



Pensamiento numérico en edades tempranas

Encarnación Castro

Universidad de Granada, encastro@ugr.es

María C. Cañadas

Universidad de Granada, mconsu@ugr.es

Elena Castro-Rodríguez

Universidad de Granada, elenacastro@ugr.es

Fecha de recepción: 20-12-2013

Fecha de aceptación: 23-12-2013

Fecha de publicación: 30-12-2013

RESUMEN

En este artículo se distinguen tres partes. Primeramente, presentamos algunas razones que aconsejan trabajar matemáticas con niños de edades tempranas en clase y dos concepciones erróneas que han mostrado profesores de educación infantil sobre dicho trabajo. En segundo lugar, describimos el pensamiento numérico en edades iniciales, haciendo un recorrido por diferentes capacidades numéricas que los escolares pueden adquirir, de acuerdo a los resultados obtenidos en diferentes estudios. Se cierra el artículo con unas reflexiones finales.

Palabras clave: Matemática, educación infantil, pensamiento numérico.

Numerical thinking in the early years

ABSTRACT

We distinguish three sections in this paper. Firstly, we present some ideas that support work with mathematics with early years children in classroom, and two wrong conceptions that have shown kindergarten teachers about this work. Second, we describe the numerical thinking in early ages, going through different capacities that kindergarteners can achieve, according to results from different studies. We finish the paper with final reflections.

Keywords: Mathematics, Early childhood education, numerical thinking.

1. Introducción

En las últimas décadas ha cambiado el punto de vista sobre la capacidad de los niños pequeños para hacer matemática. La posición que prevalece actualmente supone un gran incremento de lo que los niños son capaces de hacer en relación con las matemáticas, comparado con lo que se pensaba hace unas décadas. La investigación realizada sobre este tema se ha dirigido a estudiar cómo y qué pueden aprender los niños. El resultado obtenido en las investigaciones tiene su aplicación y debe revertir en cómo ha de ser la enseñanza de las matemáticas en los primeros niveles (Clements y Sarama, 2007).

La explicación a la inquietud sobre cómo se llega a poseer el conocimiento matemático en las primeras edades se da desde dos posiciones diferenciadas: una que sugiere que el inicio de dicho conocimiento es innato en el sujeto y otra que se inclina por la presunción de que todo el conocimiento es adquirido. Sus diferentes planteamientos tienen influencia en las investigaciones centradas en sujetos de edades tempranas y en las aplicaciones de sus resultados.

Los defensores de la primera postura se apoyan en que hay una evolución significativa de capacidades que se adquieren o despliegan por niños de diversas culturas a la misma edad aproximadamente. Esto explicaría un innato o temprano desarrollo de capacidades y estructuras cognitivas de los niños pequeños, como la cuantitativa y la espacial, que presuponen desarrollos matemáticos posteriores. Esta postura sostiene que los niños poseen un conocimiento informal de las matemáticas sorprendentemente amplio, complejo y sofisticado (Fuson, 1992; Ginsburg, 1977; Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001). Se señala que se nace con un cierto "sentido matemático" y esto es patente en numerosos estudios realizados con bebés. Algunos de estos estudios muestran que los bebés son capaces de discriminar y atender a la numerosidad como cualidad de las colecciones de objetos (Geary, 1994), además de anticipar soluciones correctas ante pequeñas operaciones de adición y sustracción (Ginsburg, 1977).

La segunda postura explica las competencias que presentan los niños como resultado de diversas experiencias, el aprendizaje y el desarrollo se adquiere por medio de la experiencia y la interacción con el medio (Newcombe, 2002), no existiendo ningún conocimiento previo.

Las dos posturas tienen puntos comunes. Uno de ellos es sostener que la actividad de los niños y la recursividad son fuente de creación de conocimiento. La estructura y contenido de este conocimiento creado es dinámico. Cada estructura constituye el cimiento de la siguiente, más sofisticada que la anterior, por ampliación y organización de sus componentes. Desde su nacimiento, los niños se desenvuelven en un medio social que les brinda múltiples oportunidades para relacionarse con elementos que pueden ser manipulados, tocados e incluso contados. Los niños se enfrentan con situaciones de adición, sustracción y otras a resolver matemáticamente en este medio. Independientemente del medio cultural en el que se desarrollen, las oportunidades que se les presentan a los niños para percibir cantidades, aprender las palabras numéricas o numerales y a desenvolverse con situaciones que requieren de la cuantificación son numerosas. El desarrollo del conocimiento informal está sujeto a influencias socioculturales pero los componentes básicos del conocimiento matemático son universales y presentan escasa variación entre las diversas culturas y grupos sociales (Ginsburg, Choi, López, Netley y Chi, 1997). Otro punto común entre las dos posiciones indicadas es la consideración de que el conocimiento matemático informal ejerce gran influencia en el desarrollo matemático posterior.

