



Una introducción a la suma y la resta en Educación Infantil a través de un cuento

Verónica Gómez Ortega

Universidad de Zaragoza, Zaragoza, España, veronicaortega1995@hotmail.com

Fecha de recepción: 24-05-2018

Fecha de publicación: 27-08-2018

RESUMEN

En este trabajo abordamos la enseñanza de la suma y la resta en Educación Infantil como un proceso de doble vía. Partiendo de esto, hemos diseñado, desarrollado y evaluado una propuesta didáctica atendiendo a dos tipos de actividades: por un lado, la resolución de problemas aritméticos de suma y resta enmarcados en el cuento de "Los tres cerditos"; y por otro, los cálculos de hechos numéricos básicos. Para ello, hemos analizado la tipología de problemas que son capaces de resolver los niños de 4 años, así como las estrategias para la resolución de cada uno de ellos. Además, hemos caracterizado la enseñanza actual de dichas operaciones teniendo en cuenta el currículo de Educación Infantil, el libro de texto que siguen en el aula y la opinión de la maestra-tutora.

Palabras clave: suma, resta, resolución de problemas, hechos numéricos, cuentos, Educación Infantil.

Teaching addition and subtraction in early-childhood education

ABSTRACT

The aim of this paper is to present the teaching of addition and subtraction in early-childhood education as a two-way process. According to this idea, we have designed, developed and evaluated a didactic proposal with two types of activities: on the one hand, the resolution of arithmetic problems of addition and subtraction framed in "The three little pigs" tale; on the other hand, the resolution of basic calculations. To do this, we have analyzed the different types of arithmetic problems that four-year-old students are able to solve and the strategies they usually use to do it. We have also considered the curriculum; the textbook students use in their lessons and the teacher's opinion to characterize the current teaching of the addition and the subtraction.

Keywords: addition, subtraction, problem resolution, calculations, tale, early-childhood education.

1. Introducción

Los niños desde edades tempranas son capaces de enfrentarse a una gran variedad de problemas utilizando numerosas estrategias informales para su resolución, las cuales se adaptan a las características de dicho problema. De acuerdo con Maza (1991), estas estrategias irán evolucionando progresivamente, partiendo de aquellas en las que es necesaria la manipulación de los objetos y los dedos, hasta llegar a utilizar el conteo mental de los números y posteriormente, la memorización de los hechos numéricos básicos llegando a comprender la idea de suma o resta.

Los problemas planteados en Educación Infantil deben responder a los intereses de los niños y estar centrados en el contexto en el que ellos se desenvuelven. Además, la utilización de estrategias

informales de resolución no debe suponer un obstáculo para la enseñanza, sino un punto de partida para el desarrollo posterior de estrategias más eficaces (Maza, 1991).

Por todo esto, como objetivos principales de este trabajo pretendemos:

- *Estudiar* los significados de la suma y de la resta a través de una tipología restringida de problemas aritméticos de una etapa, y el valor formativo del cuento en Educación Infantil.
- Caracterizar la enseñanza de la suma y de resta en las aulas de Educación Infantil a partir de tres fuentes documentales: el currículo oficial, la propuesta de enseñanza del libro de texto que siguen en el colegio donde se va a desarrollar la fase experimental de este trabajo, y una entrevista que realizaremos a la maestra-tutora del aula.
- Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta parcial de enseñanza para introducir los significados de la suma y resta de números naturales a partir de la resolución de problemas aritméticos cuyos enunciados tienen como hilo conductor el cuento de "Los tres cerditos". De forma paralela, se introduce y evalúa la enseñanza de hechos numéricos muy básicos de la suma y de la resta.

2. La resolución de problemas aritméticos verbales

Según Puig y Cerdán (1988), un problema aritmético verbal es aquel en el que el enunciado presenta datos o cantidades, así como las relaciones de tipo cuantitativo entre ellos; y además se pregunta por una o varias cantidades o por la relación entre ellas. Por otro lado, dichos autores plantean un modelo de resolución basado en la lectura y comprensión del problema, utilización de determinadas estrategias para su resolución, y finalmente la solución de este y su comprobación.

Los niños son capaces de resolver problemas aritméticos sencillos desde los tres años (Castro, Cañadas y Castro-Rodríguez, 2013) y la resolución de los mismos antes de desarrollar las destrezas formales puede ayudarles a comprender las operaciones de suma y resta y otros conceptos matemáticos que se enseñarán posteriormente en Educación Primaria (Carpenter y Lehrer, 1999). En este caso, se espera que el planteamiento de los problemas aritméticos en Educación Infantil cree oportunidades a los niños para utilizar diferentes estrategias para dar significado a las operaciones aritméticas y justificar los cálculos aritméticos (Ramírez, 2015).

Seguidamente, haremos un análisis de los problemas aritméticos a trabajar en Educación Infantil teniendo en cuenta tres variables como son su estructura semántica, la magnitud de las cantidades implicadas en el problema, y la contextualización de los mismos.

2.1. Tipos de problemas aritméticos que podemos plantear en Educación Infantil atendiendo a su estructura semántica

Presentamos los diferentes tipos de problemas aritméticos de suma y resta que pueden ser planteados en las aulas de Educación Infantil, utilizando un criterio basado en los tipos de acciones y relaciones que se describen en el problema: añadir o quitar, reunir o separar, o emparejar. El tamaño de los números, así como el contexto, varía entre unos y otros, mientras que la estructura será la misma para todos los problemas del mismo tipo (Carpenter y Lehrer, 1999). Atendiendo a este criterio podemos encontrar tres categorías de problemas (Cid et al., 2013) que recoge la clasificación de Vergnaud (2002):

- *Categoría I. Estado – Estado – Estado (EEE)*: Son aquellas situaciones en las que todas las cantidades son estados que se refieren a un todo (estado total – Et) y a las dos partes en las que este se descompone (estados parciales – Ep1 y Ep2).

- *Categoría II. Estado – Transformación – Estado (ETE):* Son aquellos en los que tenemos una cantidad inicial (E_i) que se transforma en una cantidad final (E_f). La cantidad T indica el aumento o la disminución de la cantidad inicial.
- *Categoría III. Estado – Comparación – Estado (ECE):* Son aquellos en los que se comparan dos cantidades (E_1 y E_2) y la cantidad C indica la diferencia entre ambas.

Como ya hemos indicado anteriormente, el interés de este trabajo consiste en hacer un análisis de los distintos tipos de problemas aritméticos que pueden resolver los niños de Educación Infantil, por lo que resulta necesario analizar también las distintas estrategias de resolución que son utilizadas antes de desarrollar los procedimientos formales (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema y Weisbeck, 1993; Carpenter y Moser, 1984).

El primer tipo de estrategias utilizadas son las de modelización directa, que consisten en la representación de las cantidades del problema utilizando distintos materiales y la realización de las acciones que se reflejan en el enunciado del mismo. Estas estrategias van evolucionando hacia otras más eficaces como las estrategias de conteo, en las que los niños utilizan la secuencia de numerales y, por último, la utilización de los hechos numéricos (Fuson, 1992).

