74,1	2,053
Colon	60,88	0,96	Bazo	60,62	1,041
Cornea	54,4	1,070	Estómago	74,55	1,120
Cerebro (duramadre)	51,03	0,8	Tendón	50,53	0,7554
Tejidos oculares	57,69	1,010	Testículos	65,2	1,137
Grasa	5,028	0,04502	Tiroides	60,02	0,8183
Vesícula	60,06	1,035	Lengua	58,79	0,8993
Vesícula biliar	76,55	1,613	Tráquea	42,93	0,673
Materia gris	54,27	0,8775	Útero	64,73	1,117
Corazón	60,74	0,9866	Humor vítreo	66,16	0,3931
Riñón	57,3	1,152	Materia blanca	39,84	0,5339

TABLA 2. PERMITIVIDAD RELATIVA Y CONDUCTIVIDAD EFECTIVA DE DIFERENTES TEJIDOS [5]

4. Modelización del cuerpo humano

Una vez hemos hecho un estudio exhaustivo y adquirido una base de datos completa de las características dieléctricas de los tejidos biológicos nos encontramos con uno de los mayores retos en el análisis de la propagación de las ondas EM, la **modelización del cuerpo humano**.

La forma de tratar los cuerpos ha evolucionado considerablemente desde la década de los 70, cuando se utilizaban modelos esféricos prolatos, pasando por modelos que analizaban la sección transversal en cada centímetro del cuerpo en la década de los 80, hasta un método más sofisticado que trataremos a continuación: Modelos basados en **resonancia magnética (MRI)** de resolución milimétrica.[5]

La imagen por resonancia magnética nos da una base de datos inicial ideal de modelos del cuerpo humano, sin embargo presenta algunas desventajas, como son las imágenes que ofrecen en escalas de grises en las que no siempre habrá una correspondencia única con un tipo de tejido y será necesario un estudio previo, en ocasiones manualmente. Otro inconveniente que presentan es el tiempo que necesitan para poder escanear completamente el cuerpo; a una resolución de 3mm, por ejemplo, necesitará entre 6 y 24 horas. Las personas a las que se les realice el escaneado deberán permanecer quietas durante la medición y se deberán hacer paradas entre medias para reposicionarlas. Además, si se quiere hacer un modelo de una persona de pie se deberá tener en cuenta a la hora de colocar a la persona, pues pequeños cambios en la posición de cada miembro pueden significar modificaciones severas en la imagen obtenida. Otros proyectos se han llevado a cabo con cadáveres, como es el caso del *National Institute of Health*, en el que se puede encontrar una enorme base de datos tanto del cuerpo masculino como el femenino [17].

A pesar de los inconvenientes citados anteriormente, la MRI ha resultado ser uno de los métodos no invasivos más fiables para la obtención de modelos de los tejidos dentro del cuerpo humano así como el de diagnóstico de enfermedades al observar anomalías en las imágenes del paciente con respecto a nuestros modelos de referencia. En esta sección estudiaremos en detalle este método desde la maquinaria utilizada y los campos generados hasta el proceso de obtención de la imagen.

4.1. Campos y equipamiento utilizados

Bobinas magnéticas

Se hace circular una corriente eléctrica por una bobina de un metal para crear un campo magnético constante fuerte al que exponemos al paciente. Gracias al avance en ingeniería de materiales de las últimas décadas se ha ido extendiendo el uso de materiales superconductores que al ser enfriados a temperaturas en torno a 4K (utilizando helio criogénico líquido) consiguen reducir drásticamente su resistencia eléctrica. La mayor parte de los sistemas MR operan entre 1,5 - 3T para diagnóstico, aunque para investigación

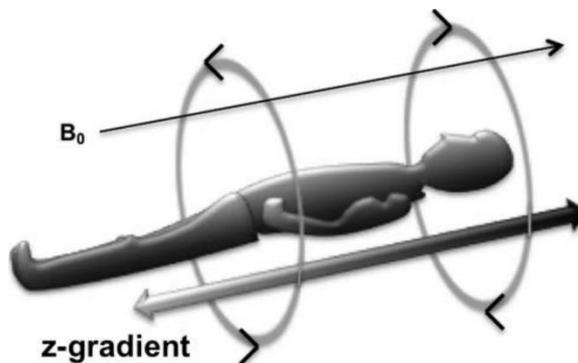


FIGURA 13. CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME DE LA BOBINA

se han llegado a utilizar campos de 9,4T [18] (unas 188.000 veces el campo magnético de la Tierra).

Bobinas de gradiente

Este tipo de bobinas se utilizarán para modificar deliberadamente el campo magnético en las 3 direcciones del espacio de coordenadas cartesianas (x, y, z). Esta operación del campo magnético se realizará de forma lineal y permitirá la localización espacial de las señales de resonancia magnética (MR). Estas bobinas se hallan concéntricas y su amplitud de campo se medirá en T/m. Un esquema básico de bobinas de gradiente (en función del eje sobre el que actúan) se verá en la figura 14 [19]:

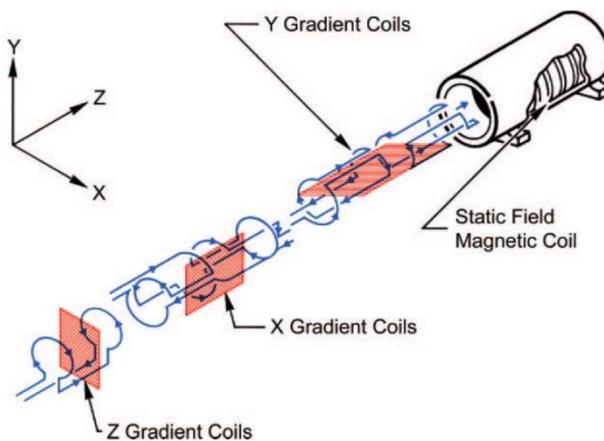


FIGURA 14. BOBINAS DE GRADIENTE EN LOS 3 EJES

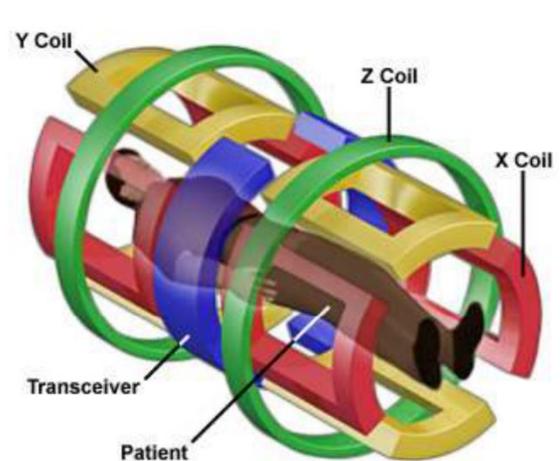


FIGURA 15. SIMULACIÓN BOBINAS DE GRADIENTE

Bobinas de Radiofrecuencia

Denominadas así por el rango de frecuencia al que trabajan (MHz). Se sitúan también concéntricas a las bobinas ya estudiadas y hacen la función de “antena” del MRI dado que desempeñan dos funciones fundamentales: transmitir la energía de RF al tejido de interés así como recibir la señal de vuelta [19].

En ocasiones nos referiremos al campo magnético creado por estas bobinas como B_1 , para así diferenciarlo del campo magnético constante B_0 .

Bobinas de reconducción

A la hora de introducir al paciente en la máquina se pueden producir inhomogeneidades en el campo magnético debidas a efectos de susceptibilidad locales que se desean corregir. Las bobinas de reconducción (*shim coils* en inglés) se introducen en el aparato con este propósito. En MRI uno espera poder corregir la homogeneidad del campo magnético constante en más de 1 de 10^6 - 10^7 . La ecuación que gobierna la distribución de campo magnético en un volumen por el que atraviesa una corriente es la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (91)$$

donde Φ es el potencial magnético escalar. Esta ecuación nos servirá como marco de referencia para expresar las inhomogeneidades del campo magnético y nos permitirá realizar las debidas correcciones.

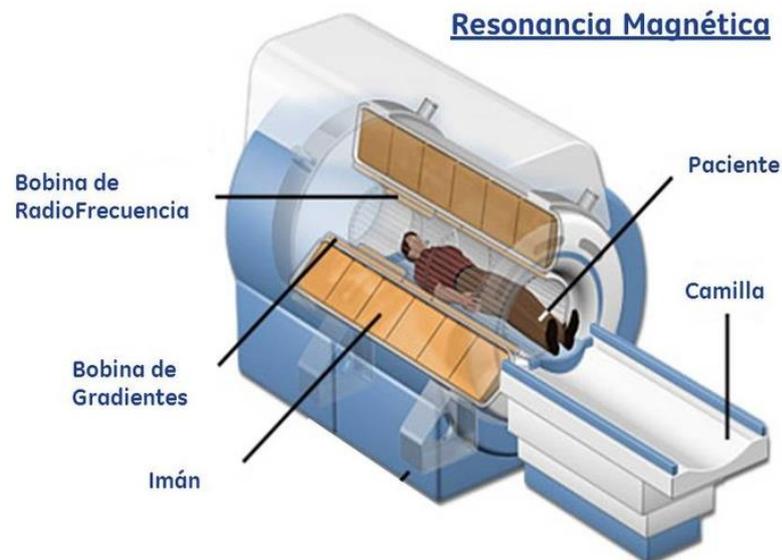


FIGURA 16. PARTES DE UN RESONADOR MAGNÉTICO

4.2. Obtención de la señal

Mecanismos microscópicos de susceptibilidad magnética

Los núcleos y los electrones de los átomos presentan momentos angulares intrínsecos (spin), así como los electrones a mayores un momento angular orbital alrededor de los átomos que responderán a campos magnéticos aplicados. Cómo reaccionen a estos campos determinará la susceptibilidad del material.

Cuando aplicamos un campo magnético sobre un átomo se modificará el movimiento orbital de sus electrones debido a la ley de Lenz, que explica cómo se creará un campo magnético inducido contrario al aplicado para intentar contrarrestarlo. Este proceso de magnetización independiente de la temperatura se conoce como **diamagnetismo de Langevin** y es el principal mecanismo en la mayor parte de los átomos. Por otra parte en moléculas poliatómicas nos encontraremos también con el **paramagnetismo de Van Bleck**, que será una corrección positiva normalmente más pequeña que el diamagnetismo de Langevin producida por los estados orbitales excitados de los electrones. [20]

Los electrones y los núcleos atómicos con espines no nulos poseen momentos intrínsecos magnéticos que tenderán a alinearse con el campo magnético aplicado. Por el principio de exclusión de Pauli los electrones presentan parejas de spin-up y spin-down, por lo que solo los átomos con número impar de electrones presentarán este paramagnetismo electrónico. Esto contribuye de forma positiva a la susceptibilidad del material en cuestión, es el llamado paramagnetismo de Curie, que crece a medida que la temperatura disminuye. La ley de Curie en

núcleos (con spin distinto de cero) tiene una contribución mucho más pequeña que la eléctrica, pero en resonancia magnética nuclear será necesario observar este tipo de magnetismo nuclear.

El **agua** supone más del 60% de la composición del cuerpo humano y el resto de componentes presentarán susceptibilidades magnéticas muy parecidas a ella. La susceptibilidad magnética del agua será principalmente debida al diamagnetismo de Langevin (con una contribución negativa) así como una pequeña contribución del paramagnetismo de Van Bleck. Además, los protones de los átomos de hidrógeno de las moléculas de agua contribuirán, aunque de manera insignificante, al paramagnetismo. A 25°C las 3 contribuciones a la susceptibilidad magnética del agua se recogen en la siguiente tabla:

Mecanismo de susceptibilidad	Valor calculado
Diamagnetismo de Langevin	$-10,12 \cdot 10^{-6}$
Paramagnetismo de Van Bleck	$+1,10 \cdot 10^{-6}$
Paramagnetismo nuclear	$+0,0039 \cdot 10^{-6}$
Total	$-9,02 \cdot 10^{-6}$

TABLA 3. CONTRIBUCIONES A LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA DEL AGUA [20]

La susceptibilidad magnética del agua variará ligeramente con la temperatura haciéndose más diamagnética a medida que se aumenta la temperatura según

$$\frac{\chi_g(T)}{\chi_g(20^\circ C)} = 1 + 1,3881 \cdot 10^{-4} (T - 20) \quad (92)$$

Origen de la señal de MRI

En el caso de la MRI, la mayor parte de la obtención de imágenes se hace a partir del núcleo de hidrógeno, compuesto por un único protón con spin $\frac{1}{2}$. La abundancia de este núcleo en los tejidos biológicos debido a la gran concentración de agua dará como resultado imágenes con muy buena resolución gráfica que requerirán mucho menor tiempo de medida que tomando otros átomos como referencia.[21]

Para poder entender los movimientos que realiza el núcleo y todas las polarizaciones por las que pasa retrocederemos al concepto de spin. Utilizaremos una perspectiva cuántica aunque le daremos también una visión clásica para entenderlo:

El protón, representado como una esfera de carga $+e$ y masa m_p , gira en torno a su eje, lo que le da una naturaleza similar a la de un imán. Al introducir un campo magnético constante B_0 el protón tenderá a alinear con él su momento magnético. Sin embargo, además de ese momento magnético, el protón presenta un momento angular intrínseco, el spin. Éste provocará el giro del momento magnético alrededor del eje del campo, movimiento apodado con

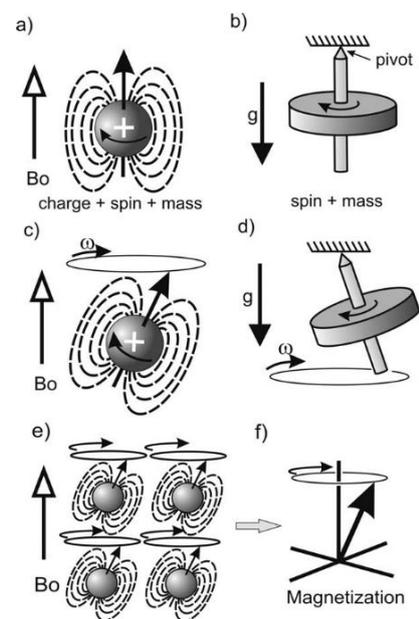


FIGURA 17. PRECESIÓN DEL PROTÓN

el nombre de **precesión**. Si se desea estudiar con más detenimiento el movimiento de los protones se puede consultar la Bibliografía [22]. La frecuencia de precesión se determina gracias a la **ecuación de Larmor**:

$$\omega_0 = \gamma B_0 \quad (93)$$

donde γ es una constante denominada razón giromagnética, que en el caso del protón tiene un valor de 42,6 MHz/T. [18]

Como se puede observar en la figura 18, el movimiento se asemejaría al de un giroscopio que gira en torno a un eje a cierto ángulo constante de él y a una frecuencia ω .

- **Magnetización longitudinal**

Como ya hemos explicado, cuando apliquemos un campo magnético constante en la dirección Z los protones tenderán a alinearse con el campo magnético, pero estos podrán hacerlo de forma paralela o antiparalela. La diferencia en la cantidad de unos y otros depende del campo B_0 así como la temperatura a la que se encuentre el material de estudio. Para hacer una idea de esta diferencia, se podría estimar que por cada 10.000.000 de protones antiparalelos al campo podremos encontrar 10.000.007 paralelos.[23] Es decir, obtendremos una magnetización total positiva \vec{M} en el eje Z que será la componente longitudinal de la magnetización.

- **Magnetización transversal**

Gracias a la acción de un campo magnético de radiofrecuencia que se encenderá y se apagará podremos administrar energía a los protones, siempre y cuando esta frecuencia coincida con la frecuencia de Larmor (93) (esta frecuencia podrá variar del valor exacto entre 1-100Hz [21]). La acción de este campo RF sobre los protones tendrá dos efectos: El primero será un aumento del número de protones orientados antiparalelamente al campo puesto que se verán excitados a niveles de mayor energía. Esto conllevará una disminución de la magnetización horizontal en el eje Z. La segunda consecuencia será el movimiento en fase de los protones, que dejarán de cancelarse unos a otros las componentes tangenciales de su magnetización para crear una componente que se moverá a la frecuencia de Larmor en el plano X-Y. [18]

El eje de cada bobina se encontrará alineado con el campo transversal por lo que el campo transversal variable podrá acoplarse con las bobinas e inducir una señal. Utilizando 2 bobinas podremos hallar la dirección de rotación de la magnetización así como su ángulo en cualquier instante. [21] Los pulsos de RF entonces se apagarán y los protones tenderán a perder la fase con el resto y a volver a su estado de menor energía. Este proceso se puede subdividir en dos: la relajación longitudinal (T_1) y la relajación transversal (T_2 y T_2^*). Los tiempos de relajación T_1 , T_2 y T_2^* serán característicos de los materiales y, gracias a las estrategias matemáticas desarrolladas se podrán hacer mapas del interior del cuerpo humano a partir de ellos.

