



FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA  
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

**USO DE MODELOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS EN  
LA COMPRENSIÓN DE LAS OPERACIONES  
ARITMÉTICAS EN EL AULA DE PRIMER CICLO DE  
EDUCACIÓN PRIMARIA**

**TRABAJO FIN DE GRADO  
MAESTRA EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

**AUTORA: SUSANA PÉREZ MAGDALENO**

**TUTORA: ANA MARÍA SANZ GIL**

Palencia, 2021



*“El movimiento ayuda al desarrollo psíquico y este desarrollo se expresa a su vez con un movimiento y una acción”*

*María Montessori*

*“La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles”*

*Descartes*



En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en este documento hacen referencia a personas y se efectúan en género masculino, cuando no hayan sido sustituidos por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino.



# RESUMEN

Dentro de la Didáctica de las Matemáticas existen diferentes modelos y materiales didácticos destinados a la consecución de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división por parte de los alumnos de la etapa de Educación Primaria.

A su vez, dentro de las aulas de primer ciclo de esta etapa destaca la utilización de materiales no estructurados, los cuales no han sido diseñados especialmente para el aprendizaje de las matemáticas; y materiales estructurados, cuyo objetivo principal se centra en el proceso de enseñanza de esta área. Por otro lado, será el maestro quien adapte su uso a lo establecido dentro del currículo educativo vigente en relación al curso destinado.

Por ello, dentro de este Trabajo de Fin de Grado se va a llevar a cabo una propuesta didáctica en el primer curso de Educación Primaria con el objetivo de dar a conocer si estos recursos didácticos, en concreto los bloques multibase, son efectivos en la enseñanza del algoritmo de la suma, y operaciones de resta, multiplicación y división.

**PALABRAS CLAVE:** Didáctica de las Matemáticas, Educación Primaria, materiales no estructurados, materiales estructurados, bloques multibase.

# ABSTRACT

Within the Didactic of Mathematics there are different models and didactic materials destined to the achievement of the operations of addition, subtraction, multiplication and division for students in the stage of Primary Education.

In turn, within the first cycle classrooms of this stage, the use of unstructured materials stands out, which have not been specially designed for learning mathematics; and structured materials, whose main objective is focused on the teaching process in this area. On the other hand, it will be the teacher who adapts its use to what is established within the current educational curriculum in relation to the intended course.

Therefore, within this Final Project, a didactic proposal will be carried out in the first year of Primary Education with the aim of making known if these didactic resources, specifically the multi-base blocks, are effective in teaching of the algorithm of addition, and operations of subtraction, multiplication and division.

**KEYWORDS:** Didactic of mathematics, Primary Education, unstructured materials and structured materials, multi-base blocks.



# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. JUSTIFICACIÓN .....	3
2.1. RELACIÓN DEL TEMA CON LA ETAPA CORRESPONDIENTE A EDUCACIÓN PRIMARIA.....	3
2.2. RELACIÓN DEL TEMA CON EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA .....	4
2.3. RELACIÓN DEL TEMA CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO .....	6
3. OBJETIVOS .....	9
4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	10
4.1. MATERIALES DIDÁCTICOS.....	10
4.1.1. Materiales didácticos no estructurados .....	11
4.1.2. Materiales didácticos estructurados .....	12
4.2. USO DEL MATERIAL DIDÁCTICO PARA ENTENDER LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS.....	13
4.3. OPERACIÓN SUMA O ADICIÓN.....	15
4.3.1. Introducción a la operación de la suma: teoría de conjuntos.....	16
4.3.2. Modelos cardinales.....	17
4.3.3 Modelos lineales: la recta numérica.....	18
4.3.4. Modelo de medida.....	18
4.3.5. Propiedades conmutativa y asociativa de la suma con materiales .....	19
4.3.6. Algoritmo de la suma.....	20
4.3.7. La sustracción o resta .....	22
4.4. OPERACIÓN PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN .....	23
4.4.1. La división.....	24
5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA.....	27
5.1. JUSTIFICACIÓN .....	27
5.2. CONTEXTO DE CENTRO.....	27
5.3. CONTEXTO DE AULA .....	28
5.4. DISEÑO DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA.....	28
5.4.1. Objetivos .....	28
5.4.2. Contenidos .....	28
5.4.3. Competencias.....	29
5.4.4. Temporalización .....	29
5.4.5. Recursos.....	30
5.4.6. Actividades .....	31
5.4.7. Evaluación .....	38
5.4.8. Atención a la diversidad.....	41

6. ANÁLISIS DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN .....	42
7. CONCLUSIONES.....	44
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	46
ANEXOS .....	49

# 1. INTRODUCCIÓN

El planteamiento de la temática de este Trabajo de Fin de Grado surge de mis estudios previos como maestra de Educación Infantil, y también, como opositora en el Proceso Selectivo de Ingreso al Cuerpo de Maestros en la Comunidad de Castilla y León en dicha etapa educativa, en la cual, he podido profundizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En este Trabajo de Fin de Grado se van a analizar algunas de las principales formas de enseñanza propias de la Didáctica de las Matemáticas en la etapa de Educación Primaria, centrándose en particular en los modelos y materiales didácticos utilizados, entre los que se distinguen los materiales no estructurados y los materiales estructurados. Tanto los modelos como ambos tipos de materiales se utilizan en concreto para trabajar la parte de las matemáticas que nos ocupa, a saber, el concepto matemático de número natural, junto con sus operaciones suma y resta, y producto y división. La razón de su uso se debe a que los niños pertenecientes a las etapas educativas de Educación Infantil y Educación Primaria interiorizan mejor los conceptos cuando estos son trabajados de forma manipulativa, pasando a trabajar los mismos de forma gráfica, mucho más abstracta, con posterioridad.

Por otro lado, las metodologías no son estáticas en el tiempo. En el campo de la educación los maestros están en continua formación y evolución, en consonancia con los estudios que se realizan en este contexto, siempre usando y poniendo en práctica aquellas metodologías cuyo objetivo es mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumnado, adaptándose además hoy en día a sus características individuales.

En este trabajo es importante conocer cómo ha evolucionado la enseñanza-aprendizaje de los números y sus operaciones. Por ello, también se van a estudiar y considerar ciertos aspectos de una metodología bastante reciente llamada método de cálculo abierto basado en números (ABN), que ha sido descrita por el autor Jaime Martínez Montero (Martínez, 2011) y ha sido implantada en muchos colegios de Educación Primaria, sobre todo en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Respecto a la enseñanza de esta área dentro de la etapa de Educación Primaria, una vez que los alumnos adquieran la concepción de número natural, llega el momento de la introducción de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Todas ellas serán introducidas en el primer ciclo de esta etapa educativa de forma paulatina y guiada por lo establecido en el currículo educativo vigente que regula estas enseñanzas.

Por otro lado, para llevar a cabo el proceso de enseñanza de esta área curricular, es necesaria la figura del maestro, así como el uso de diversos materiales como son los materiales no estructurados y materiales estructurados.

En la actualidad, las escuelas cuentan con diversos materiales de este tipo. Se hará una breve explicación de algunos de ellos, así como de los conceptos matemáticos que se pueden trabajar con los mismos. Este trabajo se va a centrar en la actividad en el aula a través de materiales estructurados y en conocer algunas de las funcionalidades que se pueden trabajar con los alumnos, con el objetivo principal de adquirir nociones acerca de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

Un tipo de material estructurado que no es tan fácil encontrar en los colegios, y que sin embargo tiene una aplicación específica en la comprensión del sistema decimal de numeración y de todos los algoritmos de las distintas operaciones, es el material multibase, o bloques multibase.

En la propuesta didáctica, puesta en práctica en el primer curso de Educación Primaria, se va a poner a prueba la eficacia de este material, en torno al objetivo de conseguir una consecución, aprendizaje y entendimiento de los algoritmos de suma y resta, así como un acercamiento a la multiplicación y división. Resulta fundamental que los alumnos comprendan el funcionamiento de los algoritmos, si se pretende mantener su motivación y gusto por las matemáticas. La meta final para el profesor es lograr impartir una matemática comprensiva y al alcance de todos los niños del aula.

Por último, hay que incidir en que el éxito de la utilización de este tipo de material dedicado a la enseñanza de las matemáticas dependerá de su uso, es decir, de cómo se trabaje en el aula. Esto es, no basta con disponer del material en las aulas, sino que una buena metodología adoptada en su uso es imprescindible, mediante la cual se pretende que los niños pasen de lo manipulativo a lo abstracto, de forma comprensiva. En este proceso de enseñanza no se debe olvidar que cada uno de los alumnos posee un ritmo madurativo. Por lo tanto, siempre que sea necesario, se deberán adoptar medidas de atención a la diversidad.

Para finalizar esta introducción, hacemos un breve recorrido por todo el trabajo. En el epígrafe 2 se lleva a cabo una justificación del mismo, desde tres enfoques: la importancia del tema elegido en la etapa de Educación Primaria; su vinculación con el currículo vigente; y en relación a las competencias del Título de Maestro. El epígrafe 3 expone los objetivos concretos que guían la realización de este trabajo. En el cuarto, se presenta su marco teórico, distinguiendo diversos apartados de interés. En el epígrafe 5 se ofrece una propuesta de intervención educativa, que se analiza en el siguiente punto. Finalmente, se exponen las conclusiones obtenidas tras la realización de este trabajo y se incluyen las referencias bibliográficas y anexos.

## 2. JUSTIFICACIÓN

### 2.1. RELACIÓN DEL TEMA CON LA ETAPA CORRESPONDIENTE A EDUCACIÓN PRIMARIA

La obsesión por que los alumnos sepan muchas cosas y de manera cada vez más rápida, parece que está cambiando, pasando a prestar más atención a que los conocimientos se adapten a las características psicológicas de la edad de cada niño (Cascallana, 2002).

Así, resulta importante en el trascurso de esta etapa educativa adecuar los contenidos tratados a las estructuras lógicas de los alumnos, o también, a sus ritmos de aprendizaje y conocimientos previos.

La difusión de la teoría de Piaget sobre la génesis del pensamiento infantil ha sido la razón para que los educadores tomen conciencia de la importancia del desarrollo de las estructuras mentales (Cascallana, 2002). A partir de esta afirmación muchos son los maestros que ponen en cuestión cuáles son los contenidos que tienen que enseñar a cada niño, y en qué nivel se deben enseñar.

Por ello, los maestros, a la hora de enseñar, se plantean las siguientes cuestiones, como indica Cascallana (2002):

- ¿Qué enseñar a cada nivel?
- ¿A quién enseñar?
- ¿Cómo hacerlo?
- ¿Cuándo y dónde enseñarlo?

Para esta cuestión el *DECRETO 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León*; establece los contenidos a tratar para cada uno de los cursos que componen la etapa de Educación Primaria.

Pero dentro del mismo, en lo que se refiere a metodología didáctica, esta será fundamentalmente comunicativa, activa y participativa, y dirigida al logro de los objetivos, especialmente en aquellos aspectos más directamente relacionados con las competencias.

Por lo tanto, será el maestro quien a través de su observación del contexto de aula determine cómo será esta metodología, así como los materiales que usará con el objetivo de que los alumnos construyan su propio aprendizaje en cuanto al área de matemáticas se refiere.

A través de esta observación, se dará respuesta a gran parte de los interrogantes que se plantean en el momento de llevar a cabo la enseñanza de las matemáticas en los primeros niveles educativos (Casallana, 2002).

Por otro lado, los viejos procedimientos forman parte de una metodología en la que todo se debe aprender desde cero, de manera que no se aprovechan las experiencias informales de los alumnos (Martínez, 2011).

Por ello, resulta interesante partir de estas experiencias informales en las que los alumnos construyen sus primeras nociones matemáticas, de manera que, en etapas posteriores, puedan partir de sus experiencias previas, con el objetivo de construir su propio aprendizaje.

Finalmente, como indica Ramos (2021) en un artículo de divulgación, el éxito en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los niños de Singapur se debe en gran parte a dos factores fundamentales. El primero es el énfasis que allí se pone en enseñar cada concepto o procedimiento matemático solo en el momento de desarrollo cognitivo adecuado, y no antes. El segundo es que los niños tienen que ser capaces de comprender las matemáticas que aprenden en la Educación Primaria. No se trata de enseñar una matemática memorística, sino una matemática comprensiva. Este último factor es el que ha inspirado la realización de este trabajo.