Estrategias de modelización directa

En relación con las estrategias de modelización directa en los problemas de suma, los niños utilizan objetos o dedos para representar cada uno de los sumandos del enunciado para después juntar ambos conjuntos y contar todos (juntar todos); o bien construyen la colección inicial y añaden objetos hasta obtener la colección que indica la cantidad de aumento, de modo que el número de elementos total de elementos es la respuesta.

Por otro lado, las estrategias de modelización directa en los problemas de resta consisten en representar la cantidad mayor indicada en el enunciado y posteriormente quitar tantos elementos como indique la cantidad menor (conteo de lo que queda); o bien representar los objetos indicados por la cantidad mayor y alineados con estos representar la cantidad menor, de modo que el número de objetos sin emparejar son la solución del problema (conteo de la diferencia).

Estrategias de conteo

Analizamos seguidamente algunas de las estrategias de conteo utilizadas en caso de problemas de suma ordenadas en progresión de las más fáciles a las más complejas:

- Recitado del primer sumando y conteo del segundo sumando: se recitan los números hasta llegar al primer sumando sin representar los objetos con materiales, y posteriormente se cuentan los objetos de la colección que representa al segundo sumando.
- Recitado del sumando mayor y conteo del menor: es similar a la anterior, pero en este caso se recitan los números del sumando mayor y se cuentan los elementos que representan al menor.
- Conteo a partir del sumando mayor: el niño retiene en la memoria el número o sumando mayor y a partir de este número cuenta los objetos de la colección menor que ha representado previamente.

En el caso de la resta, las estrategias no aparecen por orden progresivo, sino que pueden ser simultáneas y se eligen en función de la situación planteada en el problema y el tamaño de los números. Algunas de ellas son:

- Conteo hacia atrás: consiste en contar hacia atrás desde el minuendo tantas veces como indica el sustraendo, normalmente utilizando materiales o dedos. Esta técnica es apropiada en los mismos casos que la anterior, pero no suelen utilizarla debido a la dificultad del recuento hacia atrás.

- Conteo progresivo desde el sustraendo hasta el minuendo: consiste en contar desde el sustraendo al minuendo llevando la cuenta de las palabras que se dicen con una colección de elementos o con los dedos para contarlos posteriormente. Esta estrategia se utiliza en los problemas de ETE con la incógnita en la transformación de aumento, y cuando el minuendo y el sustraendo son números próximos.
- Conteo regresivo desde el minuendo al sustraendo: consiste en contar de modo regresivo llevando la cuenta con una colección de objetos (generalmente dedos) de las palabras que se dicen. El alumno nombra el número anterior al minuendo, mientras que va marcando cada número nombrado con un objeto o dedo, y cuando nombra el sustraendo se para y cuenta los objetos o dedos marcados. Esta estrategia es adecuada cuando el minuendo y el sustraendo son números próximos.

Todas estas estrategias de modelización y conteo que hemos descrito aparecen de forma natural en los niños, de forma que si les planteamos situaciones significativas para ellos serán capaces de construirlas por sí mismos. Además, todas ellas se irán abandonando conforme los niños sean capaces de utilizar otras estrategias mentales o la memorización de los hechos numéricos, pero esto ocurrirá posteriormente cuando los niños se encuentren en Educación Primaria (Carpenter et al., 1999).

2.2. Análisis de los problemas aritméticos en función de la magnitud de los datos empleados en el problema

Como hemos indicado anteriormente, los niños desde edades muy tempranas son capaces de resolver diferentes tipos de problemas aritméticos utilizando objetos que representan los datos del enunciado y las relaciones entre los mismos. A los 3 años aproximadamente, los niños son capaces de resolver problemas sencillos con números pequeños, de uno a tres (Siegler y Robinson, 1982). Posteriormente, los niños de 4 y 5 años pueden solucionar problemas más complejos, con números más grandes y utilizando un gran número de estrategias. No obstante, la adición les resulta más sencilla que la substracción; aunque para ambas se requiere que los niños dominen el recuento (Hughes, 1981).

Además, los niños de 3 años utilizan estrategias de resolución ligadas estrictamente a la estructura del problema propuesta en el enunciado, mientras que los de 4 y 5 años recurren a otras basadas en el conteo verbal, prescindiendo en algunas ocasiones del material y el conteo con dedos. Estas últimas van apareciendo conforme los niños avanzan cognitivamente y son más eficaces que las primeras (Starkey y Gelman, 1982).

En relación con la adición, los niños de 3 años tienen una idea de esta, pero no es hasta los 4 años cuando son capaces de resolver problemas de este tipo con números algo más elevados, a que estos últimos ya han aprendido la secuencia numérica y desarrollado el principio de cardinalidad (Fuson, 1992).

Por último, cabe indicar que Castro, Cañada y Castro-Rodríguez (2013) alertan que los alumnos de 4 y 5 años tienen dificultades para comprender la estructura semántica de los problemas de Estado – Transformación – Estado tanto de adición como de substracción, dado que tienden a dar como solución uno de los datos del problema siendo el mayor en el caso de problemas suma y el menor en el caso de problemas de resta.

2.3. La resolución de problemas aritméticos a través de los cuentos

El cuento en las aulas de Educación Infantil nos permite integrar las áreas y tópicos matemáticos que debemos trabajar por lo que su utilización tiene importantes ventajas: presentan diversas situaciones a través de un contexto claro y definido como es el cuento, nos permite hacer diversas conexiones entre

los contenidos matemáticos, y además permite desarrollar la motivación y las competencias de los alumnos (Marín, 2007).

En relación con el cuento y las matemáticas debemos destacar que tan importante es seleccionar el cuento con el que vamos a trabajar, como la metodología que vamos a seguir con el mismo. Esta última debe ser un proceso activo de aprendizaje basado en la comprensión, por lo que debemos tener en cuenta, siguiendo a Marín (2003): aprendizaje en contexto (elementos matemáticos explícitos para que los niños vean la utilidad de las matemáticas), diálogo entre el narrador y los oyentes (permitiendo el razonamiento, comprensión y comunicación de los elementos matemáticos), y aprendizaje cooperativo y colaborativo.

Por último, podemos decir que el cuento es un recurso multifacético, y que en el ámbito de las matemáticas resulta ser una herramienta motivadora, innovadora, significativa, lúdica y creativa que podemos utilizar tanto los docentes como los padres para hacer comprender a los niños los conceptos matemáticos de nuestro día a día (Marín, 2013). Por este motivo, vamos a utilizar un cuento para contextualizar el planteamiento de problemas aritméticos a los alumnos que van a participar en la fase experimental de este trabajo.

