Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Elección bajo incertidumbre: Estudio de los principios teóricos básicos

Presentado por:

Javier Pérez Mucientes

RESUMEN

El presente trabajo desarrolla en detalle la elección del consumidor bajo situaciones de incertidumbre. En él se definirán y estudiarán los conceptos básicos que tienen que ver con este problema (estados de la naturaleza, riesgo, probabilidad, valor esperado, utilidad esperada..). Asimismo, se hará uso de diferentes ejemplos para poder entender mejor su significado y alcance, desarrollando un experimento planteando diferentes situaciones de la paradoja de Allais. Para concluir, comentaremos brevemente las diferentes alternativas de la utilidad esperada que surgen a partir de la paradoja de Allais y de otras inconsistencias de la teoría de la Utilidad esperada.

Palabras clave: Incertidumbre; Estado de la Naturaleza; Probabilidad; Utilidad; Aversión al Riesgo; Paradoja de Allais.

Clasificación JEL: D80, D81.

ABSTRACT

This work develops in detail the consumer's choice under situations of uncertainty. First, all the basic concepts related to this problem are defined and studied, being the states of nature, risk, probability, expected value and expected utility the most important ones. We will also make use of different examples to better understand their meaning and applicability, carrying out a series of experiments posing different situations of the Allais paradox. Finally, based on the Allais paradox and other inconsistencies of the expected utility theory, we will conclude by enumerating the different alternatives to the expected utility theory.

Keywords: Uncertainty; Aversion; Probability; Utility; Allais; Individual

JEL classification: D8

Índice de contenidos

Índice de gráficos

1. Introducción

En este trabajo vamos a estudiar ciertos aspectos de la elección bajo incertidumbre. Como toda teoría de la decisión, la elección bajo incertidumbre analiza cómo las agentes económicos tomamos aquellas decisiones que, entre un conjunto de acciones posibles, nos conducen al mejor resultado de acuerdo a nuestras preferencias. Este es el rasgo general, siendo el rasgo distintivo que adoptada la decisión, este resultado no es único pues depende de acontecimientos externos. Son ejemplos de estas decisiones si debemos invertir o no en bienes de equipo, o qué carrera estudiar, o incluso qué coche comprar. Son problemas muy comunes que nos afectan en nuestra vida cotidiana y a los que -en términos formales- se enfrenta la teoría de la decisión bajo incertidumbre.

En los cursos de microeconomía intermedia, por lo general el estudio se limita a un consumidor que toma sus decisiones bajo un supuesto de certeza total: sabe perfectamente las propiedades del bien que decide adquirir, y cuál va a ser la satisfacción o utilidad que recibirá. Sin embargo, estas situaciones de total certeza no se ajustan totalmente a la realidad, pues frecuentemente nuestras decisiones no conducen a un único resultado posible, contienen cierto grado de incertidumbre. A este respecto, el objetivo de este trabajo es analizar la situación del consumidor en un contexto de incertidumbre.

Como situación de referencia, vamos a imaginarnos que estamos en una cooperativa de vino y estamos a inicios de septiembre, debiendo decidir si vendimiar ya, o por el contrario esperar a octubre.

<u>Si vendimiamos ya (lo denotaremos como VEN),</u> obtendremos 500 litros de vino que darían 3800 euros de beneficio neto, pero esto ocurrirá siempre que no llueva durante septiembre. De hacerlo, con la parcela embarrada, la vendimia supone unos gastos extras de 1000 euros entre jornales y costes añadidos.

<u>Si esperamos (ESP)</u> a octubre para vendimiar, entonces si llueve durante

septiembre el hongo Botrytis afecta a la uva madura dando lugar a un vino "superior" que nos elevaría los beneficios a 5600 euros. En cambio, si septiembre es seco, los niveles de azúcar diversos dan un vino sólo apto para granel con beneficios de 1400.

En este contexto de incertidumbre, elegir una alternativa implica asumir las consecuencias inciertas que derivan de él, asociadas a un fenómeno externo solo predecible en términos de probabilidad. Así, en cada una de las alternativas de decisión, se tiene un conjunto de posibles resultados con sus respectivas probabilidades. A estas situaciones se las denomina loterías.