2. Atención matemática en la infancia

Numerosos investigadores subrayan la importancia de trabajar las matemáticas en la infancia e insisten en que los profesores de educación infantil han de estar bien preparados para realizar este trabajo. Las razones que esgrimen en sus planteamientos sobre el trabajo matemático infantil están asociadas a distintas causas. Algunas razones se relacionan con el papel cultural de la matemática, apoyándose en que existe un reconocimiento creciente de la importancia de las matemáticas (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001), lo que lleva a que en una economía global, donde la gran mayoría de trabajos requieren habilidades más sofisticadas que en el pasado, los estudiantes han de tener una preparación matemática altamente cualificada. Otras razones apuntan a que una mejora en el conocimiento significativo de la matemática informal conduce a mejorar, así mismo, la comprensión de la matemática formal, posibilitando y facilitando el tránsito entre estas dos etapas de aprendizaje

matemático, reduciendo las diferencias en rendimiento posterior en pruebas estandarizadas. A veces, las argumentaciones se basan en entender el conocimiento matemático como objeto para otros fines. Por ejemplo, se considera que el conocimiento cuantitativo y numérico anterior a los primeros cursos de educación primaria es mejor herramienta para predecir las posteriores adquisiciones matemáticas que otras como los test de inteligencia o habilidades de memoria (Lee y Ginsburg, 2009).

Sin embargo, a pesar del reconocimiento de la conveniencia del trabajo matemático en edades tempranas, algunos autores hablan de la existencia de creencias erróneas arraigadas en el profesorado (en formación y en ejercicio) de educación infantil, totalmente contrarias a la realización de dicho trabajo. Entre esas creencias se encuentran: (a) considerar que los niños pequeños no están preparados o no tienen madurez suficientemente para adquirir educación matemática; (b) creer que las matemáticas son para algunos niños brillantes, genéticamente especiales para las matemáticas. Dichas creencias, erróneas según Lee y Ginsburg (2009), desencadenan un mal funcionamiento de la educación infantil. Los argumentos esgrimidos para mostrar que estas creencias no son acertadas son los siguientes.

La creencia (a) puede ser debida a que los maestros que la poseen solo conocen resultados de aquellas investigaciones que se centran en lo que los niños no pueden hacer y desconocen otros estudios centrados en lo que sí pueden hacer. Esto les lleva a entender que no hay necesidad de apresurarse en la tarea de enseñar matemáticas a los niños, pues les haría más daño que beneficio. Pero la investigación más reciente ha puesto de manifiesto que los niños pequeños pueden construir, desde sus experiencias cotidianas, una variedad de conceptos matemáticos y estrategias informales que son sorprendentemente amplios y, a veces, sofisticados.

La creencia (b) puede estar basada en resultados de investigaciones que han mostrado mejor disposición y rendimiento en matemáticas en chicos que en chicas, en sujetos de clase alta frente a otros de clase baja, y diferente rendimiento en sujetos de etnias o culturas diferentes. Sin embargo, es posible que las causas de dichas diferencias no sean debidas al género, ni a los ingresos familiares, ni a las diferencias culturales, ni a la dotación biológica; y sean debidas a las diferentes ocasiones y experiencias de aprendizaje de unos y otros sujetos. Los profesores deben ser conscientes y sensibles a estas diferencias y no deben perder de vista el hecho de que todos los niños, independientemente de sus antecedentes y las experiencias anteriores, tienen potencial para aprender matemáticas y que las deficiencias en el conocimiento matemático temprano pueden ser reducidas o incluso evitadas con programas de actuación bien diseñados.

3. Capacidades numéricas en la infancia

La investigación centrada en lo que sí pueden hacer los niños ha puesto de manifiesto gran cantidad de capacidades matemáticas que pueden desarrollar. Dichas capacidades están relacionadas con el pensamiento numérico, espacial y de la medida. A continuación presentamos algunas capacidades propias del pensamiento numérico referidas a conceptos numéricos, relaciones y operaciones entre ellos.

3.1. Comparación y equivalencia de cantidades

La comparación de colecciones centrándose en la cantidad de objetos de las mismas exige del establecimiento de una relación entre cantidades. Esta capacidad forma parte del campo de la lógica-matemática. Hay tres formas de determinar y establecer la equivalencia de cantidades de objetos: (a) mediante percepción, (b) por correspondencia entre las colecciones de objetos que se están comparando y (c) contando los objetos de las colecciones (Castro, Rico, Castro, 1988). El desempeño exitoso de esta tarea es variable, dependiendo mucho de la edad de los niños.

Sobre los 2 o 3 años de edad, los niños adquieren competencia para comparar simultáneamente colecciones equivalentes en situaciones espontáneas y cotidianas pero presentan retraso en tareas clínicas, mostrando solo el comienzo de tal competencia entre 2,5 y 3,5 años de edad (Baroody, Lai y Mix, 2006).

