



Medidas de longitud: Propuesta para la comprensión del uso de la regla convencional

Ariadna Gómezescobar Camino

Facultad de Educación (UCLM), Toledo, España, ariadna.gomezescobar@uclm.es

Raquel Fernández-César

Facultad de Educación (UCLM), Toledo, España, raquel.fcezar@uclm.es

Silvia Guerrero Moreno

Facultad de Educación (UCLM), Toledo, España, silvia.guerrero@uclm.es

Fecha de recepción: 18-05-2018

Fecha de aceptación: 15-09-2018

Fecha de publicación: 15-04-2019

RESUMEN

La longitud es un atributo con el que los niños suelen estar familiarizados. Sin embargo, su medida con instrumentos convencionales como la regla no resulta intuitiva para ellos. Los principales obstáculos son la falta de identificación de la unidad como intervalo de distancia, así como el papel de los números contenidos en la regla, los cuales no son interpretados por los niños como indicadores de la acumulación de dicha unidad. Teniendo en cuenta estas dificultades, se propone que el uso de la regla necesita instrucción previa, y se diseña una secuencia didáctica en la que se va construyendo la regla convencional a partir de otras cuatro focalizadas en esos dos elementos: unidad y números. Con ello se pretende conseguir una mejor conceptualización de las mediciones de longitud con regla.

Palabras clave: medición, metrología, sistema métrico, geometría, educación de la primera infancia, enseñanza primaria, método de enseñanza

Length measures: proposal to understand the use of the standard ruler

ABSTRACT

Children are usually familiar with the attribute of length. However, its measure with standard devices like rulers is not intuitive for them. The main obstacles are the lack of identification of the unit, as distance interval, as well as the role of the numbers contained in the ruler, with are not interpreted for the children as indicators of accumulation of the unit. Considering these difficulties, we propose that the use of the ruler need previous instruction, so it is designed a didactic sequence in which the standard ruler is being built from four others focused on these two elements: unit and numbers. We intend to achieve a better conceptualization of length measurements with ruler.

Key words: measurement, metrology, metric system, geometry, early childhood education, primary education, teaching methods

1. Introducción

La longitud es una magnitud con el que los niños suelen estar familiarizados. Según algunos autores, entre ellos Bragg y Outhred (2000), su comprensión es fundamental, pues determina la asimilación de otras nociones matemáticas más complejas, como el área y el volumen. En esa misma línea, Codina,

Romero y Abellán (2017) consideran que conceptualmente la superficie es una magnitud derivada de la longitud, y que, a través de esta, se pueden abordar otros conceptos y procesos matemáticos, como los números decimales, las operaciones con ellos, las estimaciones y la reflexión sobre los resultados obtenidos. Solomon, Vasilyeva, Huttenlocher y Levine (2015) también justifican que en la medida de una magnitud continua subyacen ideas como la división en unidades iguales, así como la relación de proporcionalidad inversa entre la cantidad de unidades y el tamaño de éstas. Estas ideas no sólo son básicas para entender la medida longitudinal, sino que intervienen en la adquisición de otros conceptos matemáticos como las divisiones, la proporcionalidad, las fracciones, el valor posicional de una cifra en un número, y otros temas más avanzados, como las integrales. Por lo tanto, una correcta comprensión de la medición de longitud va a tener efectos positivos a lo largo del desarrollo de todo el currículo matemático.

Sin embargo, aunque la longitud sea un atributo con el que pensemos que los niños están familiarizados, su medida con instrumentos convencionales como la regla no resulta intuitiva o trivial para ellos. Así lo señalan los autores de diversos estudios (Bragg y Outhred, 2000, 2004; Cullen y Barrett, 2010; Gómezescobar, Fernández-César y Guerrero, 2017; Kamii, 1995; Levine, Kwon, Huttenlocher, Ratliff y Dietz, 2009; Nunes, Light y Mason, 1993; Solomon et al., 2015). Al parecer, la principal dificultad radica en la falta de identificación de la unidad de medida (el intervalo de espacio), es decir, *lo que está siendo contado* en el proceso de medida (Bragg y Outhred, 2000), y en la interpretación del significado del número que aparece en ellos (Solomon et al., 2015).