Tiempos de relajación

Tiempo de relajación longitudinal T1 (Tiempo de relajación spin-red)

Una vez se apaga el campo magnético de RF la magnetización longitudinal tiende a volver a su posición de equilibrio, es decir, los dipolos magnéticos que se habían reorientado antiparalelamente al campo pasarán a una posición de menor energía colocándose de nuevo paralelos. El tiempo que tarda en alcanzar el equilibrio se denota como tiempo de relajación T1, mientras que el tiempo que tarda en llegar al 63% del equilibrio longitudinal se denomina constante de tiempo

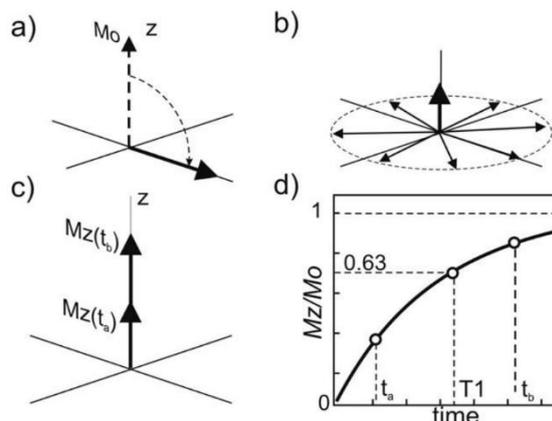


FIGURA 18. RELAJACIÓN LONGITUDINAL

de relajación longitudinal utilizaremos este último término, pues la vuelta a la posición de equilibrio es un proceso continuo cuyo final es difícil de determinar. El tiempo de relajación T1 requiere un intercambio de energía entre los protones y el medio.

Tiempos de relajación transversal T2 y T2* (Tiempo de relajación spin-spin)

La magnetización transversal una vez se apague el pulso de RF disminuye hasta desaparecer. Los dipolos magnéticos (protones) que estaban en fase en el plano XY se van desfasando hasta que no quede coherencia entre ellos. El desfase entre los dipolos viene dado, en primer lugar, por las variaciones del campo magnético en los tejidos debidas a campos magnéticos originados por núcleos vecinos, así como la inhomogeneidad con B_0 . Al primer proceso se le denota como T2, mientras que la suma de ambos será T2*. T2 es una constante que describe el tiempo que transcurre para que la magnetización transversal decaiga hasta el 37% de su valor inicial.

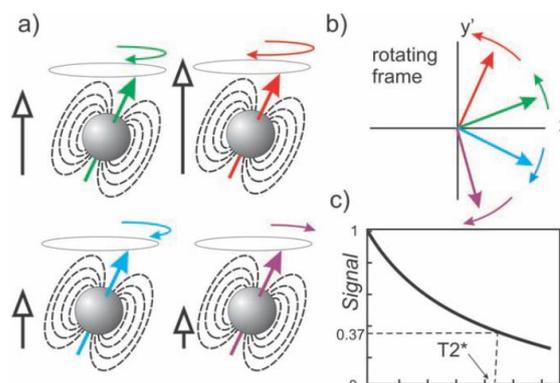


FIGURA 19. DESFASE EN LA MAGNETIZACIÓN DEBIDO A LA VARIACIÓN DE LOS CAMPOS MAGNÉTICOS

Para los tejidos biológicos, T1 será aproximadamente 5-10 veces más largos que T2. Los tiempos de relajación determinan el contraste en el MRI y pueden ser utilizados tanto para base de datos de imagen del cuerpo humano como para diagnóstico al detectar anomalías en los tejidos.

No son abundantes los estudios de medición de tiempos de relajación característicos de tejidos, en la tabla siguiente mostraremos una base de datos correspondientes a T1 y T2 de diferentes tejidos expuestos a un campo de 1,5T.

Tejido	T1 (ms)	T2 (ms)
Materia gris [24]	1091	94
Materia blanca [24]	665	87
Músculo [25]	900	50

Grasa [22]	250	60
Sangre [25]	1400	180-250

TABLA 4. TIEMPOS DE RELAJACIÓN T1 Y T2 DEL CUERPO HUMANO

Señal de resonancia magnética MR

El contraste entre los diferentes tejidos será el factor clave para la elaboración de una imagen con buena resolución y que nos permita diferenciar las diferentes estructuras. Este contraste será función de la intensidad de señal que recibamos, dependiente, entre otros, de los tiempos de relajación. Los factores de los que depende la intensidad son los siguiente:

- Densidad de protones. Por ello es importante la gran abundancia de átomos de hidrógeno en el cuerpo humano.
- T1. El tiempo de relajación longitudinal.
- T2. El tiempo de relajación transversal.
- El flujo de los protones. No es desconocido el movimiento de los átomos en el interior del cuerpo, un ejemplo sería el flujo de sangre de las venas.
- Secuencia de pulsos de los campos de RF que utilicemos para nuestras medidas.
- Tiempo de repetición de los pulsos
- Tiempo eco
- Tiempo de inversión
- Susceptibilidad magnética

La señal de MR se puede definir gracias a la ecuación de Bloch [26]. La fuerza de la magnetización transversal $M_{xy}(t)$ representa el proceso de decaimiento de la magnetización en el eje XY.

$$M_{xy}(t) = M_{xy} e^{-t/T_2} = M_{xy} e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (94)$$

Por otra parte, la fuerza de magnetización longitudinal vendrá dada por

$$M_z(t) = M_0(1 - e^{-t/T_1}) = M_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right) \quad (95)$$

Imágenes ponderadas en T1

En este tipo de imágenes la intensidad dada por el tiempo de relajación T1 será mucho mayor que T2 por lo que resultará conveniente trabajar con la magnetización longitudinal. Para la obtención de este tipo de imágenes se modificará el tiempo de repetición de los pulsos de RF, el denominado tiempo de repetición TR. Cuanto el tiempo TR sea largo dejará de ser importante el contraste de T1 y pasaremos a estudiar los tiempos de relajación longitudinal T2.

Imágenes ponderadas en T2

Se aplicará un pulso de RF a 90° del eje del spin de los protones para seguidamente aplicar un pulso de RF de 180° , esto provocará un giro de los protones, que seguirán procesionando en el eje XY pero en sentido contrario. La máxima amplitud de señal se dará en el tiempo echo TE. Será en los instantes $\frac{TE}{2}$ cuando deberá aplicarse los pulsos de RF 180° para conseguir un máximo de amplitud de señal (señal obtenida SE). Esta señal máxima irá decayendo con el tiempo debido a efectos de interacción spin-spin en los tejidos, que hacen perder la coherencia de fase (relajación T2). La curva descrita por los valores de en el tiempo echo darán lugar a la curva de relajación T2, mientras que la curva T2* una curva que representa el desfase causado, ignorando los pulsos de RF a 180° .

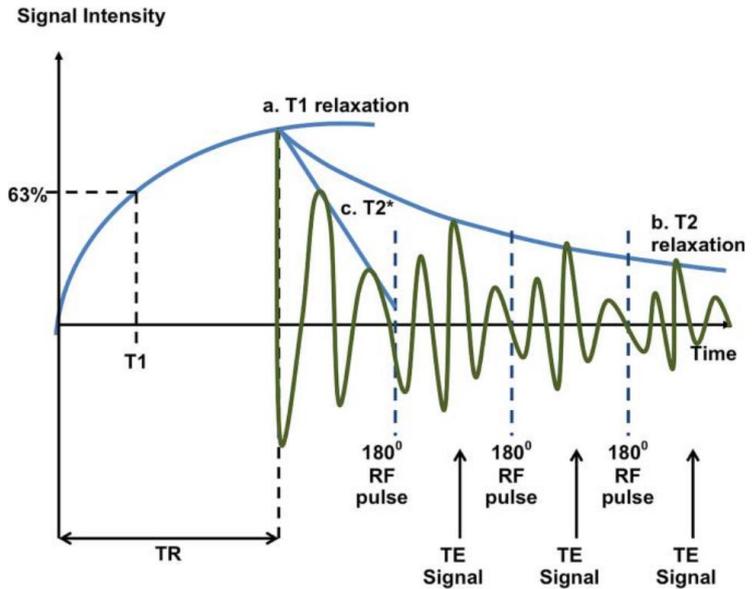


FIGURA 20. CURVAS DE RELAJACIÓN T1, T2 Y T2*

Localización de la señal de MR

Si bien ya sabemos cómo determinar cada uno de los tiempos que nos permitirán determinar con qué tejido estamos tratando, nos encontraremos en muchas ocasiones con protones idénticos en fase girando a la misma frecuencia y en fase. En esta sección explicaremos cómo solventaremos este problema e identificaremos los tiempos característicos de cada protón.

La localización de la señal de resonancia se obtiene con la aplicación de un gradiente de campo magnético en el eje Z que producirá pequeñas perturbaciones en las 3 direcciones del espacio. Los 3 gradientes desempeñarán funciones muy diferentes: Selección de zona de observación (eje Z), codificación de la frecuencia (eje X) y codificación de la fase (eje Y). La dependencia de lineal de cada campo magnético B_i con la posición del imán vendrá dada por la ecuación

$$B_i = B_0 + G \cdot r_i \quad (96)$$

donde B_i es el campo magnético en una posición r_i y G el gradiente en dicha dirección. A su vez, la variación de la frecuencia de Larmor vendrá dada por:

$$\omega_i = \omega_0 + \gamma \cdot G \cdot r_i \quad (97)$$

donde ω_0 es la frecuencia de Larmor con el campo magnético constante. [19]

Gradiente de selección de zona

Con un gradiente de campo que apliquemos en una franja del tejido dirigido en el eje Z alteraremos B_0 provocando una variación lineal del campo. Moviéndonos en el eje Z nos encontraremos con diferentes magnitudes del campo y, teniendo en cuenta la ecuación (93), cada protón tendrá una frecuencia de Larmor distinta en función de z . [18]

El campo RF que se aplicará tendrá un determinado rango de frecuencias y no una única frecuencia, por lo que se excitará una banda de tejido de cierta anchura.

Gradiente de codificación de la frecuencia

Este gradiente se aplicará en una dirección perpendicular al gradiente de selección de zona y provoca que los protones que inicialmente rotaban a la misma frecuencia pasen a tener cada uno una frecuencia diferente en el eje de acción del gradiente. Se le denotará como G_F (*frequency-encoding gradient* en inglés).

Gradiente de codificación de la fase

Perpendicular a los dos anteriores, se denotará como G_P (*phase-encoding gradient*). Aplicándolo sobre los protones conseguiremos que unos procesionen más rápido que otros. Cuando se apague el gradiente los protones volverán a tener la misma frecuencia pero no seguirán en fase y será posible diferenciar unos de otros.

Para obtener suficiente información de la fase de la secuencia de pulsos de los 3 gradientes se repite numerosas veces. En cada repetición se aplicará el mismo gradiente de selección de zona y de codificación de frecuencia, pero la intensidad de gradiente de codificación de fase aumentará linealmente en cada pulso. Cada repetición genera una señal echo que será guardada en el espacio-k. Los puntos del espacio-k darán lugar a la imagen definitiva usando la Transformada de Fourier.

4.3. Modelos 3D del cuerpo humano

Una vez entendidos los principios básicos de la MRI podremos pasar a estudiar las imágenes que este método nos ofrece. Para poder obtener una estructura interna de los tejidos del cuerpo humano y así construir un modelo en 3D superpondremos imágenes en 2D que iremos obteniendo de segmentos en los que dividiremos a la parte del cuerpo que queremos estudiar.

Las técnicas de imagen por resonancia magnética introducirán importantes beneficios clínicos además de la formación de modelos humanos. Sin embargo, estas técnicas de imagen de cuerpo completo presentan diversos desafíos técnicos que hasta ahora apenas se han abordado debido a la relativa novedad de la adquisición de este tipo de imágenes. En muchas ocasiones se suele realizar en secciones o partes del cuerpo, las cuales se juntan luego para formar la imagen completa. Además, el análisis visual de todas las imágenes adquiridas es difícil debido a la gran cantidad de datos en un estudio de MRI de cuerpo entero. [27]

Estudiaremos la obtención de imágenes de dos órganos de gran interés científico, de los cuales se registra un mayor número de estudios: el cerebro y los ojos.

El cerebro humano es uno de los órganos vitales más complejos del sistema nervioso central. Su principal función es ejercer un control centralizado sobre los demás órganos del cuerpo. Está

compuesto por 7 tipos diferentes de tejidos y las imágenes que obtenemos de él por MRI consisten en una amplia gama de grises con límites irregulares. Las imágenes ponderadas en T1 y T2 nos permiten observar cambios en la materia gris y blanca. En un principio, la realización de la visualización en 3D se basaba principalmente en dos métodos de reconstrucción: **representación de superficie** [28] y **representación de volumen** [29]. Como su propio nombre indica, el de superficie utilizará algoritmos que medirán los límites de separación entre tejidos según la escala de grises que muestre la imagen y el de volumen jugará con las transparencias y los colores para representar las estructuras internas. Estos dos métodos, utilizados conjuntamente, sirvieron para sustentar la base de la conversión de imágenes de MRI de 2D a 3D pero, a medida que se requiere mayor precisión en las representaciones, se necesita ir introduciendo nuevos métodos más precisos. Un ejemplo que podríamos poner con respecto a mejoras a aplicar sería la introducción de un método que nos permitiera tener mayor precisión a la hora de distinguir dos zonas de la imagen con densidades parecidas, imposible de separar simplemente ajustando los parámetros de reproducción de volumen. En estos últimos años han ido surgiendo nuevas técnicas más efectivas que han suplido este tipo de carencias de sus predecesores. [30] En la figura 21 hemos proyectado una secuencia de imágenes del cerebro en ponderación de T1 en el eje axial que atraviesa la cabeza [31]. Se realizaron 126 secciones del cerebro y en la figura se pueden observar algunas, con saltos de 6 en 6 secciones.

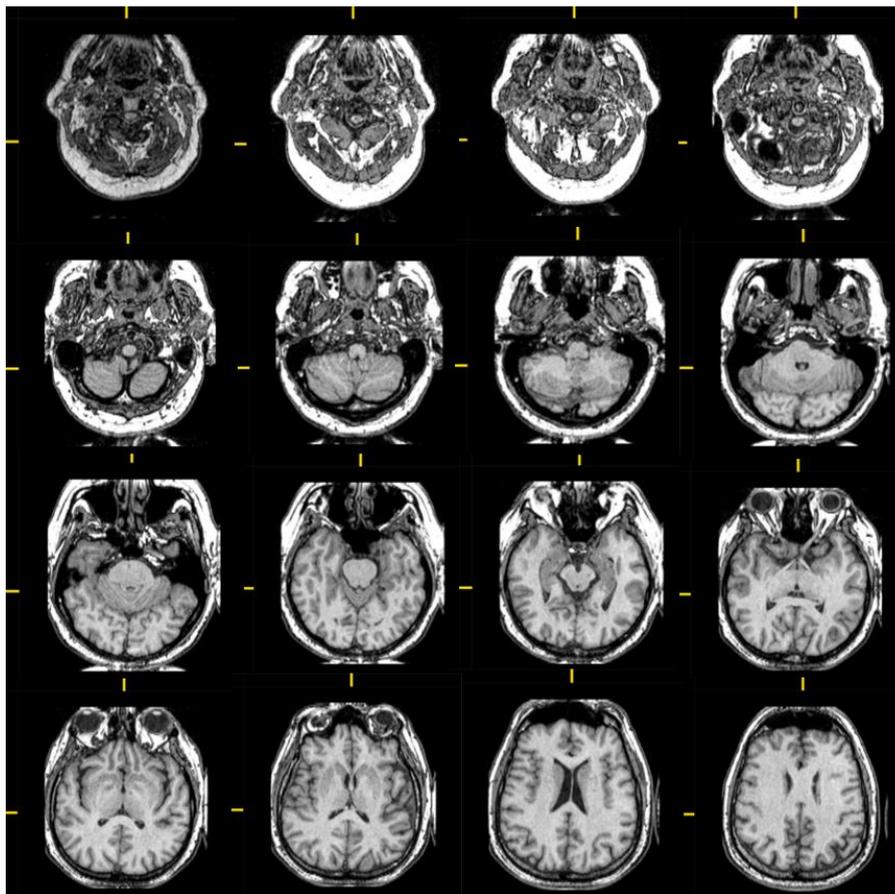


FIGURA 21. VISTA AXIAL DEL CEREBRO POR MRI-T1 A DIFERENTES ALTURAS

Para poder tener una estructura completa del cerebro se realizará la misma secuencia de imágenes tanto en los ejes sagital (atraviesa la cabeza de izquierda a derecha) como coronal (que

atraviesa la cabeza de atrás a delante). Mostraremos en la figura 23 una comparativa de las 3 vistas.

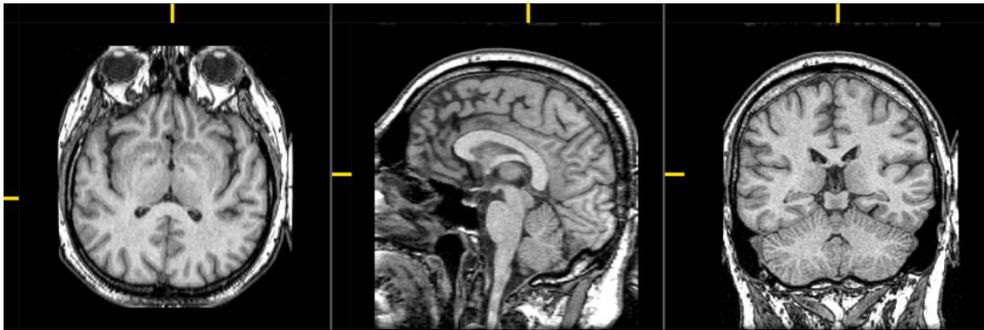


FIGURA 22. VISTA AXIAL, SAGITAL Y CORONAL DEL CEREBRO POR MRI-T1

Una vez tenemos todas las imágenes MRI en 2D en las tres vistas ya mencionadas se procedería a utilizar las técnicas de reconstrucción de imágenes en 3D. En la siguiente figura, sacada de la Bibliografía [30], se muestra la posibilidad de dicha reconstrucción usando el programa MATLAB. Esto permite cortar el volumen deseado en un tamaño de pixel de las imágenes originales.