Algunas investigaciones han puesto de manifiesto que niños de 3 años de edad, en ocasiones, identifican correctamente colecciones estáticas equivalentes, presentadas simultáneamente, de pocos objetos, entre uno y cuatro; pero, en otras ocasiones, no lo hacen (Huttenlocher, Jordan y Levine, 1994).

Sobre los 3,5 años, los niños relacionan diferentes colecciones de objetos similares con la misma disposición. Los niños de 4,5 años pueden distinguir colecciones equivalentes de objetos homogéneos puestos al azar, de manera intencional; y colecciones heterogéneas de objetos. Estos niños establecen la relación de igualdad (comparación entre colecciones de igual número) mejor que la de diferencia (comparación entre colecciones de diferente número de elementos).

En cuanto a los procedimientos para establecer la comparación, los estudios muestran que algunos niños se basan en las longitudes que presentan las colecciones puestas de forma alineada, sin considerar la separación entre sus objetos (Fuson, 1988). La causa de este procedimiento es achacable a que los niños no tienen un concepto de espacio suficientemente articulado y organizado como un continuo, para reconciliar la evidencia perceptual y la interpretación numérica de la situación. El conocimiento del conteo tiene influencias sobre estos procedimientos. Algunos niños cuentan las colecciones y deciden según sean los números resultantes (Piaget y Szemiska, 1952). Esto lleva a afirmar que saber contar influye positivamente en la comparación de colecciones. Alrededor de los 4,5 a 5 años de edad, saber contar incrementa el juicio correcto de la equivalencia y que los niños estén más predispuestos a basar sus decisiones de comparación en el resultado de contar. Aún así, a estas edades no siempre pueden inferir el cardinal desde la equivalencia de colecciones dadas. En una experiencia en la que se utilizan dos colecciones equivalentes (coches de juguete y un conductor en cada coche), escolares (4 años) muestran que, una vez contados los coches y dicho el número resultante en voz alta, vuelven a contar los conductores cuando se les pregunta cuántos hay, no haciendo la inferencia sobre la igualdad numérica de las dos colecciones (Frydman y Bryant, 1988). Las conclusiones de esta y otras investigaciones similares son que los niños tardan en aprender que los mismos números implican la misma numerosidad en las colecciones de los que son cardinales y que diferentes números significan diferente numerosidad. Se aconseja trabajar el significado del resultado de contar en diferentes situaciones y comparar conjuntos para producir equivalencias (Nunes y Bryant, 1996).

Al crear dos colecciones simultáneamente, colocando uno a uno los objetos en espacios separados, algunos niños identifican correctamente que el número de objetos en las dos colecciones es el mismo, incluso sin conocer la cantidad de objetos que hay. Si la cantidad de objetos de una de estas dos colecciones aumenta o disminuye, sin modificar la otra, niños de 3 años de edad reconocen que la colección a la que se ha añadido contiene más elementos que aquella que no se ha cambiado; y que la colección de la que se ha quitado contiene menos que la que no se ha modificado. El reconocimiento presenta mayor dificultad si las colecciones tomadas inicialmente tienen diferente número de elementos. Dicha dificultad va desapareciendo progresivamente. Algunos niños de 5 años reconocen que si una colección A tiene tres objetos y otra B tiene seis objetos y se le añaden dos a la de menor número (colección A), la B sigue teniendo más objetos (Clements y Sarama, 2007). Así, reconocen que la desigualdad inicial entre las cantidades influye en el estado final, manteniéndose la desigualdad a pesar de haber agregado objetos en la colección menor.

3.2. Subitización y conteo tempranos

El término subitización, traducción del término subitizing, hace referencia a la percepción de la cantidad exacta de elementos de una colección. Los niños de corta edad muestran poseer capacidad para responder "de súbito" cuando se les pregunta por la cantidad de elementos que contiene una determinada colección de objetos y responden correctamente (normalmente, la cantidad máxima de elementos es cinco). Esta descripción de subitización es designada por Clements (1999) como subitización perceptiva diferenciándola de la subitización conceptual que estaría asociada a situaciones en las que los objetos se distribuyen en una disposición determinada (ejemplo los puntos en el dominó o en el dado, o mantienen algún patrón). La aparición de la subitización conceptual en los niños es posterior a la subitización perceptiva.

Se consideran diferentes aproximaciones, hechas en distintos momentos y por diferentes autores, para explicar el proceso de subitización, algunas más próximas que otras a los procedimientos numéricos. Kaufman, Lord, Reese y Volkman (1949) definen la subitización como un proceso rápido de apreciación de cantidades pequeñas. Por su parte, Gelman y Gallistel (1978) entienden que se trata de un recuento visual hecho de forma rápida y no sólo un proceso perceptivo. Por el contrario, Von Glasersfeld (1982) sostiene que se trata de una operación puramente perceptiva que no implica procedimiento numérico alguno.