## **2.2. RELACIÓN DEL TEMA CON EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

En el proceso de enseñanza-aprendizaje del área de matemáticas dentro de la etapa de Educación Primaria, es necesario consultar las leyes educativas vigentes. Por ello, dentro de este apartado, se van a desglosar las leyes educativas relativas a dicha etapa, en torno a dos niveles: a nivel nacional y a nivel autonómico; destacando aquellos aspectos más relacionados con este trabajo.

### ➤ A nivel nacional

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE).

- Artículo 17. Objetivos de la Educación Primaria:

g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE), por la que se modifica la LOE.

- Artículo 16. Principios generales.

1. La acción educativa en esta etapa procurará la integración de las distintas experiencias y aprendizajes del alumnado con una perspectiva global y se adaptará a sus ritmos de trabajo.
  - Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.
- A nivel autonómico
  - DECRETO 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León.

- Artículo 3

Para una adquisición eficaz de las competencias y para el desarrollo efectivo del currículo, los centros docentes diseñarán actividades de aprendizaje integradas que permitan al alumnado avanzar hacia los resultados de aprendizaje de más de una competencia al mismo tiempo.

- Artículo 10. Competencias del currículo.

En su artículo 2.2, Las competencias del currículo, una de ellas es:

b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

- Artículo 12. Principios pedagógicos.
  2. La acción educativa procurará la integración de las distintas experiencias y aprendizajes del alumnado y tendrá en cuenta sus diferentes ritmos de aprendizaje, favoreciendo la capacidad de aprender por sí mismos y promoviendo el trabajo en equipo.
  3. Se promoverá la integración y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el aula, como recurso metodológico eficaz para llevar a cabo las tareas de enseñanza y aprendizaje.
- Artículo 13. Horario.
  4. El horario lectivo de los centros incluirá, en todos los cursos de la etapa, sesiones diarias dedicadas a la enseñanza de las áreas de Lengua Castellana y Literatura y Matemáticas.
- ANEXO I.A Principios metodológicos de la etapa.

La metodología se orientará hacia las capacidades, hacia el «saber hacer» que se aplica a una diversidad de contextos, dentro y fuera del aula, de forma que el tratamiento integrado de los contenidos de la etapa educativa facilite la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos.

El trabajo por proyectos es especialmente relevante para el aprendizaje por competencias.

- ANEXO I-B áreas del bloque de asignaturas troncales
  - MATEMÁTICAS

Permiten estructurar el conocimiento que se obtiene de la realidad, analizarla y lograr una información nueva para conocerla mejor, valorarla y tomar decisiones.

El aprendizaje de las matemáticas tiene una doble función:

1. (INSTRUMENTAL) Son útiles en otros ámbitos (en la vida cotidiana, en el mundo laboral, en otras áreas curriculares, etc.)
2. (FORMATIVA) Su aprendizaje contribuye al desarrollo cognitivo a través de la obtención de destrezas en procesos de exploración, clasificación, análisis, estimación, relación, generalización, argumentación y abstracción.

En lo que se refiere a los contenidos de matemáticas en la Educación Primaria, estos se agrupan en 5 bloques. Los números naturales y sus operaciones forman parte del Bloque 2. Números.

### **2.3. RELACIÓN DEL TEMA CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO**

El presente Trabajo de Fin de Grado guarda una relación concreta con las competencias establecidas en el *Real Decreto 861/2010 de 2 de julio, que modifica el Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales en España*, tanto a nivel general como específico, impartidas durante los cuatro años de carrera.

- **Competencias generales.**
  - Comprender conocimientos en un área de estudio –la Educación. Esta competencia se concretará en el conocimiento y comprensión para la aplicación práctica de:
    - a. Aspectos principales de terminología educativa.
    - b. Características psicológicas, sociológicas y pedagógicas, de carácter fundamental, del alumnado en las distintas etapas y enseñanzas del sistema educativo
    - c. Objetivos, contenidos curriculares y criterios de evaluación, y de un modo particular los que conforman el currículo de Educación Primaria
    - d. Principios y procedimientos empleados en la práctica educativa
    - e. Principales técnicas de enseñanza-aprendizaje

f. Fundamentos de las principales disciplinas que estructuran el currículum

g. Rasgos estructurales de los sistemas educativos

- Aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio –la Educación-. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:

a. Ser capaz de reconocer, planificar, llevar a cabo y valorar buenas prácticas de enseñanza-aprendizaje

b. Ser capaz de analizar críticamente y argumentar las decisiones que justifican la toma de decisiones en contextos educativos

c. Ser capaz de integrar la información y los conocimientos necesarios para resolver problemas educativos, principalmente mediante procedimientos colaborativos.

d. Ser capaz de coordinarse y cooperar con otras personas de diferentes áreas de estudio, a fin de crear una cultura de trabajo interdisciplinar partiendo de objetivos centrados en el aprendizaje.

- **Competencias específicas.**

En cuanto a las competencias respecto a la materia: Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, se destacan las siguientes:

5. Identificar y comprender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitiendo juicios bien fundamentados y utilizando las matemáticas al servicio de una ciudadanía constructiva, comprometida y reflexiva. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:

a. Adquirir competencias matemáticas básicas (numéricas, de cálculo, geométricas, de representación espacial, de estimación y medida, de organización y tratamiento de la información...).

b. Analizar, razonar y comunicar propuestas matemáticas.

c. Plantear y resolver problemas matemáticos vinculados con la vida cotidiana.

- d. Valorar la relación entre matemáticas y ciencias como uno de los pilares del pensamiento científico.
  - e. Modelizar matemáticamente situaciones problemáticas sencillas de contextos reales, tratando posteriormente el modelo creado e interpretando los resultados en función del contexto de origen y aplicación.
6. Transformar adecuadamente el saber matemático de referencia en saber a enseñar mediante los oportunos procesos de transposición didáctica, verificando en todo momento el progreso de los alumnos y del propio proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el diseño y ejecución de situaciones de evaluación tanto formativas como sumativas. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:
- a. Conocer el currículo escolar de matemáticas.
  - b. Desarrollar y evaluar contenidos del currículo mediante recursos didácticos apropiados y promover la adquisición de competencias básicas en los estudiantes.

### 3. OBJETIVOS

El principal objetivo que se persigue con la elaboración de este Trabajo de Fin de Grado se trata de:

- Programar y llevar a cabo en un centro escolar una propuesta didáctica basada en la utilización de recursos didácticos no estructurados y estructurados, con el objetivo de la consecución y comprensión del algoritmo de la suma o adición, operación de resta, así como un acercamiento a las operaciones de multiplicación y división.

Para lograr este objetivo principal, se van a desarrollar los siguientes objetivos específicos:

- Conocer las leyes educativas vigentes que determinan las enseñanzas de la etapa de Educación Primaria, tanto a nivel nacional, como a nivel de la Comunidad Autónoma de Castilla y León.
- Realizar un análisis de la metodología que se utiliza en las aulas respecto a la enseñanza de las Matemáticas.
- Valorar y conocer los distintos materiales no estructurados y estructurados dedicados a la enseñanza del Bloque 2. Números del currículo de la etapa de Educación Primaria.
- Conocer algunas de las utilidades de materiales no estructurados y estructurados para la enseñanza de la didáctica de las matemáticas, y de forma más concreta, en las operaciones de la suma, resta, multiplicación y división.
- Aportar conclusiones acerca de los distintos materiales en la puesta en práctica de la propuesta didáctica desarrollada.

## 4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### 4.1. MATERIALES DIDÁCTICOS

Para abordar el tema de los materiales didácticos, hay que partir de la forma en la cual los alumnos llevan a cabo su aprendizaje. En este caso,

La teoría constructivista proporciona un enfoque más exacto en relación a cómo se produce el aprendizaje mediante la reformulación y reestructuración de los conceptos previos ya adquiridos por los sujetos, adaptándolos a nuevas circunstancias y situaciones problemáticas que dan lugar a la construcción de nuevos conocimientos. (Arteaga y Macías, 2016, p.30)

Por lo tanto, el niño parte de lo manipulativo, correspondiente a la etapa de Educación Infantil, en la cual se trabaja en numerosos colegios mediante una metodología llamada método de cálculo Abierto Basado en Números (ABN), pasando a trabajar en Educación Primaria las operaciones formales. Martínez (2011) afirma: “el cálculo ABN es, sobre todo, un método natural, esto es, que entronca directamente con la forma espontánea e intuitiva que tiene el cerebro de procesar los cálculos y tratar las realidades numéricas” (p.15).

Por ello, en el paso de una etapa a otra, el uso de los materiales didácticos con los que se va a trabajar en las aulas correspondientes a Educación Primaria, va a jugar un papel fundamental en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Además de los materiales didácticos, las estrategias didácticas también son un elemento importante dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que a través de ellas se consigue obtener un aprendizaje constructivo. Además, permitirán innovar dentro de las matemáticas utilizando métodos, técnicas y recursos (Melquiades, 2014).

A la hora de abordar el proceso de enseñanza–aprendizaje del área de matemáticas en la etapa educativa correspondiente a Educación Primaria, podemos partir de distintos tipos de materiales didácticos, para que el paso de la Educación Infantil a la Educación Primaria no suponga un cambio radical a los alumnos.

Por lo tanto, el material didáctico posee mucha relevancia dentro de la enseñanza de todas las materias: ayuda a la comprensión, transmisión de conocimientos, interés de los alumnos y mejora el rendimiento escolar (Melquiades, 2014).

Por otro lado, a parte de los materiales didácticos y sus correspondientes estrategias didácticas, se necesita un maestro encargado de la transmisión del conocimiento.

Este conocimiento, por lo tanto, no se puede obtener por transmisión verbal; las explicaciones del profesor a toda la clase sobre conocimientos matemáticos no son el recurso didáctico idóneo, debido a que el niño no tiene la capacidad abstracta suficiente para comprender los conceptos matemáticos a partir sólo de las palabras; lo más que se puede obtener así es que adquiera los aspectos mecánicos: saber cómo se hace una suma no significa necesariamente saber sumar. (Cascallana, 2002, p.29)

Con respecto a los materiales didácticos, existen materiales mediadores en el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Estos materiales permiten diferentes clasificaciones según el criterio que se considere (Segovia y Rico, 2011). En este trabajo se considera:

- Material con intencionalidad didáctica. Dentro de este grupo se encuentran los siguientes subgrupos detallados a continuación:
  - Material no estructurado: estos no poseen atributos ni son contruidos para la enseñanza del área de las matemáticas. Ejemplos de este material se encuentran en los taponos de botellas, franelograma, juegos de cartas, dominós y juegos de mesa.
  - Material estructurado: se caracteriza por poseer un conjunto de atributos, propios de cierta estructura matemática, los cuales son perceptibles sensorialmente. Dentro de este grupo se encuentran las ábacos, bloques multibase y regletas Cuisenaire. Además, dentro de este grupo se encuentran materiales útiles para la enseñanza de la geometría y la medida, como los tangrams y los geoplanos.
- Sin intencionalidad didáctica: son usados por los maestros para mejorar la gestión de la clase. Ejemplos de este material son los puzles, colecciones de objetos donde estén representados números y caja con bolas de colores.

#### **4.1.1. Materiales didácticos no estructurados**

Tal y como se muestra en el apartado anterior, existen dos tipos diferenciados de materiales. Dentro de este subapartado se van a tratar los materiales didácticos no estructurados.

El niño, en su evolución, manipula gran variedad de objetos, todos ellos útiles para su desarrollo cognitivo. El bebé construye sus esquemas perceptivos y motores a partir de los materiales diseñados específicamente para con este fin, como son los sonajeros, muñecos, llaves..., así como de los objetos de su entorno no estructurados, tales como sábana, biberón, cuchara, botes, etc. (Cascallana, 2002, p.30)

Los primeros materiales que el niño usa en el aprendizaje de las matemáticas son sus propios juegos, a través de los cuales el niño establece sus primeras relaciones lógicas.