Por ello, en este trabajo se defiende que el uso de la regla necesita instrucción previa, y se diseña una secuencia didáctica orientada a la identificación de la unidad y a la comprensión del papel del número, para conseguir una mejor conceptualización de las mediciones de longitud con regla.

2. Marco teórico

2.1. Errores en las mediciones de longitud con regla

Uno de los aspectos que más información ofrece respecto a cómo entiende el niño el manejo de la regla proviene del análisis de sus errores. Los errores que comenten los niños en las mediciones de longitud con regla giran en torno a dos ejes principales: la falta de identificación de la unidad discreta dentro de la herramienta de medida continua, y el papel que desempeñan los números de la misma, que actúan como *distractores*.

Respecto a la identificación de la unidad, se considera un aspecto crítico en la comprensión de la medida de longitud el desarrollo de dicha noción. Las unidades ofrecen precisión al cuantificar magnitudes continuas. Sin las unidades, sólo se podría estimar aproximadamente una longitud (Solomon et al., 2015). Asimismo, Lehrer (2003) define una red de ideas o conceptos relacionados con la unidad: relaciones atributo-unidad, iteración, embaldosado (*tiling*), unidades idénticas, estandarización, proporcionalidad, adición (*additivity*) y origen de la medida (punto cero). Este autor relaciona la iteración de la unidad con la *reutilización* de ésta, basándose en la subdivisión del elemento a medir en partes congruentes y la traslación de las mismas. El autor argumenta que el niño percibe la longitud como una distancia que puede subdividirse y recomponerse cuando este itera una unidad de longitud concreta. Además, entiende que estas subdivisiones pueden ser acumuladas y reorganizadas para componer una longitud total, sin superponerse ni dejar huecos. Esta determinada manera de rellenar el espacio es lo que Lehrer (2003) denomina embaldosado (*tiling*).

En la bibliografía española consultada se hace referencia al concepto de iteración, pero no de embaldosado propiamente dicho. Chamorro y Belmonte (1991) mencionan dificultades en las superposiciones de las unidades antropométricas cuando hablan de mediciones mediante

comparaciones indirectas (p. ej., los huecos entre palmo y palmo o deslizamientos no paralelos) pero no usan expresamente el término *embaldosado*, sino que lo consideran incluido como parte de la correcta iteración. Estos autores hacen alusión a la construcción del concepto unidad en el niño dividiéndola en cinco pasos: ausencia de unidad, unidad objetal, unidad situacional, unidad figural y unidad propiamente dicha. Estos pasos se basan en la relación entre la unidad y el objeto, es decir, desde que la unidad está totalmente ligada al objeto (intraobjeto) hasta que es independiente y no depende del objeto (interobjeto).

La importancia de la identificación de la unidad se hace patente en estudios como los de Cullen y Barrett (2010) o Gómezescobar et al. (2017), en los que se detecta que la estrategia mayoritariamente empleada por los niños que realizan mediciones exitosas es la de contar intervalos. Parece que los niños que utilizan esta estrategia asignan una entidad a los intervalos de espacio, lo que les permite emplear la imagen mental del mismo (unidad figural), iterarlo y rellenar adecuadamente el espacio con él, hasta igualar la longitud del objeto a medir, aspectos clave en la medida de longitud. El estudio de Levine et al. (2009) defiende que situar unidades discretas sobre el instrumento de medida continuo ayuda a la identificación del intervalo basándose en que su grupo de control sujeto a esta condición obtiene mejores resultados en las mediciones.

