



## Uso de fichas en educación infantil: Ilusión y utilidad<sup>1</sup>

Miguel R. Wilhelmi

Universidad Pública de Navarra, [miguelr.wilhelmi@unavarra.es](mailto:miguelr.wilhelmi@unavarra.es)

Olga Belletich

Universidad Pública de Navarra, [olga.belletich@unavarra.es](mailto:olga.belletich@unavarra.es)

Eduardo Lacasta

Universidad Pública de Navarra, [elacasta@unavarra.es](mailto:elacasta@unavarra.es)

Aitzol Lasa

Universidad Pública de Navarra, [aitzol.lasa@unavarra.es](mailto:aitzol.lasa@unavarra.es)

*Fecha de recepción: 5-11-2013*

*Fecha de aceptación: 10-12-2013*

*Fecha de publicación: 30-12-2013*

---

### RESUMEN

La utilización de fichas de trabajo en Educación Infantil es usual para la enseñanza de nociones lógico-matemáticas. Es preciso analizar la utilidad e interés en el uso de estas fichas y su impacto en el aprendizaje de los niños. Los contenidos matemáticos involucrados son: seriación, tabla, adición y uso de códigos. El análisis de las producciones de los niños permite denunciar el riesgo de un fenómeno de ilusión de la transparencia. Los resultados obtenidos y su discusión sugieren recomendaciones para la enseñanza de los tópicos.

**Palabras clave:** Educación Infantil, ilusión de la transparencia, seriación, tabla, adición, códigos de representación.

### The use of worksheets on preschool education: Illusion and utility

#### ABSTRACT

Use of worksheets is usual when teaching logical and mathematical notions in Early Childhood Education. Therefore, it is necessary to analyze the usefulness and interest in the use of these worksheets and their impact on children's learning. The related mathematical contents are: formation of series, tables, addition and codes of representation. The analysis on children's productions evidences the risk of a phenomenon of illusion of transparency. Lastly, we present recommendations for teaching processes on these topics, based on the results and their discussion.

**Keywords:** Early Childhood Education, illusion of transparency, formation of series, table, addition, codes of representation.

---

<sup>1</sup> Versiones preliminares de este trabajo han sido presentadas en el XVI Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), celebrado en Baeza (Jaén, 2012), y en el VI Colloque International A.S.I. – Analyse Statistique Implicative, celebrado en Caen (Francia, 2012).

## 1. Introducción

Lacasta y Wilhelmi (2008), a partir de un análisis de fichas de trabajo de Educación Infantil, justificaron la necesidad de revisión de la actividad matemática propuesta a los niños. Un objetivo primordial sería la promoción del uso del número en contextos diversos y, asimismo, la valoración de las actividades lógicas y relacionales (correspondencias, clasificación, seriación, etc.) en sí mismas y no por el presunto carácter prenumérico atribuido en la reforma conjuntista de los años 70.

El objetivo de este trabajo es mostrar la necesidad de promover un control epistemológico por parte de las maestras<sup>2</sup> en el uso de las actividades lógicas. En particular, estamos interesados en analizar actividades de seriación, construcción de tablas e interpretación de códigos de representación, típicas en las fichas de trabajo de Educación Infantil. ¿Qué tareas de este tipo son capaces de realizar los niños del aula de 4 y 5 años? ¿Hay diferencias significativas en la realización de las mismas según la edad? ¿Qué códigos son transparentes para los niños y cuáles pertenecen a la esfera adulta?

Asimismo, en las colecciones se proponen a los niños tareas aritméticas que involucran la adición y la sustracción. En la mayoría de estas fichas, las operaciones se presentan de manera conjuntista, con o sin la introducción de la simbología matemática (+, -, =). Cuando los símbolos matemáticos no aparecen, ¿son las representaciones gráficas inteligibles para los niños?, ¿la adición como "reunión de objetos" les es transparente?

En este trabajo damos una respuesta a estas preguntas basada en el análisis de producciones de niños enfrentados a fichas de trabajo. En la sección 2, a partir del contenido matemático involucrado en las fichas de trabajo de Educación Infantil, se hace un breve análisis de la forma en que este contenido es presentado. Luego se describe la experimentación (sección 3) y se muestran y discuten los resultados (sección 4). Finalmente, a modo de conclusión, se hace una breve síntesis y se indican algunas implicaciones para la enseñanza.

## 2. Concreción del contenido matemático e interpretación didáctica

En esta sección se analiza el contenido matemático transpuesto (Chevallard, 1991) en fichas de Educación Infantil, resaltando el tipo de actividad propuesta a los niños y las intervenciones presumidas por parte de las maestras.

### 2.1. Seriaciones

Bajo ciertas condiciones, la seriación de clases empieza a ser natural con niños de 6-7 años, pero aún para éstos, en contextos físicos, el razonamiento no es estable (Coda y Lacroix, 1985). Sin embargo, la relación de orden aparece usualmente como la repetición de una serie ordenada. La tarea del niño es la determinación del patrón a partir de la información dada. Estas fichas presentan las siguientes características generales (Figura 1):

- Elementos constitutivos del patrón. El patrón está compuesto por 2, 3 o, a lo sumo, 4 elementos.
- Reproducción sistemática del patrón. Para completar la ficha, es preciso repetir el patrón un número reducido de veces que depende del número de elementos por los que éste queda constituido, pero que, en todo caso, no es superior a 4 o 5.
- Identificación del patrón. El patrón es dado un número entero de veces, es decir, el último patrón que sirve de modelo a reproducir viene dado completamente. Con otras palabras, el primer elemento que el niño debe representar, dibujar o colorear coincide con el primer elemento de la serie.

---

<sup>2</sup> Dado que el mayor número de docentes en Educación Infantil son mujeres, utilizaremos en este texto el género femenino como genérico.

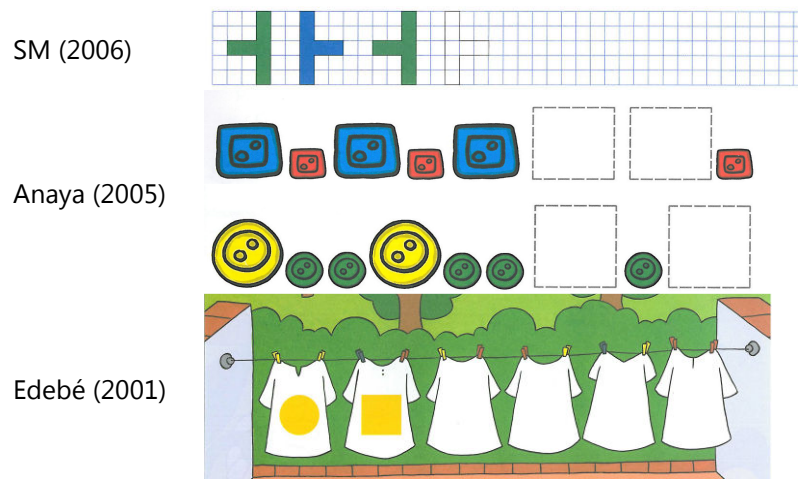


Figura 1. Series

Estas características limitan sobremanera el interés y alcance de las series. La proposición a los niños de este tipo de tareas se fundamenta en el desarrollo del pensamiento lógico y en la capacidad de sistematización de una producción; sin embargo:

- Puesto que el número de elementos que constituyen el patrón es reducido, ¿cómo es posible discriminar entre los niños que, toda vez identificado el patrón, movilizan estrategias de control numéricas (como el recuento o el número ordinal para determinar el lugar que ocupa un elemento en el patrón) y aquellos cuya única estrategia de control es visual (visión sinóptica<sup>3</sup>)?
- Puesto que para realizar correctamente la ficha es suficiente completar un número reducido de veces el patrón, ¿cómo es posible discriminar entre los niños que tienen la capacidad de reproducir de manera sistemática el patrón y aquellos cuya actividad es inestable?
- Puesto que el patrón es dado un número entero de veces, ¿cómo es posible discriminar entre los niños que reconocen el patrón y aquellos que copian ordenadamente el modelo?
- Puesto que el pensamiento divergente (Guilford y Strom, 1994) debe ser movilizado para la adquisición de las competencias propias del currículo de Educación Infantil (MEC, 2007), se requieren propuestas didácticas de producción y comunicación y no exclusivamente de repetición, ¿qué significado adquiere la repetición de una serie ordenada en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los niños?