Los investigadores también se pronuncian sobre la posible relación entre subitización y habilidad de los niños para contar. Sus afirmaciones y argumentos varían según épocas. En algún momento se consideró el papel de la subitización como un prerrequisito para contar. Freeman (1912) entiende que en la acción de contar objetos separados, la atención se pone en la unidad (al contrario de lo que ocurre con la medida de una magnitud como la longitud, donde el foco de atención está puesto en el todo) y que la subitización requiere de la doble apreciación tanto de la unidad como del todo. En cuanto a ver la relación en sentido contrario, desde el conteo hacia la subitización, Douglass (1925) afirma que contar no conlleva una verdadera comprensión del proceso de subitización.

Sobre la adquisición de las capacidades de subitizar y contar, Klahr y Wallace (1976) afirman que la subitización precede a la acción de contar, basándose en que la subitización requiere habilidades más básicas que contar y que los niños adquieren experiencia al subitizar directamente en su interacción con el entorno. Pero esta opinión no es totalmente compartida por otros investigadores, quienes defienden que los niños desarrollan la subitización más tarde que el conteo y la usan como un método para contar (Silverman y Rose, 1980).

Lo que no se discute es que los procesos de subitización y de conteo son distintos. La evidencia de esta afirmación se percibe en el tiempo requerido para dar la respuesta (Caballero, 2005; Clements y Sarama, 2007).

3.3. Aprendizaje de las palabras de la secuencia numérica

Entre las primeras experiencias que los niños tienen con los números está la que surge del contacto con los términos o palabras numéricas, también llamados numerales. Se trata de la sucesión convencional: uno, dos, tres, etc. Alrededor de los dos años, los niños han aprendido algunas de las primeras palabras numéricas. Los números altos aparecen después de que usen la secuencia numérica de forma verbal.

Fuson y Hall (1982) consideran dos fases distintas, a veces solapadas, en el aprendizaje de la secuencia numérica: una fase de aprendizaje de las palabras numéricas de la secuencia convencional, en la que todas las palabras están conectadas en forma continua, no pudiendo ser producidas independiente y simplemente cada una de las palabras; y una fase de elaboración, durante la cual la secuencia es

descompuesta en palabras separadas y se establecen relaciones entre ellas. En su inicio, la estructura más común de la secuencia numérica que presentan los niños es: (a) recitar un tramo convencional estable, o sea un grupo inicial que es el comienzo de la secuencia convencional, que repiten en todas las ocasiones en la que son preguntados; (b) un tramo estable también, no convencional; y (c) un grupo que se desvía del convencional y es no estable. Por ejemplo un niño puede recitar la secuencia como se ve en la Figura 1.

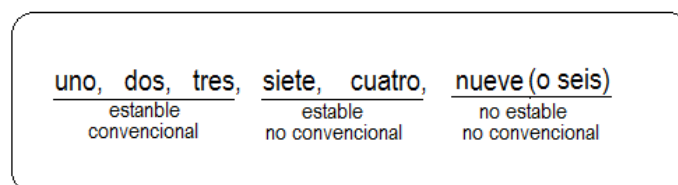


Figura 1. Ejemplo de un recitado de la secuencia numérica en fase inicial

La consecución de un tramo largo convencional consistente de la secuencia y la consolidación de la extensión del mismo es una capacidad numérica que se produce en los primeros años. Al principio de esta fase de elaboración, los niños solo reproducen la secuencia comenzando en el origen. Sigue un proceso gradual de construcción de relaciones entre estas palabras, o numerales, y se requiere del aprendizaje significativo de las reglas del sistema numérico que llevan a la generalización en la construcción de los numerales para llegar a recitar la secuencia, hasta un número elevado. Este aprendizaje va paralelo a la comprensión de conceptos como la cardinalidad. Entre los 4 y 6 años de edad, dependiendo de las condiciones socioculturales y el trabajo en las aulas de infantil, los niños aprenden a realizar representaciones escritas de los números, lo que es una componente más en el desarrollo de razonamiento numérico abstracto (Castro, Rico y Castro, 1988).

3.4. Conteo de objetos

El conteo de objetos consiste en el etiquetado numérico individual y secuencial de los elementos de una colección, designando la última etiqueta el cardinal de la colección (Caballero, 2005). El conteo requiere de la coordinación visual, manual y verbal.