Por ello, en sus primeros años, el material no estructurado juega un papel importante, además de ser de gran utilidad para construir sus primeros aprendizajes matemáticos, o relaciones lógicas. Mediante el trabajo con estos materiales, los alumnos trabajan distintas operaciones sin ser conscientes de que están llevando a cabo sumas o restas.

Así, a través de la manipulación con diferentes materiales en matemáticas se llega a una adquisición de determinados conceptos matemáticos (Cascallana, 2002).

Por lo tanto, estos materiales no proporcionan por sí solos los conocimientos relativos al área de matemáticas a los alumnos pertenecientes a las etapas de Educación Infantil y Primaria, sino que siempre van acompañados de distintas actividades propuestas por los maestros de ambas etapas.

Gracias a las actividades realizadas con los materiales auxiliares concretos, el niño puede avanzar en su proceso de abstracción de los conocimientos matemáticos. Las ideas abstractas no llegan por ciencia infusa ni a través de lo que se dice, sino a través de operaciones que se realizan con los objetos y que se interiorizan, para más adelante llegar a la operación mental sin soporte. (Cascallana, 2002, p.29)

#### **4.1.2. Materiales didácticos estructurados**

Respecto al segundo tipo de materiales didácticos, en este subapartado se van a tratar los materiales estructurados.

En una fase más abstracta se introducirá de modo progresivo un material más estructurado y diseñado especialmente para la enseñanza de las matemáticas, como son los bloques lógicos, las regletas Cuisenaire, etc. Estos materiales son figurativos y presuponen una mayor capacidad de abstracción, pero a la vez son previos al uso exclusivo de los signos numéricos. (Cascallana, 2002, p.31)

Aunque este material, en concreto, el material estructurado, ha sido diseñado para ser utilizado para la enseñanza de las matemáticas también se le denomina como multiusos, ya que se puede utilizar en distintas ocasiones, y no se puede asociar a la consecución de un solo objetivo didáctico.

Aunque inicialmente un concepto se adquiriera apoyándonos en un material determinado, debe generalizarse y aplicarse a distintas situaciones, utilizando

materiales diversos, con el fin de que el niño no llegue a asociar de forma exclusiva un concepto con un elemento concreto. (Casallana (2002, p.31)

Ambos materiales, no estructurado y estructurado, no son distintos, sino que se complementan unos con otros. Los niños en la etapa correspondiente a Educación Infantil comienzan trabajando con material no estructurado, para pasar en los primeros años de la Etapa de Educación Primaria a tener contacto con el material estructurado.

La realidad es que en muchas aulas de Educación Primaria apenas es utilizado, dificultando el proceso de transición de la etapa manipulativa en Educación Infantil, a la etapa de Educación Primaria.

## **4.2. USO DEL MATERIAL DIDÁCTICO PARA ENTENDER LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS**

Uno de los objetivos que tiene este Trabajo de Fin de Grado es que a través del uso de materiales didácticos los niños pasen a utilizar las matemáticas desde un punto de vista constructivista.

La línea tradicional de enseñanza ha convertido a los niños en máquinas: solo saben contar, almacenar, recordar, escribir y seguir mecánicamente unas reglas establecidas. Una vez interiorizadas esas reglas, como por ejemplo sumar columnas de derecha a izquierda, es casi imposible que los niños piensen por sí solos (Kamii, 1992).

La divulgación de este enfoque de la enseñanza de las matemáticas dio lugar a numerosos errores: demasiados cálculos tediosos y largos, aprendizaje de procedimientos sin comprensión y excesivo uso del aprendizaje memorístico (Ramos, 2021).

Por ello, dentro de los centros escolares es imprescindible desarrollar un programa constructivista de matemáticas en el que se construya la capacidad para razonar, como ya se ha mencionado en el apartado 2. Justificación. En esta medida, los materiales didácticos juegan un papel destacado, ya que mediante su uso los niños serán capaces de construir su propia autonomía dentro del área de matemáticas.

Así, el uso de material didáctico dentro de las aulas pertenecientes a Educación Primaria tiene muchos beneficios para el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas (Kamii, 1992).

Algo que hay que tener claro, es la metodología adoptada para conseguir lograr este objetivo dentro del campo de las matemáticas. Por ello, todas aquellas decisiones metodológicas utilizadas dentro del aula irán encaminadas a la adquisición y desarrollo de las capacidades de los

alumnos, de modo que puedan adquirir destrezas encaminadas al desarrollo matemático (Chancusig, Flores, Venegas, Cadena, Guaypatín y Izurieta, 2017).

Añadido a lo establecido anteriormente, el uso de los materiales didácticos no solo se limita a enriquecer los saberes o conceptos transmitidos, sino que aporta un proceso de aprendizaje dinámico (Manrique y Gallego, 2013).

En base al proceso de enseñanza – aprendizaje, hay que añadir que dentro del mismo, no solo se limita a utilizar material didáctico propicio para cada situación, ya que hay que tener en consideración los siguientes elementos (Chamorro, 2005):

- El alumno, debe aprender aquello establecido dentro del currículo educativo vigente. Estos contenidos deben ser establecidos en base a su edad, nivel y tipo de estudios.
- El saber, en cuanto a que las matemáticas deben ser transmitidas como objeto de aprendizaje.
- El profesor, el encargado de llevar a cabo el proceso de enseñanza– aprendizaje.

A pesar de existir estos tres grupos, también se establecen relaciones entre ambos; por ejemplo, entre alumno y saber, o profesor y saber.

Respecto a las situaciones surgidas con el uso de los materiales didácticos, deben cumplir las siguientes condiciones indispensables para lograr situaciones a–didácticas (Chamorro, 2005):

- El alumno puede dar una respuesta al problema planteado.
- Promueve estrategias o medios de validación de estrategias.
- Permite al alumno una toma de decisiones, y permite retroacciones.
- Las situaciones de aprendizaje son repetibles.
- Aporta una estrategia optima de aprendizaje.

En cuanto al desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado, encaminado al tratamiento de números naturales, los materiales manipulativos ofrecen posibilidades para vincular el juego con el aprendizaje de conceptos matemáticos. Además, permite a los alumnos investigar y construir sus propios aprendizajes.

Por otro lado, respecto a los recursos didácticos interactivos se encuentran diferentes tipos tanto estructurados como no estructurados, todos ellos enfocados a mejorar la adquisición de aprendizajes por parte del alumnado, a la vez que despiertan su interés y motivación, fomentando una enseñanza activa, manipulativa y visual (Chancusig, et al., 2017).

En este Trabajo de Fin de Grado, así como en la propuesta educativa desarrollada dentro del mismo se han utilizado materiales concretos para el desarrollo de las siguientes capacidades matemáticas:

- Ábaco vertical, bloques multibase y regletas Cuisenaire encaminados a construir el concepto de número, conocer y diferenciar las unidades y decenas, y por último, iniciar a los niños en las operaciones de suma, resta, multiplicación y división (en el caso de los bloques multibase).

Todos ellos encaminados a que los niños formen sus conceptos en torno a la aritmética, iniciando su uso comenzando por una etapa de manipulación, y continuando por una etapa correspondiente con la simbolización de los conceptos matemáticos (Cascallana, 2002).

### **4.3. OPERACIÓN SUMA O ADICIÓN**

Respecto a la operación de la suma, los alumnos comienzan su desarrollo de forma intuitiva en la etapa de Educación Infantil, continuando en la etapa de Educación Primaria. Será en el primer ciclo de dicha etapa donde se profundice en la adquisición de la misma.

Por otro lado, los alumnos de esta etapa no solo entran en contacto con situaciones aditivas en los centros escolares, sino a través de su propio entorno (Segovia y Rico, 2011).

Así, los maestros durante esta etapa de aprendizaje tienen que profundizar en los elementos pertenecientes a la estructura aditiva o suma. En primer lugar, se debe tener claro cuál es el significado de adición. Esta se trata de la concepción unitaria, donde hay una cantidad inicial que experimenta un cambio cuando se le añade una segunda cantidad. De manera que el resultado es el incremento de la segunda cantidad sobre la primera (Segovia y Rico, 2011).

Por otro lado, es conveniente que antes de que los alumnos se inicien en la noción de cantidad, tengan claro el concepto de número (Cascallana, 2002).

Por lo tanto, para lograr una consecución de la operación de la suma, o conocimiento matemático, los alumnos pasan por tres fases (Cascallana, 2002):

- Manipulativa: en ella se utilizan distintos materiales didácticos. Tras este periodo, se puede introducir a los niños en el aprendizaje gráfico y simbólico.
- Gráfica
- Simbólica

Posteriormente a la adquisición de las anteriores etapas, cualquier actividad sobre algoritmos, en este caso, relacionados con la suma, llevará a los niños a familiarizarse con un número finito de reglas, dando lugar a ramificaciones en los campos más diversos de la Matemática (Chamorro, 2005).

Así, dentro de la operación de suma se establecen los siguientes puntos que se deben tratar o usar (Segovia y Rico, 2011):

- Teoría de conjuntos
- Modelos cardinales
- Modelos lineales
- Modelos de medida

#### 4.3.1. Introducción a la operación de la suma: teoría de conjuntos.

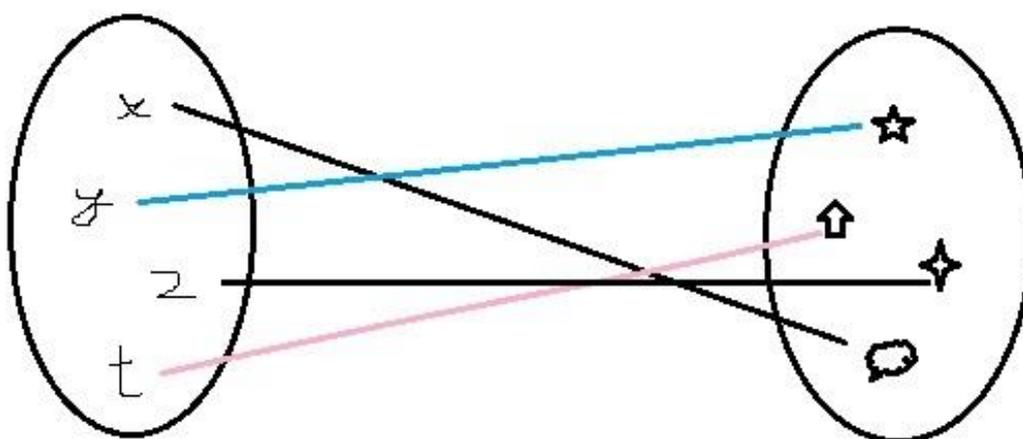
Los alumnos entran en contacto con la suma de manera natural en su entorno diario, en concreto, desde la etapa anterior, es decir, la referente a Educación Infantil, continuando la adquisición de esta misma, durante Educación Primaria.

El concepto de conjunto es intuitivo, a su vez se puede entender como una agrupación de elementos en base a un criterio. Este criterio puede ser característica común, o simplemente la necesidad de agrupar ciertos componentes. Se pueden establecer conjuntos de personas, de bolígrafos, o de objetos que hay encima de la mesa (Alcalde, Pérez y Lorenzo, 2014)

De tal manera, cada conjunto estará representado por un número de elementos, ya sean físicos o abstractos. Todos ellos tendrán la característica de ser elementos individuales, con cualidades físicas diferenciales.

Además, en determinadas ocasiones dos colecciones finitas de objetos pueden emparejarse, ya que tienen algo en común (Segovia y Rico, 2001). Ese algo en común se conoce como cardinal del conjunto o de la colección, y se refiere a la cantidad de elementos que tiene. Así se adquiere el concepto de número natural.

Figura 1: Teoría de conjuntos: dos representantes del número 4.



En el caso de la Didáctica de las Matemáticas, y dentro de la introducción a la suma en los primeros cursos de Educación Infantil y Primaria, se van a utilizar materiales, los cuales

tendrán una característica común, es decir, serán iguales entre ellos. De esta manera que los alumnos tendrán más facilidad a la hora de adquirir el aprendizaje de la suma.

En esta primera etapa de comprensión de esta operación matemática, se puede optar por el uso de materiales didácticos no estructurados o estructurados, siempre y cuando no se mezclen entre ellos.