## 2.2. Tablas de doble entrada

Chabroulet (1975) muestra una secuencia de actividades cuyo objetivo final es la construcción por los niños de una tabla de doble entrada para la organización de la información. La secuencia puede ser descrita en los siguientes pasos<sup>4</sup>:

1. Los niños han representado mediante símbolos un conjunto de 10 objetos (muñeca, ropitas de muñeca, coche, balón, tren eléctrico, cocinita, caja del tesoro, radio, bolso, pez) que desearían pedir para Navidad.

<sup>3</sup> Cuadro sinóptico (DRAE, <http://rae.es>): “Exposición de una materia en una plana, en forma de epígrafes comprendidos dentro de llaves u otros signos gráficos, de modo que el conjunto se puede abarcar de una vez con la vista”. Así, si el número de elementos que constituyen el patrón es reducido, éste puede abarcarse globalmente de una sola vez con la vista.

<sup>4</sup> Estos pasos no se refieren a las fases de la situación de enseñanza propuesta, sino a los hitos que la secuencia va alcanzando. Para una descripción pormenorizada de las fases de la situación, consúltese el texto original.

2. La maestra solicita que individualmente hagan un pedido de a lo sumo 6 juguetes de la lista. Para ello, deben señalar en la lista de objetos aquellos que desean. Evidentemente, no todos los niños utilizan los mismos códigos de selección, surgiendo la necesidad de convenir uno.
3. Se construye una tabla de doble entrada donde, a partir de los pedidos individuales, se indica el pedido global de la clase.

El progreso en la secuencia de actividades se completa mal. La intervención explícita y directiva de la maestra se hace absolutamente necesaria, no pudiéndose clasificar por lo tanto la situación como fundamental (Brousseau, 1998). El medio propuesto a los niños no les permite por sí solos el dominio de la actividad, siendo necesarios momentos regulativos de carácter eminentemente didáctico, esto es, en los que la maestra debe asumir la responsabilidad en el progreso de la actividad matemática.

Ya han pasado casi 40 años desde el estudio propuesto y, sin embargo, sigue sin solución la determinación de una situación fundamental para dotar de significado las tablas de doble entrada en Educación Infantil. Es pues comprensible sostener la tesis según la cual este objetivo es ilusorio: las restricciones cognitivas de los niños impiden la puesta en marcha de situaciones con un carácter adidáctico esencial para la introducción y desarrollo de este objeto matemático en la etapa.

Ya Piaget (1987) había señalado que diferentes capacidades lógicas, como las de clasificar, ordenar y de efectuar correspondencias se alcanzan en estadios más tardíos. De hecho, dentro de su teoría de evolución del pensamiento estas capacidades se alcanzan en el estadio de pensamiento operacional (operaciones concretas) que se da entre los 7 y 11 años, pero no antes. De esta forma, la maestra, en la introducción de las tablas, se verá obligada forzosamente a utilizar un método esencialmente directivo, es decir, el desarrollo de la tarea exige un papel principal y determinante de la maestra (Zabala, 1995). Así, ésta necesitará supervisar que se ha cerrado el círculo de adquisición de un aprendizaje específico esperado. Esta necesidad, entra en conflicto con las orientaciones metodológicas señaladas para la etapa infantil, guiada por los principios de actividad, significado y globalización, que precisan la combinación de métodos directivos y no directivos a fin de recuperar los centros de interés de los niños y niñas y desarrollar sus aprendizajes.

En la Figura 2 se muestran dos actividades prototípicas de utilización de tablas, que vienen construidas previamente y donde se reducen las expectativas:

1. La simbolización de los objetos viene dada.
2. Las tablas no son utilizadas como instrumento para la organización de información de situaciones reales o que se refieran a centros de interés de los niños.
3. La dimensión normalmente es  $2 \times 2$ ,  $2 \times 3$ ,  $3 \times 2$  o  $3 \times 3$ .

El control y responsabilidad de la actividad recae sobre la maestra, convirtiéndose la tarea de los niños casi exclusivamente en un ejercicio de psicomotricidad fina, es decir, dibujo de los contornos de los objetos y pintado sin salirse de los mismos.

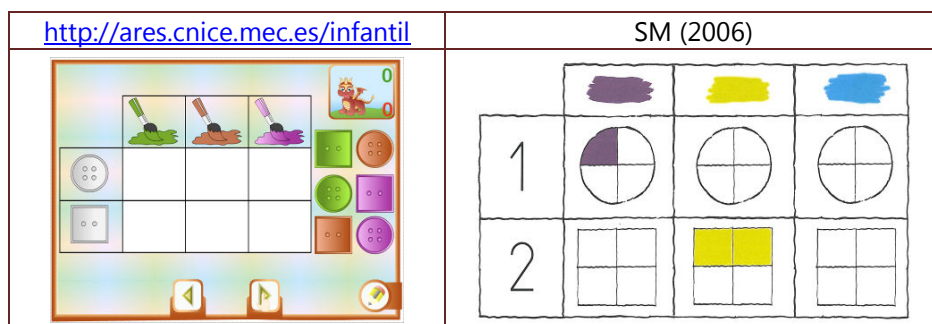


Figura 2. Tablas de doble entrada

La actividad primera de la Figura 2 se lleva a cabo mediante un applet, de tal manera que la tarea del niño es organizar una serie de objetos en una tabla. Este tipo de tareas pueden ser útiles si se establecen criterios de control externos que impidan que la estrategia de base utilizada por los niños sea la de ensayo-error. Por ejemplo, se coloca a los niños por parejas de tal forma que antes de ejecutar una orden deban formular qué van a hacer —como medio de anticipación del resultado de su acción, que sería entonces validada según su adecuación a la formulación (acierto) o no (error)—. Esta dinámica, no sólo permite la transferencia de una parte de la responsabilidad a los niños, sino dar al error un estatus en la relación didáctica, clave en todo proceso de aprendizaje (Wilhelmi, 2009).

### 2.3. Adición

En las colecciones de fichas la adición y la sustracción se presentan en general bajo una formulación conjuntista asociada al número como cardinal, aunque no siempre se representa el diagrama de Venn-Euler. En la Figura 3 se muestran dos presentaciones, con o sin representación de diagramas de Venn-Euler.

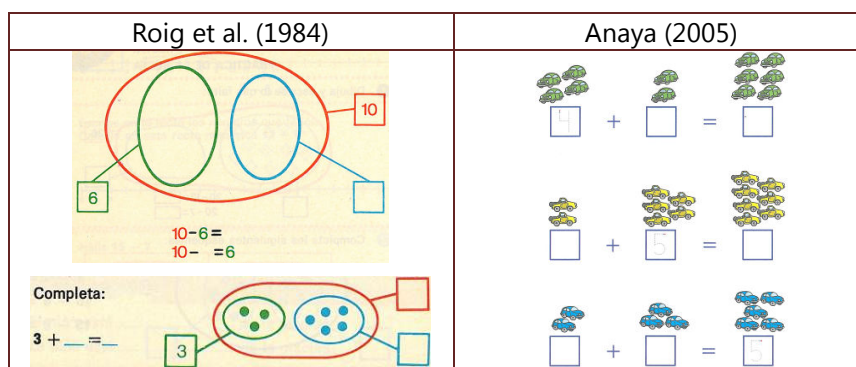


Figura 3. Formulación conjuntista de la adición

La estrategia de base que se supone utilizan los niños es el recuento. De hecho, si la adición conjuntista no es utilizada como medio para prever, el recuento es la única estrategia movilizada, siendo la adición un mero juego de lenguaje: “sumar es juntar”.