En resumen, esta lotería sería la siguiente:

Cosecha (Decisión) Vs Naturaleza (Estado)	Seco	Lluvioso
Vendimiar	Rvs=3800	Rvll=2800
Esperar	Res=1400	Rell=5600

En esta situación, el conjunto de acciones que la empresa cooperativa puede realizar es:

A = {Vendimiar, Esperar}

El conjunto de estados de la naturaleza es:

S = {Seco, lluvia}

Cada uno de estos estados de la naturaleza tiene una probabilidad diferente de ocurrencia, y los resultados de la elección vienen dentro del conjunto:

R = {vendimia-seco, vendimia-lluvioso, esperar-seco, esperar-lluvioso}

Por lo tanto, el agricultor en este caso esta ante un problema de elección bajo incertidumbre y debe ser capaz de de poder identificar y definir:

- El conjunto de acciones posibles (A)
- El conjunto de estado de la naturaleza (S)
- Una función de resultados que se elabora a partir de la combinación de las acciones con los estados de la naturaleza.(R)
- Una función de preferencia sobre los resultados, mediante el cual se valoran los mismos (V(R)).
- Una función de probabilidad que represente cuanto de probable es que ocurran los diferentes de la naturaleza. (π(S))

En este caso los resultados en la lotería son simplemente los beneficios de la empresa, objetivos y medidos en euros, pero normalmente los resultados no son mesurables pues son el resultado de los específicos gustos o preferencias del individuo que toma la decisión, de los gustos del consumidor. Para ilustrar esta situación, proporcionaremos a continuación otro ejemplo ilustrativo.

Un individuo dispone de una renta de 4000 € y compra una moto de trial por 3000 €. Su asesor le recomienda que asegure dicha moto, dado que según un informe policial la probabilidad de robo de motos ha aumentado alarmantemente hasta el 25%.

Existen dos compañías especializadas en seguros de motos de trial:
-La compañía Segur ofrece seguros con primas del 15%, pero sólo asegura el 75% del precio de la moto.

-La compañía Ligur, que está llevando a cabo una campaña de captación de clientes, ofrece seguros completos a una prima del 25%.

Si analizamos todas las alternativas del consumidor, que denotaremos con A, éstas serán:

-**A1**: No asegurar

Si por el contrario decide asegurar, puede hacerlo con 2 compañías, y en este caso:

-**A2**: Asegurar con la compañía Segur

-**A3**: Asegurar con la compañía Ligur.

Los estados de la naturaleza, recogidos como $\mathbf{S_j}$, son:
-$\mathbf{S_1}$: que le roben la moto-
-$\mathbf{S_2}$: que no le roben la moto,

Estados que ocurren con probabilidades p=0,25 y 1-p=0,75 respectivamente.

En cuanto a los resultados, como hemos especificado, serán:

1. Si el seguro lo hace con la compañía Segur, a una prima del 15%:

Paga un recibo de 337,5, pues sólo asegura la moto en 2250, correspondiente al 75% del precio de la moto (75% de 3000). Si le roban la moto (3000 €), la compañía le repone sólo 2250, precio en el que estaría asegurada la moto.

2. Si el seguro lo hace con la compañía Ligur, a una prima del 25%:

Paga un recibo de 750, pues asegura el total del precio de la moto. Si le roban la moto, la compañía le repone el precio total, 3000 €.

3. Como es lógico, si el consumidor no asegura la moto: no tendrá que pagar ninguna prima a ninguna compañía, y si le roban se queda sin la moto.

Esto supone la siguiente situación

	ESTADOS DEL MUNDO	
DECISIONES	**$S_{1,}$ Le roban** Probabilidad p=0.25	**$S_{2,}$ No le roban** Probabilidad (1-p)=0.75
A1: No asegura	W_{11}= 4000-3000=1000€	W_{12}=4000€
A2: Asegura con SEGUR (Prima=15% de 2250)	W_{21}=4000-3000+2250-337.5=2912.5€	W_{22}=4000-337.5=3362.5€
A3: Asegura con la compañía Ligur (Prima=25% de 3000)	W_{31}=4000-3000+3000-750=3250	W_{32}=4000-750=3250

Sabemos que el consumidor racional elige aquella opción que le proporcione una mayor satisfacción o bienestar, en este entorno con incertidumbre medida por su utilidad esperada. Si la función que representa sus preferencias sobre la riqueza es U(W)=W, es decir tiene en cuenta exclusivamente la cuantía de la riqueza comportándose como nuestra empresa del ejemplo anterior, sus decisiones supondrían:

A1: E[U(W)]=0.25*1000+0.75*4000=3250

A2: E[U(W)]=0.25*2912,5+0.75*3362,5=3250

A3: E[U(W)]=0.25*3250+0.75*3250=3250

Bajo el supuesto de que al propietario solo le importa la cuantía de su renta en cada alternativa, las 3 decisiones le resultan indiferentes.

Sin embargo, si el individuo valora su riqueza W a través de la función de utilidad $U(W)=\ln(W)$, tendremos que para cada acción/decisión "Ai"

Ai: $E[U(W)]= \sum p_j \ln(w_{ij})= 0.25\ln(w_{i1}) + 0.75 \ln(w_{i2})$

Particularizando para las loterías del plan de consumos contingentes del ejercicio:

A1: $E[U(W)]=0.25\ln(1000) + 0.75\ln(4000) = 7.947$

A2: $E[U(W)]=0.25\ln(2912.5) + 0.75\ln(3362.5) = 8.084$

A3: $E[U(W)]= 0.25\ln(3250) + 0.75\ln(3250)= 8.086$

Si ordenamos las distintas loterías por la utilidad esperada que proporcionan al individuo:

$E[U(A3)]> E[U(A2)] > E[U(A1)]$, pues $8.086 > 8.084 >7.947$, y por lo tanto podemos afirmar que este individuo debe asegurar la moto, pues obtiene mayor utilidad esperada que si no lo hace, independientemente de la compañía con la que contrate el seguro. Además, entre compañías, el seguro completo de la compañía Ligur le proporciona la mayor utilidad esperada.