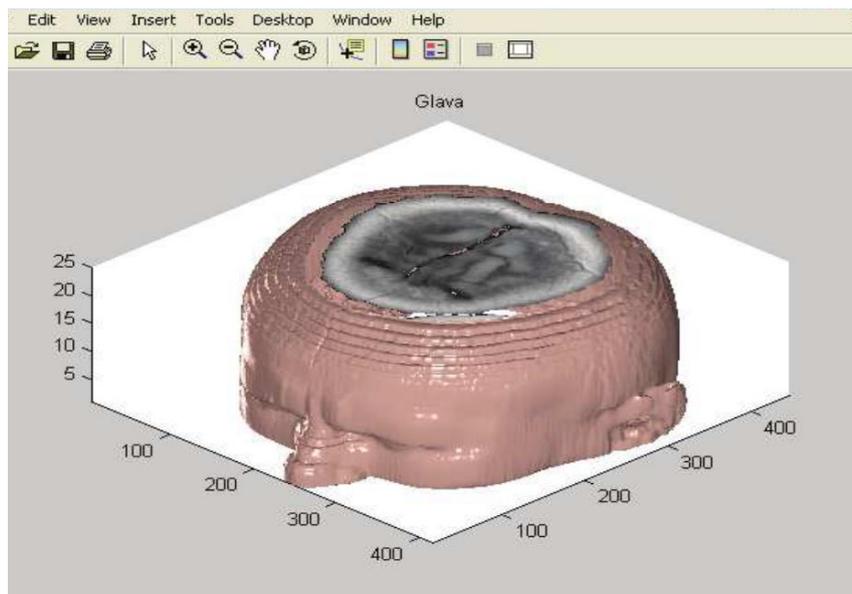


FIGURA 23. RECONSTRUCCIÓN 3D DE LA CABEZA HUMANA CON MATLAB

El ojo humano es la base del sentido de la vista. Tiene una forma aproximadamente esférica, de unos 1,25 cm de radio y está lleno de un gel llamado humor vítreo, que rellena el espacio entre la retina y el cristalino. El método de adquisición que presentaremos a continuación se basa en la ya mencionada representación de superficie para la creación de un modelo tridimensional por MRI. El estudio en el que nos basaremos fue presentado en 2006 [32], hasta la fecha se habían hecho pocas investigaciones de esta naturaleza sobre la forma del globo ocular en 3D. Presentaremos los pasos del procedimiento, así como los resultados obtenido en el artículo.

La técnica se basará en la adquisición de imágenes MRI ponderadas en T2, pues son las que ofrecen mejor resolución de los tejidos tratados. Se realizó el estudio sobre 7 pacientes, los cuales fueron escaneados con un escáner de cuerpo entero por MRI con un campo magnético de 3T.

Las señales de MRI son recogidas por unas bobinas de radiofrecuencia de matriz en fase (*phased-array head coils*) de 8 canales, que presentan cierta rapidez a la hora de escanear simultáneamente ambos ojos con una señal alta en relación señal-ruido.

A la hora de la reconstrucción de la forma del ojo se utiliza una técnica de retractilado [33], en el que se presenta un algoritmo que genera una malla triangular compuesta por 32.768 polígonos para aproximar una isosuperficie (ajuste de nivel de una función continua cuyo dominio es el espacio 3D). Primero comienza por la triangulación de una esfera para luego aplicar una serie de transformaciones para así obtener la superficie deseada. El modelo poligonal resultante se ajusta a la forma del ojo, pero presenta en este momento una estructura rugosa debido a la resolución de los píxeles. Con conocimiento previo del resultado se puede suavizar esta superficie para hacerla más lisa.

Una vez que se ha construido la superficie del ojo varios parámetros morfométricos se superponen al modelo usando una paleta de colores.

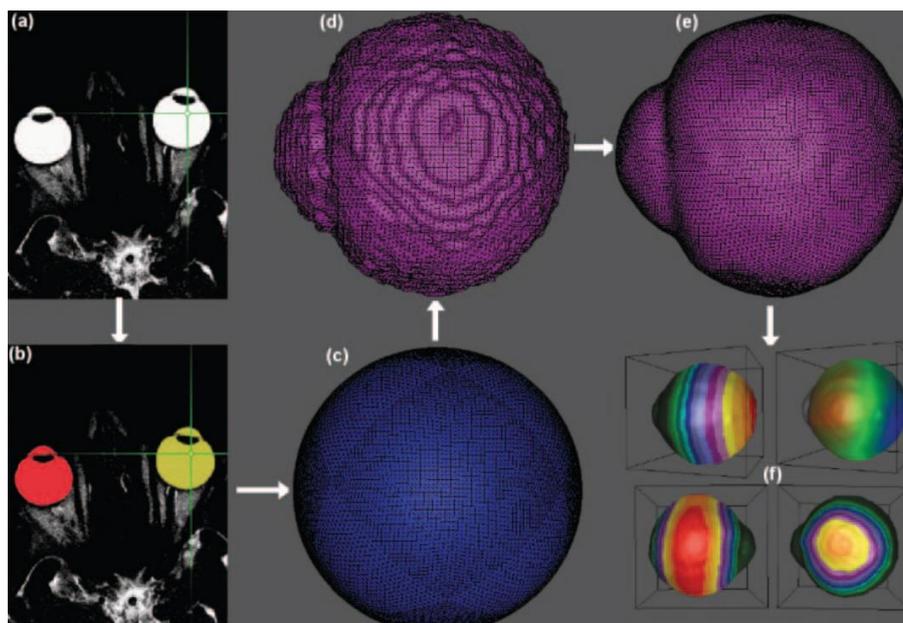


FIGURA 24. RECONSTRUCCIÓN DEL OJO HUMANO A PARTIR DE IMÁGENES DE RESONANCIA MAGNÉTICA

- a) Análisis inicial de las imágenes T2
- b) Etiqueta de voxels utilizando un algoritmo 3D
- c) Construcción del modelos de 32.768 polígonos triangulares
- d) Aproximación a la forma del ojo
- e) Mejora de las texturas suavizando los bordes
- f) Visualización de los modelos en 3D parametrizados

5. Modelización matemática de la interacción EM en el cuerpo humano

En el *apartado 2* estudiamos la interacción de las ondas EM planas en medios dieléctricos con pérdidas. A pesar de haber hecho una caracterización dieléctrica de los tejidos en el rango de frecuencias que queremos trabajar, así como una modelización del cuerpo humano para estudiar su estructura interna no podremos estudiar cómo afectan los campos electromagnéticos al cuerpo humano debido a su heterogeneidad y anisotropía. Teniendo en cuenta la distribución de los tejidos y la variación de su permitividad compleja los cálculos se vuelven muy complicados, por lo que se desarrollan nuevos métodos numéricos para el tratamiento de estos datos.

El empleo de estos nuevos procedimientos nos permitirá obtener información espacial y temporal de las variaciones en los campos en el interior de los tejidos, así como las corrientes generadas y la energía depositada, parámetros cruciales para el desarrollo terapéutico y diagnóstico del Electromagnetismo.

Todos los modelos matemáticos tratarán de resolver las Ecuaciones de Maxwell pero se distinguirán dos tipos: los métodos que utilicen ecuaciones diferenciales y los que utilicen ecuaciones integrales. En este caso, estudiaremos un método del primer tipo, con el que se obtienen resultados fiables y se han realizado numerosas simulaciones, el método **FDTD**.

5.1. Principios del método FDTD

Este método se sustenta en el estudio de los campos electromagnéticos en el cuerpo humano mediante una discretización del mismo. Se estudiarán los campos eléctrico y magnético en cada sección, así como sus condiciones de contorno, propagación, coeficientes de transmisión y absorción y, lo que es de mayor interés, la cantidad de energía en forma de calor depositada en los tejidos (dedicaremos un apartado entero para estudiar la energía de intercambio entre las ondas y el cuerpo humano).

Las secciones en las que se divide al cuerpo humano son voxels y en cada una de ellas se estudian las ecuaciones de Maxwell suponiendo un medio isótropo en el que habrá materiales que puedan causar pérdidas eléctricas o energéticas:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (98)$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{J}_e \quad (99)$$

donde $\vec{J}_e = \sigma \vec{E}$ [34]. A cada voxel se le asignará un valor de permitividad complejo separando unos de otros según diferentes tipos de tejido, es decir, cada voxel tendrá un único valor de permitividad y conductividad. Esta aproximación es en apariencia algo alejada de la realidad debido a que no refleja la dispersión intrínseca espacial y la heterogeneidad de los tejidos biológicos. [35]

El tamaño de los voxels se tomará teniendo en cuenta la longitud de onda de los campos electromagnéticos que inciden sobre el cuerpo, encontrándonos entre 10-20 intervalos por longitud de onda.

El método FDTD usa un algoritmo desarrollado por Yee (1966) y fue implementado por primera vez para el estudio de ondas EM en el cuerpo humano por Taflove y Brodwin (1975), utilizando una onda plana de 750 MHz y otra de 1,5 GHz sobre un modelo del ojo humano.

El ya mencionado algoritmo de Yee utiliza las ecuaciones (98) y (99) en su forma escalar:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (100)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (101)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (102)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (103)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (104)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (105)$$

La red de voxels se representará en un sistema de coordenadas (i, j, k) cuyos volúmenes serán ($i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z$). Cada volumen tendrá las mismas dimensiones en cada eje ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = \delta$) y F será una función del espacio-tiempo en términos del incremento de tiempo Δt y un índice integral n de forma que

$$F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = F^n(i, j, k) \quad (106)$$

Yee, en 1966, utilizó una aproximación central diferencial finita de segundo orden en espacio y tiempo que representaba las derivadas espaciales y temporales:

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F^n(i + 1/2, j, k) - F^n(i - 1/2, j, k)}{\delta} \quad (107)$$

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}(i, j, k) - F^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \quad (108)$$

El punto clave del método era intercalar valores de E y H en cada posición $\delta / 2$ y en tiempos $\Delta t / 2$ para así desarrollar un algoritmo de “salto de rana” (en inglés *leap-frog algorithm*) en el que se obtenían las componentes de E y H en cualquier posición gracias a sus valores previos en las posiciones adyacentes.

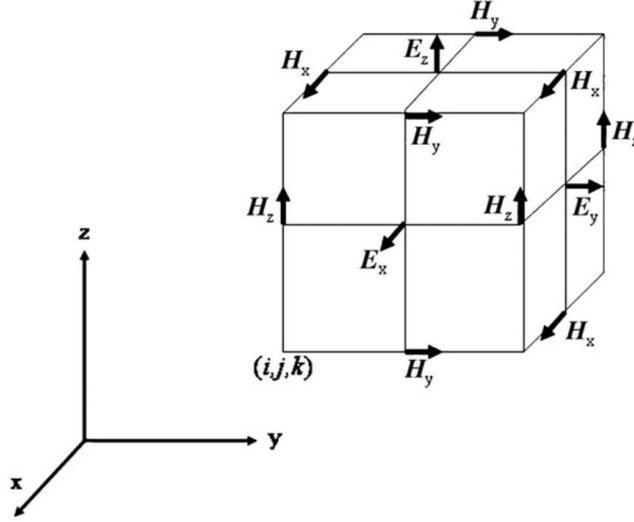


FIGURA 25. SISTEMA DE CELDAS DEL ALGORITMO DE YEE

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j, k)} \times \left(\frac{E_y^n(i+1/2, j, k) - E_y^n(i-1/2, j, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j, k+1/2) - E_z^n(i, j, k-1/2)}{\Delta y} \right) \quad (109)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j, k)} \times \left(\frac{E_x^n(i+1/2, j, k) - E_x^n(i-1/2, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_z^n(i, j, k+1/2) - E_z^n(i, j, k-1/2)}{\Delta z} \right) \quad (110)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j, k)} \times \left(\frac{E_x^n(i+1/2, j, k) - E_x^n(i-1/2, j, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i, j, k+1/2) - E_y^n(i, j, k-1/2)}{\Delta x} \right) \quad (111)$$

$$E_z^{n+1}(i,j,k) = \left(\frac{1 - \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) E_z^n(i,j,k) + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+1/2,j,k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1/2,j,k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1/2,k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j-1/2,k)}{\Delta y} \right) \quad (114)$$

$$E_x^{n+1}(i,j,k) = \left(\frac{1 - \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) E_x^n(i,j,k) + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1/2,k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j-1/2,k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+1/2) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k-1/2)}{\Delta z} \right) \quad (112)$$

$$E_y^{n+1}(i,j,k) = \left(\frac{1 - \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) E_y^n(i,j,k) + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)}}{1 + \frac{\sigma(i,j,k)\Delta t}{2\varepsilon(i,j,k)}} \right) \times$$

$$\left(\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+1/2) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k-1/2)}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1/2,j,k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1/2,j,k)}{\Delta x} \right) \quad (113)$$

Algunas de las simulaciones obtenidas mediante el algoritmo FDTD se pueden observar a continuación. En este caso haremos incidir una onda plana con polarización vertical de frente sobre nuestro modelo y obtendremos un mapa de los campos externos e internos. Este método será la base de simulaciones que estudiaremos en próximos apartados.

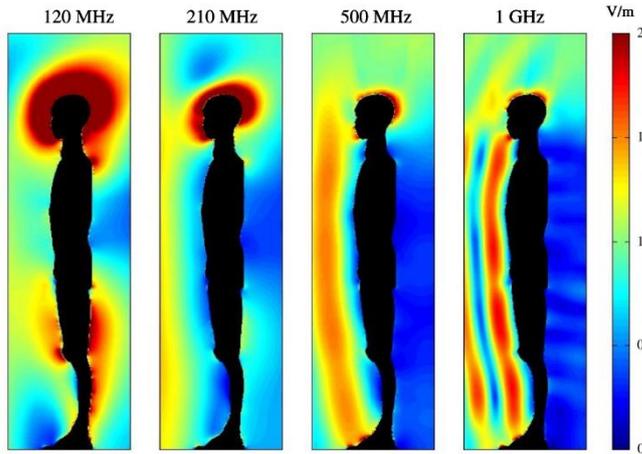


FIGURA 26. CAMPOS E EXTERNOS A FRECUENCIAS INDICADAS

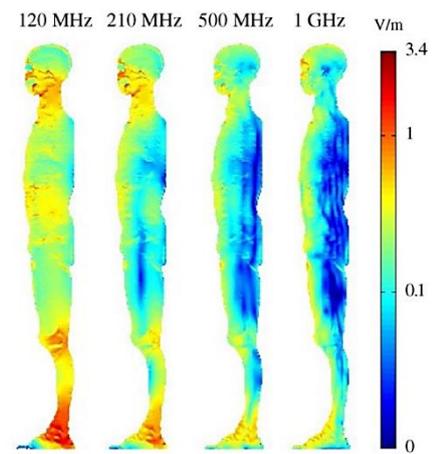


FIGURA 27. CAMPOS E INTERNOS

5.2. Caracterización dieléctrica de voxels por medio de MRI

Aprovecharemos lo ya aprendido de imagen por resonancia magnética para la modelización matemática del cuerpo humano. Ahora ya no nos interesa la mera estructura de los tejidos y su distribución en el interior sino que queremos estudiar en detalle qué características tendrán que pueda afectar a los campos. La mayor dificultad de medir las propiedades de los tejidos es que los ensayos han de hacerse *in vivo* (pues cambian con respecto a las pruebas hechas *in vitro*) y con métodos no invasivos. En el *apartado 3*, cuando estudiamos la permitividad compleja de los tejidos, utilizamos una sonda con apertura en el extremo que debía colocarse sobre el material a estudiar para realizar la medida pertinente. Resulta evidente entender que si queremos que el método de estudio no sea invasivo (por razones éticas) deberemos estudiar otras alternativas para poder caracterizar los tejidos internos (órganos, huesos...) para poder estudiar con la mayor exactitud posible la propagación de ondas EM en el interior del cuerpo.

Son numerosos los estudios que han obtenido las permitividades complejas de los tejidos a partir de los tiempos de relajación medidos en MRI. En esta sección nos sustentaremos principalmente en un estudio realizado por M. Mazzurana (2003) [35] debido a su practicidad y relativa rapidez a la hora de obtención de modelos. En dicho experimento se propone un modelo numérico antropomórfico de la anatomía dieléctrica que tiene en cuenta las variaciones de la permitividad compleja en cada tejido (DAM *dielectric anatomical model*) y su procedimiento consta de dos pasos:

1. Relacionar el tiempo de relajación longitudinal T1 con el contenido en agua
2. Relacionar el contenido en agua con la permitividad compleja

Es decir, el tiempo de relajación T1 de la resonancia magnética se ve influenciado por la estructura dinámica, la frecuencia y la cantidad de agua de la muestra.