Esta estrategia de contar es eficaz según el número de objetos (universo numérico del niño), la disposición de los objetos y las estrategias de conteo desarrolladas (que, en particular, eviten omitir un objeto o contar dos veces un mismo objeto). Además, tiene evidente interés en la etapa ya que, en particular, supone una tarea de coordinación de dos actividades productivas: la producción de una secuencia de palabras números y la producción de una secuencia de elementos contables (Steffe, Glasersfeld, Richards y Cobb, 1983).

Sin embargo, la adición es necesaria únicamente si recurrir al recuento no es posible, resulta ineficaz o excesivamente costoso (Briand, Loubet y Salin, 2004). Esto es así si, por ejemplo, el número de objetos es muy grande o no se dispone de ellos. Un ejemplo de una situación donde el recuento no es posible es: Dados dos conjuntos de objetos de los cuales se conoce el cardinal, se introducen en una caja que es tapada y a la cual los niños no tienen acceso. Entonces, para responder a la pregunta ¿cuántos objetos hay en la caja?, los niños deben prever a partir de los cardinales conocidos el cardinal del conjunto unión. Si el número es menor que 10, podrán recurrir a sus manos, verdadera calculadora portátil, identificando cada uno de sus dedos con los objetos que hay en la caja. Pero si el número es mayor que 10, la respuesta sólo podrá lograrse trabajosamente tras la representación de los objetos o el uso de un medio material mejor adaptado —por ej., el ábaco—.

En todo caso, es necesario asimismo proponer situaciones donde la adición tenga un modelo distinto al conjuntista. Por ejemplo, el modelo lineal, que además contribuye a la adquisición de la noción de número como elemento iterativo.

Se coloca en el aula pegada en la pared la serie numérica en grandes caracteres y a la altura de los niños (Figura 4)<sup>5</sup>. Si un niño recibe el mensaje "7+5" aprende que debe colocar la mano en el número "7" y desplazarse "5" casillas hacia la derecha. El número que esté señalado al final del proceso por su mano, será el resultado de la suma.



Figura 4. Suma lineal "7+5"

Esta actividad puede hacerse ritual (así como colocar la fecha del calendario) durante un periodo largo de tiempo, de tal forma que los niños vayan paulatinamente adquiriendo las nociones de adición y sustracción y, asimismo, ampliando su universo numérico.

## 2.4. Uso de códigos y convenciones

En muchas fichas se incluyen símbolos y códigos estereotipados, propios de un bagaje cultural adulto, ajenos al universo de los niños, para representar:

1. Acciones sobre materiales físicos: ábaco, bloques lógicos, etc.
2. Nociones o procesos matemáticos: por ejemplo, una goma de borrar o una flecha para abajo, para indicar sustracción; un lapicero o una flecha para arriba, adición.
3. Aspectos anímicos o físicos, que comportan una información adicional que se presume determinante.

En la Figura 5 se muestra un ejemplo de cada una de estas categorías.

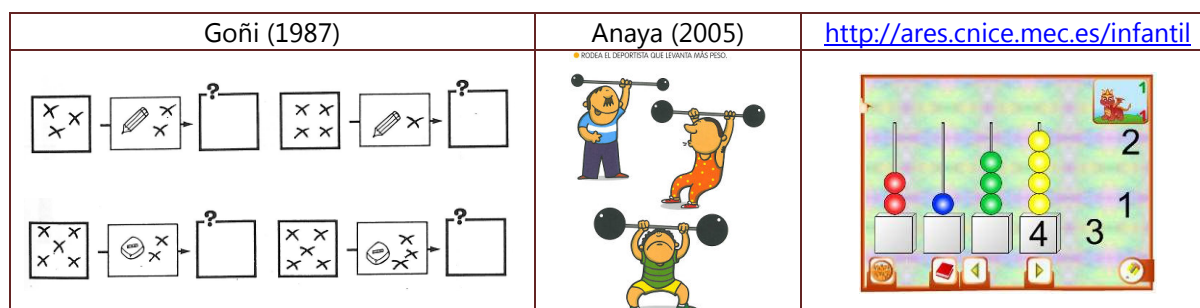


Figura 5. Códigos adultos

El uso de esta simbología puede comportar un fenómeno de ilusión de transparencia (Fregona y Orús, 2005)<sup>6</sup>: los alumnos ven el símbolo o código únicamente como un dibujo, mientras que la maestra lo interpreta en tanto que representación de "un medio material usado en una actividad matemática", de "una propiedad matemática", etc. Es preciso un análisis sobre la información gráfica presente en las fichas y su correlato con la actividad de los niños y sus centros de interés.

<sup>5</sup> Obsérvese que el cero (0) no se coloca en primer lugar, puesto que no es el primer número (no se empieza a contar: 0, 1, 2...). En Educación Infantil, su presencia es necesaria únicamente cuando se tienen que escribir números mayores o iguales a 10. Lacasta y Wilhelmi (2008) hacen un breve análisis de la presencia inadecuada del cero, heredada de la reforma conjuntista de los años 70, en las fichas de trabajo para niños.

<sup>6</sup> *Ilusión de la transparencia*: Fenómeno por el cual mientras que el profesor interpreta un ejemplo, objeto o representación en tanto que modelo o representante de una clase, el estudiante no ve más que dicho ejemplo, objeto o representación. Este fenómeno es una muestra de la distancia en la dinámica de construcción y comunicación de las matemáticas en tanto conocimiento científico y en tanto objeto de enseñanza cristalizado y etiquetado en las instituciones escolares. Por ello, es indispensable la determinación de medios que permitan a estudiantes y profesores "hablar un mismo idioma".

### 3. Experimentación

#### 3.1. Contexto

Maestras en formación en periodo de prácticas proponen a los niños la resolución de tareas con un componente matemático esencial. Su objetivo es la observación y registro de actividad matemática en Educación Infantil. Los contenidos involucrados son: tablas, adición, códigos de representación y determinación de patrones en series lineales.

La actividad de los niños consiste en la realización de fichas de trabajo de editoriales usuales (Anaya, 2005; SM, 2006) y de otras diseñadas ad hoc.

En la aplicación de las fichas, se sigue el método de "doble ciego", es decir, ni los niños ni las maestras en formación conocen el objetivo de la investigación. Con ello, se controla la validez interna, tratando de evitar intervenciones condicionadas de las maestras.

#### 3.2. Población y muestra

La población de referencia son niños de Educación Infantil de las aulas de 2º (4 años) y 3º (5 años). Los niños pertenecen a colegios públicos (P) y concertados (C) donde la lengua vehicular es el castellano o el euskera (\*). La muestra es intencional y está constituida por 140 niños del aula de 4 años y 149 del aula de 5 años. En la Tabla 1 se da la distribución de la muestra.