2.4. Evolución de los alumnos de Educación Infantil según la comprensión de los problemas aritméticos de suma y resta

En los apartados anteriores hemos realizado una clasificación de los problemas aditivos de una etapa atendiendo a tres factores: la estructura semántica del problema, el grado de contextualización del mismo, y el tamaño de los datos. Diversos estudios indican que los alumnos muestran un grado de comprensión muy diferente en función de estos tres en los enunciados de los problemas.

En efecto, con respecto al primero, la estructura semántica del problema dependerá en gran medida de la situación planteada en el problema, de la posición de la incógnita, y del sentido de las transformaciones o comparaciones. Una progresión de menor a mayor dificultad sería:

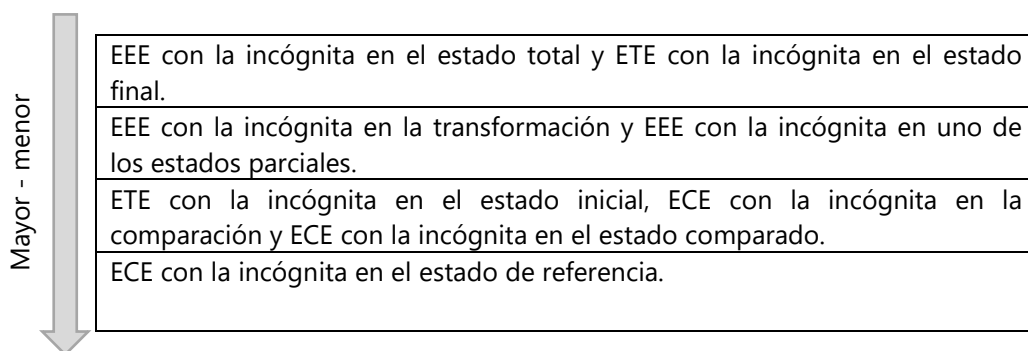


Figura 1. Progresión de dificultad de los problemas atendiendo a su estructura semántica. Fuente: elaboración propia.

En relación con el grado de contextualización del problema, los niños los resuelven con mayor éxito cuanto más contextualizados están los mismos. En progresión de menor a mayor dificultad encontramos las situaciones referidas a situaciones con materiales del aula en las que el niño es el actor, situaciones hipotéticas pero familiares al niño, contextualizadas y con materiales para su resolución; situaciones hipotéticas y sin materiales y, por último, situaciones no familiares para el niño. Por último, en relación con el tamaño de los números, a los niños les resulta más complejo resolver los problemas cuanto mayores son los números implicados en ellos.

3. Análisis exploratorio del currículo y del libro de texto empleado en el centro educativo

3.1. Currículo de Educación Infantil

Una vez analizados los currículos de Educación Infantil, tanto el nacional (MEC, 2007) como el aragonés en nuestro caso (DGA, 2008), coincidimos con (Chamorro, 2011), cuando señala que el bloque numérico que plantea el currículo está muy por debajo de las posibilidades de los alumnos, ya que se centra en adquirir y comprender conceptos formales de las matemáticas que nada tienen que ver con la manipulación y experimentación para desarrollar las habilidades lógico-matemáticas. Además, no tiene en cuenta aspectos como el cálculo, ni oral ni escrito, ni tampoco hace mucha referencia al planteamiento de problemas de la vida cotidiana para dar significado a la suma mediante acciones de agrupar o añadir, y a la resta mediante acciones de separar, quitar, completar o comparar. Finalmente, el currículo oficial es muy poco orientador para el docente y en algunas ocasiones puede ser confuso, ya que plantea contenidos muy poco específicos y es el maestro quien tiene que asumir la responsabilidad de fijar el rango de los números a trabajar, cómo introducirlos, qué tipo de materiales utilizar, qué situaciones didácticas se deben generar, etc. En estas condiciones, son las editoriales de libros de texto las que fijan el currículo que siguen los docentes en sus prácticas de enseñanza.

3.2. Libro de texto y entrevista a la maestra tutora

En el libro de texto (Fernández y Mantis, 2014) que se utiliza con el grupo de alumnos, se plantean únicamente 11 fichas para trabajar la suma y la resta, que los autores clasifican en tres categorías: asociación de cantidad y grafía, composición intuitiva y composición.

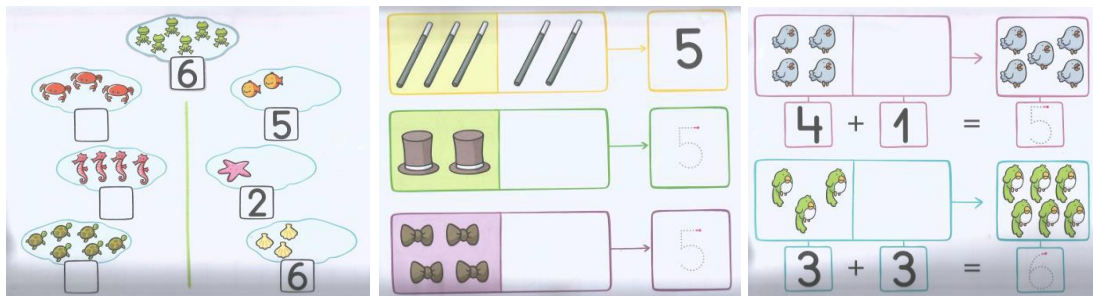


Figura 2. Ejemplo de fichas del libro utilizado en el colegio. Fuente: Fernández y Mantis (2014).

Con respecto a las fichas de resolución de problemas, podemos decir que son escasas, que no son adecuadas para el objetivo de enseñanza y que no tienen en cuenta las clasificaciones de los problemas aritméticos aditivos de una etapa formulados desde la Didáctica de las Matemáticas, en concreto, ni la de Carpenter (1999), ni la de Vergnaud (2002) porque no hay formulación de problema alguno.

En efecto, todas actividades gráficas que propone el texto deben ser reformuladas por el docente para que los alumnos las entiendan y puedan llegar reformularse en términos de un problema. Este se ve obligado a convertir los gráficos en enunciados de problemas que, en muchas ocasiones, son de difícil comprensión.

Además, nos llama la atención que el libro de texto se interese por tareas de composición o descomposición de cantidades de 2 a 6 objetos que son mucho más difíciles de gestionar que los problemas de añadir o juntar. Es más, constatamos con preocupación que no proponen problemas verbales de suma y de resta en la propuesta de enseñanza. El texto introduce de forma tardía el signo de la suma, de modo que tan solo en la última ficha introduce algunos hechos numéricos de la suma; mientras que los de resta no aparecen en ninguna actividad representados como tal.

Como conclusión, el libro de texto no trabaja los significados de suma y de resta asociados a las acciones de añadir, juntar, completar, quitar o comparar a partir de la formulación de problemas verbales contextualizados como recomiendan las investigaciones realizadas desde la didáctica de las matemáticas, sino que opta por presentar de modo gráfico descomposiciones de colecciones de cardinales entre 2 y 6 que el docente deberá gestionar en el aula si quiere que los alumnos adquieran la idea de completar una colección hasta obtener otra mayor.