Para la toma de imágenes se utilizó una secuencia de pulsos spin-eco (SE), consistente en un pulso inicial de RF de 90° para provocar la inclinación del vector de magnetización longitudinal en el plano transversal, seguido de un pulso de refase de 180° para obtener un eco. [36] La señal spin-eco en cada voxel viene influenciada por los tiempos de relajación (T1 y T2) y la densidad protónica, característicos del material. Para el experimento se realizaron dos medidas sobre el voluntario en la misma posición: la primera de ellas se basaba en secuencias spi-eco con tiempo de repetición cortos de 450 ms (TR short) y la segunda con tiempos de repetición largos de 2100 ms (TR long).

La relación que nos da la intensidad de cada voxel será:

$$I(\vec{r}) = k \alpha(\vec{r}) \rho(\vec{r}) e^{-\frac{T_E}{T_2(\vec{r})}} \left(1 - 2e^{-\frac{T_R - T_E}{T_1(\vec{r})}} + e^{-\frac{T_R}{T_1(\vec{r})}} \right) \quad (115)$$

Cómo queremos eliminar la dependencia con T2 introduciremos el factor k_{ratio} , que nos relaciona las imágenes cortas con las largas ($k_{\text{ratio}} = k_{\text{short}}/k_{\text{long}}$). En las imágenes SE el tiempo de repetición TR y el tiempo eco TE son usados para el control del contraste y la medida de las imágenes de MR. Las imágenes de corto T1 y TE son las llamadas imágenes ponderadas en T1, mientras que las de largo TR y TE son las ponderadas en T2 [37]. Obtendremos entonces un ratio de intensidad de imagen dependiente de T1:

$$I_{ratio}(\vec{r}) = K_{ratio} \frac{1 - 2 e^{-\frac{T_{Rshort} - T_E/2}{T_1(\vec{r})}} + e^{-\frac{T_{Rshort}}{T_1(\vec{r})}}}{1 - 2 e^{-\frac{T_{Rlong} - T_E/2}{T_1(\vec{r})}} + e^{-\frac{T_{Rlong}}{T_1(\vec{r})}}} \quad (116)$$

Fatouros y Marmarou (1999) propusieron una ecuación que relaciona la fracción de agua de cada tejido (f_ω) con el tiempo de relajación T1:

$$\frac{1}{f_\omega} = A + \frac{B}{T_1} \quad (117)$$

donde A y B son parámetros que dependen de la fuerza del campo magnético aplicado. Experimentalmente se observó que el comportamiento de las muestras con alto contenido en agua (>65%) era muy diferente a las de bajo contenido (<10%) por lo que había que tenerlo en cuenta para utilizar unos parámetros diferentes.

Ya en 1980, Schepps y Fuster habían reportado datos sobre la dependencia de las características dieléctricas de los tejidos como función de la frecuencia y el contenido en agua. La suposición sobre la que se sustenta este método es que, en el rango de frecuencias de microondas, las membranas celulares tienen una impedancia muy baja y pueden compararse con suspensiones de proteínas en agua [38]. La permitividad vendrá dada entonces por:

$$\varepsilon = \varepsilon_\omega \left(\frac{1 - P}{1 + (K - 1)P} \right) \left(1 + \frac{KP\varepsilon_p}{\varepsilon_\omega(1 - P)} \right) \quad (118)$$

donde ε_ω es la permitividad del agua en la frecuencia de trabajo, P es la fracción de volumen del sólido suspendido, ε_p la permitividad de la proteína molecular y K un factor que depende de la geometría. Esta ecuación es evaluada en cada voxel y da como resultado el modelo dieléctrico humano completo en 3D.

Una vez se obtenemos los valores de las permitividades y conductividades de los tejidos a partir de MRI se pueden comparar con los que se obtuvieron por C. Gabriel en 1996 [15], experimento que ya mencionamos en el *apartado 3*. En la gráfica siguiente se muestran los valores obtenidos de las funciones de *transferencia* $\varepsilon(I_{ratio})$ y $\sigma(I_{ratio})$ comparados con algunos de los tejidos obtenidos por Gabriel para frecuencias de 100MHz y 1GHz. La comparación de ambos experimentos permitió hallar una dependencia aproximadamente lineal de la permitividad relativa y la conductividad con la intensidad obtenida. Se obtuvieron dos modelos: para alto contenido en agua y para bajo, separados por la línea discontinua (Figura 29).

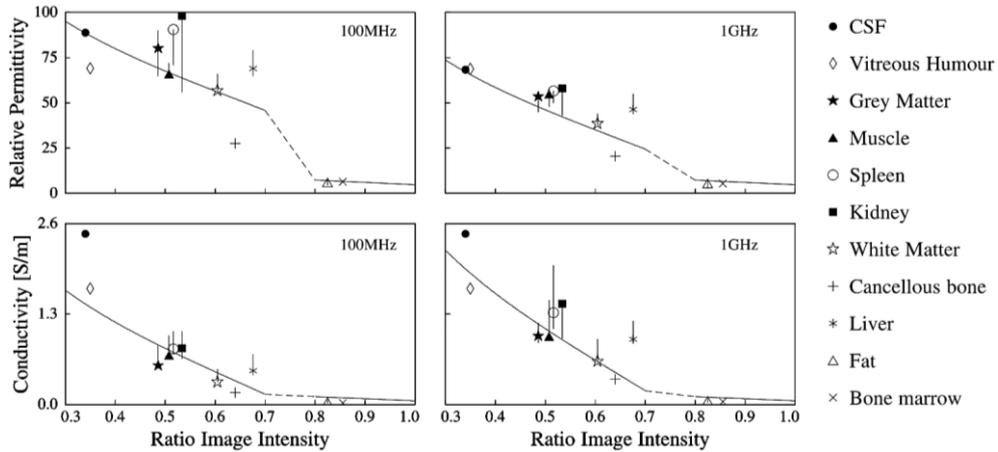


FIGURA 28. COMPARACIÓN DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA (FUNCIONES LINEALES) CON LOS VALORES EXPERIMENTALES DEL EXPERIMENTO DE C. GABRIEL (1996)

5.3. Base de datos de modelos de voxels

Los modelos de voxel son la representación más fiable actual de la anatomía humana. En los últimos 20 años se han desarrollado numerosos modelos que nos permiten tener una base de datos cada vez más sólida con representaciones por edades, géneros, alturas, pesos y etnias. Además, la división del cuerpo en pequeñas secciones caracterizadas dieléctricamente permite cierta flexibilidad a la hora de adoptar los modelos ya estudiados a las dimensiones del paciente de interés.

A pesar de todo ello, no es posible la modelización matemática exacta del cuerpo humano y los modelos de voxels presentan ciertas desventajas que se han de tener en cuenta:

1. En ocasiones hay tejidos internos de muy pequeñas dimensiones que no pueden ser representados con exactitud con el modelo de voxels. Este es el caso de la piel, cuya superficie se suele modelizar con una profundidad de un voxel lo cual no da cuenta de su heterogeneidad.
2. La composición del voxel da cierta estructura escalonada al cuerpo sin dar cuenta de la naturaleza lisa de las superficies.
3. La mayor parte de medidas que se realizan con pruebas de CT y MRI se obtienen con el paciente en posición supina, los efectos de la gravedad afectaran de manera diferente a los órganos internos a como lo harían a un paciente en posición vertical.
4. A pesar de tener una base de datos concreta de un sujeto con una altura, peso y etnia determinada la estructura del cuerpo varía considerablemente de unos individuos a otros.
5. Hasta ahora la mayor parte de imágenes y estudios se han hecho o bien sobre pacientes que presentaban algún tipo de patología o cadáveres.

5.3.1. Modelo de NORMAN

El modelo de NORMAN consiste en una reconstrucción del cuerpo humano de un adulto de aproximadamente 9 millones de voxels con dimensiones de $2 \times 2 \times 2 \text{ mm}$ diferenciados en 37 tipos de tejidos diferentes [39]. La adquisición de datos fue llevada a cabo por Noah Clinch of Fairfield Imaging (1995). Para el escaneo del cuerpo entero a través de MRI el cuerpo del sujeto de estudio se divido en seis partes: cabeza, tórax, abdomen, muslos, rodillas y pies.

Este modelo fue normalizado para que pudiese servir como base de datos de “hombre de referencia” adquiriendo una altura de 1,76m y una masa de 73 Kg.

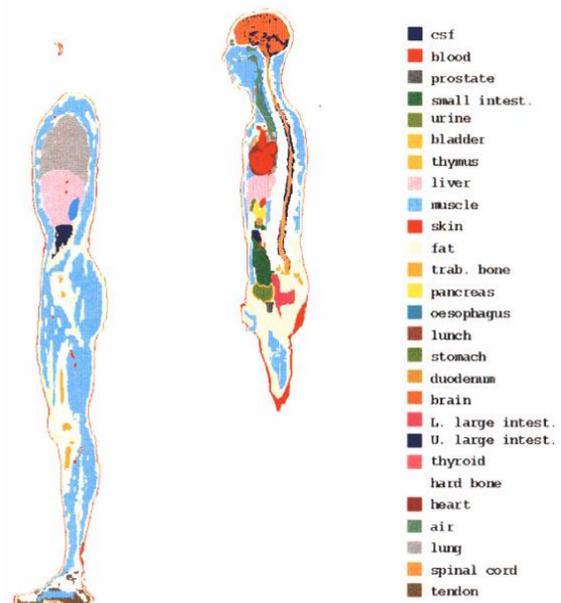


FIGURA 29. VISTA SAGITAL DEL MODELO DE NORMAN

5.3.2. Otros modelos

En los sucesivos años al desarrollo del modelo de NORMAN se crearon modelos similares basándose, la mayor parte de ellos, en los estándares del hombre de mediana edad europeo. De entre mucho trabajos cabe destacar el de Mason et al (2000), con el que se consiguió un modelo de gran resolución espacial en cuya clasificación se incluían más de 40 tipos de tejidos diferentes.

Como ya hemos comentado, la mayor parte de los modelos se han basado en la anatomía humana de caucásicos varones. La diferencia estructural de los órganos internos y la imposibilidad de extrapolación a fisionomías diferentes ha motivado el estudio de otros modelos con datos de diferentes sexos (NAOMI, Dimbylow (2005) [40]), etnias (Nagaoka et al (2004) [41]) o edades (Lee et al (2009) [42]).

Los modelos hasta ahora estudiados están disponibles comercialmente para simulaciones electromagnéticas. Desafortunadamente, muchos de ellos no presentan toda la información de cómo han sido creados, como por ejemplo todas las aproximaciones que se han hecho o las decisiones que se han tomado para elegir las condiciones de contorno de los tejidos.

Esta falta de información conlleva la imposibilidad de reproducir estos modelos para así poder estudiarlos y mejorarlos.

Por el contrario, estos últimos años se han publicado estudios de modelos meticulosamente documentados, como el AustinMan [43]. Todas las suposiciones hechas durante el desarrollo del modelo y las regiones problemáticas se detallan en documentos públicos. Los pasos básicos en la construcción del modelo fueron:

1. Selección de las imágenes adecuadas de MRI. Estas se obtuvieron de la Biblioteca Nacional de Medicina del *Visible Human Project* (VHP) [44].
2. Eliminación del fondo de las imágenes.
3. Segmentación e identificación de diferentes tipos de tejidos. Cada uno de los píxeles fue caracterizado dieléctricamente.
4. Reconstrucción del modelo en tres dimensiones a partir de todas las secciones de píxeles en dos dimensiones.



FIGURA 30. MODELO AUSTINMAN EN RESOLUCIÓN $1 \times 1 \times 1 \text{ mm}^3$

5.4. Phantom models

A pesar de que un modelo numérico del ambiente puede ser simulado por ordenador, no podrá reflejar el entorno realista, que es vulnerable a todo tipo de interferencias eléctricas, mecánicas y medioambientales. Lo ideal sería poder utilizar participantes humanos para testar la exposición a campos EM en entorno reales, puesto que hay ciertas incertidumbres, como el movimiento de respiración, la vibración cardiovascular o la variación en la humedad de la piel, que son clave para alcanzar el realismo requerido en estos experimentos. Conseguir la participación de la población en estos experimentos es un tema ético en debate y se deben pedir permisos a las autoridades pertinentes, basándose en los posibles niveles de riesgo que puedan suponer las radiaciones utilizadas.

En los últimos años se ha extendido la utilización de tejidos artificiales que imitan el cuerpo humano, los denominados *phantom models* [45](cuyos tejidos por separado son los ATE, *artificial tissue-emulating*). Simular un órgano humano requiere de la fabricación de materiales artificiales que cumplan tres requisitos fundamentales: presentar una anatomía realista, unas características dieléctricas que se ajusten a los tejidos en la banda de frecuencias de interés y que sean modelos con una vida útil larga.

Los materiales ATE podrán clasificarse según su apariencia y consistencia física en cuatro tipos diferentes:

- **Materiales líquidos:** Órganos con un alto contenido en agua, como el músculo o algunas partes del cerebro, presentan propiedades dieléctricas muy elevadas. Los materiales utilizados para simular estos tejidos serán principalmente mezclas líquidas, muy fáciles de preparar, debido a que solo se requiere de juntar los componentes siguiendo una receta.

Para la fabricación de otros materiales con menor permitividad, que imiten tejidos óseos o adiposos, se utilizará una menor cantidad de agua.

Estas mezclas líquidas presentarán ciertas desventajas a la hora de mantener la consistencia de sus propiedades, puesto que el material tenderá a deshidratarse, lo cual producirá cambios drásticos en la permitividad relativa y conductividad. Además los recipientes que contengan estos líquidos podrán afectar a las medidas realizadas.

- **Materiales GEL:** Son materiales semilíquidos, con mayor consistencia que los líquidos. A pesar de ello siguen necesitando un recipiente para mantener la forma. Este tipo de materiales soluciona el problema de separación de los componentes que presentan los anteriores, pudiendo mantener la homogeneidad durante un largo periodo de tiempo.

Su preparación se basa en la continua rotación de sus componentes, hasta conseguir una consistencia viscosa. Para evitar la formación de burbujas se procederá a ralentizar las rotaciones aplicadas.

- **Materiales semisólidos o gelatinosos:** Este tipo sí que preserva la forma y las propiedades eléctricas que presenta son estables.

El proceso de fabricación comienza con pesar de los ingredientes por separado, calentar el agua a parte e introducirlos uno a uno a diferentes temperaturas. Como paso final se enfriará la muestra hasta temperatura ambiente.

Estos materiales presentan complicaciones en experimentos que requieren de medidas invasivas, como la medida del SAR o las pruebas de hipertermia, debido a que la

deformación de los tejidos conlleva una alteración en las medidas. Además, no son reusables ni se pueden reajustar sus propiedades dieléctricas.

- **Materiales sólidos:** No basan su composición en agua, también se llaman “Materiales ATE deshidratados”. Estos están compuestos principalmente de materiales cerámicos a los cuales se les añade compuestos de mejora de conductividad (los materiales cerámicos por sí solo apenas presentan pérdidas). Para su fabricación es necesario alcanzar temperaturas muy altas, lo que eleva significativamente el coste de fabricación con respecto a los otros tipos.