Tabla 1. Muestra

Aula	Colegio 1 (P*)	Colegio 2 (C)	Colegio 3 (P)	Colegio 4 (P)	TOTAL
4 años	25	48	47	20	140
5 años	48	47	37	17	149

#### 3.3. Lugar y momento de aplicación

Los niños realizan la actividad en el aula con mobiliario y material escolar convencional. El momento de realización de las fichas por los niños lo determina la maestra titular, según la planificación prevista y según la circunstancia de aula concreta.

Para la aplicación de las fichas se tienen en cuenta los siguientes aspectos:

- Las maestras en formación proponen las tareas a los niños tras unos días de contacto previo con ellos, para controlar el impacto afectivo.
- No se trata de enseñar a los niños la manera de responder correctamente, sino de observar y analizar sus respuestas. Es decir, a las maestras en formación no se les valora por la eficacia en el adiestramiento para la resolución de las tareas, sino en la observación, registro y análisis de las producciones de los niños.
- Si un niño solicita ayuda, se vuelve a repetir la consigna, motivando afectivamente la realización de la tarea. En todo caso, no se le da información explícita de cómo debe proceder ni se corrigen posibles errores.
- Se estima que los niños utilizan 15–20 minutos para la realización de cada una de las fichas; en todo caso, no se prevé que ninguna de las actividades sobrepase la media hora.
- Los niños realizan a lo sumo dos fichas por día.

### 3.4. Material

Analizaremos aquí las respuestas de los niños a 4 fichas. Las consignas están previamente establecidas, de tal manera que todas las maestras en formación, indiferentemente del aula en la que estén, comunican la tarea a los niños de la misma forma.

**Ficha 1: seriación** — En esta ficha (Figura 1) los niños deben completar tres series, con patrones de 3, 2 y 4 colores repetidos.

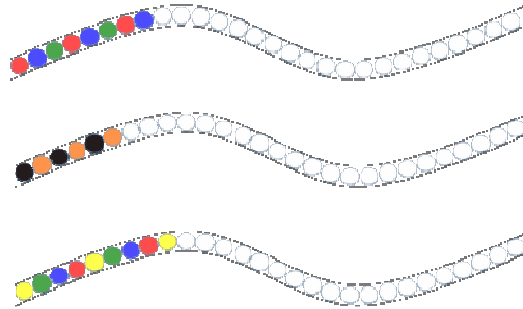


Figura 6. Seriación

La actividad se presenta a partir de la pregunta: "¿Habéis pintado caminos como estos?" Si los niños responden que sí, se da directamente la consigna; si responden que no, se les dice que tienen que pintar todos los círculos utilizando los mismos colores dados y en orden. Se realizan unas preguntas de control sobre los colores presentes en los tres caminos y se repiten verbalmente las secuencias de colores.

A continuación se da la consigna común a todas las maestras en todos los grupos: "Continúa pintando los círculos que están en blanco de la misma manera que los que ya están pintados, hasta llegar al final de cada camino".

**Fichas 3-4: tabla, adición y código de representación** — En la Figura 7 se muestran las fichas 2, 3 y 4. Las consignas dadas a los niños por todas las maestras son:

- Ficha 2 (tabla): "En las primeras casitas han empezado a pintar. Hay que acabar de pintar todas las casitas de los colores que están".
- Ficha 3 (adición): "Tenéis que pintar las caritas que hacen falta y abajo del todo tenéis que escribir el número de caramelos que hay".
- Ficha 4 (código): "Arriba os dicen cómo se mueve el cocinero para llevarle la tarta a la niña. Los dos primeros pasos ya están puestos, tenéis que acabar de poner todos los pasos".

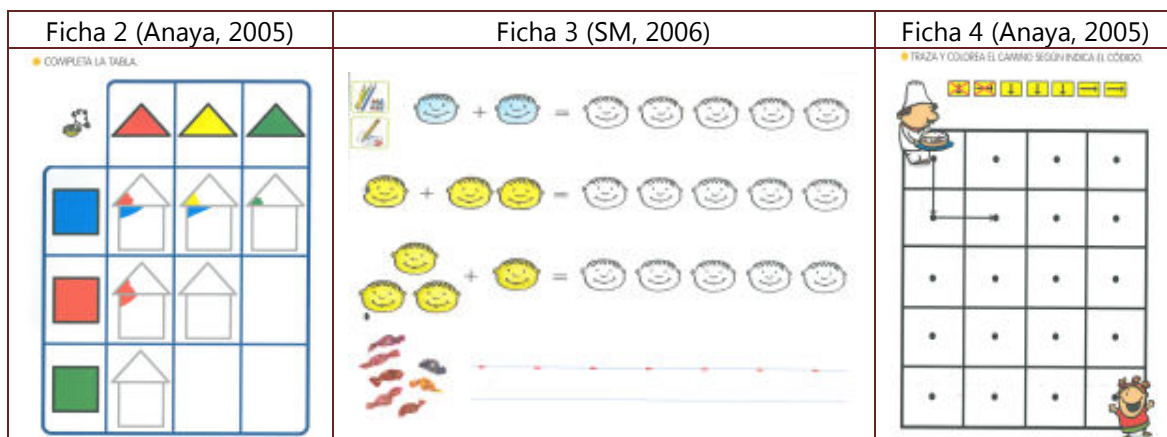


Figura 7. Tabla, adición y código de representación



### 3.5. Comportamientos esperados

#### *Ficha 1: seriación*

- Frecuencia de éxito mayor en la segunda serie (patrón de 2 elementos), que en las otras dos (patrones de 3 y 4 elementos).
- Porcentaje elevado de niños que empiezan la primera y tercera series por el primer color del patrón (rojo y amarillo, respectivamente) y no por el color que corresponde (verde en ambos), puesto que en estas series el último círculo pintado no coincide con el último círculo del patrón.

#### *Ficha 2: tabla*

- Frecuencia de éxito global baja (ver sección 2.2.).
- Tasa de éxito superior de la primera fila y columna respecto al resto de casillas. Además, un porcentaje elevado de niños no representará las casas en las casillas en las que no está dibujada su silueta.
- Los niños de 4 años que representen las casas en las casillas vacías conservarán peor la forma y proporciones que los niños de 5 años, es decir, los triángulos y cuadrados de estos últimos son más próximos al modelo dado (Dickson, Brown y Gibson, 1984).

#### *Ficha 3: adición*

- Un alto porcentaje de los niños de 4 años colorearán todas las caras de la derecha. Los símbolos (+,=) son propios de la enseñanza del aula de 5 años, donde el porcentaje de éxito será claramente superior.
- La escritura de las grafías de los números en el aula de 5 años empieza a ser estable, por lo que el éxito aquí también será superior al observable en el aula de 4 años.

Es pues la ficha donde la enseñanza propia del grado va a condicionar más su realización.

#### *Ficha 4: códigos de representación*

- El objetivo fundamental de los niños será establecer una unión entre el cocinero y la niña, sin, en general, respetar el código adulto de representación dado.
- Un porcentaje de niños que no puede ser explicado al azar representa una ruta "escalonada", para que la niña "suba" a por la tarta o el cocinero "baje" a dársela, haciendo caso omiso del código.

## 4. Resultados y discusión de los resultados

### 4.1. Comportamientos representativos observados

En esta sección se muestran algunos comportamientos representativos observados. La representatividad se sigue de la generalidad de la respuesta (un grupo grande de niños realiza la actividad mostrada). Asimismo, se mostrarán algunas respuestas aisladas de estudiantes, obedeciendo a la importancia epistemológica, esto es, a la adecuación de la respuesta a la actividad matemática propuesta.

#### *Ficha 1: seriación*

En la Figura 8 se dan respuestas correctas e incorrectas a la tarea de seriación.