Asimismo, el origen de la medida, es determinante para entender el significado del número en la regla. Por ello, el punto que se toma como referencia o punto cero, es otro de los aspectos clave considerados en este trabajo. Lehrer (2003) afirma que las medidas en el espacio euclídeo se ajustan a las proporciones. Por lo tanto, la distancia entre 0 y 10, por ejemplo, es la misma que la distancia entre 20 y 30. Por lo tanto, esto implica que, en las mediciones con regla, cualquier punto de la misma puede servir como origen, dado que eso no afecta al resultado de la medición. Sin embargo, esto no es algo que los niños interioricen adecuadamente, ya que varios autores (Kamii, 1995, 2006; Levine et al., 2009; Gómezescobar, et al., 2017; Sisman y Aksu, 2016; Solomon et al., 2015) detectan que aquellos tienden a leer el punto final al medir con la regla, refiriéndose a indicar como resultado de la medida el número en la regla coincidente, o cercano, al extremo derecho del objeto. Sin embargo, al emplear esta estrategia el éxito en la medición está supeditado a que el origen de la medida y el objeto estén alineados en el cero. Si este alineamiento previo no se realiza, la medición no será correcta. Suele ocurrir que, cuando usan la estrategia de lectura del punto final, los niños fijan la atención en el extremo final del objeto exclusivamente, sin tener en cuenta de dónde parte este. Indirectamente, una situación como esta nos conduce a pensar que el niño no está interpretando correctamente la acumulación de la distancia, otro de los puntos clave necesario para la comprensión de la de la medida lineal (Stephan y Clements, 2003), relacionado con el papel del número en la regla. Que el niño se fije solo en el extremo final implica que no percibe la medida del objeto a medir como resultado de la previa subdivisión del objeto en unidades de igual tamaño y la posterior iteración de la unidad, que se acumula hasta igualar la longitud del primer objeto. Por tanto, el niño que realiza así las medidas al medir con la regla no percibe ni la presencia de la unidad, ni la indicación con los números de la acumulación de la misma, implícitas en ella. Respecto de estos últimos, los estudios de Gómezescobar et al. (2017) y Solomon et al. (2015) declaran que los números en la regla confunden a los niños, sobre todo en situaciones de medida de objetos desplazados en la herramienta de medida.

En la regla se encuentran además otros objetos: las marcas que delimitan las unidades. Existen diversos trabajos que documentan la tendencia de los niños a contar estas marcas (Kamii, 1995, 2006; Levine et al., 2009; Gómezescobar et al. 2017; Sisman y Aksu, 2016; Solomon et al., 2015). Cuando Bragg y Outhred (2000) piden a niños de 5º y 6º grado que indiquen qué característica de la regla está siendo contada al medir una longitud, muchos indican que cuentan las marcas en lugar de los segmentos contenidos entre dichas marcas. Estas marcas, que deberían ser sólo entendidas como una característica que señala el principio y final de cada unidad son, sin embargo, objetos más fácilmente identificables que esta unidad que delimitan. Para estos estudiantes, las marcas de la regla enmascaran la comprensión conceptual implícita en la medida (Stephan y Clements, 2003). Estos autores aseguran que la tendencia a contar

objetos discretos puede llevar a los niños a contar marcas en la regla, pues para ellos estas marcas pueden resultar más cercanas a un objeto contable que las unidades reales en la regla, constituidas por los intervalos espaciales adyacentes (Solomon et al., 2015). Una posible explicación podría ser que los estudiantes se centran en la acción de situar o contar unidades discretas, en lugar de focalizar su atención en sus longitudes, es decir, el espacio lineal que ocupan (Bragg y Outhred, 2000). Por otro lado, el énfasis en contar puede ocultar u oscurecer la naturaleza lineal y continua de la magnitud longitud, si ésta no se hace explícita cuando se enseñan las unidades.

Sin embargo, otros autores, (Levine et al., 2009) afirman que los niños que cuentan marcas están más preparados para reconocer el intervalo que aquellos que simplemente leen el número de la regla alineado con el extremo del objeto. Por ello, la estrategia de contar marcas, aunque se considere una estrategia no siempre exitosa, podría interpretarse como un estado intermedio de conocimiento, anterior al definido por Clements et al. (2017) como *medidor de longitud*.

En los instrumentos de medida con unidades convencionales, como la regla, las unidades son estándar, tienen la misma longitud, y ya están iteradas adecuadamente (embaldosadas) sobre dicho instrumento. Puede decirse, por lo tanto, que la herramienta ya está preparada para usarse directamente en tareas de medida. Sin embargo, si el niño no es consciente de, o no percibe, cómo se ha construido dicho instrumento, aunque el objeto sea familiar para ellos por encontrarlo tanto en casa como en el colegio, su uso no tiene por qué resultarle intuitivo. Como consecuencia, no podrá realizar un uso correcto y comprensivo del mismo sin una instrucción previa específica (Kellman y Massey, 2013; McDonough y Sullivan, 2011).