Presentaremos a continuación un esquema de los principales pasos de fabricación de los diferentes materiales:

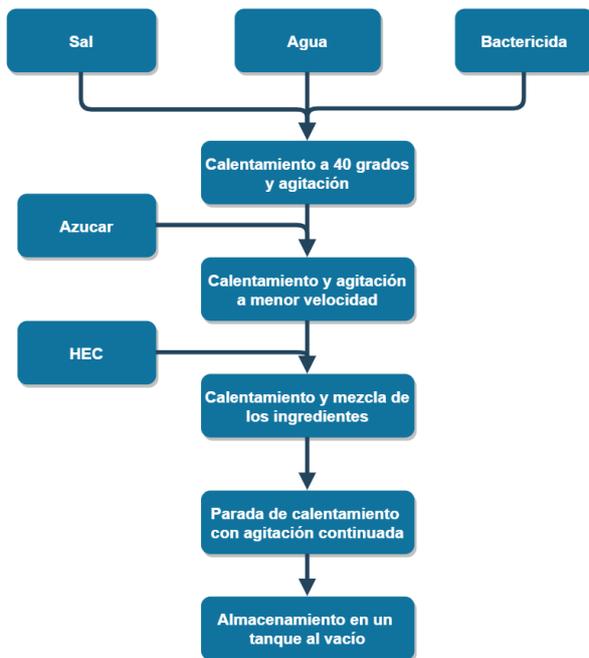


FIGURA 32. FABRICACIÓN ATE LÍQUIDO

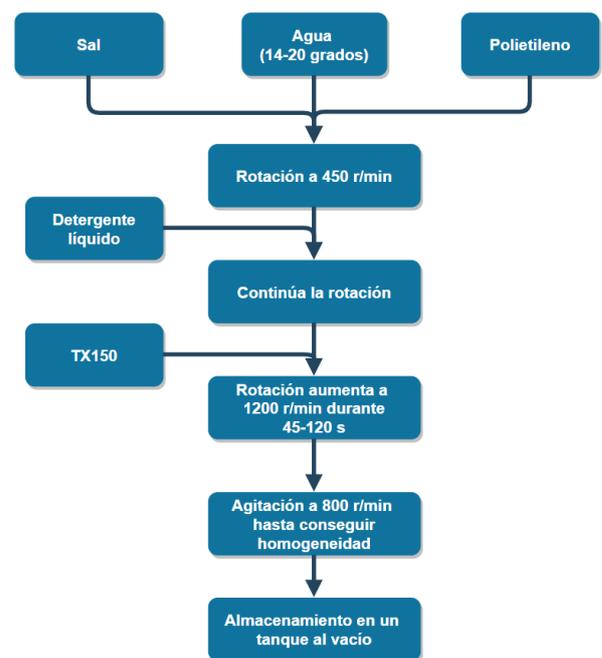


FIGURA 31. FABRICACIÓN GEL ATE

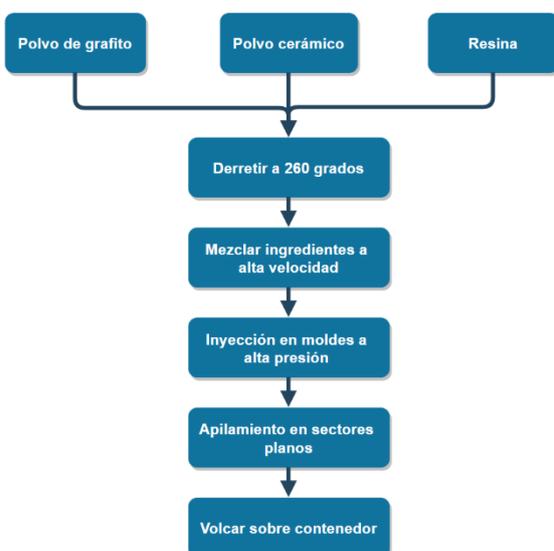


FIGURA 34. FABRICACIÓN ATE SEMISÓLIDO

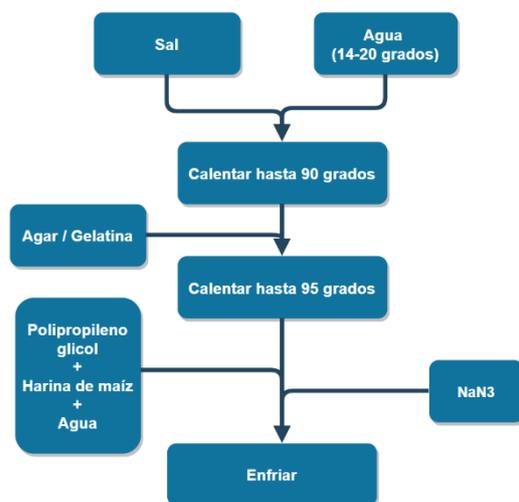


FIGURA 33. FABRICACIÓN ATE SÓLIDO

6. Dosimetría

La **dosimetría electromagnética** es el área que estudia los efectos que tienen sobre el cuerpo humano los campos electromagnéticos de frecuencias medias y altas. Dejando a un lado las posibles alteraciones a nivel biológico, en el campo de frecuencias de entre 100 KHz y 10 GHz centraremos nuestro estudio en los efectos térmicos (incremento de temperaturas) en los tejidos, provocados por la absorción de energía en las diferentes zonas del cuerpo humano. La métrica utilizada para establecer un criterio de seguridad a la exposición de radiación electromagnética será la **tasa de absorción específica** (*Specific Absorption Rate*, SAR), que describe el ratio de energía transferido de una onda plana a un material (por unidad de masa) en un punto. [46]

$$SAR = \frac{d}{dt} \left(\frac{dW}{dm} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{dW}{\rho dV} \right) \quad (119)$$

donde dW es el incremento de energía absorbida, dm el incremento de masa, dV el incremento de volumen y ρ la densidad de masa. También puede calcularse si se conoce el campo eléctrico en el interior del tejido, de forma que

$$SAR = \frac{\iiint_{muestra} \frac{\sigma_{eff}(\vec{r}) |E_{rms}(\vec{r})|^2}{\rho(\vec{r})} dV}{V} \quad (120)$$

donde σ_{eff} es la conductividad efectiva, E_{rms} es el valor eficaz o valor cuadrático medio del campo eléctrico, V es el volumen de la muestra de tejido y ρ la densidad de masa del tejido.

El vector de Poynting describe la densidad en potencia almacenada en los campos eléctrico y magnético de una onda plana. La media en el tiempo del vector de Poynting se puede dar en términos tanto del valor de E como de H , siendo

$$P = \frac{E_{rms}^2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + (\sigma_{eff}/\omega\epsilon')^2}} \quad (W/m^2) \quad (121)$$

$$P = \frac{H_{rms}^2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 + (\sigma_{eff}/\omega\epsilon')^2}}}{\sqrt{1 + (\sigma_{eff}/\omega\epsilon')^2}} \quad (W/m^2) \quad (122)$$

Este valor nos dará información sobre la energía por unidad de superficie que se propaga y que por tanto podrá transmitirse en el material sobre el que incida. [5]

Los factores que influyen en la magnitud del campo eléctrico en el interior del cuerpo dependen, en primer lugar, del campo incidente, caracterizado por la frecuencia, intensidad, dirección de propagación, polarización, etc. Por otra parte, habrá que tener en cuenta las características del

cuerpo humano de estudio, como las dimensiones, la postura o la disposición interna de los tejidos. Por último, influirán también los objetos que se encuentren en las proximidades del cuerpo.

6.1. Efecto de resonancia en el cuerpo humano

A determinadas frecuencias se da el fenómeno de resonancia, donde las ondas son parcialmente reflejadas y dirigidas a otras zonas del cuerpo hasta que son absorbidas. Esto provoca una mayor absorción de energía a estas frecuencias, denominadas de resonancia. en los estudios realizados sobre este tema se hacen aproximaciones a la resonancia del cuerpo completo, sin tener en cuenta que algunas partes individuales, como el torso, pueden resonar a frecuencias más altas.

La cantidad de energía absorbida por los tejidos, mucho mayor que la energía esperada, ha hecho que las frecuencias en las cuales se produce este efecto sean motivo de estudio para garantizar la seguridad ante la exposición electromagnética. En los últimos años, se han realizado diversos experimentos que tratan este tema, entre ellos el realizado por Tinniswood et al (1998) [47], del cual expondremos los resultados obtenidos.

En este estudio se utilizaron dos modelos diferentes del cuerpo humano. El primero de ellos presentará una anatomía más detallada, con las propiedades heterogéneas de los tejidos y el segundo será una aproximación geométrica a paralelepípedos para el torso y piernas, una elipsoide para la cabeza y un cilindro para el cuello, todo ello caracterizado como un tejido homogéneo con una conductividad y constante dieléctrica de 2 tercios de la del músculo. Las simulaciones serán llevadas a cabo mediante el algoritmo FDTD, con el que se realizarán simulaciones de frecuencias desde 10 MHz hasta 350 MHz, en intervalos de 10 MHz. El modelo humano fue sometido a una exposición de ondas planas con polarización vertical del campo E, incidiendo frontalmente contra el cuerpo con y sin conectar a tierra. Se deberá elegir el número de iteraciones que debe realizar el algoritmo hasta que el sistema se considere estable. El número de ciclos adecuados para este propósito fue ya estudiado por Gandhi et al (1992), llegando a la conclusión de que 4 eran suficientes.

Para la caracterización dieléctrica del modelo de voxels se utilizaron las propiedades obtenidas por Gabriel (1996), y estudiadas en el apartado 3. Una vez se realizaron simulaciones en intervalos de 10 MHz se tomaron medidas con separaciones de frecuencias de 1 MHz para así establecer las frecuencias de resonancia con mayor exactitud, correspondiendo a éstas a las frecuencias en las que se encontraba un mayor valor del SAR.

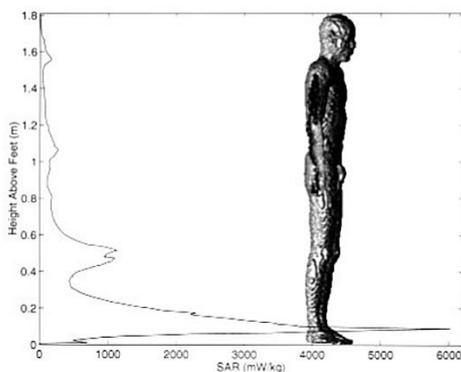


FIGURA 35. SAR, 48 MHz

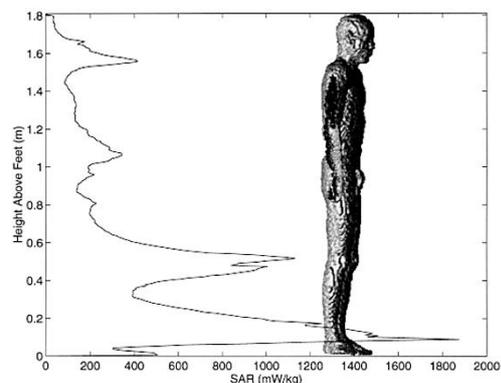


FIGURA 36. SAR, 79 MHz

Para los modelos utilizados se obtuvieron resultados parecidos y se concluyó con que las frecuencias de resonancia para el modelo aislado y el conectado a tierra eran 79 MHz y 48 MHz, respectivamente. Por otra parte se obtuvo una mayor frecuencia para la cabeza y el cuello, alrededor de los 207 MHz. Se mostrará tanto la distribución del SAR en función de la altura a esta frecuencia como la distribución más detallada en el modelo de voxels del busto, donde se produce la mayor tasa de absorción.

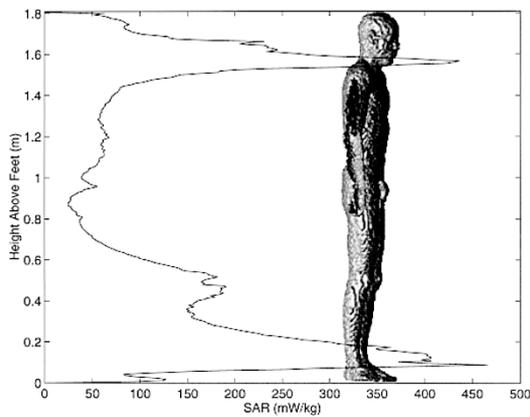


FIGURA 38. SAR, 207 MHz

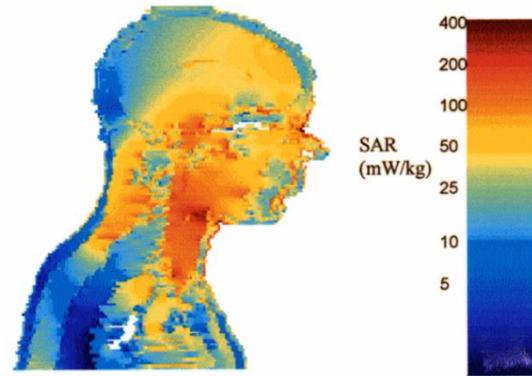


FIGURA 37. DISTRIBUCIÓN DEL SAR EN EL BUSTO A 207 MHz

6.2. Modelización por FDTD del SAR

Hay infinidad de estudios que se pueden realizar sobre la tasa específica de absorción teniendo en cuenta todos los posibles parámetros que pueden cambiar en los experimentos. En esta sección, nos centraremos en dos estudios en particular: el primero de ellos tiene en cuenta diferentes posiciones de los modelos de voxel para estudiar cómo influye en el SAR, y el segundo, varía la polarización de los campos incidentes.

R. P. Findlay y P. J. Dimbylow estudiaron en 2005 los efectos de la postura en los cálculos por FDTD del SAR [48]. Para ello se utilizará el modelo de NORMAN, el cual se habrá editado para ofrecer diferentes posturas, como se podrá ver a continuación.

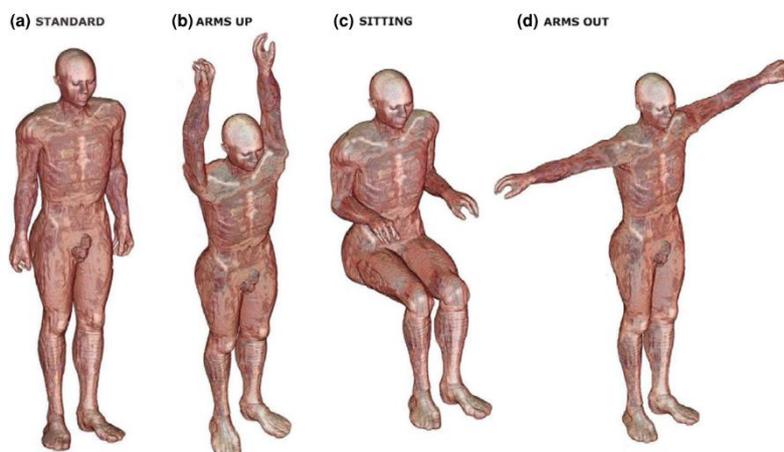


FIGURA 39. MODELO VOXEL DE NORMAN EN DIFERENTES POSICIONES

Las propiedades dieléctricas de cada voxel de nuevo son las proporcionadas por el estudio realizado por Gabriel et al (1995), cuyo modelo de dispersión 4-Cole-Cole ha sido introducido en cada tejido para parametrizar la conductividad y permitividad como función de la frecuencia. Todas las simulaciones por FDTD fueron realizadas con una resolución de 4 mm, desde 10 MHz hasta 300 MHz y bajo condiciones de aislamiento y conexión a tierra (con la excepción de la posición con brazos hacia afuera).

La figura mostrada a continuación nos enseña un mapa del SAR en cada voxel del cuerpo a diferentes posturas y frecuencias, normalizado a un valor máximo del modelo.

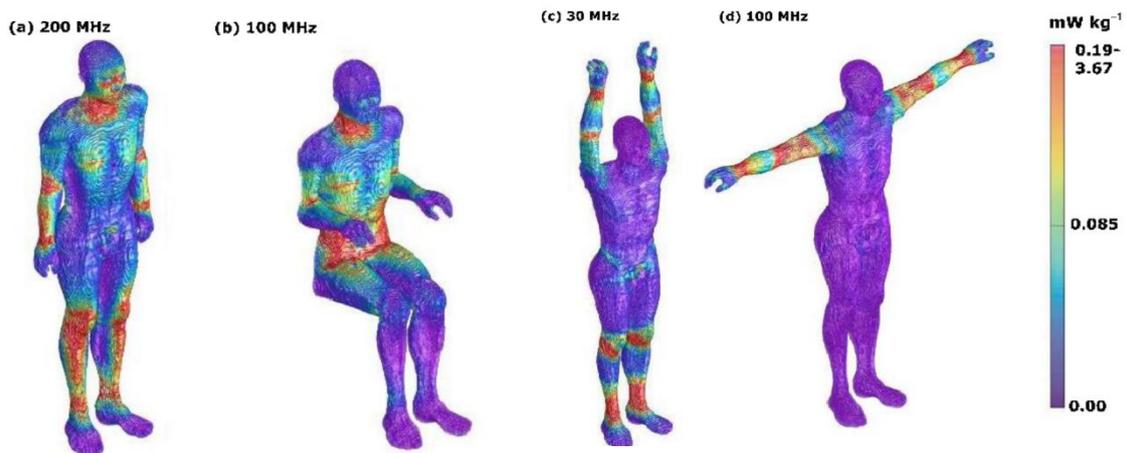


FIGURA 40. DISTRIBUCIÓN DEL SAR A DIFERENTES FRECUENCIAS

La densidad de corriente inducida será mayor en las zonas en las que el área de sección transversal sea mayor. El SAR a su vez, como vimos en (120), es proporcional a la densidad de corriente. A valores de frecuencia de 30 MHz la mayor absorción se producirá en los tobillos.

En el estudio realizado por Uusitupa [49] se utilizaron 15 modelos diferentes de voxels y se realizaron 720 simulaciones con diferentes incidencias y polarizaciones de ondas planas en un rango de frecuencias de entre 300 MHz y 5 GHz.

En las simulaciones, la dirección de propagación de la onda incidente \vec{k} queda especificada por los ángulos θ y ϕ , mostrados en la Figura 42.

