

Los niños aprenden matemáticas. Coordinadora: Marja van den Heuvel Panhuizen

María Luisa Novo Martín

Universidad de Valladolid, marialuisa.novo@uva.es



México. Correo del Maestro. La Vasija, 2010
Colección Formarse para enseñar
ISBN libro papel: 978-607-95374-3-2
439 páginas

Ha habido muchos indicadores de la necesidad de una mirada global de la enseñanza del cálculo con números naturales en el periodo que va desde preescolar a 6º grado. Este libro ofrece una respuesta a esta necesidad y representa un intento de dar estructura y claridad a este eje como parte central de las matemáticas de la escuela primaria. (Equipo TAL (Tussendoelen Annex Leerlijnen), Utrecht, julio 2001, citado en Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010, p. 17)

Los niños aprenden matemáticas es una de las trayectorias de aprendizaje-enseñanza producida por el equipo TAL del Instituto Freudenthal (Universidad de Utrecht).

El texto literal, con el que abordo este relato, figura en el prólogo, brinda al lector un primer contacto con este libro, perteneciente a la colección Formarse para enseñar, cuya finalidad esencial es ayudar a los profesores en las tareas de matemáticas y su didáctica como ya se ha comentado en la recensión ya realizada.

¿Qué constituye una trayectoria de aprendizaje-enseñanza con objetivos intermedios?

Se compone de tres apartados que se relacionan entre sí:

- Una trayectoria de aprendizaje supone el recorrido genérico de la evolución de los niños al aprender.
- Una trayectoria de enseñanza implica organizar la forma más eficaz de organizar el aula proporcionando sugerencias didácticas interesantes y motivadoras.
- Necesidad de establecer los contenidos matemáticos a trabajar en cada nivel.

Los caminos de la trayectoria son variables ya que hay que considerar todos los factores que aparecen en las tareas diarias: cada niño tiene un proceso de aprendizaje propio y el aprendizaje no siempre es lineal. Es necesario dar respuesta a la siguiente pregunta:

El *proceso de aprendizaje-enseñanza* se puede *estructurar* en distintos *niveles* que:

- Proporcionan sentido a la trayectoria trabajada ya que el camino se compone de conocimientos interconectados y de habilidades que se van consolidando en distintas fases.
- Son la base de una trayectoria común (se puede trabajar el mismo concepto en distintas etapas de desarrollo intelectual de los niños).
- Son el fundamento para soportes didácticos.
- La secuencia de niveles no es convencional. El proceso es abierto (no sigue un esquema fijo).
- Se relacionan con los contenidos estableciendo diagramas que facilitan la práctica de aula.
- Desempeñan un papel dinámico en la evolución de los niños.

En cada etapa del progreso de los niños la enseñanza es cambiante dependiendo de la fase en que nos encontremos. Las trayectorias de aprendizaje-enseñanza se relacionan entre sí y son lo suficientemente completas para poder adecuarse a los distintos niños.

Los *objetivos intermedios* y los *marcos de enseñanza* se distinguen fácilmente ya que se presentan dentro de un recuadro. Los primeros favorecen las prácticas de enseñanza en cada nivel de aprendizaje. Por otra parte, se relacionan con los objetivos generales y, en este caso, con los objetivos básicos finales para los números naturales y el cálculo. Los marcos de enseñanza permiten alcanzar los objetivos intermedios gracias a las indicaciones y experiencias de aula indicadas que sirven para esclarecer cada trayectoria de aprendizaje-enseñanza. La trayectoria de aprendizaje-enseñanza del número y las operaciones en la escuela que se expone se caracteriza por:

- Ofrecer una visión amplia que supone un recurso para la tarea diaria en el colegio pero que no se concibe como un libro de texto.
- Proporcionar itinerarios interesantes, pero no son únicos caminos de aprendizajes.
- Proponer opciones diversas para los niños, pero no trayectorias concretas para cada alumno.
- Suministrar ejemplos sugerentes y ricos de tareas didácticas, pero sin ser libros de didáctica.
- Facilitar un soporte para mejorar la educación matemática, aunque no se concibe como el único.