Sin embargo, si sus gustos suponen $U(W)=W^2$, tendremos:

$E[U(Ai)]= \sum p_j w_{ij}^2= 0.25w_{i1}^2 + 0.75 w_{i2}^2$

Particularizando para las alternativas del ejercicio:

A1: $E[U(W)]=0.25\text{x}1000^2 + 0.75\text{x}4000^2 = 12250000$

A2: $E[U(W)]=0.25x2912.5^2 + 0.75x3362.5^2 = 10600468.75$

A3: $E[U(W)]= 0.25x3250^2 + 0.75x3250^2= 10562500$

y ahora E[U(A1)]> E[U(A2)] > E[U(A3)], con lo que prefiere no asegurarse, siendo el seguro de Segur más valorado que el de Ligur.

Por lo tanto, si nos preguntamos ¿Qué opción elegirá?, tendremos que su decisión dependerá de sus preferencias: si es una persona muy conservadora, que huye del riesgo, comparará un seguro más elevado pero si por otro lado es una persona a la cual le gusta asumir riesgos, no comprará ninguno.

La cuestión que hemos señalado es que los individuos tienen valoraciones diferentes de las situaciones de riesgo, de la misma forma que tienen preferencias distintas en cuanto al consumo de bienes ordinarios. De hecho, resulta sumamente útil analizar las decisiones que se toman en condiciones de incertidumbre estudiando estas actitudes o valoraciones que se pueden dar al riesgo, lo que haremos a continuación.

2. Consumos contingentes, funciones de utilidad y probabilidades.

Si el consumidor tiene preferencias razonables en cuanto al consumo en circunstancias diferentes, podemos llevar a cabo una función de utilidad para desarrollarlas o describirlas al igual que en otros contextos que hemos realizado. Sin embargo y como hemos visto, el hecho de que estemos analizando la elección en condiciones de incertidumbre impone una estructura especial al problema de la elección. Generalmente, la forma en que un individuo valore el consumo en un estado en comparación con otro dependerá de la probabilidad de que ocurra realmente el estado en cuestión. Esto nos quiere decir que, la tasa

a la que yo estoy dispuesto a sustituir consumo de seguro por consumo de no seguro debe tener alguna relación con mi opinión
sobre la probabilidad de que ocurra la situación incierta (por ejemplo un robo: si pienso que esta situación es imposible, ni siquiera la tendré en cuenta).

Por tanto, además de los condicionantes clásicos ya estudiados para la valoración del consumo bajo total certeza, las preferencias en cuanto al consumo en diferentes estados de la naturaleza que no son de ocurrencia segura dependen de la estimación del individuo sobre los probables que sean esos estados. Es por esto, que expresamos la función de utilidad de un modo que dependa por un lado de las probabilidades, y por el otro de los niveles de consumo. Por ejemplo, imaginemos que estamos analizando dos estados mutuamente excluyentes, como el frio o el calor, la pérdida o la no perdida, etc. SeanC_1 y C_2, el consumo en los estados 1 y 2, y π_1 y π_2 las probabilidades de que ocurran realmente el estado 1 o el estado 2. Los dos estados son mutuamente excluyentes, de tal modo que solo puede ocurrir uno de ellos, y por tanto π_2 es igual a $1-\pi_1$. Sin embargo, normalmente nos referimos a las dos probabilidades para que la descripción sea simétrica y más intuitiva. Con esta anotación podemos expresar la función de utilidad del consumo que corresponde a los estados 1 y 2 como $U(C_1,C_2,\pi_1,\pi_2)$. Así se describe la función que representa las preferencias del individuo en cuanto al consumo en cada estado, consumo denominado consumo contingente (a la ocurrencia del estado de la naturaleza).

3 La utilidad esperada

Vamos a formalizar algo más nuestros razonamientos anteriores para justificar la lógica detrás de las funciones de utilidad que hemos manejado en nuestros ejemplos. Partimos de que cuando un individuo se enfrenta a una situación incierta como la planteada, es razonable suponer que la utilidad que se deriva tiene la expresión genérica $U(C_1,C_2,\pi_1,\pi_2)$. Adicionalmente, en la elección en condiciones de incertidumbre hay una “independencia” natural entre los diferentes resultados porque deben consumirse por separado y sin ninguna conexión, es decir, en diferentes estados de la naturaleza que son mutuamente excluyentes. Este supuesto de independencia implica que la función de utilidad del consumo contingente adopta una estructura muy especial: ha de ser aditiva en las diferentes cestas de consumo contingente.