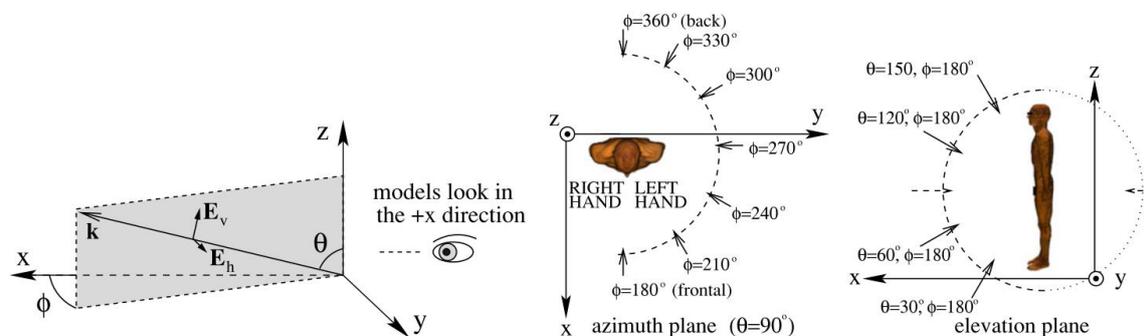
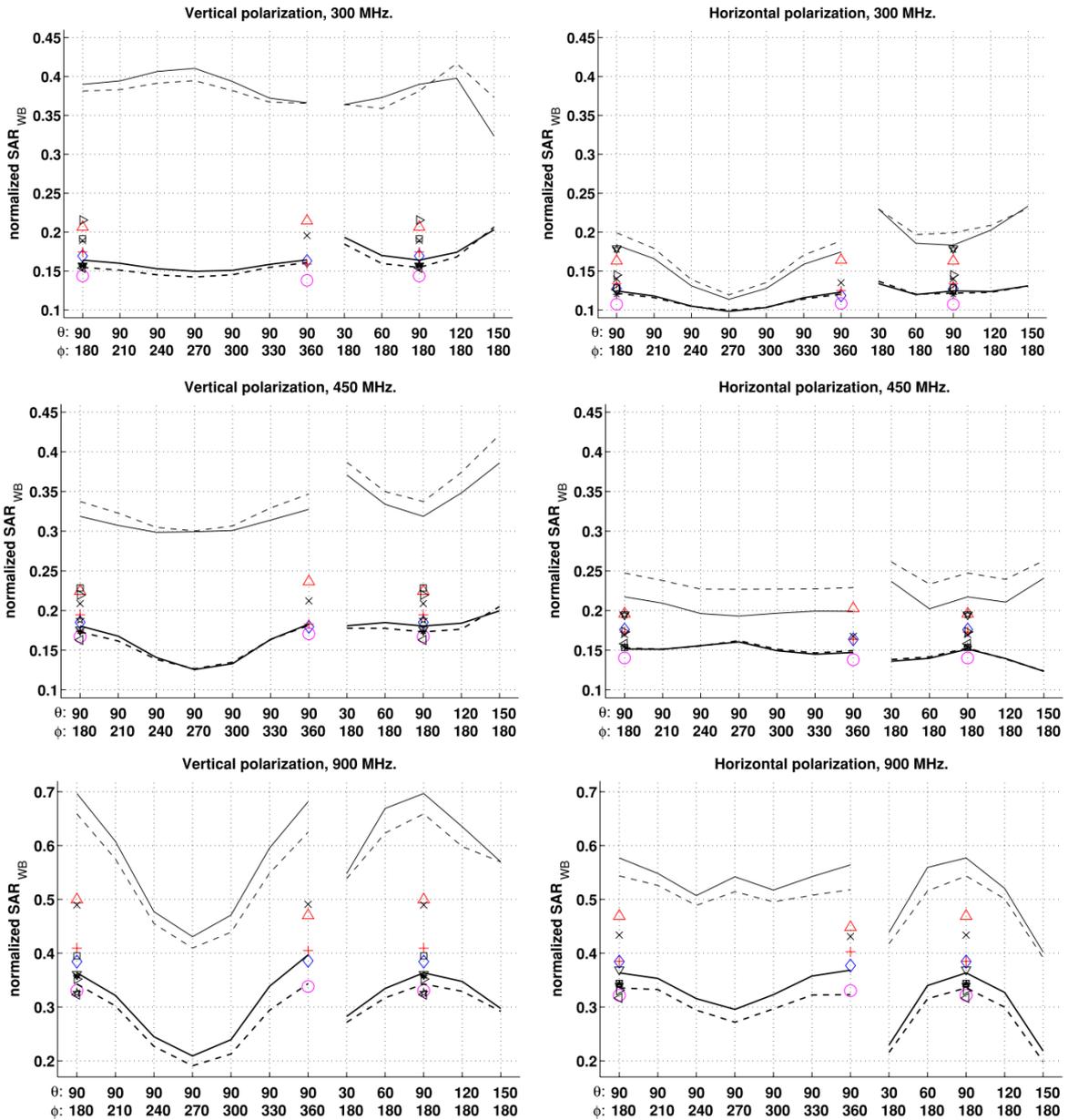


FIGURA 41. GEOMETRÍA DE LAS POLARIZACIONES Y ÁNGULOS DE INCIDENCIA

Con polarización vertical nos referimos a que el campo eléctrico \vec{E}_v se encuentra en el plano sombreado y con polarización horizontal, que el campo \vec{E}_h es normal a dicho plano, siendo los vectores \vec{k} , \vec{E}_v y \vec{E}_h ortogonales entre sí. Se irradian 15 modelos de diferente tipo y peso (18-105 Kg) tanto con diferente ángulo de incidencia como polarización y se muestran los datos obtenidos de SAR promediado a todo el cuerpo para cada una de las simulaciones, SAR_{WB} (*whole-body SAR*). Las gráficas mostradas a continuación son el resultado con polarizaciones vertical y horizontal, para diferentes incidencias a frecuencias de 300, 450, 900, 2100, 3500 y 5000 MHz.

- | | | |
|----------------|-------------------------|---------------------------|
| ◇ Norman | △ Posture sit | - - VF Male Homogeneous |
| + Japan Male | ▽ Posture examine | — VF Male Heterogeneous |
| △ Japan Female | □ Posture arms up | - - VF Boy Homogeneous |
| ○ VHP Male | * Posture standing | — VF Boy Heterogeneous |
| | ☆ Posture sit on ground | × VF Female Heterogeneous |
| | ▽ Posture arms out | |



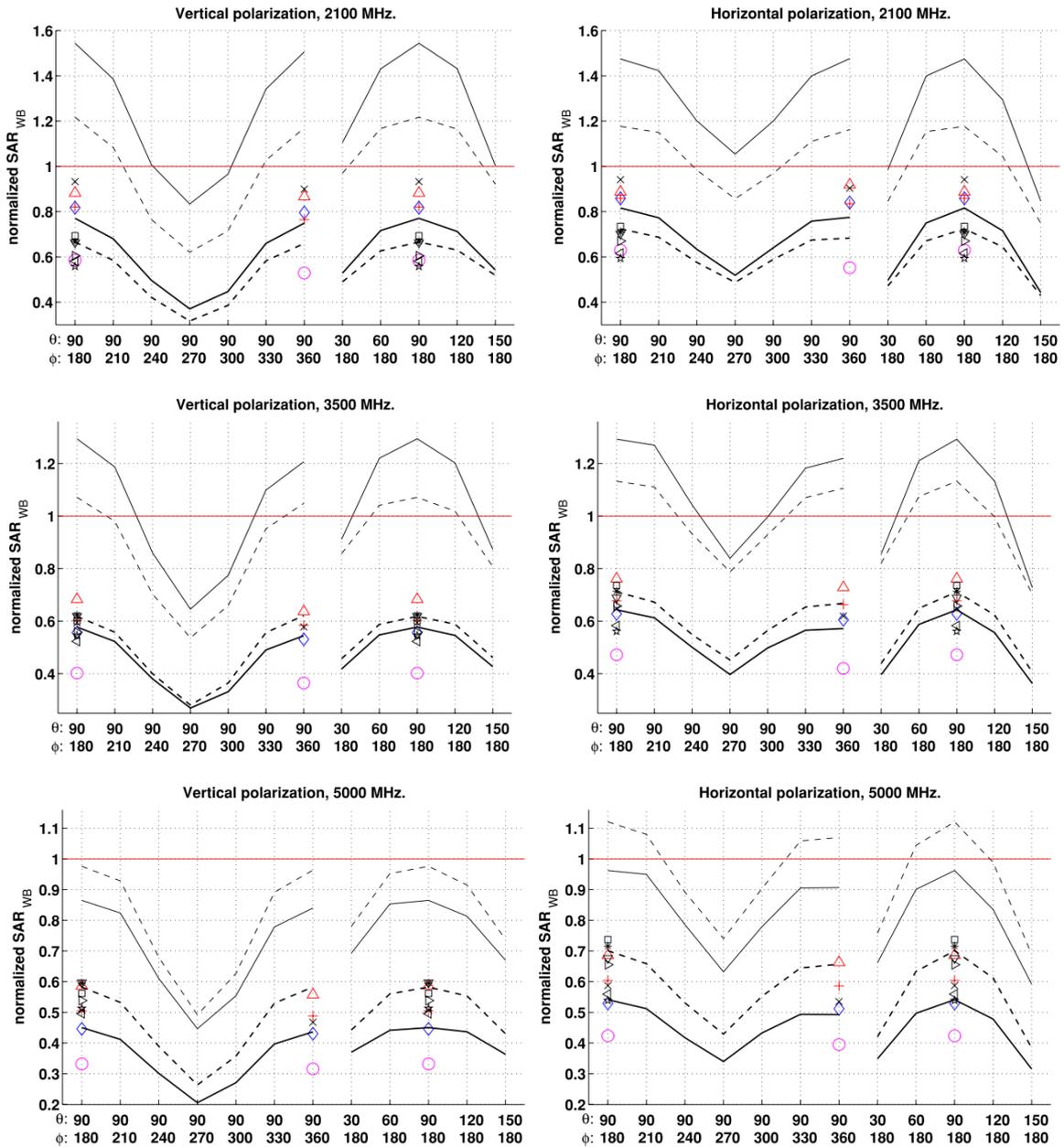


FIGURA 42. VALORES PROMEDIADOS DEL SAR_{WB} PARA FRECUENCIAS DE 300, 450, 900, 2100, 3500 Y 5000 MHz PARA POLARIZACIÓN VERTICAL Y HORIZONTAL

Como resultados más relevantes a destacar se obtuvo que la frecuencia a la que encontramos mayores valores de SAR_{WB} es 2100 MHz. Con respecto a la incidencia, el valor se hace mayor cuando esta es frontal, y menor cuando entra por la izquierda. También se ha demostrado que en el rango de frecuencias estudiado el SAR es dependiente de la polarización, siendo mayor para la vertical en 300 MHz, debido a su proximidad con la frecuencia de resonancia, y mayor en la horizontal entre 900 y 5000 MHz.

6.3. Relación entre el SAR y el incremento de temperatura

En los últimos años las ondas electromagnéticas se han desarrollado como nueva fuente de calor, un método atractivo debido a sus numerosas ventajas como son la rapidez de transmisión de

energía, la absorción de energía selectiva, el control instantáneo eléctrico, la alta eficiencia o la inexistencia de residuos.

En este apartado estudiaremos la relación que existe entre la energía absorbida en los tejidos biológicos ante radiaciones electromagnéticas con el aumento de temperatura que esta provoca.

Los modelos matemáticos que los relacionan presentan un acople entre la ecuación de onda electromagnética y la ecuación de bioalentamiento [50]. En los estudios realizados se dividen los tejidos en 9 grupos diferentes, cada uno con unas propiedades dieléctricas y térmicas diferentes: piel, grasa, músculo, hueso, intestino grueso, intestino delgado, vejiga, estómago e hígado.

<i>Órganos</i>	ρ (Kg/m ³)	K (W/mK)	c (J/Kg K)	ω_b (1/s)
<i>Piel</i>	1125	0,35	3437	2,00. 10 ⁻²
<i>Grasa</i>	916	022	2300	4,58. 10 ⁻⁴
<i>Músculo</i>	1047	0,60	3500	8,69. 10 ⁻³
<i>Hueso</i>	1038	0,44	1300	4,36. 10 ⁻⁴
<i>Intestino grueso</i>	1043	0,60	3500	1,39. 10 ⁻²
<i>Intestino delgado</i>	1043	0,60	3500	1,74. 10 ⁻²
<i>Vejiga</i>	1030	0,56	3900	0,000
<i>Estómago</i>	1050	0,53	3500	7,00. 10 ⁻³
<i>Hígado</i>	1030	0,50	3600	1,72. 10 ⁻²

TABLA 5. CARACTERÍSTICAS TÉRMICAS DE DIFERENTES TEJIDOS [51]

Se considerarán las características térmicas y dieléctricas constantes en cada tejido. Además, no se tendrá en cuenta el flujo térmico que se producirá en el cuerpo para facilitar los cálculos.

La ecuación de bioalentamiento proviene del modelo de Penne, que relaciona la cantidad de energía absorbida con su conversión a energía térmica en el cuerpo. Esta relación puede expresarse como:

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho_b c_b \omega_b (T_b - T) + Q_{met} + Q_{ext} \quad (123)$$

donde ρ es la densidad de masa del órgano (Kg/m³), C es el la capacidad calorífica del órgano (J/Kg K), k es la conductividad térmica del tejido (W/m K), T la temperatura (°C), ρ_b la densidad de la sangre (J/Kg K), ω_b la tasa de perfusión de la sangre (1/s), Q_{met} la fuente de calor metabólico (W/m³) y Q_{ext} la fuente de calor externa electromagnética (W/m³).

El SAR de la onda electromagnética en los órganos se define como a tasa de potencia de disipación normalizada por la densidad de los órganos, ya fue definida en (120).

Se ilustrará el SAR calculado por el modelo, así como el incremento de temperatura que conlleva la deposición de energía en los tejidos. La temperatura inicial de la que partiremos en el cuerpo será 37°C y las simulaciones tendrán diferentes intervalos de medida, para así poder estudiar la dependencia temporal. Las medidas se tomarán sobre el torso del modelo, incluyendo el glúteo, durante un tiempo de exposición de 20 minutos.

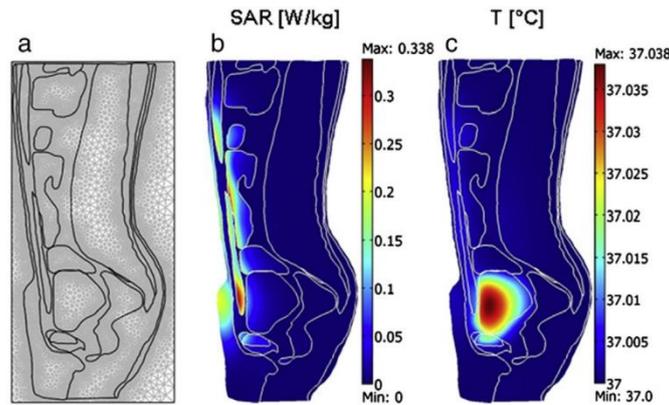


FIGURA 43. ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DEL SAR Y LA TEMPERATURA CON UNA DENSIDAD DE POTENCIA DE 5 MW/CM³ Y FRECUENCIA DE 300 MHz

Las simulaciones de la distribución de calor corporal se harán para cuatro frecuencias: 300, 915, 1300 y 2450 MHz. Se encuentra un máximo de aumento de temperaturas a los 5 minutos de exposición (seguido de un mantenimiento estable) para todas las frecuencias excepto para 300 MHz, en la que la temperatura crece continuamente. Esto sería debido a una penetración más profunda de estas ondas en los tejidos. A esta frecuencia también se le atribuyen los mayores valores de SAR por esta misma razón. Debido a todo ello, después de una exposición de 20 minutos a una frecuencia de 300 MHz encontramos un máximo de temperatura en la grasa de 37,50°C. Las temperaturas máximas a 915, 1300 y 2450 MHz serán 37,26°C, 37,37°C y 37,20°C, respectivamente.

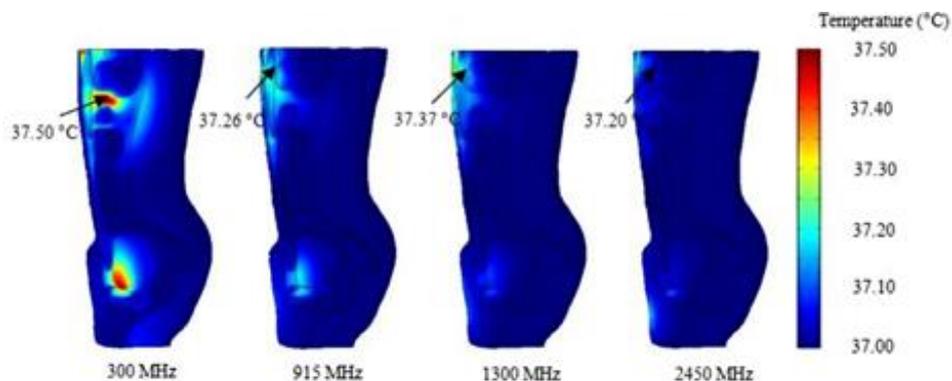


FIGURA 44. DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURAS A DIFERENTES FRECUENCIAS

6.4. Regulaciones de exposición a campos EM

La sociedad moderna ha introducido numerosas aplicaciones y servicios basados en campos electromagnéticos, por lo que se ha encontrado razonable la necesidad de controlar la exposición de las personas para evitar efectos adversos en la salud humana. La **ICNIRP** (Comisión Internacional para la Protección Contra las Radiaciones No Ionizantes) es una comisión científica independiente que trabaja con otras asociaciones como son la WHO (*World Health Organization*), ILO (*International Labour Organization*), la Comisión Europea y otras agencial

gubernamentales [52]. En 1998 estableció los límites de exposición a campos EM [53] por hasta 30 minutos bajo condiciones en las que la tasa de absorción específica SAR sea de entre 1 y 4 $W.Kg^{-1}$, la cual provocaría un aumento de temperatura en el cuerpo de algo menos de 1°C. Investigaciones médicas sobre el aumento de temperaturas de 1-2°C muestran numerosos efectos que incluyen alteraciones en las funciones neural y neuromuscular, un aumento en la barrera de permeabilidad de la sangre encefálica, deterioro ocular y estrés asociado a cambios en el sistema inmunológico.

Estos límites se revisaron en los años 2009, 2017 y 2020. Esta última revisión se publicó tras haber reunido el trabajo científico de 7 años de investigaciones. Las pautas actualizadas de ICNIRP mantienen límites diferentes para las personas expuestas ocupacionalmente (que trabajan expuestos a estos campos) y los miembros del público en general, con restricciones más estrictas para el público.