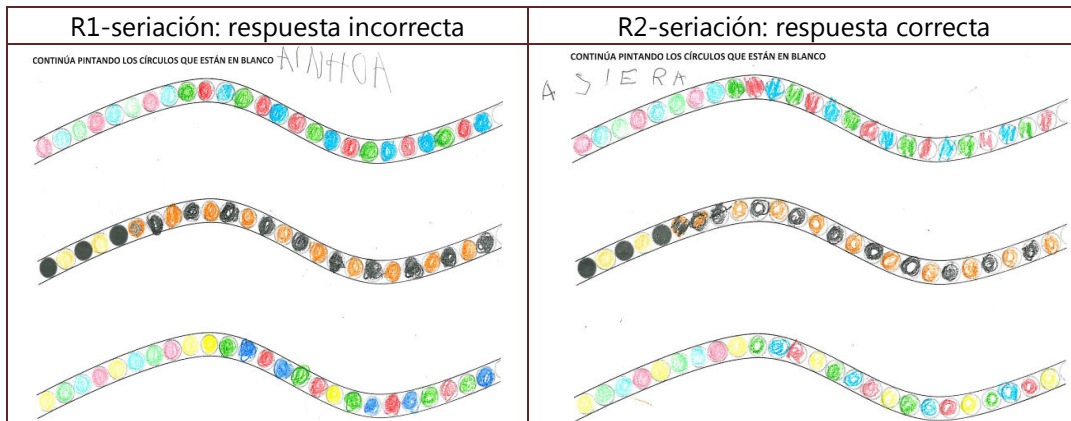


Figura 8. Respuestas de niños a la ficha 1: seriación

En la respuesta "R1-seriación" se observan dos errores tipo:

- *Pérdida de sistematicidad: reproducción limitada del patrón.* La niña reproduce únicamente 3 veces correctamente el patrón (rojo (R), azul (A), verde (V)). A partir del tercer patrón, la niña colorea sin respetar el patrón: un patrón de dos elementos único (R, A), un patrón de tres elementos dos veces, que invierte los colores azul y rojo (R, V, A; R, V, A) y, finalmente, vuelta al patrón original (R, A, V; R, A).
- *Retomar la representación por el primer elemento dado del patrón.* La niña, con la salvedad de la inversión de los colores azul y verde, reproduce el patrón una vez y lo inicia la segunda (amarillo), para retomar, tras una breve pausa, el patrón por el color inicial dado (amarillo). En esta serie también se observa la falta de sistematicidad en la reproducción del patrón; hecho que se agudiza por el número de elementos (4) por los que éste está constituido.

En esta respuesta "R1-seriación" se observa además cómo la estudiante es capaz de sistematizar el patrón de la segunda serie. La reproducción de patrones de dos elementos está consolidada por la mayoría de los niños. Así, los errores se identifican casi exclusivamente en la repetición de patrones con al menos 3 objetos.

En la respuesta "R2-seriación" se observa, en la segunda serie, una confusión inicial del niño corregida por él.

#### Ficha 2: tabla

En la Figura 9 se dan dos respuestas (una incorrecta y otra correcta) a la tarea de construcción de una tabla de doble entrada.

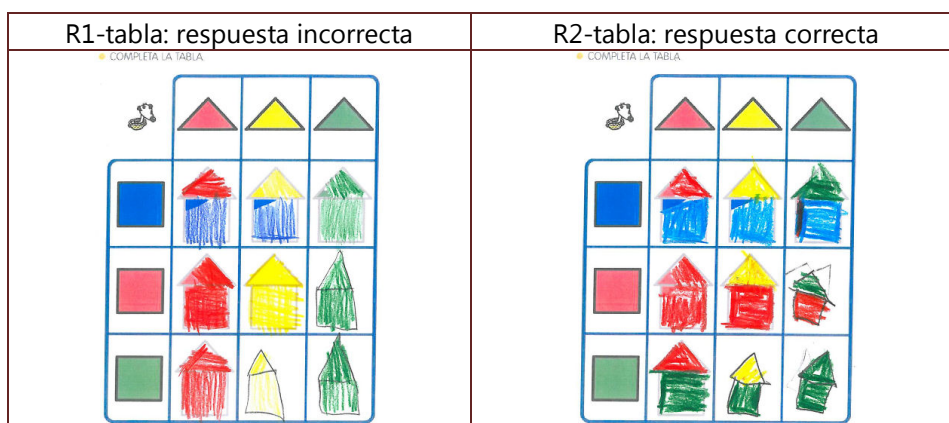


Figura 9. Respuestas de niños a la ficha 2: tabla

En la respuesta "R1-tabla" el niño colorea las casas omitiendo el color de las filas (cuadrado); así, representa las casas que no tienen una muestra del color a completar con únicamente un color (rojo, amarillo y verde).

En la respuesta "R2-tabla" se observa un reconocimiento fila-columna del color, aun cuando el niño debe dibujar previamente el cuadrado y el triángulo. La movilización de estos dos conocimientos (reconocimiento del color y representación de las formas) supone un nivel de maestría extraordinario para la etapa. De hecho, representa una respuesta marginal en la muestra.

En ambas respuestas los niños reproducen con dificultad las figuras geométricas, en consonancia con las investigaciones clásicas realizadas sobre reconocimiento y reproducción de formas (Noelting, 1979; Dickson, Brown y Gibson, 1991; Owens y Outhred, 2006).

*Ficha 3: adición*

En la Figura 10 se dan cuatro respuestas (tres incorrectas y una correctas) a la tarea de realización de una adición.

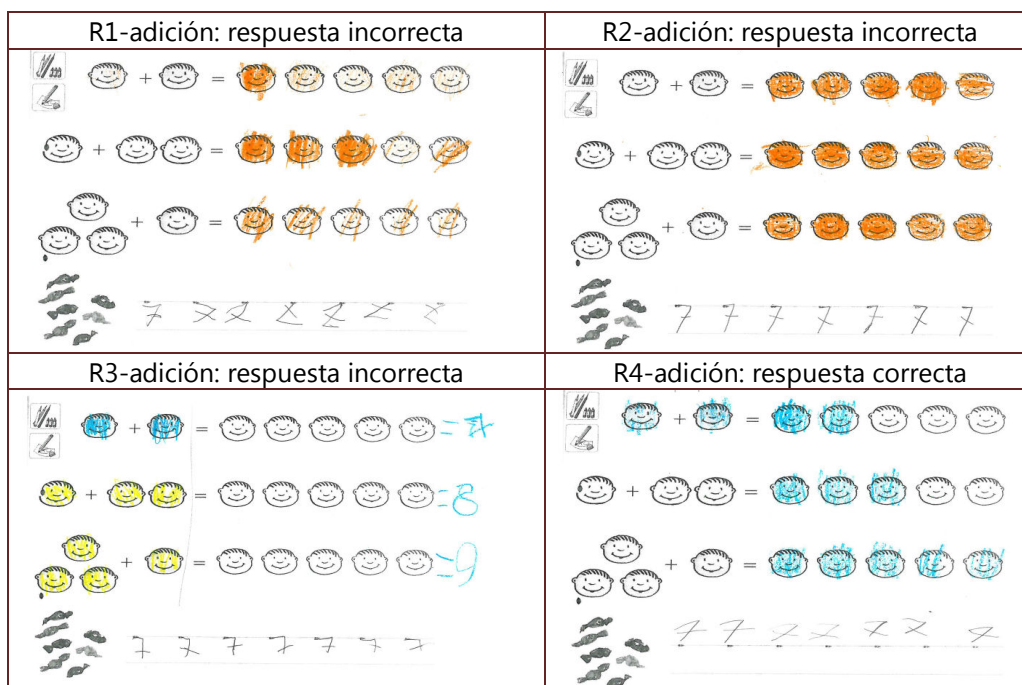


Figura 10. Respuestas de niños a la ficha 3: adición

Las respuestas "R1-adición" y "R2-adición" son similares: los dos niños representan las cinco caras de la derecha; no hay pues comprensión de tarea solicitada. La diferencia en la ejecución de la actividad de estos dos niños no se da en términos matemáticos, sino de psicomotricidad fina (pintado interno de las figuras sin sobrepasar el contorno y grafía de los números) y de la lateralidad (grafía correcta de los números versus grafía simétrica central).