Son varios los estudios en los que se hace patente la necesidad de dicha instrucción, pues demuestran que el rendimiento en tareas de medida con regla es bajo. En estos trabajos, el instrumento suele estar alterado (la regla que utilizan está rota) porque el estudio se centra en el punto de origen de las mediciones (Bragg y Outhred, 2000, 2004; Irwin, Ell y Vistro-Yu, 2004; Kamii, 1995; Nunes, et al., 1993). Otras veces no utilizan materiales reales, sino representaciones gráficas de la regla y el objeto a medir (Cullen y Barrett, 2010; Levine et al., 2009; Solomon et al., 2015). En otros estudios que plantean situaciones más naturales, pues enfrentan a los niños a situaciones de medida reales (Gómezescobar y Fernández-César, 2017; Sisman y Aksu, 2016; McDonough y Sullivan, 2011), los resultados que se aportan están en la misma línea.

2.2. Enseñanza de la medida de longitud

Por lo general, la enseñanza de la longitud propone primero el uso de unidades arbitrarias y después la medida con instrumentos estándar (Belmonte, 2005). En el currículo español, en los decretos redactados por las distintas comunidades autónomas, se recoge como estándar evaluable que los niños utilicen los instrumentos y unidades de medida convencionales y no convencionales en contextos reales. Sin embargo, el curso en el que se requiere su cumplimiento varía según la comunidad autónoma desde 1º a 3º de Educación Primaria. Por otro lado, existe constancia de que medir correctamente con unidades arbitrarias no necesariamente refleja una traslación directa a la comprensión conceptual de la medida con instrumentos estándar (Solomon et al., 2015). Sin embargo, en la legislación no se hace alusión a la necesidad de transición y/o integración entre unidades arbitrarias discretas y los instrumentos de medida con unidades convencionales.

En la enseñanza de medida con instrumentos convencionales se suele hacer hincapié en rutinas procedimentales que no siempre se traducen en conocimientos conceptuales sobre las unidades. Debido a que estos procedimientos funcionan correctamente en situaciones problema que se resuelven alineando el objeto a medir con el cero de la regla, si no se ofrecen otro tipo de situaciones, se refuerzan solo estos procedimientos, pero no necesariamente la comprensión de la medida de longitud. Además, como estos procedimientos producen una respuesta correcta en los alumnos, los maestros creen que

los niños han alcanzado una comprensión conceptual de la medida. El maestro podría favorecer dicha comprensión si ofreciera, además, otras situaciones problema diferentes a las anteriormente citadas, que requirieran del niño la puesta en juego de sus conocimientos y el desarrollo de procesos adecuados, junto con la verbalización de los mismos, pues se pueden detectar grietas en el conocimiento de la medida enfrentando a los alumnos a nuevos problemas, como mediciones libres, o mediciones del objeto desalineado sobre la regla (Levine et al., 2009).

A su vez, como indican Bragg y Outhred (2000), los ejercicios de los libros de texto inducen al conteo de unidades informales y aleatorias, y a emplear técnicas de uso de la regla alejadas de la comprensión. Este énfasis procedimental no desarrolla conceptos sobre la unidad, la iteración de la misma, o la subdivisión del objeto a medir. Para desarrollar este conocimiento se requieren experiencias prácticas de medida que involucren la elección y demarcación de unidades, seguido de la discusión sobre la construcción de los instrumentos de medida. Si los alumnos no comprenden cómo se construyen las reglas, no tendrán el conocimiento básico para relacionar adecuadamente las medidas de longitud y los números. Por extensión, tampoco dispondrán de la base para desarrollar el concepto de área o volumen.

3. Propuesta didáctica

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente expuesto, se presenta una propuesta didáctica a tener en cuenta en la instrucción de las mediciones con regla, que facilite la transición desde la manipulación de unidades discretas hasta el correcto uso de la misma.