	Frequency range	Operational threshold	Spatial averaging	Temporal averaging	EMF threshold	Reduction factor	Occupational	Reduction factor	Public
Core body temperature	100 kHz – 300 GHz	+1°	WBA	30 min	4 W/kg	10	0.4 W/kg	50	0.08 W/kg
Local temperature (Head, Torso)	100 kHz – 6 GHz	+2°	10 g	6 min	20 W/kg	2	10 W/kg	10	2 W/kg
Local temperature (Limbs)	100 kHz – 6 GHz	+5°	10 g	6 min	40 W/kg	2	20 W/kg	10	4 W/kg
Local temperature (Head, Torso, Limbs)	>6 – 300 GHz	+5°	4 cm^2	6 min	200 W/m^2	2	100 W/m^2	10	20 W/m^2
	30-300 GHz		1 cm^2	6 min	400 W/m^2		200 W/m^2		40 W/m^2

TABLA 6. RESTRICCIONES BÁSICAS PARA EXPOSICIONES OCUPACIONALES Y DE CARA AL PÚBLICO [52]

7. Campos EM de radiofrecuencia en la vida cotidiana

El uso de campos electromagnéticos de radiofrecuencia está ampliamente extendido, nos encontramos continuamente expuestos a ellos sin siquiera darnos cuenta. La mayor parte de la tecnología que utiliza este rango de frecuencia se encuentra en el campo de las telecomunicaciones: teléfonos móviles, Wi-Fi, Bluetooth, redes de telefonía móvil, radio, televisión, etc. [54] Para provocar tasas de absorción específicas (W/Kg) no perjudiciales para la salud humana se deberá estudiar cada fuente de radiación en particular y establecer unos límites de la densidad de potencia (W/m^2) que podrán utilizar. Examinaremos dos casos particulares de fuentes de RF según su cercanía al cuerpo humano: los teléfonos móviles, operando cerca del cuerpo, y las redes de telefonía móvil, de la cual estudiaremos el llamado 5G.

Teléfonos móviles

Los móviles operan con ondas de RF, provenientes de la antena del interior del aparato. Los teléfonos son fuentes de radiaciones electromagnéticas que operan cerca del cuerpo y ello explica el creciente interés en el estudio de los posibles efectos sobre la salud humana. Ya explicamos en el apartado anterior las pautas que debían seguirse para el estudio de la energía transmitida a los tejidos así como el aumento de temperatura de ellos. En esta sección centraremos nuestra atención en el SAR absorbido por la cabeza en función de las posibles posiciones del teléfono móvil. Además, se plantearán otros efectos no térmicos producidos por la exposición a frecuencias de teléfonos móviles.

De nuevo se utilizará un modelo que integre la ecuación de ondas EM con la de biocalentamiento [55], con el que se discute el aumento de temperatura de los tejidos en función del SAR cuando son sometidos a radiación EM. La absorción de energía EM depende de muchos factores, como la frecuencia de operación, la distancia entre el móvil y la cabeza, etc. Además, esta nueva generación de smartphones, que presenta utilidades más allá de la simple llamada de voz o el SMS (*Short Messaging Service*), tales como el facetime (llamada de vídeo), crean la necesidad de estudiar estas nuevas posiciones y ángulos con los que inciden las ondas planas sobre la cabeza.

Para el estudio [55] se usaron un modelo de una cabeza adulta y la de un niño de 7 años, todo ello utilizando 5 tipos de tejidos con sus correspondientes propiedades dieléctricas y térmicas: piel, grasa, hueso, cerebro y ojo. La distribución de temperaturas vendrá dada por la ecuación de biocalentamiento y las medidas se realizarán con la radiación de una antena con potencia 5W a la frecuencia de 900 MHz para las posiciones adoptadas en una llamada de voz, llamada de vídeo y la escritura de un mensaje.

Las figuras mostradas a continuación nos enseñarán la distribución del SAR para el modelo de cabeza del adulto en los 3 casos, así como la subida de temperaturas.

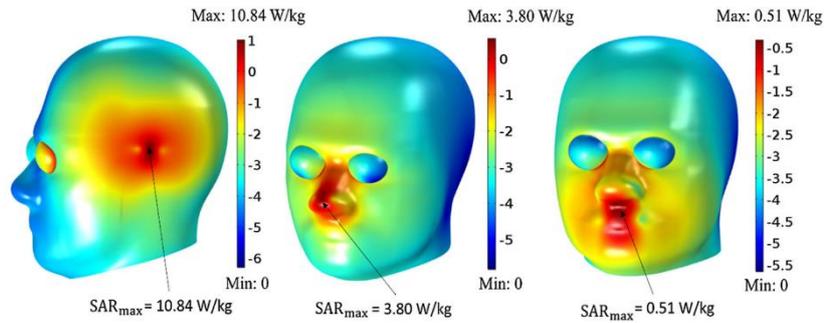


FIGURA 45. DISTRIBUCIÓN DEL SAR EN UNA CABEZA ADULTA A 5W

El valor máximo del SAR será de 10,84 W/Kg para la llamada de voz en la zona de contacto de la cabeza con el móvil, 3,80 W/Kg para la punta de nariz en la llamada de vídeo y 0,51 W/Kg en el labio superior para la posición de escritura. Todos estos valores de SAR decrecen rápidamente en los tejidos con la distancia al móvil.

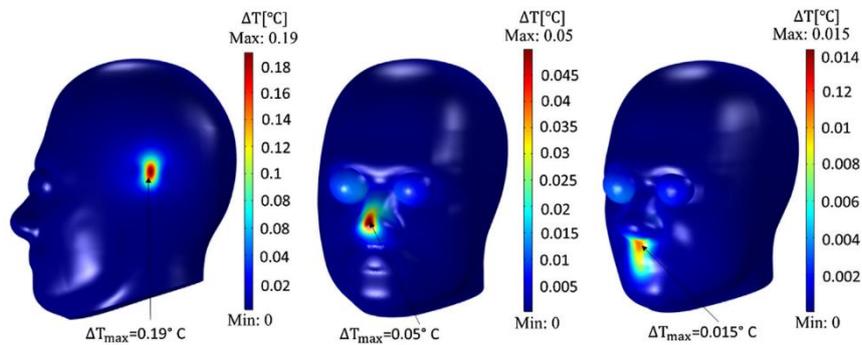


FIGURA 46. DISTRIBUCIÓN DEL INCREMENTO TEMPERATURAS EN UNA CABEZA ADULTA A 5W

Se realizó la misma simulación para el modelo de cabeza del niño de 7 años y se encontraron los resultados esperados, una mayor tasa de absorción así como un mayor aumento de temperaturas, debido, en gran parte, a las menores dimensiones y grosores de los tejidos, provocando una mayor penetración de las ondas electromagnéticas.

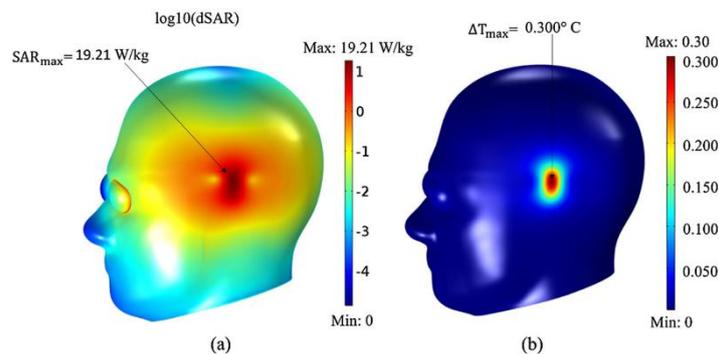


FIGURA 47. DISTRIBUCIÓN DEL SAR Y DEL INCREMENTO DE TEMPERATURA EN EL MODELO DE CABEZA DE UN NIÑO DE 7 AÑOS A UNA POTENCIA DE 5W DURANTE 60 MINUTOS

La UE ha establecido los límites permitidos en la energía absorbida por exposición a radiaciones electromagnéticas en un SAR de 2 W/Kg, promediado sobre 10 g de tejido corporal en la cabeza y el tronco, así como de 4 W/Kg en las piernas. En la práctica, los estándares que limitan la

exposición al público de ondas EM se basan en las pautas marcadas por la ICNIRP. Todos los teléfonos móviles vendidos en Europa deben haber sido testados para demostrar el acuerdo con las especificaciones del Comité Europeo de Normalización Electrotécnica [56].

El uso de teléfonos móviles se ha asociado al desarrollo de algunos tipos de cáncer, en especial a los usuarios que son sometidos durante este tipo de exposiciones durante muchos años. Son muchos los estudios que se han realizado al respecto para intentar probar cambios significativos directamente ligados al uso de nuestros móviles [57]. Tanto los efectos térmicos ya estudiados como los no térmicos han dado resultados inconsistentes y controvertidos.

Las evidencias experimentales del desarrollo de tumores por el uso extendido del móvil se basan en daños genéticos que provocarían las ondas de radiofrecuencia emitidas sobre las células. Algunos estudios han mostrado efectos biológicos negativos en la integridad del ADN del genoma humano, afectando el sistema reproductivo [58]. Otros han relacionado a la actividad de la transcripción oncogénica al uso prolongado de los teléfonos móviles [59]. Contrariamente, otros experimentos muestran la prácticamente inexistente relación entre las radiaciones emitidas por teléfonos móviles y la integridad del ADN, como el realizado por Verschaeve en el que demostró que no se producían cambios significativos en las cadenas de ADN en células de la sangre, hígado o cerebro [60]. En definitiva, no habría una evidencia científica que probase que las radiaciones de los móviles aumentasen el riesgo de provocar cancer.

Redes inalámbricas: La llegada del 5G

La telefonía móvil está formada por dos partes una red de comunicaciones compuesta por antenas distribuidas por los lugares de interés y los teléfonos móviles.

Desde los inicios de estas redes se han sucedido 5 generaciones diferentes, cada una de ellas mejorando las prestaciones de sus predecesoras. La última generación desarrollada, el 5G, mejorará la velocidad de transmisión de datos y disminuirá el retardo de la transmisión de datos por la red con respecto al 4G. Gracias a estas mejoras se abrirá un amplio abanico de nuevas utilidades de la red de telefonía móvil [61].

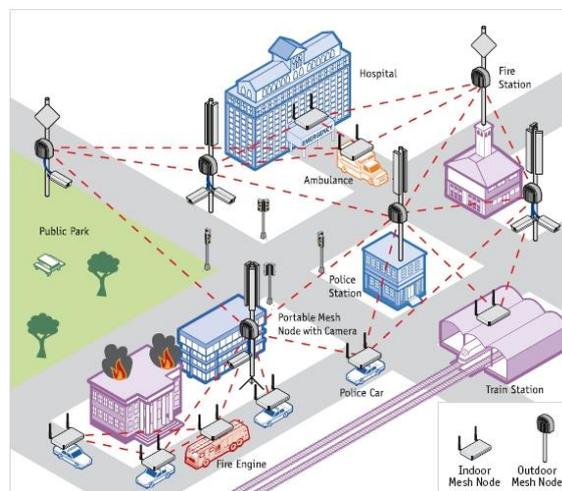


FIGURA 48. RED DE TELEFONÍA MÓVIL

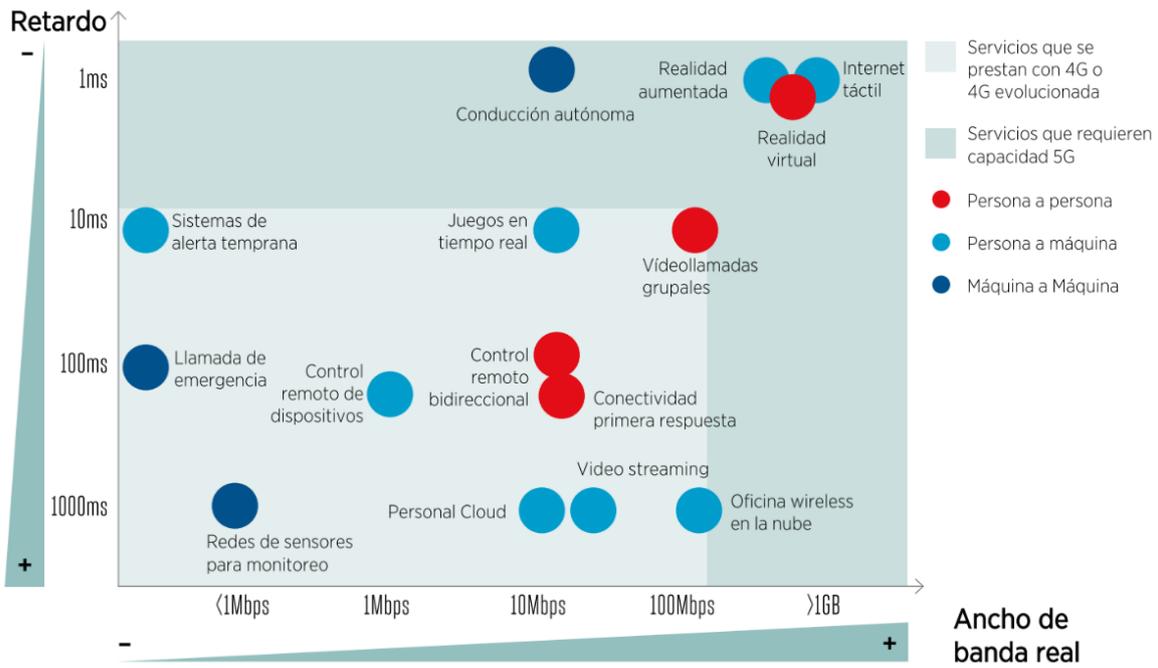


FIGURA 49. MATRIZ DE SERVICIOS QUE UTILIZAN 4G Y 5G

La tecnología 5G requiere un espectro de frecuencias mucho más amplio que el de las anteriores generaciones. Podríamos dividir estas en 3 rangos:

- Menor a 1 GHz: Cobertura en zonas urbanas, suburbanas y rurales.
- entre 1 y 6 GHz: Combinación entre capacidad y cobertura.
- Superior a 6 GHz: Se las conoce como ondas milimétricas. Utilidades para enlaces punto a punto y satelitales.



FIGURA 50. RANGOS DE FRECUENCIA DE LA TECNOLOGÍA 5G

De nuevo, al igual que hicimos con las radiaciones de los móviles, estudiaremos los efectos que tienen estas redes sobre la salud humana. Son muchas las investigaciones que se han hecho sobre el 5G en estos últimos años por la creciente desconfianza que se ha extendido por la población ante la quinta generación de telefonía móvil.

Centraremos el estudio en el análisis realizado por David H. Gutekin y Peter H. Siegel (2020) [62], en el que se mide la absorción de radiación en el tejido cerebral, variando los parámetros de frecuencia, potencia y tiempo de exposición. Para las medidas se ha utilizado un gel simulan T del tejido cerebral, Triton X, y agua, en proporciones adecuadas para simular las propiedades

dieléctricas a las frecuencias de trabajo [63]. El experimento se realizó en una frecuencia de bandas propia del 4G, 1,9 GHz y dos nuevas bandas ya características del 5G, 4 GHz y 39 GHz. Gracias a los resultados se trata de obtener los coeficientes $\frac{\Delta T}{\Delta F}$ y $\frac{\Delta SAR}{\Delta F}$, a fin de obtener una dependencia de los incrementos de temperatura y del SAR en función de la potencia irradiada.

Como resultado a destacar tendremos que, una exposición de 6 minutos a una potencia de 1 W y frecuencia de 39 GHz resultará en una densidad de potencia muy elevada (16,5 KW/m²) y un crecimiento de temperaturas de más de 60°C en onda continua y más de 35°C para pulsos de 30s. Este tipo de resultados nos harán darnos cuenta de la magnitud de potencia a la que debemos trabajar, y a la que deberán estar limitada el uso de estas redes.

Para zonas públicas se ha fijado un valor límite de densidad de potencia de 28,76 W/m², con la resultante potencia de generación de 1,7 mW de una fuente direccional de RF.

Hay que tener en cuenta que en este estudio se irradiaron directamente los tejidos para hallar la tasa de absorción específica y aumento de temperatura. Sin embargo, en una situación realista, se deberá tener en cuenta la existencia de otros tejidos con los que los valores obtenidos disminuirían, como son la piel, el hueso, grasa o músculo. A pesar de ello, se consigue derivar los coeficientes térmicos con un comportamiento lineal y se pueden utilizar para estudiar los cambios de temperatura en función de la frecuencia de exposición.

8. Conclusiones

Hemos realizado el estudio general de la propagación y efectos que tienen los campos eléctricos y magnéticos de radiofrecuencia sobre el cuerpo humano. Hemos revisado los conceptos básicos de reflexión, transmisión y atenuación de ondas planas sobre materiales dieléctricos con pérdidas, para luego particularizar nuestro estudio sobre los tejidos biológicos, de los cuales aprendimos técnicas para hallar sus características dieléctricas y magnéticas. Utilizamos la técnica de Resonancia Magnética (MRI) como método no invasivo para la modelización del cuerpo magnético, es decir, para conocer su estructura interna. Más tarde, estudiamos las formas de modelización numérica de campos electromagnéticos e incidimos en el método más ampliamente utilizado para este cometido: el FDTD. Estas simulaciones se realizaron sobre modelos de voxels como el de NORMAN, NAOMI, ... Aunque en ocasiones es difícil poder reproducir en una simulación el entorno en el que se irradian los campos, por lo que es necesaria la utilización de los denominados *Phantom Models*, modelos físicos que simulan las características eléctricas y magnéticas de los tejidos humanos, que nos permiten tomar medidas en situaciones reales. Ya para finalizar, estudiamos el campo de la Dosimetría, que nos permite realizar mediciones sobre la energía depositada en los materiales cuando son irradiados con unidad de medida del SAR (W/Kg). Este mismo concepto se utilizó para estudiar los campos electromagnéticos a los que nos vemos sometidos en la vida cotidiana, dando dos casos concretos: el móvil y el 5G.