Una manera útil de expresar esta función de utilidad genérica verificando el supuesto de independencia que hemos planteado podría ser la que a continuación exponemos:

$$u(C_1,C_2,\pi_1,\pi_2)= \pi_1\, v_1(C_1) + \pi_2\, v_2(C_2)$$

Esta función de utilidad concreta nos dice que la utilidad puede ser expresada como una suma ponderada de una función de consumo en cada estado, $v_1(C_1)$ y $v_2(C_2)$, donde las ponderaciones vienen dadas por las probabilidades π_1 y π_2. Anteriormente hemos mostrado ejemplos de esta forma lineal en las V: el caso de los sustitutivos perfectos o la función de la utilidad del valor esperado, en la que $v(C) = C$; y la función Cobb- Douglas expresada en logaritmos, en la que $v(C)$ es igual al $\ln C$.

Si uno de los estados es seguro de tal forma que $\pi_1=1$, por ejemplo, $v_1(C_1)$ es la utilidad del consumo seguro del estado 1. De la misma forma, si $\pi_2=1$,v_2 (C_2) es la utilidad del consumo del estado 2. Po ello es lógico suponer que ambas funciones son idénticas, ya que proporcionan la utilidad en situaciones idénticas, la certeza completa. Dado que existe una única función a ponderar por las probabilidades, la expresión quedaría:

$$u(C_1,C_2,\pi_1,\pi_2)= \pi_1 U(C_1) + \pi_2 U(C_2)$$

que representa la utilidad media o utilidad esperada de la combinación de consumos contingentes, (C_1,C_2). Por esta razón la función de utilidad que tiene la forma especial que aquí se describe se denomina función de utilidad esperada, u, otras veces, función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern por ser estos economistas sus primeros formalizadores.

Es de hecho la formulación más habitual cuando nos referimos a las preferencias del consumidor bajo incertidumbre, que pueden representarse mediante una función de utilidad esperada o que tienen la propiedad de la utilidad esperada. Con esto último nos referimos a que podemos elegir una función de utilidad que tenga la forma aditiva que hemos descrito anteriormente, con ponderaciones dadas por las probabilidades correspondientes.

A este respecto, es útil remarcar que, si la función de utilidad esperada describe bien los gustos del individuo, podríamos elegir para representar los mismos gustos cualquier transformación monótona de esta función de utilidad esperada. Por ejemplo, si las preferencias del consumidor se describen por medio de $u(C_1,C_2,\pi_1,\pi_2)= \pi_1 \ln C_1 + \pi_2 \ln C_2$

También se describirán por medio de:

$U(C_1,C_2,\pi_1,\pi_2)= C_1^{\pi 1} C_2^{\pi 2}$

Sin embargo, esta última expresión no tiene la propiedad de utilidad esperada, en la que con una forma aditiva se promedian las utilidades por las probabilidades, lo que es especialmente útil. Para que estas dos características (aditividad y ponderación por probabilidades) se conserven y se mantengan las propiedades de la utilidad esperada, la función Use puede someter a una transformación afín positiva.

Cuando hablamos de una transformación afín positiva, nos referimos simplemente en multiplicar U por un número positivo y sumar una constante. Si sometemos una función de utilidad esperada a una trasformación afín positiva, además de tener la propiedad de la utilidad esperada representará las mismas preferencias (como es lógico, puesto que una transformación afín no es más que un tipo especial de transformación monótona).

Por ello, una función de utilidad esperada es única con la única excepción de sus transformaciones afines. Cualquier otro tipo de transformación destruirá la propiedad de la utilidad esperada, si bien puede mantener sus gustos si es monótona creciente.

4. La aversión al riesgo

Una vez que aceptamos como razonable la función de utilidad esperada como forma de recoger las preferencias del individuo en condiciones de incertidumbre, el siguiente paso es determinar las propiedades de la función U(C) que recoge la utilidad en cada estado de la naturaleza. Esta función U(C) es central para describir las actitudes del individuo frente al riesgo.

A este respecto, está claro que en el ámbito de las decisiones bajo incertidumbre, los individuos somos enemigos o aversos del riesgo, e intentamos evitar en la medida de lo posible el tener que asumirlo “gratuitamente”. Esta aversión al riego está íntimamente relacionada con las propiedades de concavidad de la función de utilidad V(C), algo que estudiaremos utilizando ejemplos.