#### 4.3.2. Modelos cardinales

Para llevar a cabo en aulas pertenecientes a primer ciclo de Educación Primaria la suma mediante modelos cardinales, el material didáctico utilizado es no estructurado. En este caso, mediante el uso de tapones de botellas, los alumnos pueden sumar, simplemente juntando colecciones con distintos números.

Figura 2: Material no estructurado: tapones de botellas



Mediante el uso de este material didáctico, los alumnos podrán ejercitar el conteo de dos en dos, de tres en tres, o también sumando de dos en dos, o de tres en tres.

Figura 3: Ejercitar el conteo mediante tapones de botellas.



### 4.3.3 Modelos lineales: la recta numérica.

Un modelo muy útil y muy frecuente en las aulas de los primeros cursos de Educación Primaria es el modelo lineal, que representa los números naturales uno siguiendo al otro sobre la recta numérica. Este modelo se comienza a usar representado en un papel continuo que habitualmente se pega en la pared del aula, debajo de la pizarra; o bien con los números dibujados sobre una línea de baldosas en el suelo de la clase. Más adelante, se puede representar de forma gráfica en el cuaderno. Se usa tanto para aprender bien la secuencia numérica, como para ejercitar el conteo de 2 en 2, de 3 en 3, etc., así como para iniciarse en las operaciones suma y resta.

La operación de suma de cantidades pequeñas se puede realizar sobre este modelo realizando un conteo de posiciones hacia adelante. Por ejemplo, si queremos sumar  $7 + 5$ , nos situaremos para empezar en la posición del 7, y desde allí avanzaremos 5 posiciones, contándolas de una en una. Si el modelo está representado sobre el suelo, el niño se colocará sobre el 7 y dará 5 pasos o saltos, de baldosa en baldosa, hasta llegar a la baldosa con el número 12. Cuando en lugar de sumar, se trata de restar, las posiciones se cuentan hacia atrás.

Figura 4: Recta numérica

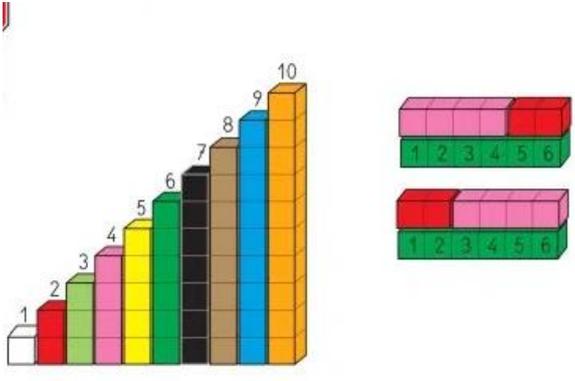


### 4.3.4. Modelo de medida.

Respecto al modelo de medida, la propiedad de la suma se puede realizar a través de las regletas. Estas constituyen un modelo de medida para las operaciones de adición o suma (Segovia y Rico, 2011).

Según Kamii (citada por Iglesias, 1999), las regletas Cuisinaire constituyen un material que permite hacer las matemáticas un juego atractivo, dando una interpretación a lo que se construye como una rutina o de forma memorística. Así, partiendo de la manipulación, observación y el juego, los alumnos podrán llegar a reconocer e identificar cada color con su valor numérico (Iglesias, 1999).

Figura 5: Tabla explicativa regletas Cuisenaire.

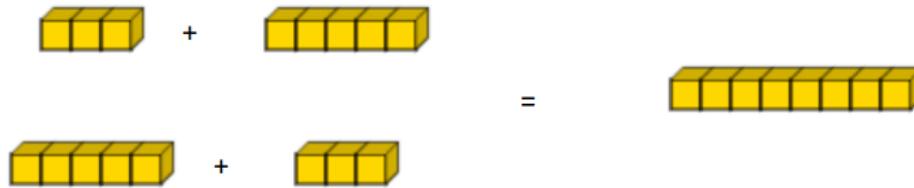
<b>MATERIAL ESTRUCTURADO: REGLETAS CUISENAIRE</b>	
	
<p>Mediante este material estructurado, los alumnos pueden trabajar el algoritmo de la suma partiendo de la regleta mayor, es decir, la que representa el número 10.</p> <p>Si por ejemplo, se les da una regleta que representa el dos, y a continuación, se les muestra una regleta que represente el 8, pueden observar de forma directa como han llegado al resultado final para sumar diez unidades en total.</p> <p>Otra utilidad deriva de la regleta que representa el número 10: con ella pueden hacer sumas, de manera que el resultado de todas ellas tenga como resultado este número.</p>	

#### **4.3.5. Propiedades conmutativa y asociativa de la suma con materiales.**

Una de las propiedades básicas de la operación de la suma es la propiedad conmutativa. Esta se basa en que al realizar la operación de la suma, el orden de los sumandos no altera el resultado. Esta característica puede ser observada a través de la manipulación de distintos materiales didácticos.

- Material didáctico no estructurado
  - o Tapones de botellas: en este caso, se dará a los alumnos un determinado número de estos materiales. Por ejemplo, en el lado derecho, tendrán un total de 5 tapones, mientras que, en el lado izquierdo tendrán 3. A continuación, se preguntará cuántos tapones hay en total. Después de realizar esta operación, se invertirá el orden de los sumandos, es decir, en el lado derecho se colocarán 3 tapones, y en el lado contrario 5. De nuevo se formulará la pregunta anterior.
- Material didáctico estructurado
  - o Bloques multibase: mediante el trabajo en el aula con este material, se va a realizar el mismo procedimiento que se ha seguido con el material didáctico anterior.

Figura 6: Propiedad conmutativa con material multibase.



El tratamiento de la propiedad asociativa se lleva a cabo de forma similar.

#### 4.3.6. Algoritmo de la suma.

En este epígrafe se introduce el tratamiento del algoritmo de la suma con material didáctico. En cuanto a la metodología, se suele a comenzar a trabajar la adición con sumandos que solo contengan una cifra, para seguir después con sumandos de más cifras (Segovia y Rico, 2011).

- Sumandos de una cifra

A partir del siguiente recurso didáctico no estructurado, tabla de los números del 1 al 100, los alumnos de Educación Primaria comienzan a construir el resultado de sumar y restar números de una cifra. También se puede trabajar las unidades y decenas.

Además, este material forma parte de la metodología del aprendizaje abierto basado en números (ABN). Su idea principal es dejar que cada alumno llegue al resultado de la forma más natural para él.

Figura 7: Tabla del 1 al 100

TABLA DEL 1 AL 100									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Tal y como se muestra en la *figura 7*, los alumnos comenzarán trabajando con la primera línea numérica, es decir, la correspondiente del 1 al 10. Para seguir, con el resto de números.

- Sumandos de más de una cifra

Figura 8: Tabla con materiales estructurados para trabajar la suma.

<b>MATERIALES DIDÁCTICOS ESTRUCTURADOS</b>	
<b>ÁBACO VERTICAL</b>	<b>BLOQUES MULTIBASE</b>
	
<b>OBJETIVOS</b>	
<p>Mediante una experiencia manipulativa de cálculo los niños se inician en:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprender el sistema decimal de numeración</li> <li>- Cálculo de las operaciones con números naturales.</li> <li>- Comprender los sistemas de numeración sobre una base manipulativa</li> </ul> <p>Una vez comprendida, pueden comenzar con la expresión de forma gráfica y abstracta.</p>	
<b>DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL Y METODOLOGÍA</b>	
<p>En este recurso cada varilla representa un orden, así en la primera varilla por la derecha se encuentran las unidades, en la segunda se encuentran las decenas; y así sucesivamente.</p> <p>El primer paso es que los alumnos reconozcan que diez unidades equivalen a una decena. Por otro lado, en cada varilla se encuentran 10 cuentas, aunque resulta muy útil disponer de ábacos con 20 cuentas en cada varilla.</p>	<p>Este material consta de una serie de piezas que representan las unidades, decenas, centenas. Se trata de cubos de 1 cm de arista, barras compuestas por 10 cubos unidos y placas compuestas por 10 barras o decenas.</p>
<b>ACTIVIDADES</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sumas sin llevadas</li> <li>- Sumas con llevadas: algoritmo de la suma.</li> <li>- Unidades, decenas.</li> <li>- Centenas y millares.</li> </ul>	

### 4.3.7. La sustracción o resta

En primer lugar, antes de comenzar este subapartado se debe realizar una definición clara de qué se entiende por sustracción o resta.

En la sustracción están presentes tres cantidades (Segovia y Rico, 2011):

- Minuendo: es la cantidad inicial.
- Sustraendo: cantidad que se segrega o quita del minuendo.
- Resultado: correspondiente a la cantidad que se obtiene al realizar la operación de sustracción.

Asimismo, existen dos algoritmos para la sustracción, que son (Segovia y Rico, 2011):

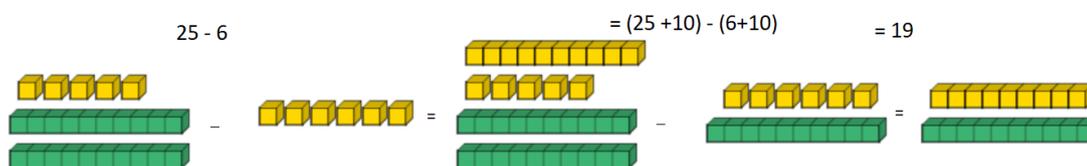
- o Clásico o también denominado algoritmo de las llevadas: Este algoritmo se basa en la propiedad de compensación, es decir, sumando la misma cantidad al minuendo y al sustraendo, el resultado no varía.
- o El algoritmo de pedir prestado: se trata de pedir una unidad a las decenas y transformarla en 10 unidades, para poder realizar la resta.

En lo que se refiere al uso de material en la comprensión de su funcionamiento, tenemos:

1. Clásico o de las llevadas: material multibase

Mediante el material de los bloques multibase se va a trabajar el algoritmo de la resta, en concreto el modelo clásico o de las llevadas. Para comprender este algoritmo, los alumnos deberán interiorizar la propiedad de compensación: si tengo un número natural y le resto otro número natural, puedo añadir la misma cantidad al minuendo y al sustraendo y la resta se mantiene. La clave está en que añadimos la misma cantidad, pero de forma distinta, como se muestra en la imagen.

Figura 9: Resta con el modelo de las llevadas con material multibase.



2. Pedir prestado

Trabajar la forma de resta basada “en pedir prestado” se puede llevar a cabo mediante el uso en el aula de estos dos materiales estructurados:

- Ábaco: su uso se explica en base a un ejemplo.

En el ábaco se muestra el número 25, y se pide restar a este número 6 unidades. Por lo tanto, si veinticinco tiene solamente 5 unidades, tenemos que pedir prestado a las decenas 1. Como ya se sabe, una decena son diez unidades, por ello en el ábaco, quitamos una decena, y a continuación, pasamos a la columna de las unidades 10 cuentas. De esta manera, ahora sí se puede restar 15 menos 6.

- Bloques multibase: se mantiene el ejemplo anterior.

En esta ocasión se representa el número 25 mediante 2 barras y 5 unidades. Para poder quitar 6 unidades es necesario tomar prestado una barra y romperla en 10 unidades, de forma que tenemos 1 barra y 15 unidades. Ahora es posible quitar 6 unidades.

#### **4.4. OPERACIÓN PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN**

Otra de las operaciones tratadas en este trabajo es la referente a la operación producto o multiplicación. Respecto a su definición, la estructura multiplicativa está relacionada a los conceptos de las operaciones de multiplicar y dividir (Segovia y Rico, 2011).