Solomon et al. (2015) utilizan reglas numeradas y unidades discretas numeradas y no numeradas; las unidades discretas que utilizan no son equiparables a los intervalos en la regla, pues tienen forma redonda. Esto puede contribuir a provocar que el niño mida de manera imprecisa, ya que no se cubre todo el espacio longitudinal del objeto excepto en la dirección diametral de las unidades. Si consideramos que, una de las claves que orienta a la identificación del intervalo sobre la recta es que puede representarse con un segmento lineal, más parecido a una forma rectangular con el largo claramente dominante sobre el ancho, la representación del mismo mediante un objeto redondo no facilita la correspondencia objeto-intervalo. Por otro lado, aunque Levine et al. (2009) utilizan reglas numeradas sobre las cuales sitúan unidades discretas móviles, no emplean un instrumento que contenga a las unidades discretas rectangulares, fijas e integradas en él.

La dificultad principal en las mediciones con regla parece encontrarse en la falta de similitudes que los niños encuentran entre la comparación de las longitudes de dos objetos, y esa comparación cuando uno de los objetos es la regla y se emplea como instrumento medidor. Se encuentran casos de niños que realizan sin dificultades la comparación directa de objetos de longitud diferente, y, sin embargo, no son capaces de abstraer esos dos objetos que se comparan al medir con regla: las unidades lineales contenidas en la regla, y el objeto a medir. Tal vez se deba al hecho de encontrarse aún en el cuarto paso de la constitución de la unidad, denominado por Chamorro y Belmonte (1991) *unidad figural*. Parece que no visualizan que la regla se subdivide en unidades (Cullen y Barrett, 2010) y, que al igual que en la comparación directa, podrían comparar el objeto a medir con esa unidad. Sin embargo, no la perciben, y esto se traduce en la incapacidad para identificar exactamente *lo que está siendo contado* en el proceso de medida (Bragg y Outhred, 2000), es decir, que los alumnos no identifican el intervalo como la unidad discreta iterada y acumulada dentro de la herramienta de medida continua: la regla.

La identificación del intervalo y la iteración del mismo está estrechamente ligada a otro concepto: la subdivisión, actividad mental que consiste en dividir el objeto a medir en unidades de la misma longitud. Esta idea no es obvia para los alumnos según recogen Clements y Stephan (2004), y supone ver el objeto a medir como algo que pueda ser dividido y recompuesto en pedazos de igual longitud (*partitioning*).

En la regla estándar están representados intervalos, marcas y números, lo que, implica la identificación de la unidad, su iteración sin solapamientos ni huecos, y la acumulación de la misma. La no participación del alumno en la confección del instrumento, práctica y conceptualmente hablando, dificulta la comprensión del mismo. Pensamos que, secuenciando la introducción de esas tres características, usando cuatro reglas distintas (figura 1), podría ayudar en la percepción e interpretación del intervalo de longitud y también en el reconocimiento del número como un indicador de cantidad o acumulación de distancia, es decir, el número de unidades que se han iterado hasta ese punto:

- 1NUM: regla con marcas numeradas
- 2MAR: regla con marcas
- 3DUNUM: regla con unidades discretas numeradas
- 4DU: regla con unidades discretas