Ejemplo 5. Suponemos que un individuo tiene 10 euros y se está planteando entregarlos para participar en un juego con las siguientes características. Si juega tiene un 50% de probabilidades de ganar 15 euros y un 50% de probabilidades de ganar 5 euros.
Nos encontramos con un juego justo, en el que el precio de participar es de 10 euros y el valor esperado de los resultados cuando juega es asimismo de 10 euros.
Como ya sabemos, la utilidad esperada cuando juega es:

$$E[U] = (0.5)\ U(15) + (0.5)\ U(5)$$

Como vemos en el Gráfico 4.1.1, bajo concavidad de U(C), la utilidad del valor esperado (sobre la cuerda) es mayor que la utilidad esperada de su riqueza incierta:

$$U(10) > (0.5)\ U(15) + (0.5)\ U(5)$$

Por lo tanto, resulta ser un individuo averso al riesgo, y rechazaría el juego.

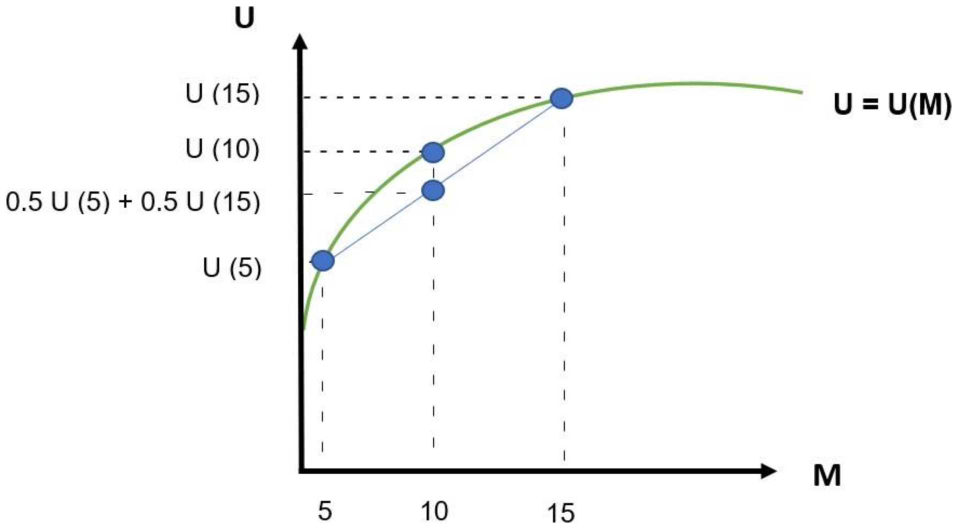

Gráfico 4.1.1. Aversión al riesgo

En el caso en que el individuo sea amante al riesgo, nos encontraríamos con una función de utilidad con forma convexa.

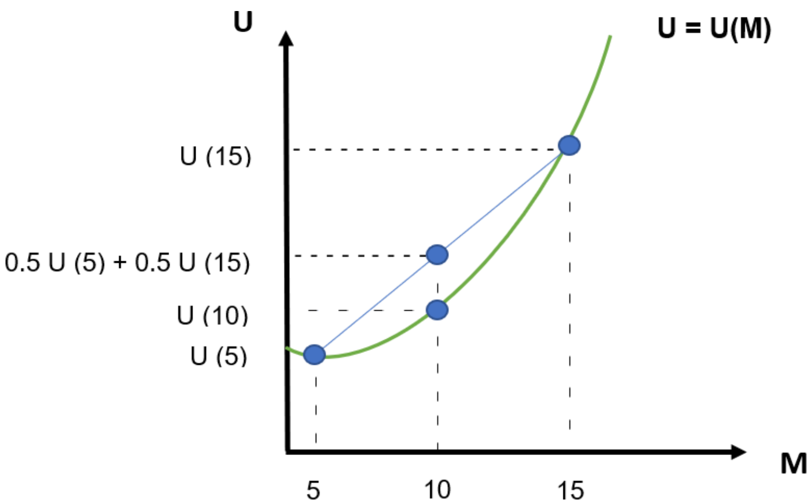

Gráfico 4.1.2. El amor al riesgo

Aquí nos encontramos con que la utilidad del valor esperado de la riqueza (sobre la cuerda) es menor que su utilidad esperada. Por tanto:

$$U(10) < (0.5)\ U(15) + (0.5)\ U(5)$$

y el individuo prefiere jugar.

Cuando el individuo es neutral al riesgo, la función de utilidad sería lineal y la cuerda que une dos puntos de la curva coincidiría con ella misma, así nos encontraríamos con que:

$$U(10) = (0.5)\ U(15) + (0.5)\ U(5)$$

La utilidad esperada de la riqueza es la utilidad de su valor esperado. Y al individuo le daría igual aceptar o rechazar el juego.

Generalizando, cuando la función U (C)es no lineal con primera derivada positiva y segunda negativa, es decir cóncava, resultaría una gráfica como la que está representada en el gráfico 4.1.3, con la cuerda que une dos puntos cualquiera de la curva de utilidad siempre por debajo de la función. Con esta concavidad, la utilidad del valor esperado seguro es siempre mayor que la utilidad (esperada) de entrar en el juego, y por tanto el individuo es averso al riesgo.