En la respuesta "R3-adición" el niño realiza un recuento de todas las caras, omitiendo la consigna dada. La respuesta "R4-adición" es correcta.

*Ficha 4: códigos de representación*

En la Figura 11 se dan dos respuestas a la tarea de interpretación de códigos de representación: una, donde el niño no utiliza los códigos; otra, donde el niño utiliza parcialmente los códigos.

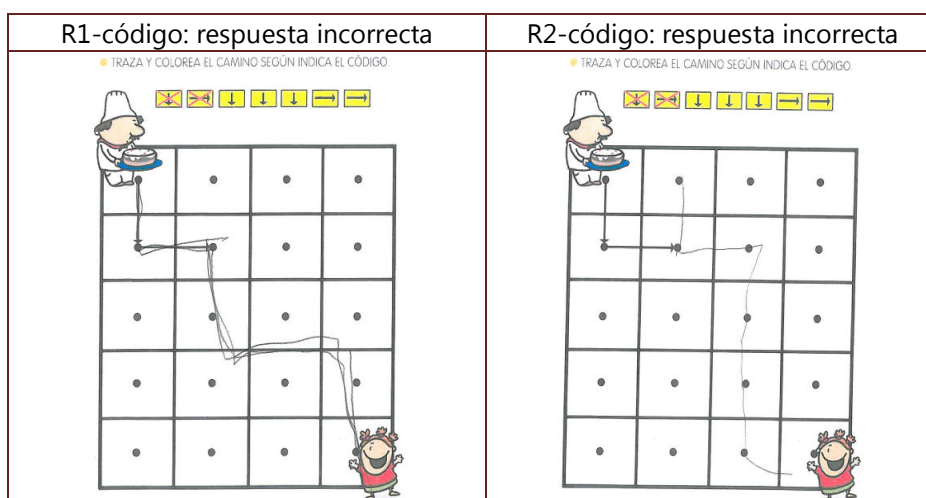


Figura 11. Respuestas de niños a la ficha 4: códigos de representación

En la respuesta "R1-código" representa una respuesta cargada de un significado "natural": construcción de una "escalera" para que la niña pueda "subir" a recoger la tarta. No se respetan pues los códigos indicados por las flechas.

En la respuesta "R2-código" se observa una interpretación correcta de los códigos "flechas", pero no del código "tachado" (que quiere indicar que las dos primeras flechas vienen dadas).

En las secciones siguientes se dan los resultados cuantitativos globales de las respuestas dadas por los niños y se discuten los resultados.

#### 4.2. Ficha 1: seriación

La Tabla 2 muestra, por edades, los porcentajes de éxito obtenidos en cada una de las series, junto con el porcentaje de niños que empiezan cada una de las series por el primer color del patrón.

Tabla 2. Porcentaje de éxito

		Serie 1	Serie 2
Porcentaje de éxito	4 años	7,5	40
	5 años	32	83
Empieza la serie por el primer color de patrón	4 años	59	—
	5 años	43	—

Además de las variables dicotómicas estudiadas, se incluye en la Tabla 3 los medidas de centralización y dispersión de la variable discreta "número de secuencias correctas" para cada una de las series.

Tabla 3. Parámetros de centralización y dispersión

	4 años			5 años	
	Serie 1	Serie 2	Serie 3	Serie 1	Serie 2
Media	2,04	7,16	0,74	4,8	10,23
Moda	0	11	0	6	11
Mediana	1	10	0	5,5	11
Desviación estándar	2,21	4,45	1,35	1,8	1,57

Estos datos contribuyen a aceptar los comportamientos esperados descritos anteriormente. Asimismo, suponiendo que la dificultad de la serie está directamente relacionada con la longitud del patrón, se espera que:

- Un niño que ha resuelto bien la serie 3 (patrón de 4 elementos), habrá resuelto asimismo las series 1 (3 elementos) y la 2 (2 elementos)
- Un niño que ha resuelto bien la serie 1, pero no la 3, habrá resuelto también la 2.
- Un niño que no ha resuelto bien la serie 2, no habrá resuelto ninguna.

Así, con los datos originales que se resumen en la Tabla 2, se puede observar que la desviación de los resultados es mucho mayor en los niños del aula de 4 años. Además, se puede afirmar que la explicación basada exclusivamente en la dificultad según la longitud del patrón no es posible<sup>7</sup>. En este caso, es determinante el hecho de que, en las series 1 y 3, el primer círculo que deben pintar los niños no coincide con el primer círculo del patrón; apoyando la hipótesis previa.

#### 4.3. Ficha 2: tabla

En la Tabla 4 se resumen los porcentajes de éxito de algunas variables estudiadas.

*Tabla 4. Porcentaje de éxito*

Aula	Éxito global	Éxito casillas con indicación inicial	Éxito casillas sin indicación inicial	Éxito casillas vacías	Guarda proporciones	Guarda forma
4 años	0	14	1,79	0	3,57	7,14
5 años	19	67	29,3	18,97	50,86	66

A la vista de los resultados, las pruebas experimentales contribuyen nuevamente a aceptar los comportamientos esperados.

Por otro lado, asumiendo que los tres tipos de casillas a rellenar (con indicación inicial, sin indicación inicial, vacías) representan ítems de dificultad creciente, el índice estadístico de Guttman en el aula de 5 años es próximo a 1, pudiéndose concluir que para la muestra los niveles de dificultad reseñados constituyen una dimensión explicativa privilegiada del comportamiento global de las respuestas.

#### 4.4. Ficha 3: adición

En la Tabla 5 se resumen los porcentajes de éxito de algunas variables estudiadas.

*Tabla 5. Porcentaje de éxito*

Aula	Colorea todas las caras de la derecha	Éxito global	Escribe el 7 correctamente	Correspondencia uno a uno
4 años	61	15	31	1,7
5 años	17	42	73	72

El porcentaje de éxito global es claramente superior en el grupo de 5 años. Además, más de la mitad de los niños de 4 años hace caso omiso a la tarea y responde coloreando todas las caras. Estos hechos quedan justificados por los procesos de enseñanza diferenciados según la edad. La simbología de la adición (+, =) es propia del aula de 5 años y está ausente en la de 4. Las grafías de los números es un aprendizaje que suele iniciarse a los 4 años, para que, al final de la Educación Infantil, los niños sean capaces de escribir todas las grafías. Además, en 3º de Infantil, el saber escolar "correspondencia 1-1" está más consolidado, de tal manera que los niños identifican los puntos como un inicio a "corresponder".

<sup>7</sup> Esta afirmación se basa en el cálculo del índice de Guttman. El escalograma de Guttman es una tabla en la cual se ordenan tanto los sujetos como los ítems respecto a una dimensión determinada, asegurando, si los resultados demuestran que los datos se ajustan a 1, que el conjunto de ítems que conforman la escala miden una única dimensión y que, por tanto, la puntuación total que se asigne a los sujetos tenga significado psicológico y pueda ser interpretable, cosa que no ocurriría si los ítems hicieran referencia a más de una dimensión.

#### 4.5. Ficha 4: códigos de representación

En la Tabla 6 se resumen los porcentajes de éxito de algunas variables estudiadas.