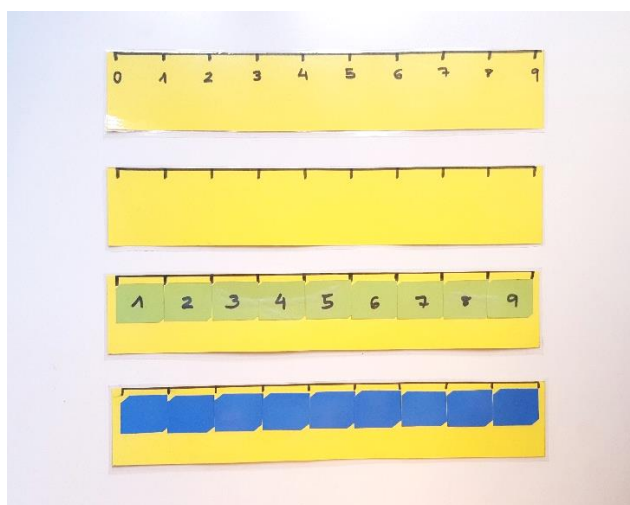


Figura 1. Reglas para la instrucción en el uso de la regla convencional

La secuencia de uso de las mismas pretende servir de andamiaje (Bruner, 1961) y ayuda a la conceptualización de la medida, y se basa en el estudio de Gómezescobar et al. (2017) que realizan con niños de entre 4 y 7 años, obteniendo un porcentaje de mediciones correctas realizadas en situaciones reales de 34.5% en la regla 4DU, 16% en la 3DUNUM, 8.8% en la 2MAR y 8.8% en la 1NUM. Los niños de este estudio no han sido instruidos en el uso de ninguna de las reglas, por lo que se deduce de los resultados de medidas correctas que la regla 4DU resulta más intuitiva para los alumnos que la regla 1NUM, siendo esta última la más similar a la regla convencional.

Tras la medida con unidades discretas, tales como clips o regletas, como propone Beltrán-Pellicer (2018), podría plantearse a los niños medir al dibujo animado *Peg en gatos*, buscando una contextualización de una situación real de medida. Se recomienda medir con unidades (objetos) similares a las propuestas en la regla 4DU. Después, se plantearía a los alumnos: *¿cómo podríamos unir todas las unidades para no tener que colocarlas cada vez que midamos?* El resultado sería la regla 4DU. En esta regla 4DU, cada unidad está acotada por dos marcas consecutivas unidas por un segmento lineal en la parte superior de la regla. Ahora tenemos una herramienta con 9 unidades que podemos trasladar conjuntamente para medir objetos. La regla 4DU supone un buen andamiaje para el desarrollo del concepto unidad objetal, y la transición a la unidad figural. También esta regla sirve de andamiaje al desarrollo de la noción de subdivisión, al visualizarse las unidades discretas adecuadamente iteradas para medir el objeto que se propone en la situación concreta.

Durante la secuencia de enseñanza de medida es clave, como indican Levine et al. (2009), medir el mismo objeto desde distintos puntos de la misma regla para que los alumnos tomen conciencia del punto de

partida del objeto, que es desde donde deberá comenzar la medición, y, por consiguiente, el recuento de las veces que se repite la unidad hasta igualar la longitud del objeto a medir.

Con la regla 4DU se ha economizado el tiempo que suponía situar las unidades discretas a lo largo de un objeto. Pero ¿se puede economizar algo más? Se sugiere a los alumnos: *¿qué podemos hacer para no tener que contar cada vez que situamos el objeto en la primera unidad para medirlo?* El resultado es la regla 3DUNUM. Esta regla aborda el concepto del número como acumulación de distancia, es decir, incluye el número sobre la unidad, indicando estas veces que aquella se ha iterado desde el origen. Así, el 4 sobre la cuarta unidad quiere decir que desde el origen de la regla hasta ahí se ha iterado la unidad 4 veces. Nuevamente, se debe plantear no solo la medición del objeto real alineado con la regla en el extremo izquierdo, sino también la situación de medición con el objeto desplazado. Si se observara que los niños, al ver los números, incidieran en su uso como etiqueta (Gómezescobar et al., 2017; Solomon et al., 2015) dando como resultado de la medida la lectura del punto final, se recomienda abrir el debate sobre las situaciones en las que el objeto está desplazado, dirigiendo la reflexión a enfatizar el hecho de que las distancias en el espacio euclídeo se mantienen (Lehrer, 2003), y a la identificación de las situaciones en las que esta estrategia es válida.

El siguiente paso sería preguntar a los alumnos: *Y si retiramos las unidades, ¿podemos seguir midiendo con la regla?* El resultado de eliminar las unidades discretas en la regla 3DU es la regla 2MAR. El uso de esta regla es una de las principales novedades de este trabajo. En ella se representan los intervalos como el espacio contenido entre las dos marcas que quedan tras quitar las unidades, apoyando su visualización como huecos o huellas dejadas por las unidades discretas. Sirve de andamiaje para la identificación del intervalo como objeto (unidad objetiva), posibilitando que pueda luego avanzarse en la idea del intervalo como la unidad figural, y como unidad propiamente dicha.