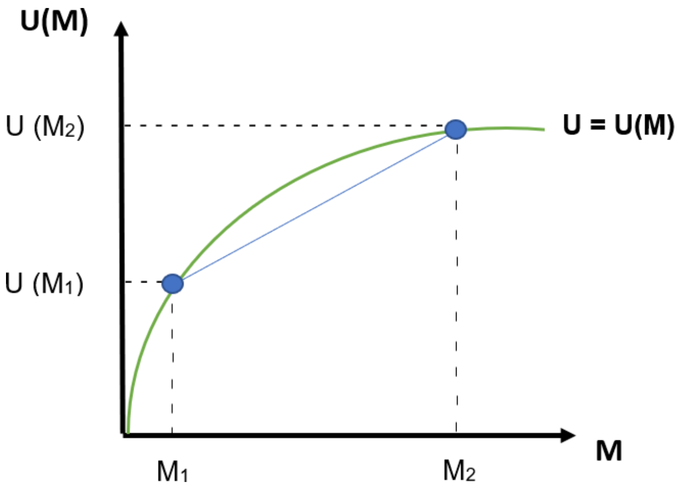

Gráfico 4.1.3. Función de utilidad cóncava

Cuando el individuo es amante del riesgo, sus preferencias son convexas respecto a la riqueza, por tanto, su utilidad marginal será creciente y siempre aceptará jugar puesto que la utilidad esperada de aceptar el juego siempre será mayor que la utilidad de rechazarlo.

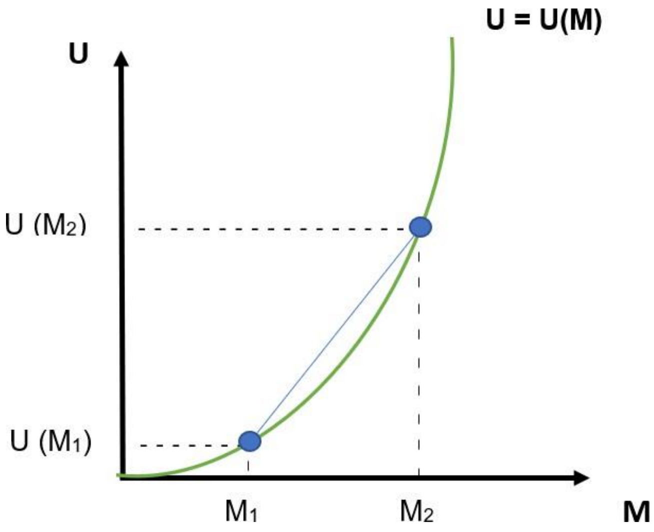

Gráfico 4.1.4. Función de utilidad convexa

Y cuando el individuo es neutral al riesgo, sus preferencias serán lineales y será indiferente para él aceptar el juego o rechazarlo.

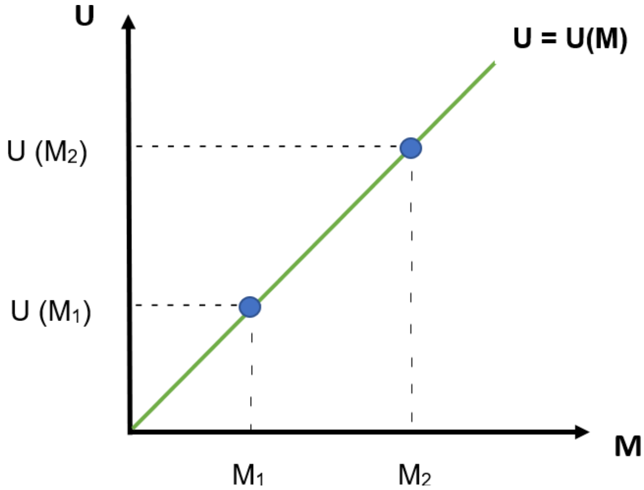

Gráfico 4.1.5. Función de utilidad lineal

5. ¿Explica bien la función de utilidad esperada nuestro comportamiento en situaciones de incertidumbre? La paradoja de Allais.

Si bien la función de utilidad esperada se acepta como una formulación correcta de nuestras preferencias bajo incertidumbre, existen situaciones que esta función no explica satisfactoriamente.

Una de ellas es la denominada paradoja de Allais, que debe su nombre al economista que la propuso, Maurice Allais. Este economista se proponía demostrar que los individuos, en determinadas circunstancias, eran susceptibles vulnerar la teoría de la utilidad esperada, o bien los axiomas de elección racional en que dicha teoría descansaba.

La paradoja se explica generalmente con el siguiente ejemplo:

A un individuo, en un primer experimento, se le pide que elija una entre de las siguientes situaciones:

- Situación A: probabilidad del 100% de recibir 100 millones.

- Situación B: Entrar en un juego con una probabilidad del 10% de recibir 500 millones, una probabilidad del 89% de recibir 100 millones, y una probabilidad del 1% de no recibir nada.