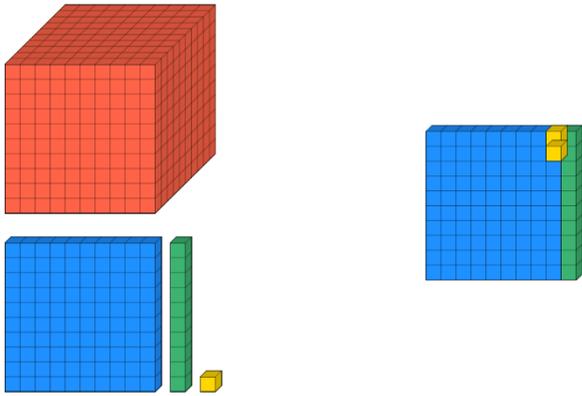
De esta manera nuestro sistema educativo promueve la enseñanza de este tipo de operaciones desde los primeros años de escolarización, es decir, en la etapa de Educación Infantil, siendo su aprendizaje más estructurado durante la etapa correspondiente a Educación Primaria. Así, desde los primeros niveles educativos de Educación Primaria, se trabaja con las ideas de doble y mitad (Segovia y Rico, 2011).

Posteriormente, será objeto de especial atención curricular en los cursos de tercero a cuarto de Educación Primaria, mediante actividades de comprensión y resolución de problemas. En cuanto a las primeras etapas de Educación Primaria, esta operación será enfocada como una suma reiterada, o también, como una suma repetida.

A continuación, se va a profundizar en la forma de realizar multiplicaciones con los alumnos de los primeros cursos de Educación Primaria, basados principalmente en los modelos de medida. A su vez, estos tienen su base en la realización de distintas sumas reiteradas. Aunque los alumnos en los primeros cursos de Educación Primaria no asimilan el concepto de multiplicación, tienen un primer acercamiento, el cual será profundizado en los siguientes cursos.

i. **Modelos de medida.**

Figura 10: Tabla sobre los modelos de medida.

<b>MATERIAL ESTRUCTURADO: BLOQUES MULTIBASE</b>

<b>¿CÓMO TRABAJAR LA MULTIPLICACIÓN?</b>
<b>SUMAS REITERADAS</b>
<p>Mediante el material de bloques multibase, los alumnos de los primeros cursos de Educación Primaria pueden tener un primer acercamiento a la construcción e interiorización mental de la operación de la multiplicación.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Utilizando el material multibase</li></ul> <p>Mostramos a los alumnos una regleta que contiene 10 unidades, a continuación, les preguntamos: ¿Cuántas regletas más necesitamos para llegar a 30 unidades?</p> <p>Otro ejemplo para trabajar las sumas reiteradas, puede ser mostrando a los alumnos una regleta compuesta por 10 unidades. Posteriormente, añadir 5 regletas más.</p> <p>Por lo tanto, los niños asimilan que sumando de diez en diez se llega al resultado.</p>

#### 4.4.1. La división

La última operación tratada dentro de este Trabajo de Fin de Grado es la división. Antes de comenzar este apartado, hay que tener constancia de que a partir de la adquisición de la estructura multiplicativa, los alumnos pueden comenzar a realizar operaciones de división, siempre y cuando estas sean exactas, es decir, se trate de repartos equitativos. De esta manera, la operación de la división es inversa de la multiplicación (Segovia y Rico, 2011).

La división de números naturales puede ser considerada como una operación en sí misma, con características propias, que se aplica a la resolución de determinados problemas, entre los cuales están los relativos a repartos equitativos. Así la división puede ser entendida de dos modos:

- División partitiva: se trata de una operación aritmética que tiene como objetivo hallar la cantidad llamada cociente a partir de otra cantidad del mismo tipo llamada dividendo que se reparte entre una cantidad de distinto tipo que hace el papel del divisor
- División cuotitiva o medida: en este tipo tenemos que descomponer el dividendo en partes de igual tamaño, y en principio, conocemos el tamaño de las partes, pero no su número.

Para la comprensión de las dos visiones de esta operación durante los primeros cursos que componen Educación Primaria, se pueden utilizar materiales didácticos no estructurados. Ya que es un concepto que resulta especialmente difícil de comprender por los alumnos en sus primeros años de escolaridad, se ejecuta un primer acercamiento de forma manipulativa. Este ejercicio consistirá en un reparto llevado a cabo con material no estructurado: tapones,

Respecto al segundo tipo de división, es decir, división cuotitiva se procederá a su realización mediante material estructurado: los bloques multibase.

Ambas formas de trabajar estas dos visiones de esta operación se muestran dentro de la *figura 11*.

Figura 11: Tablas sobre las operaciones de división.

**MATERIAL NO ESTRUCTURADO: TAPONES DE BOTELLAS.**

A partir de un determinado número de tapones de botellas, los niños harán repartos entre distintos muñecos.



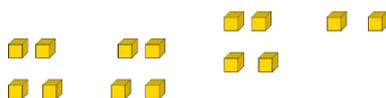
Se van a repartir 14 tapones entre cuatro muñecos. Por lo tanto, no se trata de un reparto equitativo. A continuación, se les manda a los alumnos que quiten los tapones de botellas que sobran para que sí lo sea. Aparece el concepto de resto.



**MATERIAL ESTRUCTURADO: BLOQUES MULTIBASE**

Mediante el uso del material didáctico bloques multibase también se pueden hacer divisiones por agrupaciones.

En este caso, se pretende dividir 14 entre 4. Para ello, se hacen grupos de 4 unidades.



Tras la formación de 3 grupos en grupos de cuatro unidades, se observa que sobran dos de ellas.

# 5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA

## 5.1. JUSTIFICACIÓN

Hoy en día, dentro de la didáctica de las matemáticas, y a su vez, dentro de los centros escolares que imparten la etapa de Educación Primaria, el área de matemáticas está sufriendo variaciones en lo que a la práctica educativa se refiere, así como en su proceso de enseñanza aprendizaje.

Se están introduciendo nuevas metodologías, pero ¿son todas ellas efectivas para lograr que los alumnos adquieran de forma correcta los contenidos relativos a las operaciones de la suma, resta, multiplicación y división?

Tal y como se muestra en la siguiente propuesta, muchos centros escolares de Educación Infantil han adoptado la metodología del aprendizaje abierto basado en números (ABN), con la cual comenzará el siguiente planteamiento didáctico. Por lo tanto, se podrá concluir si esta nueva forma metodológica es una forma adecuada de trabajar en los primeros años de escolarización de los alumnos, es decir, en la etapa de Educación Infantil. Así, surge una importante cuestión: ¿Cómo continuar o cómo realizar ese paso entre la metodología ABN y pasar en la etapa de Educación Primaria al aprendizaje de los algoritmos?

Esta intervención didáctica pone de manifiesto que los materiales didácticos no estructurados y estructurados son una forma correcta y eficaz para lograr este objetivo planteado en el primer ciclo de Educación Primaria. Además, su uso debería mantenerse en los siguientes ciclos, porque estos materiales facilitan la comprensión del funcionamiento de los algoritmos.

## 5.2. CONTEXTO DE CENTRO

El centro educativo donde se va a llevar a cabo la presente propuesta de intervención educativa es un centro de titularidad pública ubicado en la zona Noreste de la ciudad de Palencia.

En cuanto a las características del centro escolar, es un centro bilingüe desde el curso 2015-2016. Por lo tanto, las áreas de Educación Física y Educación Plástica se imparten en inglés. Además, es un centro que ha obtenido certificación de nivel 4 de competencia digital "CoDiCe TIC" en la integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) según la *ORDEN EDU/554/2019, de 4 de junio*.

Respecto al contexto socioeconómico del centro, la inmensa mayoría de las familias de los alumnos pertenecen a la clase media. Por otro lado, respecto a la escolarización de alumnos

inmigrantes, sus zonas de procedencia son Sudamérica, los países del este de Europa y del norte de África. También están escolarizados alumnos de minorías étnicas.

### **5.3. CONTEXTO DE AULA**

Respecto al aula donde se va a llevar a cabo la siguiente modelo de intervención educativa, se trata de un aula de primero de Educación Primaria.

Es un grupo compuesto por un total de 17 alumnos, aunque en su origen, es decir, cuando comenzó el curso escolar 2020-2021, estaba compuesto por 18 alumnos; de los cuales uno tuvo que abandonar el centro.

Algunos de sus alumnos son extranjeros, en concreto de Paraguay. También hay un niño adoptado, que a su vez, tiene una hermana en el centro que también es su hermana biológica, así como hay alumnos de otras etnias: uno de ellos tiene faltas de asistencia al aula con mucha asiduidad y esto influye en sus evaluaciones y en su proceso de enseñanza – aprendizaje.

Además, dentro de este contexto escolar, se encuentra un alumno que está pendiente de recibir un diagnóstico, presenta dificultades para identificar sus emociones, no se relaciona con el resto de alumnos en los juegos en la hora del recreo y se comunica sin mirar a los ojos y sin mantener la mirada.

### **5.4. DISEÑO DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA**

#### **5.4.1. Objetivos**

- Conocer el momento evolutivo en el que se encuentran los alumnos
- Colaborar en una transición suave entre la etapa manipulativa y la etapa simbólica de la actividad matemática
- Utilizar material didáctico para realizar de forma comprensiva operaciones de suma, resta, multiplicación y división
- Introducir el material de los bloques multibase en el aula para comprender el algoritmo de la suma de números naturales (suma con llevadas)

#### **5.4.2. Contenidos**

Contenidos curriculares del Bloque 2. Números, en primer curso de Educación Primaria (Decreto 26/2016 en Castilla y León)

- Valor de la posición de las cifras de un número
- La descomposición de números en decena y unidades
- Sumas y restas hasta el 99

- Utilización de algoritmos estándar en la suma y la resta y automatización de los mismos
- Expresión oral de las operaciones y el cálculo
- Inicio a la multiplicación como agrupación de sumas
- Iniciación al concepto de división (contenido curricular de segundo curso)

### **5.4.3. Competencias**

Gracias a la realización de las actividades planeadas, trabajaremos las siguientes competencias enfocadas a la etapa de Educación Primaria:

- Aprender a aprender

Es una de las principales competencias, puesto que implica que el propio alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje y continuar con él, llegando a la consecución de un objetivo final

- Competencia en comunicación lingüística

La expresión oral es un proceso fundamental en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Mediante éste el alumno adquiere los contenidos y el manejo de los mismos con el fin de asimilarlos y adquirir independencia para asimilar nuevos conocimientos.

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

La competencia matemática alude a las capacidades que posee el alumnado a la hora de aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver cuestiones de la vida cotidiana.

Todas ellas, a su vez, conllevan intrínsecamente tres grandes procesos: “saber”, “saber hacer” y “saber ser”.

### **5.4.4. Temporalización**

Esta propuesta de intervención destinada al primer curso de Educación Primaria, se va a llevar a cabo en el último mes del segundo trimestre, y comienzo del tercer trimestre. Esta distribuida en diferentes actividades organizadas en distintas sesiones tal y como se muestra en la *figura 12*.

Figura 12: Distribución de las actividades.

### MARZO 2021

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
	<b>16</b> <b>Actividad 1</b> Duración 45 min	<b>17</b> <b>Actividad 2</b> <b>Primera sesión</b> Duración 45 min	18 <b>Actividad 2</b> <b>Segunda sesión</b> Duración 45 min	

### MAYO 2021

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
		<b>5</b> <b>Actividad 3</b> Duración 45 min	<b>6</b> <b>Actividad 4</b> Duración 1 hora.	<b>7</b> <b>Actividad 5</b> Primera sesión 45 min
<b>10</b> <b>Actividad 5</b> Segunda sesión 45 min.	<b>11</b> <b>Actividad 6</b> Primera sesión 45 min.	<b>12</b> <b>Actividad 6</b> Segunda sesión 45 min		

#### 5.4.5. Recursos

Para el desarrollo de las actividades propuestas se va a trabajar con los siguientes recursos: curriculares, materiales, personales y espaciales.

- Recursos Curriculares: la programación del proyecto presente, la cual ha sido diseñada a partir de lo establecido por la legislación vigente.
- Recursos Materiales: dentro de este apartado, se incluyen todos aquellos materiales encaminados al desarrollo de la siguiente propuesta. En este caso, se van a utilizar materiales no estructurados y materiales estructurados, los cuales se detallarán en el desarrollo de cada una de las actividades propuestas.

- Recursos Personales: dentro de este grupo se incluyen maestros, profesionales del centro, las familias.
- Recursos espaciales: en este tipo de recursos vamos a utilizar nuestra propia aula, donde se desarrollarán muchas de las actividades propuestas.