Esta misma crítica es sustentada por la opinión de la maestra tutora del aula, quien considera que las actividades planteadas limitan en muchas ocasiones el pensamiento de los niños, y que sería mucho más adecuado y favorecedor para ellos trabajar a partir de material manipulativo que les permita experimentar con sus propias manos y comprender las acciones que realizan.

Dadas estas condiciones, planteamos una propuesta de enseñanza basada en un cuento, en este caso el de "Los tres cerditos" con el cual introduciremos diferentes situaciones de suma y resta que los alumnos deberán resolver a lo largo de la misma.

4. Diseño de la propuesta de enseñanza

4.1. Contexto del aula

La propuesta se experimentó en un centro concertado de Zaragoza (España). El alumnado que acude al centro es de clase media y generalmente de origen español, y aunque en los últimos años ha aumentado el porcentaje de alumnos extranjeros, cabe señalar que la mayoría de ellos no presentan problemas con el idioma.

Nuestra aula está organizada por rincones que se encuentran distribuidos por toda la misma y se utilizan a diario, y todos ellos quedan reflejados en una tabla donde los niños pueden ver fácilmente qué rincón les toca trabajar en cada momento, y estos se van alternando. Además, en esta misma tabla queda reflejado el rol o responsabilidad (encargado de libros, de pinturas, de las sillas, observador, de recoger la mesa y los papeles) que tiene cada uno de ellos, favoreciendo así el inicio en el trabajo cooperativo.

Por último, en el centro del aula están situadas cinco mesas de trabajo en las que cada niño tiene un sitio fijo, pero estos se van cambiando a lo largo del trimestre para favorecer la socialización entre todos los niños. En cada una de ellas se sientan cinco niños y todo ello queda reflejado en unos carteles del color de la mesa en las que aparecen las fotografías de los niños que se sientan en la misma.

4.2. Objetivos, contenidos y criterios de evaluación

Dado que como hemos indicado, esta propuesta de enseñanza va a desarrollarse en un aula de 4 años, los principales objetivos que intentamos conseguir con ella son:

- Participar y mostrar interés en situaciones contextualizadas en un cuento que den sentido a la suma y la resta, y en las que intervenga la manipulación de objetos.
- Resolver problemas de EEE, ETE y ECE mediante la utilización de estrategias de modelización directa o conteo.
- Justificar los hechos numéricos sencillos de la suma y de la resta mediante la manipulación de las regletas de Herbinière-Lebert para preparar a los alumnos para la memorización de los hechos numéricos.

En relación con este último, no se pretende que los alumnos memoricen los hechos numéricos en este nivel educativo. Nos conformamos con que aparezca la sentencia numérica en horizontal de la suma y de la resta y que los alumnos sean capaces calcular hechos numéricos sencillos a partir de las ideas de añadir o de quitar. Se trata de sentar las bases para una primera conexión entre las sentencias numéricas de la suma y de la resta, y de las acciones que han trabajado los alumnos mediante la vía de la resolución de problemas.

Para alcanzar estos objetivos es necesario crear una propuesta contextualizada en la que será la mascota del aula (Ulises) quien envía una carta a los alumnos pidiéndoles ayuda para resolver los problemas que aparecerán en el cuento de "Los tres cerditos". Trabajando de este modo los niños tienen un objetivo y una razón claros por la que deben hacerlo.

Además, en la resolución podrá utilizarse material manipulativo facilitando la tarea a los alumnos y posteriormente estos deberán ponerse de acuerdo en la respuesta para poder contestar a Ulises mediante un dibujo que represente la situación. En este momento entra en juego la comunicación, lo cual enriquecerá la situación matemática y dará importancia a la escritura de cantidades en el caso de que los alumnos procedan a escribir la grafía del número para indicar el resultado.

Por otro lado, los contenidos que se trabajan en esta propuesta están adaptados al desarrollo evolutivo y a las necesidades de los niños de 4 años. Todos los problemas se presentarán ordenados de menor a mayor dificultad con la intención de que los niños sean capaces de resolver situaciones cada vez más complejas. Además, no será hasta la mitad de la propuesta cuando se empiecen a introducir los hechos numéricos descontextualizados, y en estos casos se resolverán mediante las regletas de Herbinière-Lebert a modo de juego.

Por último, en relación con la evaluación recogeremos los datos para ver qué estrategias utilizan los niños en la resolución de cada tipo de problema y buscaremos que vayan evolucionando desde las estrategias de manipulación directa hacia otras más eficaces.

4.2. Metodología

En relación con la metodología, proponemos trabajar en una doble vía. En primer lugar, la vía de las situaciones didácticas aditivo-concretas o de resolución de problemas, que consiste en proponer distintas situaciones aditivas que den sentido a la suma y la resta al mismo tiempo. Posteriormente, comenzaremos con la vía de las situaciones didácticas aditivo-formales, en la que se propone el cálculo de sumas y restas formales para que los niños vayan desarrollando técnicas de resolución más evolucionadas.

La primera vía, situaciones didácticas aditivo-concretas, es necesaria para dar sentido o significado a las operaciones, que viene asociado a las situaciones que resuelve, y también para justificar los resultados de la tabla de sumar y las técnicas de cálculo. La segunda vía, situaciones didácticas aditivo-formales, es necesaria para consolidar la memorización de las tablas y la ejecución de las técnicas orales.

En el primer caso, y teniendo en cuenta la metodología planteada por De Castro (2009), se plantearán una serie de situaciones en la que los niños tengan que resolver un problema aritmético de suma o resta de forma autónoma, creando sus propias estrategias y recurriendo al principio a técnicas de modelización directa y conteo. Además, serán situaciones comunicativas en las que la mascota del aula envíe una carta a los niños pidiéndoles ayuda para resolver los problemas de un cuento, en este caso "Los tres cerditos"; y a la que los niños tendrán que responder. De esta forma, se fomenta el trabajo matemático que tienen que realizar los niños, así como la representación escrita de los distintos problemas. La adaptación del cuento está disponible en el enlace <https://goo.gl/Fqcn3e>.

Como hemos indicado anteriormente, los problemas planteados estarán relacionados con los intereses de los niños, y serán adecuados para su edad y desarrollo evolutivo, partiendo de aquellos que por su estructura son más sencillos, para ir progresando hacia otros más complejos (De Castro, 2007). Además, se procederá a su resolución mediante la modelización directa utilizando diversos objetos o incluso los dedos, para realizar finalmente una resolución mediante la representación escrita en un dibujo del problema planteado.

Por otro lado, y de forma paralela proponemos trabajar la vía de las operaciones formales para facilitar que los alumnos evolucionen hacia estrategias más rápidas que las del conteo. Para ello, se debe trabajar con distintos materiales estructurados (dedos de la mano, regletas de Herbinière-Lebert, etc.) que permitan obviar los conteos y proporcionen la memorización de hechos numéricos muy sencillos, a partir del reconocimiento de diferentes configuraciones numéricas; aunque como ya hemos indicado, no es objetivo de la propuesta de enseñanza que los alumnos memoricen dichos hechos numéricos.