En un principio, se establece un apareamiento termino-objeto al señalar el objeto y decir el numeral. La acción de señalar, que evoluciona en el tiempo, interiorizada dará lugar al inicio del esquema mental presente en el conteo. Al comienzo (sobre los 3 años de edad), por lo general, el niño toca físicamente los objetos con la mano mientras que dice los numerales. Alrededor de los 5 años ya no necesita tocar los objetos, los señala, en un principio con el dedo y, posteriormente, con la mirada. Se perciben, en esta acción, tres tipos de correspondencias: (a) entre el numeral y la acción de señalar, (b) entre la acción de señalar y el objeto concreto y (c) entre el numeral y el objeto (Castro et al., 1988). En el esquema mental asociado al conteo de objetos se distinguen cuatro componentes: existencia de una situación que se reconozca con posibilidades para ser contada, o sea delimitación de una colección de elementos susceptibles de ser contados; intencionalidad de determinar cuántos elementos hay en la colección; realización de la actividad de contar; y obtención del resultado de contar los objetos, siendo dicho resultado único.

Sobre la adquisición de la capacidad de contar han surgido diferentes explicaciones teóricas, basadas en la investigación. Algunos autores entienden que la habilidad de contar descansa en la adquisición de unos principios que guían su aprendizaje, que son los siguientes: (a) correspondencia uno a uno entre los numerales y los objetos a contar; orden estable en la recitación de la secuencia numérica; (b) cardinalidad, para considerar que la última palabra numérica asociada a un objeto corresponde con el número de elementos de la colección; (c) abstracción, que permite contar tanto colecciones de objetos homogéneos como heterogéneos; y (d) orden irrelevante, indica que no importa el orden en que se

tomen los objetos de la colección al contarlos (Gelman y Gallistel, 1978). Otros autores consideran la habilidad de contar como resultado de un proceso mecánico o aprendizaje memorístico, consecuencia de hábitos. Alcanzada tal habilidad y a partir de ella, se inducen los principios del conteo. El conteo mecánico va evolucionando progresivamente hacia un conteo más significativo (Fuson y Hall, 1982). Considerada una actividad mecánica, saber contar no condiciona la adquisición de otros aprendizajes numéricos. Pero si la acción de contar conlleva conocimiento implícito de unos principios básicos, puede interferir como coadyuvante para otros conocimientos.

La creencia sobre el momento en que los niños han de aprender a contar, por la influencia que pueda tener en otros aprendizajes matemáticos, ha cambiado con el tiempo. En tiempos pasados algunos investigadores como Thorndike (1922) consideraron de interés que los niños aprendiesen a contar y que la educación matemática inicial debería poner énfasis en el conteo para que los niños aprendieran esta destreza cuanto antes. Otros investigadores (e.g., Piaget y Szeminska, 1952) consideraron que no era necesario dar importancia a dicho aprendizaje ya que no sería significativo para el niño hasta no haber adquirido la fundamentación lógica que sustenta dicho conocimiento, que se alcanza con posterioridad. La conceptualización actual es que la habilidad de contar en los primeros años es importante. Esta conceptualización se ve reforzada por los estudios que muestran que el conteo constituye una habilidad útil para los niños cuando solucionan diferentes problemas matemáticos antes de los aprendizajes formales (Fuson y Hall, 1982). A su vez, las palabras numéricas pueden ser significativas en algunos contextos y pueden orientar al niño a dar sentido al número (Clements y Sarama, 2007).

3.5. Aritmética temprana

A pesar de que, como hemos descrito anteriormente, a menudo se manifiesta el punto de vista de que la aritmética no es apta para que la aprendan niños pequeños; desde hace décadas, los investigadores encuentran evidencias de las posibilidades que tienen los niños, antes de llegar a educación primaria, de desarrollar competencia aritmética (Clements y Sarama, 2007).

La composición y descomposición de números es una aproximación a la adición y sustracción que, a menudo, se asocia a estrategias de contar. La composición y descomposición están relacionadas con las acciones de juntar y separar objetos por lo que contribuye a desarrollar la relación parte-todo, una de las más importantes logros en aritmética (Castro-Rodríguez y Castro, 2013; Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001). Comprender la relación parte-todo requiere conocer que una colección está formada por partes, que el todo es más que cada una de sus partes y que las partes hacen el todo. Dicha comprensión está asociada a situaciones como "dos y dos son cuatro" (Baroody, Lai y Mix, 2006) o que "los números dos y tres componen el cinco, como el cuatro y el uno". Incluso muchos niños con 3 años pueden resolver problemas tales como "uno y uno más", y ver que "dos objetos y un objeto constituyen tres objetos".