#### 5.4.6. Actividades

##### Actividad 1

###### ➤ Desarrollo

Con esta actividad se pretende elaborar una visión de los conocimientos previos de los alumnos adquiridos durante su etapa educativa anterior, es decir, Educación Infantil. Para este fin, se va a utilizar el siguiente material no estructurado que se muestra en la siguiente *figura 13*.

Figura 13: Material no estructurado



Este material consta de una base construida con corcho pan, a través de la cual, los niños van a pinchar en la misma el número de palillos correspondiente para realizar operaciones de sumas, según indique el maestro.

Por otro lado, los palillos van a constituir o estar asociados a las unidades. De manera que un palillo es una unidad, y a su vez, diez palillos formarán una decena. Tal y como se muestra en la *figura 13*, en el momento que los alumnos formen una decena, la unirán por medio de una goma elástica de colores.

Como se ha dicho en anteriores apartados de este trabajo, en concreto, en la fundamentación teórica, los niños pertenecientes al primer ciclo de Educación Primaria pasan de una fase manipulativa a una abstracta. Por esta razón, es importante que, a la hora de comenzar a desarrollar operaciones de sumas, en las aulas se tenga en cuenta esta consideración. Además, trabajando con este material no estructurado, los maestros pueden elaborar su cuaderno de anotaciones, teniendo en cuenta en qué fase de desarrollo se encuentran los alumnos.

Respecto al desarrollo de esta actividad, esta va a seguir las siguientes fases:

- Recordar el concepto de que 10 unidades forman una decena.
  - Realización de sumas sencillas que no impliquen sumas con llevadas.
  - A su vez, los alumnos realizarán operaciones de restas manipulativas en las cuales, tendrán que descomponer las decenas formadas, unidas mediante el material de gomas elásticas.
- Materiales: material no estructurado: palillos y corcho pan.
  - Temporalización: una sesión de 45 minutos.

## Actividad 2

- Desarrollo

Para iniciarse en el desarrollo de las operaciones de la suma; primero, los alumnos tienen que pasar del uso de material no estructurado, es decir, material compuesto por palillos y corcho pan utilizado durante la actividad 1, finalizando con transcripción de las operaciones de sumas sin llevadas.

- 1ª Sesión

Para lograr este objetivo, en primer lugar, los alumnos tienen que identificar que 10 unidades son una decena mediante otro material didáctico distinto al trabajado con anterioridad.

En este caso, se llevará a cabo una clase magistral apoyada en el material no estructurado para que a los alumnos les sea más sencillo el paso de identificar los conceptos de unidades y decenas. Posteriormente, tras las explicaciones previas se pondrán ejemplos en el aula mediante palitos dibujados en la pizarra convencional del aula.

Una vez que los alumnos comprendan los conceptos tratados, es decir, que la maestra compruebe que los alumnos en su inmensa mayoría hayan adquirido y sepan diferenciar entre unidades y decenas, así como identificar con otro material, en este caso mediante el dibujo de palitos en la pizarra del aula, estos conceptos, se dará paso, en segundo lugar, a la realización de una ficha de trabajo de individual *anexo 1* por cada uno de los alumnos.

- 2ª Sesión

El objetivo de esta sesión es que los alumnos mediante una clase magistral sepan identificar las partes fundamentales de una operación de suma convencional. Para este fin, se utilizará la pizarra convencional del aula en la que se mostrarán números aleatorios. A partir de estos, los alumnos identificarán:

- Unidades en azul y decenas en color rojo.

- Posición de los números, así como de las decenas y unidades a la hora de realizar una operación de suma.
- Signo de suma y línea final tras la escritura de números.
- Identificar que primero se empiezan a sumar los números comenzando por las unidades.

Tras esta clase magistral en gran grupo, los alumnos elaborarán de manera individual las fichas de trabajo recogidas dentro de los *anexos 2 y 3*.

Mediante la ficha localizada dentro del *Anexo 2* se pretende que:

- ✓ Los alumnos realicen de forma individual sumas sin llevadas de forma vertical.
- ✓ Identificar las unidades y las decenas, así como resolver las operaciones de forma correcta.

A través de la ficha recogida dentro del *anexo 3* aprenderán a resolver sumas en posición vertical, sino que aprenderán a resolverlas de forma horizontal. Ya que, según las observaciones de la maestra, muchos de los alumnos tienen dificultades.

- Materiales: material no estructurado y ficha de trabajo individual.
- Temporalización: dos sesiones de 45 minutos.

### Actividad 3

- Desarrollo

Una nueva actividad comienza, en este caso, en la parte cercana a la pizarra convencional del aula se encuentran dos mesas de trabajo juntas y encima de ellas, una bolsa con una sorpresa.

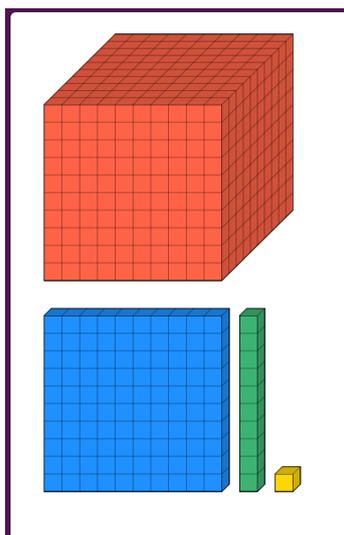
Todos los alumnos observan la bolsa, a la vez que se preguntan qué contiene la misma.

Llega el momento de descubrirlo, muchos de los alumnos dicen que se trata de un recipiente de comida, otros dicen que puede ser un juego. Entonces la maestra muestra uno de los juegos de los bloques multibase. Ningún alumno conoce este material, ya que nunca lo han visto, ni trabajado con él.

Entonces llega el momento de conocer de qué se trata el juego, para qué sirve, y adentrarse en el conocimiento de las distintas partes de las que se compone.

En primer lugar, la maestra muestra las partes de las que se compone este juego, tal y como se adjunta en la *figura 14*.

Figura 14: Bloques multibase.



El bloque de color rojo es el más grande, a continuación, la pieza de color azul. Tras enseñarla, les digo a los alumnos que observen de forma detenida esta pieza del juego.

Muchos de ellos dicen que se trata de un cuadrado, mientras que otros alumnos profundizan más en la visión del material añadiendo que este cuadrado, a su vez, tiene dibujados pequeños cuadrados dentro.

A continuación, les dije a los alumnos si quieren contar cuántos cuadrados tiene la pieza azul.

Posteriormente, la maestra les muestra una nueva pieza del juego, en este caso la pieza de color verde. Muchos de ellos saben mucho sobre esta pieza ya que, en algunos ejercicios del libro de texto utilizado en el aula, han realizado ejercicios de dibujar esta pieza. A continuación, les pregunto cuántos cuadrados pequeños tiene esta pieza: contestan que 10 cubitos. Entonces, les pregunto sobre si se acuerdan que 10 era igual a una, muchos de los alumnos responden de forma correcta diciendo que 10 unidades son una decena. Así que, por último, les muestro la última pieza de este juego, en concreto la de color amarillo: enseguida los alumnos identifican que esta pieza se corresponde con las unidades.

Tras el visionado del material, les pregunto a los alumnos qué creen que se puede realizar con este juego. Todos lo tiene claro y responden que hoy vamos a jugar a las sumas.

Para poder jugar, primero se tienen que desinfectar las manos con gel hidroalcohólico. Posteriormente, van saliendo a la zona de trabajo dos alumnos mientras que el resto observa las tareas que se encomiendan a los alumnos.

Las tareas siguen la siguiente secuencia didáctica:

- Identificar las piezas del juego.
- Identificar las unidades y decenas.

- Construcción de números naturales con las piezas del juego.
- Realización de la ficha de trabajo individual recogida dentro del *anexo 4*.
- Material: bloques multibase.
- Temporalización: una sesión de 45 minutos.

#### Actividad 4

##### ➤ Desarrollo

Tras trabajar en la actividad 3 con los bloques multibase, en la siguiente actividad se van a trabajar las operaciones de suma y resta mediante la manipulación de los bloques multibase.

En primer lugar, se dará una primera toma de contacto con este nuevo material. Para ello, en el aula se cuenta con dos juegos de este material, lo cual va a permitir que dos alumnos trabajen los conceptos mientras que el resto podrá ir observando lo que realizan sus compañeros mientras que construyen sus aprendizajes.

La secuencia a seguir es la siguiente:

1. Recordar la equivalencia entre 10 unidades forman una decena.
2. Construcción de números naturales a través de los bloques multibase.
3. Realización de sumas sencillas: en la parte izquierda formarán un número, en la parte derecha otro. Posteriormente, llevarán a cabo operaciones de suma. Una vez realizadas las sumas, les preguntaré si con algunas de las unidades que tienen, pueden formar una decena.
4. Una vez realizadas las operaciones de sumas, les diré que quiten cierto número de piezas. En algunos de los casos, como no pueden separar las barras que forman una decena, los alumnos cogen las unidades para de esta manera poder realizar las operaciones de resta.

Figura 15: Presentación del material bloques multibase.



Figura 16: Sumas sencillas con bloques multibase



- Materiales: bloques multibase.
- Temporalización: una sesión de una hora.

#### Actividad 5

- Desarrollo

En actividades anteriores, los alumnos han trabajado las operaciones de suma y resta sin llevadas. Por ello, en esta actividad se va a promover el aprendizaje e interiorización de la suma con llevadas mediante el uso del material de los bloques multibase.

En primer lugar, los alumnos realizarán sumas sin llevadas, con el objetivo de comprobar que han adquirido los conceptos anteriores. Posteriormente, se les encomendará que realicen sumas que impliquen llevadas. Al realizarlas, los alumnos al principio no saben identificar cuando al sumar las unidades, el resultado da un número igual o superior a 10. Por lo tanto, mediante las explicaciones junto con el material estructurado de los bloques multibase, se explica que cuando al sumar las unidades, da un número de dos cifras, la segunda de ellas, se suma a la cantidad de las decenas. Para ello, los alumnos forman con las unidades (cubitos pequeños) una decena.

Una vez tratadas las sumas con llevadas de forma manipulativa, los alumnos extrapolarán estos conocimientos a su aplicación en el algoritmo de la suma. En primer lugar, mediante una clase magistral apoyada en el material multibase, se trasladarán estos contenidos a la pizarra convencional del aula.

Para finalizar, con el objetivo de comprobar los contenidos tratados, los alumnos elaborarán una ficha de trabajo individual sobre los aspectos tratados, recogida dentro del *anexo 5*.

- Materiales: bloques multibase.
- Temporalización: dos sesiones de 45 minutos.

## Actividad 6

- Desarrollo

Durante esta actividad, los alumnos se iniciarán en la multiplicación como sumas repetidas. En este caso, se pedirá a los alumnos que cojan barritas de 10 unidades, es decir, decenas. Después se les preguntará qué pasa si cogemos tres barritas de 10 unidades, y qué resultado se obtiene de esa suma repetida.

Figura 17: Multiplicación mediante sumas repetidas.



En la segunda sesión de esta actividad, los alumnos se iniciarán en la operación de división mediante repartos. Para ello, se seguirá la siguiente secuencia:

- Formarán números naturales compuestos por unidades y decenas con el material multibase.
- Se les pedirá que repartan estos números de piezas entre dos lados, izquierda y derecha.

A continuación, se llevarán a cabo operaciones de división mediante agrupaciones mediante la siguiente secuencia:

Se mandará a los alumnos construir determinado número natural mediante los bloques multibase.

Se les pedirá que agrupen este número natural en grupos de un cierto tamaño, siempre y cuando no quede ninguna pieza suelta.

Figura 18: Repartos con bloques multibase



- Materiales: bloques multibase
- Temporalización: dos sesiones de 45 minutos.

#### **5.4.7. Evaluación**

En la elaboración de la evaluación tendremos en cuenta el marco legislativo de referencia señalado a lo largo del proyecto.

Dicha evaluación se caracteriza por ser global, ya que se tienen en cuenta los conocimientos previos, así como los adquiridos tras el desarrollo de este proyecto; procesual, debido a que es inicial, continua y final; así como formativa, favoreciendo la retroalimentación del proceso de enseñanza.