Como en la regla 2MAR la característica prominente son las marcas, habiendo trabajado previamente con las reglas de unidades discretas (4DU y 3DUNUM), es posible que surja la disyuntiva de qué elemento utilizamos para medir, las marcas o el espacio o huella que ha dejado la unidad. Para ayudar en la identificación de la unidad, el intervalo, al que llamamos huella, se propone indicarles que pongan su huella en el suelo. Pueden marcar la silueta si el suelo es el del aula, o la propia huella que deja el pie en un suelo arenoso. Al quitar su pie, la huella sigue delimitando la longitud que del mismo. Seguidamente se propondrá que marquen en la huella los dos límites y se preguntará: *¿cuántas huellas mide tu pie?* Si la respuesta fuera 2, les invitaremos a que marquen una huella que mida uno, como proponen Barrett, Jones, Thornton y Dickson (2003).

El último paso es numerar las marcas de la regla 2MAR, lo que originaría la regla 1NUM. Esta es la regla más parecida a la regla convencional. En el uso de esta regla, dado la presencia de los números, se recomienda nuevamente medir objetos utilizando distintos puntos de partida y debatir sobre las distintas estrategias de medida adecuadas a cada situación.

Una vez los alumnos hayan medido con la secuencia de reglas propuestas, los alumnos estarían más capacitados para utilizar una regla convencional en sus mediciones.

4. Conclusiones

Defendemos que es necesaria instrucción previa al empleo de la regla convencional, para lo que ofrecemos la propuesta didáctica anterior. Siempre teniendo en cuenta que los alumnos acuden al aula con ideas intuitivas sobre cómo medir longitudes; por lo que previamente, el maestro debe averiguar qué comprende cada niño sobre el proceso de medida, ya que como indica Chamorro (1991), por la temprana edad de los niños, se emplearían adaptaciones metodológicas a sus necesidades concretas. Por lo tanto, la presente propuesta es un aspecto general que debe adaptarse al nivel individual de cada

alumno. Con el empleo de las reglas que se presentan en este trabajo tratamos de evitar la mera enseñanza procedimental de la medida con regla para adentrarnos en una comprensión más profunda que analice *qué es medir con regla y por qué funciona (o no) el procedimiento de medida*.

Mediante estas reglas, donde se separan números e intervalos de espacio, se ofrece un material práctico como andamiaje para la enseñanza precedente al uso de la regla estándar: primero el uso de una regla con unidades discretas en los intervalos de espacio (4DU) que fortalece la identificación de la unidad: el intervalo. Segundo, el uso de la regla con números en las unidades discretas (3DUNUM) para favorecer la identificación de números como cardinales de la acumulación de distancia. Tercero, la regla con marcas (2MAR), que refuerza la identificación del segmento contenido entre marcas como representación de la unidad de medida. Y, por último, la regla con marcas numeradas (1NUM), semejante a la regla convencional.

Durante el uso de las reglas propuestas, se consideran tres aspectos clave: las mediciones del mismo objeto desde distintas posiciones de las reglas, lo que refuerza la interpretación de los números como acumulación de distancia y que, con la huella dejada por la unidad discreta, identifiquen el intervalo, el segmento contenido entre marcas, como la verdadera unidad lineal.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Fundación Española de Ciencia y Tecnología, bajo el proyecto FCT-16-10952. La primera autora agradece al Ministerio de Educación Cultura y Deporte la concesión de su beca erasmus de prácticas.