La adición se considera como la interiorización de las acciones de añadir y de juntar. Cada una de estas acciones se corresponde con una concepción diferente de la operación de suma. Una concepción unitaria de la suma está ligada a la acción de añadir; y una concepción binaria, a la acción de juntar. Entre los 3 y 4 años, los niños muestran comprensión de la noción de suma vinculada a la situación de añadir objetos, con números menores que diez (Geary, 1994). En este caso, una colección inicial de objetos se modifica al juntarle los objetos de otra colección, dando lugar a un incremento en los objetos de la colección inicial. Bajo esta concepción, entender que las sumas $2+3$ y $3+2$ llevan al mismo resultado presenta dificultad a los niños. Con posterioridad, se adquiere la concepción binaria de la suma. En la concepción binaria las dos colecciones que se juntan desempeñan el mismo papel, lo que permite percibir con mayor facilidad que las sumas $2+3$ y $3+2$ producen igual resultado (Weaver, 1982). Esto es percibir la conmutatividad de la operación.

La sustracción, se relaciona con las acciones de quitar y separar elementos de una colección, y con comparar el número de elementos de dos colecciones. Las acciones de quitar y separar se asocian al esquema parte-todo, una de las colecciones es parte de la otra; en el caso de la comparación, las colecciones están separadas, son disjuntas. La investigación ha puesto de manifiesto que entre 14 y 24 meses de edad, los niños parecen dar algún sentido de adición al incremento de objetos, y de sustracción al decrecimiento (Mix, Huttenlocher y Levine, 2002). Desde los 3 años, antes de que las habilidades del conteo hayan quedado bien establecidas, los niños muestran percibir cambios cuando se añade o se quita uno o dos objetos de una de las colecciones, previamente establecidas, con igual número de objetos. Algunos autores sostienen que la sustracción presenta mayor dificultad que la adición en los primeros años. Otros autores argumentan que esta idea no tiene sustento empírico, como señala Caballero (2005), argumentando que los niños en educación infantil son capaces de resolver problemas verbales sencillos, tanto de adición como de sustracción, a través de la manipulación de objetos físicos.

Los niños muestran un amplio rango de estrategias para resolver las operaciones de suma y resta. Entre dichas estrategias se encuentran: contar con los dedos, usar objetos físicos, contar verbalmente y utilizar hechos básicos que recuerdan. Las estrategias aritméticas utilizadas por los niños, algunas muy sofisticadas, son inventadas por ellos. Esto es, no han recibido instrucción previa sobre las mismas y emergen al modelizar las situaciones problema que se les plantean.

3.6. Resolución de problemas

Hemos apuntado que desde la etapa de infantil los niños pueden resolver un gran rango de tipos de problemas utilizando objetos reales que representan los datos, y en los que se perciben las relaciones entre ellos. Sobre los 3 años de edad, los niños resuelven problemas planteados oralmente con números pequeños, de uno a tres (Hughes, 1981; Siegler y Robinson, 1982); y niños de entre 4 y 5 años pueden solucionar problemas con cantidades numéricas mayores utilizando una gran variedad de estrategias. Sus éxitos en estos casos están altamente relacionados con su competencia intelectual general. La adición resulta más fácil que la sustracción para números mayores, de 5 a 8 (Hughes, 1981). Saber contar parece ser el sustento para la realización del cálculo verbal realizado con números pequeños. Starkey y Gelman (1982) reportan, a partir de sus investigaciones, que niños de 3 años no usan espontáneamente estrategias de conteo, sino que utilizan "estrategias cerradas" (llaman así a aquellos procedimientos ligados directamente a la estructura del problema) en problemas aditivos. Los niños de 4 años recurren espontáneamente a "estrategias de conteo abiertas" para resolver los distintos problemas aritméticos (son llamadas estrategias abiertas, aquellas menos ligadas a la estructura del problema e incluyen el conteo verbal sin necesidad de utilizar material físico y conteo con los dedos). Los autores concluyen que las estrategias cerradas aparecen antes y se utilizan en problemas con números pequeños, mientras que las estrategias abiertas emergen posteriormente y se usan para números mayores. Las estrategias abiertas resultan más eficaces que las cerradas. Este hecho puede deberse a la maduración cognitiva que los niños van consiguiendo con el transcurso del tiempo, lo que les permite alcanzar cotas de conocimiento más elevadas. Algunos resultados de investigación indican que los niños tienen construida una comprensión inicial de la adición y la sustracción sobre los 3 años de edad. Sin embargo, no es antes de los 4 años cuando los niños pueden resolver problemas de adición que incluyen, a veces, números algo más elevados. Los problemas con números grandes se resuelven (en ocasiones con el soporte de objetos) alrededor de los 5,5 años de edad. A esa edad, los niños ya han aprendido la secuencia numérica, el principio de cardinalidad y han desarrollado la habilidad de convertir palabras numéricas verbales en cantidades significativas (Fuson, 1992).