A continuación, en un segundo experimento, se le pedía elegir entre estas otras dos siguientes situaciones:

- Situación C: Entrar en un juego con una probabilidad del 11% de recibir 100 millones, y una probabilidad del 89% de no recibir nada.

- Situación D: Entrar en un juego con una probabilidad del 10% de recibir 500 millones, y una probabilidad del 90% de no recibir nada.

El siguiente cuadro muestra los dos experimentos de la paradoja de Allais:

Experimento 1				Experimento 2			
Apuesta 1A		Apuesta 1B		Apuesta 2A		Apuesta 2B	
Ganancias	**Oportunidad**	**Ganancias**	**Oportunidad**	**Ganancias**	**Oportunidad**	**Ganancias**	**Oportunidad**
$1 millón	100%	$1 millón	89%	nada	89%	nada	90%
		nada	1%	$1 millón	11%		
		$5 millones	10%			$5 millones	10%

Los resultados para este experimento muestran que cuando se les presentaba a los individuos a una elección entre 1A y 1B, la mayoría de las personas elegían 1A. Esos mismos individuos, cuando se enfrentaban al experimento 2 debiendo elegir una opción entre 2A y 2B, mayoritariamente elegían 2B. A partir de estas evidencias, Allais encontró que si los individuos se comportaran de acuerdo a la teoría de la utilidad esperada, existía una contradicción que se denominó paradoja de Allais.

Usando los valores anteriores y una función de utilidad cualquiera $U(W)$, donde W es la riqueza, podemos demostrar exactamente cómo se evidencia la paradoja.

Debido a que en el experimento 1 el individuo típico prefiere 1A a 1B

- Experimento 1 :

$$1U(\$1\text{ M}) > 0.89U(\$1\text{ M}) + 0.01U(\$0\text{ M}) + 0.1U(\$5\text{ M})$$

Por otra parte, en el experimento 2, el individuo prefiere 2B a 2A:

- Experimento 2:

$$0.89U(\$0\text{ M}) + 0.11U(\$1\text{ M}) < 0.9U(\$0\text{ M}) + 0.1U(\$5\text{ M})$$

Podemos reescribir esta última ecuación como:

$$\begin{aligned}
&0.11U(\$1\text{ M}) < 0.01U(\$0\text{ M}) + 0.1U(\$5\text{ M})\\
&1U(\$1\text{ M}) - 0.89U(\$1\text{ M}) < 0.01U(\$0\text{ M}) + 0.1U(\$5\text{ M})\\
&1U(\$1\text{ M}) < 0.89U(\$1\text{ M}) + 0.01U(\$0\text{ M}) + 0.1U(\$5\text{ M}),
\end{aligned}$$

Algo que contradice la primera decisión (Experimento 1) según la cuál el individuo prefería el millón seguro antes que la apuesta.

Estos mismos experimentos fueron realizados en este trabajo, planteando las situaciones de la paradoja de Allais con resultados similares. En concreto, de 10 individuos, 6 escogieron 1A y posteriormente 2B, por tanto presentando esta inconsistencia con la teoría de la utilidad esperada.

Esta termina siendo la paradoja, basada en el hecho de que en elecciones de riesgo financiero o de apuestas, aunque las personas generalmente prefieren certeza a incertidumbre, si se plantea la apuesta de forma diferente, preferirán la incertidumbre que fue previamente rechazada.

6. Alternativas a la Teoría de la Utilidad Esperada

A partir de la paradoja de Allais y de otras inconsistencias de la teoría de la utilidad esperada, surgieron nuevas explicaciones de nuestro comportamiento frente al riesgo. El principal punto que Allais quería destacar inicialmente es que el axioma de independencia de la teoría de la utilidad esperada puede no ser un axioma valido en algunas circunstancias. Como sabemos, el axioma de la independencia establece que dos resultados dentro de una apuesta deben tratarse como independientes en el análisis de la apuesta en su conjunto, y que las apuestas o loterías se valoran aisladamente. Sin embargo, esto pasa por alto la noción de complementariedad, el hecho de que su elección en una parte de la apuesta pueda depender del posible resultado en la otra parte de la apuesta.

En el ejemplo anterior, 1B, hay un 1% de posibilidades de no obtener nada. Sin embargo esta probabilidad del 1% de no obtener nada también conlleva una gran sensación de decepción si eligieras esa apuesta y perdieras, sabiendo que podrías haber ganado con un 100% de certeza si hubieras elegido la opción 1A. Este sentimiento de decepción, por tanto, depende del resultado en otra situación de riesgo, en este caso del sentimiento de certeza, lo que contradice el supuesto de independencia.
Asimismo, en nuestros experimentos, hemos observado que si los premios o recompensas son mucho menores (por ejemplo dividiendo todos ellos por 10^6), individuos que presentaban la paradoja dejan de verificarla. Por eso, Allais sostiene que la teoría de la utilidad esperada no es lo suficientemente consistente para capturar estas situaciones de “Racionalidad limitada” o relacionadas con las complementariedades.