La propuesta de enseñanza consta de diez sesiones en las que se trabajan ambas vías, tanto la de situaciones didácticas aditivo-concretas como la de aditivo-formales. Dichas sesiones se llevaron a cabo durante los meses de marzo a mayo de 2017 y tuvieron una duración aproximada de unos 45 minutos cada una.

5. Desarrollo de la propuesta de enseñanza

5.1. Primera sesión

En esta sesión, los niños recibieron la carta de la mascota en la que esta les mandaba el cuento de "Los tres cerditos". Se leyó en asamblea y posteriormente se explicó el primer problema, de EEE con la incógnita en el estado final: "si el cerdito pequeño se comió 3 manzanas verdes y 2 rojas ¿cuántas manzanas se comió en total?"

Utilizando una metodología por rincones, los niños fueron resolviendo el problema de forma individual y en pequeños grupos, y una vez que todos los del equipo lo habían resuelto realizaban una representación del mismo mediante un dibujo. Podemos destacar que 17 de los 22 alumnos consiguió resolverlo con éxito, mientras que 2 alumnos necesitaron ayuda y 3 no aceptaron la tarea; sin embargo, la mayoría de ellos necesitaron la estrategia de manipulación de tapones.



Figura 3. Imágenes de la resolución del problema 1.

De esta sesión podemos concluir diciendo que los alumnos todavía no estaban familiarizados con el método ni con las estrategias de resolución puesto que se trataba del primer problema, y es por ello que la mayoría ha optado por estrategias de modelización con tapones.

5.2. Segunda sesión

En esta sesión procedimos a resolver el problema 2, de estado-transformación-estado (ETE) con la incógnita en el estado final: "el cerdito mediano había colocado 4 plantas, pero el cerdito pequeño puso 1 más ¿cuántas plantas hay ahora en la casa?", siguiendo la misma metodología de la sesión anterior.

En este caso 14 de los 24 alumnos tuvo éxito, 8 necesitaron ayuda y 2 no aceptaron la tarea. Además, cabe destacar que la estrategia mayoritaria de resolución continúa siendo la modelización del problema con tapones, sin embargo, aparecen, aunque de forma minoritaria, algunas estrategias de resolución con los dedos.

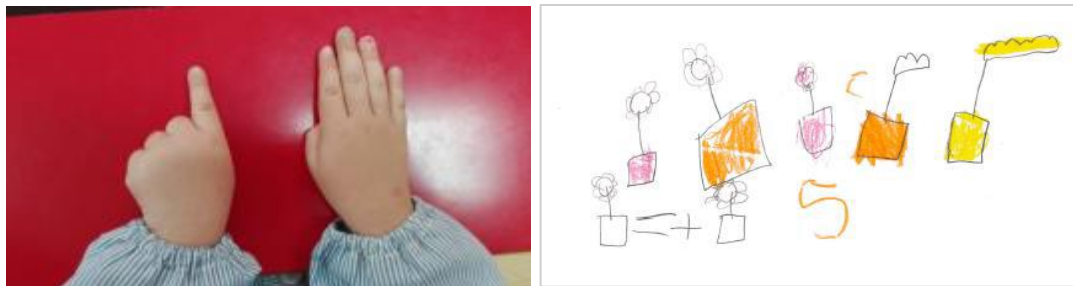


Figura 4. Imágenes de la resolución del problema 2.

Concluimos diciendo que los alumnos se van familiarizando con el método, además comprenden la estructura del problema ETE y son capaces de representar la acción de añadir y, por último, el hecho de que los datos hayan sido pequeños ha hecho que aparecieran algunas estrategias de resolución con dedos.

5.3. Tercera sesión

En este caso el problema a resolver es de tipo ETE con la incógnita en el estado final, era el siguiente: "el cerdito mayor había colocado 5 ladrillos y 3 de ellos se cayeron al suelo ¿cuántos ladrillos quedan ahora?". En este caso destacamos que 15 de los 23 alumnos que han resuelto el problema lo han hecho con éxito y sin ayuda, 6 lo han podido resolver con ayuda; y, por último, 2 no han sabido resolverlo.

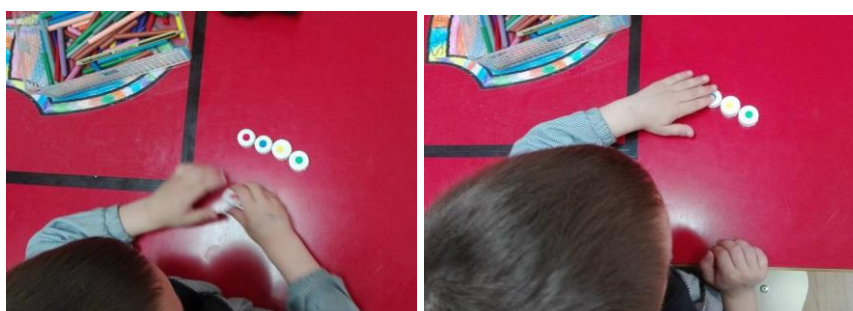


Figura 5. Imágenes de la resolución del problema 3.

Como análisis general de los resultados de la sesión, podemos decir que en este problema el número de alumnos que lo ha resuelto con éxito ha disminuido en comparación a las sesiones anteriores. Esto puede ser debido a que los datos son más elevados y a que la estructura semántica es más compleja al tratarse de una resta asociada a la idea de quitar, lo cual sí que podemos decir que ha sido determinante también en la elección de las estrategias. En relación con ello, destacamos que ha aumentado el número de alumnos que han necesitado contadores para representar el problema, disminuyendo consecuentemente los que han utilizado estrategias de resolución mental.

5.4. Cuarta sesión

En esta sesión los alumnos recibieron una segunda carta de Ulises en las que les felicitaba por el trabajo que habían hecho hasta el momento y les proponía una nueva tarea, la de los hechos numéricos. Para ello les presentaba las regletas de Herbinière-Lebert, y los alumnos realizaron la primera ficha utilizando la estrategia que quisieran.

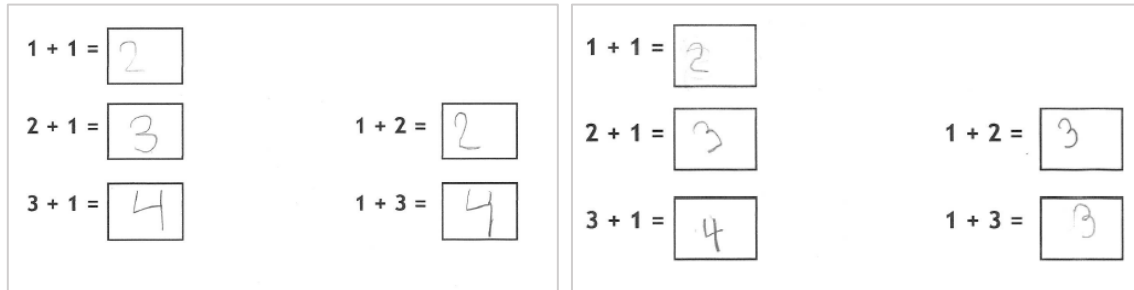


Figura 6. Imágenes de la resolución de la ficha 1.