El grupo TAL considera las trayectorias de aprendizaje como un punto de partida, es necesario una colaboración directa con todos los docentes, para que la formación sea continua, se elaboren y evalúen materiales...Todo ello va a contribuir al desarrollo educativo.

Los contenidos del libro se distribuyen fundamentalmente en:

Parte I. Preescolar y grados inferiores de la escuela primaria

Consta de cuatro capítulos y un glosario. En *preescolar 1* se resume la numerización¹ emergente, los niños reconocen aspectos autónomos sobre los números que poco a poco se irán conectando, principalmente se observa la diferencia entre uno, dos y muchos (propiedad de un conjunto de objetos, la serie numérica que se recita y que se tiene que diferenciar del conteo, la simbolización utilizando los dedos (los niños expresan su edad). Cuando la relación entre estos aspectos se consolida, poco a poco, se podría trabajar situaciones no solamente de la vida cotidiana.

En *preescolar 2 y 3*. Los niños se enfrentan en su vida diaria y en la escuela con los números y sus diversas funciones y significados. Se definen 4 objetivos intermedios con sus correspondientes marcos de enseñanza y se expone un esbozo de trayectoria de enseñanza–aprendizaje, en concreto se presenta un cubo que consta de 8 cubos pequeños. A la hora de realizar el conteo de las piezas se reconocen tres niveles de conteo y cálculo: uno vinculado al contexto, otro al objeto y finalmente un niño resuelve la situación de forma directa sumando los bloques de cada piso. Gracias a la riqueza de las distintas orientaciones el maestro puede con sus preguntas proporcionar a los niños a utilizar nuevas estrategias a sentirse más cómodos...En resumen, se impulsa el desarrollo de la comprensión básica del número en los más pequeños a partir de tareas organizadas, inventadas y espontáneas que se complementan unas con otras. Se produce un conteo y sentido numérico elemental.

En *Grado 1 y (2)* se establecen 2 objetivos intermedios y 2 marcos de enseñanza y un ejemplo de trayectoria de aprendizaje-enseñanza. Los números pueden tener tantos significados como contextos cotidianos: magnitud, medida, etiqueta, ... Además de estos matices de la vida real nos interesa, desde un punto de vista matemático, su estructura. Los números hasta el 20 se caracterizan por los siguientes modelos:

- Modelo lineal. Favorece la ordenación.
- Modelo grupal. Favorece la composición y descomposición, concibiendo los números como algo dinámico. Los niños pueden contar los elementos (objetos manipulables de cada grupo).
- Modelo combinado. Se utiliza una “reja aritmética” semejante al ábaco. Armoniza los dos modelos anteriores.

En lo que se refiera a niveles de operación (hasta el 20) se especifican tres etapas:

- Cálculo por conteo, se pueden utilizar objetos si se precisan. En general, la suma supone “reunir” y la resta “quitar”.
- Cálculo por estructuración, los niños apuntan los modelos que practican.
- Cálculo formal, los números constituyen objetos mentales y ya no se utilizan materiales.

Se ofrecen ejemplificaciones interesantes para pasar de un nivel a otro.

En resumen, se avanza en la formalización del pensamiento numérico, tanto en los diversos significados de los números hasta el 20, como en la comprensión de la serie numérica hasta dicho

¹Neologismo formado por la contracción y simbiosis de las palabras “número” y “alfabetización”. Traducción del término inglés *Numeracy*. (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2010, p 165)

número, los niños son capaces de ordenar, componer y descomponer los números, aprender a realizar sumas y restas...

En *Grado 2 y (3)* se introducen 3 objetivos intermedios y 3 marcos de enseñanza y una muestra de trayectoria de aprendizaje-enseñanza. La estructura es completamente análoga al capítulo anterior. En primer lugar, se realizan las tareas para los números hasta el 100 y luego las operaciones. Al ampliarse el intervalo numérico, en el modelo combinado la "reja aritmética" es más grande y los contextos en los que aparecen números se incrementan. En la realización de operaciones de suma y resta hasta el 100 se pueden realizar estrategias lineales, por descomposición y variadas.