Tabla 6. Porcentaje de éxito

Aula	Correcto	Interpretación física		
		2 Horizontal / 3 vertical	Escalera	Blanco, itinerario imposible, retrocede
4 años	11	9	33	47
5 años	43	13	25	22

El porcentaje de niños que realizan una interpretación física de la situación (la niña debe “subir” o el cocinero debe “bajar”) es estable (próximo al 40%). Esto refuerza el hecho de que el código adulto no es transparente para un conjunto representativo de la muestra. La mayor tasa de éxito en el aula de 5 años es entonces explicable más en términos de “aprendizaje de reglas y convenciones sociales”, —señales urbanas o de tráfico, por ejemplo—, que en términos de aprendizaje de nociones lógicas o protocartesianas<sup>8</sup>.

#### 4.6. Análisis relacional de las respuestas

Los resultados preliminares analizados dejan abiertas cuestiones centrales de los comportamientos observados.

1. *Ficha 1: seriación.* A partir del cálculo del índice de Guttman, se ha concluido que la explicación basada exclusivamente en la dificultad según la longitud del patrón no es posible. ¿Qué aspectos son claves y cuál es la relación entre ellos?
2. *Ficha 2: tabla.* La prueba experimental muestra que los comportamientos son claramente diferenciados según los niños pertenezcan al aula de 4 o de 5 años. ¿Es posible establecer qué subconjunto del aula de 5 años contribuye más a esta diferencia?
3. *Fichas 3 y 4: adición y códigos de representación.* Los resultados permiten observar el influjo de la enseñanza en los comportamientos de los niños. ¿Qué tareas “enseñadas” realizadas con éxito por los niños implican la realización exitosa de otras tareas?

El Análisis Estadístico Implicativo (Gras, Suzuki, Gillet y Spagnolo, 2008) permite abordar estas cuestiones. Un desarrollo pormenorizado del soporte estadístico de los resultados que aquí van a exponerse puede ser consultado en Lacasta, Lasa y Wilhelmi (2012).

##### *Ficha 1: seriación*

A pesar de que las tareas son sistemáticamente propuestas en las aulas de 4 y 5 años, se observa que el nivel de competencia es claramente desigual en los grupos. Se podría pensar que esto es debido al aprendizaje, sin embargo, las pruebas experimentales muestran que los grupos de niños de los centros donde el uso de fichas no es sistemático siguen una distribución equiparable. Es decir, los errores observados se distribuyen de manera homogénea entre los niños según la edad, no según la instrucción recibida.

Además, los que realizan correctamente la secuencia de dificultad intermedia, resuelven también correctamente la de mayor dificultad, y estos últimos pertenecen al grupo de edad de 5 años. Los niños que realizan algún tipo de error en la elección del color inicial, al inicio de la secuencia o en medio de la misma, repiten el mismo error en las demás secuencias. Estos errores son por lo tanto estables.

<sup>8</sup> Protocartesiano: contexto o situación germen para la introducción del plano cartesiano.

#### *Ficha 2: tabla*

Los niños capaces de guardar las proporciones en las figuras (cuadrados y triángulos) pintadas sin indicación inicial, guardan también la forma de figura, y a su vez estos pintan correctamente las figuras (interpretan correctamente la tabla).

#### *Fichas 3: adición*

Los niños que reconocen y respetan el código de inicio, guardan la correspondencia uno a uno con las marcas de la ficha, los cuales escriben correctamente la grafía de los números, y estos últimos guardan relación con el grupo de edad de 5 años. Por último, los niños relacionados con el grupo de edad de 5 años, realizan correctamente al menos dos de las tres actividades propuestas, y realizan correctamente las repeticiones de grafía del número.

#### *Fichas 4: adición y códigos de representación*

Los niños de mayor edad son los que completan correctamente el código. Este hecho confirma que los códigos de representación utilizados son comprendidos después de una enseñanza (formal o informal) de códigos adultos de designación y que, por lo tanto, dichos códigos no son en absoluto "intuitivos".

## **5. Síntesis e implicaciones para la enseñanza**

Las actividades de tipo lógico y relacional deben ser apreciadas por sus finalidades propias y no por su supuesto carácter prenumérico.

Aquí se ha mostrado cómo los niños tienen grandes dificultades al realizar actividades abundantes en las colecciones de fichas, tales como seriación, tablas de doble entrada y códigos de representación. Para evitar el fracaso sistemático, las colecciones de fichas proponen situaciones reduciendo al máximo el envite epistemológico o suponiendo una intervención muy directiva de la maestra.

- *Reducción del envite epistemológico: series.* Se proponen series con un patrón que repite a lo sumo 2 o 3 elementos un número reducido de veces (4 como máximo) y siempre haciendo coincidir el último elemento representado con el último elemento del patrón. Así, se evita enfrentar a los niños a un medio que les exige la repetición sistemática del patrón un número "elevado" de veces, que comporte la toma de decisión reiterada sobre el elemento que sigue y la identificación del patrón, abstrayéndolo del modelo mostrado.
- *Intervención de la maestra vs. Trabajo autónomo de los niños: tablas.* Para evitar el fracaso generalizado de los niños en la construcción de una tabla, las maestras deben aportar información explícita, que permita superar las restricciones cognitivas propias de la edad (Chabroulet, 1975). Pero más aún, los datos empíricos aquí dados sugieren que a pesar de que la tarea presentada a los niños este "semielaborada", éstos no son en general capaces de interpretar globalmente la tabla. Asimismo, es notable la diferencia entre los niños del aula de 4 y 5 años, lo que es indicador de que la capacidad para la realización de este tipo de tareas es todavía incipiente.

De esta forma, no puede presumirse una actividad autónoma de los niños para estos dos tipos de actividades. Por ejemplo, sería entonces adecuada la organización por talleres con un taller central dedicado al uso de las tablas o la construcción colectiva en asamblea, donde la maestra contemple momentos regulativos explícitos.

- *Simbología adulta e ilusión de la transparencia: códigos de representación.* Las convenciones sociales o los códigos de representación condicionan la interpretación de las situaciones. Por ejemplo, en la tercera ficha de la Figura 5, el niño tiene que advertir no sólo el tamaño relativo de las pesas, sino que uno de los personajes sujeta la pesa con una mano, el otro resopla y el tercero hace una mueca de máximo esfuerzo para sostener las pesas. Estas claves, que condicionan la respuesta, suponen la adquisición de una "cultura escolar" que tardará muchos años.

En el acto didáctico es necesario discriminar entre los conocimientos propios de la etapa y aquellos que, sin estar recogidos explícitamente en los currículos oficiales o las orientaciones pedagógicas, deben ser enseñados y aprendidos. En particular, el conocimiento del entorno no “puede ser comprendido sin la utilización de los diferentes lenguajes” (MEC, 2007, p. 478), en particular, el icónico. Pero este aprendizaje no puede adquirirse sin atender a los centros de interés del niño (principio de globalización) ni sin asumir el condicionamiento debido a los instrumentos educativos utilizados, que, en concreto, señalan que “la realización de desplazamientos orientados ha de hacerse desde el conocimiento del propio cuerpo y de su ubicación espacial” (p. 478). Son pues esperables respuestas tipo “escalera” que responden tanto a un interés personal (alcanzar el pastel) como a la enseñanza reglada que incide en el desplazamiento del propio cuerpo para el aprendizaje de la ubicación espacial.