Con conclusión a la misma podemos decir que debido a que el trabajo fue dirigido y los alumnos podían utilizar lo que quisieran para hacer los cálculos, la mayoría de ellos obtuvo todos los aciertos posibles. Además, los números eran pequeños lo que también ayudó. Cabe destacar que el orden de los números fue un factor determinante, de modo que aquellos alumnos que fallaron lo hicieron cuando el sumando más grande era el segundo.

5.5. Quinta sesión

En la quinta sesión se resolvió el problema 4, de estado-razón-estado (ERE) con la incógnita en el estado final, que era el siguiente: "si cada casa tenía 2 ventanas ¿cuántas ventanas había entre todas las casas?". Señalamos que, en este caso, el éxito aumenta y disminuye los alumnos que necesitan ayuda para la resolución y los que no aceptan la tarea. Además, vuelven a aparecer estrategias de resolución con los dedos, aunque la mayoritaria sigue siendo la modelización con tapones.

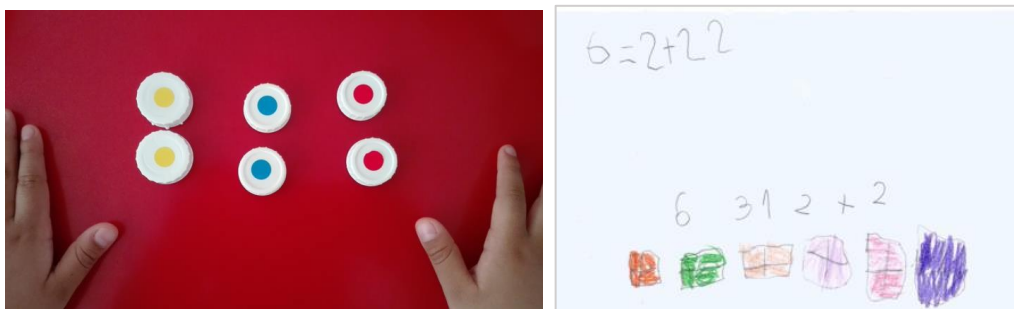


Figura 7. Imágenes de la resolución del problema 4.

Como conclusión podemos decir que a pesar de ser una estructura más compleja han sido capaces de resolverlo con éxito, además el hecho de que los datos sean pequeños ha permitido la aparición de estrategias más eficaces; y vemos una evolución en la propuesta de enseñanza por parte de todos los alumnos.

5.6. Sexta sesión

En esta sesión el problema de estado-transformación-estado con la incógnita en el estado inicial, era el siguiente: "el lobo había apagado 4 velas, pero todavía quedó 1 encendida ¿cuántas velas había encendido el cerdito al principio?". Los resultados de la misma también fueron mejores que en anteriores sesiones teniendo éxito 18 alumnos de los 22 que lo resolvieron. Además, han aparecido estrategias más eficaces como el cálculo con los dedos y el cálculo mental.

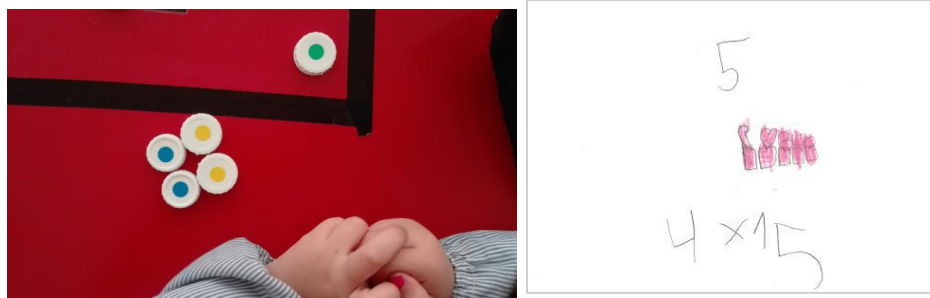


Figura 8. Imágenes de la resolución del problema 5.

Podemos concluir diciendo que a pesar de que la estructura era más compleja, los niños han conseguido resolverlo con éxito y además el hecho de que los datos fueran pequeños ha aumentado el número de alumnos que lo resuelven sin utilizar tapones.

5.7. Séptima sesión

En este caso, el problema a resolver de estructura estado-estado-estado con la incógnita en el estado parcial, era el siguiente: "el cerdito mediano tenía 6 tazas, unas azules y otras rojas. Si 4 eran azules ¿cuántas eran rojas?".



Figura 9 Imágenes de la resolución del problema 6.

A pesar de que el número de alumnos que lo resuelven con éxito es elevado, podemos observar que un gran número de ellos recurre de nuevo al uso de tapones. Esto es así dado que la estructura es más compleja y la operación es una resta.

5.8. Octava sesión

En esta sesión los alumnos tenían que resolver el siguiente problema, de estructura estado-comparación-estado con la incógnita en la comparación: "la primera vez, el lobo subió 2 peldaños y la segunda vez 5 ¿cuántos peldaños subió más la segunda vez que la primera?". Solo 6 de los 23 alumnos han conseguido resolver el problema con éxito y sin ayuda. Además, otros 4 alumnos han conseguido resolverlo con ayuda y de manera dirigida. Finalmente, 13 de los 23 alumnos no han sido capaces de hallar la solución.



Figura 10. Imágenes de la resolución del problema 7.

Como podemos observar la estructura del mismo queda lejos del alcance de los alumnos de 4 años ya que la mayoría de ellos no supo resolverlo y en el caso de los que sí recurren a estrategias con tapones.

5.9. Novena sesión

En este caso, procedimos a hacer los cálculos de las fichas 2 y 3 de los hechos numéricos limitando la estrategia solo al uso de dedos para facilitar la evolución de los alumnos hacia estrategias más eficaces. El número de aciertos que los alumnos han conseguido en esta sesión es mucho menor que los obtenidos en la sesión anterior. Esto es probablemente debido a que esta vez los alumnos han completado las fichas libremente, de modo individual y sin el apoyo de la profesora. A los alumnos se les ha permitido, como es evidente, utilizar los dedos para realizar los cálculos, pero no han dispuesto de material manipulativo.