Los tres aspectos siguientes expresan los niveles principales para las cuatro operaciones en el terreno de números hasta el 100:

- Cálculo por conteo, con unidades, decenas...
- Cálculo estructurado con apoyo de patrones adecuados.
- Cálculo formal, encaminado a la memorización de tablas y al logro de recursos flexibles y habilidades adaptables para el cálculo con números grandes.

El vínculo entre las tareas con números hasta el 20 y con números hasta el 100 se produce por la comprensión del uso del sistema de numeración hasta el 100. Es decimal y posicional, operaciones que se realizan con el 10 se pueden trasladar a otras decenas sin mucho esfuerzo.

Esta primera parte concluye con un glosario. Considero que la explicación de todos los términos usados es muy útil y completa (conteo acústico, corto o abreviado, resultativo, sincrónico...)

Parte II. Grados superiores de la escuela primaria. Consta de siete capítulos y un glosario.

Incluye *de tercero a sexto de primaria*. Se consolidan las competencias logradas en los primeros años en la escuela y que deben conservarse en los grados superiores. Aquí se produce una división de la aritmética en aspectos más independientes como la aritmética mental, el cálculo en columnas y algoritmos, la estimación y el uso de la calculadora.

Así como en los primeros cursos, en primer lugar, se mostraban los números, se colocaban en la recta numérica y luego se descomponían...En los grados superiores estas etapas confluyen y el aprendizaje de la contextualización de los números, su ubicación y su estructuración van ligadas. Ubicar y estructurar se conectan con ordenar y operar. No se puede trabajar de forma aislada, en este nivel educativo, los números y las operaciones.

Aritmética mental

En este capítulo se diseñan seis subtrayectorias para áreas diversas desde aritmética a 100 hasta aritmética mental en los grados superiores de la escuela primaria.

La aritmética mental constituye una modalidad de acercarse a los números, se combinan informaciones numéricas para elaborar los resultados.

Se consideran tres modos:

- Aritmética mental con procesos secuenciales.
- Aritmética mental a partir de descomposiciones de los números.
- Aritmética mental basada en técnicas variadas que se fundamentan en las propiedades de los números.

Cálculo en columnas y algoritmos

El algoritmo opera con dígitos y el cálculo por columnas se caracteriza por la utilización del uso de la descomposición decimal ($378 = 300 + 70 + 8$), se trabaja de mayor a menor y el cálculo vertical es de izquierda a derecha. Los cálculos parciales se establecen mentalmente. Se trabaja con valores numéricos enteros, no con dígitos como en el caso de los algoritmos.

Se comprobó que la introducción precoz de los algoritmos obstaculizaba el aprendizaje de la numeración. Por ello, se tiende a colocar el aprendizaje de los algoritmos en un lugar adecuado.

En la enseñanza del cálculo en columnas el maestro guía a los niños en sus estrategias y discusiones. El objetivo principal del cálculo es que las herramientas se usen con comprensión. Determinadas situaciones se resuelven con cálculo mental y otras veces mediante estimaciones. También pueden emplearse el cálculo en columnas y los algoritmos para resolver problemas de matemática recreativa.

Estimación

La estimación es necesaria porque no siempre se requiere un cálculo exacto. Es fundamental en nuestra sociedad y posee un apoyo didáctico en el cálculo exacto. Existen varios *tipos de estimación*, los más destacados son: *Cálculo con números redondeados* y *cálculo con valores estimados*. Para poder determinar la trayectoria de aprendizaje-enseñanza de la estimación es imprescindible realizar en la escuela tareas para percibir los distintos matices de la estimación: numérico, lingüístico, de media, de cálculo, de comprensión, actitudinal.

Se distinguen varios periodos que van desde el redondeo de números hasta la estimación con datos parciales. Tanto en el aprendizaje del redondeo como en el uso de la estimación para operar se distinguen tres etapas: La primera es informal, la segunda encauzada por una regla estándar y la última de estimación flexible.