#### **➤ EVALUACIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA**

A la hora de llevar a cabo la evaluación del proceso de enseñanza es importante señalar que será continua y formativa, y a su vez incluirá la práctica educativa. Asimismo, la planificación y desarrollo de ésta atenderá a los siguientes criterios o ítems:

Figura 19: Evaluación del proceso de enseñanza.

ÍTEMS	SI	NO
Se ha partido de los conocimientos previos de los alumnos		
Se han tenido en cuenta las características individuales de los alumnos		
Se ha seguido una metodología adaptada a las necesidades de los alumnos		
Planificación adecuada de los tiempos de trabajo		
Los materiales utilizados son los correctos		
Adecuación de objetivos y contenidos en base a las necesidades individuales		
Formas de trabajo y agrupamientos idóneos		
<b>OBSERVACIONES</b>		

➤ **EVALUACIÓN DEL PROCESO DE APRENDIZAJE**

La temporalidad de la evaluación del proceso de aprendizaje será inicial, continua y formativa.

- Inicial, con el objetivo de conocer los conocimientos previos de los alumnos, así como sus intereses.
- Continua, con el objetivo de regular, corregir y orientar de una manera sistemática el proceso educativo. Esta se llevará a cabo mediante la observación directa y sistemática a lo largo de todo el proyecto, ya que observaremos en cada momento al alumnado y para ello tendremos en cuenta los ítems establecidos en uno de nuestros instrumentos de evaluación, una rúbrica. Asimismo, los datos y observaciones serán recogidos en un diario de clase.

- Final, con el objetivo de comprobar resultados del proceso de enseñanza - aprendizaje (E-A).

Respecto a qué se evaluará, partimos de que todo es evaluable. Por ello, previamente, estableceremos una serie de criterios de evaluación obtenidos del *Decreto 26/2016, de 21 de julio*, a partir de los cuales proponemos la evaluación de este proceso.

Figura 20: Evaluación del proceso de aprendizaje

ÍTEMS	1	2	3	4
Descomponer en decenas y unidades números hasta el 99				
Reforzar el aprendizaje de las operaciones de suma y resta				
Adquirir la noción de sumas con llevadas				
Realizar de forma adecuada restas sin llevadas				
Iniciar el concepto de la multiplicación mediante sumas sucesivas				
Iniciar el concepto de divisiones mediante la técnica del reparto y agrupaciones.				
<b>OBSERVACIONES</b>				

#### **5.4.8. Atención a la diversidad**

El respeto y la atención a la diversidad presuponen partir de la idea de que el grupo de alumnos es muy diverso y heterogéneo, ya que cada alumno presenta unas necesidades, capacidades y destrezas individuales y diferentes. En este sentido, el principio de heterogeneidad comporta la existencia de distintos niveles y ritmos de aprendizaje en una misma clase, de modo que éste guiará la práctica educativa.

Esta propuesta didáctica en sí misma, tal y como está planteada, atiende a la diversidad en todo momento a través de las siguientes medidas:

- Evaluación inicial. Se tendrán en cuenta los conocimientos previos, el nivel de desarrollo y posibles dificultades de los alumnos, a partir de los cuales se llevará a cabo esta propuesta didáctica. Por ello, en la secuencia de actividades se tendrán en cuenta, así como se procederá a la identificación de los conocimientos previos de los alumnos de forma individual.
- Objetivos. Estos serán adaptados, funcionales y admitirán diferente grado de consecución.
- Contenidos. Serán globalizados y relacionando aprendizajes.
- Actividades. Éstas serán variadas, adaptables y flexibles. Se tendrán en cuenta las características y ritmos del grupo de alumnos. Por ello se plantearán actividades para alumnos con dificultades y un ritmo lento: variedad de recursos, refuerzo de sus logros, creación de un clima en el aula acogedor; así como para los alumnos con ritmo de aprendizaje rápido: realización de actividades de ampliación y profundización.
- Agrupamientos variados y flexibles.
- Los materiales y espacios responden y atienden a las dificultades de los alumnos y favorecen la adquisición de autonomía.
- La temporalidad permitirá un desarrollo acorde con los niveles y ritmos individuales.
- Finalmente, la evaluación aportará información de la ayuda necesaria que se debe prestar a cada alumno

## 6. ANÁLISIS DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Este análisis de mi propuesta de intervención debe comenzar con la situación surgida en mi aula, derivada de la pandemia Covid-19. En primer lugar, comencé mis prácticas en sexto de Educación Primaria, lo cual me hizo organizar mis ideas acerca de cómo tratar la temática elegida en mi Trabajo de Fin de Grado. Tras tres semanas, mi aula fue confinada, por lo cual, el presente trabajo vio su propuesta de intervención finalmente diseñada para un aula de primero de Educación Primaria, lo cual hizo más interesante la temática, ya que, con anterioridad, he estudiado el Grado en Educación Infantil.

Respecto a la realización de mi intervención, como he mencionado anteriormente, nos encontramos sumergidos en una situación excepcional dentro de los centros escolares. En este caso, seleccioné trabajar con el material de los bloques multibase. Por lo tanto, a la hora de manipular este material estructurado, tuve que contar con una nueva situación que consistía en desinfectar el mismo cada vez que un alumno estuviera en contacto o trabajara con él.

Por otro lado, en relación con las actividades realizadas, fueron distribuidas de manera correcta, consiguiendo los objetivos planteados. En todo caso, en futuras intervenciones como maestra de Educación Primaria, tengo que tener en cuenta que para llevar a cabo un trabajo adecuado con materiales didácticos, es mejor que cada uno de los alumnos tenga el suyo propio, aunque esto se hace imposible, ya que no todas las familias, como es el caso del centro escolar donde realicé mis prácticas, tienen acceso o pueden permitirse costearse este material. En este caso, se pueden utilizar recursos tecnológicos dedicados al desarrollo de actividades con los bloques multibase mediante el uso de la pizarra digital del aula, aunque para los niños de primer curso es sin duda mejor manipular el material.

En cuanto al material usado en las sesiones, tras poner a prueba el mismo, puedo afirmar que este cumple las expectativas previstas, ya que los alumnos mejoraron sus aprendizajes y distinción entre unidades y decenas. Además, este recurso es idóneo para introducir a los alumnos en el algoritmo de la suma, es decir, ayuda en el proceso de enseñanza- aprendizaje e interiorización de conceptos como las sumas con llevadas, el cual resulta complicado de entender dentro de las aulas de primer curso de Educación Primaria.

A través de este material, primero los niños tienen un acercamiento a este concepto. Posteriormente, ayuda a conocer el motivo por el cual se realizan las operaciones de cálculo que conllevan llevadas.

Ya he comentado con anterioridad que no existe un grupo de alumnos homogéneo en cuanto a aprendizaje se refiere. Por lo tanto, las actividades propuestas, así como el trabajo con un nuevo material, permitieron asimilar conceptos, así como reforzar los mismos, llegando a una consecución de los objetivos planteados.

Este material, además, promueve el aprendizaje mediante la manipulación, lo cual hace que los alumnos asimilen mejor los conceptos, a la vez que interactúan, y están motivados.

Tras la impartición de las distintas sesiones, quiero destacar los siguientes aspectos por su relevancia:

- La primera vez que los alumnos tuvieron contacto con los materiales, algunos de ellos aun no distinguían entre unidades y decenas. Sin embargo, tras poner en práctica esta propuesta didáctica, todos los alumnos adquirieron tales conceptos.
- Un menor porcentaje de alumnos no establecía que una fila de bloques multibase constituía una decena. De hecho, muchos alumnos en la elaboración de fichas de trabajo individual, no dibujan la fila de 10 unidades, detallando esas 10 unidades.
- Respecto a la realización de sumas con este material estructurado, algunos de los alumnos juntaban las decenas en filas de más de diez unidades; aun así, no les suponía impedimento para poder realizar las operaciones de forma correcta.
- Debido a que solo contaba el aula con dos juegos de material multibase, el resto de alumnos mientras tanto fue elaborando las sumas, o en su caso, restas de forma mental.

## 7. CONCLUSIONES

Esta etapa dedicada a mi formación como futura maestra, comenzó en el año 2010, cuando me decanté por cursar el Grado en Educación Infantil. Posteriormente, no conseguir mi añorada plaza en el Proceso Selectivo de Ingreso en el Cuerpo de Maestros de la Comunidad Autónoma de Castilla y León desembocó en una nueva decisión, empezar esta nueva aventura: Grado en Educación Primaria. Por esta razón, ahora estoy creando este nuevo Trabajo de Fin de Grado, y poniendo el broche final a este gran camino de aprendizaje dentro de mi formación como futura maestra.

Han sido dos años intensos, llenos de aprendizaje, y sobre todo, de superación de miedos y frustraciones. En primer lugar, superar el miedo a enfrentarme a un examen, lo cual, viendo hasta donde he llegado, está comprobado que he conseguido mi objetivo.

Posteriormente, otro de los grandes miedos generados por mi último año en prácticas en centros escolares; en esta ocasión, he tenido la inmensa suerte de contar con dos tutores de prácticas excelentes, maestros de vocación, maestros que innovan cada día en sus aulas, que tienen una visión abierta del proceso de enseñanza- aprendizaje. Y no solo eso, ellos han contribuido a la vez me han hecho partícipes de unas de las mejores experiencias de prácticas que no todos los futuros maestros pueden tener. Gracias a ellos, he conseguido volver a encontrar esa vocación de maestra perdida, a sentirme a gusto dentro de un aula, y por supuesto, seguir investigando y creando para lograr ese gran sueño que tantos desvelos me lleva costando.

Después de todo lo anterior, queda una de las partes más importantes de este Grado en Educación Primaria, la elección del tema, el cual tenía en mente desde el primer día de regreso a la Facultad de Palencia: este es la Didáctica de las Matemáticas. Esto fue debido a mi continua formación junto a mi preparadora de oposiciones, en cómo los maestros pueden innovar en la metodología utilizada en el área de matemáticas. Además, contaba con una gran motivación, partía de información y conocimientos previos acerca de este tema. Todo esto me podía ayudar a establecer una conexión entre mis conocimientos en la etapa anterior de Educación Infantil, y mis nuevos conocimientos en la etapa de Educación Primaria.

Y así ha sido: no solo he reforzado mis aprendizajes previos, sino que he investigado, indagado y conocido nuevas metodologías, nuevos materiales tanto no estructurados como estructurados, nuevas formas de trabajar en el aula para conseguir el objetivo de que mis alumnos lleguen a la comprensión de las operaciones suma, resta, multiplicación y división, y del algoritmo de la suma con llevadas.

Mi idea inicial fue seleccionar como aula de prácticas un curso cercano a la etapa de Educación Infantil, pero al final no fue así: en la asignación final de centros me tocó el aula de sexto de primaria. De manera que en los primeros días dentro de esta aula, tuve que reconducir mi tema de este presente Trabajo de Fin de Grado.

Mi preparadora de oposiciones siempre decía que “todo pasa por algo”, y el primer día que llegué a mi centro escolar, la segunda aula que vi, en concreto, la de primero de Educación Primaria, me encantó. De hecho, pensé para mis adentros en qué bien hubiera estado en esta clase. Posteriormente, debido a la situación derivada de la pandemia Covid-19, mi aula de sexto fue confinada tras estar tres semanas en ella, con la suerte de que en mi caso no tuve contagio de la misma. Por lo tanto, mi centro escolar tomó la decisión de trasladarme a una nueva aula: para mi sorpresa, esta nueva aula fue el aula de primero de Educación Primaria que tanto me gustó.

Menuda casualidad, cuando al llegar a esta nueva clase, dentro de su programación estaban tratando justo el tema que quería plasmar dentro de este trabajo de forma inicial. De manera que se lo comuniqué a mi tutora y comencé a pensar, formular e impartir todo aquello que deseaba desde el año 2019, cuando comencé este Grado. Una vez instalada en esta nueva clase, comencé con más motivación este TGF, leyendo, empapándome de nuevos conocimientos de diferentes libros y diferentes autores y distintos artículos de investigación.