Asimismo, esta actividad pone de manifiesto que es consustancial a la comunicación el consenso social, de tal manera que es necesario facilitar que los niños “acomoden los códigos propios de cada lenguaje a sus intenciones comunicativas, acercándose a un uso cada vez más propio y creativo de dichos lenguajes [verbal, audiovisual, artístico y corporal]” (MEC, 2007, p. 480). Aún más, el niño debe progresar en los códigos sociales que *condicionan el comportamiento* (el dedo índice sobre la boca significa “silencio”), *ordenan el entorno* (un semáforo en rojo significa “detenerse o espera”), *moderan la convivencia* (una silla de ruedas en un autobús significa “sitio reservado”), *incitan al acción* (una sirena de emergencia exige atención a la maestra y obediencia a sus órdenes), etc.”

**Reconocimientos:** Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación, EDU2010-14947, Ministerio de Ciencia e Innovación (MICINN), y EDU2012-31869, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO). Agradecemos la recogida de la información de las maestras en formación (por orden alfabético): Ainara Alcuaz, Idoia Armendáriz, Laura Ayúcar, Laura Bases, Lucía Balduz, Ainhoa Beloqui, Ana Blanco, Leire Buzunariz, Yasmina Cobo, Sara Duque, Oihane Elcano, Alazne Fernández de Muniain, Ana Iráizoz, Maddi Lasa, Laura Madina, Ainara Mariezcurrena, Irene Muñoz y Amaia Velasco; así como a los centros, por su total disponibilidad, donde éstas fueron acogidas y, en particular, a las maestras en ejercicio que actuaron como tutoras: Espe Atxa, Teresa Belza, Esther Eraso, Begoña Fernández, Olga Ferrer, M<sup>a</sup> Jesús Goñi, Jone Iribarren, Maribel Luna, Raquel Monjas, Laia Prat, Amaia Ramos y Nerea Zabalo.

## Referencias

- Anaya (2005). *Razonamiento matemático. Mira cómo miro*. Madrid: autor.
- Briand J., Loubet M. y Salin M-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle* (Cédérom PC). Paris: Hatier.
- Brousseau G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chabroulet, M.-T. (1975). Apprenons à organiser l'information en tableau au CP. *Grand N*, 7, 103–119. [Disponible en (29/03/2012): [http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n)]
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Coda, M. y Lacroix, D. (1985). Classement et sériation. *Grand N*, 36(3), 31–54.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC.
- Edebé (2001). *Matilandia*. Barcelona: Autor.
- Fregona, D. y Orús, P. (2005). Une étude des effets du contrat didactique à l'aide de la structuration du milieu didactique. Deux exemples: les cas du raisonnement et des figures planes. En P. Clanché, M-H Salin et B. Sarrazy (Eds.), *Sur la théorie des situations didactiques* (pp. 203–233). La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Goñi, J. M. (1987). *Haurtxoa, Baga-Biga (eskolaurrea). Aritmetika*. Donostia: Gipuzkoako Ikastolen Elkarte.
- Gras, R., Suzuki, E., Gillet, F. y Spagnolo, F. (2008). *Statistical Implicative Analysis. Theory and Applications. Studies in Computational Intelligence* (SCI) 127. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.
- Guilford, J. P. y Strom, R. D. (Comp.) (1994). *Creatividad y educación*. Barcelona: Paidós.
- Lacasta, E., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2012). Actividad lógica y relacional en Educación Infantil. En J.-C. Régnier, M. Bailleul y R. Gras, *L'analyse statistique implicative: de l'exploratoire au confirmatoire* (pp. 189–2010). Caen : Université de Caen, Basse-Normandie.
- Lacasta, E. y Wilhelmi, M. R. (2008). Juanito tiene cero naranjas. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*. (pp. 403–414) Badajoz: SEIEM. [Disponible en (29/03/2012): <http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>]



- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2008). Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil. *BOE*, 5 (5 enero), 1016–1036.
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2007). Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación infantil. *Boletín Oficial del Estado (BOE)* 4 (4 enero), 474–482.
- Noelting, G. (1979). Hierarchy and Process in the construction of the geometrical figure in the child and adolescent. *Proceedings of the 3rd Psychology of Mathematics Education (PME) International Conference 1*, 163–169.
- Owens, K. y Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutiérrez, P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 83–115). London: Sense Publishers.
- Peres J. (1988). *Recherches piagétienes sur la construction des structures numériques*. IREM, Universidad de Burdeos I.
- Piaget, J. (1987). *Possibility and Necessity*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Roig T. (Coord.), Boixaderas, R., Fernández, A., Reverter, R., Ros, R. (1984). *El 5, cuadernos de trabajo I y II, Preescolar*, Colección: La llave de "Rosa Sensat". Barcelona: Editorial Onda.
- SM (2006). *Matemáticas. Colección: 5 años, Educación Infantil*. Madrid: autor.
- Steffe, L. P., Von Glasersfeld, E., Richards, J. y Cobb, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*. New York: Praeger.
- Wilhelmi, M. R. (2009). Didáctica de las Matemáticas para profesores. Las fracciones: un caso práctico. En C. Gaita (Coor.), *IV Coloquio internacional de enseñanza de las matemáticas*. [Disponible en (29/03/2012): <http://irem.pucp.edu.pe/164/iv-coloquio-internacional-sobre-ensenanza-de-las-matematicas> ].
- Zabala, A. (1995). *La práctica educativa. Cómo enseñar*. Barcelona: Graó.
- VV. AA. (2009). *Math Connects: Kindergarten edition*. Macmillan/McGraw-Hill.

**Miguel R. Wilhelmi**. Profesor permanente del Área Didáctica de las Matemáticas. Docente en los Grados en Maestro en Educación Infantil y Primaria y en el Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria. Investigador en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas en Matemáticas (TSDM) y del Enfoque Ontológico y Semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos (EOS). Miembro de los Grupos de investigación "Didáctica de las matemáticas", de la Universidad Pública de Navarra, y "Didáctica de la estadística", de la Universidad de Granada. Experto en ingeniería didáctica para la investigación y la intervención mediante situaciones reproducibles.

Email: [miguelr.wilhelmi@unavarra.es](mailto:miguelr.wilhelmi@unavarra.es)

**Olga Belletich**. Profesora contratada del Área Didáctica Organización Escolar. Docente en los Grados en Maestro en Educación Infantil y Primaria. Investigadora sobre: métodos pedagógicos; análisis y evaluación de modelos educativos y criterios pedagógicos; diseño de instrumentos y guías para la intervención educativa. Miembro del Grupo de investigación "Educación, desarrollo profesional y desarrollo social", de la Universidad Pública de Navarra. Experta en modelos educativos alternativos y en educación práctica comparada.

Email: [olga.belletich@unavarra.es](mailto:olga.belletich@unavarra.es)

**Eduardo Lacasta**. Profesor permanente del Área Didáctica de las Matemáticas. Docente en los Grados en Maestro en Educación Infantil y Primaria. Investigador en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas en Matemáticas (TSDM) y del Enfoque Ontológico y Semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos (EOS). Miembro del Grupo de investigación "Didáctica de las matemáticas", de la Universidad Pública de Navarra, y colaborador de la "Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM)". Experto en métodos estadísticos para la investigación en Didáctica de las Matemáticas.

Email: [elacasta@unavarra.es](mailto:elacasta@unavarra.es)

**Aitzol Lasa**. Profesor contratado del Área Didáctica de las Matemáticas. Docente en los Grados en Maestro en Educación Infantil y Primaria. Investigador en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas en Matemáticas (TSDM) y del Enfoque Ontológico y Semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos (EOS). Miembro del Grupo de investigación "Didáctica de las matemáticas", de la Universidad Pública de Navarra. Experto en el manejo del software dinámico GeoGebra en la formación de docentes.

Email: [aitzol.lasa@unavarra.es](mailto:aitzol.lasa@unavarra.es)