Las ventajas de la estimación están contempladas por todos, aunque todavía hay mucho que decir en el ámbito de su didáctica. Ha de resultar interesante para los alumnos con actividades participativas y con un clima en el aula tranquilo y eficaz.

Calculadora

En el presente libro se recomienda el uso de la calculadora a partir de 5º de primaria, pero esto no implica que no pueda utilizarse antes. La orientación para el uso de la calculadora ha de ser progresiva y prudente.

Las *aplicaciones* que cumple la calculadora son:

- Instrumento para calcular. Se cumple este uso cuando los niños comprenden cómo se estructuran los cálculos con la máquina.
- Uso didáctico. Se podría, por ejemplo, crear reglas numéricas, con variantes que ayudarían a comprender la multiplicación.
- Elemento de investigación. Utilizando calculadoras distintas y observando qué sucede al introducir los mismos datos.

Fases de implementación

El trabajo será cíclico. Se aconsejan tres etapas: *orientación, enriquecimiento e integración*.

Orientación

Los niños ya están acostumbrados a usar la calculadora en su vida cotidiana, en la escuela se ofrece un trabajo más formal y sistemático. Se realizan las prácticas con una calculadora tradicional. Los alumnos niños comenzarán explorando la calculadora. Se pretende lograr que la calculadora sea para los niños una herramienta natural. Es imprescindible una introducción general al empleo de la calculadora. Cuando se comprenden el significado y uso de cada una de las teclas y son capaces de explicar y leer lo que aparece en el visor se puede practicar para problemas lúdicos como “la calculadora rota” que aparece en el repositorio de materiales que ofrece el instituto Freudenthal en la página <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/03363/>

Enriquecimiento

Después de introducir la calculadora básica en esta fase se hace hincapié en la función didáctica de la calculadora. En lo que se refiere a cálculo mental es conveniente prescindir del uso de la calculadora. Por otra parte, la calculadora permite que los niños entiendan la organización numérica, una mejor comprensión del valor posicional, las propiedades de las operaciones reflexionando sobre la naturaleza de las mismas, razonando sobre los algoritmos y también estimaciones.

Integración

El objetivo de esta fase es conseguir que los niños sepan en qué momento han de usar la calculadora. Examinando, comparando, coordinando las situaciones, concibiendo esbozos de los cálculos a realizar. Se pueden relacionar unos tipos de calculadoras con otros.

Esta *Parte II* describe las trayectorias de aprendizaje–enseñanza para el eje de cálculo y los objetivos con los números naturales de 3º a 6º en la escuela primaria. El glosario II es muy provechoso. La lista completa de los objetivos básicos se expone en el Apéndice del presente libro.

La numerización se considera como objetivo global. Los niños han de percibir los números y las operaciones como herramientas que ayudan a resolver problemas de la vida cotidiana. Se sigue un enfoque de la EMR (Educación Matemática Realista), es fundamental la guía del maestro junto a las acciones propias de los estudiantes. No se presentan los conocimientos aislados. Se completan y complementan las distintas experiencias. En las aulas se crean modelos, se interactúa, se despliegan prácticas a partir de contextos cercanos al entorno de los niños. Permitiendo, en todo momento, que a partir de sus conversaciones y discusiones vayan avanzando en la mejora de su pensamiento y sus técnicas de cálculo. El proceso para avanzar hacia la aritmética formal está en marcha. En resumen, un libro de imprescindible lectura para trabajar números naturales y las operaciones. Las trayectorias han de servir como guías para las tareas escolares en las que cada profesor en su aula podrá mejorar los aprendizajes.

Referencias

Broken calculator. Recuperado el 7 de julio de 2017 de: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/03363/>

María Luisa Novo Martín. Profesora de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Valladolid. Su interés mayor es la investigación en Educación Matemática Infantil y la formación del profesorado en este nivel educativo y en Educación Primaria.

Email: marialuisa.novo@uva.es