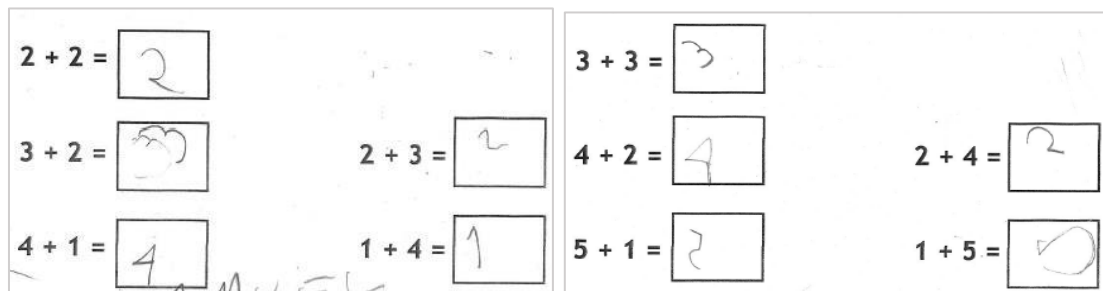


Figura 11. Imágenes de la resolución de las fichas 2 y 3.

Podemos observar de esta sesión que algunos de los alumnos no comprenden todavía el significado de los hechos numéricos por lo que responden con uno de los números de la operación, además presentan mayor dificultad cuando los datos son más elevados (números 4 y 5) y no comprenden la propiedad conmutativa.

5.10. Décima sesión

Los alumnos han resuelto las fichas 3 y 4 de hechos numéricos. Además, al finalizar la sesión, hemos recopilado todos los dibujos de representación de problemas y todas las fichas de sumas y restas de las sesiones anteriores, y los hemos enviado en modo de carta a Ulises, completando así la misión de ayuda que este nos pedía al comienzo del proyecto. Continuamos limitando la estrategia al uso de dedos e introducimos la resta; como resultados podemos destacar 4 casos:

- Aquellos que resuelven ambas fichas correctamente.
- Los que distinguen la suma de la resta, pero no tienen asimilado el método de calcular las restas.
- Los que no diferencian la suma de la resta y resuelven todas las operaciones como una de ellas.
- Los que no comprenden el significado de los hechos numéricos.

Finalmente, si comparamos los resultados obtenidos en ambas fichas podemos darnos cuenta de que la variable magnitud ha jugado un importante papel, ya que para muchos de los alumnos ha resultado más complicado resolver las operaciones de la ficha 5 donde los números eran mayores; que los cálculos de la ficha 4, donde eran menores.

6. Evaluación de la propuesta de enseñanza

6.1. Resultados de la resolución de problemas aritméticos

Haciendo un análisis global de los resultados obtenidos a lo largo de las distintas sesiones, cabe destacar que la estructura semántica de los problemas ha permitido que los alumnos comprendieran los problemas y fueran capaces de representar las acciones asociadas a los mismos. Sin embargo, al principio los alumnos no estaban familiarizados con el método, por lo que el hecho de que la estructura fuera sencilla no ha facilitado la tarea. En relación con esto podemos señalar que esta variable ha sido determinante en los problemas de estado-comparación-estado, los cuales quedan todavía muy lejos del alcance de los niños.

Por otra parte, el tamaño de los números ha sido determinante en la mayoría de los problemas, ya que en aquellos en los que los datos eran pequeños, los alumnos optaban por utilizar estrategias más elaboradas como la resolución con dedos o mentalmente. Sin embargo, cuando los datos eran más elevados, la mayoría de los alumnos necesitaba contadores como los tapones para resolver el problema.

Además, el tipo de operación ha sido importante en la elección de estrategias y en el éxito de resolución del problema, ya que, para los alumnos ha resultado más fácil resolver aquellos que requerían una suma frente a los que se necesitaba una resta.

Por último, analizando la evolución de los alumnos a lo largo de todas las sesiones, podemos observar que ha habido un aprendizaje ya que los alumnos han ido aumentando el rendimiento conforme progresaba la secuencia de enseñanza y ha ido mejorando en el uso de estrategias de resolución, avanzando hacia aquellas más eficaces.

6.2. Resultados de las operaciones formales

En relación con los resultados de las operaciones formales, cabe destacar que las estrategias y posibilidades que dejamos a los alumnos para realizar los cálculos de los hechos numéricos son muy determinantes en la resolución. Podemos observar que los resultados son mejores cuando dejamos utilizar a los alumnos la estrategia que prefieran y si lo hacemos de manera guiada y en pequeños grupos, que si limitamos la resolución a utilizar solo los dedos y lo hacemos en gran grupo.

En cuanto al tipo de operación, los alumnos han resuelto más fácilmente los cálculos cuando eran sumas que cuando eran restas; y en el caso de presentar fichas con ambos tipos de operaciones, algunos de ellos han resuelto todas ellas del mismo modo, sin distinción.

Por otra parte, el tamaño de los datos ha jugado un importante papel en todo momento, haciendo que cuando los números eran pequeños los alumnos tuvieran menos errores que cuando eran más elevados. Además, en el caso de las sumas, los alumnos han tenido más dificultades para resolver aquellas en las que el primer sumando era menor que el segundo que viceversa; y en el caso de las restas, cuando el sustraendo era un número muy próximo al minuendo.

Por último, hay un gran grupo de alumnos que todavía no comprende el significado de los hechos numéricos ni tampoco es capaz de resolverlos, a pesar de que haya sido capaz de solucionar los problemas de la secuencia de enseñanza previa porque utilizan con éxito el conteo como estrategia de resolución básica.

6.3. Valoración de propuesta

En primer lugar, diremos que la propuesta de enseñanza de la suma y la resta a partir de la resolución de problemas enmarcados en el cuento de "Los tres cerditos" y la iniciación en los cálculos de hechos numéricos básicos, ha podido llevarse a cabo tal como se había planificado en el cronograma de las sesiones sin tener que realizar ninguna modificación.

Por otro lado, podemos destacar que los alumnos han estado motivados en todo momento, pero, sobre todo, que la propuesta les ha ayudado a comprender mejor las ideas de suma y resta, así como las acciones asociadas a dichas operaciones como añadir o juntar en el caso de la suma; y quitar, separar o comparar en el caso de la resta.

Consideramos que el trabajo manipulativo realizado a lo largo de la propuesta ha facilitado la tarea en todo momento y ha favorecido la evolución de los alumnos hacia otras estrategias de resolución de problemas más eficaces. Además, según la entrevista realizada a la maestra, la propuesta didáctica se ha planeado teniendo en cuenta algunos principios como la experimentación y la manipulación, los cuales la docente considera esenciales en la enseñanza de Educación Infantil y concretamente en la enseñanza de contenidos matemáticos, como era este caso.

Por último, la propuesta hubiera tenido mejores resultados si la fase de experimentación y manipulación se hubiera prolongado en el tiempo, ya que esto hubiera favorecido la posterior comprensión de los hechos numéricos básicos de suma y resta por parte de los alumnos.

7. Conclusiones

Como conclusiones a este trabajo señalamos que se han alcanzado los objetivos propuestos inicialmente, por lo que hemos podido:

1. Estudiar los significados de la suma y de la resta a través de una tipología restringida de problemas aritméticos de una etapa, y el valor formativo del cuento en Educación Infantil.