5. Referencias

- Barrett, J., Jones, G., Thornton, C. y Dickson, S. (2003). Understanding children's developing strategies and concepts for length. *Learning and teaching measurement*, 17-30.
- Belmonte, J. M. (2005). La construcción de magnitudes lineales en Educación Infantil. En *Didáctica de las matemáticas para educación infantil* (pp. 315-345). Pearson Educación.
- Beltrán-Pellicer, P. (2018). Análisis inicial de Peg+ Gato y su tratamiento de la medida. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), 72-79.
- Bragg, P. y Outhred, L. (2000). What is taught versus what is learnt: The case of linear measurement. En J. Bana y A. Chapman (Eds.), *Mathematics education beyond 2000* (Proceedings of the Twenty-third Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Fremantle, WA. Vol. 1, pp. 112-118). Perth, WA: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Bragg, P. y Outhred, L. (2004). A measure of rulers-The importance of units in a measure. In *Proceedings of the 28th Conference of the International*, 2 (pp. 159-166).
- Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. *Harvard educational review*.
- Chamorro, C. y Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Síntesis.
- Clements, D. H., Barrett, J. E., Sarama, J., Cullen, C. J., Van Dine, D. W., Eames, C. L., Kara, M., Klanderma, D. y Vukovich, M. (2017). Length: A summary report. In J. E. Barrett, D. H. Clements, y J. Sarama (Eds.), *A longitudinal account of children's knowledge of measurement* (JRME Monograph No. 16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cullen, C. y Barrett, J. E. (2010). *Strategy use indicative of an understanding of units of length*. Paper presented at the 34th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics in Education, Belo Horizonte.
- Clements, D. H. y Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, 299-317.
- Codina, A., Romero, I. y Abellán, C. (2017). Sentido de la medida y magnitud superficie: un experimento de enseñanza con alumnado de primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), 28-55.

- Gómezescobar, A. y Fernández-Cézar, R. (2017). ¿Miden longitudes con una regla los niños de 4 a 7 años? En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 295-302). Zaragoza: SEIEM.
- Gómezescobar, A., Fernández-Cézar, R. y Guerrero, S. (2017) Numbers and Space Intervals in Length Measurements in the Spanish Context: Proposals for the Transition to Measuring with the Ruler. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-12. doi: 10.1007/s10763-017-9835-1
- Irwin, K. C., Ell, F. R. y Vistro-Yu, C. P. (2004). Understanding linear measurement: A comparison of Filipino and New Zealand children. *Mathematics Education Research Journal*, 16(2), 3-24. doi:10.1007/BF03217393
- Kamii, C. (1995). *Why is the use of the ruler so hard?* Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, OH, USA.
- Kellman, P. J. y Massey, C. M. (2013). Perceptual learning, cognition, and expertise. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 58, pp. 117-165). Academic Press. doi: 10.1016/B978-0-12-407237-4.00004-9
- Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 179-192.
- Levine, S. C., Kwon, M., Huttenlocher, J., Ratliff, K. R. y Dietz, K. (2009). Children's understanding of ruler measurement and units of measure: A training study. In N. A. Taatgen y H. van Rijn (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 2391-2395). Austin, TX: Cognitive Science Society.
- LOMCE, Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. BOE 295. 97858-97921. D. L.: M-1/1958 - ISSN: 0212-033X
- McDonough, A. y Sullivan, P. (2011). Learning to measure length in the first three years of school. *Australasian Journal of Early Childhood*, 36(3), 27.
- Nunes, T., Light, P. y Mason, J. (1993). Tools for thought: The measurement of length and area. *Learning and Instruction*, 3(1), 39-54.
- Sisman, G. T. y Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1293-1319. doi: 10.1007/s10763-015-9642-5
- Solomon, T. L., Vasilyeva, M., Huttenlocher, J. y Levine, S. C. (2015). Minding the gap: Children's difficulty conceptualizing spatial intervals as linear measurement units. *Developmental Psychology*, 51(11), 1564-1573. doi: 10.1037/a0039707
- Stephan, M. y Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. *Learning and teaching measurement*, 3-16.

Ariadna Gómezescobar Camino. Profesora asociada en el Departamento Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Castilla-la Mancha. Doctoranda en Investigación en Humanidades, Artes y Educación. Graduada en Magisterio de Educación Primaria. Ingeniero Superior Informático. Máster en Profesor de E.S.O.

Email: Ariadna.tic@gmail.com

Orcid: <http://orcid.org/0000-0001-5104-6269>

Raquel Fernández-Cézar. Profesora del Departamento Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Castilla-la Mancha. Miembro del grupo de investigación Mirada Crítica.

Email: raquel.fcezar@uclm.es

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-9013-7734>

Silvia Guerrero Moreno. Profesora Titular de Psicología Evolutiva y de la Educación de la Universidad de Castilla-La Mancha. Miembro del grupo de investigación "Estudio del Desarrollo Cognitivo y Social en la Niñez", UCM.

Email: silvia.guerrero@uclm.es

Orcid: <http://orcid.org/0000-0003-1569-1089>