Algunas de estas alternativas, que simplemente enumeraremos, son:

- La teoría prospectiva, desarrollada por Daniel Kahneman y Amos Tversky,
- La utilidad ponderada,
- La utilidad esperada dependiente del rango de Jonh Quiggin
- La teoría del arrepentimiento teoría.

7. Conclusiones

En el presente Trabajo de Fin de Grado hemos intentado analizar el comportamiento del individuo bajo situaciones de incertidumbre.

Hemos visto que la utilidad o satisfacción del individuo dependerá tanto de los consumos como de las probabilidades de ocurrencia de los sucesos que determinan los distintos consumos. Cuando éste posea la información anterior, tomará una decisión u otra (vendimiar o no , por ejemplo, o invertir en uno u otro seguro) en función de cómo sea su preferencia ante el riesgo, encontrándonos aquí con los conceptos centrales analizados anteriormente de aversión al riesgo, valor esperado y utilidad esperada.

Sabemos que el consumidor racional elige aquella opción que le proporcione una mayor satisfacción o bienestar, que en este entorno con incertidumbre viene medida por su utilidad esperada. En estas circunstancias, hemos comprobado que si el individuo es averso al riesgo, ante la alternativa de asumir el riego y obtener la utilidad esperada de dicha situación arriesgada, preferirá contratar un seguro que le garantice el valor esperado de dicha situación. Dicho de otra manera, la utilidad del valor esperado (justo) es mayor que la utilidad esperada de sus resultados inciertos. En caso de que sea amante al riesgo, pasará lo contrario y, si es neutral al riesgo, la utilidad del valor esperado coincide con la utilidad esperada de su riqueza y, por tanto, al individuo siente indiferencia entre entrar o no en la situación de riesgo, entre contratar o no el seguro.

En la elección en condiciones de incertidumbre existe una “independencia” natural entre los diferentes resultados porque deben consumirse por separado y sin ninguna conexión, es decir, en diferentes estados de la naturaleza que son mutuamente excluyentes. Este supuesto de independencia implica que la función de utilidad del consumo contingente ha de ser aditiva en las diferentes cestas de consumo contingente.

Como hemos comentado, la situación más frecuente es la aversión al riesgo, que puede ser medida de diferentes formas, y siempre asumiendo como formulación apropiada de las preferencias del individuo la de la utilidad esperada. Esta teoría explica satisfactoriamente algunas situaciones (por ejemplo la comentada anteriormente sobre la contratación de un seguro justo si el individuo es averso al riesgo), pero no todas.

De hecho, hemos visto por medio de la Paradoja de Allais cómo pese a la validez de la teoría de la utilidad esperada en algunas situaciones, en algunas otras las decisiones de los individuos pueden ser inconsistentes con la teoría, generando una divergencia entre los valores predichos y los observados posteriormente. Por un lado, esta paradoja muestra cómo los individuos piensan y toman decisiones de forma inconsciente y en este sentido inconsistente, llevando a la consideración de nuevas teorías alternativas.

Resumiendo, en este trabajo hemos estudiado formalmente la incertidumbre, una situación muy compleja y que requiere de análisis detallados en profundidad. En condiciones de certeza total, el individuo ya conoce cuál va a ser la utilidad que le va a reportar cada cesta de bienes y no tienen cabida las probabilidades de ocurrencia de los sucesos de la naturaleza, dado que no hay nada incierto y se sabe perfectamente lo que va a pasar. Sin embargo, en entornos de incertidumbre, surgen multitud de cuestiones relacionadas con rendimientos inciertos, probabilidades, percepción de estas probabilidades, gustos frente al riesgo, diversificación y dispersión, etc., que complican el problema de elección del consumidor con incertidumbre y su explicación desde la Economía.

8. Bibliografía

Cabañés, M.L. y Lorca, A. (2000): Microeconomía. 2ª ed., Civitas.

Fernández de Castro, J. y Tugores, J. (1992): Fundamentos de Microeconomía. 2ª ed., McGraw Hill.

Laffont, J.J. (1989): The Economics of Uncertainty and Information. The MIT Press.

Nicholson, W. (2008): Teoría Microeconómica. Principios Básicos y Ampliaciones. 9ª ed., Cengage Learning.

Safra, Z. (1990): Contingent Commodities. En Utility and Probability, The New Palgrave, McMillan Press.

Schmeidler, D. and Wakker, P. (1990): Expected Utility and Mathematical Expectation. En Utility and Probability, The New Palgrave, McMillan Press.

Varian, H.R. (2010): Microeconomía Intermedia. Un enfoque actual. 8ª Ed., Antoni Bosch.

Wikipedia: Allais paradox. https://en.wikipedia.org/wiki/Allais_paradox