Factores como la estructura semántica del enunciado del problema, el verbo de acción que interviene en dicho enunciado, el lugar donde se coloca el interrogante o el tipo de pregunta que se plantea influyen en el éxito en la resolución de los diferentes problemas aditivos (Hughes, 1981). La reformulación de un problema mediante la introducción de una situación realista aumenta el número de respuestas correctas que los niños proporcionan (Lago, Rodríguez, Dopico y Lozano, 2001). Alrededor de los 4 años de edad, los niños dan un número de los presentados en el enunciado como respuesta para los problemas de adicción y de substracción, mostrando no apreciar la estructura parte-todo de los problemas de cambio. Niños de 5 años responden también con un número del enunciado del problema. Dicho número es el mayor de los dados en el caso de los problemas de adicción, y se corresponden con el número menor dado, en los problemas de substracción. También se implican en tareas que requieren de la relación parte-todo, como ocurre en el conocimiento inicial de los problemas de cambio. Sin embargo, no se percibe que se apoyen en esta comprensión en todas las tareas aritméticas relevantes en las que interviene tal relación (Sophian y McCorgay, 1994).

4. Reflexiones finales

Desde corta edad los niños son sensibles a situaciones que son consideradas aritméticas (situaciones que se resuelven utilizando alguna de las cuatro operaciones básicas). Pueden realizar subitización, que estará limitada a números muy pequeños tales como dos o tres. El cálculo emerge primero con números muy pequeños y se va extendiendo progresivamente a números más grandes. El cálculo exacto está precedido por un periodo de aproximaciones que es más preciso que las adivinanzas o el azar. Los niños utilizan diferentes métodos para realizar los cálculos como usar objetos concretos o basarse en hechos numéricos que recuerdan (Carpenter y Moser, 1984; Fuson, 1992). Aprenden a recitar la secuencia numérica comenzando desde el uno. Más tarde desde un número dado, generan el número anterior y posterior a otro número; y, en algunos casos, introducen un número entre otros dados de la secuencia.

Los niños pueden aprender los rudimentos de la aritmética desde los 3 años de edad y, en algunas situaciones, incluso antes. Pero en ocasiones el profesorado de infantil no considera la aritmética apropiada para estas edades tempranas. En algunos países, los profesionales de educación infantil desestiman esta habilidad de los estudiantes (Clements y Sarama, 2007; Lee y Ginsburg, 2009). En contraposición a esta situación, la investigación pone de manifiesto la habilidad de los niños para modelar directamente diferentes tipos de problemas usando diferentes estrategias como uso de objetos concretos, dedos u otras.

Los puntos de vista pedagógicos del profesorado, que consideran más limitaciones de las posibles en las capacidades de los niños pequeños sobre el desempeño numérico, son contraproducentes, ya que no se estimula a los niños, desaprovechando su potencial intuitivo. Más tarde, cuando se les introducen los algoritmos y la utilización de los símbolos + y -, no encuentran significado a los mismos. Desconocen cómo y cuándo usar dichos algoritmos y símbolos, llegando a crear desconfianza en sí mismos como resolutores de problemas. Con frecuencia, en los libros texto con los que se trabaja en el aula de educación infantil se presentan símbolos y sentencias numéricas para resolver problemas demasiado pronto. Por ejemplo, se presentan antes de trabajar las diferentes situaciones que las sentencias resuelven. Esta forma de pensar del profesorado y de presentar los contenidos en algunos textos escolares debería modificarse en aras de una mejora en el trabajo matemático de los niños en el nivel infantil. El profesorado debe animar a sus alumnos a avanzar en sus conocimientos intuitivos, lo que conlleva potenciar sus estrategias iniciales no basadas en algoritmos y ayudarles a construir nuevo conocimiento adaptando sus creaciones primigenias.