Hemos realizado un estudio del significado que tienen las operaciones de suma y resta en las aulas de Educación Infantil y las propuestas para su enseñanza basadas en la resolución de los problemas aditivos de una etapa. Estos estudios nos han permitido adaptar las clasificaciones de problemas aditivos para diseñar una propuesta de enseñanza para alumnos de un grupo clase de segundo de Educación Infantil, teniendo en cuenta otras variables didácticas como el valor numérico de los datos y el grado de contextualización, además, de la estructura semántica del problema. Atendiendo, a esta última variable hemos constatado que los alumnos de 4 años son capaces de comprender y resolver los problemas de EEE y ETE con la incógnita en distintas posiciones, sin embargo, los de ECE quedan lejos de su alcance.

Por otro lado, hemos analizado el valor formativo que tiene el cuento en las aulas de Educación Infantil, ya que, a partir de este recurso motivador para los niños, se pueden introducir diferentes contenidos matemáticos fomentando el trabajo global y el aprendizaje cooperativo.

2. Caracterizar la enseñanza de la suma y de resta en las aulas de Educación Infantil a partir de tres fuentes documentales: el currículo oficial, la propuesta de enseñanza del libro de texto que siguen en el colegio donde se va a desarrollar la fase experimental de este trabajo, y una entrevista que realizaremos a la maestra-tutora del aula.

Hemos caracterizado la enseñanza de la suma y la resta teniendo en cuenta tres fuentes documentales, considerando que la enseñanza actual de la suma y resta en Educación Infantil tiene

mucho margen de mejora. Es por ello, que nuestra propuesta ha estado orientada a que los alumnos comiencen a manipular materiales para representar estas ideas asociadas a los significados de la suma o de la resta, ya que trabajando de este modo los alumnos irán desarrollando estrategias cada vez más eficaces como el conteo con los dedos o cálculo mental, como paso a previo a la memorización de los hechos numéricos o tabla de la suma.

3. *Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta parcial de enseñanza para introducir los significados de la suma y resta de números naturales a partir de la resolución de problemas aritméticos cuyos enunciados tienen como hilo conductor el cuento de "Los tres cerditos". De forma paralela, se introduce y evalúa la enseñanza de hechos numéricos muy básicos de la suma y de la resta.*

Observamos que las variables estructura semántica del problema, tamaño de los datos, y grado de contextualización del problema han sido determinantes a la hora de que los alumnos comprendieran o no el problema, y eligieran estrategias de modelización del problema mediante contadores o fueran capaces de resolverlos mediante otras más eficaces, como utilizar los dedos o resolver el problema mentalmente.

Los alumnos han resuelto con éxito los problemas de EEE y ETE con la incógnita en posiciones variables; sin embargo, han presentado grandes dificultades para resolver los de ECE, ya que en la mayoría de los casos saben decir en qué grupo hay más elementos, pero no entienden a qué nos referimos con la pregunta cuántos más.

Con respecto al tamaño de los datos, les facilita mucho la resolución del problema el hecho de que los números sean pequeños, y parecen comprender mejor el significado de la suma que el de la resta. Esto ha hecho que los alumnos obtengan mayor porcentaje de éxito en aquellos problemas donde los datos eran menores que "5".

El grado de contextualización de los problemas ha sido alto dado que todos los enunciados han tenido como contexto el cuento de los "tres cerditos" y, como hemos indicado anteriormente, ha resultado innovador y motivador para los alumnos y pensamos que ha facilitado el éxito en la resolución de los problemas.

De forma paralela a la enseñanza de los significados de la suma y de la resta, se ha introducido y evaluado la enseñanza de hechos numéricos muy básicos de la suma y de la resta; concluyendo que en este caso el tamaño de los números ha sido determinante, así como su orden, ya que parece que los alumnos de esta edad todavía no comprenden la propiedad conmutativa y les resulta mucho más sencillo calcular "3+1" que "1+3". Finalmente, hemos podido constatar que la suma resulta mucho más sencilla que la resta, ya que, en el caso de esta última, la mayoría de los alumnos no entienden su significado, y en el caso de aquellos que sí lo comprenden, todavía no tienen asimilado el procedimiento adecuado para realizar el cálculo de la resta.

Referencias

- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L. y Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics. Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grade one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- Carpenter, T.P., Ansell, E., Franke, M.L., Fennema, E. y Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: Study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 428-441.
- Carpenter, T.P. y Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. En Fennema, E., y Romberg, T.A. (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19-32). Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Castro, E., Cañadas, M. C. y Castro-Rodríguez, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 1-11.
- Chamorro, M.C. (2011). La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículo de Educación Infantil. *Educatio Siglo XXI*, 29, 23-40.
- Cid, E., Escolano, R. y Muñoz, J.M. (2013). *Apuntes de Didáctica de la Aritmética I*. Universidad de Zaragoza.
- De Castro, C. y Escorial, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa, monografía IX*, 23-47.
- De Castro, C., Pastor, C., Pina, L. C., Rojas, M. I., Escorial, B. (2009). Iniciación al estudio de las matemáticas de las cantidades. *Unión: revista iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 105-128.
- Departamento de Educación, Cultura y Deporte de Aragón (DGA) (2008). *Orden de 28 de marzo de 2008, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación infantil y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. por la que se aprueba el currículo de la Educación infantil y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón*. Zaragoza: Autor.
- Fernández, J.A. y Mantis, M. (2014). *Matemático. Cuaderno de números. Nivel 2*. Oxford University Press España.
- Fuson, K.C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En Grouws, D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 243-275). New York: Macmillan.
- Hughes, M. (1981). Can pre-school children add and subtract? *Educational Psychology*, 1, 207-219.
- Marín, M. (2003). Cuentos para aprender Matemáticas. *ACTAS III Jornadas Provinciales de Matemáticas* (pp. 89-102). Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid.
- Marín, M. (2007). El valor matemático de un cuento. *Sigma*, 31, 11-26.
- Marín, M. (2013). *Cuentos para aprender y enseñar matemáticas en Educación Infantil*. Madrid: Narcea.
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la suma y de la resta*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2007). *Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil*. Madrid: Autor.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Ramírez, M. (2015). *Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- Siegler, R. S. y Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. En Reese, H.W., y Lipsitt, L.P. (Eds.). *Advances in child development and behaviour* (pp. 242-312). New York: Academic Press.
- Starkey, P. y Gelman, R. (1982). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. En Carpenter, T.P., Moser, J.M., y Romberg, T.A. (Eds.). *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 99-116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vergnaud, G. (2002). Problemas aditivos y multiplicativos. En Chamorro, M.C. (Ed.). *Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas* (pp. 189-228). Madrid: MEC.

Verónica Gómez Ortega. Graduada en Magisterio de Educación Infantil por la Universidad de Zaragoza. La adaptación del cuento está disponible en su blog <https://todo-por-un-cuento.blogspot.com.es>
Email: veronicaortega1995@hotmail.com