Para finalizar esta conclusión, me gustaría plasmar en la misma cómo estos trabajos que los alumnos del Grado en Educación Primaria realizan al finalizar dicho grado, contribuyen al aprendizaje de metodologías de trabajo en el aula, a la construcción personal y elaboración de documentos formales. Todo ello orientado en su mayor parte al conocimiento e indagación en aquellos aspectos relativos a la educación, en los cuales los futuros maestros tenemos amplias expectativas, o incluso ganas de innovar en dichos campos, o como en este caso, en el área de matemáticas, integrado dentro de la Didáctica de las Matemáticas.

Este trabajo me ha permitido partir de nuevos recursos didácticos, tanto no estructurados como estructurados, y poner a prueba si los mismos son eficaces dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, y también, cómo se pueden utilizar los mismos en el caso de que en las aulas se encuentren alumnos con necesidades educativas especiales.

Por último, me gustaría acabar con la siguiente cita de María Montessori: “La enseñanza de las Matemáticas debería ser completamente transformadora, partiendo de una preparación sensorial, partiendo de un conocimiento concreto.”

## 8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Bibliográficas

- Alcalde Esteban, M. Pérez Serrano, I. & Lorenzo Valentín, G. (2014). *Los números naturales en el aula de Primaria*. Castelló de la Plana: Universitat Jaume I.
- Arteaga Martínez, B. Macías Sánchez, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*. Logrono: Unir.
- Cascallana, M. T. (2002). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Chamorro, C. (2005). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Educación.
- Chancusig Chisag, J.C., Flores Lagla, G.A., Venegas Alvarez, G.S., Cadena Moreano, J.A. Guaypatín Pico, O.A., & Izurieta Chicaiza, E.M. (2017). Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las TIC'S en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática. *Boletín Redipe*, 4, 112-134. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6119349>
- Iglesias Pérez, J. (1999). Los algoritmos de la suma y de la resta a través de las Regletas de Cuisenaire. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 39, 3-12. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2343602>
- Kamii, C. (Ed.). (1992). *Reinventando la aritmética*. 2. Madrid: Visor.
- Manrique Orozco, A., & Gallego Henao, A. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 4, 101-108. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5123813>
- Martínez Montero, J. (2011). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en Educación Infantil*. Madrid: Wolters Kluwer.
- Melquiades Flores, A. (2014). Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria. *Perspectivas docentes*, 52, 43-58. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6349169>
- Ramos Alonso, P. (2021, 20 de abril). ¿Qué son las 'Matemáticas Singapur'?. *ABC Ciencia*. Recuperado de [https://www.abc.es/ciencia/abci-matematicas-singapur-202104190210\\_noticia.html](https://www.abc.es/ciencia/abci-matematicas-singapur-202104190210_noticia.html)

Thompson, P. (1994, enero). Concrete materials and teaching for mathematical understanding. Researchgate. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/264119418\\_Concrete\\_materials\\_and\\_teaching\\_for\\_mathematical\\_understanding](https://www.researchgate.net/publication/264119418_Concrete_materials_and_teaching_for_mathematical_understanding)

Segovia Alex, I., & Rico Romero, L. (2011). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.

## **Legislativas**

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, núm. 106, de 4 de mayo de 2006, pp. 17158 a 17207. <https://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, núm.340, de 30 de diciembre de 2020, pp. 122868 a 122953. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3>

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, núm. 52, de 1 de marzo de 2014, pp. 1 a 58. Disponible en: <https://www.boe.es/buscar/pdf/2014/BOE-A-2014-2222-consolidado.pdf>

Real Decreto 861/2010, de 2 de julio, por el que se modifica el Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales. Boletín Oficial del Estado, núm. 161, de 3 de julio de 2010, pp. 58454 a 58468. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2010/07/02/861>

Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. Boletín Oficial de Castilla y León, núm. 142, de 25 de julio de 2016, pp. 34184 a 34746. <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/decreto-26-2016-21-julio-establece-curriculo-regula-implant>

ORDEN ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, núm. 312, de 29 de diciembre de 2007, pp. 53747 a 53750. <https://www.boe.es/eli/es/o/2007/12/27/eci3857>

ORDEN EDU/554/2019, de 4 de junio, por la que se resuelve la convocatoria para la obtención de la certificación del nivel de competencia digital «CoDiCe TIC», en la integración de las tecnologías de la información y la comunicación, de los centros educativos no universitarios sostenidos con fondos públicos de la Comunidad de Castilla y León, en el curso escolar 2018/2019. Disponible en <http://bocyl.jcyl.es/boletines/2019/06/13/pdf/BOCYL-D-13062019-20.pdf>

# **ANEXOS**

**ANEXO 1: FICHA ACTIVIDAD 2 (1ª SESIÓN)**

**ANEXO 2: FICHA ACTIVIDAD 2 (2ª SESIÓN)**

**ANEXO 3: FICHA ACTIVIDAD 2 (2ª SESIÓN)**

**ANEXO 4: FICHA ACTIVIDAD 3**

**ANEXO 5: FICHA ACTIVIDAD 5**

# ANEXO 1

## Decenas y unidades



Nombre y apellidos: .....

1 Haz grupos de 10 y completa.

decenas

decenas

decenas y  unidades

decenas y  unidades

decenas y  unidades

decenas y  unidades

## ANEXO 2

Nombre.....

### Decenas y unidades

$\begin{array}{r} 22 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 53 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 73 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 32 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 81 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 45 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 74 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 94 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 42 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 92 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$

# ANEXO 3

Resuelve y colorea según el resultado.

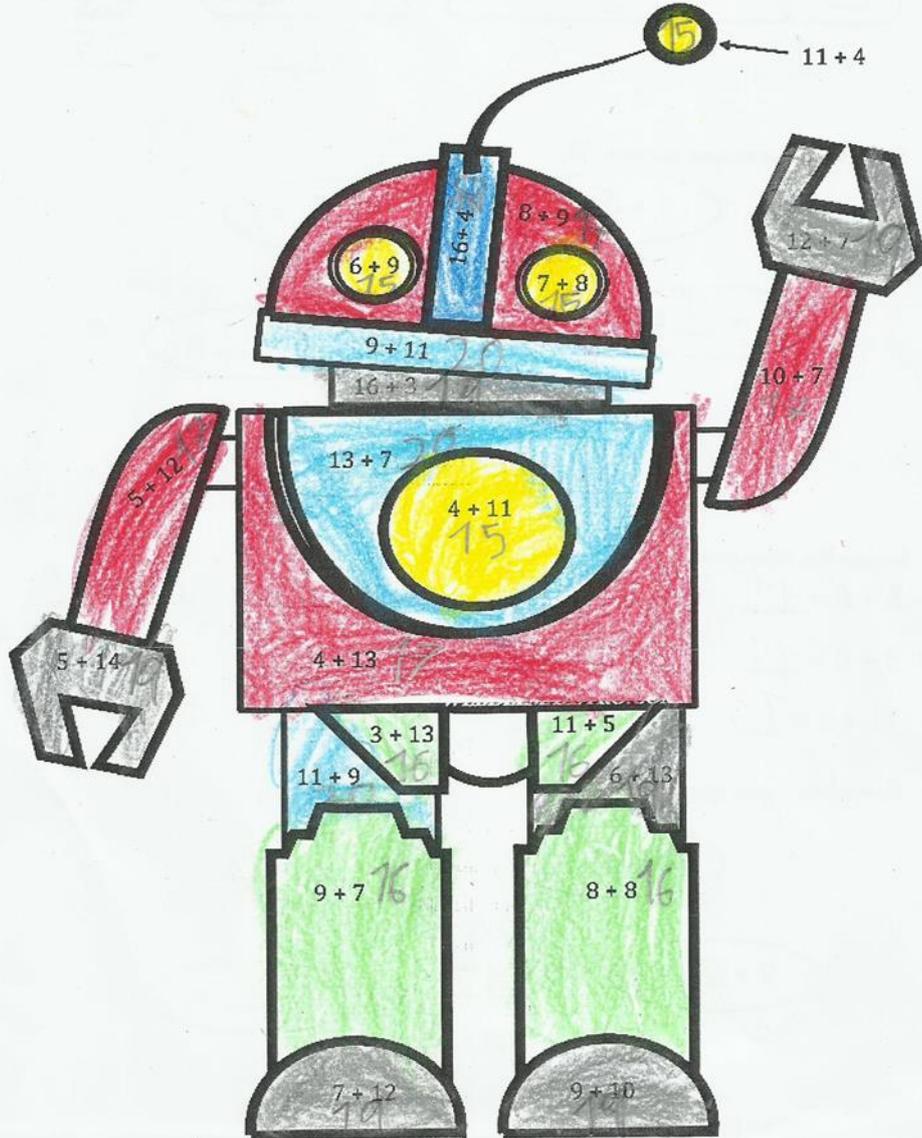
Azul = 20

Rojo = 17

Amarillo = 15

Verde = 16

Gris = 19



# ANEXO 4

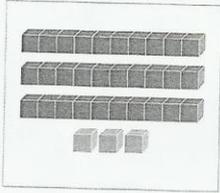
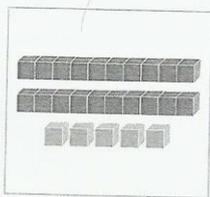
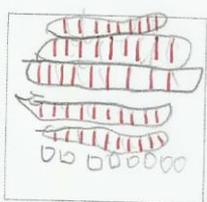
1 ♦ Coloca y suma.

$34 + 25$	$27 + 11$	$15 + 23$	$43 + 12$
$\begin{array}{r} \boxed{25} \\ + \boxed{34} \\ \hline \boxed{59} \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{11} \\ + \boxed{27} \\ \hline \boxed{38} \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{15} \\ + \boxed{23} \\ \hline \boxed{38} \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{43} \\ + \boxed{12} \\ \hline \boxed{55} \end{array}$

2 ♦ Coloca y resta.

$35 - 12$	$53 - 43$	$47 - 45$	$59 - 47$
$\begin{array}{r} \boxed{35} \\ - \boxed{12} \\ \hline \boxed{23} \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{53} \\ - \boxed{43} \\ \hline \boxed{10} \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{47} \\ - \boxed{45} \\ \hline \boxed{02} \end{array}$	$\begin{array}{r} \boxed{59} \\ - \boxed{47} \\ \hline \boxed{12} \end{array}$

3 ♦ Completa.

	+		=	
$\underline{30} + \underline{3} U$		$\underline{20} + \underline{5} U$		$\underline{50} + \underline{8} U$
$\boxed{33}$		$\boxed{25}$		$\boxed{58}$

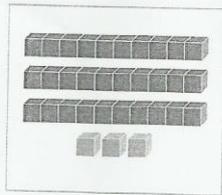
◆ Coloca y suma.

$34 + 25$	$27 + 11$	$15 + 23$	$43 + 12$
$\begin{array}{r} 34 \\ + 25 \\ \hline 59 \end{array}$	$\begin{array}{r} 27 \\ + 11 \\ \hline 38 \end{array}$	$\begin{array}{r} 23 \\ + 15 \\ \hline 38 \end{array}$	$\begin{array}{r} 43 \\ + 12 \\ \hline 55 \end{array}$

◆ Coloca y resta.

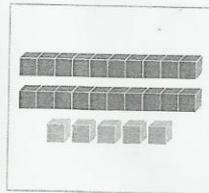
$35 - 12$	$53 - 43$	$47 - 45$	$59 - 47$
$\begin{array}{r} 35 \\ - 12 \\ \hline 23 \end{array}$	$\begin{array}{r} 53 \\ - 43 \\ \hline 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 47 \\ - 45 \\ \hline 02 \end{array}$	$\begin{array}{r} 59 \\ - 47 \\ \hline 12 \end{array}$

◆ Completa.



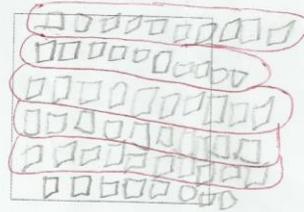
$30 + 30$

$60$



$20 + 50$

$70$



$50 + 80$

$130$

# ANEXO 5

Nombre: .....

Sumar

$$\begin{array}{r} 57 \\ + 43 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 48 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$$