Referencias

- Baroody, A. J., Lai, M. L. y Mix, K. S. (2006). The development of number and operation sense in early childhood. En O. Saracho y B. Spodek (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (pp. 187-221). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Caballero, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Complutense, Madrid. Disponible en: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/psi/ucm-t28929.pdf>
- Carpenter, T. y Moser, J. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics: concepts and processes* (pp. 7-44). Nueva York, NY: Academic Press.
- Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1988). *Números y operaciones*. Madrid: Síntesis.
- Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2013). La relación parte-todo. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 85-92). Granada, España: Comares.
- Clements D. H (1999). Subitizing: What is it? Why teach it? *Teaching children mathematics*. March. (pp. 400- 405). Disponible en: <http://gse.buffalo.edu/fas/clements/files/Subitizing.pdf>
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics. En F. K. Lester, Jr. (Eds.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 461-556). New York, NY: Information Age.
- Douglass, H. R. (1925). The development of number concept in children of pre-school and kindergarten ages. *Journal of Experimental Psychology*, 8, 443-470.
- Freeman, F. N. (1912). Grouped objects as a concrete basis for the number idea. *Elementary School Teacher*, 8, 303-314.
- Frydman, O. y Bryant, P. E. (1988). Sharing and the understanding of number equivalence by young children. *Cognitive Development*, 3, 323-339.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York, NY: Springer-Verlag.
- Fuson, K. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 243-275). New York, NY: MacMillan.
- Fuson, K. y Hall, J. (1982). The acquisition of early number word meanings: a conceptual analysis and review. En H. P. Ginsburg (Ed.), *Children's mathematical thinking* (pp. 49-107). New York, NY: Academic Press.
- Geary, D. (1994). *Children's mathematical development: research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Gelman, R. y Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard Press.
- Ginsburg, H. P. (1977). *Children's arithmetic: the learning process*. New York, NY: D. Van Nostrand.
- Ginsburg, H. P., Choi, Y. E., López, L. S., Netley, R. y Chi, C. Y. (1997). Happy birthday to you: the early mathematical thinking of Asian, South American, and US children. En T. Nunes y P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: an international perspective* (pp. 1-45). East Sussex, Reino Unido: Erlbaum/Taylor y Francis.
- Hughes, M. (1981). Can pre-school children add and subtract? *Educational Psychology*, 1, 207-219.
- Huttenlocher, J., Jordan, N. C. y Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123, 284-296.
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W. y Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, 62, 498-525.
- Kilpatrick, J. Swafford, J. y Findell (eds). (2001). *Adding it up. Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press. Disponible en: http://www.nap.edu/openbook.php?record_id=9822
- Klahr, D. y Wallace, J. G. (1976). *Cognitive development: an information processing view*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lago, M. O., Rodríguez, P., Dopico, C. y Lozano, M. J. (2001). La reformulación de los enunciados del problema: un estudio sobre las variables que inciden en el éxito infantil en los problemas de comparación. *Suma*, 37, 55-62. Disponible en <http://revistasuma.es/IMG/pdf/37/055-062.pdf>
- Lee, J. S. y Ginsburg, H. P. (2009). Early childhood teachers' misconceptions about mathematics education for young children in the United States. *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(4), 37-45.

- Mix, K. S., Huttenlocher, J. y Levine, S. C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? *Psychological Bulletin*, 128, 278-294.
- Newcombe, N. S. (2002). The nativist-empiricist controversy in the context of recent research on spatial and quantitative development. *Psychological Science*, 13, 395-401.
- Nunes, T. y Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford, Reino Unido: Blackwell.
- Piaget, J. y Szeminska, A. (1952). *Child's conception of number*. Londres, Reino Unido: Routledge y Kegan Paul.
- Siegler, R. S. y Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. En H. Reese y L. Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior* (pp. 241-311). Nueva York, NY: Academic Press.
- Silverman, I.W. y Rose, A. P. (1980). Subitizing and counting skills in 3-year-olds. *Developmental Psychology*, 16, 539-40.
- Sophian, C. y McCrorgray, P. (1994). Part-whole knowledge and early arithmetic problem solving. *Cognition & Instruction*, 12(1), 3-33.
- Starkey, P. y Gelman, R. (1982). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp. 99-116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Thorndike, E. (1922). *The psychology of arithmetic*. New York, NY: Macmillan.
- Von Glasersfeld, E. (1982). Subitizing: the role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50, 191-218.
- Weaver, J. F. (1982). Interpretations of number operations and symbolic representations of addition and subtraction. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp. 60-66). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Encarnación Castro Martínez. Doctora en Matemáticas por el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Catedrático de Universidad en la Universidad de Granada. Su tarea docente está dirigida a la formación de maestros de infantil y primaria. Su investigación se centra en el ámbito del pensamiento numérico y algebraico. Es miembro del grupo de investigación FQM-0193 "Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico" (<http://fqm193.ugr.es/>).

Web personal: <http://wdb.ugr.es/~encastro/>

Email: encastro@ugr.es

María C. Cañadas. Profesora Contratada Doctora del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Doctora en Didáctica de la Matemática. De 2003 a 2008 fue profesora del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza. Su docencia se centra en asignaturas de Didáctica de la Matemática en programas de formación de futuros maestros y profesores de matemáticas, y profesores de matemáticas en ejercicio. Es miembro del grupo de investigación FQM-0193 "Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico" (<http://fqm193.ugr.es/>). Sus líneas de investigación son el pensamiento numérico y el pensamiento algebraico. Es editora asociada de PNA (www.pna.es). Sus publicaciones en acceso abierto están disponibles en: <http://is.gd/AYjP6Y>

Email: mconsu@ugr.es

Elena Castro-Rodríguez. Licenciada en Matemáticas. Profesora contratada e investigadora en el Departamento de Didáctica de la Matemática de Universidad de Granada. Su investigación se centra en el ámbito de la aritmética elemental y la formación inicial de profesorado. Es miembro del grupo de investigación FQM-0193 "Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico" (<http://fqm193.ugr.es/>) y asistente de edición de PNA (www.pna.es).

Email: elenacastro@ugr.es