Se ha puesto de manifiesto a lo largo de todo el escrito la gran importancia que tiene la realización de estudios y experimentación sobre esta materia, ya no solo por las posibles consecuencias adversas que pueda suponer para la salud humana sino también por los avances en la Medicina que estos puedan generar. Las previsiones a un futuro no muy lejano para estos campos son muy amplias, desde el tratamiento del dolor por calentamiento de tejidos corporales (diatermia), como la destrucción por calor más intenso de células cancerosas (hipertermia) o la mejora en diagnósticos dentro del MRI. Se espera que el estudio y la inversión en este tema nos permita abrir un abanico de posibilidades tanto en el tratamiento de enfermedades como en el diagnóstico de las mismas.

Tabla de figuras

Figura 1. Espectro de frecuencias [64]	1
Figura 2. Incidencia normal [7]	1
Figura 3. Incidencia oblicua [7]	1
Figura 4. Coeficiente de reflexión con $\eta_2 > \eta_1$ [65]	1
Figura 5. Coeficiente de reflexión con $\eta_1 > \eta_2$ [65]	1
Figura 6. Diagrama vectorial de la permitividad compleja relativa [9].....	1
Figura 7. Mecanismos de polarización [66]	1
Figura 8. Dependencia de ϵ con la frecuencia [10].....	1
Figura 9. Geometría de los campos eléctrico y magnético de una sonda coaxial de extremo abierto [13].....	1
Figura 10. Circuito equivalente [14]	1
Figura 11. Permitividad en función de la frecuencia [15]	1
Figura 12. Conductividad en función de la frecuencia [15].....	1
Figura 13. Campo magnético uniforme de la bobina [18]	1
Figura 14. Bobinas de gradiente en los 3 ejes [19].....	1
Figura 15. Simulación bobinas de gradiente [67]	1
Figura 16. Partes de un resonador magnético [68]	1
Figura 17. Precesión del protón [21].....	1
Figura 18. Relajación longitudinal [21].....	1
Figura 19. Desfase en la magnetización debido a la variación de los campos magnéticos [21].....	1
Figura 20. Curvas de relajación T1, T2 y T2* [18]	1
Figura 21. Vista axial del cerebro por MRI-T1 a diferentes alturas [31]	1
Figura 22. Vista axial, sagital y coronal del cerebro por MRI-T1 [31]	1
Figura 23. Reconstrucción 3D de la cabeza humana con MATLAB [30].....	1
Figura 24. Reconstrucción del ojo humano a partir de imágenes de resonancia magnética [32]	1
Figura 25. Sistema de celdas del algoritmo de Yee [34].....	1
Figura 26. Campos E externos a frecuencias indicadas [35].....	1
Figura 27. Campos E internos [35].....	1
Figura 28. Comparación de las funciones de transferencia (funciones lineales) con los valores experimentales del experimento de C. Gabriel (1996) [35].....	1
Figura 29. Vista sagital del modelo de norman [39]	1
Figura 30. Modelo AustinMan en resolución $1 \times 1 \times 1 \text{ mm}^3$ [43].....	1
Figura 31. Fabricación ATE líquido.....	1
Figura 32. Fabricación gel ATE.....	1
Figura 33. Fabricación ATE semisólido	1
Figura 34. Fabricación ATE sólido	1
Figura 35. SAR, 48 MHz [47].....	1
Figura 36. SAR, 79 MHz [47].....	1
Figura 37. Distribución del SAR en el busto a 207 MHz [47].....	1
Figura 38. SAR, 207 MHz [47]	1
Figura 39. Modelo voxel de NORMAN en diferentes posiciones [48].....	1
Figura 40. Distribución del SAR a diferentes frecuencias [48]	1
Figura 41. Geometría de las polarizaciones y ángulos de incidencia [49]	1
Figura 42. Valores promediados del SAR _{WB} para frecuencias de 300, 450, 900, 2100, 3500 y 5000 MHz para polarización vertical y horizontal [49].....	1
Figura 43. Análisis de la distribución del SAR y la temperatura con una densidad de potencia de 5 mW/cm ³ y frecuencia de 300 MHz [50]	1
Figura 44. Distribución de temperaturas a diferentes frecuencias [50].....	1
Figura 45. Distribución del SAR en una cabeza adulta a 5W [55]	1

Figura 46. Distribución del incremento temperaturas en una cabeza adulta a 5W [55].....	1
Figura 47. Distribución del SAR y del incremento de temperatura en el modelo de cabeza de un niño de 7 años a una potencia de 5W durante 60 minutos [55].....	1
Figura 48. Red de telefonía móvil [69].....	1
Figura 49. Matriz de servicios que utilizan 4G y 5G [61].....	1
Figura 50. Rangos de frecuencia de la tecnología 5G [61].....	1

Referencias

- [1] J.C. Maxwell, A dynamical theory of the electromagnetic field, *Nature*. 119 (1864) 125–127. <https://doi.org/10.1038/119125a0>.
- [2] R.K. Wangsness, *Campos Eletromagnéticos*, 2001. <https://doi.org/10.1119/1.12079>.
- [3] S.M. Hernández, *Ondas electromagnéticas: Simulación por ordenador*, (2019). <https://doi.org/http://uvadoc.uva.es/handle/10324/38275>.
- [4] D. Cheng, *Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería*, Sidalc.Net. (1998) 476. <http://www.sidalc.net/cgi-bin/wxis.exe/?IsisScript=IRRIGA.xis&method=post&formato=2&cantidad=1&expresion=mfn=000129>.
- [5] J. Christensen, Douglas A. Durney, Carl H. Furse, Cyntia Nagel, *Basic Introduction to Bioelectromagnetics*, 2018. <https://doi.org/https://doi.org/10.1201/9780429455681>.
- [6] R. Marqués, *Tema I: Electrostática en el Vacío*, (2019). <https://personal.us.es/marques/temasw.pdf>.
- [7] U.C.I. de M. José Luis Vázquez Roy (Dpto. Teoría de la señal y Comunicaciones, *Apuntes de Campos Electromagnéticos y Propagación. Sistemas de Telecomunicación*, (2010). <http://www.tsc.uc3m.es/~mlazaro/Docencia/GISA-ST/GISA-ST-01-APUNTESR.pdf>.
- [8] F.D.Q. Pereira, *Ondas Electromagnéticas. Ecuaciones de Maxwell y campos electromagnéticos con variación temporal*, (2011). https://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/10420/mod_resource/content/2/tema1.pdf.
- [9] G. Giannoukos, M. Min, T. Rang, Relative complex permittivity and its dependence on frequency, *World J. Eng.* 14 (2017) 532–537. <https://doi.org/10.1108/WJE-01-2017-0007>.
- [10] M. Tamura, Y. Naka, K. Murai, T. Nakata, Design of a Capacitive Wireless Power Transfer System for Operation in Fresh Water, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* 66 (2018) 5873–5884. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2018.2875960>.
- [11] V.P. Garcia, *Capítulo 3: Fundamentos de la prospección con radar de subsuelo*, (2001) 73–97. <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6216/12capitulo03.pdf?sequence=12&isAllowed=y>.
- [12] C. Gabriel, E.H. Grant, I.R. Young, Use of time domain spectroscopy for measuring dielectric properties with a coaxial probe, *J. Phys. E.* 19 (1986) 843–846. <https://doi.org/10.1088/0022-3735/19/10/016>.
- [13] M. García Duarte, *Programación en Matlab del algoritmo de calibración del modelo capacitivo*, (2017) 80. <https://doi.org/http://hdl.handle.net/10317/7118>.
- [14] M.A.S. and S.S.S. T. W. Athey, Measurement of Radio Frequency Permittivity of Biological Tissues with an Open-Ended Coaxial Line: Part I, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* MTT-30 (1982) 82–86. <https://doi.org/10.1109/TMTT.1982.1131021>.
- [15] C. Gabriel, *Compilation of the Dielectric Properties of Body Tissues At Rf and Microwave*

- Frequencies, (1996). <https://doi.org/10.21236/ada303903>.
- [16] R. Maki, Rapid and robust fitting of Cole-Cole models to electrical permittivity spectra, (2014). <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1031783/FULLTEXT02.pdf>.
- [17] V.H. Project, Projects Based on the Visible Human Data Set Products, (2021) 1–2. <https://www.nlm.nih.gov/research/visible/products.html>.
- [18] S. Currie, N. Hoggard, I.J. Craven, M. Hadjivassiliou, I.D. Wilkinson, Understanding MRI: Basic MR physics for physicians, *Postgrad. Med. J.* 89 (2013) 209–223. <https://doi.org/10.1136/postgradmedj-2012-131342>.
- [19] M.A. Jacobs, T.S. Ibrahim, R. Ouwerkerk, MR Imaging: Brief Overview and Emerging Applications, *RadioGraphics*. 27 (2007) 1213–1229. <https://doi.org/10.1148/rg.274065115>.
- [20] J. Schneck, The role of magnetic susceptibility in magnetic resonance imaging: MRI magnetic compatibility of the first and second kinds, *Med. Phys.* 23 (1996) 815–850. <https://doi.org/10.1118/1.597854>.
- [21] D.B. Plewes, W. Kucharczyk, Physics of MRI: A primer, *J. Magn. Reson. Imaging*. 35 (2012) 1038–1054. <https://doi.org/10.1002/jmri.23642>.
- [22] R.W. Brown, Y.N. Cheng, E.M. Haacke, M.R. Thompson, R. Venkatesan, *Magnetic Resonance Imaging: Physical Principles and Sequence Design*, 2014. <https://doi.org/10.1002/9781118633953>.
- [23] G.B. Chavhan, MRI made easy, 1990. <https://doi.org/10.1016/j.carj.2013.07.002>.
- [24] J.D. de Certaines, O. Henriksen, A. Spisni, M. Cortsen, P.B. Ring, IV. In vivo measurements of proton relaxation times in human brain, liver, and skeletal muscle: A multicenter MRI study, *Magn. Reson. Imaging*. 11 (1993) 841–850. [https://doi.org/10.1016/0730-725X\(93\)90201-N](https://doi.org/10.1016/0730-725X(93)90201-N).
- [25] M. Barth, E. Moser, Proton NMR relaxation times of human blood samples at 1.5 T and implications for functional MRI., *Cell. Mol. Biol. (Noisy-Le-Grand)*. 43 (1997) 783–91. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/9298600>.
- [26] C. Catalán, The nuclear magnetic resonance and the magnetic resonance imaging process . Introducing random differential equation systems for Bloch equations, (2018) 0–134. <http://hdl.handle.net/10251/110965>.
- [27] O. Dzyubachyk, Image Analysis for Whole - Body MR Imaging Technical report Department of Radiology, (2016). https://www.researchgate.net/publication/301824442_Image_Analysis_for_Whole-Body_MR_Imaging.
- [28] J.K. Udupa, H.M. Hung, K.S. Chuang, Surface and volume rendering in three-dimensional imaging: A comparison, *J. Digit. Imaging*. 4 (1991) 159–168. <https://doi.org/10.1007/BF03168161>.
- [29] M.O. Cheng-Sheng Hung , Chien-Feng Huang, Fast Volume Rendering for Medical Image Data, (2015). https://www.researchgate.net/publication/242604498_Fast_Volume_Rendering_for_Medical_Image_Data.
- [30] B.S.P. Megha Borse, S. B. Patil, Literature Survey for 3D Reconstruction of Brain Mri Images, *Int. J. Res. Eng. Technol.* 02 (2013) 743–748. <https://doi.org/10.15623/ijret.2013.0211112>.
- [31] P.D. (Harvard M.S. Keith A. Johnson, M.D., J. Alex Becker, The whole brain atlas, (2021) 1–2. <http://www.med.harvard.edu/AANLIB/home.html>.
- [32] K.D. Singh, N.S. Logan, B. Gilmartin, Three-dimensional modeling of the human eye based on magnetic resonance imaging, *Investig. Ophthalmol. Vis. Sci.* 47 (2006) 2272–2279. <https://doi.org/10.1167/iovs.05-0856>.

- [33] K. Van Overveld, B. Wyvill, Shrinkwrap: An efficient adaptive algorithm for triangulating an iso-surface, *Vis. Comput.* 20 (2004) 362–379. <https://doi.org/10.1007/s00371-002-0197-4>.
- [34] J.W. Hand, Modelling the interaction of electromagnetic fields (10 MHz-10 GHz) with the human body: Methods and applications, *Phys. Med. Biol.* 53 (2008). <https://doi.org/10.1088/0031-9155/53/16/R01>.
- [35] M. Mazzurana, L. Sandrini, A. Vaccari, C. Malacarne, L. Cristoforetti, R. Pontalti, A semi-automatic method for developing an anthropomorphic numerical model of dielectric anatomy by MRI, *Phys. Med. Biol.* 48 (2003) 3157–3170. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/48/19/005>.
- [36] E. Hahn, Spin echoes, *Phys. Today.* 3 (1950) 21. <https://doi.org/10.1063/1.3066708>.
- [37] J.A. Serota, Questions and answers of MRI, *J. Pediatr. Heal. Care.* 19 (2005) 411–412. <https://doi.org/10.1016/j.pedhc.2005.09.007>.
- [38] M. Cavagnaro, F. Frezza, R. Laurita, A. Palombo, From Magnetic Resonance Imaging To Dielectric Properties of Tissues, *Biophys. Bioeng. Lett.* 4 (2011). https://www.researchgate.net/publication/240105785_From_magnetic_resonance_imaging_to_dielectric_properties_of_tissues.
- [39] P.J. Dimbylow, FDTD calculations of the whole-body averaged SAR in an anatomically realistic voxel model of the human body from 1 MHz to 1 GHz, *Phys. Med. Biol.* 42 (1997) 479–490. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/42/3/003>.
- [40] P. Dimbylow, Development of the female voxel phantom, NAOMI, and its application to calculations of induced current densities and electric fields from applied low frequency magnetic and electric fields, *Phys. Med. Biol.* 50 (2005) 1047–1070. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/50/6/002>.
- [41] T. Nagaoka, S. Watanabe, K. Sakurai, E. Kunieda, S. Watanabe, M. Taki, Y. Yamanaka, Development of realistic high-resolution whole-body voxel models of Japanese adult males and females of average height and weight, and application of models to radio-frequency electromagnetic-field dosimetry, *Phys. Med. Biol.* 49 (2004) 1–15. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/49/1/001>.
- [42] A.K. Lee, J.K. Byun, J.S. Park, H. Do Choi, J. Yun, Development of 7-year-old Korean child model for computational dosimetry, *ETRI J.* 31 (2009) 237–239. <https://doi.org/10.4218/etrij.09.0208.0342>.
- [43] J.W. Massey, Creating AustinMan: An Electromagnetic Voxel Model of the Visible Human, *Comput. Eng.* (2011). <https://www.semanticscholar.org/paper/Creating-AustinMan-%3A-An-Electromagnetic-Voxel-Model-Massey/203e931f8e49601a98a7dc0c0dc703538a988e03>.
- [44] M.J. Ackerman, The Visible Human Project, *Proc. IEEE.* 86 (1998) 504–511. <https://doi.org/10.1109/5.662875>.
- [45] A.T. Mobashsher, A.M. Abbosh, Artificial human phantoms: Human proxy in testing microwave apparatuses that have electromagnetic interaction with the human body, *IEEE Microw. Mag.* 16 (2015) 42–62. <https://doi.org/10.1109/MMM.2015.2419772>.
- [46] J. Gao, Generation of Postured Voxel-based Human Models Used for Electromagnetic Applications, (2012) 1–151. <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/2866>.
- [47] A.D. Tinniswood, C.M. Furse, O.P. Gandhi, Power deposition in the head and neck of an anatomically based human body model for plane wave exposures, *Phys. Med. Biol.* 43 (1998) 2361–2378. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/43/8/026>.
- [48] R.P. Findlay, P.J. Dimbylow, Effects of posture on FDTD calculations of specific absorption rate in a voxel model of the human body, *Phys. Med. Biol.* 50 (2005) 3825–3835.

- [63] H.P.S. Kenneth R. Foster, Jonathan L. Schepps, Richard D. Stoy, Dielectric properties of brain tissue between 0.01 and 10 GHz, *Phys. Med. Biol.* 30 (1978) 621–630.
<https://doi.org/10.1088/0031-9155/24/6/008>.
- [64] Abc, Las radiaciones. <https://www.abc.com.py/edicion-impresa/suplementos/escolar/las-radiaciones-1418786.html>.
- [65] Wikipedia, Ecuaciones de Fresnel.
https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Ecuaciones_de_Fresnel&oldid=126505828.
- [66] Dielectric Polarization, (2020). <https://eng.libretexts.org/@go/page/339>.
- [67] M. Al-Muhktar, Principles of MRI, (n.d.).
<https://www.slideshare.net/MuhammadAlMukhtar/principles-of-mri>.
- [68] Componentes de la RM, (2015) 1–9. <https://fdocuments.ec/document/componentes-de-rm.html>.
- [69] J.G. Maíra Valverde, Joyce Domingos, Carolina Souza, Fernanda Boaventura, ADM Tecnologia, (2011). <http://admtecnologia2011.blogspot.com/2011/04/5-facam-una-descricao-sucinta-de-redes.html>.